

entsprechenden Ablesungen a_1 und a_2 hat man zu beachten, daß bei einem $\left\{ \begin{smallmatrix} \text{Höhen-} \\ \text{Tiefen-} \end{smallmatrix} \right\}$ Winkel $2z$ $\left\{ \begin{smallmatrix} \text{kleiner} \\ \text{größer} \end{smallmatrix} \right\}$ als 180° sein muß; hieraus ergibt sich, ob man a_1 von a_2 — wie bei der oben angenommenen Art der Bezifferung — oder a_2 von a_1 subtrahieren muß, um $2z$ zu erhalten.

Soll zur Erhöhung der Genauigkeit ein Vertikalwinkel mehrmals gemessen werden, so verändert man zwischen je zwei Messungen den Nullmarkenfehler mit Hilfe der Berichtigungsschraube der mit den Ablesevorrichtungen verbundenen Libelle; die Ablesungen sind dann bei jeder neuen Messung andere.

5. Die Messung von Strecken und Höhenunterschieden mit dem Tachymetertheodolit.

Soll die Entfernung zwischen zwei Punkten mit dem Fadenentfernungsmesser des Tachymetertheodolits bestimmt werden, so stellt man in dem einen Punkt den Theodolit und in dem andern eine „Tachymeterlatte“ vertikal auf und liest an dieser den durch die beiden entfernungsmessenden Fäden bestimmten Lattenabschnitt l ab; für den Fall, daß die Zielung über den mittleren Horizontalfaden horizontal liegt oder senkrecht zu der Latte steht, erhält man — wie früher gezeigt wurde — die Entfernung E aus $E = k_0 l \pm \Delta E$, wobei k_0 eine runde Zahl, z. B. gleich 100, und ΔE einem zu dem Instrument gehörigen Täfelchen zu entnehmen ist. Bildet die durch den mittleren Horizontalfaden bestimmte Zielachse mit der Horizontalen den Vertikalwinkel α (Abb. 50) und ist E' die schiefe Entfernung zwischen der Mitte M des Lattenabschnitts und der Kippachse des Theodolits, so erhält man die horizontale Entfernung e zwischen Instrument und Latte aus

$$e = E' \cos \alpha.$$

Denkt man sich die Latte um M so weit gedreht, bis sie senkrecht zur Zielung über den Mittelfaden steht, und bezeichnet man den Abschnitt zwischen den beiden entfernungsmessenden Fäden an der schiefstehenden Latte mit l' , so ist

$$E' = k_0 l' \pm \Delta E.$$

Beachtet man, daß $l' \approx l \cos \alpha$ ist, so erhält man

$$E' = k_0 l \cos \alpha \pm \Delta E$$

und damit

$$e = k_0 l \cos^2 \alpha \pm \Delta E \cos \alpha.$$

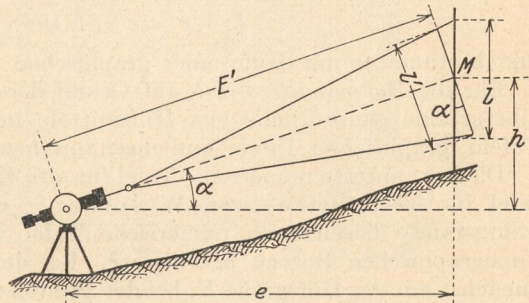


Abb. 50. Benutzung des Tachymetertheodolits zur Messung von Strecken und Höhenunterschieden.

Da ΔE im allgemeinen klein ist, so kann man auch so schreiben¹

$$e \approx k_0 l \cos^2 \alpha \pm \Delta E \cos^2 \alpha \approx (k_0 l \pm \Delta E) \cos^2 \alpha$$

oder

$$e \approx E \cos^2 \alpha, \quad \text{wobei} \quad E = k_0 l \pm \Delta E. \quad (1)$$

Die Größe E bedeutet dabei eine Hilfsgröße für die Rechnung.

Der Höhenunterschied h zwischen der Kippachse des Instruments und dem durch den Mittelfaden bestimmten Punkt M der Latte ergibt sich aus

$$h = e \operatorname{tg} \alpha. \quad (2)$$

Beachtet man die Gleichung (1), so findet man

$$h = e \operatorname{tg} \alpha \approx E \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha$$

oder

$$h \approx \frac{1}{2} E \sin 2\alpha, \quad \text{wobei} \quad E = k_0 l \pm \Delta E. \quad (3)$$

Den Lattenabschnitt l liest man je nach der verlangten Genauigkeit auf Millimeter oder Zentimeter genau ab und verwendet dementsprechend eine Latte mit Zentimeter- oder eine solche mit Halbdezimeterteilung. Für die bequeme Ablesung von l stellt man den einen der beiden äußeren Horizontalfäden mit Hilfe der Feinbewegungsschraube des Fernrohrs auf einen Strich der Lattenteilung, z. B. auf 1,00 m ein. Die Latte wird mit Benutzung einer angeschraubten Dosenlibelle vertikal gehalten.

Zur Berechnung von e auf Grund der Gleichung (1) schreibt man diese am besten in der Form

$$E - e = c = E \sin^2 \alpha$$

und bestimmt c mit Hilfe einer graphischen Tafel (Abb. 51).

Für die Berechnung von h auf Grund der Gleichungen (2) oder (3) gibt es eine ganze Reihe von Hilfsmitteln in Form von numerischen Tafeln, graphischen Tafeln und mechanischen Vorrichtungen.

Die bekannteste numerische Tafel für alte Kreisteilung ist die „Hilfs-tafel für Tachymetrie“ von W. Jordan²; eine recht bequeme, als „Sinustafel“ bezeichnete numerische Tafel wurde vom Bayerischen Topographischen Bureau bearbeitet³. Bei der ersten Tafel geht man zunächst mit der Hilfsgröße E , bei der zweiten mit dem Vertikalwinkel α in die Tafel ein; die letztere Anordnung bietet den Vorteil, daß bei Einschaltungen zwischen den Tafelwerten diese unmittelbar nebeneinander und nicht auf verschiedenen Seiten stehen. Eine numerische Tafel für neue Kreisteilung ist die „Tachymetertafel“ von N. Jadanza, deutsche Ausgabe besorgt von E. Hammer.

Die „Graphische Tachymetertafel für alte Kreisteilung“ von P. Werkmeister ist eine Tafel mit Punktskalen und einer Geraden

¹ Vgl. Hammer, E.: Über die Näherungen bei Anwendung des Fadendistanzmessers in der Tachymetrie. Z. Vermessungskunde 1905, 721.

² Die Tafel reicht in E bis 250 m. Eine von F. Reger bearbeitete Ergänzungstafel zu der Tafel von W. Jordan geht in E bis 350 m.

³ Die Tafel geht bei α bis 30° und in E bei kleineren Vertikalwinkeln bis 300 m, bei größeren bis 100 m.

zum Ablesen. Die Tafel reicht in E von 5—500 m und in h von 0,1—70 m; sie liefert h überall auf mindestens 0,1 m genau. Die von der Topographischen Abteilung des Reichsamts für Landesaufnahme bearbeitete „Graphische Kotentafel“ für alte Kreisteilung ist eine Tafel mit Kurvenskalen; die Tafel reicht im allgemeinen für alle mit dem Meßtisch und der Kippregel auszuführenden Messungen aus.

Das wichtigste und bequemste mechanische Hilfsmittel ist der logarithmische Rechenschieber, der entweder in seiner gewöhnlichen

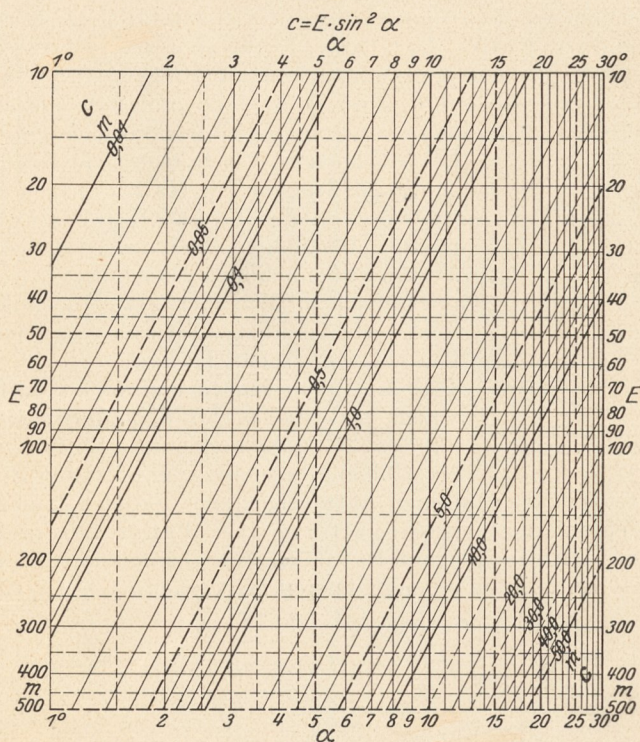


Abb. 51.

Form oder in einer Sonderform als „Tachymeterschieber“ benutzt werden kann. Benutzt man den gewöhnlichen, mit einer Tangensskala versehenen Rechenschieber, so rechnet man nach der Gleichung (2) bzw. $\log h = \log e + \log \operatorname{tg} \alpha$; für die Bestimmung der Kommastellung hat man dabei zu beachten, daß $\operatorname{tg} \alpha$ genähert gleich $\frac{\alpha}{\varrho}$ (wobei $\varrho = \frac{180^\circ}{\pi}$) oder ganz rund gleich $\frac{\alpha}{60}$ ist. Bei den besonders eingerichteten Tachymeterschiebern wird auf Grund der Gleichung (3) gerechnet; die Schieber sind dementsprechend mit einer nach α bezifferten, durch $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$ bestimmten Teilung versehen. Die Rechnung erfolgt auf Grund der

Gleichung $\log h = \log E + \log \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ in der beim Rechenschieber üblichen Weise. Zur Bestimmung der Kommastellung hat man zu beachten, daß $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$ genähert gleich $\frac{\alpha}{\rho}$, also ganz rund gleich $\frac{\alpha}{60}$ ist.

Außer dem mit einem Vertikalkreis versehenenen „Kreistachymeter“ gibt es auch noch „Schiebetachymeter“; es sind dies Tachymetertheodolite mit besonderen Schiebevorrichtungen zur mechanischen Berechnung von e und h auf Grund der Gleichungen (1) bis (3) oder ähnlicher Gleichungen. Instrumente dieser Art sind diejenigen von Wagner-Fennel und von Puller-Breithaupt. Die auch als „selbstrechnende“ Tachymeter bezeichneten Schiebetachymeter sind für die Arbeiten des Topographen zu schwerfällig und unhandlich und haben deshalb bei topographischen Aufnahmen nur wenig Verwendung gefunden. Ein

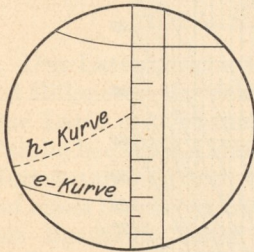


Abb. 52. Gesichtsfeld des Hammer-Fennel-Tachymeters.

selbstrechnender Tachymeter im eigentlichen Sinne ist das von E. Hammer angegebene¹, erstmals von der Firma Otto Fennel Söhne gebaute Instrument, bei dem die Berechnung von e und h nach den Gleichungen (1) und (3) auf optischem Wege erfolgt. Im linken Teil vom Gesichtsfeld des Fernrohrs erscheinen bei dem Hammerschen Tachymeter (Abb. 52) zwei Kurven — die e -Kurve und die h -Kurve —, an denen — abgesehen von dem Multiplizieren mit 100 bzw. 20 — die horizontale Entfernung e und der Höhenunterschied h unmittelbar an der im

Zielpunkt vertikal gehaltenen Latte abgelesen werden können.

In bezug auf die Genauigkeit der Streckenmessung mit dem Fadenentfernungsmesser ist zunächst zu bemerken, daß man die horizontale Entfernung e bei genaueren Messungen nach der Gleichung

$$e = k_0 l \cos^2 \alpha \pm \Delta E \cos \alpha$$

berechnet; genügt eine geringere Genauigkeit, so verwendet man die Näherungsgleichung

$$e \approx E \cos^2 \alpha, \quad \text{wobei} \quad E = k_0 l \pm \Delta E.$$

Die Genauigkeit von e ist abhängig von der Größe der mittleren Fehler $\mu_{\Delta E}$, μ_l und μ_α von ΔE , l und α . Für den durch $\mu_{\Delta E}$ an e hervorgerufenen mittleren Fehler μ_e' gilt $\mu_e' = \mu_{\Delta E} \cos^2 \alpha$; nimmt man dabei den hinsichtlich α ungünstigsten Fall an, indem man $\alpha = 0$ setzt, so erhält man $\mu_e' = \mu_{\Delta E}$. Man muß demnach ΔE mit derselben Genauigkeit kennen, mit der man e bestimmen will.

Zwischen dem durch μ_l an e verursachten mittleren Fehler μ_e'' und μ_l besteht die Beziehung $\mu_e'' = k_0 \mu_l \cos^2 \alpha$ oder für den in bezug auf α mit $\alpha = 0$ ungünstigsten Fall $\mu_e'' = k_0 \mu_l$; für $k_0 = 100$ ist demnach $\mu_e'' = 100 \mu_l$.

¹ Vgl. Hammer, E.: Der Hammer-Fennelsche Tachymetertheodolit und die Tachymeterkipregel zur unmittelbaren Lattenablesung von Horizontalabstand und Höhenunterschied. Stuttgart 1901.

Für den Einfluß μ_e''' eines Fehlers μ_α läßt sich zeigen, daß $\mu_e''' = \frac{\Delta\alpha}{\varrho} E \sin 2\alpha$, wobei $\varrho = \frac{180^\circ}{\pi}$ ist. Setzt man entsprechend der Gleichung (3) $E \sin 2\alpha = 2h$, so ergibt sich die Beziehung $\mu_e''' = 2h \frac{\Delta\alpha}{\varrho}$, damit erhält man für z. B. $\Delta\alpha = 1'$ die Werte

h	$= 0$	10	20	30	40	50 m,
μ_e'''	$= 0$	$0,01$	$0,01$	$0,02$	$0,02$	$0,03$ m.

Ein in bezug auf Einfachheit bei der Bestimmung der horizontalen Entfernung e und des Höhenunterschiedes h dem oben angeführten Instrument von E. Hammer ähnliches Instrument ist der nach den Angaben von J. Szepessy von der Firma F. Süss in Budapest gebaute selbst-rechnende Tachymeter. Der Grundgedanke dieses Instru-

ments ergibt sich aus der Abb. 53, in der L eine im Zielpunkt vertikal aufgestellte Latte und S eine im Abstand a von der Kippachse K des Instruments vertikal, mit dem Nullpunkt in der Horizontalen durch K angeordnete Skala vorstellen. Entspricht einem durch zwei Skalenstriche mit den Werten s_1 und s_2 bestimmten Skalenstück s ein an der Latte abzulesender Lattenabschnitt l , so erhält man die horizontale Entfernung e aus

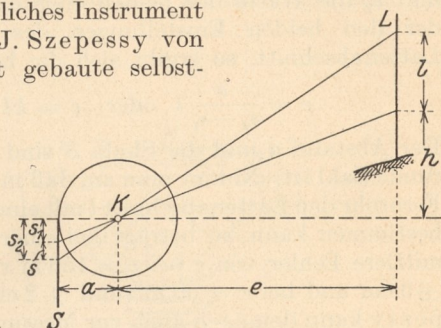


Abb. 53. Grundgedanke des Tachymeters von Szepessy.

Entspricht einem durch zwei Skalenstriche mit den Werten s_1 und s_2 bestimmten Skalenstück s ein an der Latte abzulesender Lattenabschnitt l , so erhält man die horizontale Entfernung e aus

$$e = \frac{a}{s} l \quad \text{oder} \quad e = kl, \quad \text{wenn} \quad k = \frac{a}{s}.$$

Den Höhenunterschied h zwischen der Kippachse und dem durch s_1 bestimmten Lattenpunkt findet man aus

$$h = \frac{e}{a} s_1.$$

Die Skala S ist bei dem Instrument zentral auf die Stirnfläche des Vertikalkreises projiziert und wird von hier mit Hilfe eines Linsen- und Prismensystems in das Gesichtsfeld des Fernrohrs übertragen, so daß in diesem einerseits die Skala S und andererseits die Latte L erscheinen. Die Additionskonstante des Fernrohrs ist gleich Null, die durch den Horizontalfaden bestimmte Zielachse geht demnach wie in der Abb. 53 stets durch die Kippachse K .

Benutzt man das Instrument zu Punktbestimmungen für topographische Zwecke, so bestimmt man den dem Abstand s zwischen zwei Strichen der Skala S entsprechenden Lattenabschnitt l ; man findet dann die Entfernung e aus $e = kl$, wobei $k = 100$ ist. Ist s_1 der Wert des zur Bestimmung des Höhenunterschiedes h benutzten Striches der Skala S , so erhält man h aus

$$h = \frac{e}{100} s_1 \quad \text{oder} \quad h = l s_1.$$

Die mit dem Instrument erreichbare Genauigkeit kann man bei der Messung von kürzeren, etwa bis 150 m langen Strecken dadurch erhöhen, daß man in der Gleichung $e = kl$ unter Ausnutzung der ganzen Länge der Latte L die Konstante k möglichst klein oder den Lattenabschnitt l möglichst groß macht; dies erfordert aber zwei Fernrohereinstellungen. Der Vorgang bei der Messung besteht darin, daß man den Horizontalfaden des Fernrohrs zunächst genähert auf das untere Lattenende und sodann genau auf den nächstgelegenen Strich der Skala S einstellt; hierauf stellt man genähert das obere Lattenende und dann genau den nächstgelegenen Strich von S mit dem Horizontalfaden ein. Sind s_1 und s_2 die Werte der beiden eingestellten Striche der Skala S und l der den beiden Einstellungen des Horizontalfadens entsprechende Lattenabschnitt, so ergibt sich die horizontale Entfernung e aus

$$e = \frac{a}{s_2 - s_1} l \quad \text{oder} \quad e = kl, \quad \text{wenn} \quad k = \frac{a}{s_2 - s_1}.$$

Der Abstand a und die Skala S sind derart, daß k in jedem Fall eine runde Zahl ist. Nimmt man an, daß man mit dem 30fach vergrößernden Fernrohr den Lattenabschnitt l mit einem mittleren Fehler von $\pm 0,001$ m bestimmen kann, so beträgt bei einer auf 3 m ausgenutzten Latte der mittlere Fehler von e bei $e = 150$ m rund ± 5 cm, bei $e = 100$ m rund ± 3 cm und bei $e = 50$ m rund ± 2 cm. Der Tachymeter von J. Szepessy kann demnach auch zur Messung der Strecken bei Polygonzügen verwendet werden.

C. Der Meßtisch mit der Kippregel.

Der Meßtisch mit der Kippregel findet hauptsächlich Verwendung bei tachymetrischen Punktbestimmungen für die Zwecke von topographischen Aufnahmen. Der Unterschied zwischen der Festlegung eines Punktes mit dem Meßtisch und der mit dem Tachymetertheodolit besteht darin, daß die Richtung beim Meßtisch in der Zeichnung — graphisch — und beim Tachymetertheodolit in Zahlen — numerisch — festgelegt wird.

1. Der Bau des Meßtisches und der Kippregel.

Der Meßtisch (Abb. 54) besteht aus dem Stativ, dem Fußgestell und der etwa 60 auf 60 cm großen Holzplatte P . Der untere, die drei Fuß- oder Stellschrauben F tragende Teil des Fußgestelles geht nach oben in eine Büchse über, in der der obere Teil mit einem Zapfen drehbar ist. Die Platte P ist mit Hilfe von drei, von Hand lösbaren Schrauben S mit dem oberen Teil des Fußgestells verbunden. Zur Festhaltung einer bestimmten Stellung der Platte P ist eine Klemmschraube K vorhanden, die mit einer Feinbewegungsschraube zur genauen Einstellung der Platte verbunden ist. Die Befestigung des Fußgestells auf dem Stativ ge-

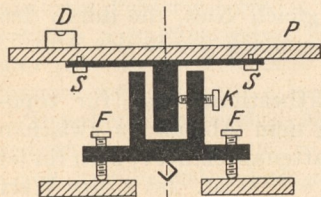


Abb. 54. Meßtisch.