

Conséquences. — La courbe $A'B'$ peut être engendrée par un point de la tangente à la développée AB , en supposant que cette tangente roule, sans glisser, sur la courbe AB .

Développante d'une Courbe.

C'est la courbe engendrée par un point d'une droite qui roule, sans glisser, sur une courbe.

Ainsi, $A'B'$ est une développante de AB .

Un autre point M' , de la tangente engendrera une autre développante.

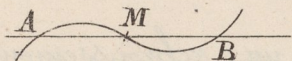
1^o Une courbe donnée, AB , a donc une infinité de développantes.

2^o La droite mobile est normale à toutes les développantes; autrement dit: — Une développante d'une courbe est la trajectoire orthogonale de toutes les tangentes à cette courbe.

3^o Une courbe est la développée de toutes ses développantes.

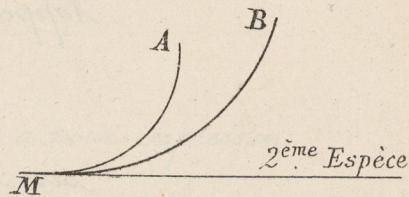
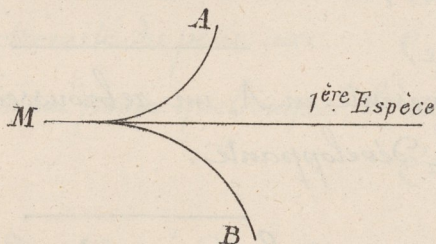
Points singuliers d'une Courbe.

Point d'inflexion. — En ce point la tangente est la limite d'une sécante dont 3 points se sont confondus en un seul.



Dans ce cas, le cercle osculateur devient une droite: le rayon de courbure est infini.

Point de rebroussement de 1^{re} Espèce. — En ce point M , 2 branches de courbe sont tangentes à la même droite et situées de part et d'autre de cette droite.



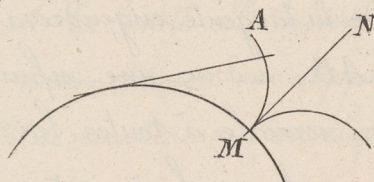
Point de rebroussement de 2^e Espèce. — Les deux branches de courbe sont situées d'un même côté de la tangente.

Un Sommet est un point pour lequel le rayon de courbure est maximum ou minimum.

Le cercle osculateur, au lieu de traverser la courbe en tout entier soit en dedans, soit en dehors. Il a 4 points de commun avec elle.

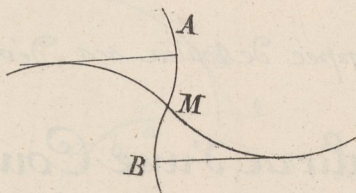
Rebroussements d'une développante.

Une développante d'une courbe rencontre cette courbe, et présente un point M de rencontre un rebroussement de 1^{re} Espèce.

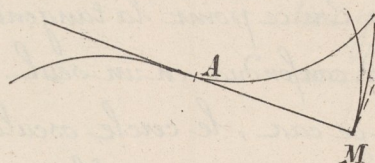


La tangente est la normale MN à la courbe

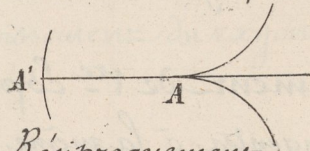
Cependant si au point de rencontre M , la courbe présente une inflexion, il en sera de même de la développante, qui, de plus, traversera la courbe.



Si une courbe présente une inflexion en A , sa développante présentera en M un rebroussement de deuxième Espèce.



Si une courbe présente en A un rebroussement de 1^{re} Espèce sa développante présentera en A' un sommet.



Réciproquement Si une courbe présente en A' un sommet, sa développée présentera en A , un rebroussement de 1^{re} Espèce.

Si la courbe présente en A , un rebroussement de 2^e Espèce, il en sera de même de la développante.

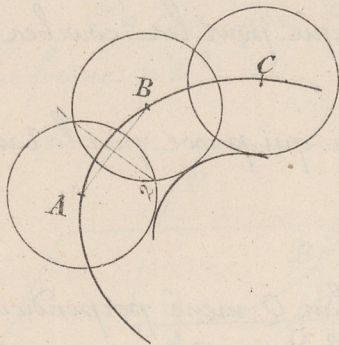
Courbes enveloppes de cercles égaux.

Leur rebroussements.

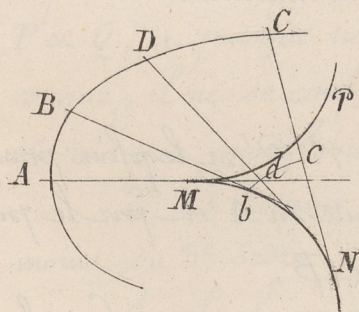
Soit une courbe directrice ABC , et un cercle mobile, dont le centre se déplace sur cette courbe.

Lorsque deux cercles se coupent, les points d'intersection 1 et 2 sont sur une même perpendiculaire à la ligne des centres AB .

A la limite, cette perpendiculaire devient la normale à la courbe ABC; si le cercle mobile a un rayon constant, les points de la courbe enveloppe seront sur les normales à la courbe directrice et à des distances constantes de cette courbe. — L'enveloppe sera donc formée par deux développantes de la développée de la directrice.



Soit NMP cette développée, et c, d, b , la développante. Cette dernière présentera un rebroussement au point b où elle rencontre la développée.



Maïs Bb est égal à R , rayon du cercle; R est aussi le rayon de courbure de la directrice au point B . — Donc: Une enveloppe de cercles égaux présente des rebroussements aux points pour lesquels le rayon de courbure de la courbe décrite par le centre du cercle est égal au rayon de ce cercle.

Développée de l'Ellipse.

On fera bien de s'exercer à tracer les développées de certaines courbes usuelles et les développantes de ces développées.

Le rayon de courbure de l'Ellipse, à l'extrémité du grand axe a pour expression :

$$\rho_1 = \frac{b^2}{a}$$

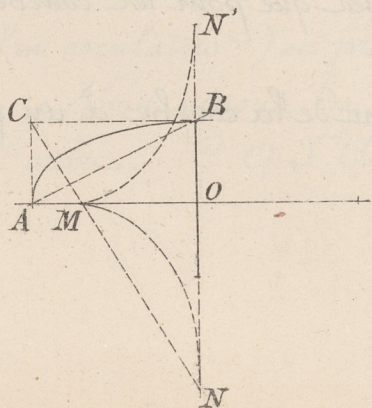
et à l'extrémité du petit axe :

$$\rho_2 = \frac{a^2}{b}$$

En un point quelconque, le rayon de courbure a pour expression

$$\rho' = \frac{b'^3}{ab}$$

b' étant le demi-diamètre parallèle à la tangente au point considéré.



On obtient les deux centres de courbure correspondant aux sommets en M et N , en construisant le rectangle $OACB$ sur les deux demi-axes, menant la diagonale AB et abaissant du point C une perpendiculaire CMN sur cette diagonale.