

Die mittelbare Streckenmessung hat den Vorteil, daß man unabhängig von Messungshindernissen ist.

Die Berechnung eines Zuges besteht in der Ermittlung der rechtwinkligen Koordinaten (x_1, y_1) , (x_2, y_2) und (x_3, y_3) der Zugpunkte P_1, P_2 und P_3 (Abb. 100) auf Grund der gegebenen Koordinaten (x_a, y_a) , (x_a', y_a') , (x_e, y_e) und (x_e', y_e') der Anschlußpunkte A, A', E und E' .

Berechnet man die Richtungswinkel (AA') und (EE') von AA' und EE' auf Grund der Gleichungen

$$\operatorname{tg}(AA') = \frac{y_a' - y_a}{x_a' - x_a} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg}(EE') = \frac{y_e' - y_e}{x_e' - x_e},$$

so erhält man die Richtungswinkel $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ und φ_e der Zugseiten aus

$$\varphi_1 = (AA') + \alpha_a$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \alpha_1 \pm 180^\circ$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \alpha_2 \pm 180^\circ$$

$$\varphi_e = \varphi_3 + \alpha_3 \pm 180^\circ.$$

Berechnet man auch noch (EE') aus

$$(EE') = \varphi_e + \alpha_e \pm 180^\circ,$$

so erhält man eine Probe für die Richtigkeit der Messung und der Rechnung. Im allgemeinen zeigt sich bei der Berechnung von (EE') infolge der Ungenauigkeit der Koordinaten der Festpunkte und der unvermeidlichen Messungsfehler ein Widerspruch, den man gleichmäßig auf die gemessenen Winkel $\alpha_a, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ und α_e verteilt.

Nachdem man so die Richtungswinkel der einzelnen Zugseiten ermittelt hat, kann man die Koordinaten der Zugpunkte berechnen an Hand der Gleichungen

$$x_1 = x_a + s_1 \cos \varphi_1 \quad y_1 = y_a + s_1 \sin \varphi_1$$

$$x_2 = x_1 + s_2 \cos \varphi_2 \quad y_2 = y_1 + s_2 \sin \varphi_2$$

$$x_3 = x_2 + s_3 \cos \varphi_3 \quad y_3 = y_2 + s_3 \sin \varphi_3.$$

Eine Probe für die Messung und Rechnung erhält man dadurch, daß man auch die Koordinaten von E berechnet aus

$$x_e = x_3 + s_e \cos \varphi_e \quad \text{und} \quad y_e = y_3 + s_e \sin \varphi_e.$$

Die dabei sich zeigenden Widersprüche im Vergleich zu den gegebenen Koordinaten von E verteilt man proportional den Zugseiten auf die $s \cos \varphi$ - und $s \sin \varphi$ -Werte.

Für die Berechnung von Zügen empfiehlt sich die Verwendung eines entsprechend eingerichteten Vordrucks.

8. Netzweise Bestimmung von Neupunkten nach dem numerischen Verfahren.

Die netzweise Punktbestimmung besteht in der gemeinsamen Festlegung von zwei und mehr Punkten mit Hilfe eines Dreiecksnetzes; die dabei vorkommenden Dreiecksnetze kann man einteilen in einfach und mehrfach angeschlossene Netze. Ein einfach angeschlossenes Netz ist im Koordinatensystem nur eindeutig festgelegt, es enthält also nur

zwei Festpunkte; ein mehrfach angeschlossenes Netz ist im Koordinatensystem mehrdeutig festgelegt, es enthält also mehr wie zwei Festpunkte. In einem mehrfach angeschlossenen Netz treten infolge der fehlerfrei anzunehmenden, aber nicht ganz fehlerfreien Koordinaten der Festpunkte und der unvermeidlichen Messungsfehler Widersprüche auf, die entweder durch eine Ausgleichung zu tilgen sind oder — wenn, wie im vorliegenden Fall, nur eine geringere Genauigkeit angestrebt wird — vernachlässigt werden können. Mit Rücksicht auf den Schutz gegen Meß- und Rechenfehler verdient das mehrfach angeschlossene Netz den Vorzug; es gibt aber auch Fälle, bei denen man sich mit einem einfach angeschlossenen Netz begnügen muß. Aus demselben Grund mißt man bei jeder Netzform in jedem Dreieck möglichst alle drei Winkel, wobei man die Widersprüche bei der Summe von je drei Winkeln gleichmäßig auf die einzelnen Winkel verteilt.

Bei den Aufgaben der netzweisen Punktbestimmung kommt zunächst das numerische Verfahren, unter Umständen auch das photogrammetrische Verfahren zur Anwendung.

Bei den netzweisen Punktbestimmung nach dem numerischen Verfahren, bei dem die erforderlichen Winkel mit dem Theodolit gemessen werden, kann man für den Fall des einfach angeschlossenen Netzes zwei Netzformen unterscheiden; bei der einen Form ist die Verbindungsgerade der beiden Festpunkte eine Seite (Abb. 101), bei der anderen eine Diagonale (Abb. 102) des Netzes. Bei den mehrfach

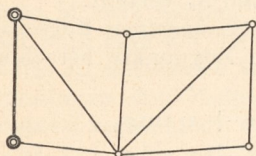


Abb. 101. Dreiecksnetz mit einfachem Seitenanschluß.

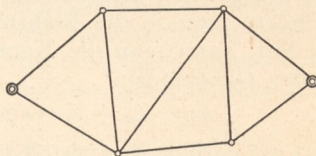


Abb. 102. Dreiecksnetz mit einfachem Punktanschluß.

angeschlossenen Netzen lassen sich vier Anschlußarten unterscheiden, nämlich Seitenanschluß, Punktanschluß, Seiten- und Punktanschluß sowie Richtungs- und Punktanschluß. Beim Seitenanschluß enthält

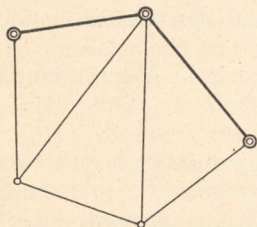


Abb. 103. Mehrfach angeschlossenes Dreiecksnetz mit Seitenanschluß.

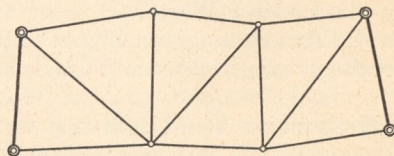


Abb. 104. Mehrfach angeschlossenes Dreiecksnetz mit Seitenanschluß.

das Netz mindestens zwei, von Festpunkten begrenzte Seiten, die entweder zusammenstoßen (Abb. 103) oder nicht (Abb. 104). Ist Punkt-

anschluß vorhanden, so enthält das Netz mindestens drei, durch Neupunkte getrennte Festpunkte (Abb. 105). Bei einem Netz mit Seiten- und Punktanschluß enthält das Netz mindestens eine durch zwei Festpunkte bestimmte Seite und noch mindestens einen weiteren, auf jene

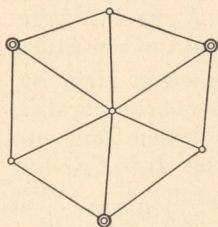


Abb. 105. Mehrfach angeschlossenes Dreiecksnetz mit Punktanschluß.

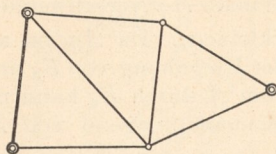


Abb. 106. Mehrfach angeschlossenes Dreiecksnetz mit Seiten- und Punktanschluß.

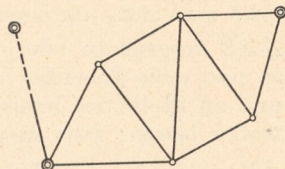


Abb. 107. Mehrfach angeschlossenes Dreiecksnetz mit Richtungs- und Punktanschluß.

Festpunkte nicht unmittelbar folgenden Festpunkt (Abb. 106). Ist Richtungs- und Punktanschluß vorhanden, so ist das Netz durch Messung eines Winkels an eine feste Richtung und außerdem an mindestens zwei, durch Neupunkte getrennte Festpunkte angeschlossen (Abb. 107).

Die Berechnung eines einfach oder mehrfach angeschlossenen Netzes, bestehend in der Ermittlung der Koordinaten der Neupunkte, ist besonders einfach für den Fall eines Seitenanschlusses; die Berechnung beginnt mit der Bestimmung der Netzseiten nach dem Sinussatz, die Ermittlung der Koordinaten der Neupunkte geschieht in derselben Weise wie bei der zugweisen Punktbestimmung.

Die Berechnung eines Netzes mit einfachem Punktanschluß (Abb. 102) kann man nach dem folgenden graphisch-numerischen Verfahren durchführen:

Gegeben sind die Koordinaten (x_a, y_a) und (x_e, y_e) von A und E (Abb. 108); zur Bestimmung der Koordinaten (x_1, y_1) bis (x_4, y_4) der vier Neupunkte P_1 bis P_4 sind alle zwölf Winkel der vier Dreiecke gemessen. Infolge der nicht vermeidbaren Messungsfehler zeigen die Winkelsummen in den Dreiecken Widersprüche; diese verteilt man gleichmäßig auf die einzelnen Winkel und erhält dann die der Berechnung des Netzes zugrunde zu legenden Winkel α_1 bis α_{12} . Löst man die Aufgabe graphisch mit Hilfe einer maßstäblichen Zeichnung, so kann man dieser z. B. der Seite AP_1 entsprechend für die Seitenlänge und

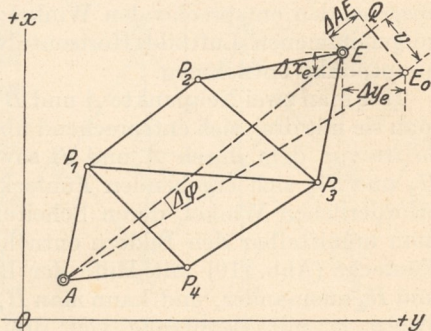


Abb. 108. Berechnung eines Dreiecksnetzes mit einfachem Punktanschluß.

den Richtungswinkel die Näherungswerte $\overline{AP_{0,1}}$ und $(AP_{0,1})$ entnehmen. Berechnet man mit $\overline{AP_{0,1}}$ mit Benutzung des Sinussatzes die übrigen

Dreiecksseiten und mit diesen und $(AP_{0,1})$ die Koordinaten des Punktes E , so erhält man nicht E , sondern einen Näherungspunkt E_0 . Sind Δx_e und Δy_e die Koordinatenunterschiede von E_0 und E , so kann man mit ihnen unter Verwendung eines großen Maßstabes und Berücksichtigung der Vorzeichen E_0 in die Zeichnung eintragen. Damit E_0 nach E fällt, muß man AE_0 um einen Winkel $\Delta\varphi$ verschwenken und um ein Stück $\Delta\overline{AE}$ vergrößern oder verkleinern. Da $\Delta\varphi$ im allgemeinen klein ist, so sind seine Schenkel in der Umgebung von E_0 und E nahezu parallel, und an Stelle des Kreises um A durch E_0 kann man dessen Tangente treten lassen; fällt man dementsprechend von E_0 das Lot E_0Q auf AE und mißt man $E_0Q = v$ und QE ab, so ist $\Delta\varphi = \frac{v}{\overline{AE}} \varrho \left(\varrho = \frac{180^\circ}{\pi} \right)$

und $\Delta\overline{AE} = QE$. Hieraus ergibt sich, daß man die Näherungswerte $\overline{AP}_{0,1}$ und $(AP_{0,1})$ verändern muß um $\Delta\overline{AP}_1 = \frac{\overline{AP}_1}{\overline{AE}} \Delta\overline{AE}$ bzw. $\Delta\varphi$.

Berechnet man mit den so sich ergebenden Werten erneut die Koordinaten von E und stimmen diese noch nicht mit der gewünschten Genauigkeit mit den gegebenen Werten überein, so muß man das Verfahren wiederholen.

9. Netzweise Bestimmung von Neupunkten nach dem photogrammetrischen Verfahren.

Mehrere Punkte kann man in nahezu ebenem Gelände gemeinsam festlegen mit Hilfe eines Dreiecksnetzes, in welchem man die erforderlichen Winkel mit Hilfe von horizontal aus einem Luftfahrzeug aufgenommenen Meßbildern bestimmt. Das Verfahren dieser „netzweisen photogrammetrischen Punktbestimmung mit Hilfe von horizontalen Luftbildern“ beruht darauf, daß bei einem Meßbild mit horizontaler Bildebene die vom Bildhauptpunkt ausgehenden Winkel dieselben sind wie die von der Projektion des Hauptpunktes auf die Erde ausgehenden entsprechenden Winkel; man kann also einem horizontal aufgenommenen Luftbild Horizontalwinkel mit dem Scheitel im Bildhauptpunkt entnehmen.

Hat man zwei Neupunkte A und B (Abb. 109) im Gelände, und erfaßt man sie mit drei, sich entsprechend überdeckenden horizontalen Bildern, so ist von dem durch A und B sowie die drei Bildhauptpunkte H_1 , H_2 und H_3 sich ergebenden Fünfeck die Gestalt bestimmt; die dazu erforderlichen Winkel, deren Scheitel in H_1 , H_2 und H_3 liegen, kann man unmittelbar den Bildern entnehmen. Reiht man mehrere solcher Fünfecke (Abb. 110) mit Hilfe der Bildhauptpunkte H_0 , H_1 , H_2 , H_3 und H_4 aneinander, und kann man H_0 und H_4 in der früher angegebenen Weise je mit Benutzung von drei Festpunkten durch Rückwärts-einschneiden festlegen, so kann man die entstehende Figur nach Gestalt, Größe und Lage im Koordinatensystem bestimmen und damit die Neupunkte A_1 , B_1 , A_2 , B_2 , A_3 und B_3 festlegen.

Die Aufnahme von genau horizontal liegenden Bildern ist bis jetzt nicht möglich; man muß deshalb mit um wenige Grade geneigten