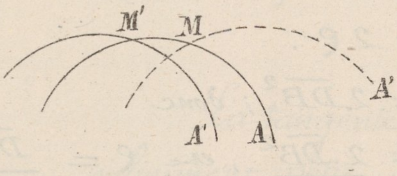


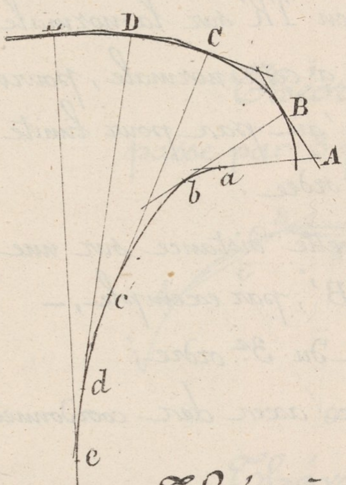
Soit A la courbe mobile,

A et A', cette même courbe dans les deux positions infiniment voisines.

A la limite M' et M'' seront deux points du lieu, qui seront confondus en un seul. — La droite $M'M''$ est aussi bien une sécante de la courbe A que du lieu des points M.

A la limite elle devient une tangente non-seulement de la courbe mobile, mais de son enveloppe. C.Q.F.D.

Une courbe est l'enveloppe de ses tangentes.

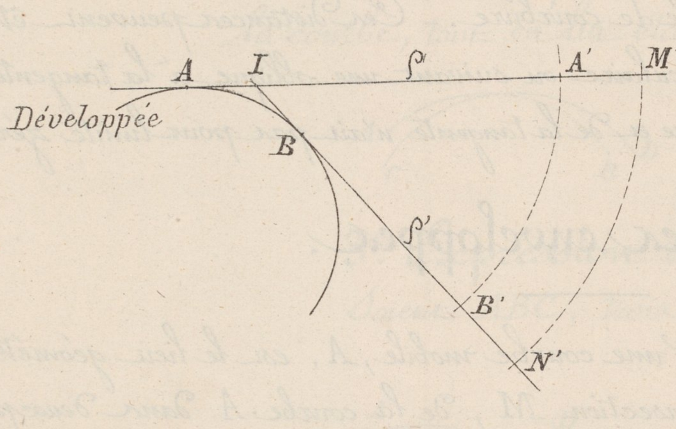


Développée.

On nomme développée d'une courbe, l'enveloppe des normales aux différents points de cette courbe.

On voit que la développée d'une courbe est le lieu géométrique des centres de courbure de cette courbe.

Théorème. — L'accroissement de l'arc de développée, est égal à l'accroissement du rayon de courbure.



Soient $A'B'$ la courbe, et AB sa développée;

ρ et ρ' les 2 rayons de courbure, on a:

$$AA' = \rho \qquad BB' = \rho'$$

Evaluons $\rho - \rho'$, ou $AA' - BB'$.

On a, en négligeant les infiniment petits du 2.e ou du 3.e ordre, ce que l'on peut faire, puisque nous évaluons ici la limite du rapport de l'arc AB qui est du 1.er ordre à $\rho - \rho'$ qui est du même ordre

$$B'I = A'I \quad , \quad BI = AI \quad , \text{ et } AI + BI = \text{Arc}\,AB$$

$$\text{Donc: } AA' - BB' = \underbrace{A'I + AI}_{AA'} - \underbrace{(B'I - BI)}_{BB'} = AI + BI = \text{Arc}\,AB \text{, C.Q.F.D.}$$

Conséquences. — La courbe A'B' peut être engendrée par un point de la tangente à la développée AB, en supposant que cette tangente roule, sans glisser, sur la courbe AB.

Développante d'une Courbe.

C'est la courbe engendrée par un point d'une droite qui roule, sans glisser, sur une courbe.

Ainsi, A'B' est une développante de AB.

Un autre point M', de la tangente engendrera une autre développante.

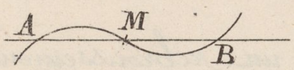
1°. Une courbe donnée, AB, a donc une infinité de développantes.

2°. La droite mobile est normale à toutes les développantes; autrement dit: — Une développante d'une courbe est la trajectoire orthogonale de toutes les tangentes à cette courbe.

3°. Une courbe est la développée de toutes ses développantes.

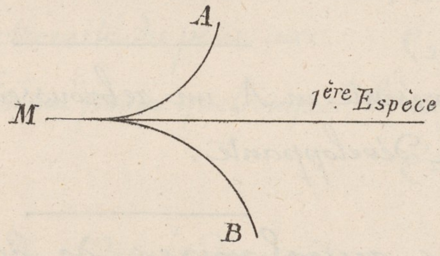
Points singuliers d'une Courbe.

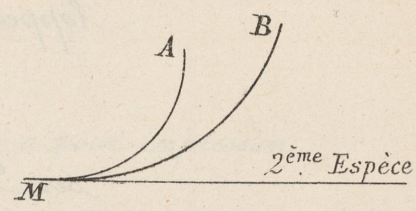
Point d'inflexion. — En ce point la tangente est la limite d'une sécante dont 3 points se sont confondus en un seul.



Dans ce cas, le cercle osculateur devient une droite: le rayon de courbure est infini.

Point de rebroussement de 1re Espèce. — En ce point M, 2 branches de courbe sont tangentes à la même droite et situées de part et d'autre de cette droite.





Point de rebroussement de 2e Espèce. — Les deux branches de courbe sont situées d'un même côté de la tangente.

Un Sommet est un point pour lequel le rayon de courbure est maximum ou minimum.