

Eléments de la Théorie du Lavis.

Généralités. — La théorie des ombres a pour but, connaissant la position d'une ou plusieurs sources de lumière directe, de déterminer sur la surface des corps les portions de ces surfaces qui sont éclairées et celles qui sont dans l'ombre.

La théorie du lavis a pour objet d'étudier les différences d'éclair ou de couleur que présentent ces surfaces en ayant égard :

1^o A la manière dont leurs différents éléments reçoivent la lumière directe ou les reflets.

2^o Aux positions que ces éléments occupent, par rapport au spectateur.

Elle donne la marche à suivre pour rendre ces différences sur les dessins à l'aide de couleurs, couleurs parmi lesquelles nous rangerons l'encre de Chine ou tout autre ton servant à produire les effets de l'ombre.

La Théorie du Lavis sera basée sur l'étude de 3 principes :

1^o Le principe des orientations ;

2^o Le principe des couleurs ;

3^o Le principe des distances.

Principe des Orientations.

L'orientation d'un plan ou d'un élément plan de surface dépend de la position qu'occupe ce plan :

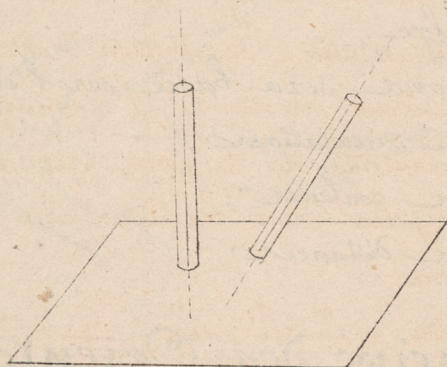
1^o par rapport aux corps lumineux, 2^o par rapport aux rayons visuels qui émanent du spectateur.

Rayons lumineux et rayons visuels. — Dans le dessin géométrique, les rayons lumineux sont parallèles et on leur donne des projections inclinées à 45° sur la ligne de terre.

Le spectateur est supposé placé à l'infini, soit au-dessus du plan horizontal soit en avant du plan vertical, cela dépend de la projection qu'il regarde. Dans tous les cas, les rayons visuels sont perpendiculaires au plan sur lequel se fait la projection.

Corps dépoli et corps poli. — La lumière, en frappant la surface d'un corps, peut être renvoyée de deux manières différentes suivant que ce corps est dépoli ou poli. Dans le premier cas, la lumière est diffusée dans tous les sens; dans le 2^e cas elle est réfléchie spéculairement.

Expérience sur les corps dépoli. On prend un plan parfaitement dépoli, une plaque recouverte de plâtre, par exemple, ou de papier blanc non glacé, que l'on éclaire par la lumière solaire. Ce plan s'éclaire uniformément et paraît d'une teinte blanche parfaitement unie.

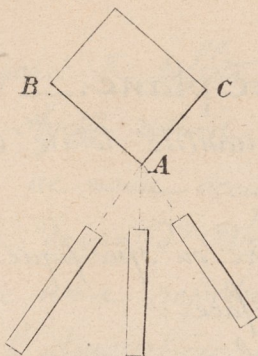


On prend un tube noirci intérieurement au noir de fumée, pour éviter les réflexions intérieures, et à l'aide de ce tube on regarde le plan dans toutes les directions.

L'extrémité ouverte paraît un rond blanc d'un certain éclat, dont il est impossible de saisir les variations quand on change l'inclinaison du tube, excepté lorsque l'on est très-près de l'incidence rasante, auquel cas il se produit un petit assombrissement dû aux aspérités de la surface qui se recouvrent les unes les autres et qui présentent chacune leur partie dans l'ombre.

Ces effets sont les mêmes que ceux qui se produisent avec une plaque de métal rougie au feu et devenue source de lumière.

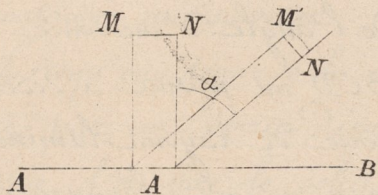
On peut faire d'expérience d'une manière plus concluante. On prend un prisme de plâtre dont l'une des arêtes est bien vive et on l'éclaire de telle sorte que deux de ses faces AB, AC,



paraissent également éclatantes.

Avec le tube précédent, on regarde l'arête A en quelle que soit la direction du tube, les deux faces paraissent également lumineuses.

Conséquences: — 1^o Un élément plan d'une surface dépolie, se conduit une fois éclairé par une source de lumière, comme un corps lumineux par lui-même.



L'intensité des rayons émis par la surface est proportionnelle au cosinus de l'angle fait par les rayons émis avec la normale à la surface. Nous nommerons cet angle, l'angle d'émission. En effet:

Soit Q la quantité de rayons émis normalement par un élément de surface égal à A ; Q' la quantité émise par le même élément sous l'incidence α .

Les premiers forment un cylindre dont la section droite est $MN = A$. Les seconds en forment un autre de section droite $M'N' = MN \cos \alpha = A \cos \alpha$. Puisque, vu sous ces deux directions, l'élément paraît également éclatant, c'est que les quantités de rayons reçus sur l'unité de surface, en section droite, sont égales dans les deux cas.

Ces quantités sont:

$\frac{Q}{A}$ pour la direction normale, et $\frac{Q}{A \cos \alpha}$ dans la 2^e direction.

On a donc: $\frac{Q}{A} = \frac{Q}{A \cos \alpha}$ $Q' = Q \cos \alpha$ C. Q. F. D.

3^o L'éclat apparent d'une surface dépolie ne dépend pas de la position du spectateur, mais uniquement de l'intensité de la source lumineuse et de l'angle sous lequel la lumière directe frappe cette surface.

4^o Sur une surface dépolie, éclairée par une source unique de rayons lumineux, les lignes d'égal éclat apparent sont les lignes d'égal éclairement.

Eclairement total. — Eclairement unitaire ou

spécifique d'une surface plane. — L'éclairement total d'une surface plane égale à A est la quantité totale Q de lumière reçue par cette surface.

L'éclairement unitaire ou spécifique serait la quantité de lumière $\frac{Q}{A}$ reçue par l'unité de surface.

L'éclairement spécifique est important à considérer. Une surface dépolie nous semblera également éclatante si son éclairement unitaire ou spécifique est le même partout.

Théorème. — L'éclairement unitaire d'un élément de surface est proportionnel au cosinus de l'angle d'incidence des rayons lumineux.

En effet, soit $ABCD$ un prisme à section droite carrée, servant d'enveloppe à toute une série de rayons lumineux en quantité Q , un premier plan P , normal aux rayons lumineux, recevra une quantité de lumière représentée par Q .

Soit A la section droite du prisme, l'éclairement unitaire du plan P sera :

$$E = \frac{Q}{A}.$$

Un plan P' incliné sur le plan précédent d'un angle α sera coupé par le prisme suivant une section de surface égale à $\frac{A}{\cos \alpha}$. La quantité de lumière reçue sera toujours Q et l'éclairement unitaire $E' = \frac{Q \cos \alpha}{A}$.

On a donc $E' = E \cos \alpha$ C. Q. F. D.

Conséquence. — Sur une surface dépolie, les lignes d'égal éclairement et par suite d'égal éclat, sont les lignes d'égal incidence.

Rayons de reflets ou indirects.

Si la lumière solaire était unique, si elle ne donnait pas lieu à des reflets, tous les points dans l'ombre seraient absolument noirs. Or, il n'en est rien : ces points sont dans des demi-teintes d'éclat variable. Les ombres sont donc éclairées par des rayons indirects que nous nommerons rayons de reflets et dont nous allons étudier la nature et les effets.

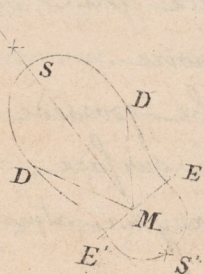
Les rayons de refleta peuvent provenir de la masse d'air environnante ou des objets situés dans le voisinage.

Vous ne nous occuperons de cette seconde espèce de refleta, que dans le dessin d'Architecture, et nous admettrons ici que les objets que nous représentons sont comme des aérostats, isolés au milieu de l'atmosphère et à une distance assez grande de la terre pour ne pas en éprouver de refleta.

Courbe représentative de refleta atmosphériques. — Sans chercher à les justifier théoriquement, nous admettrons les résultats expérimentaux qui suivent.

Lorsqu'on regarde le ciel avec une lunette dont l'objectif est remplacé par un verre dépoli, l'éclat maximum de ce verre a lieu lorsque l'on fixe le soleil. Lorsque la direction s'en éloigne, l'éclat diminue très-rapidement, si bien que pour un angle de 30° du soleil, l'éclat est environ quatre fois plus faible que pour un angle de 3° . Cet éclat passe par un minimum qui répond environ à un angle de 90° , augmente ensuite faiblement, et repasse par un maximum relatif pour un angle de 180° , c'est-à-dire par le point du ciel directement opposé au soleil.

Soit M un élément plan sur lequel agissent toutes les sources de lumière directe ou indirecte émanant du soleil ou de l'atmosphère. Si, de ce point nous menons des rayons vecteurs dans toutes les directions, et si nous portons sur ces rayons des longueurs proportionnelles aux intensités lumineuses dont nous venons de parler, nous aurons une courbe représentative qu'il suffira de faire tourner autour de SM pour avoir la surface représentative des éclaircissements due à la lumière directe et aux refleta atmosphériques sur un plan normal chaque fois aux rayons vecteurs.



Cette courbe présente deux maxima :
Le 1^{er}, très-considérable, correspond aux rayons directs SM ; le second, beaucoup moins intense, correspond aux rayons inverses $S'M$ et un minimum que l'expérience seule pourrait déterminer.

et que nous ferons correspondre pour simplifier, aux directions ME, ME' perpendiculaires sur le rayon direct.

Rayon atmosphérique principal. — Les choses se passeront donc, à peu près comme si nous avions deux soleils, l'un dirigé suivant la direction MS , qui serait le plus lumineux et qui nous enverrait les rayons directs. L'autre, dirigé suivant MS' et qui nous lancerait des rayons que nous appellerons rayons atmosphériques principaux.

Il faudrait y joindre, cependant, une infinité d'autres sources de lumière symétriquement placées par rapport à la ligne SS' et envoyant des rayons dont les effets sur un plan donneront en se totalisant, des éclaircissements représentés en grandeur, par les rayons vecteurs MD, ME , normaux aux plans. Nous nommerons ces rayons indirects, les rayons atmosphériques ordinaires.

Conséquences: — 1^o Si nous masquons le soleil à un élément de surface, cet élément sera éclairé par des rayons indirects qui lui viendront du ciel.

2^o Plus il y aura de rayons indirects qui seront masqués, plus l'ombre sera noire, et inversement.

3^o De deux éléments placés dans l'ombre, celui qui sera normal au plus grand rayon vecteur sera le plus éclairé.

4^o L'ombre portée par un corps sur un autre diminue d'intensité lorsque la distance relative augmente; en effet, lorsque l'objet qui porte ombre est placé près, il masque un plus grand nombre de rayons atmosphériques que lorsqu'il est loin.

5^o La ligne d'ombre propre, ayant ses éléments normaux à la direction des rayons vecteurs les moins intenses, sera plus noire que tout autre élément de surface pris dans l'ombre propre, sans être cependant complètement noire.

6^o Lorsqu'une surface courbe possède une de ses régions dans l'ombre portée par une autre surface, cette région ne reçoit plus ni les rayons directs ni les rayons atmosphériques voisins

des rayons directs et qui sont les plus intenses.

Prenons deux éléments de surface, l'un voisin de l'incidence normale m , et l'autre m' voisin de la ligne d'ombre propre.

Pour fixer les idées, imaginons que l'écran E , qui projette une ombre, soit très-grand. L'élément m reçoit les rayons atmosphériques compris entre la ligne mp et la tangente mq , lesquels viennent le frapper très-obliquement, et l'éclairent très-peu.

L'élément m' , à son tour, reçoit les rayons bien plus nombreux, compris entre $m'p'$ et la tangente $m'q'$, parmi lesquels un grand nombre le frappent normalement.

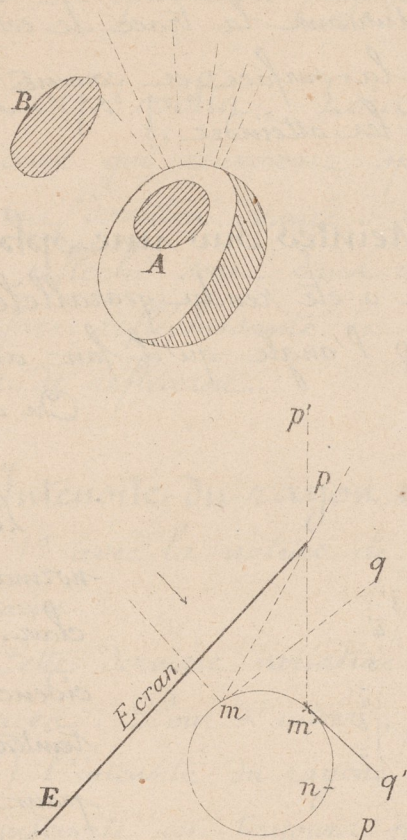
L'élément m' sera donc plus éclairé que m .

Conclusion. (A) Dans l'ombre propre, un élément n sera d'autant plus éclairé par l'ensemble des rayons atmosphériques qu'il l'eût été davantage par le rayon atmosphérique principal supposé existant seul.

(B) Dans l'ombre portée, un élément m ou m' sera d'autant plus sombre qu'il eût été plus clair si cette ombre portée n'eût pas existé.

(C) Les lignes d'égal teinte dans l'ombre portée seront les mêmes que si cette ombre n'existait pas; seulement les zones qu'elles sépareront seront d'autant plus noires qu'elles eussent été plus éclairées sans l'existence de cette ombre portée.

(D) Dans l'ombre propre, les lignes d'égal teinte se traceront en faisant l'hypothèse d'un soleil fictif, existant seul et



et que nous ferons correspondre pour simplifier, aux directions ME, ME' perpendiculaires sur le rayon direct.

Rayon atmosphérique principal. — Les choses se passeront donc, à peu près comme si nous avions deux soleils, l'un dirigé suivant la direction MS , qui serait le plus lumineux et qui nous enverrait les rayons directs. L'autre, dirigé suivant MS' et qui nous lancerait des rayons que nous appellerons rayons atmosphériques principaux.

Il faudrait y joindre, cependant, une infinité d'autres sources de lumière symétriquement placées par rapport à la ligne SS' et envoyant des rayons dont les effets sur un plan donneront en se totalisant, des éclaircissements représentés en grandeur, par les rayons vecteurs MD, ME , normaux aux plans. Nous nommerons ces rayons indirects, les rayons atmosphériques ordinaires.

Conséquences: — 1^o Si nous masquons le soleil à un élément de surface, cet élément sera éclairé par des rayons indirects qui lui viendront du ciel.

2^o Plus il y aura de rayons indirects qui seront masqués, plus l'ombre sera noire, et inversement.

3^o De deux éléments placés dans l'ombre, celui qui sera normal au plus grand rayon vecteur sera le plus éclairé.

4^o L'ombre portée par un corps sur un autre diminue d'intensité lorsque la distance relative augmente; en effet, lorsque l'objet qui porte ombre est placé près, il masque un plus grand nombre de rayons atmosphériques que lorsqu'il est loin.

5^o La ligne d'ombre propre, ayant ses éléments normaux à la direction des rayons vecteurs les moins intenses, sera plus noire que tout autre élément de surface pris dans l'ombre propre, sans être cependant complètement noire.

6^o Lorsqu'une surface courbe possède une de ses régions dans l'ombre portée par une autre surface, cette région ne reçoit plus ni les rayons directs ni les rayons atmosphériques voisins.

des rayons directs et qui sont les plus intenses.

Prenons deux éléments de surface, l'un voisin de l'incidence normale m , et l'autre m' voisin de la ligne d'ombre propre.

Pour fixer les idées, imaginons que l'écran E , qui projette une ombre, soit très-grand. L'élément m reçoit les rayons atmosphériques compris entre la ligne mp et la tangente mq , lesquels viennent le frapper très-obliquement, et l'éclairent très-peu.

L'élément m' , à son tour, reçoit les rayons bien plus nombreux, compris entre $m'p'$ et la tangente $m'q'$, parmi lesquels un grand nombre le frappent normalement.

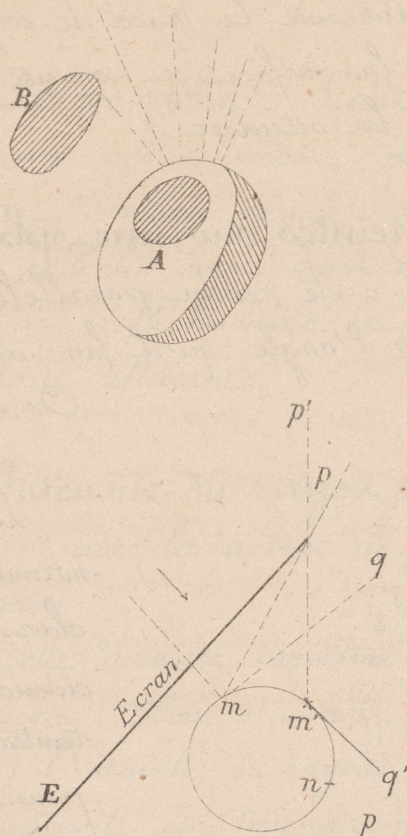
L'élément m' sera donc plus éclairé que m .

Conclusion. (A) Dans l'ombre propre, un élément n sera d'autant plus éclairé par l'ensemble des rayons atmosphériques qu'il l'eût été davantage par le rayon atmosphérique principal supposé existant seul.

(B) Dans l'ombre portée, un élément m ou m' sera d'autant plus sombre qu'il eût été plus clair si cette ombre portée n'eût pas existé.

(C) Les lignes d'égal teinte dans l'ombre portée seront les mêmes que si cette ombre n'existait pas; seulement les zones qu'elles sépareront seront d'autant plus noires qu'elles eussent été plus éclairées sans l'existence de cette ombre portée.

(D) Dans l'ombre propre, les lignes d'égal teinte se traceront en faisant l'hypothèse d'un soleil fictif, existant seul et



directement opposé au soleil réel. Par conséquent, si le corps est dépoli, les lignes d'égalité de teinte étant les lignes d'égale incidence, on les obtiendra en continuant la trace de celles qui correspondent à la partie éclairée de la surface et comme si les rayons directs étaient susceptibles de les atteindre.

Lignes d'égalité de teintes sur une sphère dépolie (Epure)

Le rayon lumineux a été rendu parallèle au plan vertical nous désignerons par φ l'angle qu'il fait avec la ligne de terre.

On a :

$$\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

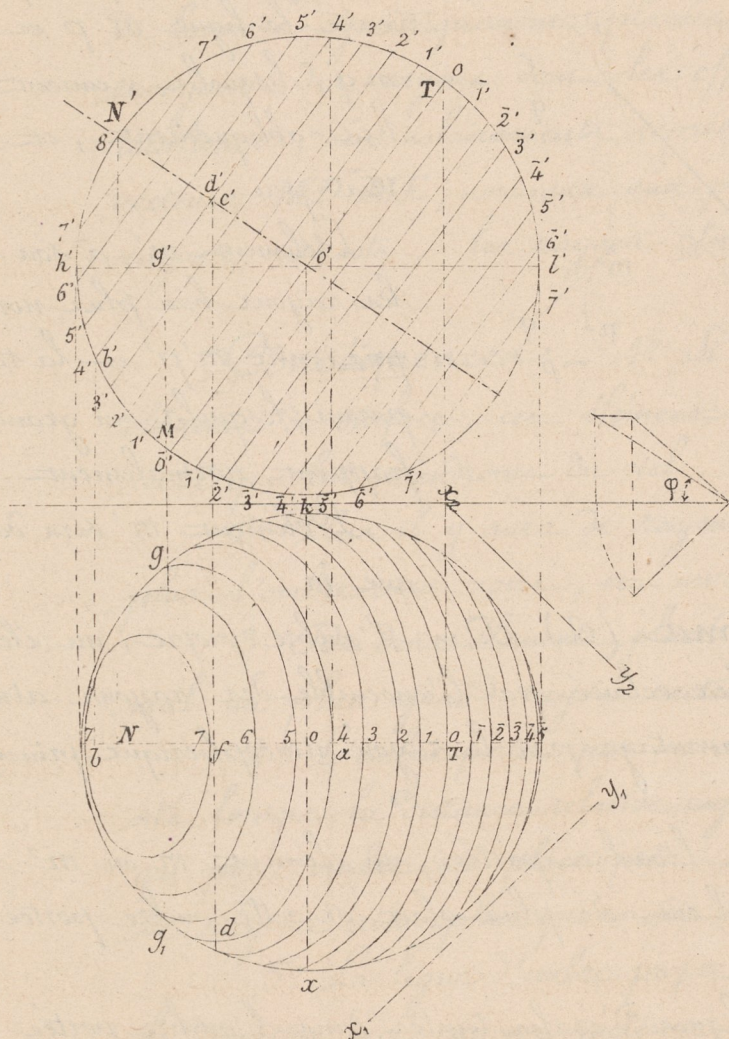
Le point NN' d'incidence normale est le point le plus clair. Les lignes d'égale incidence et par suite d'égalité de teinte s'obtiendront en coupant par des plans perpendiculaires au rayon lumineux. Le nombre de ces plans est arbitraire, ainsi que leurs distances relatives.

On a pris 7 plans équidistants, ce qui correspond à des angles d'incidence dont les cosinus décroissent en progression arithmétique.

Les lignes ainsi obtenues ont été désignées par des nombres positifs dans la partie en lumière et par

des nombres négatifs dans celle qui est dans l'ombre. La ligne d'ombre propre est la ligne de teinte $N^0 O$.

En prenant pour nouvelle ligne de terre x, y , la sphère se présente comme si elle était en projection verticale avec le rayon



lumineux ramené à 45° . — En prenant x_2, y_2 pour ligne de terre, on voit la sphère en projection horizontale.

Corps poli. Loi de la réflexion. — Les corps polis sont ceux qui renvoient spéculairement la lumière, c'est-à-dire dans une direction donnée. On sait que le rayon incident et le rayon réfléchi sont dans un même plan contenant la normale à la surface réfléchissante et que l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion.

Intensité du rayon réfléchi. — L'intensité du rayon réfléchi varie: 1° avec la nature de la surface réfléchissante, 2° avec l'angle de réflexion.

Cette dernière variation est assez considérable pour certaines substances. Pour d'autres, (et les surfaces métalliques sont dans ce cas) l'intensité du rayon réfléchi varie très-peu avec l'incidence. Cette intensité est toujours plus grande sous l'incidence rasante que sous l'incidence normale.

Nous admettrons que les corps polis que nous allons étudier sont des métaux et que l'intensité du rayon réfléchi est indépendante de l'incidence. Cette intensité variera donc seulement avec celle de la source lumineuse.

Aspect d'un plan parfaitement poli éclairé par des rayons parallèles, dirigés dans une seule direction et regardé à l'aide de rayons visuels parallèles, c'est-à-dire l'œil étant à l'infini.

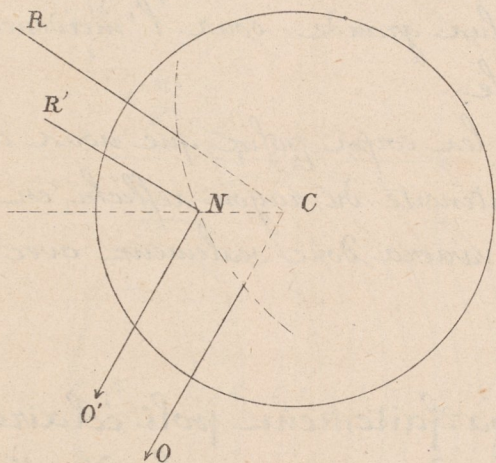
Les rayons se réfléchissent d'après la loi connue. Si les rayons visuels sont parallèles aux rayons réfléchis, tous les points du plan paraissent lumineux, sinon ils seront obscurs et le plan ne semblera pas exister.

Aspect d'un plan poli éclairé par des rayons parallèles venant dans toutes les directions, l'œil étant

à l'infini. — C'est le cas de la lumière solaire jointe aux lumières indirectes émanant de l'atmosphère. L'œil ne recevra des rayons directs ou indirects que ceux qui, après la réflexion, auront pris la direction du rayon visuel.

Si ce sont les rayons de reflets les plus intenses qui sont renvoyés à l'œil, le plan paraîtra très-lumineux et d'un éclat uniforme et inversement.

Aspect d'une sphère polie éclairée par des rayons lumineux parallèles dirigés dans une direction unique, l'œil étant à l'infini. — On mène le rayon lumineux central RC , le rayon visuel CO , la bissectrice de leur angle CN ; Au point de sortie de cette bissectrice N , un rayon incident $R'N$ sera réfléchi suivant NO' , c'est-à-dire dans la direction de l'œil. Le point N sera le point brillant de la sphère polie.



Ce point seul sera brillant. Tous les autres seront obscurs et l'existence de la sphère ne se révélera que par ce point brillant.

Aspect d'une sphère polie éclairée par des rayons parallèles venant dans toutes les directions, l'œil étant à l'infini.

— C'est le cas d'une sphère éclairée par la lumière solaire directe et par toutes les lumières indirectes.

Chaque direction de rayon donnera son point brillant. Comme elles sont en nombre infini, il y aura de ces points brillants sur toute la surface de la sphère; seulement, ils n'auront pas le même éclat. Pour avoir des lignes d'égales teintes, si nous admettons que la variation de l'angle d'incidence ne modifie pas l'éclat des rayons réfléchis, il faudra:

1°. Classer les rayons indirects, d'après leurs différences d'éclat

ce qui se ferait à l'aide d'une courbe représentative analogue à celle que nous avons étudiée plus haut.

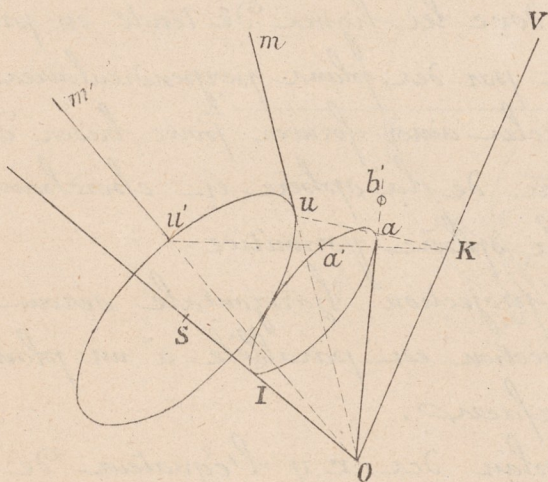
2^o Grouper les rayons d'égale intensité. Ils formeront une série de cônes de révolution, ayant tous pour axe, le rayon lumineux direct.

3^o Chercher sur la sphère, le lieu des points brillants des rayons d'égale intensité. Pour une série de rayons d'égale intensité, les points brillants auront le même éclat et leur lieu géométrique sera une ligne d'égale teinte.

Lignes d'égale teinte sur une sphère parfaitement polie.

Soit O , le rayon direct, $MV, M'V' \dots$ une série de rayons indirects d'égale intensité et disposés suivant les génératrices du cône.

Les points d'incidence UV se trouvent sur un cercle de la sphère, puisque les rayons d'égale intensité forment un cône de révolution.



Soit OV le rayon visuel, K son point de sortie sur la sphère.

Cherchons le point brillant de la direction MV . Menons la bissectrice Oa de l'angle UOV .

Le triangle UOK est isocèle, puisque OU et OK sont deux rayons de la sphère. Le point a est le milieu de la droite KU .

Si l'on prolonge Oa jusqu'en b' , rencontre avec la sphère, b' sera le point brillant de la direction

MV . Mais le lieu des points a est un cercle homothétique du cercle uu' , par rapport au point K . Le plan de ce cercle est parallèle au plan du cercle uu' et situé à une distance du point K , sortie du rayon visuel, qui est moitié de celle du premier.

Le lieu du point brillant b' sera donc l'intersection de la

sphère et du cône ayant le cercle $a a'$ pour directrice et le centre O pour sommet.

Esquisse. — Par une rotation, le rayon lumineux est supposé rendu parallèle au plan horizontal et projeté à l'angle φ sur ce dernier.

Soit OS , $O'S'$, le rayon direct. Prenons une série de rayons indirects d'égal éclat. Ils formeront un cône ayant OS pour axe. La ligne des points d'incidence sera le cercle $u t$, projeté horizontalement en ligne droite et perpendiculairement au rayon direct. Ce cercle peut être considéré comme l'intersection de la sphère et du plan vertical qui aurait ut pour trace horizontale.

K est le point de sortie du rayon visuel.

Joignons tk , ik , uk , et prenons le milieu de ces lignes; nous aurons en $t' i' u'$, le cercle homothétique du premier, qu'il faut prendre pour directrice d'un cône ayant son sommet au point O .

Si nous décrivons la sphère ayant OK pour diamètre, ce cercle $u' t'$ peut être considéré comme l'intersection de cette sphère par un plan parallèle au premier.

Nous aurons donc les lignes de teinte en prenant la petite sphère OK ; la coupant par des plans perpendiculaires au rayon lumineux; prenant les cercles ainsi formés pour bases de cônes ayant leurs sommets au centre de la sphère et cherchant les intersections de ces cônes avec la sphère primitive.

Les courbes en projection horizontale seront des coniques puisque ce plan de projection est parallèle à un plan diamétral commun aux deux surfaces.

Prenons pour plan des $x y$ l'équateur de la sphère; le centre O pour centre des coordonnées et l'axe des x , parallèle à la ligne de terre.

Soit $y = \alpha x$ l'équation du rayon lumineux en projection horizontale

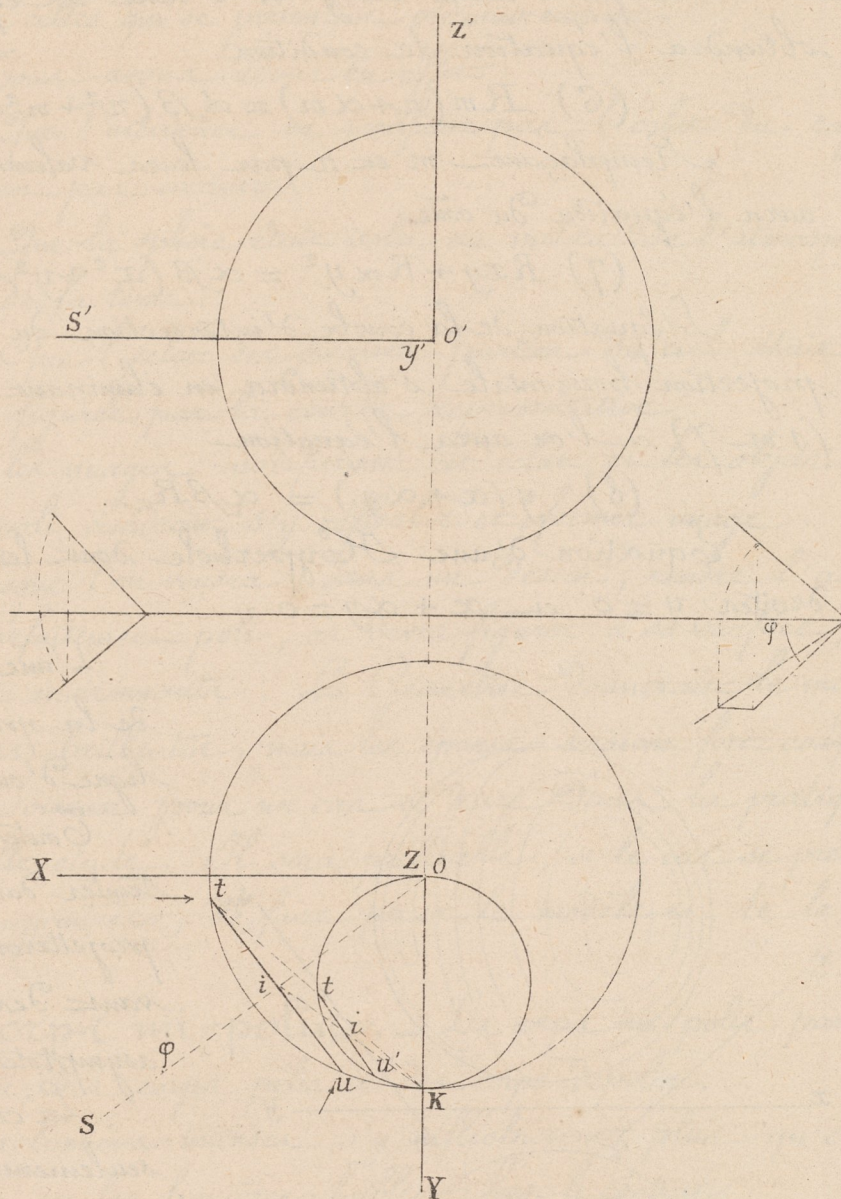
$$(1) \quad x^2 + y^2 + z^2 = R^2,$$

l'équation de la grande sphère:

La petite sphère aura pour équation:

$$x^2 + \left(y - \frac{R}{2}\right)^2 + z^2 = \frac{R^2}{4} \text{ ou en simplifiant}$$

$$(2) \quad x^2 + y^2 - Ry + z^2 = 0.$$



Un plan perpendiculaire au rayon lumineux aura pour équation

$$(3) \quad y = -\frac{1}{L} x + \beta \quad \beta \text{ étant indéterminé.}$$

Les Equations 2 et 3 définissent la directrice du cône.

Le cône ayant son sommet à l'origine, les équations d'une

ses génératrices, seront :

$$(4) \quad y = mz.$$

$$(5) \quad x = nz.$$

On exprimera que cette droite rencontre la directrice ; on éliminera pour cela x y z = entre les équations 2.3.4 et 5. On obtiendra l'équation de condition

$$(6) \quad Rm(n + \alpha m) = \alpha \beta (n^2 + m^2 + 1).$$

Remplaçant m et n par leurs valeurs tirées de (4 et 5) on aura l'équation du cône

$$(7) \quad Rxy + R\alpha y^2 = \alpha \beta (x^2 + y^2 + z^2)$$

L'équation de la courbe d'intersection du cône et de la sphère en projection horizontale s'obtiendra en éliminant z entre les équations (1 et 7) et l'on aura l'équation

$$(8) \quad y(x + \alpha y) = \alpha \beta R.$$

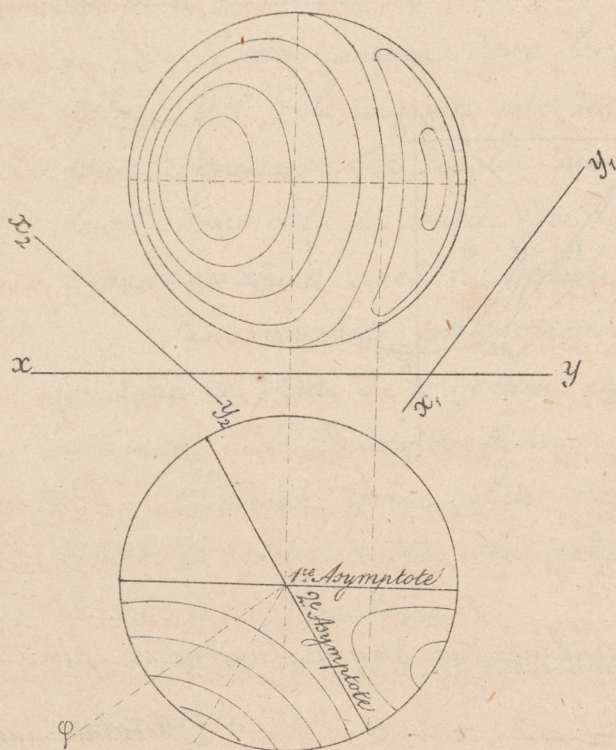
Equation d'une Hyperbole dont les asymptotes sont les droites $y = 0$ et $x + \alpha y = 0$.

L'une est le méridien de front de la sphère, l'autre est la ligne d'ombre propre.

Toutes les lignes d'égales teintes dans cette hypothèse se projettent horizontalement suivant des hyperboles ayant mêmes asymptotes.

La connaissance d'un point seulement suffira donc pour les tracer par pointé. On en déduira ensuite les courbes en projection verticale.

L'épure projection verticale, une fois faite en prenant x , y , pour ligne de terre, la sphère se présentera dans la position ordinaire d'une élévation ; en



prenant $x_2 \frac{1}{2}$ on la verra en plan.

On ne s'étendra pas d'avantage sur l'étude d'une sphère polie placée dans les conditions précédentes, conditionna tout-à-fait en dehors de celles qui se présentent ordinairement.

Nous avons admis en effet :

1^o Que l'incidence ne modifiait pas l'éclat du rayon réfléchi (ce qui n'est pas exact)

2^o Que la sphère était isolée au milieu de l'atmosphère et placée très-loin de la terre.

3^o Que l'éclat des divers parties du ciel était conforme à la loi figurée par la courbe représentative.

Or les nuages modifieront cet éclat et les objets qui entourent le corps poli viendront s'y réfléchir et former image.

Lorsque l'on voudra, dans un dessin, rendre l'aspect d'un corps parfaitement poli, on devra figurer à sa surface, les images des objets environnants. La Géométrie donnerait le moyen de trouver ces images brillantes, mais les épures seraient fort compliquées et il serait oiseux pour un cas si rare dans la pratique, de faire une pareille étude. Il sera préférable, si le cas se présente, d'agir comme les peintres, de faire passer le modèle et de le copier.

Corps mi-polis. — Les corps mi-polis participent, comme propriétés, des corps polis et des corps dépolis.

Les lumières intenses s'y réfléchissent plus qu'elles ne s'y diffusent, et les lumières faibles font le contraire.

Une lumière intense donnera donc lieu sur leur surface à une image brillante, comme s'ils étaient polis. Nous chercherons ce point brillant comme nous l'avons fait ci-dessus.

Nous tracerons l'ombre propre comme si la surface était dépolie, et nous adopterons comme lignes de teinter, une série de courbes passant graduellement du point brillant à la ligne d'ombre propre.

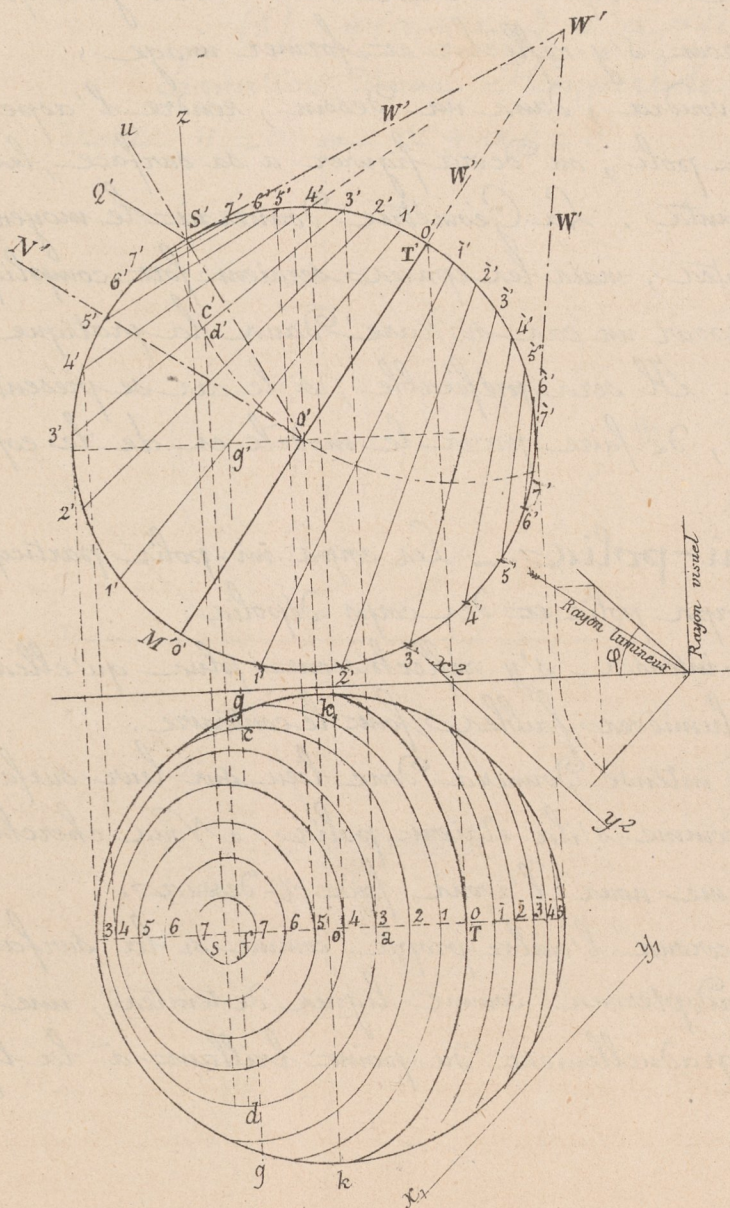
Epure. — Nous avons adopté la construction conventionnelle suivante, s'appliquant à un observateur qui regarderait la projection horizontale. oo' est le centre de la sphère. Le rayon lumineux est rendu par une rotation parallèle au plan vertical et projeté à l'angle φ sur ce plan.

Le point brillant sera situé sur le méridien de front.

Le rayon visuel est perpendiculaire au plan horizontal. On a mené le rayon lumineux $N'O'$ qui passerait par le centre. La bissectrice $O'S'$ a donné en $S'S$ le point brillant.

L'ombre propre est déterminée par le grand cercle $M'T'$ perpendiculaire au rayon lumineux.

Pour simplifier, on a pris pour lignes de teinte des courbes planes.



On a mené le plan tangent $S'W'$ au point brillant et l'on a pris l'intersection projetée tout entière en W' de ce plan tangent et du plan d'ombre propre.

Les lignes de teinte seront les sections faites par des plans non plus parallèles, mais passant tous par la ligne W' perpendiculaire au plan vertical.

Comme pour la sphère dépolie, on a pris sept plans divisant l'hémisphère éclairé en 8 zones.

A cet effet, l'arc $T'S'$ a été partagé en 8 parties égales. Ces lignes ont été affectées de nombres positifs. On a prolongé le même tracé

Dans l'hémisphère ombré et les lignes ont été affectées de nombres négatifs.

On remarquera que dans une sphère polie ou mi-polie, le point brillant est beaucoup plus éloigné du contour apparent que dans une sphère dépolie. Le contour apparent est plus sombre sur la sphère mi-polie que sur l'autre.

Échelles de teintes. (Voir les échelles données à la fin du cours).

Ayant tracé les lignes de teintes sur une sphère polie ou mi-polie, il sera facile d'en déduire les lignes de teintes sur des cylindres ou sur des cônes de révolution placés dans des positions quelconques.

Il suffira de circonscire à la sphère, le cylindre ou le cône, de déterminer la ligne de contact, de prendre les points de rencontre de cette ligne avec les courbes de teintes et de faire passer par ces points, les génératrices des cônes ou des cylindres dont on veut faire le lavage.

Les échelles de teintes adoptées sont au nombre de quinze. Elles s'appliquent aux corps mi-polis qui sont ceux que l'on rencontre le plus souvent dans le dessin de machines.

Cylindres. — L'Échelle N^o 1 s'applique aux cylindres en relief ou en creux dont les génératrices seraient perpendiculaires aux plans de projection ou parallèles à la ligne de terre.

Les Échelles N^{os} 2 et 3 donnent les lignes de teintes pour un cylindre en relief ou en creux dont les génératrices seraient parallèles au plan horizontal, ou au plan vertical, ou à un plan de profil et seraient, de plus, inclinées à 45° et perpendiculaires en projection au rayon lumineux.

L'Échelle N^o 2 s'applique au plan, et l'Échelle N^o 3 à l'élévation.

Nous appellerons ce cylindre, cylindre à 45° , en lumière. Les Échelles 4 et 5 s'appliquent à un cylindre à 45° dans l'ombre. Les génératrices sont inclinées à 45° en projection horizontale, mais

parallèles et non plus perpendiculaires au plan projetant horizontalement le rayon lumineux. Pour s'en servir, on prend sur une bande de papier la largeur du cylindre que l'on veut tracer, on inscrit cette bande entre les lignes extrêmes de l'échelle et on reporte ensuite ces points sur la base du cylindre.

Cônes. — On a pris des cônes de révolution dont les axes seraient perpendiculaires aux plans de projection, ou parallèles à la ligne de terre.

A cet effet, on a divisé le demi-meridien de la sphère en huit parties égales, ce qui a déterminé des parallèles, le long desquelles on a circonscrit des cônes à pointe en haut, et à pointe en bas.

Les demi-angles au sommet de ces cônes seront donc en commençant par le plus aigu: $22^{\circ}\frac{1}{2}$ — 45° et $67^{\circ}\frac{1}{2}$.

Les Echelles 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, s'appliquent à ces cônes, les unes aux élévations, les autres aux plans.

Pour se servir de ces échelles sur les plans, on les inscrit entre les deux tangentes à 45° menées à la base du cône et perpendiculairement au rayon lumineux, on ramène les points obtenus sur le cercle de base par de nouvelles lignes à 45° et l'on obtient ainsi les pieds des génératrices qui formeront les lignes de teintes. Le croquis qui accompagne chaque échelle fait comprendre cette manière d'opérer.

Contours apparents circulaires. — L'Echelle N° 15 donne les points où les lignes de teintes viennent se raccorder avec le contour apparent d'une surface lorsque ce contour apparent est la projection d'un cercle parallèle au plan de projection.

C'est le cas pour la sphère, le tore et le plus généralement pour toute surface de révolution projetée sur un plan perpendiculaire à son axe.

On s'en sert comme on l'a indiqué pour les cônes en plan.

Sujet du 1^{er} Exercice de Lavis Théorique.

On devra, dans le premier Lavis Théorique, faire l'application des échelles précédentes au lavis de cylindres et de cônes dans les positions auxquelles se rapportent ces échelles.

On les utilisera également pour la représentation d'une sphère et d'une portion de tore, engendrée par un arc de cercle MN de 90° tournant autour d'une droite Zz située dans son plan.

Si nous prenons sur cette surface le parallèle M , le cône qui serait circonscrit le long de ce parallèle serait un cône à 45° pointe en bas, en élévation (échelle n^o 11'). Nous aurons donc, en nous servant de cette échelle 11' des points de courbes de teintes sur la ligne M . Au point P , milieu de l'arc MQ , le parallèle correspondant servirait de ligne de contact à un cône de $22^\circ \frac{1}{2}$ pointe en bas, en élévation et ainsi de suite. On aura, de

cette manière, assez de points des courbes de teintes pour les tracer facilement.

On remarquera que la courbe des points n^o 0 sera la ligne d'ombre propre, réelle ou virtuelle.

Pour la sphère, on procédera de même, mais en se servant en plus des

échelles des cylindres à 45° dans l'ombre et dans la lumière (échelles n^{os} 2' et 4') et de l'échelle n^o 15' qui donnera les points situés sur les contours apparents.

Principe des Couleurs.

Tons simples et purs. — En peinture, lorsqu'on ne cherche pas à se tenir dans les lois rigoureuses de la physique, on admet trois couleurs simples, que nous nommerons les tons simples, et qui, par leur réunion, formeront le blanc, ce sont :

- Le Jaune, couleur claire et brillante,
- Le Rouge, couleur éclatante et demi-claire,
- Le Bleu, couleur sombre.