

Toute droite tracée sur un plan a son point de fuite sur la ligne de fuite du plan.

Deux ou plusieurs plans parallèles ont leurs traces et leurs lignes de fuite parallèles.

La ligne d'horizon est la ligne de fuite du géométral. — Tous les plans horizontaux ont pour ligne de fuite la ligne d'horizon.

Toute droite horizontale a son point de fuite sur la ligne d'horizon hh' .

Division du sujet.

Les figures que l'on veut mettre en perspective sont ordinairement définies, soit en architecture, soit en mécanique, par des projections, savoir : un plan, une élévation et une coupe.

On commencera par étudier la mise en perspective des plans, c'est-à-dire des figures tracées sur le géométral ; on verra ensuite à passer du géométral aux figures de l'espace.

Tous diviseront donc le sujet en deux parties :

1^o La perspective du Géométral.

2^o La perspective des Élévations.

1^{ère} Partie.

Perspective du Géométral.

Nous nommerons Épure le dessin de l'objet fait par projections droites, et comprenant une projection horizontale et des projections verticales. C'est sur cette épure que le perspectiveur doit prendre les données qui lui sont nécessaires. (*)

Quoique cette Épure soit faite à une échelle de réduction donnée, et soit ordinairement plus petite que l'objet qu'on y a représenté, nous dirons qu'une ligne se perspective en vraie grandeur lorsqu'elle est figurée sur le tableau à la grandeur qu'elle possède sur l'épure.

(*) Les Peintres nomment Géométrale toute projection droite. Ils disent : c'est un dessin perspectif et un dessin géométral. — Ce dernier désignant un dessin fait par projections droites.

On voit facilement que sur un tableau donné il existe un plan de front et un seul, pour lequel toute figure tracée à sa surface est vue en vraie grandeur. Nous nommerons ce plan : Plan de front des vraies grandeurs.

Perspective d'une droite du Géométral.

Soit AB une droite du géométral (voir l'épure). — xy la trace du tableau ; o la projection horizontale de l'œil, et h sa hauteur au-dessus du géométral.

L'œil est en général placé sur une perpendiculaire po , élevée au milieu du tableau, et à une distance d qui varie entre 1 fois et 3 fois la largeur du tableau.

Prenons $d = \frac{3}{2} l$, environ.

Si l'on mesure les 2 rayons visuels extrêmes ox et oy , l'angle xoy se nomme l'angle optique. — Pour qu'un point apparaisse dans le tableau, il devra être situé dans l'intérieur de cet angle.

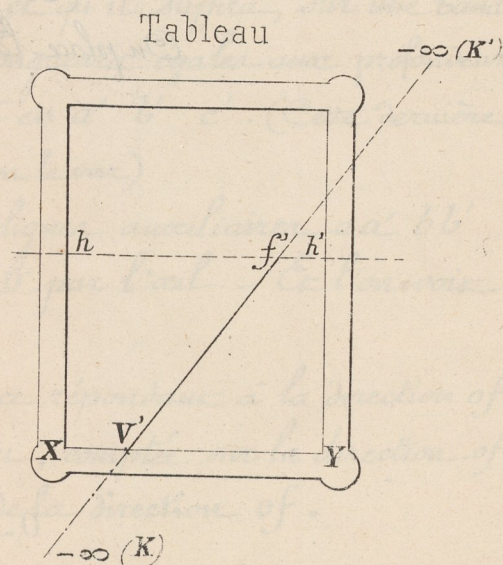
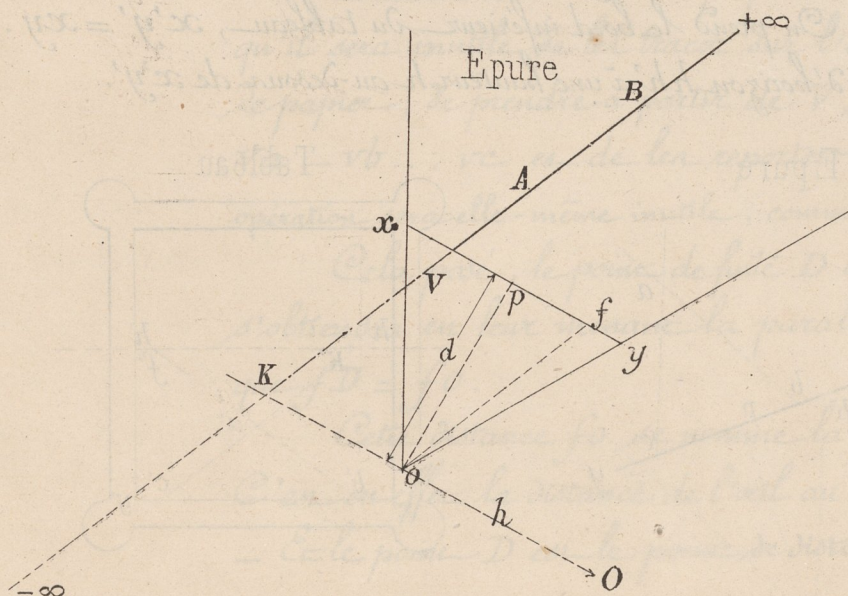
Mettons en perspective la droite AB .

Soit XY le bord inférieur du tableau en perspective ;

hh' la ligne d'horizon située à la hauteur h au-dessus de XY .

Nous déterminerons la trace V et le point de fuite f de la droite. —

A cet effet, sur l'épure, prolongeons AB jusqu'à sa trace en V sur le Tableau. — Portons sur le bord inférieur du tableau la distance $XV' = xV$ (pris sur l'épure) et nous aurons en V' la trace qui est à elle-même sa perspective.



Pour avoir le point à l'infini, c'est-à-dire le point de fuite, menons sur l'épure, et par l'œil, la droite of parallèle à la droite AB .

Le point f est la perspective du point $+\infty$ de la droite AB . — D'ailleurs nous avons vu que ce point doit se trouver sur la ligne d'horizon; on l'obtiendra donc sur le tableau, en portant sur hh' à partir de h' une distance $h'f' = yf$ (pris sur l'épure) — $V'f'$ est la perspective de la droite.

Remarque. — La région VK de la droite (voir l'Epure), comprise entre le tableau et le plan objectif, et marquée en trait mixte — se perspective au-dessous de V' , et de V' à $+\infty (K')$, — le point K ayant sa perspective à l'infini en $+\infty (K')$.

La région $K-\infty$, placée derrière le spectateur et marquée sur l'épure en pointillé — se perspective au-dessus de la ligne d'horizon de $-\infty (K')$ à f' point de fuite. — Elle est virtuelle.

Le point de fuite est la perspective, et $+\infty$ et $-\infty$

Perspective d'un point du Géométral.

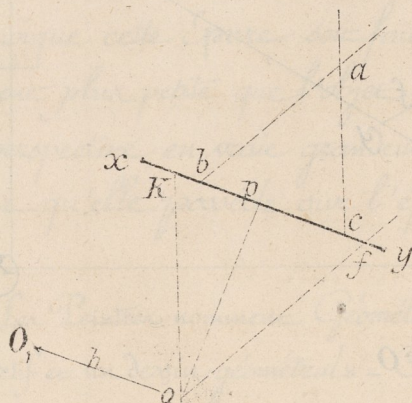
(Epure) Soit a le point du géométral; xy le bord du tableau; — O le point de vue; — h la hauteur de l'œil.

On fera passer par ce point 2 droites faciles à mettre en perspective, c'est-à-dire ayant des traces et des points de fuite situés dans le tableau ou très-peu en dehors. — Le point est à l'intersection de ces 2 droites.

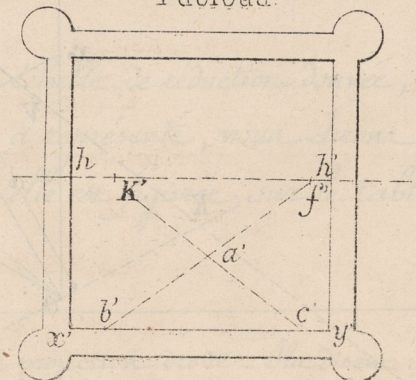
Soit ab , ac ces 2 droites, — b et c leurs traces, — f et K leurs points de fuite obtenus en menant par O des parallèles aux 2 droites.

(Tableau) On prend le bord inférieur du tableau, $x'y' = xy$. On place la ligne d'horizon hh' à une hauteur h au-dessus de $x'y'$.

Epure



Tableau



On reporte les traces b et c sur le bord inférieur $x'y'$ en b' et c' et les 2 points de fuite f et k , en $f'k'$ sur la ligne d'horizon. (Ce report de point se fait ordinairement avec une bande de papier.)

Les 2 droites auxiliaires ou pour perspectives $b'f'$ et $c'k'$. — Le point a a pour perspective a' , intersection de ces deux droites.

Perspective d'une série de points en ligne droite.

Point de distance d'une direction donnée.

(Épure.) Soient $a b c d$, — 4 points situés sur la même ligne droite $a d$, — xy le tableau, — O l'œil, situé à la hauteur h .

(Tableau) On tracera comme ci-dessus : 1° le bord inférieur $x'y'$ — 2° la ligne d'horizon hh' .

(Épure) On prolongera la droite jusqu'à sa trace V . — On cherchera son point de fuite f .

(Tableau) On reportera V en V' sur $x'y'$ et f en f' sur hh' , — et l'on aura en $v'f'$ la perspective de la droite.

Il reste à placer les points sur la droite $v'f'$.

(Épure) Parmi les droites auxiliaires parallèles que l'on pourrait mener par les points $a, b, c, \dots$ nous en aurions, telles que $bb_1, - cc_1, \dots$ qui détacheraient sur le tableau des segments $Vb_1, - vc_1$, comptés à partir de la trace, égaux aux segments $Vb, - vc, \dots$ comptés sur la droite, à partir du tableau.

Prends celles-là de préférence. — Elles présenteront cet avantage qu'il sera inutile de les tracer sur l'épure et qu'il suffira, sur une bande de papier, de prendre à partir de V , des longueurs égales aux profondeurs $Va - vb, \dots vc$ et de les reporter de V en $a' b' c'$. (Cette dernière opération sera elle-même inutile, comme on va le voir)

Cela posé, le point de fuite D de ces lignes auxiliaires $a a' b b'$ s'obtiendra en leur menant la parallèle OD par l'œil. — Et l'on voit que $fD = fO$.

Cette distance fO se nomme la distance répondant à la direction of . C'en est en effet la distance de l'œil au tableau, comptée sur la direction of . — Et le point D est le point de distance de la direction of .

Nous voyons comment on l'obtient. — Nous pourrions en donner la définition suivante :

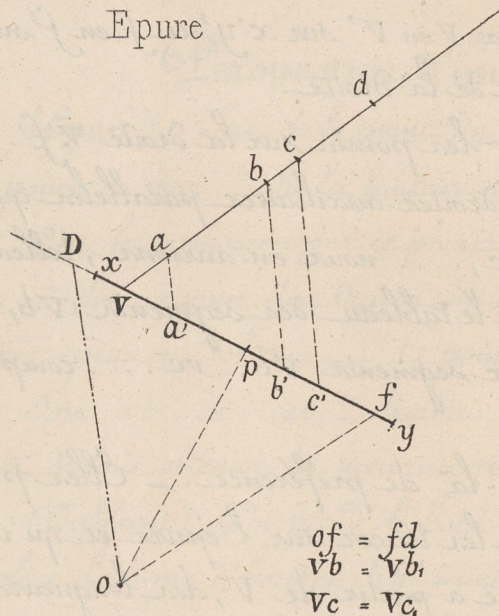
Le point de distance d'une direction donnée (ayant pour point de fuite f) est le point de fuite des droites qui interceptent dans l'espace sur les lignes de front, des segments égaux à ceux qu'elles interceptent sur les lignes parallèles à cette direction, (c'est-à-dire fuyant au point f , en perspective).

Tableau. Cela posé, on fera la perspective de la manière suivante :

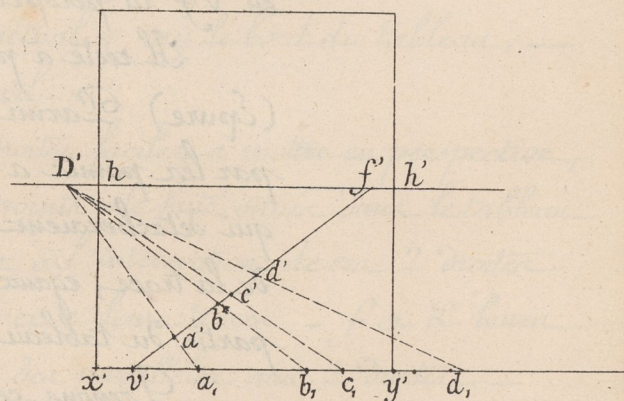
Avec une bande de papier sur l'Épure, on prend les profondeurs $Va - Vb - Vc \dots$

Sur le tableau, à droite de V' , on les reporte en $v'a_1 - b_1 - c_1 - d_1$ sur la ligne de terre $x'y'$.

Épure



Tableau



Sur la ligne d'horizon, à gauche de f' , c'est-à-dire dans le sens inverse de celui dans lequel on a été portée les profondeurs, on prend $f'D'$ égale à la distance of prise sur l'épure. — On a en D' le point de distance de la direction fuyante dont f' est le point de fuite.

Joignant $a_1, b_1, c_1 \dots$ au point de distance D' , on a, par recoupement avec la droite $V'f'$ les points cherchés $a'b'c'd' \dots$

Amplification du Tableau.

Pointa de distance réduite.

Le plus souvent, le tableau tel qu'il est donné par l'épure, est trop petit, et il devient nécessaire de l'amplifier. — On fait directement cette amplification de la manière suivante.

(Épure) Prenons comme exemple le cas où nous aurions à mettre en perspective une série de pointa $a, b, c, d, \dots$ disposés d'une manière quelconque.

Nous supposons qu'il n'existe pas de direction particulière sur laquelle ces pointa soient distribués, plus particulièrement.

Nous prendrons alors comme fuyantes les droites perpendiculaires au tableau. — Cette direction de droites se nomme *Direction principale*. Son point de fuite, p , est le point de fuite principal. Il se trouve ordinairement au milieu de la ligne d'horizon, en p' , pied de la perpendiculaire abaissée du point de vue sur le tableau.

Le point de distance correspondant se nomme *Point de distance principal*. C'est le point de fuite des droites du Géométral inclinées à 45° sur le tableau.

On rapportera sur l'épure les pointa $a, b, c, \dots$ à 2 axes de coordonnées dont l'un sera le bord du tableau xy , et l'autre une parallèle xz à la direction fuyante adoptée, menée soit par le bord x du tableau, soit par tout autre point.

On mènera donc (Épure) les perpendiculaires au tableau $aa_1 - bb_1 - cc_1, \dots$ et les lignes de front $aa_2 - bb_2 - cc_2, \dots$ jusqu'à la rencontre avec l'axe xz , qui se nomme *Échelle des Profondeurs*.

On va mettre en perspective les pointa $a, b, c, \dots$ et les pointa $a_2, b_2, c_2, \dots$; puis, en menant par $a, b, \dots$ des fuyantes principales et par $a_2, b_2, c_2, \dots$ des lignes de front, on aura, par recoupement, les perspectives des pointa $a, b, c, \dots$.

1°. Perspective des fuyantes $aa_1, bb_1, \dots, dd_1$.

(Tableau) — Supposons que le tableau soit doublé, on prendra $x'y' = 2f \cdot xy$.

Nous voyons comment on l'obtient. — Nous pourrions en donner la définition suivante :

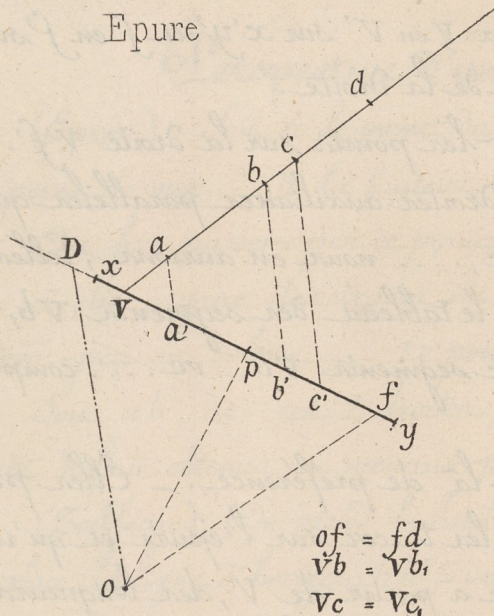
Le point de distance d'une direction donnée (ayant pour point de fuite f) est le point de fuite des droites qui interceptent dans l'espace sur les lignes de front, des segments égaux à ceux qu'elles interceptent sur les lignes parallèles à cette direction, (c'est-à-dire fuyant au point f , en perspective).

Tableau. Cela posé, on fera la perspective de la manière suivante :

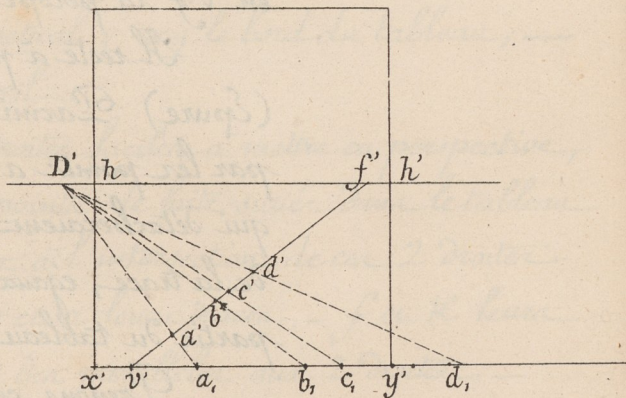
Avec une bande de papier sur l'Épure, on prend les profondeurs $Va-Vb-Vc \dots$

Sur le tableau, à droite de V' , on les reporte en $v'a_1-b_1-c_1-d_1$ sur la ligne de terre $x'y'$.

Épure



Tableau



Sur la ligne d'horizon, à gauche de f' , c'est-à-dire dans le sens inverse de celui dans lequel on a été porter les profondeurs, on prend $f'D'$ égale à la distance of prise sur l'épure. — On a en D' le point de distance de la direction fuyante dont f' est le point de fuite.

Joignant $a_1, b_1, c_1, \dots$ au point de distance D' , on a, par recoupement avec la droite $V'f'$ les points cherchés $a'b'c'd' \dots$

Amplification du Tableau.

Pointa de distance réduite.

Le plus souvent, le tableau tel qu'il est donné par l'épure, est trop petit, et il devient nécessaire de l'amplifier. — On fait directement cette amplification de la manière suivante.

(Épure) Prenons comme exemple le cas où nous aurions à mettre en perspective une série de points $a, b, c, d, \dots$ disposés d'une manière quelconque.

Nous supposons qu'il n'existe pas de direction particulière sur laquelle ces points soient distribués, plus particulièrement.

Nous prendrons alors comme fuyantes les droites perpendiculaires au tableau. — Cette direction de droites se nomme Direction principale. Son point de fuite, p , est le point de fuite principal. Il se trouve ordinairement au milieu de la ligne d'horizon, en p' , pied de la perpendiculaire abaissée du point de vue sur le tableau.

Le point de distance correspondant se nomme Point de distance principal. C'est le point de fuite des droites du Géométral inclinées à 45° sur le tableau.

On rapportera sur l'épure les points $a, b, c, \dots$ à 2 axes de coordonnées dont l'un sera le bord du tableau xy , et l'autre une parallèle xz à la direction fuyante adoptée, menée soit par le bord x du tableau, soit par tout autre point.

On mènera donc (Épure) les perpendiculaires au tableau $aa_1 - bb_1 - cc_1, \dots$ et les lignes de front $aa_2 - bb_2 - cc_2, \dots$ jusqu'à la rencontre avec l'axe xz , qui se nomme Echelle des Profondeurs.

On va mettre en perspective les points $a, b, c, \dots$ et les points $a_2, b_2, c_2, \dots$; puis, en menant par $a, b, \dots$ des fuyantes principales et par $a_2, b_2, c_2, \dots$ des lignes de front, on aura, par recoupement, les perspectives des points $a, b, c, \dots$.

1^o Perspective des fuyantes $aa_1, bb_1, \dots, dd_1$.

(Tableau) — Supposons que le tableau soit doublé, on prendra $x'y' = 2f.xy$.

Nous voyons comment on l'obtient. — Nous pourrions en donner la définition suivante :

Le point de distance d'une direction donnée (ayant pour point de fuite f) est le point de fuite des droites qui interceptent dans l'espace sur les lignes de front, des segments égaux à ceux qu'elles interceptent sur les lignes parallèles à cette direction, (c'est-à-dire fuyant au point f , en perspective).

Tableau. Cela posé, on fera la perspective de la manière suivante :

Avec une bande de papier sur l'Épure, on prend les profondeurs $Va - Vb - Vc \dots$

Sur le tableau, à droite de V' , on les reporte en $v'a_1 - b_1 - c_1 - d_1$ sur la ligne de terre $x'y'$.

Épure

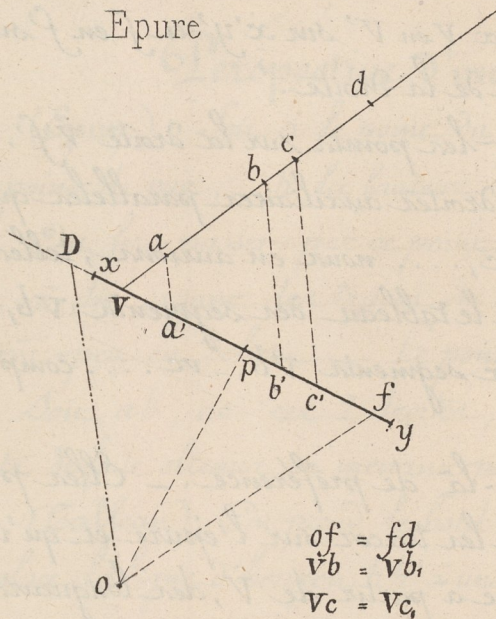
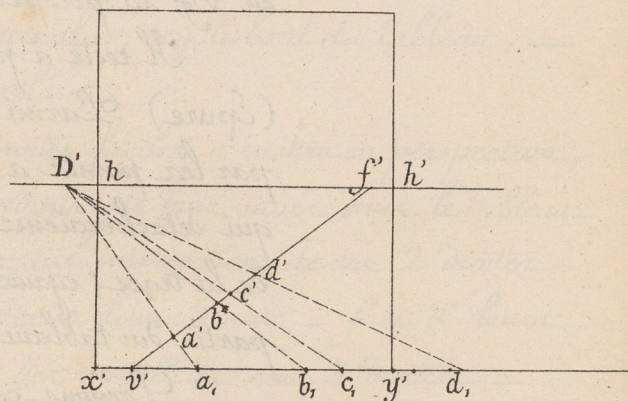


Tableau.



Sur la ligne d'horizon, à gauche de f' , c'est-à-dire dans le sens inverse de celui dans lequel ont été portées les profondeurs, on prend $f'D'$ égale à la distance of prise sur l'épure. — On a en D' le point de distance de la direction fuyante dont f' est le point de fuite.

Soignant $a_1, b_1, c_1 \dots$ au point de distance D' , on a, par recoupement avec la droite $v'f'$ les points cherchés $a'b'c'd' \dots$

Amplification du Tableau.

Pointa de distance réduite.

Le plus souvent, le tableau tel qu'il est donné par l'épure, est trop petit, et il devient nécessaire de l'amplifier. — On fait directement cette amplification de la manière suivante.

(Epure) Prenons comme exemple le cas où nous aurions à mettre en perspective une série de points $a, b, c, d, \dots$ disposés d'une manière quelconque.

Nous supposons qu'il n'existe pas de direction particulière sur laquelle ces points soient distribués plus particulièrement.

Nous prendrons alors comme fuyantes les droites perpendiculaires au tableau. — Cette direction de droites se nomme *Direction principale*. Son point de fuite, p , est le point de fuite principal. Il se trouve ordinairement au milieu de la ligne d'horizon, en p' , pied de la perpendiculaire abaissée du point de vue sur le tableau.

Le point de distance correspondant se nomme *Point de distance principal*. C'est le point de fuite des droites du Géométral inclinées à 45° sur le tableau.

On rapportera sur l'épure les points $a, b, c, \dots$ à 2 axes de coordonnées dont l'un sera le bord du tableau xy , et l'autre une parallèle xz à la direction fuyante adoptée, menée soit par le bord x du tableau, soit par tout autre point.

On mènera donc (Epure) les perpendiculaires au tableau $aa_1 - bb_1 - cc_1, \dots$ et les lignes de front $aa_2 - bb_2 - cc_2, \dots$ jusqu'à la rencontre avec l'axe xz , qui se nomme *Echelle des Profondeurs*.

On va mettre en perspective les points $a, b, c, \dots$ et les points a_2, b_2, c_2 ; puis, en menant par $a, b, \dots$ des fuyantes principales et par $a_2, b_2, c_2, \dots$ des lignes de front, on aura, par recoupement, la perspective des points $a, b, c, \dots$.

1° Perspective des fuyantes $aa_1, bb_1, \dots, dd_1$.

(Tableau) — Supposons que le tableau soit doublé, on prendra $x'y' = 2fxy$.

La droite $x''y''$ se nomme échelle des vraies largeurs, ou simplement Echelle des Largeurs.

Remarque. L'échelle des vraies grandeurs divise la hauteur d'horizon dans le rapport $\frac{h}{H} = \frac{l}{L}$, l étant la largeur du tableau sur l'épure, et L sa largeur amplifiée.

2°. Perspective de l'Echelle des Profondeurs.

(Epure) Pour mettre en perspective les points $a_2, c_2, \dots$ situés sur xz , on pourra comme ci-dessus, mener par ces points des lignes auxiliaires interceptant sur le tableau des segments égaux aux profondeurs de ces points. — Cela nous conduirait : 1° à doubler ces profondeurs et à les porter sur $x'y'$, (Tableau) à droite du point x' . — 2° à doubler la distance OP de l'épure et à la porter sur la ligne d'horizon du Tableau, à gauche de p' . — On aurait ainsi sur cette ligne d'horizon le point de distance. — 3° à joindre le point de distance aux points de profondeur, ce qui donnerait, par recoupement avec l'échelle des profondeurs, les points cherchés.

Au lieu de cela : sur l'épure menons par a_2 une ligne auxiliaire a_2a'' , qui coupe le bord du tableau suivant un segment $\overline{xa''} = \frac{1}{2} \overline{xa_2}$.

Son point de fuite sera le point $\frac{1}{2}D$ obtenu en menant $O\frac{D}{2}$ parallèle à a_2a'' , ou en portant la longueur $p\frac{D}{2}$ égale à la demi-distance principale OP .

Si nous amplifions ces données nouvelles sur le tableau, nous prendrons $\overline{xa''}$ (sur l'épure), et nous porterons cette longueur doublée, de x' en a''' sur le bord du tableau, et à droite de x' .

Nous prendrons la demi-distance $p\frac{D}{2}$, nous la doublerons et nous la porterons de p' en $\frac{D'}{2}$ sur la ligne d'horizon. Puis joignant a''' et $\frac{D'}{2}$ nous aurons en a'_2 la perspective du point a_2 de l'épure. — Nous remarquerons qu'en doublant ainsi les demi-profondeurs et les demi-distances, nous restituons les profondeurs et les distances de l'Epure, ce qui conduit à la pratique suivante.

On prend les profondeurs $xa_2 - d_2 - c_2$ sur l'épure, et sans les changer on les porte en $a''' d''' c''' \dots$ sur le bord du Tableau, ce qui donne les points de demi-profondeurs. — On prend la distance sur l'épure, et la portant sur la ligne d'horizon on a le point de demi-distance du Tableau amplifié.

Il ne reste plus qu'à joindre le point de demi-distance aux points de demi-profondeurs, pour avoir en $a'_2 b'_2$ les points de l'échelle des profondeurs.

Théorème.

Le point de demi-distance d'une direction fuyante est le point de suite des droites du géométral, qui interceptent sur des lignes de front des segments qui sont aux segments interceptés sur les fuyantes, dans le rapport de 1 à 2.

On généralisera ce théorème pour le point de distance $\frac{m}{n}$.

3^e Perspective des points $a, b, c \dots$ de l'Épure.

(Tableau) Par les points $a'_2 b'_2 c'_2 d'_2$ de l'échelle des profondeurs on mène des lignes de front jusqu'à la rencontre avec les fuyantes $p'b_1 - p'a_1 \dots$ et l'on a en $A - B - C \dots$ les perspectives demandées.

Généralisation de la Méthode.

Si le tableau est amplifié dans le rapport $\frac{m}{n}$ en largeur, la hauteur d'horizon doit être amplifiée dans le même rapport.

L'Échelle des vraies grandeurs $x''y''$ divise la hauteur amplifiée dans le rapport inverse $\frac{n}{m}$.

Le point de suite p' des directions fuyantes divise la ligne d'horizon amplifiée comme il la divise sur l'épure.

Telles sont les seules amplifications à faire ; — après quoi :

Les largeurs sont portées en vraie grandeur sur l'échelle des largeurs.

La distance est portée en vraie grandeur sur la ligne d'horizon, et donne le point de distance $\frac{n}{m}$ du tableau.

Les profondeurs sont portées en vraie grandeur sur le bord du tableau et donnent les points de profondeurs $\frac{n}{m}$ de ce tableau.

L'épure s'achève ensuite comme si l'on n'avait pas amplifié.

Perspective directe sur le Géométral.

Dans cette partie de la perspective, on se propose de résoudre directement les problèmes sur les figures déjà mises en perspective sur le géométral.

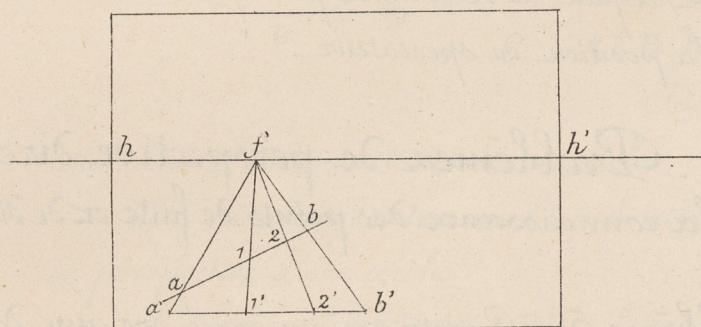
Problème 1. Partager une droite de front en parties égales.

Puisque les rapports, dans lesquels une ligne de front est divisée, se conservent en perspective, il suffit de diviser la perspective de cette droite en parties égales.

Problème 2. Partager une ligne fuyante ab , en parties qui soient entre elles dans un rapport donné.

On joindra les 2 points a et b à un point quelconque f de la ligne d'horizon. On inscrira une ligne de front $a'b'$ entre ces deux fuyantes.

— On divisera $a'b'$ dans le rapport donné, aux points $1'$ et $2'$. On mènera les fuyantes $f1'$ — $f2'$, et aux intersections avec la droite ab on aura aux points 1 et 2 les points demandés.

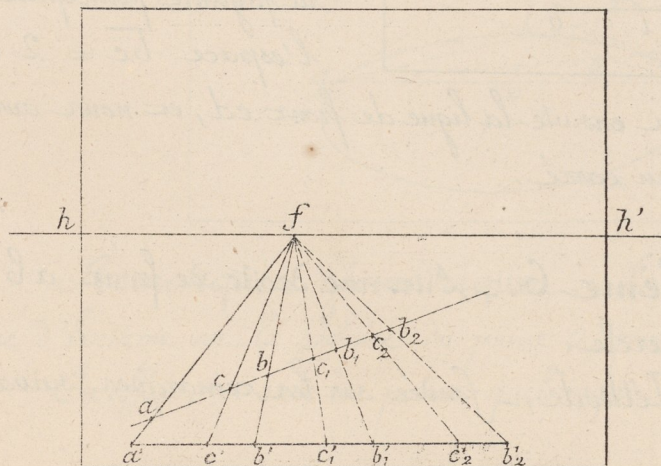


En effet, — dans le géométral, les fuyantes $f1'$ — $f2'$

$f1'$ sont parallèles. — Les 2 sécantes ab et $a'b'$ les recoupent en donnant des segments proportionnels. C. Q. F. D.

Problème 3. — Prolonger sur une droite du géométral une division amorcée sur cette ligne.

Soit ab un fragment de droite du géométral divisé dans un rapport quelconque par le point c . On veut prolonger au delà du point b , la division amorcée en $a c b$.



On mène les trois fuyantes quelconques fa — fb — fc .

On les coupe par une ligne de front $a'c'b'$. Sur cette ligne de front on répète la graduation $a'c'b'$ en $c'_1 b'_1$ — $c'_2 b'_2$

autant de fois qu'on le désire;

— On mène les fuyantes par ces points, et l'on obtient par recoupement avec ab prolongée, les

points demandés $c_1 b_1 - c_2 b_2 \dots \text{etc.} \dots$

Applications: 1^o continuer sur une route un tracé d'arbres; —
2^o sur un mur, continuer un tracé de fenêtres et de trumeaux.

Problème 4. Trouver le rapport exact dans lequel une droite ab est divisée par un point c .

(Même figure) On mène les fuyantes $fa - fb - fc$. — On les coupe par une ligne de front $a'c'b'$ et l'on obtient sur cette ligne le rapport exact.

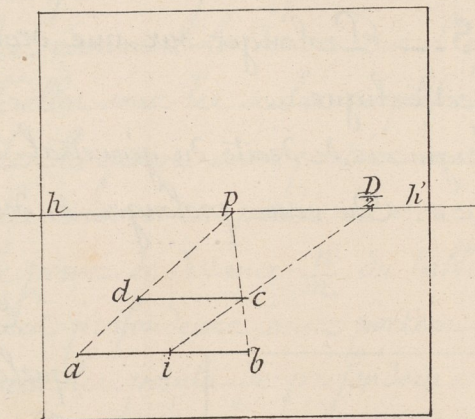
Remarque. Les problèmes précédents ne nécessitent pas la connaissance du point de fuite ni de distance principaux. Ils ont leur solution indépendante de la position du spectateur.

Problèmes de perspective directe
exigeant la connaissance des points de fuite et de distance principaux.

Problème 5. Construire un carré sur une droite de front ab comme côté.

Soit p le point principal, et $\frac{D}{2}$ le point de demi-distance.

Menons les fuyantes principales $ap - bp$. Ces droites seront les côtés du carré. Prenons le milieu i de ab , et joignons-le au point $\frac{D}{2}$.



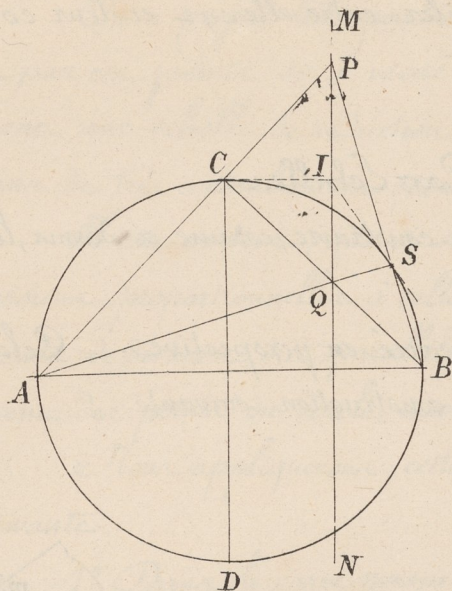
Nous savons que cette droite fuyante au point de demi-distance intercepte sur la ligne de front ab , un segment ib qui est la moitié du segment bc intercepté sur la fuyante principale. — On a donc dans l'espace $bc = 2 bi$ et $bc = ab$.

Menons ensuite la ligne de front cd , et nous aurons en $abcd$ la perspective d'un carré.

Problème 6. — Sur une droite de front ab comme diamètre, construire un cercle.

1^{ère} Méthode, — fondée sur les remarques suivantes.

Soient AB , CD , 2 diamètres à angle droit d'un cercle.



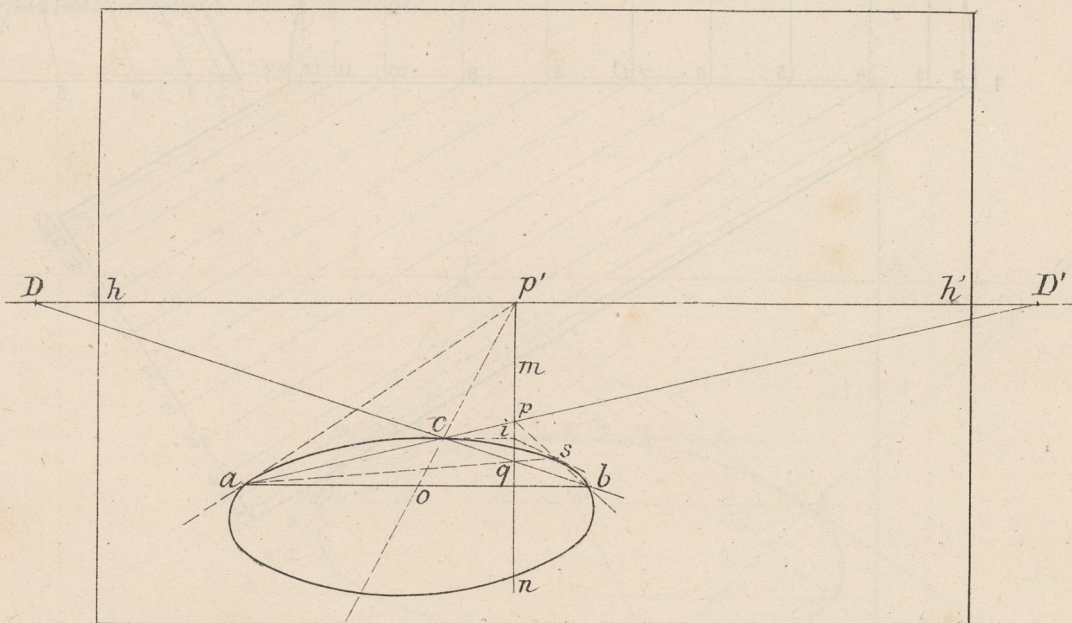
Menons une perpendiculaire quelconque MN sur le diamètre AB .
 — Menons les lignes à 45° AC et BC . —
 Prenons les intersections P et Q avec la ligne MN .
 — Joignons AQ et BP ; ces 2 droites se rencontrent en un point S , qui appartient au cercle. (Facile à démontrer en considérant les 3 droites PQ , AQ , BQ comme les 3 hauteurs d'un même triangle APB .)

De plus, si l'on mène CI et IS , cette dernière droite est tangente au cercle.

On voit immédiatement l'application de ce qui précède à la mise en perspective d'un cercle.

Les lignes à 45° AC , BD , suivent aux 2 points de distance D et D' . — Les lignes parallèles à AB , restent de front.

Les lignes perpendiculaires à AB , suivent au point principal p'



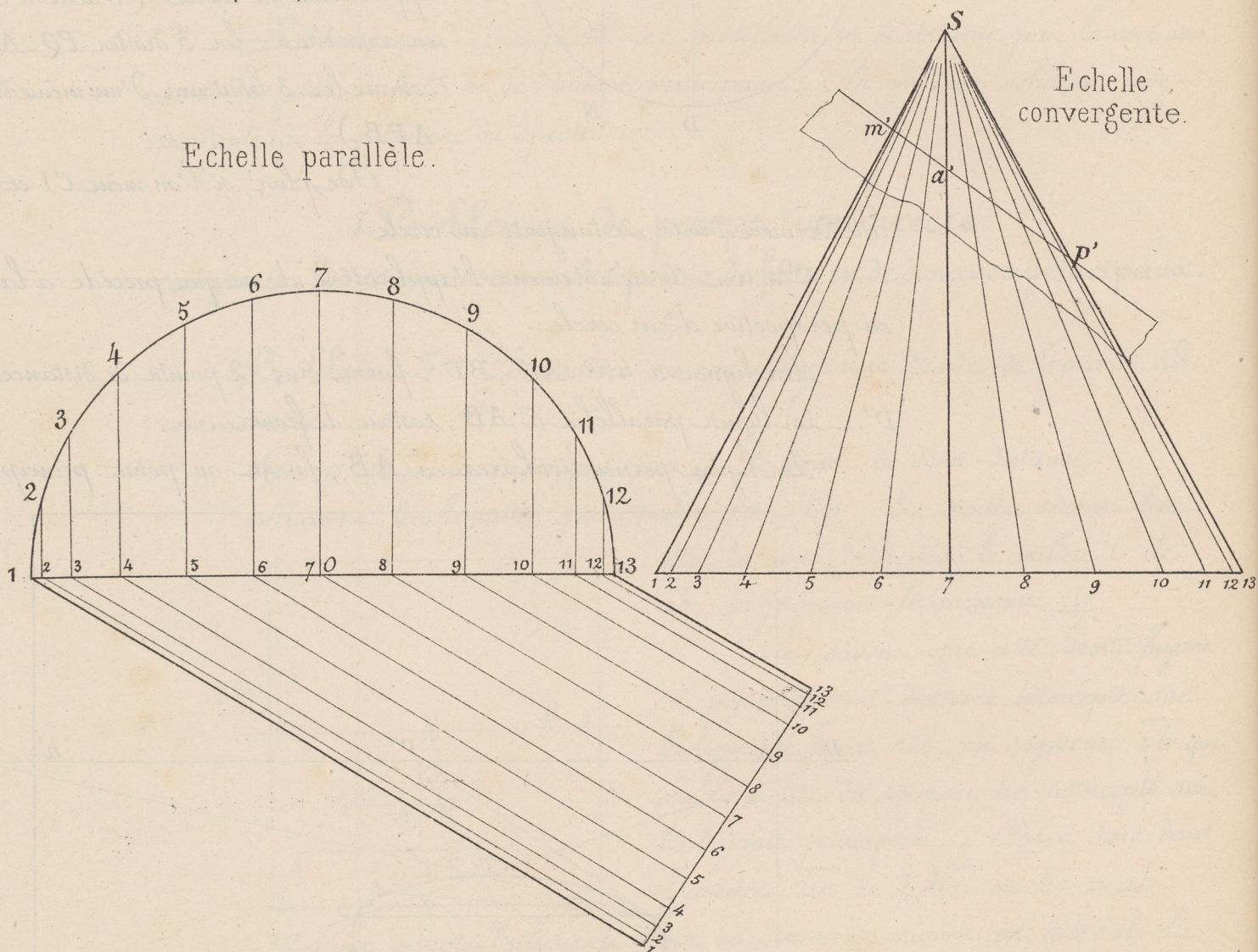
Remarque géométrique. — La courbe est une conique. — La ligne d'horizon est la polaire du point O , perspective du centre.
 En effet, si par un point quelconque de la ligne $h h'$ on menait deux

deux tangentes à cette conique, ces droites seraient les perspectives de 2 tangentes au cercle parallèles entre elles, — et leur corde de contact passerait par le centre.

2^e Méthode : Par Echelles.

On commencera par construire, comme ci-dessus, le carré circonscrit au cercle.

Soit $mnpq$, ce carré en perspective. — Cela fait, exécutons à part, et une fois pour toute, la construction suivante.



O est un cercle quelconque. On l'a divisé en un nombre quelconque de parties égales, 24 par exemple. — (Cette division par 24 est utile pour les colonnettes des colonnes, en architecture.)

On a projeté les points de division sur le diamètre, en 1, 2, 3, 4, ..., et par ces points on a mené des parallèles $11' - 22' - 33' \dots$ qui constituent une échelle de réduction, que l'on garde pour s'en servir par la suite, dans de très-nombreuses occasions, comme on le verra plus tard.

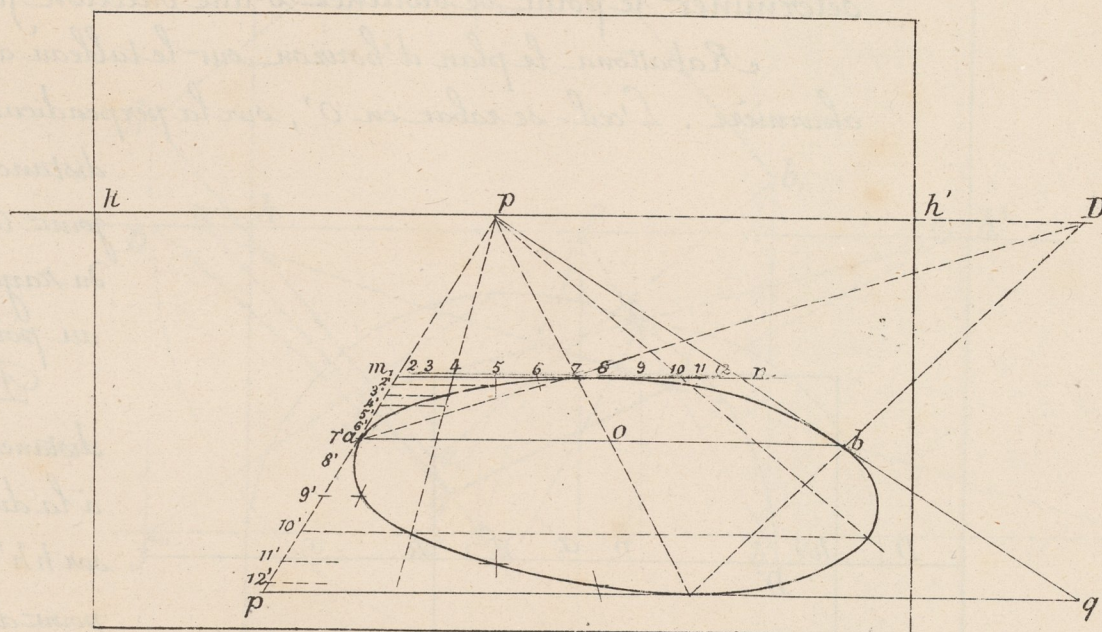
Il est évident, que si sur les côtés d'un carré nous portons des divisions proportionnelles à celles de notre échelle, et si nous menons par les points de division des parallèles aux côtés du carré, nous aurons par recouplement des points du cercle inscrit.

Nous appliquerons cette construction en perspective de la manière suivante.

1°. Dans le carré perspectif, nous tracerons à peu près et fort légèrement au crayon la conique inscrite; dans le seul but de savoir approximativement où sont les points exacts.

2°. Sur le côté de front mn , nous reporterons les divisions de l'échelle en 1, 2, 3, ...

3°. Sur un côté fuyant mp , nous ferons une division proportionnelle à la précédente, soit en nous servant des points 1. 2. 3. ... déjà obtenus, et les reliant par un point de fuite auxiliaire D aux points à obtenir, soit en opérant comme au problème 2.



Soient $1' 2' 3' \dots$ les points de division ainsi obtenus.

On mènera les fuyantes principales par 1. 2. 3. ...; les lignes de front

par les points $1'2'3' \dots$, ce qui, par recoupement, donnera les points du cercle perspectif.

On remarquera que ce tracé charge très peu le dessin.

Remarque. — Ce procédé est encore susceptible de simplifications.

En effet, joignons à notre première échelle parallèle, une 2^e échelle convergente S étant le point de convergence.

Puis, revenons au tableau. Le point a divise la fuyante mp , en son milieu dans l'espace, mais non en perspective.

Relevons sur une bande de papier les 3 points $m a p$. — Par tâtonnement inscrivons cette bande dans l'échelle convergente; à savoir: le point m sur $S1$; — le point p sur $S13$ et le point a sur $S7$. — Soit $m'a'p'$, la bande de papier inscrite. Prenons les points de rencontre avec les autres lignes de l'échelle, puis reportons-les au tableau sur la ligne mp , et nous aurons sans aucun tracé la division $1'2'3' \dots$. — On achèvera comme ci-dessus.

On voit que l'échelle convergente seule pourra suffire, et donner aussi bien les points de front que les points fuyants.

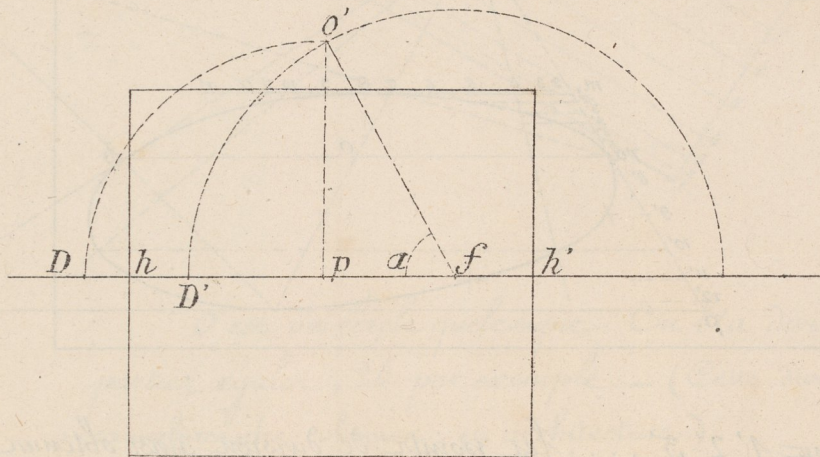
Problème 7.

Connaissant les points de fuite et de distance principaux, déterminer le point de distance d'une direction fuyante quelconque, f .

Rabottons le plan d'horizon sur le tableau autour de hh' comme charnière. L'œil se rabat en O' , sur la perpendiculaire po' , égale à la

distance principale. Si l'on joint $O'f$, on a le rabattement du rayon visuel qui aboutirait au point f .

Par suite $O'f$ est la distance accidentelle répondant à la direction f . — En portant sur hh' , $fD' = fO'$ on aura le point de distance de la direction f .
Remarque. — α est l'angle de la direction fuyante f avec le tableau.



Problème 8.

Connaissant le point principal p , le point de fuite f d'une direction donnée et son point de distance accidentelle D' , déterminer la distance principale.

Même figure; — solution évidente.

Relèvement du Géométral.

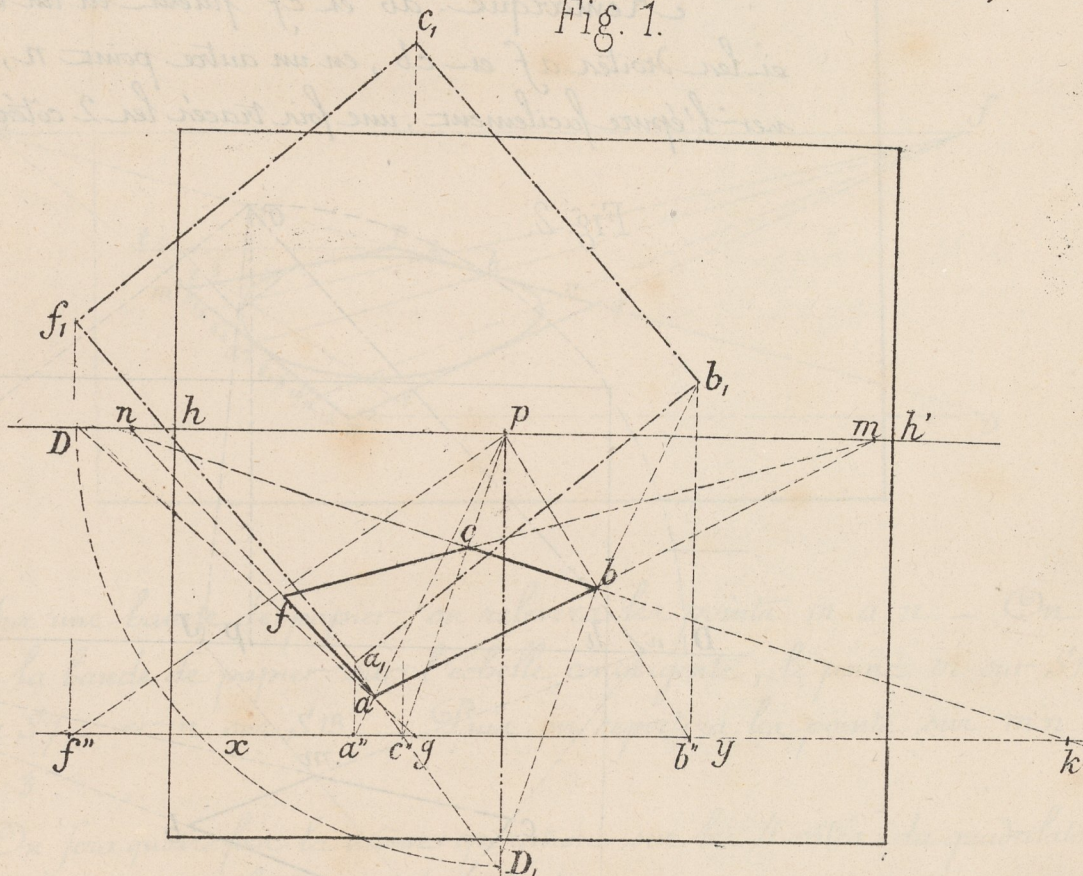
On relève le géométral, ou plutôt une portion du géométral, en la faisant tourner autour d'une ligne de front comme charnière, et l'amenant à être elle-même de front.

Dans cette position elle se perspective semblable à elle-même, ce qui permet de résoudre tous les problèmes d'angles ou de rapports. — En rabattant ensuite, autour de la même charnière, on remet les figures en place.

Problème 9.

Sur une ligne fuyante ab comme côté, construire un carré (fig. 1).

Fig. 1.



Soient p et D les points de fuite et de distance principaux.

Prenons une charnière de front quelconque xy ; — et relevons la

2^e Solution (fig. 2).

On prolongera ab jusqu'à son point de fuite f . Puis prenant le rabattement O' de l'œil sur le tableau, on obtiendra comme au problème 7 le rabattement $O'f$, du rayon visuel parallèle à ab de l'Espace.

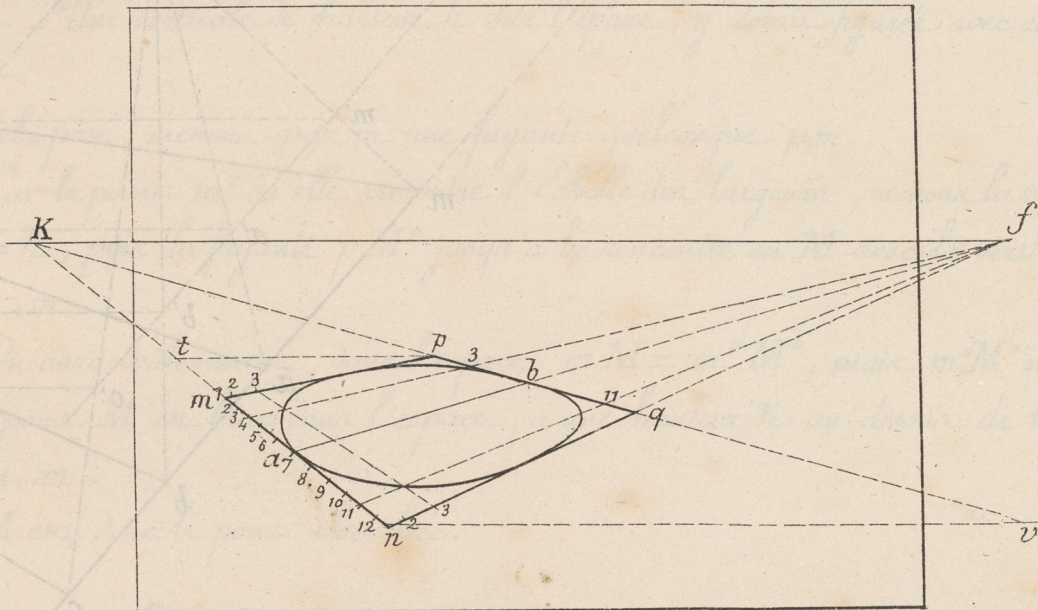
Menant $O'K$ perpendiculaire à $O'f$, on aura en K le point de fuite des droites perpendiculaires à ab de l'espace. — Menant $O'J$, bissectrice de l'angle $KO'f$, on aura en J le point de fuite de la diagonale du carré.

— On l'achèvera donc facilement, à l'aide des deux points de fuite f et K .

Problème 10.

Sur une droite fuyante ab comme diamètre, construire un cercle.

On construira comme au problème précédent, le carré $mnpq$, qui serait circonscrit au cercle. — a est le milieu de mn , dans l'espace, et b le milieu de pq .



Sur une bande de papier on relevera les points $m.a.n$. — On inscrira la bande de papier sur l'échelle convergente, le point m sur $S1$ — a sur $S7$ — et n sur $S13$. — Puis on reportera les points sur mn , en 1. 2. 3. . . .

On fera quatre fois la même opération sur les 4 côtés du quadrilatère $mnpq$, et joignant les points deux à deux, on aura par recoupement

les points du cercle perspectif.

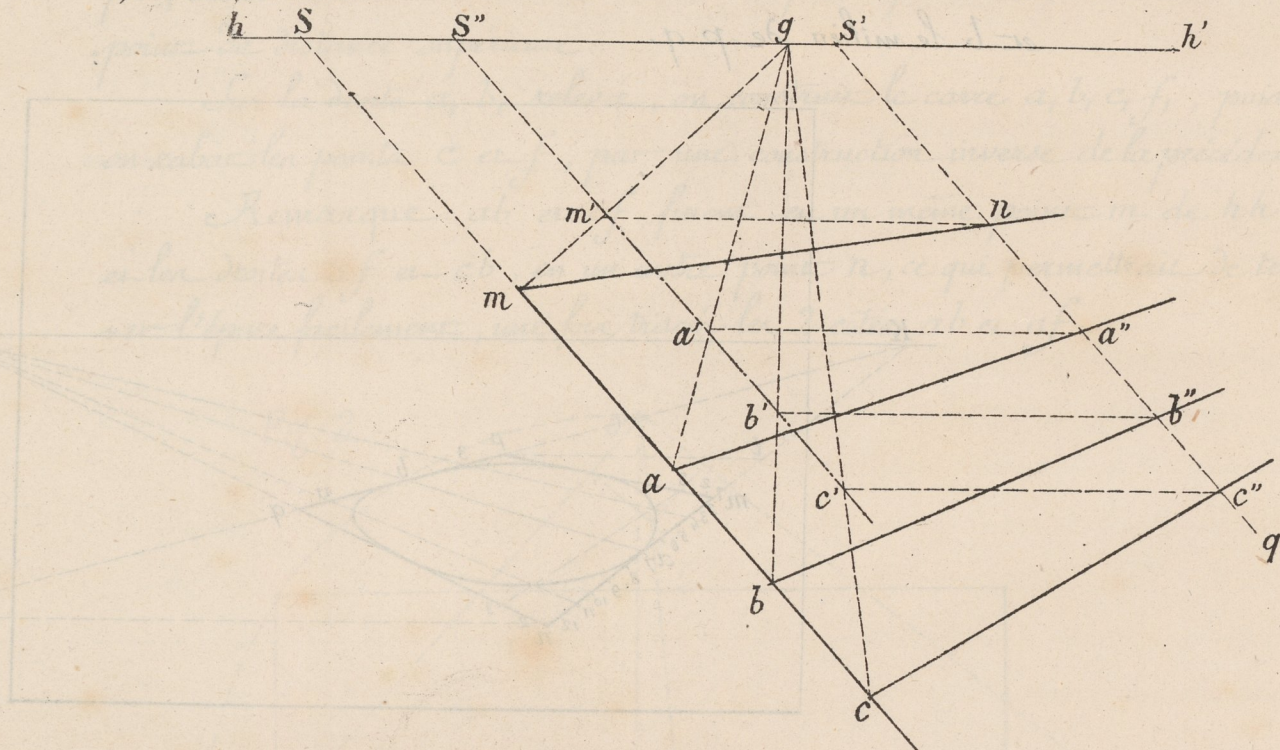
On aurait pu porter les divisions sur les diagonales au lieu des côtés, — ou bien encore sur 2 lignes de front quelconques tp et nv .

2^e Solution.

On aurait pu faire le relèvement du géométral — Relever la droite ab . — Construire sur ab relevé, comme diamètre, un cercle, et le rabattre ensuite pointa par pointa.

Problème 11.

Mener par un point α , ou par une série de points en ligne droite $\alpha, b, c \dots$ des lignes fuyantes au point de fuite inaccessible de la droite mn .



Par n , menons une parallèle nq à mc .

Prenons un point de fuite quelconque g ; — joignons $gm - ga - gb - gc$.

Menons la parallèle nm' à la ligne d'horizon et par le point m' où elle rencontre la fuyante gm , menons une parallèle à nq .

Nous déterminons ainsi les segments $m'a' b' c'$ proportionnels aux segments $S.m.a.b.c$.

Reportons les longueurs $m'a' b' c'$ en $n a'' b'' c'' \dots$ sur la droite nq , et joignons $a a'' - b b'' - c c''$, nous aurons les droites demandées.