

et nous venons de voir que c'est la normale principale AI , projetée horizontalement suivant ao ; on aura donc:

$$\rho = \lim \frac{\overline{AB}^2}{2 \overline{BG}}$$

Mais, en projection horizontale, on aura aussi:

$$R = \lim \frac{\overline{AB}^2}{2 \overline{bg}}, \text{ et comme } \overline{bg} = \overline{BG}$$

$$\frac{\rho}{R} = \frac{\overline{AB}^2}{ab^2} \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \text{ d'où:}$$

$$\rho = \frac{R}{\cos^2 \alpha}$$

Hélicoïde développable.

On nomme surface hélicoïde, toute surface engendrée soit par une courbe, soit par une autre surface, se déplaçant hélicoïdalement: c'est-à-dire liée invariablement à une génératrice d'un cylindre que l'on ferait tourner sur ce cylindre en la faisant monter de quantités proportionnelles aux angles de rotation.

Il est facile de voir que dans un mouvement hélicoïdal, tous les points de la surface ou de la courbe entraînée décrivent, sur des cylindres concentriques, des hélices de même pas et de même sens.

Deux hélices quelconques, n'étant pas sur le même cylindre ne seront pas égales; mais deux points situés à la même distance de l'axe décriront des hélices égales.

On nomme axe d'une surface hélicoïdale, l'axe commun à tous les cylindres sur lesquels sont décrits les hélices.

Si la surface mobile est un plan, la surface enveloppe sera développable: ce sera un hélicoïde développable.

Pour en étudier les propriétés, prenons le plan mobile lorsqu'il est dans la position $P \propto S'$, perpendiculaire au plan vertical. — Soit $ZZ''Z'$ l'axe de la rotation hélicoïdale.

Soit α l'angle de ce plan et du plan horizontal.

Soit h le pas réduit du mouvement hélicoïdal, c'est-à-dire la hauteur dont on s'élève pour un angle de rotation ω égal à 1.

Cherchons l'intersection du plan P et du plan infiniment voisin.

A cet effet, commençons par faire tourner le plan d'un angle ω , mais sans le faire monter. — La trace horizontale PD prendra la position $P'D'$.

Faisons-le monter d'une hauteur, l , répondant à l'angle ω , c'est-à-dire d'une hauteur $l = h\omega$.

La trace devra être reculée en QK parallèlement à $P'D'$ et d'une quantité

$$KD' = \frac{l}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{h\omega}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Les deux traces PD & KQ se coupent en M . — Par ce point passe l'intersection des 2 plans, laquelle est, à la limite, parallèle au plan vertical.

(On démontrera cette dernière assertion, par la considération du Cône Directeur, enveloppe des plans menés par un même point et paral-

lèlement au plan mobile. — Ce cône sera de révolution, et sa génératrice répondant au plan $P \propto S'$ sera parallèle au plan vertical).

Cela posé, il faut chercher la longueur de MD .

À la limite, la corde DD' est perpendiculaire sur ZD' .

$$\text{On aura donc : } MD = MI + ID = \frac{KD'}{\sin \omega} = \frac{KD'}{\omega}$$

$$\text{Mais } KD' = \frac{h\omega}{\operatorname{tg} \alpha}, \quad \text{Donc : } MD = h \cdot \cotg \alpha.$$

Ainsi, la caractéristique a pour projections une droite mn , $m'n'$ parallèle au plan vertical, inclinée à l'angle α sur le plan horizontal et située à une distance $h \cotg \alpha$ en avant de l'axe, c'est-à-dire tangente à un cylindre de rayon $r = h \cotg \alpha$.



