

mit bekannter N. N.-Höhe abschließen; unvermeidliche Anschlußfehler kann man vielfach der Zahl der Instrumentaufstellungen entsprechend verteilen. Größere Nivellementsnetze werden nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen¹.

12. Höhenbestimmung durch Vertikalwinkelmessung.

Hat man für die Aufnahme eines Gebietes die Höhen einer Anzahl Punkte durch Nivellieren bestimmt, so kann man von diesen Punkten ausgehend die Höhen weiterer Punkte durch Vertikalwinkelmessung bestimmen; die dabei zu lösende Aufgabe lautet so:

Gegeben ist die N. N.-Höhe H_s eines Punktes S (Abb. 112), in dem der Theodolit aufgestellt werden kann; gesucht ist die N. N.-Höhe H eines Punktes P .

Ist i die Instrumentenhöhe oder der Höhenunterschied zwischen der Kippachse des Instruments und dem Punkt S , z die Zielhöhe oder der Höhenunterschied zwischen dem in P angezielten Punkt² und P selbst, α der der Zielung entsprechende Vertikalwinkel und e

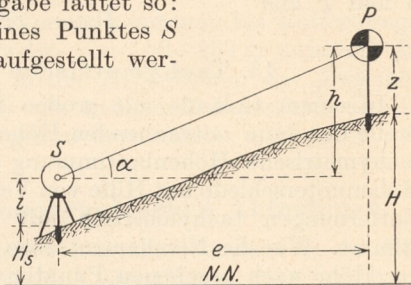


Abb. 112. Höhenbestimmung durch Vertikalwinkelmessung.

die horizontale Entfernung zwischen S und P , so erhält man H aus $H = H_s + i \pm h - z$, wobei $h = e \operatorname{tg} \alpha$.

Diese Gleichung gilt aber nur für den Fall, daß die Entfernung e zwischen P und S kleiner als ungefähr 500 m ist; bei größeren Entfernungen hat man die Erdkrümmung und die Refraktion zu berücksichtigen. Nimmt man an, daß der infolge der Refraktion gekrümmte Zielstrahl nahezu die Form eines Kreisbogens hat, so kann man H berechnen auf Grund der Gleichung

$$H = H_s + i \pm e \operatorname{tg} \alpha + \frac{e^2}{2r} (1 - k) - z,$$

in der r der Erddhalbmesser, also gleich 6370000 m, und k der „Refraktionskoeffizient“ ist.

Der Refraktionskoeffizient k ist abhängig von der Beschaffenheit der Luft; er ist mit dieser an verschiedenen Orten und an demselben Ort zu verschiedenen Zeiten verschieden. Man kann k dadurch bestimmen, daß man die N. N.-Höhe H eines Zielpunktes P durch Nivellieren bestimmt. Liegen für das in Frage kommende Gebiet keine besonderen Bestimmungen von k vor, so kann man $k = 0,13$ annehmen; dieser aus zahlreichen Messungen hervorgegangene Mittelwert gilt für mittlere Verhältnisse, bei nicht zu feuchter und nicht zu staubreicher Luft. Mit Rücksicht auf die Schwankungen, denen der Refraktionskoeffizient k unterworfen ist, muß man auch unter scheinbar mittleren

¹ Vgl. z. B. Werkmeister, P.: Einführung in die Ausgleichungsrechnung. Stuttgart 1928.

² Für die Zwecke der Messung muß P entweder mit einer besonderen Zieltafel oder einer Querlatte an einer vertikalen Stange bezeichnet werden.

Verhältnissen bei $k = 0,13$ mit einer Unsicherheit von $\pm 0,1$ oder bei einer Entfernung von 3 km mit einem mittleren Höhenfehler von rund $\pm 0,1$ m rechnen; man vermeidet deshalb Zielungen auf Entfernungen von mehr als 3 km.

Die Messung des Vertikalwinkels α erfolgt in zwei Fernrohrlagen und möglichst mehrmals, wobei man zwischen je zwei Messungen den Nullmarkenfehler des Vertikalkreises verändert.

Die Entfernung e zwischen dem Standpunkt S und dem Zielpunkt P erhält man z. B. auf Grund der Koordinaten (x_s, y_s) und (x, y) von S und P aus

$$e = \sqrt{(x_s - x)^2 + (y_s - y)^2}.$$

13. Tachymetrische Höhenbestimmung.

In einem Gelände mit großen Höhenunterschieden kann man an Stelle der dann zeitraubenden Höhenbestimmung durch Nivellieren die tachymetrische Höhenbestimmung anwenden; bei dieser werden die Höhenunterschiede mit Hilfe von Vertikalwinkeln und die erforderlichen Entfernungen tachymetrisch mit dem Fadenentfernungsmesser bestimmt. Wie die Nivellementszüge gehen solche Tachymeterzüge von der Höhe nach gegebenen Punkten aus und sollen in solchen Punkten abschließen.

Sind H_a und H_e die gegebenen N. N.-Höhen zweier Punkte A und E (Abb. 113) und soll die N. N.-Höhe H eines Punktes P bestimmt werden, so stellt man den Tachymetertheodolit der Reihe nach in S_1, S_2 und

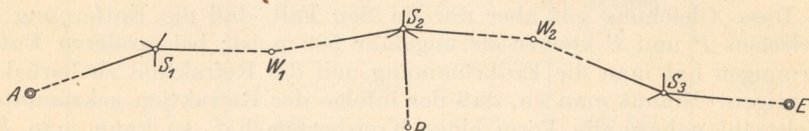


Abb. 113. Tachymetrische Höhenbestimmung.

S_3 und die mit einer Zentimeterteilung versehene Latte in A, W_1, P, W_2 und E auf. Bezeichnet man die N. N.-Höhen der Instrumentenhorizonte in S_1, S_2 und S_3 mit H_1, H_2 und H_3 , diejenigen der Hilfs- oder Wechsellagen W_1 und W_2 mit $H_{w'}$ und $H_{w''}$, die entsprechenden Höhenunterschiede mit $h_r', h_v', h_r'', h_v'', h_r''', h_v'''$ und die Einstellungen mit dem Nivellierfaden an der Latte mit $z_r', z_v', z_r'', z_v'', z_r''', z_v'''$, so ergeben sich die N. N.-Höhen nach früherem auf Grund der Gleichungen

$$\begin{aligned} H_1 &= H_a - (h_r' - z_r'), & H_{w'} &= H_1 + (h_v' - z_v'), \\ H_2 &= H_{w'} - (h_r'' - z_r''), & H &= H_2 + (h_v'' - z_v''), \\ & & H_{w''} &= H_2 + (h_v'' - z_v''), \\ H_3 &= H_{w''} - (h_r''' - z_r'''), & H_e &= H_3 + (h_v''' - z_v'''). \end{aligned}$$

Dabei haben die einzelnen Höhenunterschiede h das Vorzeichen der Vertikalwinkel α ; man erhält die Höhenunterschiede aus

$$h = \frac{1}{2} E \sin 2\alpha, \quad \text{wobei} \quad E = k_0 l + \Delta E.$$