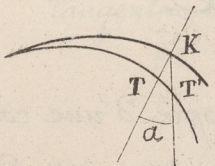


$$\begin{aligned} \overline{DA} \times \overline{DB} &= DC \times (DC + CK) \\ \text{à la limite} \quad DC + CK &= 2 \varrho . \\ \text{et} \quad \overline{DA} \times \overline{DB} &= 2 \overline{DB}^2 ; \text{ donc} \\ 2 \varrho &= \frac{2 \overline{DB}^2}{DC}, \text{ et } \varrho = \frac{\overline{DB}^2}{DC} \end{aligned}$$

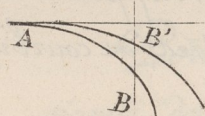
Expression commode, et dont on se servira plus loin.

Remarque. On a vu que la distance TK qui séparait un point d'une courbe, du point du cercle osculateur situé sur la même normale était du 3^e ordre.

Si cette distance était comptée, non plus en TK sur la normale, mais en $T'K$ sur une ligne oblique à cette normale, pourvu que l'angle α ainsi formé n'ait pas pour limite 1 droit, elle serait encore du 3^e ordre.



C'est ce qui arrivera si l'on compte cette distance sur une perpendiculaire à la tangente, en BB' , par exemple, —

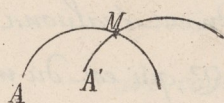


BB' est du 3^e ordre ;
ou sur une parallèle aux axes des coordonnées.

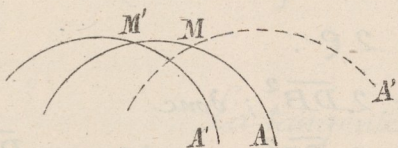
Conséquences. — Deux courbes, tangentes au même point à une même droite et dont les distances à la tangente diffèrent entre elles de quantités du 3^e ordre, auront le même cercle de courbure. — Ces distances peuvent être comptées suivant une perpendiculaire ou suivant une oblique à la tangente, pourvu que l'angle de cette oblique et de la tangente n'ait pas pour limite zéro.

Courbes enveloppes.

La courbe enveloppe d'une courbe mobile, A , est le lieu géométrique des points d'intersection M , de la courbe A dans deux positions infiniment voisines, A et A' . — La courbe A est dite enveloppée.



Théorème. — La Courbe enveloppe est tangente à la courbe enveloppée, aux points dont elle est le lieu géométrique.



Soit A la courbe mobile,

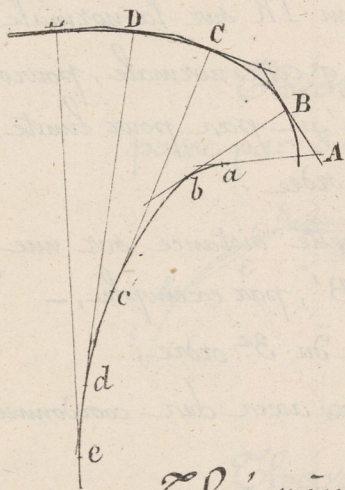
A et A' , cette même courbe dans les deux positions infiniment voisines.

A la limite M' et M'' seront deux points du lieu, qui seront confondus en un seul. — La droite $M'M''$ est aussi bien une sécante de la

courbe A que du lieu des points M .

A la limite elle devient une tangente non-seulement de la courbe mobile, mais de son enveloppe. C. Q. F. D.

Une courbe est l'enveloppe de ses tangentes.

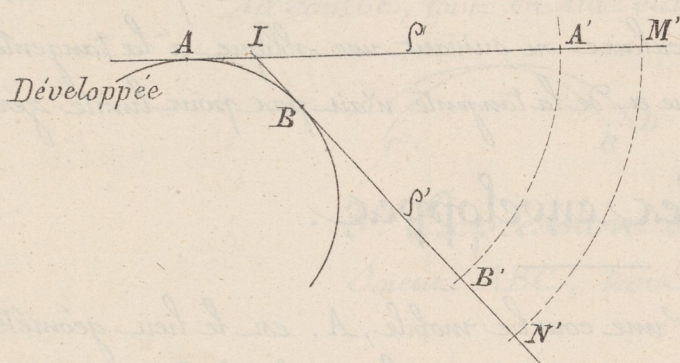


Développée.

On nomme développée d'une courbe, l'enveloppe des normales aux différents points de cette courbe.

On voit que la développée d'une courbe est le lieu géométrique des centres de courbure de cette courbe.

Théorème. — L'accroissement de l'arc de développée, est égal à l'accroissement du rayon de courbure.



Soient $A'B'$ la courbe, et AB sa développée;

ρ et ρ' les 2 rayons de courbure, on a:

$$AA' = \rho \quad BB' = \rho'$$

Évaluons $\rho - \rho'$, ou $AA' - BB'$.

On a, en négligeant les infiniment petits du 2.^e ou du 3.^e ordre, ce que l'on peut faire, puisque nous évaluons ici la limite

du rapport de l'arc AB qui est du 1.^{er} ordre à $\rho - \rho'$ qui est du même ordre

$$B'I = A'I, \quad BI = AI, \quad \text{et} \quad AI + BI = \text{Arc} AB$$

$$\text{Donc: } AA' - BB' = \underbrace{A'I + AI}_{AA'} - \underbrace{(B'I - BI)}_{BB'} = AI + BI = \text{Arc} AB, \text{ C. Q. F. D.}$$