

Sujet de la 5^e Épure.

Surface d'égale pente, à directrice elliptique horizontale.
(Voir le Programme)

Détermination d'une Génératrice quelconque.

Soit $abcd$, $a'b'c'd'$, l'Ellipse directrice, $m m'$ un point, et mt la tangente en ce point.

Construisons dans une partie libre de la feuille le cône directeur; il est de révolution et son angle avec le plan horizontal est α . — Soit SS' le sommet de ce cône. Menons à ce cône un plan tangent parallèle à la tangente mt . — Il suffira pour cela de mener à son cercle de base une tangente nq parallèle à mt . La génératrice de la surface sera la droite mp , $m'p'$, menée parallèlement à la génératrice de contact sn , $s'n'$ du cône.

On voit que: — 1^o En projection horizontale les génératrices sont normales à l'ellipse.

2^o L'enveloppe de ces normales sera la développée de l'Ellipse.

3^o L'arête de rebroussement sera dans l'espace l'intersection de la surface par un cylindre vertical qui aurait cette développée pour base.

4^o Si l'on coupe la surface par un plan horizontal, les génératrices ayant une pente constante seront coupées toutes à une même distance de l'Ellipse directrice. — On aura donc cette section en augmentant ou en diminuant les normales à l'ellipse d'une quantité constante, ce qui donnera les développantes de la développée de l'Ellipse.

Lignes doubles de la Surface.

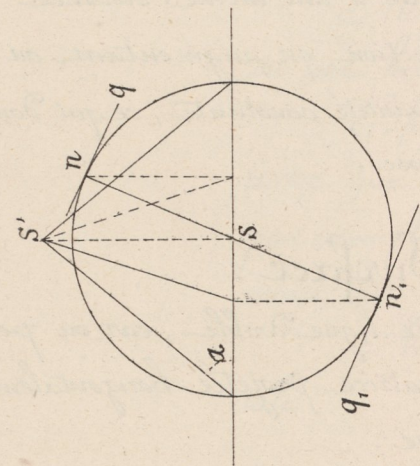
1^o L'Ellipse directrice est une première ligne double, car on peut, par chacun de ses points, mener une génératrice projetée horizontalement soit en dedans, soit en dehors de cette Ellipse.

2^o Soit m , le point de l'Ellipse symétrique du point m , par rapport au grand axe;

Les deux génératrices intérieures, menées par m et par m , se coupent horizontalement sur le grand axe, et par suite, dans l'espace,

Demi-coupe de front . OZ.

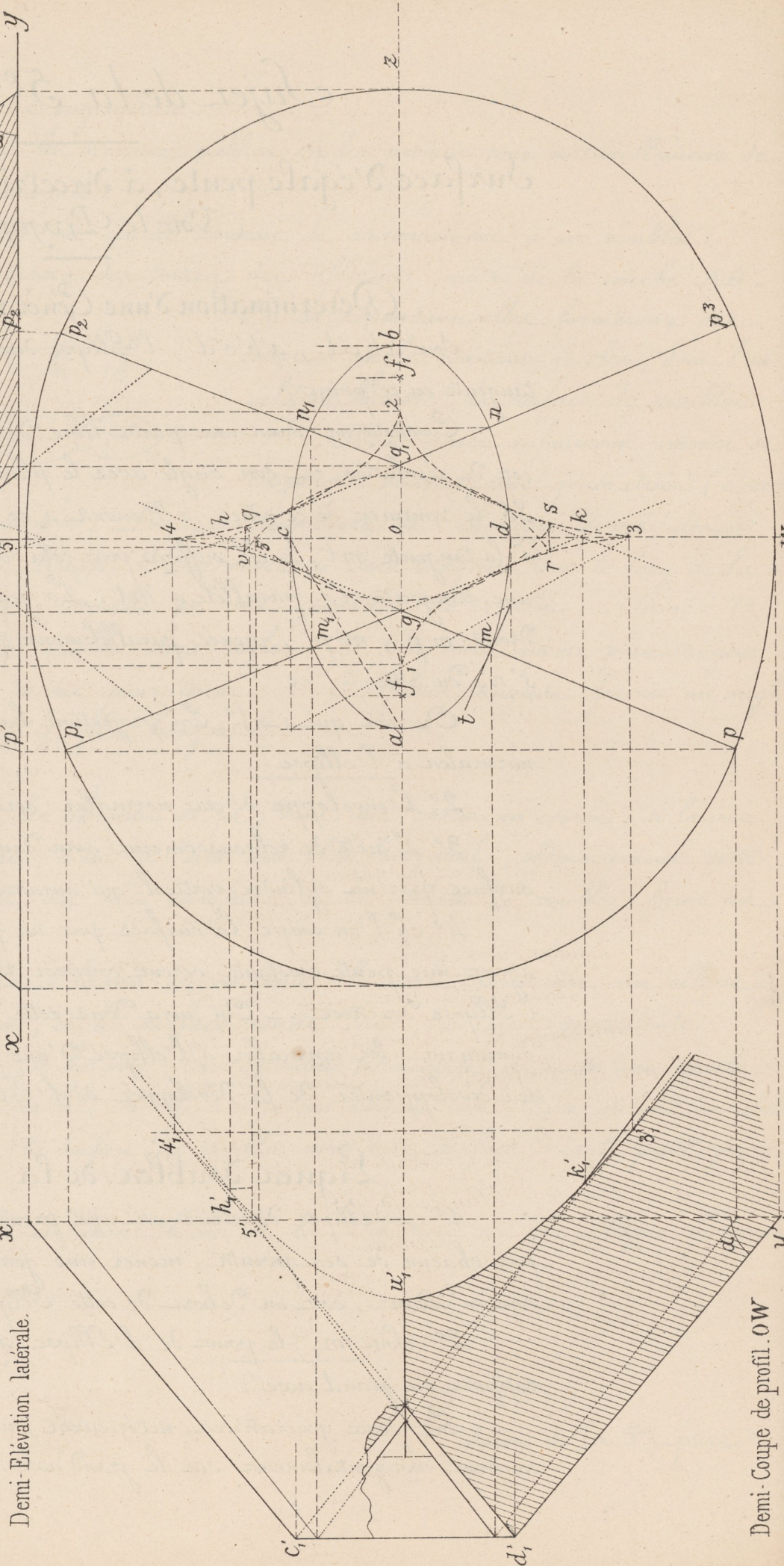
Demi - Elevation.



Demi - Elevation latérale.

x x

y



Demi - Coupe de profil . OW

se coupent dans le plan de front qui a ce grand axe pour trace.

Nous aurons ainsi une 2.^e ligne double dans ce plan.

Il serait facile de démontrer que cette ligne double est une Ellipse $f'1'g'g_2f_1$.

Dès lors, on pourrait considérer la surface développable comme étant définie par deux directrices: l'Ellipse horizontale $abcd$, et l'Ellipse de front $f'g'g_2f_1$.

Nous avons étudié les particularités de ce mode de génération, et nous avons reconnu que si l'on prend les points b' en a' où l'Ellipse horizontale coupe le plan de l'autre, en menant de ces points des tangentes $b'2'$ en $a'1'$ à l'Ellipse de front, on trouve deux parties parasites, en f_12 en f_11 , et une partie utile $1'l'2'$.

Les points $1'$ en $2'$ ont pour projection horizontale les rebroussements de la développée de l'Ellipse. — Ces points dans l'espace sont eux-mêmes des rebroussements de l'arête de rebroussement.

3.^o Si nous prenons le plan de profil 3, 4, qui passerait par le petit axe, il est facile de voir que les génératrices de gauche en de droite se couperont deux à deux dans ce plan.

Il y aura donc une 3.^e ligne double dans ce plan de profil (voir la demi-coupe de profil)

On démontrerait facilement:

1.^o Que c'est une hyperbole.

2.^o Qu'en lui menant des tangentes par les points d_1 en C_1 on la divisera en une branche utile $4_1u_13_1$ et deux branches parasites.

3.^o Que les points de passage, 3_1 en 4_1 sont les projections sur le plan de profil des points 3 & 4 de l'arête de rebroussement qui sont projetés horizontalement aux sommets de la développée.

4.^o Qu'en ces points, dans l'espace, l'arête de rebroussement présente, elle-même, des rebroussements.

Enfin il existerait une 4.^e Ligne double située toute entière à l'infini, car les génératrices sont deux à deux parallèles.

Enfin, on cherchera en $p p_1 p_2 p_3$ la trace de la surface extérieure sur le plan horizontal. C'est une développante extérieure de la développée de l'Ellipse.

On aura en $vg\ rs$, la trace horizontale de la surface intérieure.
C'est encore une développante de la développée de l'Ellipse, mais elle présente des rebroussements et des points doubles faciles à déterminer directement.

Problème I. — Plan tangent en un point pris sur la surface.
On mène la génératrice du point, et la tangente à la directrice par le point où cette génératrice la rencontre.

Problème II. — Plan tangent par un point extérieur.
On y transporte, parallèlement à lui-même, le sommet du cône directeur. — On prend la trace de ce dernier sur le plan de la Directrice de la surface, et on mène une tangente commune à cette trace et à la Directrice.

Problème III. — Plan tangent parallèle à une droite donnée.
On mène au cône directeur un plan tangent parallèle à la droite donnée. — On détermine, sur le cône, la génératrice de contact. — On cherche, sur la surface, la droite qui est parallèle à cette génératrice du cône.

Remarque. — Les questions d'ombre se résolvent sur les développables à l'aide des problèmes qui précèdent.

Helice Cyindrique.

On appelle hélice sur un cylindre de révolution, la courbe qui coupe toutes les génératrices sous un angle constant.

Si l'on développe le cylindre, la transformée de la courbe sera une ligne droite.

Considérons le développement. — Nous savons que les longueurs et les angles finis y sont conservés, — ce qui nous permet de dire : Que l'hélice est la courbe engendrée sur un cylindre par un point qui, se déplaçant sur une génératrice, y décrit des longueurs se qui sont dans un rapport constant avec les arcs décrits sur la base du cylindre par