

## Projections cotées.

Dans ce système, on ne donne que la projection horizontale des objets, et l'on supprime la projection verticale. Mais on écrit à côté des points principaux de l'épure la cote de ces points, c'est-à-dire leur hauteur au-dessus d'un plan horizontal de comparaison convenu à l'avance.

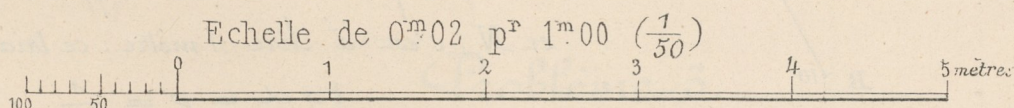
Ce plan est ordinairement le plan du niveau des mers.

Les cotes des points au-dessus de ce plan de comparaison sont dites positives, et se nomment : altitudes ; les cotes des points au-dessous sont négatives et se nomment : profondeurs.

Les cotes sont écrites en mètres, et fractions décimales du mètre : 1, 25 — 14.55 ...

Pour être utilisable, un plan coté doit être fait à une échelle donnée, et cette échelle doit, tout d'abord, être tracée soigneusement sur l'épure.

On la fera comme ci-dessous, en y plaçant une échelle et une contre-échelle.



Dans les épures de projections cotées, on a de très-nombreuses multiplications à effectuer. — En général, les facteurs de ces opérations sont de petits nombres dépassant rarement 3 chiffres. — On se servira utilement pour cela de tables de multiplication toutes faites, ou bien encore de la règle à calcul.

### Ligne droite.

On donne la projection horizontale et les cotes des points principaux.

Si le plan est à une faible échelle, on gradue la droite de 10<sup>m</sup> en 10<sup>m</sup>, ou de 5<sup>m</sup> en 5<sup>m</sup>. — Si l'échelle est plus grande, on la gradue de mètre en mètre, ou bien de 50 centimètres en 50 centimètres.

D'ailleurs il est de convention, dans les dessins servant aux travaux publics ou aux travaux militaires de déterminer la graduation d'après l'échelle.

On nomme équidistance la hauteur constante qui sépare sur une même carte les plans de niveau des différents points pour lesquels on écrit les cotes.

On convient ordinairement de prendre l'équidistance égale au  $\frac{1}{2000}$  du dénominateur de l'Echelle.

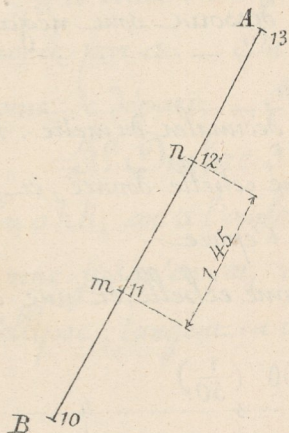
D'après cela, pour les échelles de  $\frac{1}{5000}$ ,  $\frac{1}{10000}$ ,  $\frac{1}{20000}$ , les équidistances

sous  $2^m 50$ ,  $5^m 00$ ,  $10^m 00$ , etc. ....

Ces règles ne sont pas absolues.

Supposons l'équidistance égale à  $1^m$ , c'est-à-dire la droite graduée de mètre en mètre.

On nomme intervalle la distance qui sépare horizontalement 2 points qui se suivent, et pente, la tangente de l'angle formé par la droite avec le plan horizontal.



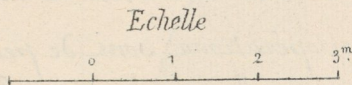
Pour la droite AB, l'intervalle mesuré à l'échelle est, je suppose, de  $1^m 45$ .

Soit  $p$  la pente,  
 $i$  l'intervalle;

Considérons le triangle rectangle qui aurait pour hypoténuse la droite MN de l'espace, pour base horizontale l'intervalle  $mn$ , et pour hauteur la différence de niveau des points M et N, c'est-à-dire 1 mètre: ce triangle donne:

$$\operatorname{tg} \alpha = p = \frac{1}{i},$$

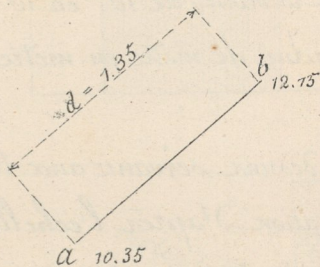
$$\text{d'où} \quad i = \frac{1}{p}$$



La pente et l'intervalle sont inverses l'un de l'autre.  
**Problème 1.** — Connaissant la distance projetée ( $d$ ) de 2 points cotés A et B, et les cotés  $c$  et  $c'$  de ces 2 points; calculer l'intervalle  $i$  et la pente  $p$  de la droite qui les joindrait.

Soit  $d$  (distance de a et de b) =  $1,35$ , mesurée à l'échelle.

Soit  $c$  (côté du point b) =  $12,15$   
 $c'$  (côté du point a) =  $10,35$  } Ces cotés sont écrits sur le plan



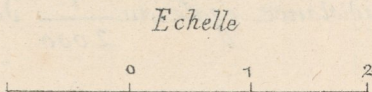
Le triangle rectangle qui aurait pour hypoténuse AB de l'espace est semblable à celui qui aurait pour hypoténuse deux points équidistants de  $1^m$  en hauteur.

Nous aurons donc le rapport

$$\frac{i \text{ (intervalle)}}{1 \text{ (équidistance)}} = \frac{d}{c-c'}, \text{ d'où } i = \frac{d}{c-c'} \text{ (formule importante)}$$

$$i = \frac{d}{c-c'} = \frac{1,35}{12,15 - 10,35} = \frac{1,35}{1,80} = 0,75$$

$$p = \frac{1}{i} = \frac{1,80}{1,35} = 1,33$$



## Problème 2.

Une droite étant graduée, donner la cote d'un point pris sur cette droite. — Sur l'échelle, on mesurera l'intervalle de la droite.

$$\text{Soit } i = 0.85,$$

$$\text{On en déduira } p = \frac{1}{0.85} = 1.17.$$

On mesurera la distance  $x$ , du point donné  $m$  au point  $a$  de cote immédiatement précédente. — Supposons que  $a$  soit à la cote 16.

$$\text{Soit } x = 0.54 \text{ (mesuré à l'échelle).}$$

Pour calculer l'altitude  $y$  du point  $M$  au-dessus du point  $A$ , on aura

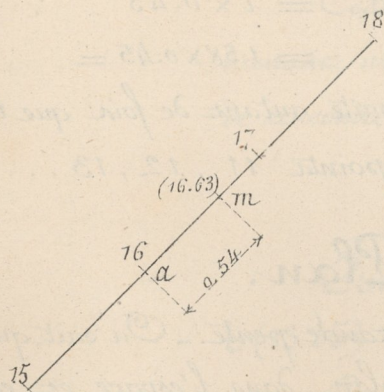
$$\frac{y}{x} = \frac{1 \text{ (Equidistance)}}{i \text{ (Intervalle)}}; \text{ d'où}$$

$$y = \frac{x}{i} = \frac{0.54}{0.85} = 0.63;$$

On aurait eu encore:

$$y = px = 0.54 \times 1.17 = 0.63.$$

Le point  $M$  est à la cote 16.63.



## Problème 3.

Placer sur une droite graduée un point de cote donnée (même figure)  
Soit la droite donnée, 15, 16, 17, 18, ... ; on veut y placer le point  $M$ , dont la cote est 16.63.

$M$  se placera entre 16 et 17, à une distance  $x$  du point 16, que l'on va calculer.

On aura, en considérant toujours dans l'espace le triangle rectangle qui aura 16- $M$  pour hypoténuse, et le comparant au triangle rectangle qui aura pour base l'intervalle et pour hauteur l'équidistance:

$$\frac{x}{0.63} = \frac{i}{1}, \text{ d'où}$$

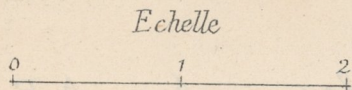
$$x = 1 \times 0.63 = 0.85 \times 0.63$$

$$x = 0.54 \text{ (que l'on mesure sur l'échelle et que}$$

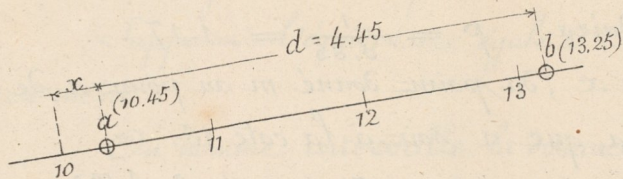
l'on porte sur l'Epure.

## Problème 4.

Graduer la droite passant par deux points cotés  $a$  (10.45) et  $b$  (13.25). — On calculera d'abord l'intervalle comme au problème 1.



On mesurera la distance projetée des 2 points. — Soit  $d = 4.45$  cette distance, et l'on aura :  $i = \frac{d}{c-c'} = \frac{4.45}{13.25-10.45} = \frac{4.45}{2.80} = 1.58$



Cela fait, on calculera la distance  $x$  d'un point de cote exacte, 10 par exemple.

Il est à 0.45 au-dessous du point a.

On aura donc

$$\begin{aligned} \frac{x}{0.45} &= \frac{i}{1} \\ x &= i \times 0.45 \\ &= 1.58 \times 0.45 = \end{aligned}$$

Le point 10 étant placé, en portant à la suite autant de fois que l'on voudra l'intervalle calculé  $i = 1.58$ , on aura les points 11, 12, 13, ....

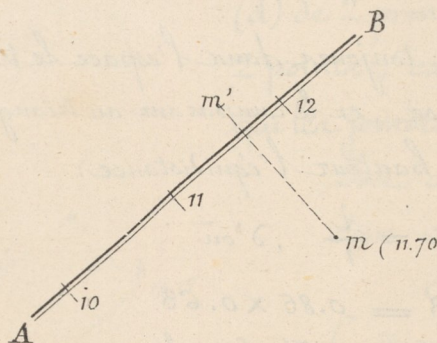
## Représentation du Plan.

On définit un plan par sa ligne de plus grande pente. — On sait que cette droite est perpendiculaire aux horizontales du plan, dans l'espace et en projection.

Cette droite, que l'on représente par un double trait, se nomme l'Echelle de pente du plan.

### Problème 5.

Trouver la cote d'un point donné du plan. — Soit  $AB$  l'Echelle de pente du plan, graduée 10, 11, 12...;  $m$ , un point.



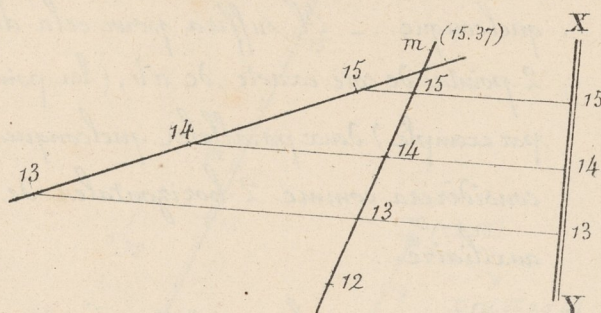
On mène l'horizontale  $m m'$ . — On prend sa rencontre  $m'$  avec l'échelle de pente, et l'on calcule, comme on l'a fait pour une droite, la cote du point  $m'$ . — Ce sera aussi celle du point  $m$ .

### Problème 6.

Reconnaître si deux droites se coupent, et dans ce cas, graduer leur plan.

1<sup>ère</sup> Méthode. — On prolongera les deux droites, en projection, jusqu'à leur point de rencontre  $m$ . — On calculera la cote du point  $m$ , considéré comme appartenant à chacune des droites. — Et si l'on trouve la même cote, on

en conclura que les droites se coupent.



## 2<sup>ème</sup> Méthode.

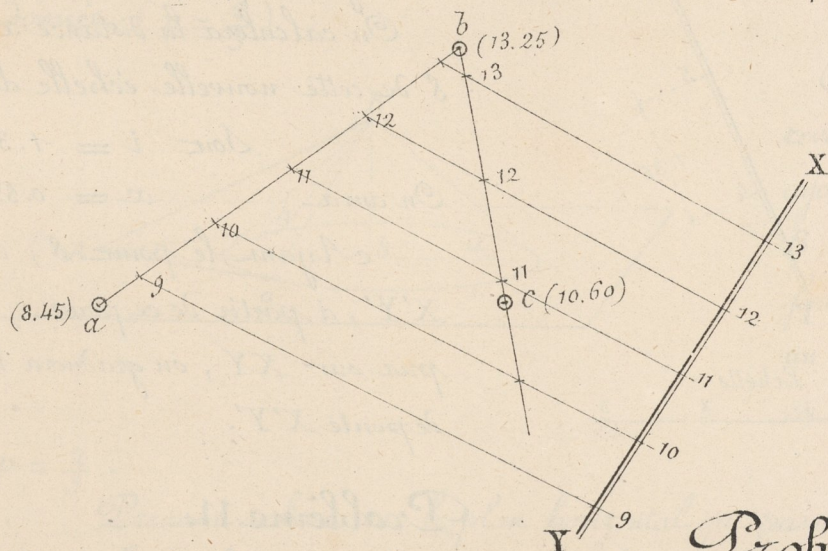
On joindra les points de même cote, 15-15 .... 14-14 .... — Si les lignes ainsi tracées sont parallèles, c'est que le lieu géométrique de ces droites dans l'espace est un plan, et les 2 lignes se coupent.

Ces parallèles sont des horizontales du plan des 2 droites. — En leur menant une perpendiculaire XY, on aura l'échelle de pente, graduée aux points de rencontre avec les horizontales.

## Problème 7.

Construire et graduer le plan passant par 3 points a(8.45) b(13.25) c(10.80).

On graduera la droite ab, et la droite cd, — (Voir le Problème 4). — On joindra les points de même cote; — cela donnera les horizontales du plan; — En leur menant une perpendiculaire XY, on aura l'échelle de pente graduée.

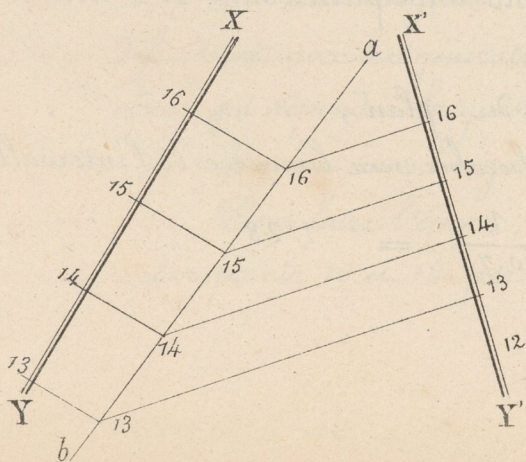


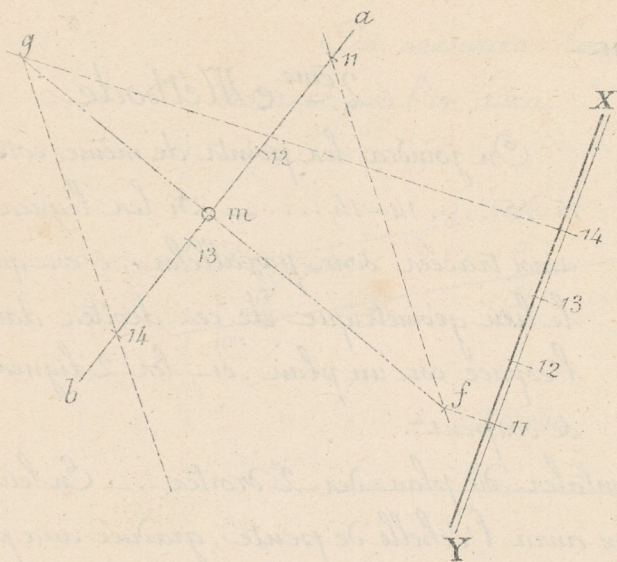
## Problème 8.

Intersection de 2 Plans.

Soient XY et X'Y' les échelles de pente des 2 plans.

Menant les horizontales de même cote. — Les points d'intersection de ces horizontales donneront la ligne droite d'intersection, ab, graduée





### Problème 9.

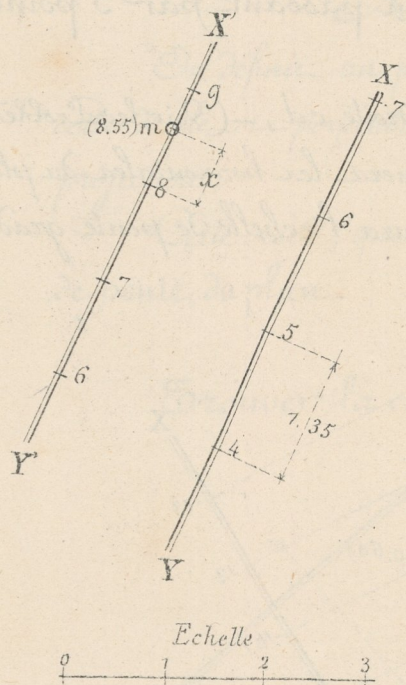
Intersection d'une droite et d'un plan.

Par la droite  $ab$  on mènera un plan auxiliaire quelconque. — Il suffira pour cela de mener par 2 points de cote exacte de  $ab$ , (les points 11 et 14 par exemple) deux parallèles quelconques que l'on considèrera comme 2 horizontales de ce plan auxiliaire.

On prendra l'intersection  $fg$  du plan auxiliaire et du plan donné  $XY$ .

La droite auxiliaire  $fg$  rencontrera la droite donnée au point d'intersection cherché  $m$ .

On en calculera la cote.



### Problème 10.

Par un point donné  $m$  (8.55), mener un plan parallèle à un plan donné  $XY$ .

Par le point  $m$ , on mènera une parallèle à la ligne de pente  $XY$ .

On calculera la distance  $x$  du point de cote 8 de cette nouvelle échelle de pente.

$$\text{Soit } i = 1.35.$$

$$\text{On aura } x = 0.55 \times 1.35 = 0.74.$$

Ayant le point 8, en reportant sur  $X'Y'$ , à partir de ce point, l'intervalle  $i = 1.35$  pris sur  $XY$ , on graduera la nouvelle échelle de pente  $X'Y'$ .

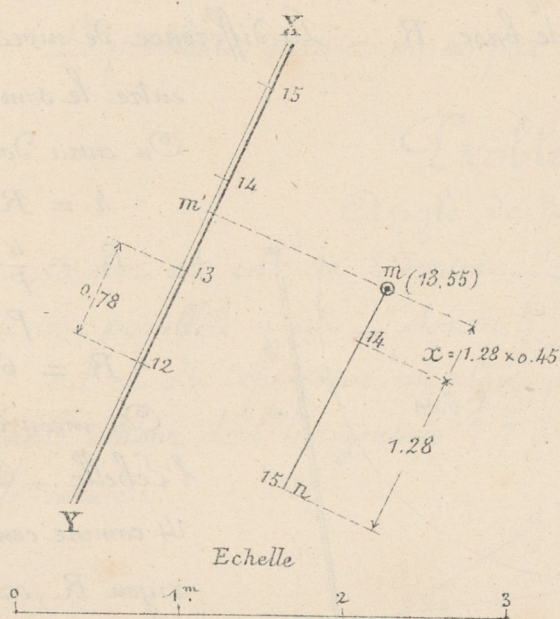
### Problème 11.

Mener par un point  $m$  d'un plan donné  $XY$  une droite perpendiculaire sur ce plan.

Soit  $i = 0.78$ , l'intervalle du plan,

L'intervalle de la droite cherchée sera l'inverse de l'intervalle du plan.

$$i' = \frac{1}{i} = \frac{1}{0.78} = 1.28$$



La projection de la droite sera  $mn$ , parallèle à  $XY$ .

On calculera comme ci-dessus la cote du point  $m$ .

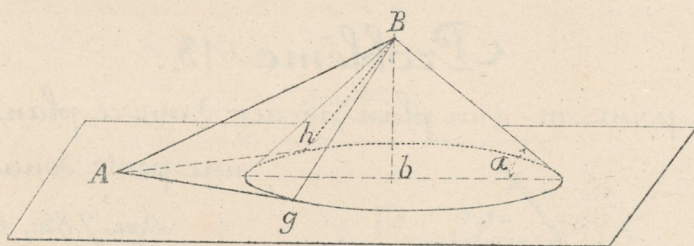
Soit 13.55, cette cote.

Sur  $mn$  dont on connaît l'intervalle  $i' = 1.28$ , on calculera la distance  $x$  du point de cote 14; et l'on continuera la graduation de la droite.

On remarquera qu'elle doit être graduée en sens inverse du plan  $XY$ .

## Problème 12.

Par une droite donnée  $ab$ , mener un plan ayant une pente donnée ( $p = \frac{2}{3}$ )



Considérons le Cône de révolution à axe vertical, ayant pour sommet le point  $B$ , et dont les génératrices font avec le plan horizontal un angle  $\alpha$ , dont la tangente est égale à la pente demandée

$$p = \frac{2}{3}.$$

Prenons sa base sur le plan horizontal qui passerait par  $A$ .

Les deux tangentes  $Ag$ ,  $Ah$ , menées du point  $A$  à ce cercle de base, définissent avec les génératrices de contact  $Bg$  et  $Bh$ , un plan tangent au cône, qui répond à la question.

$Ag$  est une horizontale de ce plan et  $Bg$  en est une ligne de pente.

Pour faire l'épure, nous prendrons sur  $ab$  deux points de cote exacte. — Les points 10 et 14 par exemple. — Le cône aura son sommet au point 14

et sa base sur le plan horizontal 10.

Calculons son rayon de base  $R$ . — La différence de niveau est de  $4^m$ .

entre le sommet et la base.

On aura donc

$$4 = R \times p, \text{ d'où}$$

$$R = \frac{4}{p} = 4 \times \frac{3}{2}, \text{ puisque}$$

$$p = \frac{2}{3}$$

$$R = 6 \text{ mètres.}$$

On mesurera  $4^m$  sur l'Echelle. — On tracera du point 14 comme centre le cercle de rayon  $R$ , et on lui mènera une tangente  $ac$ , du point 10.

$ac$  est l'horizontale de cote

10, du plan demandé.

La ligne de pente  $XY$  sera une perpendiculaire à la droite  $ac$ . — On la graduera facilement.

Remarque: Il y aurait deux solutions. — Il pourrait aussi ne pas en avoir, si le cercle de rayon  $R$  passait au delà de  $a$ . — Ce problème est très-souvent résolu dans les travaux de terrassement, surtout dans la fortification.

### Problème 13.

Par un point  $m$  d'un plan, mener dans ce plan une droite ayant

une pente donnée  $p = \frac{2}{5}$ .

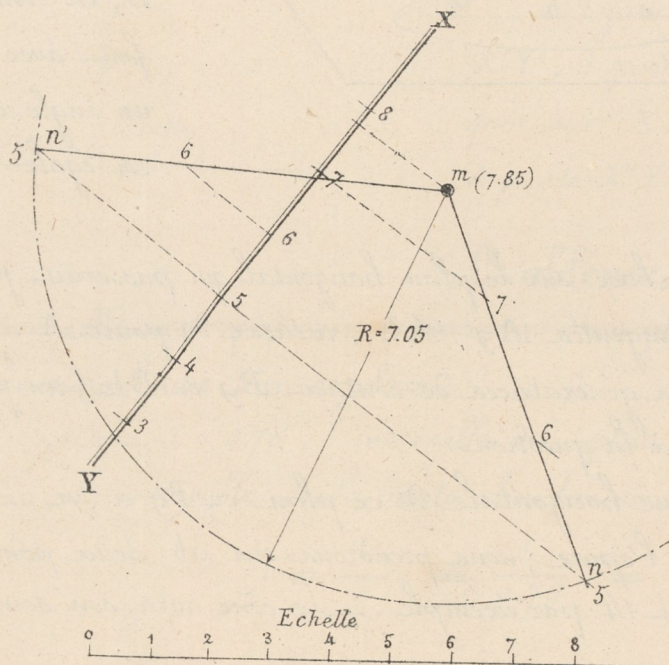
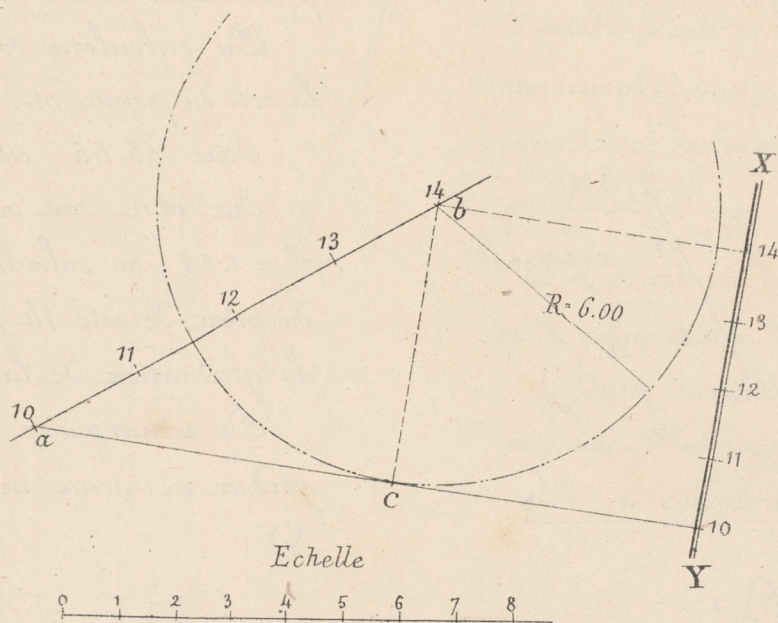
Soit 7.85, la cote du point  $m$ , du plan  $XY$ .

Considérons un cône de pente  $\frac{2}{5}$  ayant son sommet au point  $m$ , et sa base sur le plan horizontal de cote 5, par exemple.

Le rayon de sa base sera

$$R = \frac{7.85 - 5}{p} = \frac{2.85}{2/5} = \frac{2.85 \times 5}{2} = 7.05.$$

Du point  $m$ , comme centre, on tracera le cercle de rayon  $R$ . — Il



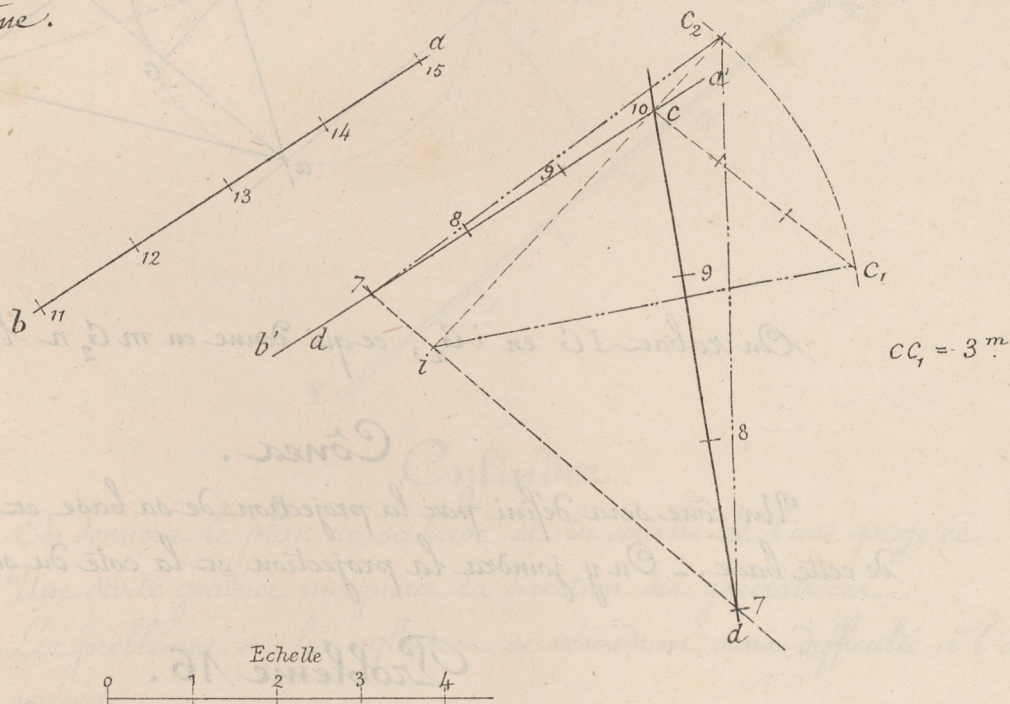
recoupera l'horizontale du plan dont la cote est 5, en 2 points  $n$  et  $n'$ . — Ce qui donnera comme solutions les deux droites  $mn$  et  $mn'$ . — faciles à graduer.  
Le problème aurait pu ne pas avoir de solution.

### Problème 14.

Angle de deux Droites.

Soient  $ab$   $cd$  ces 2 droites. — Par un point de cote exacte de  $cd$ , on mène une parallèle à  $ab$ . — Soit  $a'b'$  cette parallèle.

$cd$  et  $a'b'$  définissent un plan que l'on rabat sur le plan de cote 7, par exemple autour de l'horizontale 7.7 comme charnière. L'épure s'explique d'elle-même.



### Problème 15.

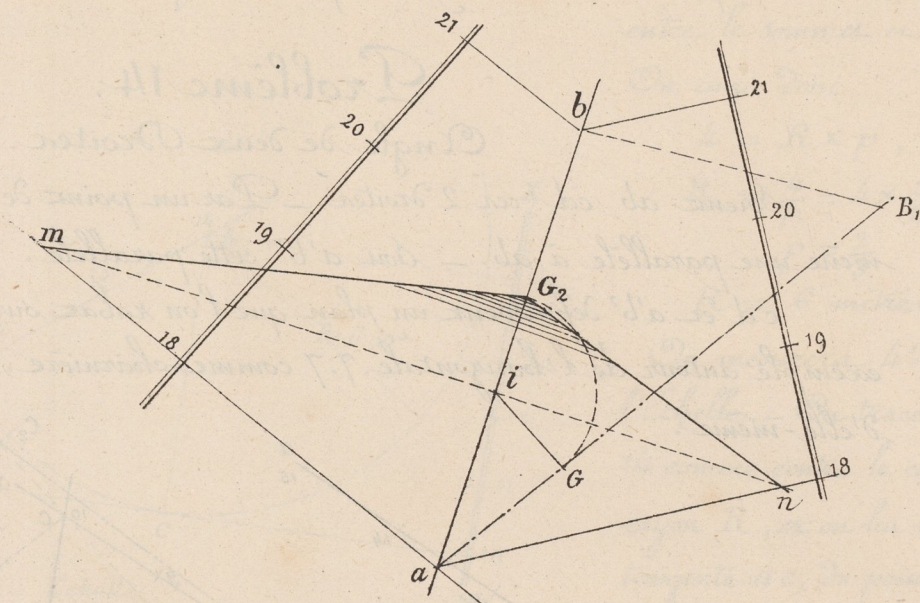
Angle de deux Plans.

On cherchera en  $ab$  l'intersection des deux plans.

On rabattra le plan projetant de  $ab$ , sur le plan horizontal 18, par exemple.

Soit  $aB_1$  cette intersection rabattue. — On lui mènera une perpendiculaire quelconque  $Gi$  — par le point  $i$  une perpendiculaire à  $ab$ , jusqu'aux points  $m$  et  $n$  où elle rencontre les horizontales 18 des deux plans.

$iG$  est le rayon de rotation du point  $G$  de l'espace, sommet du rectiligne de l'angle des deux plans.



On rabat  $IG$  en  $iG_2$ , ce qui donne en  $mG_2n$  l'angle cherché.

### Cônes.

Un cône sera défini par la projection de sa base et l'échelle de pente du plan de cette base. — On y joindra la projection et la cote du sommet.

### Problème 16.

Trouver l'ombre propre d'un cône et son ombre portée sur le plan de sa base.

Sa base est, je suppose, un cercle en projection. Le plan de sa base est défini par sa ligne de pente  $XY$ .

Le sommet est en  $S$  (17.45).

Soit  $F$  un flambeau (coté 23.10)

Menons la ligne  $SF$  et graduons-la.

Prenons son intersection avec le plan  $XY$ , ce qui se fait à l'aide d'un plan auxiliaire dont nous prenons 2 horizontales arbitraires 20-t et 15-z — L'intersection auxiliaire est  $tx$ . — Nous avons en  $S_1$  l'ombre du sommet sur le plan  $XY$ . — En  $S_1G$  et  $S_1K$  les deux droites d'ombre portée, et en  $Sg$ ,  $SK$  les 2 génératrices d'ombre propre.

