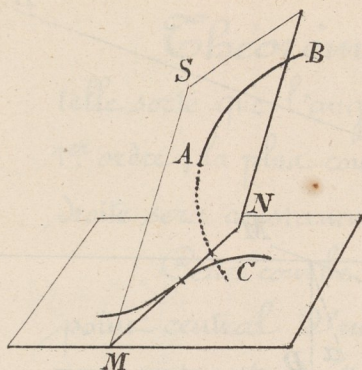


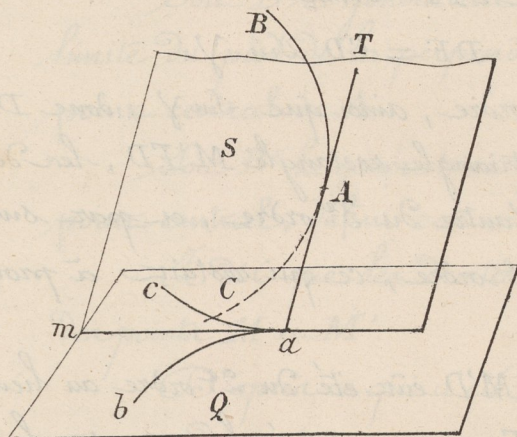


à la courbe est dans le plan osculateur; par suite il y aura des points situés en projection de part et d'autre de la trace MN du plan osculateur, laquelle sera d'ailleurs tangente à la projection.

2°. Si l'œil est situé sur le prolongement de la tangente, ou si les projetantes sont parallèles à cette tangente, la courbe présente un point d'inflexion.

En effet: soit S le plan osculateur traversé en A par la courbe; am sa trace sur le plan de projection;

TA la tangente, contenant l'œil, à distance finie ou infinie;



En projection, la trace, am , du plan osculateur sera la tangente; — il y aura des points situés, en projection, de part et d'autre de am .

De plus il n'y aura pas de points au delà du point a . Donc, la courbe, en projection, présentera un rebroussement de 1^{re} Espèce.

Remarque. — La projection abc est la base du cône perspectif ou du cylindre projetant de la courbe BAC .

Ce cylindre ou ce cône, présentent donc un rebroussement tout le long de la génératrice TA .

Surfaces.

Nous considérerons une surface, soit comme le lieu géométrique d'une ligne (droite ou courbe) appelée génératrice, assujettie à se mouvoir suivant une loi déterminée; soit comme l'enveloppe d'une surface mobile.

Dans ce dernier cas, la surface enveloppe est le lieu géométrique de la courbe d'intersection de la surface mobile dans deux de ses positions infiniment voisines.

Cette intersection de deux surfaces enveloppées infiniment voisines se nomme la caractéristique de la surface enveloppe.

Plan tangent. — Le plan tangent en un point d'une surface, est le lieu géométrique des tangentes à toutes les courbes tracées, par ce point, sur la surface. (Démontre en Analyse).

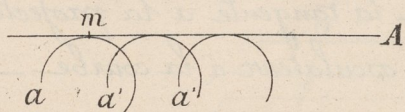
Surfaces circonscrites. — Deux surfaces sont circonscrites l'une à l'autre lorsqu'elles ont des plans tangents communs en tous les points d'une même courbe, que l'on nomme courbe de contact.

Une surface quelconque peut être considérée comme l'enveloppe de toutes les surfaces que l'on voudrait lui circonscrire.

Par exemple : Une sphère est l'enveloppe de ses cônes circonscrits.
— Un cône de révolution est l'enveloppe de ses sphères inscrites.

Théorème. — La surface enveloppe est tangente à son enveloppée, tout le long de la caractéristique.

En effet, si l'on coupe par un plan quelconque Q , on obtiendra dans la surface mobile, une série de courbes, $a, a', a'' \dots$ qui auront pour enveloppe la courbe A obtenue comme section dans la surface enveloppe.



La courbe A sera tangente à la courbe a au point m ; et comme il en sera

de même pour tout autre plan passant également par le point m , il en résulte que la surface mobile et son enveloppe auront les mêmes tangentes pour toutes les sections passant par m , et par suite auront même plan tangent au point m de la caractéristique.

C. Q. F. D.

Contours apparents perspectifs ou projectifs des Surfaces. — Lignes d'ombres propres, et d'ombres portées.

On ne fera qu'énoncer les théorèmes qui suivent, sans les démontrer.

Définition. — Le contour apparent projectif ou perspectif d'une surface sur un tableau, est l'enveloppe des traces sur ce tableau, de tous

les plans tangents menés à la surface, soit par l'œil du spectateur, soit parallèlement aux projetantes.

Dans le cas des ombres, les rayons lumineux peuvent être considérés comme des projetantes obliques, et ce contour apparent devient l'ombre portée par la surface.

Théorème I. Le contour apparent ou l'ombre d'une surface sur un tableau est la base d'un cône ou d'un cylindre circonscrit à la surface et dont les génératrices passeraient par l'œil du spectateur (ou par le flambeau), situé à distance finie ou infinie.

Théorème II. Le contour apparent, dans l'espace, (ou la ligne d'ombre propre) est la ligne de contact du cône précédent et de la surface.

Théorème III. Quand une courbe est tracée sur une surface, sa projection, sa perspective, ou son ombre portée sont tangentes au contour apparent perspectif ou projeté, ou à la ligne d'ombre portée de cette surface.

Exception, dans le cas où la tangente à la courbe de l'espace, au point où elle rencontre le contour apparent dans l'espace, ou la ligne d'ombre propre serait un rayon visuel ou un rayon lumineux.

Dans ce cas, on a vu que la tangente à la projection était la trace, sur le plan du tableau, du plan osculateur à la courbe. — La courbe projetée présente un rebroussement.

Théorème IV. Lorsqu'une surface est l'enveloppe d'une surface mobile, le contour apparent, projeté ou perspectif de la surface enveloppe est l'enveloppe des contours apparents de la surface mobile. — L'ombre portée est l'enveloppe des ombres portées par la surface mobile.

Surfaces réglées.

On nomme ainsi toute surface dont les génératrices sont des droites. On la divise en deux classes : les surfaces gauches et les surfaces