

### XXXIII. Kapitel.

#### Das Niveliren oder Wasserwägen.

§. 370. Wir haben bereits im Vorhergehenden einige Arten kennen gelernt, die Erhöhung eines Orts auf dem Felde über der Horizontalfläche eines andern zu bestimmen.

Bediente man sich dazu blos der Maasstäbe, nach (S. 42.), so würden wohl beyde Punkte auf dem Felde nicht zu weit von einander liegen dürfen, wenn das Verfahren anders nicht sehr beschwerlich seyn soll.

Ist die Erhöhung eines Orts, auf eine nicht allzugroße Entfernung von einem gewissen Standpunkte, so beträchtlich, daß man bequem einen Elevationswinkel mit dem Astrolabio, oder auch durch Hülfe eines Micrometers in einem Fernrohre, messen kann, so läßt sich die Höhe nach (Kap. XVI), trigonometrisch berechnen.

Den Gebrauch des Barometers zu Höhenmessungen habe ich im 197sten S. u. f. gezeigt, werde aber in der Folge noch einiges davon erwähnen. Die:

Diesen Methoden kann man, besonders wenn man das abwechselnde Steigen und Fallen bergigter Gegenden angeben, und in einen Riß bringen will, auch noch mit Vortheil die

### Kochische Bergwaage

benutzen, deren Einrichtung und Gebrauch im Wesentlichen aus (Fig. LXXXIII.) zu sehen ist.

I. Dasselbst ist  $ah$  ein Richtscheid, welches mit 2 gleich langen Füßen  $at$ ,  $hu$ , die unten mit Eisen beschlagen sind, versehen ist.

Die Entfernung  $tu$  soll genau 10 Fuß betragen.

Aus der Mitte des Richtsches erhebt sich ein daran befestigter Arm  $pn$ , etwa drey Schuh lang, mit welchem ein viereckiges, etwa 16 Zoll langes und 8 Zoll breites rechtwinklichtes Brett dergestalt verbunden ist, daß die Seite  $cd$  desselben genau mit  $tu$  oder  $ha$  parallel läuft.

Aus  $i$ , der Mitte von  $cd$ , ist auf dem Brette ein Halbkreis  $cn d$  beschrieben, welcher von  $d$  an, längst  $dnc$  genau ist seine 180 Grade getheilt seyn muß.

Aus dem Mittelpunkte  $i$  hängt an einem wohlpolierten stählernen Stifte ein Perpendikel,  
oder

oder Loth im herunter, welches man aus Messingbleche verfertigen, und unten mit einem Zeiger, der die Gradabtheilungen weist, versehen lassen kann.

Aus dieser Einrichtung wird nun erhellen, daß, so wie man  $ah$  um die Spitze  $u$  erhöht oder erniedriget, das Perpendikel im auf dem eingetheilten Halbkreise immer einen andern und andern Grad weisen müsse, und zwar dergestalt, daß bey einer gegebenen Neigung des Werkzeugs, der gewiesene Winkel  $dim$  allemal  $= utk = 90^\circ - tuk = 90^\circ -$  dem Erhöhungswinkel des Punktes  $t$  über der durch  $u$  gehenden Horizontal:linie  $uk$ , seyn müsse, weil nemlich, wenn  $tk$  eine Vertical:linie vorstellt,  $tk$  mit der Richtung des Lothes im, und vermöge der Einrichtung des Werkzeugs, auch  $tu$  mit  $cd$  parallel läuft.

Es versteht sich, daß die Ebene des Brettes  $acd$  vertical gehalten werden, und übrigens das Loth im frey, und ohne an dem Brette zu streifen, herabhängen muß.

II. Weil nun die Entwerfung  $tu = 10$  Fuß, so ist der Horizontalabstand der beyden Punkte  $t$ ,  $u$ , oder

$$ku = tu \cdot \sin dim = 10 \sin dim,$$

und

und die Erhöhung des Punktes  $t$  über  $u$   
 $tk = tu \cdot \cos \dim = 10 \cos \dim$ ,  
 den Sinus totus  $= 1$  gesetzt.

Nimmt man ihn aber zu 10000000, wie  
 in den Tafeln, so wird in Fußes

$$ku = \frac{10 \sin \dim}{10000000} = \frac{\sin \dim}{1000000}$$

$$\text{und eben so } tk = \frac{\cos \dim}{1000000}$$

Man darf also nur von jedem Sinus  
 oder Cosinus der Tafeln, 6 Decimalstellen  
 abschneiden, um  $uk$ ,  $tk$  in Fußes, für jeden  
 beobachteten Winkel  $\dim$  zu finden.

Man hat folglich keine Rechnung durch  
 Logarithmen, wie in Böhms Anleitung  
 zur Messkunst auf dem Felde (§ 114.)  
 geschieht, vonnöthen, auch keine besondern  
 Tafeln für die jedem Winkel  $\dim$  zukom-  
 menden Werthe von  $tk$ ,  $uk$ , sondern die blo-  
 ßen Sinustafeln geben hier sogleich ohne  
 weitere Rechnung das Gesuchte, und zwar  
 durch alle einzelne Grade und Minuten.

Ein paar Sinustafeln wird doch wohl  
 ein jeder Feldmesser besitzen.

III. So lange  $\text{dim}$  unter  $90^\circ$  ist, liegt  $u$  niedriger als  $t$ ; für  $\text{dim} = 90^\circ$  liegen beide  $t, u$  in einer Horizontalfläche; wäre aber  $\text{dim}$  stumpf, so müßte  $u$  höher liegen als  $t$ , welches denn auch  $\text{tk}$  negativ gäbe, weil es der Cosinus von  $\text{dim}$  seyn würde.

### Gebrauch dieses Werkzeugs.

IV. Will man nun das Steigen und Fallen einer unebenen Fläche  $abc\dots fg$  finden, (Fig. LXXXIV.), so stelle man den Fuß  $t$  der Bergwaage (l.) über  $a$ , und bemerke die Grade und Minuten (welche letztere aber man wohl nur nach dem Augenmaße schätzen kann), welche, von  $d$  (Fig. LXXXIII. angezeichnet, das Perpendikel im abschneidet, und schreibe sie auf. Wenn nun bey dieser erstern Station der andere Fuß  $u$  der Bergwaage bis  $b$  reichte, so bezeichne man erstlich  $b$  gehörig, und bringe nun die Bergwaage über  $bc$ , und so ferner über  $cd, de, ef$  u. s. w., und schreibe jedesmal die Grade und Minuten auf, die das Perpendikel weist; so hat man allemal von 10 zu 10 Fußsen, oder von  $a$  nach  $b$ , von  $b$  nach  $c$ , von  $c$  nach  $d$  u. s. w., das abwechselnde Fallen und Steigen; und zugleich den Horizontalabstand von einer Station zur andern.

Exemp.

Exemp: Gesezt,

über a b habe das Perpendikel gemessen  $65^{\circ}$ . 10

bc       :       :       :       65 . 10

cd       :       :       :       82 . 30

de       :       :       :       82 . 40

ef       :       :       :       104' . 0

fg       :       :       :       112 . 0

so giebt dieses aus den Sinustafeln, nach (II.), folgende Tiefen und Höhen:

Tiefen nach Fuß.		Horizontalabst. in F.
b unter a = 4,199		9,075 = ai
c : b = 4,199		9,075 = ik
d : c = 1,305		9,914 = kl
e : d = 1,276		9,918 u. s. w.
Summe d. Tief. = 10,979		
Höhen.		
f über e = 2,419		9,702
g über f = 3,764		9,272
Summe d. Höh = 6,165		

Hieraus findet sich nun die Tiefe von g unter a =  $+10,979 - 6,165 = +4,814$  Fuß = gm, wo gm eine Vertical:linie, und am eine Horizontale bedeuten.

V. Um blos zu wissen, wie hoch oder tief ein Punkt g unter einem andern a liege, ist es nicht nöthig, die Bergwaage an den einzelnen Staationen so zu stellen, daß die Punkte

Punkte a, b, c, d &c. &c. g sämtlich in einer und derselben Verticalebene liegen.

Das wird aber nöthig seyn, wenn man zwischen a und g zugleich den richtigen Horizontalabstand a m, durch bloße Summirung der horizontalen Weiten von a nach b, von b nach c u. s. w. verlangt.

Unter dieser Voraussetzung wäre also (IV.)  
 $am = 9,075 + 9,075 + 9,914$  &c. &c.  
 $= ai + ik + kl$  &c. &c.  
 $= 56,956$  Fuß.

VI. Wollte man den Zug abc... g auf dem Papiere verzeichnen, so nehme man a m für eine Abscissenlinie an, und setze auf sie die Horizontalweiten der einzelnen Stationen von a nach i, von i nach k u. s. w., oder noch besser, die Abscissen ai;  $ak = ai + ik$ ,  $al = ai + ik + kl$  &c. &c., und nun von i nach b, von k nach c u. s. w., als Ordinaten, die Tiefen von b unter a; c unter a; d unter a &c. &c. Für Punkte, die über a m zu liegen kämen, werden die Ordinaten auf die entgegengesetzte Seite von a m getragen. Die Punkte a, b, c u. s. w. alsdann zusammengehängt, geben einen Profilriß von a nach g.

VII. Anmerkung. Wenn der Halbmesser des eingetheilten Kreises auf der Bergwaage

waage weniger als einen Schuh beträgt, so werden sich nach dem bloßen Augenmaße die Minuten eines Grades nicht leicht genauer, als bis ohngefähr  $\frac{1}{8}^{\circ}$  angeben lassen. Man könnte indessen wohl eine Einrichtung treffen, daß das herabhängende Perpendikel etwa einen hängenden Bernier vorstellte, oder daß man sonst auf andere Arten die Winkel genauer erhielte. Allein theils würde durch solche Einrichtungen die Bergwaage zusammengesetzter, theils ist es auch zu ihrer gewöhnlichen Absicht immer hinreichend, die Winkel nur bis auf ein  $\frac{1}{4}$  oder  $\frac{1}{8}$  eines Grades genau zu wissen. Selbst bey der übrigen Einrichtung dieses Werkzeugs wäre eine größere Genauigkeit überflüssig, da z. E. selbst bey dem Einsetzen der Füße a t, h u über jeder Station, beträchtliche Fehler vorkommen können u. dgl. Der Erfinder dieser Bergwaage, Georg Rothe, hat sie in einer kleinen Schrift (Beschreibung einer neuen Bergwaage 2c. 2c. Leipz. 1758.) bekannt gemacht.

Unvollkommener als die Rothische Bergwaage ist die Andr. Gärtnerische in Leupolds *Theatro statico universali*, P. 329.

Hrn. Inochodsofs Bergwaage ist im wesentlichen die Rothische. Man findet die  
Bes

Beschreibung daaon in den *Act. Ac. Petrop.* 1779. p. I. p. 188., auch in dem Lichtenbergischen Magaz. zur Physik und Naturgesch. III. Bd. 3. St. S. 103.

Die Bergwaage des Hrn. Nordenbergs (Abh. der Schwed. Acad. d. Wiss. 4. Bd. S. 80.) ist der Gärtnerischen vollkommen ähnlich in Rücksicht der Eintheilung des Gradbogens, kömmt aber in Ansehung der Gestalt der Rothischen gleich.

So brauchbar indessen die Rothische Bergwaage in Fällen ist, wo es bey Höhen auf einige Schuhe mehr oder weniger nicht ankömmt, und so bequem sie zur Verrichtung des Profils einer unebenen Gegend seyn mag, so darf man doch weder von ihr, noch von andern Methoden (I.) erwarten, daß sie solche Erhöhungen oder Gefälle, die vielleicht auf eine Entfernung von 1000 und mehreren Ruthen nur wenige Fuße betragen, mit hinlänglicher Genauigkeit geben werden, und da doch diese Fälle bey Wasserleitungen und ähnlichen Geschäften häufig vorkommen, so wird man auf ganz andere Methoden und Werkzeuge bedacht seyn müssen, und von diesen sollen nun im gegenwärtigen Kapitel die nöthigen Begriffe gegeben werden.

Man

Man versteht nun zwar überhaupt unter dem Nivelliren oder Wasserwägen jedes Verfahren, von einem Orte zu einem andern den Abhang und die Ungleichheiten des Bodens zu bestimmen. Hier wird aber besonders nur von solchen Fällen die Rede seyn, wo das Steigen und Fallen auf eine große Strecke nur wenig beträgt, und solches doch mit sehr großer Schärfe verlangt wird.

### Nähere Bestimmung dieses Geschäftes.

§. 371. Man setze (Fig. LXXXV.), es sey C der Mittelpunkt der Erde, A ein Ort an der Erdoberfläche, AE ein Kreisbogen mit dem Halbmesser AC beschrieben, AB eine Tangente an A, so heißt AB die scheinbare Horizontal:linie, hingegen der Bogen AE die wahre Horizontal:linie durch A.

Auf diese wahre Horizontal:linie und deren Bestimmung, wird es beim Wasserwägen vorzüglich ankommen. — Denn stellt man sich den Theil AE mit Wasser bedeckt vor, so wird es, weil jede Stelle auf AE gleich weit vom Mittelpunkt der Erde entfernt ist, über AE in vollkommener Ruhe bleiben, und weder von A nach E, noch von E nach A fließen können. Gedenkt man sich aber einen  
Theil

Theil der wirklichen Erdoberfläche, z. E. von A nach e, und liegt der Ort e unter der durch A gehenden wahren Horizontal:linie AE, so muß nothwendig das Wasser von A nach e einen Zug haben, und folglich nach e geleitet werden können. — Ziehe e über AE, so muß hingegen das Wasser von e nach A geführt werden können, und man begreift daher, daß es beim Wasserwägen hauptsächlich darauf ankommt, zu bestimmen, wie hoch oder tief ein gewisser Ort e über oder unter der durch einen andern Ort A eingezeichneten wahren Horizontal:linie AE liege, und daraus läßt sich alsdann beurtheilen, ob von dem einen Ort zu dem andern Wasser geleitet werden kann. — Ziehet man also durch e eine gerade Linie CeB vom Mittelpunkt der Erde, so wird das Nivelliren von A nach e darauf ankommen, die Größe Ee, um wie viel nemlich e näher oder entfernter als A vom Mittelpunkt der Erde liegt, zu bestimmen, welches Ee ich künftig den *Abhang*, oder das *Fallen* von A nach e, oder wenn e über AE läge, das *Steigen* der Erdoberfläche von A nach e nennen werde.

Es schneide die scheinbare Horizontal:linie AB die verlängerte Ce bey B, so drückt BE aus, um wie viel sich auf die Entfernung AE die wahre Horizontal:linie unter der scheinbaren

ren senket, und diese Größe BE heißt eigentlich das Gefälle, welches für jede Entfernung AE zu berechnen, im 199sten §. (VII) gewiesen worden ist.

Zus. I. Weiß man also nur, wie tief der Ort e unter der scheinbaren Horizontal:linie des Orts A, oder auch wie hoch e darüber liegt, so hat man auch den Abhang, oder das Steigen von A nach e;

Liegt nämlich e unterhalb AB, und fände sich Be größer, als das Gefälle BE, so ist der Abhang von A nach e = Be — BE.

Läge aber zwar e noch unter AB, z. E. bey e', aber doch so, daß Be' sich kleiner fände als BE, so ist Be' — BE negativ, und man hat also ein Steigen von A nach e' = BE — Be'.

Wenn aber e über AB läge, z. E. bey e'', so ist von A nach e'' in allen Fällen ein Steigen = BE + Be''.

Zus. II. Wenn sich von A nach e unmittelbar visiren, und der scheinbare Elevations- oder Depressionswinkel BAe messen ließe, so könnte man daraus, und aus der bekannten Entfernung Ae, die Größe Be (Zus. I.) berechnen, woben man denn ohne merklichen Irrthum Be als senkrecht auf Ae annehmen dürfte.

Allein selten wird sich von A nach e wirklich hinvisiren lassen, und in den Fällen, wo übrigens auch Be in Vergleichung mit Ae sehr klein wäre, würde auch der Winkel BAE so klein seyn, daß man nicht erwarten dürfte, eine so genaue Bestimmung der Höhe Be durch ihn zu erhalten, als es beim Nivelliren, wo es oft auf einige Fuße ankömmt, erforderlich ist.

Zus. III. Am besten wäre es, wenn man Be unmittelbar messen könnte, wie, wenn man z. E. bey e einen Stab ee'' vertical aufrichtete, auf ihm den Punkt B bemerkte, wo von A aus die scheinbare Horizontal linie in ihn einträte, und nun die Menge von Fuß, Zollen &c. &c. zwischen B und e mässe.

Allein wenn Ae einigermaßen groß ist, so dürfte leicht die scheinbare Horizontal linie AB über einen bey e aufgerichteten verticalen Stab ee'' hinweg gehen, und also sich auf ihm der Punkt B nicht angeben lassen.

Zus. IV. Indessen könnte man, wenn die Entfernung Ae sehr groß ist, Stationen zwischen A und e, z. E. m, n u. s. w., annehmen, jede so nahe bey der andern, daß sich (Zus. III.) anwenden ließe.

Man bemerkte nemlich erstlich auf dem Stabe bey m den Punkt b, wo die durch A

gehende scheinbare Horizontal-Linie in ihn einträte, mässe die Höhe  $bm$  über dem Boden, berechnete nun das Gefälle für die Entfernung  $Am$ , und verbände es auch (Zus. II.) mit der gemessenen Höhe  $bm$ , so hätte man erstlich den Abhang (oder das Steigen) von  $A$  bis  $m$ .

Nun bestimmte man ferner, wo die scheinbare Horizontal-Linie der Station  $m$ , in den bey  $n$  aufgerichteten Stab einschneide, und verführe nun eben so, um den Abhang von  $m$  nach  $n$  zu finden, und so ferner von  $n$  nach  $e$  u. s. w.

Diese Senkungen des Bodens von einer Station zur andern, gehörig zusammengerechnet, gäben denn endlich den Abhang des ganzen  $Ae$ .

Zus. V. Man siehet leicht, daß es bey diesem Geschäfte in der Hauptsache darauf ankommt, an jeder Station, wie  $A$ ,  $m$ ,  $n$  u. c. u. c., auf das genaueste die Richtung der scheinbaren Horizontal-Linie anzugeben, und dann den Punkt bemerken zu können, wo jede solche Richtung in den über der nächst folgenden Station vertical aufgerichteten Stab einschneiden würde.

Allein nach einigem Nachdenken wird man dennoch bey dieser Art, Stationenweise eine große Entfernung zu nivelliren, einige Unbequemlichkeit wahrnehmen.

1) Ist das schon beschwerlich, daß man die Entfernungen  $Am$ ,  $mn$  *cc.* von einer Station zur nächsten wissen muß, um das Gefälle von einer zur andern daraus berechnen zu können (S. 199.). Wenn es also nicht zugleich darum zu thun wäre, auch die ganze Entfernung, auf die man nivellirt hat, zu wissen, so könnte man wohl auf Mittel denken, den Abhang von  $A$  nach  $e$  zu finden, ohne die Entfernungen der Stationen von einander nöthig zu haben, wodurch allerdings viele Arbeit erspart würde.

2) Muß man sich die Mühe geben, für jede Station das Gefälle nach (S. 199) zu berechnen — welches auch eine Arbeit ist, der man gerne überhoben seyn möchte.

3) Da man über jeder Station nicht unmittelbar auf dem Boden die scheinbare Horizontalinie visiren kann, sondern die dazu gehörigen Werkzeuge immer schon selbst einige Höhe über dem Boden haben, so muß man sich jedesmal die Mühe geben, auch diese zu messen und in Betrachtung zu ziehen, woben denn mancherley Fehler in der genauen Stellung des Werkzeugs über jeden Punkt, in der Messung der Höhe desselben über dem Boden u. s. w. vorkommen können.

Zu §. VI. Einigen von diesen Unbequemlichkeiten kann man dadurch abhelfen, daß man die Stationen A, m, n u. u. nicht zu weit von einander nimmt.

Denn man nehme z. E. Am, oder die Größe a in der Formel (§. 199. VIII.) = 1000 pariser Fuß, so wird das Gefälle von A nach m = 0,025 pariser Fuß. Also nur wenige pariser Linien — eine Größe, für die man, auch bey dem schärfsten Werkzeuge, in einer solchen Entfernung Am nicht gut stehen kann, die man folglich als = 0 betrachten darf.

Denn wenn man sich z. E. auf dem Stabe mb eine Länge von 2 pariser Linien gedenkt, so ist die zugehörige scheinbare Größe bey A, für die Entfernung Am = 1000' oder 144000

$$\text{Linien} = \frac{2}{144000} \cdot 206264 \text{ Sec.} = 2,4 \text{ Sec.}$$

Das Werkzeug bey A müßte also in der Lage der scheinbaren Horizontal-Linie nicht um 2,4 Secunden fehlen dürfen, wenn man in der Bestimmung des Abhanges von A nach m bis auf 2 parisi. Linien sicher seyn wollte.

Wie wird man aber wohl bey irgend einem Werkzeuge für einen solchen Fehler völlig gut stehen können. Wenn auch gleich Herr Brandt ehemals versicherte, daß er Glasröhren zu

Libellen so gerade auszuschleifen Mittel gefunden hätte, daß sie auf einen Winkel von einer einzigen Secunde einen Ausschlag gäben, so muß ich doch gestehen, daß mir 1" ein zu geringer Winkel ist, für den man, wenn ihn auch die Libelle anzugeben im Stande wäre (wiewohl dieses wegen des Anhängens der Luft und des flüssigen Wesens an die Glasröhre, immer sehr mißlich ist), doch aus mannichfaltigen andern Ursachen gewiß nicht gut stehen kann.

Es scheint also überflüssig, das Gefälle von einer Station zu einer andern, die von der erstern nur 1000 pariser Fuß, oder gar noch weniger entfernt wäre, in Betrachtung zu ziehen. Man kann es ohne beträchtlichen Fehler weglassen, und so fielen also für kurze Stationen die Unbequemlichkeiten [(1) (2) Zus. V.] weg. — Allein alsdann werden die [das. (1)] erwähnten Unrichtigkeiten desto öfter zu besorgen seyn, weil man mehrere Stationen bekommt, wenn sie kurz sind, und folglich das Werkzeug zur Bestimmung der scheinbaren Horizontal-linien, desto öfter stellen muß.

Um also sämmtlichen Unbequemlichkeiten abzuhelpen, so wird das Nivelliren von einer Station zur andern, nach folgender Methode geschehen müssen.

Bestimmung des Abhangs von einer Station zur andern, ohne dabey die Entfernung beyder Stationen, die Höhe des Werkzeugs, das Gefälle u. s. w. erwägen zu dürfen.

§. 372. I. Es sey wieder (Fig. LXXXVI.)  $c$  der Mittelpunkt der Erde,  $a$   $i$  ein Stück der würllichen Erdofläche, von einer Station  $a$  zur nächsten  $i$ . Der Kreisbogen  $ae$  die wahre Horizontal:linie durch  $a$ .

Man soll also diese Tiefe oder den Abhang von  $a$  nach  $i$ , d. h. die Größe  $e i$  finden, wo  $a n$ ,  $ik$  ein paar bey  $a$ ,  $i$  vertical aufgerichtete Stäbe mit Abtheilungen in Fuße, Zolle u. s. w. bedeuten sollen.

Man stelle das zur Bestimmung der scheinbaren Horizontal:linie gehörige Werkzeug in die Mitte zwischen beyde Abwägungspunkte  $a$ ,  $i$ , bey  $l$ .

$tu$  bedeute auf dem Instrumente die Richtung der scheinbaren Horizontal:linie, in der Höhe  $rl$  über dem Boden.

Kann man nun auf den Stäben  $a n$ ,  $ik$  die Punkte  $n$ ,  $m$  angeben, wo die Verlängerung von  $tu$  in sie einschneidet, mithin die Höhen  $a n$ ,  $im$  über der Erdofläche messen, so wird  
der

der Unterschied im — an sogleich den Abhang des Bodens von a nach i geben, ohne daß man nöthig hat, die Entfernung ai zu wissen, das zugehörige Gefälle zu berechnen, und die Höhe des Werkzeugs rl in Betrachtung zu ziehen.

Denn weil r über l, also in der Mitte zwischen n und m lieat, folglich in den beyden Dreyecken nrc, mrc;  $nr = rm$ ,  $rc = rc$ , ferner  $nrc = mrc = 90^\circ$  (indem der Halbmesser cr auf der scheinbaren Horizontal-linie nm senkrecht stehet), so ist auch  $cn = cm$ , und folglich wegen  $ca = ce$ , auch  $an = em$ , mithin der Abhang des Bodens von a nach i, oder  $ei = im - em = im - an$ .

Dieses Verfahren, das Werkzeug allemal in die Mitte zwischen zwey Punkte a, i zu stellen, und dadurch den Abhang von einem zum andern anzugeben, hat unstreitig viele Vorzüge.

II. Es brauchte dabey auch nicht einmal das Fernrohr, durch welches man visiret, der Libelle gleichlaufend zu seyn. Es kommt nur darauf an, daß es bey'm vor- und rückwärts visiren einerley Winkel mit der Libelle behält, welches nicht schwer zu erhalten ist. In diesem Falle würden, wenn nm die Horiz-  
zont

horizontal:linie der Libelle bezeichnete, die Visirpunkte des Fernrohres z. E. auf die Punkte  $\nu$  und  $\mu$  treffen. Mache nun das Fernrohr bey  $m$  vor- und rückwärts Visiren einerley Winkel mit der Libelle, so würden die Punkte  $\nu$  und  $\mu$  auch gleich hoch oder tief, in Ansehung der horizontalen Richtung  $nm$ , zu liegen kommen, und man hätte  $n\nu = m\mu$ , mithin auch  $ei = i\mu - av$ . Mithin bedarf das Verfahren (I.) auch nicht einmal der so beschwerlichen Arbeit, die zur Prüfung und Erhaltung eines sehr genauen Parallelismus des Fernrohres mit der Libelle, bey andern Nivellirungsmethoden erforderlich ist, und verdient daher noch um so mehr empfohlen zu werden.

III. Indessen scheint' es doch, daß man dabey die Weite  $ai$  in so ferne wissen müsse, als man das Instrument  $tul$  in die Mitte I zwischen  $a$  und  $i$  muß stellen können.

Allein ich werde sogleich zeigen, daß man nicht nöthig hat,  $ai$  sehr genau zu wissen, sobald das Fernrohr völlig genau der Libelle parallel ist, oder doch die Abweichung nur wenig beträgt. Das bloße Augenmaas, oder auch Schritte werden zureichen, die Mitte zwischen  $a$  und  $i$  so genau zu treffen, daß der Fehler als unbedeutlich weggelassen werden kann. Den

Den Fehler zu berechnen, wenn man  $i\mu - av$  für den Abhang von  $a$  nach  $i$  annimmt, in der Voraussetzung, daß das Werkzeug nicht genau in der Mitte  $l$ , sondern z. E. bey  $v$  stehe, so aber, daß doch  $v$  von  $l$  nicht weit wegliege.

§. 373. I. Man setze überhaupt den Winkel  $acl = \beta$ ;  $icl = \alpha$ . Beym Einspielen der Libelle tu ziele das Fernrohr auf den Punkt  $v$  des vordern Stabes an, und nachdem man es nach dem hintern Stabe im gerichtet, falle der Zielpunkt desselben auf  $\mu$ . Wenn nun  $nm$  die Horizontal-linie ist, und des Fernrohrs Winkel mit der Libelle ungesändert bleibt, während es aus der Richtung nach dem Stabe an, in die nach  $i$  gebracht wird, so sind die beyden Abweichungswinkel  $nr\mu$  und  $mr\mu$  einander gleich. Jeder soll  $= \delta$  heißen. Man nenne ferner  $av = h$ ;  $i\mu = H$ ;  $ca = z$ ;  $ci = x$ , so ist in den beyden Dreyecken  $cr\mu$ ;  $crv$ , wie man leicht finden wird,

$$cr = \frac{(H+x) \sin c\mu r}{\sin cr\mu} = \frac{(h+z) \sin cvr}{\sin crv}$$

$$\begin{aligned} \text{II. Aber } c\mu r &= 180^\circ - cr\mu - rc\mu \\ &= 180^\circ - (90^\circ - \delta) - \alpha \\ &= 90^\circ - (\alpha - \delta) \end{aligned}$$

$$\text{Und eben so } cvr = 90^\circ - (\beta - \delta)$$

Da

Da nun überdem  $cr\mu = cr\nu$ ; so wird  
 $(H+x) \cos(\alpha - \delta) = (h+z) \cos(\beta - \delta)$

III. Hieraus ersiehet man sogleich den Satz, daß, wenn  $\beta = \alpha$ , also der Stationspunkt I in der Mitte zwischen a und i liegt, als: dann auch

$$\begin{aligned} z + h &= H + x \text{ und folglich} \\ z - x &= H - h \end{aligned}$$

seyn müsse (wie groß auch  $\delta$  seyn mag), wo  $z - x$  ausdrückt, um wie viel i näher beym Mittelpunkte der Erde c liegt, als a.

IV. Steht aber das Werkzeug nicht in der Mitte, so ist nicht  $\beta = \alpha$ ; Es sey also  $\beta = \alpha + \gamma$ , und  $\gamma$  in Vergleichung mit  $\alpha$  klein, so hat man

$$(z+h) \cos(\alpha - \delta + \gamma) = (H+x) \cos(\alpha - \delta)$$

Nun ist aber, weil  $\gamma$  klein ist, ohne merklichen Irrthum

$$\cos(\alpha - \delta + \gamma) = \cos(\alpha - \delta) - \gamma \sin(\alpha - \delta)$$

Within nach gehöriger Substitution und Rechnung

$$(z+h-H-x) \cos(\alpha - \delta) = \gamma(z+h) \sin(\alpha - \delta)$$

oder

$$z - x = H - h + \gamma(z+h) \tan(\alpha - \delta)$$

wo man statt  $z + h$  ohne merklichen Fehler  
den

den Halbmesser der Erde, den ich  $= r$  nennen will, setzen darf, und folglich erhält

$$z - x = H - h + \gamma \cdot r \cdot \text{tang}(\alpha - \delta)$$

Nun werden beym Nivelliren die Winkel  $\alpha$  und  $\delta$  nie so groß seyn, daß es nicht verstatet seyn sollte,  $\text{tang}(\alpha - \delta)$  dem zugehörigen Bogen gleich zu setzen. Sind nun  $\alpha$  und  $\delta$  in Secunden gegeben, so hat man

$$\text{tang}(\alpha - \delta) = \frac{\alpha - \delta}{206264}; \text{ Eben so muß man}$$

in die gefundene Formel auch statt  $\gamma$  setzen dessen Werth in Decimaltheilen des Sinus totus,

also  $\frac{\gamma}{206264}$ ; Demnach wird

$$z - x = H - h + \gamma \frac{(\alpha - \delta) \cdot r}{206264^2}$$

V. Nun ist in pariser Schuhen der Halbmesser der Erde  $r = 19632120$  nach (S. 199. VII.) und (ebendasselbst) der Quotient

$$\begin{aligned} \frac{r}{206264^2} &= 2,0,0002307 \\ &= 0,0004614 \end{aligned}$$

Demnach

$$z - x = H - h + 0,0004614 \cdot \gamma (\alpha - \delta)$$

wo also die Größe  $0,0004614 \cdot \gamma (\alpha - \delta)$  ausdrückt, wie viel pariser Schuhe der Fehler

Fehler

Fehler beträgt, wenn man  $z - x = H - h$  setzen wollte, und doch das Werkzeug nicht genau in der Mitte  $l$  zwischen beyden Abwägungspunkten  $a$  und  $i$  stehen hätte.

### Exempel.

VI. Gesezt, die Weite  $ai$  zwischen beyden Abwägungspunkten sey ohngefähr 2000 pariser Schuh, und das Instrument stehe bey  $v$  um 100 Schuh näher bey  $i$ , als bey  $a$ ; so ist, weil 95,2 Schuh einen Bogen von einer Secunde auf der Endfläche betragen (S. 199. VIII.), der Bogen  $ai = \alpha + \beta = \frac{2000}{95,2}$  Secunden  $= 21''$ .

Der Bogen  $\gamma = 100$  par. Schuh würde etwa  $1''$  betragen, und dies wäre demnach der Werth von  $\gamma = \beta - \alpha$ . Aus  $\beta + \alpha = 21''$  und  $\beta - \alpha = 1''$  folgt nun  $\alpha = 10''$ . Ich will nun vors erste den Winkel des Fernrohres mit der Libelle, oder  $\delta = 0$  setzen, und also annehmen, daß die Nivellirwaage auf das genaueste berichtigt sey.

Dann wird

$$z - x = H - h + 0,0004614 \cdot \gamma \alpha$$

oder für die gefundenen Werthe von  $\gamma$  und  $\alpha$

$$z - x = H - h + 0,004614 \text{ par. Fuß.}$$

Der

Der Fehler also,  $z - x = H - h$  zu setzen, würde in diesem Falle nur 0,004614 par. Fuß, oder etwa 0,7 einer pariser Linie betragen.

Wenn man sich diese Größe 0,7 par. L. z. E. auf dem verticalen Stabe  $ik$  vorstellt, und die ihr zugehörige scheinbare Größe bey  $v$  berechnet, so wird man für sie ohngefähr 1" finden. Da ich nun sicher überzeugt bin, daß man mit keinem Werkzeuge im Stande seyn wird, die scheinbare Horizontal-Linie bis auf 1 Secunde genau anzugeben, so wird daraus begreiflich, daß es auch eine sehr überflüssige Genauigkeit seyn würde, in gegenwärtigem Beispiele den Fehler in Betrachtung zu ziehen, den man begieng, den Abhang  $ei$  oder  $z - x = H - h$  zu setzen, und doch das Werkzeug nicht genau in der Mitte bey  $l$ , sondern bey  $v$ , 100 Schuh näher bey  $i$ , als bey  $a$ , stehen zu haben. Dieser Punkte  $v$  würde von der Mittel  $l$  um 50 Schuhe abstehen, weil, wenn  $ai = 2000$ , und  $vi$  um 100 Schuhe kleiner als  $av$  seyn soll, nothwendig  $vi = 950$  und  $av = 1050$ , mithin  $lv = 1050 - 1000 = 50$  Schuhe seyn muß.

Diese 50 Schuh machen hier den 40ten Theil der ganzen Weite zwischen den beyden Abwägungspunkten  $a, i$  aus. Um so viel kann also

also

also das Werkzeug, in Absicht auf die Mitte l, unrichtig stehen, ohne daß daraus ein bemerkbarer Fehler im Nivelliren zu befürchten wäre, vorausgesetzt, daß die Ziel-Linie des Fernrohrs, beim Einspielen der Libelle, genau der Wasserfläche derselben parallel wäre.

Da es nun wohl die Beschaffenheit des Bodens selten erlauben wird, die beyden Abwägungspunkte a, i über 2000 Schuh von einander zu entfernen, und dieses auch wohl wegen anderer Ursachen, z. E. wegen der Undeutlichkeit, mit der man ohne Zweifel seine Abtheilungen, oder sonst Bezeichnungen an den Stäben i k, a n wahrnehmen würde, wenn man sie zu weit von dem Instrumente l hinwegsetzte, nicht rathsam wäre, da man ferner auf eine Entfernung von 2000 Schuhen immer so genau durch das Augenmaaß, oder noch besser durch Schritte, die Mitte l treffen wird, daß man bey weiten nicht um den 40ten Theil der ganzen Weite a i fehlet, so wird man den Abhang von a nach i immer ohne merklichen Fehler der Größe H — h gleich setzen dürfen; und in so ferne siele die Bedingung (S. 372. III.) weg, daß man die Entfernung a i genau wissen müsse, um das Werkzeug in die Mitte zwischen beyde Punkte a, i stellen zu können. Man braucht von a i keine andere Kenntniß zu haben, als nur daß a i nicht weit über 2000 Fuß

Fuß gehe, damit 'das Abschreiten ihrer Hälfte, oder auch der Gebrauch des Augenmaasses nicht zu sehr trüge.

VII. Ganz anders wird sich aber die Sache verhalten, wenn die Ziellinie des Fernrohres mit der Wasserfläche der Libelle nicht parallel wäre, sondern einen gewissen Winkel  $\delta$  mit ihr machte. In diesem Falle ist eine viel genauere Bestimmung der Mitte I erforderlich.

VIII. Nähme man z. E. ausser den vorigen Datis auch noch an, daß des Fernrohres Ziellinie einen ganzen Grad unter die Wasserfläche fiel, so wäre  $\delta = 1^\circ = 3600''$ , und für die Größe  $0,0004614 \gamma (\alpha - \delta)$  käme jetzt  $1,656 \dots$  pariser Fuß, so groß würde also unter den angenommenen Umständen jetzt der Fehler seyn, wenn man den Abhang von a nach i, oder  $z - x$  geradezu  $= H - h$  setzen wollte, welches denn zeigt, daß jetzt eine viel genauere Bestimmung der Mitte I zwischen beiden Abwägungspunkten a und i erforderlich ist.

IX. Freylich wird man nun wohl nicht leicht sich einer so fehlerhaften Wasserwage, als in dem Beispiele (VIII.), zum Nivelliren bedienen. Ja man wird finden, daß dies auch

Mayer's pr. Geometr. III. Th.      Do      des:

deswegen nicht angehet, weil, wenn das Fernrohr beym Einspielen der Libelle um einen ganzen Grad zu hoch oder tief zielte, die Visirpunkte desselben alsdann sehr leicht entweder über die bey  $a$  und  $i$  abgesteckten Stäbe hinausfallen, oder zu tief unter sie zu liegen kommen, und man folglich auf denselben keine Punkte, wie  $\mu$ ,  $\nu$ , folglich auch keine Höhen, wie  $H$ ,  $h$ , deren Abzug von einander das Gefälle  $e i$  giebt, würde bestimmen können.

X. Nähme man indessen aber den Winkel  $d$  auch nur zu 10 Minuten an, so wird man doch in der Bestimmung der Mitte  $l$  wenigstens auf einige Schuhe sicher seyn müssen, wenn kein merklicher Fehler im Nivelliren der Weite  $a i$  (VI.) entstehen soll. Die Rechnung wird ausweisen, daß unter diesen Umständen ein Fehler von etwa 5 Schuhen in der Bestimmung der Mitte  $l$ , einen Fehler von 3 bis 4 pariser Linien in dem Nivellement von  $a$  nach  $i$  hervorbringen kann. Diese 3 bis 4 pariser Linien würden aber an dem Stabe  $m i$ , oder  $a n$ , nur eine scheinbare Größe von etwa 5 bis 6 Secunden haben, wenn man sie aus dem Stationspunkte  $l$  betrachtete.

XI. Hieraus folgt nun, daß, wenn die Wasserwaage nicht auf eben so viel Secunden einen Ausschlag giebt, oder das mit ihr  
ver-

verbundene Fernrohr nicht diejenige Genauigkeit im Visiren verstattete, daß man für einen Fehler von 5 bis 6 Secunden gut stehen könnte (S. 136. II.), es auch eine sehr überflüssige Genauigkeit seyn würde, den Fehler, der aus den in (X.) angenommenen Umständen im Nivelliren entstehen kann, in Betrachtung zu ziehen. Es wird also, wenn die Libelle auch mit dem Fernrohre nicht auf das genaueste parallel wäre, kein merklicher Fehler im Nivelliren entstehen, wenn gleich das Werkzeug nicht ganz genau in der Mitte zwischen beiden Abwägungspunkten  $a, i$ , sondern um einige Schuhe fehlerhaft stände.

XII. Aber auf eine Entfernung von 2000 Schuhen ( $= ai$ ) das Werkzeug so genau in die Mitte  $l$  zu bringen, als nach (X.) erforderlich ist, würde das bloße Abschreiten der Weite  $il$ , oder  $al$ , wohl nicht hinlänglich seyn, wie in (VI.), sondern man wird die Meßkette dazu, so wie auch zur unmittelbaren Messung der Weite  $ai$ , anwenden müssen. Man kann also diese unmittelbare Messung wohl nicht ersparen, als nur in dem Falle (VI.), wenn die Libelle dem Fernrohre genau parallel ist, oder doch der Abweichungswinkel  $\delta$  so unbedeutend ist, daß kein merklicher Fehler daraus im Nivelliren zu besorgen ist.

XIII. Uebrigens werden die bisherigen Betrachtungen auch zeigen, was von Wasserwaagen zu halten ist, welche nicht mit Fernröhren, sondern bloßen Dioptern versehen sind. Kann man durch Dioptern im Nivelliren einen Fehler von 2 Minuten begehen (S. 12. 7.), so trägt dies im Nivelliren auf einen Abstand von 1000 Schuhen, schon über einen halben Zoll aus.

XIV. Zum Nivelliren werden wir uns nun künftig immer des Verfahrens S. 372 bedienen, weil es weniger von den Unbequemlichkeiten hat, deren (S. 371. V. Zus.) Erwähnung geschehen ist, als das (S. 371. Zus. IV.). — Jetzt werde ich aber zuvörderst von den zum Nivelliren gehörigen Werkzeugen handeln müssen.

### Werkzeuge zum Wasserwägen.

S. 374. Daß es bey diesen hauptsächlich darauf ankomme, über einem gewissen Punkte l auf dem Boden, die Richtung der scheinbaren Horizontal:linie t u mit der gehörigen Schärfe anzugeben, und längst solcher sowohl vor: als rückwärts, nämlich von t nach m, und von u nach n, visiren zu können, wird aus allem, was bisher gesagt worden, ohne weitere Erläuterung, klar seyn.

Da es nun der Vorrichtungen hierzu sehr viele giebt, so werde ich von einigen der bekanntesten die allgemeinsten Begriffe beybringen.

Man kann füglich alle bisher angegebenen Wasserwaagen unter drey Klassen bringen.

I. Werkzeuge, auf denen man durch Hülfe der freyen Oberfläche des Wassers, oder einer andern Flüssigkeit, die Lage der scheinbaren Horizontal:linie aniebt.

II. Werkzeuge, wo man durch eine auf der Oberfläche des Wassers schwimmende Luftblase, den horizontalen Stand einer geraden Linie erfährt; dergleichen eines wir bereits im vorhergehenden (S. 152.) unter dem Namen der Libelle kennen gelernt haben.

III. Werkzeuge, die durch Hülfe eines Lothes, auf dessen Richtung man sich eine Perpendikulärlinie gedenkt, die scheinbare Horizontal:linie angeben.

Indessen wollen wir auch nicht entgegen seyn, wenn es etwa gefiele, die Werkzeuge (II.) mit den erstern (I.) unter eine Klasse zu bringen.

### Werkzeuge der erstern Art.

S. 375. I. Diese sind meistens aus ihrem Gebrauche gekommen. Eines der ältesten hieher gehörigen beschreibt Vitruv im 6ten  
Ka:

Kapitel des VIIIten Buches seiner Architektur, und nennt es Chorobates.

An beyden Enden eines 20 Schuh langen Parallelepiped, oder Latte, giengen zwey Arme, oder ein paar andere, gleich lange kürzere Latten herunter, auf denen ein paar Linien genau mit einander parallel gezogen waren, und auf einer dritten, längst des Parallelepiped gezogenen Linie, senkrecht standen.

Ließ man nun längst diesen beyden Linien Lothe herabhängen, und verrückte das Parallelepipedum so lange, bis die parallelen Arme nach diesen Lothen genau vertical gestellt waren, so hatte man erstlich längst des Parallelepiped eine Horizontal-Linie, und so weit gehörte das Werkzeug zur dritten Art im vorhergehenden §.

Weil man aber, besonders bey windigem Wetter, kein Senkbley gebrauchen konnte, so wurde längst der obern Fläche des erwähnten Parallelepiped, eine überall gleich tiefe Rinne eingeschnitten, in die man Wasser goß, und nun das Werkzeug so lange rückte, bis das Wasser in der Rinne überall gleich hoch stand, ohne an einer Seite überzulaufen, wonach man denn ebenfalls die horizontale Stellung des Parallelepiped, und folglich die verticale Stel-

Stellung der beyden herabgehenden Arme beurtheilte.

Beym Gebrauche wurde nun erstlich das Parallelepipedum horizontal gestellt. Dann maas man, wie hoch beyde Enden der verticalen Latten über dem Boden standen, und fand durch den Abzug beyder Höhen, um wie viel der eine Punkt des Bodens über dem andern lag. So maas man also von 20 zu 20 Schussen, das Steigen oder Fallen des Bodens.

Dieses Werkzeug mußte begreiflich, in Rücksicht seiner Stellung, und der Bemerkung, ob die Oberfläche des Wassers genau der längst des Parallelepipedi gezogenen geraden Linie entsprach u. dgl., manchen Fehlern unterworfen seyn.

Indessen lobt es doch Vitruv vor manchen andern damals gebräuchlichen, und es ist immer zu verwundern, daß die Alten mit so schlechten Werkzeugen doch beträchtliche Wasserleitungen geführt haben.

II. Mariotte im *Traité du Nivellement* erzählt mehrere Unbequemlichkeiten dieser Wasserwaage, und solcher, die Aehnlichkeit damit haben, lehrt aber auch ein anderes Mittel, nemlich durch Hülfe zurückgeworfener Strah-

Strahlen von der Oberfläche des Wassers in in einem Gefäße, eine horizontale Richtung zu erhalten.

Man setze (Fig. LXXXVII.),  $ab$  sey die Oberfläche eines in einem Gefäße ruhig stehenden Wassers, also eine Horizontal-linie, deren Verlängerung bey  $h$  auf einem entfernten vertical abgesteckten Signale  $vi$  angegeben werden soll.

Es sey  $A$  ein Brett, worauf parallel mit einander ein paar schwarze Linien  $kx$ ,  $hy$  gezogen sind; Dieses Brett lasse sich an dem Stabe  $vi$  vertical auf- und niederschieben, so daß die Linien  $kx$ ,  $hy$  immer horizontal bleiben;  $k$ ,  $h$  an dem Stabe  $vi$  sollen die erwähnten Linien  $kx$ ,  $hy$  vorstellen. Bey  $n$  wird man nun läst  $pn$  den zurückgeworfenen Strahl  $kp$  ins Auge bekommen, und dadurch den Punkt  $k$  bey  $i$  wahrnehmen, wo  $i$  das Bild des Zeichens  $k$  in der Oberfläche des Wassers darstellt.

Ist nun  $vi$  vertical, so läßt sich aus den Gesetzen der Reflexion leicht darthun, daß die Mitte zwischen dem wahren Zeichen  $k$ , und dessen Bilde  $i$ , in der Verlängerung der Wasserfläche  $ab$  liegen müsse.

Gesetzt nun, man schätze nach dem Augenmaasse das Zeichen  $h$ , welches man bey  $n$  auch

auch beobachten kann, in der Mitte zwischen  $k$  und dessen Bilde  $i$ , so wird sogleich  $h$  in der Verlängerung von  $ab$  selbst liegen.

Findet sich aber nach dem Augenmaasse nicht  $hk = hi$ , so läßt man das Brett  $A$  an dem Stabe  $vi$  so lange auf- und nieder-rücken, bis der erwähnten Bedingung ein Genüge geschieht, also  $k, i$  in gleicher Weite von  $h$  erscheinen. In dem Augenblicke liegt  $h$  in der Verlängerung der Wasserfläche  $ab$ , und man hat also eine scheinbare Horizontal-linie von  $a$  nach  $h$ .

Mariotte verspricht sich von dieser Art, die scheinbare Horizontal-linie anzugeben und zu verlängern, viele Genauigkeit, zeigt auch, wie man durch angebrachte Vorrichtungen die von der Bewegung der Luft herrührenden Ungleichheiten auf der Oberfläche des Wassers heben könne, wie viel das Augenmaass in der Bemerkung, ob  $kh = hi$  sey, trüge, wie man ferner ein Fernrohr mit dem Werkzeuge verbinden könnte u. dgl.

Indessen bleiben doch meines Erachtens bey dieser Wasserwaage manche Unbequemlichkeiten, worunter ich die unvermeidlichen, auch durch die geringste Erschütterung des Bodens, worauf das Stativ des Werkzeugs steht, entstehen:

stehenden Kleinen, aber allerdings dem Zurückwerfen der Lichtstrahlen äußerst nachtheiligen Wellen auf der Oberfläche des Wassers, das Heraufziehen; desselben längst den Seitenflächen des Gefäßes, wodurch einige Krümmung auf der Oberfläche des Wassers veranlaßt wird, die Fehler des Augenmaasses u. dgl. rechnen darf.

III. Noch eine andere Einrichtung, vermittelst der Oberfläche des Wassers eine wagrechte Linie zu ziehen, ist nachstehende.

Man lasse (Fig. LXXXVIII.) mit einem metallenen Rohre  $wq$  senkrecht ein paar gläserne Röhren  $wm$ ,  $op$  verbinden, und alles so verkitten, daß Wasser in diese Gemeinschaft habende Röhren gegossen, nirgends einen Ausgang finde.

Das Wasser wird sich in beyden Röhren  $wm$ ,  $qp$  allemal in einen horizontalen Stand setzen, so daß bey  $n$ ,  $o$  beyde Wasserflächen in einer einzigen wagerechten Linie  $no$  liegen.

Längst den Glasröhren lasse man Dioptern auf und nieder beweglich seyn.

Schiebt man sie also beyde so weit herunter, daß deren Visirpunkte den Wasserflächen bey  $n$  und  $o$  entsprechen, oder mit dem Wasserpaß in beyden Glasröhren zusammentreffen,

so

so ist eine gerade Linie durch beyde Visirpunkte horizontal, und man kann demnach solche durch das Visiren sich verlängert gedenken

In der Objectiv:dioptr kann der Visirpunkt allemal ein Durchschnitt zweyer Kreuzfäden seyn. — In der Oculardioptr soll er aber nur aus einer ganz kleinen Oefnung bestehen, und man kann leicht eine solche Vorrichtung treffen, daß man längst des Wasserpasses vor- und rückwärts visiren kann.

Diese Nivellirwaage hat die Unbequemlichkeit, daß sich das Wasser längst den Glasröhren auch etwas in die Höhe ziehet, wodurch die Wasserflächen bey n und o eine Vertiefung bekommen, und sich der Wasserpaß nicht recht genau angeben läßt.

Die Schwankung des Wassers bey einiger Erschütterung fällt hier freylich weg, weil man die Glasröhren nicht leicht über  $\frac{1}{4}$  Zoll im Lichten nimmt, und auch Bewegungen der Luft können auf den Wasserflächen bey n und o nicht merkliche Ungleichheiten verursachen.]

Auch ließe sich vielleicht statt des Wassers noch sicherer Quecksilber anwenden, und wenn sich eine Vorrichtung anbringen ließe, statt der bloßen Dioptern Fernröhre zu gebrauchen,  
wenn

wenn man ferner auch die Länge des Werkzeugs wenigstens 4 Schuh nähme u. s. w., so ließe sich vielleicht diese Wasserwaage zu einem ansehnlichen Grade der Vollkommenheit bringen.

De Fouchy hieher gehörige neue Wasserwaage findet man in den Memoires de l'Acad. de Paris. 1784.

IV. De la Hire's Wasserwaage gehört auch zu der ersten Art, und die Vorrichtung bestehet darinnen, daß zwey Kästen durch eine Leitrohre in Gemeinschaft mit einander stehen, wodurch hineingegossenes Wasser sich in beyden Kästen auf einerley Horizontalfläche setzt.

Nun werden ein paar Dioptern so vorge richtet, daß sie auf der Oberfläche des Wassers in beyden Kästen selbst schwimmen. Sie stehen auf ein paar cylindrischen hohlen Gefäßen oder Schiffgen, in die man Quecksilber gießen kann, damit sie sich nur bis auf eine solche Tiefe eintauchen, daß die Wasserlinie genau der Oberfläche des Wassers in den beyden Kästen parallel wird. Dabey ist eine solche Einrichtung angebracht, daß die Dioptern auf ihren Schiffgen nicht seitwärts wanken, sondern sich nur vertical über der Oberfläche des Wassers erheben können.

Zu mehrerer Vollkommenheit besteht die Objectiv: Diopter eigentlich aus einem Objectiv: glase. — Die Ocular: Diopter ist ein Fadenskreuz, welches im gemeinschaftlichen Brennpunkte des schwimmenden Objectivs, und eines vor dem Fadenskreuze in einer Röhre befindlichen Oculars steht. Und so stellet also de la Hires Wasserwaage eigentlich ein auf der Oberfläche des Wassers schwimmendes Fernrohr vor, dessen Axe beständig der Oberfläche des Wassers parallel bleibt.

Die nähere Beschreibung davon findet man in Picards Abhandlung vom Wasserwägen, und in den *Mem. de Ac. de Paris* 1704.

Hierher gehört auch eine Wasserwaage, welche Keith in den *Transactions of the Royal Society of Edimbourg* Vol. II. (Edinb. 1790.) angegeben hat, und wovon man eine kurze Nachricht in dem Lichtenberg: Boigtischen Magazin für das Neueste aus der Physik und Naturgeschichte, VII. Bb. 4. St. S. 104. lesen kann. Umständlicher und mit einer Abbildung, hat sie der Ingenieur: Major Müller in Göttingen in einer kleinen Schrift: Beschreibung eines neuen vorzüglich gemeinnützigen

gen und bequemen Werkzeugs zum Nivelliren oder Wasserwägen (Götting. 1792.), mitgetheilt.

Diese Wasserwaage gehört zu der erstern Art, und besteht in einer communicirenden Röhre, oder einem Parallelepipedum aus Mahagonn, oder Buchsbaumholz, das 12 bis 18 Zoll lang, zwey bis drey Zoll breit, und an den Enden mit zwey viereckigten Höhlungen versehen ist, die vermittelst eines vom Boden derselben auslaufenden engern Kanals Verbindung mit einander haben, so daß eine Flüssigkeit (z. E. Quecksilber, dessen sich Hr. Keith bedient) aus der einen Höhlung in die andere treten kann. In diese Höhlungen werden nun gleichgroße Würfel von Elfenbein, oder hartem Holze, so gesenkt, daß sie ganz frey auf dem Quecksilber schwimmen können, weswegen sie gerade so viel Spielraum haben müssen, als zu diesem Zwecke nöthig ist. Diese Würfel geben die Supports ab für zwey messingene Dioptern, welche senkrecht darauf, durch ein paar unten hindurch gehende Schrauben befestigt werden. Die Oculardioptr hat ein Löchelchen, durch welches man an einem Fadenkreuz in der Objectivdioptr hinausvisiren kann, wenn die Dioptern auf dem Quecksilber schwimmen. Jenes Fadenkreuz muß so ausgespannt seyn, daß,

daß, wenn man an seinem Mittelpunkte hinausvisirt, die Zielinie genau der Oberfläche des Quecksilbers in dem Kästchen gleichlaufend sey, und also eine Horizontalinie bestimme. Wie dieses zu bewerkstelligen und zu prüfen sey, darüber ertheilt Hr. Ingenieurmajor Müller belehrende Nachrichten. Durch den Schwerpunkt des Kästchens geht eine horizontale Aze, welche auf eine gabelförmige Vorrichtung zu liegen kommt, die mit einem Stative verbunden werden kann. Ausser dem Gebrauche des Instruments werden die Dioptern und das Quecksilber, letzteres in einem Gläschen, in einem auf dem Paralelepipedo angebrachten Fache verwahrt. Das Behältniß, in welches man die ganze Wasserswaage schiebt, dient zugleich, um sie beym Gebrauche vor dem Wind zu schützen.

Man sieht leicht, daß diese Keithische Wasserswaage im Wesentlichen die de la Hirische ist, und sich von ihr vorzüglich nur durch die Anwendung des Quecksilbers unterscheidet, welches ohnstreitig vor dem Wasser große Vorzüge hat. Es ließe sich auch wohl die Vorrichtung machen, daß statt der gewöhnlichen Dioptern ein Fernrohr diene; denn bloße Dioptern verstatten beym Visiren wohl nicht die gehörige Genauigkeit.

Ich besitze keine solche Wasserwaage selbst, und kann also durch eigene Erfahrungen über die Bequemlichkeit ihres Gebrauchs nicht urtheilen. Indessen wird sie als sehr bequem und nützlich empfohlen. Allerdings ist auch wohl der Gedanke eines schwimmenden Fernrohrs sinnreich, und dürfte daher hier nicht übergangen werden.

V. Man kann sich, wenn der Abhang eines Stromes nicht sehr beträchtlich ist, des Wassers zum Nivelliren noch auf eine andere Art bedienen. Man lasse lederne Schläuche, dergleichen man sich zu Feuersprizen bedient, stückweise an einander schrauben, so daß man den Schlauch nach Gefallen lang oder kurz haben kann. Man setze, ein solcher Schlauch sey 100 und mehrere Fulse lang, und habe an beyden Enden ein paar aufwärts gehende gläserne Röhren, deren obere Mündung zugleich einen Trichter bilde, worinn man Wasser gießen kann, sowohl den Schlauch, als auch die damit Gemeinschaft habenden Röhren mit Wasser zu füllen.

So erhält man durch diese Vorrichtung den Wasserpaß in den gläsernen Röhren auf eine solche Länge, als man dem Schlauche gegeben hat, und man kann so z. E. von 100 zu 100 Fussen in einem fort nivelliren, vor:  
aus:

ausgesetzt, daß der Boden nicht so abhängig ist, daß zur Beobachtung des Wasserpasses die beyden verticalen Röhren nicht zureichten.

Eingetheilte feine Maasstäbe, längst den Glasröhren, können zur Bemerkung der Wasserhöhe in beyden Röhren dienen, woraus sich denn der Abhang des Bodens von 100 zu 100 Fußern ergibt.

Dies ist im Wesentlichen die Wasserwaage, welche Kühn in den Danziger Vers. I. Th. beschrieben hat. Er zeigt zugleich, wie man sich derselben zu bedienen habe, unmittelbar auf der Oberfläche eines Stromes zu nivelliren, und wie man zu der Absicht kleine Fahrzeuge mit ihr in Verbindung bringen könne u. s. w. Die Genauigkeit, mit der sich durch diese Vorrichtung nivelliren läßt, wäre freylich ansehnlich, wenn man, wie Hr. Kühn meldet, auf eine Entfernung von einer deutschen Meile nicht um 2 Schuhe in dem Abhang eines Stromes fehlen könnte. Allein ausserdem, daß es bey diesem Werkzeuge erst noch auf wirkliche Proben ankommen muß, wobey sich vielleicht Anlässe zu Fehlern zeigen, die man wohl auf der Studierstube nicht immer vorhersehen konnte, glaube ich doch, daß die Beschwerlichkeiten im Fortbringen und Behandeln dieses Werkzeugs, es niemals sehr empfehlen werden.

VI. Ich hoffe nun, von solchen Wasserwaagen, bey denen man sich zur Bestimmung der Horizontal:linie, der unmittelbaren Oberfläche des Wassers bedient, genug beygebracht zu haben.

Jetzt werde ich von den weit brauchbarern der Ilten Gattung kürzlich einige Einrichtungen beschreiben.

### Werkzeuge der zweyten Art.

§. 376. Ich werde hier vorzüglich nur die Liesganigische und Sissonische Wasserwaage beschreiben dürfen, um alle anderen, die mit diesen Aehnlichkeit haben, verstehen zu können.

#### I. Die Liesganigische Wasserwaage.

Ist (Fig. LXXXIX.) nach ihren wesentlichen Theilen abgebildet.

OP ist eine Röhre zu einem Fernrohre, ohngefähr 4 bis 5 Fuß lang.

Senkrecht auf der Aze desselben, befinden sich bey mlk, rstu ein paar messingene Gehäuse, deren jedes die Fassung zu zwey viereckigten neben einander gelegten Rahmen iknq (Nro. 1.) und lmx y (Nro. 2) abgiebt, dergestalt, daß die Ebenen iknq, lmx y in jedem Gehäuse auf PO senkrecht stehen.

Innerhalb diesen Rahmen  $inkq$ ,  $lxmy$  sind ein paar andere kleinere auf folgende Art beweglich.

Durch die Seitenstücke  $in$ ,  $lx$ ;  $ik$ ,  $lm$  gehen Stellschrauben  $\lambda$ ,  $\mu$ , und jeder gegenseitig über befindet sich an den Seitenstücken  $nq$ ,  $kq$ ;  $xy$ ,  $my$  eine entgegen drückende Stahlfeder.

Zwischen jedem Paare Schrauben  $\lambda$ ,  $\mu$ , und den gegenüber stehenden Stahlfedern, wird nun jedes innere Viereck in seinem zugehörigen Rahmen  $inkq$ ,  $lxmy$  festgehalten, und kann selbst durch Hilfe dieser Schrauben, und des Gegendrucks der Stahlfedern, eine sanfte Bewegung seitwärts parallel mit  $my$  oder  $qk$ , und heraufwärts parallel mit  $ik$  oder  $lm$  erhalten.

Der kleine Rahmen innerhalb  $inkq$  führt ein rechtwinklichtes Fadenzug  $d$ ;

Der andere innerhalb  $lxmy$  giebt die Fassung zu einem Objectivglase  $ab$ , dessen Brennweite ohngefähr der Länge der Röhre  $\alpha\beta$  gleich ist.

Diese beyden Rahmen  $inkq$ ,  $lxmy$  gedenke man sich nun parallel hinter einander senkrecht auf die Ase der Röhre  $\alpha\beta$  angebracht, und  $lm$ ,  $ik$ , bey  $\alpha$ , stelle diese beyden Rahmen

men vor, wie sie sich, von dem sie umgebenden Gehäuse entblößt, und seitwärts angesehen, dem Auge darstellen würden.

Eben so stelle  $rstu$  bey  $\beta$  zwey solche über einander liegende Rahmen, wie Nro. 1. und Nro. 2. vor.

So hat man also in dem Gehäuse bey  $\alpha$  ein Objectivglas  $lm$ , und gleich dahinter ein Fadencruz  $ik$ .

Und so bey  $\beta$  ein Objectivglas  $tu$ , und Fadencruz  $rz$ .

Das erstere  $ik$  muß in dem Brennpunkte des Objectivs  $tu$ , und so  $rs$  in dem Brennpunkte des Objectivs  $lm$  stehen.

Beide Objective müssen also beyläufig einerley Brennweite haben, wenn jede Rahmen, wie  $tu$ ,  $rs$ , dicht hinter einander stehen. — Kann man aber  $tu$ ,  $rs$  etwa durch eine Schraube auch längst des Fernrohres von einander entfernen, so ist solches nicht nöthig.

Bey  $O$  sowohl, als auch bey  $P$ , kann man in das Fernrohr eine Röhre mit einem Ocularglase hineinschieben, so daß eines der Fadencruze jedesmal in dessen Brennpunkte stehe.

Hat

Hat man solchergestalt die Ocularröhre erstlich bey O, so kann man durch das Fernrohr längst OP visiren.

Nimmt man aber die Ocularröhre bey O weg, und steckt sie bey P ein, so kann man durch das Fernrohr rückwärts längst PO visiren.

Durch die bisherige Einrichtung hat man also in einerley Röhre OP gleichsam ein doppeltes Fernrohr, welches bey'm Nivelliren an einer Station, die man zwischen den Abwägungspunkten annimmt, sehr bequem ist, weil man, ohne das Fernrohr aus seiner Lage bringen zu dürfen, vor- und rückwärts, sowohl nach dem einen, als auch nach dem andern Abwägungspunkt hinvisiren kann.

Der Beobachter bey O oder P siehet nur allemal in dem Fernrohre dasjenige Fadenzug, welches im Brennpunkte des Oculars steht. Das entferntere siehet er, wegen der zu großen Weite von dem Brennpunkte des Oculars, gar nicht, auch verursacht ihm solches keine bemerkbare Undeutlichkeit. Eben so wenig schaden die doppelten Objectiv, und die Wirkung ist nur die, daß das Objectiv, das jedesmal zunächst am Ocularglase steht, den Brennpunkt des Oculars in etwas verkürzt, sonst aber weiter keine erhebliche Undeutlichkeit verursacht.

Auf dem Fernrohre ist nun ferner bey a eine Libelle, so wie sie im 152sten S. beschrieben worden, angebracht. — Sie ruhet auf einem kleinen messingenen Gestelle, das an dem Fernrohre befestigt ist, und durch Hülfe einer Schraube  $\mu'$  läßt sie sich etwas erhöhen und erniedrigen. Die obere Seite der Libelle, wo die Luftblase ercheint, muß beyläufig der Aze des Fernrohrs parallel seyn.

In der Folge werde ich zeigen, die Aze des Fernrohrs, oder vielmehr die Visirlinie desselben, ihr völlig parallel zu machen.

An der Röhre OP ist ferner eine Unterlage b befestigt, woran sich ein an seinem Umfang mit Schraubengewinden versehener Halbkreis befindet, der in eine Schraube ohne Ende gh eingreift, wodurch sich der Tubus mit der Libelle zugleich, in einer Verticalebene auf und nieder treiben läßt.

Die Aze c, um die sich der erwähnte Halbkreis drehet, ruhet auf zwey Unterlagen eines verticalen messingenen Gestelles eb, welches auf einer horizontalen Scheibe w fest ist. Diese Scheibe w ist auch mit Schraubengewinden versehen, und läßt sich durch Hülfe der Schraube ohne Ende u heruntreiben, wodurch also dem Fernrohre selbst eine horizontale Seitenbewegung ertheilt wird.

Die

Die ganze Vorrichtung ruhet endlich auf einem Stativ, das man mit Füßen, oder was man sonst für eine andere Einrichtung bequem fände, versehen lassen kann.

Von dem Gebrauche und der Verichtigung dieser allerdings sehr schönen Wasserwaage, werde ich in der Folge reden.

## II. Die Sissonische Wasserwaage.

Ist nach ihren wesentlichen Theilen aus (Fig. XC.) zu ersehen.

Das Fernrohr *no* bestehet aus einer gegossenen und aufs genaueste cylindrisch abgedrehten messingenen Röhre, in der sich bey *n* das Objectivglas, und bey *o* die Ocularröhre befindet.

Durch Stellschrauben in der Fassung des Objectivs, läßt sich das Objectiv so stellen, daß dessen Ase mit der Röhre *no* Ase genau zusammen trifft.

Das Fernrohr ruhet auf dem Gestelle *cde*, wo man sich unter *c*, *c* ein paar Stücke Messing, jedes mit einer Vertiefung, in die das Fernrohr zu liegen kömmt, und unter *d* eine Vorrichtung mit einem Scharniere bey *s* ge  
d<sup>er</sup>

denken muß, die man sammt dem Fernrohre, durch Hülfe einer Stellschraube K, und des Gegendrucks einer Stahlfeder f, oder eines Spiralgewindes, das auf dem Brette A befestigt ist, in einer Verticalebene auf und nieder treiben kann.

Mit dem Fernrohre ist eine Libelle v verbunden, im Wesentlichen völlig so, wie es (S. 152.) gewiesen worden ist.

Die ganze Vorrichtung kann man nun auf einem Tische, oder sonst auf einem schicklichen Stative, ruhen lassen.

S. 377. I. Wasserwaagen, welche mit der eben beschriebenen (die von ihrem Erfinder Sisson, einem berühmten englischen Künstler den Namen führt, und in dem englischen Baumeister: Lexicon, the Builders Dictionary, unter dem Worte Water abgebildet und beschrieben stehet) Ähnlichkeit haben, und im Wesentlichen fast völlig mit ihr einerley sind, sind die Branderische, von der man, ausser einer besonders gedruckten Beschreibung, auch in der Lambertischen Ausgabe von Picards Abhandlung vom Wasserwägen eine Nachricht findet, und die Ekströmische, die in den Abhandlungen der Schwedischen Acad. der Wiss. V. Bd.

V. Bd. beschrieben ist. Branden hat nur das Fernrohr mit einem Glasmicrometer nach seiner Erfindung versehen, und Elström hat die Sissonische Wasserwaage so eingerichtet, daß man statt des Fernrohres, auch Dioptern, wenn keine große Genauigkeit erfordert wird, gebrauchen, und das ganze Werkzeug dabey die Dienste eines Diopterlinials auf einem Neßtische vertreten lassen kann.

II. Eine besondere Einrichtung einer Wasserwaage mit einer Luftblase, beschreibt auch Silberschlag im 1sten Theile seiner Hydrotechnik (Leipzig, 1772) pag. 201. Ihr Erfinder ist ein Künstler in Berlin, Hr. King. Sie bestehet, um vor- und rückwärts visiren zu können, aus zwey parallel neben einander befindlichen Fernröhren, deren Axen man durch Hülfe einer zwischen sie angebrachten sehr empfindlichen Libelle, genau horizontal stellen kann. Dabey ist denn eine Vorrichtung, daß man durch Hülfe einer Schraube ohne Ende, die beyden Fernröhre vertical auf und nieder treiben kann. Hr. S. hält diese Wasserwaage für sehr bequem. — Meiner Meynung nach ist ihr aber wohl die Liesganigische und Sissonische vorzuziehen.

III. Noch eine bequeme Wasserwaage mit Dioptern und einer Libelle auf dem Diopterliniale,

niale, hat Hr. Prof. Meinert in seinen Anfangsgründen der Feldmefskunft (S. 171.) beschrieben und empfohlen. Das Niveau ist von Hrn. Weikerdt, Universitätsmechanikus in Leipzig, und das Stativ nach einer Einrichtung des Hrn. v. Segners von dem Universitätsmechanikus Hrn. Hefel in Halle mit einigen Abänderungen verfertigt worden. Der Preis ist 6 Rthl.

IV. Einige hieher gehörige Wasserwaagen sind auch in der Encyclopaedie methodique (a Paris, 1785.). *Mathematiques*, Tom. II. pag. 456. unter dem Artikel Niveau beschrieben.

V. Zu Nivellirungen habe ich mich oft auch bloß meines Astrolabii, und der beyden an ihm befindlichen Libellen, deren eine auf dem vordern beweglichen Fernrohre, die andere aber an dem unbeweglichen an der hintern Fläche des Werkzeugs, angebracht ist, mit Vortheil bedient. Jede Libelle wurde, so genau sich thun ließ, der Visirlinie ihres Fernrohres parallel gemacht. Da ich mich zum Nivelliren allemal der Methode (S. 372.) bediente, so kam es nicht darauf an, wenn auch hier eine kleine Abweichung von dem Parallelismus stattfand. Eine große darf man nicht gestatten, weil sonst bey dem Einspielen der Libelle die Ziellinie des mit ihr verbundenen Fernrohres viel:

vielleicht über die abgesteckten Signale hinausreichen würde. Das Werkzeug selbst wurde auf ein Stativ, wie (Fig. LXXI.) und (S. 344.) beschrieben worden ist, und der Würfel desselben auf einen leicht zu transportirenden runden Tisch mit 3 Beinen gestellt, der ohngefähr wie das Gestelle zu der Liesganigischen Wasserwaage (Fig. LXXXIX.) auszieht. Die Beine sind so eingerichtet, daß sie sich höher und niedriger stellen lassen. Der Würfel wurde horizontal, und die Ebene des Winkelmessers vertical gestellt. Man ist versichert, daß bey jener Einrichtung des Stativs, durch das Drehen des Winkelmessers um den verticalen Zapfen  $pq$  (S. 344.), keine merkliche Aenderung in der Höhe der Libellen über dem Boden vor sich geht, und man kann also, vermittelst dieser Drehung um  $pq$ , das Fernrohr in jede Lage bringen, also vor- und rückwärts nach den abgesteckten Signalen visiren, und auf denselben die Visirpunkte bemerken lassen, ohne merklichen Fehlern ausgesetzt zu seyn. Auch ist, wie ich durch Rechnung zeigen könnte, der Umstand, daß beym Rückwärtsvisiren die verticale Ebene des Werkzeugs nicht ganz die Lage, wie beym Vorwärtsvisiren hat, von keinem erheblichen Einflusse. Jedes Fernrohr, mit der daran befindlichen Libelle, giebt übrigens sein eigenes Nivellement, und man erhält

so

so an jeder Station zwischen zwey Signalen, wegen der beyden Libellen, eigentlich zwey Nivellements, deren Resultate zur Prüfung mit einander verglichen werden können. Ja man kann sogar die Libelle des unbeweglichen Fernrohres einspielen lassen, hierauf das vordere bewegliche Fernrohr ohngefähr in horizontaler Lage an den Rand befestigen, und dann nachsehen, auf welchen Punkt des abgesteckten vordern Signals die Ziel:linie dieses Fernrohres trifft, hierauf dies Fernrohr unverrückt an dem Rande festlassen, die Ebene des Werkzeugs um  $pq$  drehen, bis das Fernrohr nach dem zweyten rückwärts befindlichen Signale gerichtet ist, und dann wieder jene Libelle einspielen lassen, so wird man ein drittes Nivellement erhalten, wobey das vordere Fernrohr, und die hintere Libelle gebraucht worden ist. Auf eine ähnliche Art giebt das hintere Fernrohr und die vordere Libelle ein viertes Nivellement, wo denn das arithmetische Mittel aus den Resultaten der 4 Nivellements an jeder Station, etwas der Wahrheit sehr nahes geben wird, wie ich mich durch mehrere Versuche überzeugt habe. Die Hauptsache bey jeder Station zwischen zwey Signalen ist, daß während des Vor- und Rückwärtsvisirens, welches vermittelt Drehung des ganzen Werkzeugs um den verticalen Zapfen  $pq$  bewerkstelligt wird, Li:  
belle

belle und Fernrohr unter sich selbst unverändert ihren Winkel behalten, eine Bedingung, die leicht statt findet. Uebrigens ist es gar nicht nöthig, daß die Libelle, die man einspielen läßt, an dem Fernrohre, durch welches man visiret, selbst angebracht sey.

Das Einspielen der Libelle bewürkt man allemahl durch Drehung des Werkzeugs um den horizontalen Zapfen S (S. 344.), und durch Anwendung der Stellschraube Wz (S. 99. 12.), welche allemahl, wenn das Werkzeug vertical steht, demselben eine sanfte Bewegung in einer Verticalebene ertheilt, so wie eine horizontale, wenn das Werkzeug horizontal steht, daß also ohne großen Zeitverlust das Nivellement erhalten werden kann.

Diese an jeder Station vervielfältigte Nivellirmethode ist in der Ausübung sehr zu empfehlen. Bey den gewöhnlichen, nur mit einem Fernrohre und einer Libelle versehenen Werkzeugen, würde sie freylich nicht statt finden.

Es versteht sich, daß, weil es mir bey dem gewiesenen Verfahren nicht darauf ankommt, daß Fernrohr und Libelle genau parallel sind, die Station des Werkzeugs allemal genau in der Mitte zwischen beyde

den Signalen genommen werden muß (S. 373. VII.).

## Wasserwaagen der dritten Art

(S. 374. III.).

S. 378. I. Von diesen darf ich vorzüglich die Picardische Wasserwaage beschreiben, um alle andern, die mit ihr Aehnlichkeit haben, und nur in zufälligen Stücken von ihr abweichen, in der Kürze mit ein paar Worten berühren zu dürfen.

Diese Wasserwaage gründet sich auf der Eigenschaft, daß eine Linie, welche auf der verticalen Richtung eines Lothes senkrecht steht, eine Horizontal-linie vorstellet. Picard giebt also seiner Wasserwaage folgende Einrichtung.

(Fig. XCI.) ist EFGH eine viereckigte messingene Röhre zu einem Fernglase; bey EF befindet sich eine Fassung mit einem Objectiv, in dessen Brennpunkte bey GH, senkrecht auf die Axe des Objectivs, ein Rahmen, mit einem in Nuthen durch Hülfe einer Schraube und des Gegendrucks einer Stahlfeder vertical auf- und nieder beweglichen Fadenkreuze, angebracht ist.

Bei D ist eine Ocularröhre beweglich, so daß man den Brennpunkt des Oculars an die Stelle des Fadekreuzes bringen kann.

Die Röhre des Fernglases ist mit einer andern Röhre AC rechtwinklicht verbunden, so daß eine ohne die andere nicht bewegt werden kann.

An letzterer AC sind zwei gekrümmte Bögen M, N, welche dienen, das Fernrohr mit dem Gehäuse AC fest zusammen zu halten, und das ganze Instrument zugleich auf eine oder die andere Seite zu neigen. Diese beiden Bögen ruhen auf ein paar starken Pföcken bey m, n, die man in zugehörige Löcher an das Stativ stecken kann, damit das bisher beschriebene Kreuz ABEG an dem Stativ fest hänge.

AB ist ein an einem feinen Silberfaden hängendes Loth, welches, ohne zu streifen, frey herunter hängen muß, wozu sich leicht eine Vorrichtung angeben läßt.

Dieser Faden AB muß bey B, wenn das Instrument seine rechte Stellung hat, über einen feinen Punkt herabhängen, der in einer kleinen silbernen Platte bey r, die nach Erfordern innerhalb messingenen Nuthen, von der rech-

ten

ten Hand gegen die linke beweglich seyn muß, eingestochen ist.

Dieser Punkt r muß die Eigenschaft haben, daß, wenn das Loth über ihm herabhängt, die Ase des Fernrohrs genau auf der Richtung des Lothes senkrecht stehe.

Das Stativ hat übrigens viele Aehnlichkeit mit einer Staffelei, deren sich die Maler bedienen. Noch sind die vordern Füße desselben bey p, q, mit eisernen Stäben versehen, die sich nach der Länge der hölzernen Füße verschieben, und mit Schrauben gehörig festhalten lassen, um auf unebenem Boden die Füße des Staffelets nach Belieben verlängern oder verkürzen zu können.

Hinten an der Röhre AC befindet sich eine zulänglich starke eiserne Stange v gleichfalls längst AC auf, und nieder beweglich, damit, wenn sie bis auf den Boden herunter gelassen wird, die Wasserwaage in der gehörigen Stellung festgehalten, und durch keine Bewegung der Luft erschüttert werde.

Das ganze Kreuz ACEG läßt sich vorne mit einem Deckel verschließen, damit keine Bewegung der Luft das Perpendikel erschüttere. Um aber den Silberfaden über dem Punkt

Punkt r genau beobachten zu können, so ist der erwähnte Deckel in der Gegend von r mit einem Fensterchen versehen. Am besten ist es, wenn der Deckel ganz längst AC aus einem Glase bestehet; so kann man zuverlässiger wahrnehmen, ob der Faden des Lothes irgendwo anstreift.

Die Größe des Instruments hängt von der Genauigkeit ab, mit der man beobachten will. Doch ist nicht zu rathen, das Fernrohr ED unter 3 Fuß, und die Länge des Lothes unter 4 Fuß zu nehmen.

II. Hugen's Wasserwaage unterscheidet sich von der Picardischen nur darinnen, daß sich die Axe eines frey hängenden Fernrohrs unmittelbar durch ein Gewicht, welches man vom Schwerpunkte des Fernrohres herabhängen läßt, von selbst in eine horizontale Richtung versehen muß. Dieses Gewicht kann man aus einem mit Quecksilber oder Schrote angefüllten Gefäße bestehen lassen, das man bis auf eine gewisse Tiefe in Wasser hängen läßt, um den Erschütterungen, die die Luft verursachen könnte, vorzubeugen.

Von dieser Wasserwaage findet man gleichfalls in oberwähnter Picard'scher Schrift eine nähere Beschreibung. Sie  
Mayer's pr. Geometr. III. Th. 2. 9 hat

hat in mancher Rücksicht vor der Picardischen Wasserwaage Vorzüge, wenn sie einmal gehörig berichtigt worden ist.

III. Eben daselbst ist auch Römers Wasserwaage beschrieben, die fast völlig die Picardische ist.

IV. Die Wasserwaage des Hrn. *le Febure* stimmt auch im Wesentlichen mit der Picardischen überein. Man findet sie in seinem Buche *Nouveau traité du Nivellement* (Potsdam, 1752. 4.), und mit einigen Abänderungen in Böhm's Anleitung zur Messkunst auf dem Felde (Neue Ausgabe 1779. S. 214.) sehr deutlich beschrieben.

V. Ausserdem findet man theils die bisher erzählten Wasserwaagen, theils noch einige andere in Joh. Christ. Meinigs Unterricht vom Nivelliren (Leipzig, 1724. 8.), in Sturms Traktat vom Nivelliren, Leupolds *Theatro Machin. Hydrotechnic* 53. u. f. S., Bions mathem. Werkshule u. dgl. Neue Anweisung zum Gebrauch des Nivellirens, von M. d. S. (Berlin, 1750.) Leupolds Beschreibung einer Wasser- und Horizontalwaage (Leipzig, 1718.). In Penthers Zugabe zur  
Geo-

*Geometria practica* ist auch eine neuverbesserte Wasserwaage beschriebener.

Kurz, wenn man alleröföndern Einrichtungen solcher Werkzeuge erwähnen wollte, so ließe sich davon ein ganzes *Theatrum* schreiben. Der eigentliche Unterschied bestehet lediglich in der größern odr geringern Bequemlichkeit des Gebrauchs, v der mehr oder mindern Sicherheit, die N<sub>z</sub> des Fernrohrs, oder die Absehungslinie, zu krichtigen u. dgl. So viel wird man indessen zugestehen, daß das Schwanken des Perpendikels bey der Stellung der Werkzeuge der dritten Art, dem Beobachter viel Zeit wegnimmt, und daher wohl immer die Werkzeuge der zweyten Art, vor jenen den Vorzug verdienen. Ich hoffe von Allem das Wesentlichste erzählt zu haben.

### Einrichtung der über den Stationspunkten vertical abzusteckenden Stäbe und Zeichen.

S. 379. I. Da über den Stationspunkten, wie a, i (Fig. LXXXVI.), Stäbe an, ik aufgerichtet werden müssen, um an denselben die Punkte n, m der visirten und verlängerten Horizontalrichtung tu kemerken, und deren Erhöhungen über dem Boden messen zu

können, so kann man sich dazu einer Vorrichtung wie (Fig. XCII.) bedienen.

Daselbst ist ab ein etwa 8 Schuh langer viereckiger prismatischer Stab, von gutem festen Holze, unter bey b mit einem eisernen Beschlage versehen, und von b nach a herauf, genau in Schube, Elle und Linien eingetheilet.

cd ist ein andrer, etwa eben so langer Stab, gleichfalls von c nach d herauf in Fuße, Zolle und Linien eingetheilet.

Dieser Stab cd muß sich vertical an dem erstern ba herauf und herab schieben lassen.

Es befinden sich daher an cd einige eiserne Bänder g, h, durch welche man ab stecken, und cd längst ab herauf und herab schieben kann.

Durch diese Bänder gehen bey g, g ein paar Schrauben, durch Hülfe deren man den Stab cd an ab in jeder Erhöhung fest erhalten kann.

Der Stab cd ist bey l mit einem zureichend langen Brette versehen, worauf eine Linie mn parallel mit cd gezogen ist, über der man ein Senkbley hängen läßt, cd in eine verticale Stellung zu bringen.

Bey d ist eine viereckigte Tafel angebracht, die halb schwarz und halb weiß mit Oelfarbe ange-

angestrichen wird, so daß die Gränze  $dr$  zwischen schwarz und weiß, auf  $cd$  senkrecht stehe.

Diese Gränze  $dr$  kann man nun durch Erhöhung oder Erniedrigung des Stabes  $cd$ , längst  $ba$ , in eine solche Höhe über dem Boden bringen, daß die Visirlinie der Wasserwaage, oder die dadurch erhaltene horizontale Richtung, genau auf  $dr$  treffe. Weil sich aber die Tafel  $d$  nicht ganz auf den Boden bringen läßt, sondern, wenn das untere Ende des Stabes  $cd$  den Boden berührt, die Tafel  $d$  noch um die ganze Höhe des Stabes  $cd$  über dem Boden erhaben ist, da ferner der Zielpunkt der Wasserwaage weit tiefer treffen könnte, als die Tafel  $d$  über dem Boden istsdann erhöht wäre, so muß der Stab  $cd$  an seinem untern Ende noch mit einer ähnlicher Tafel  $ux$  versehen seyn, damit man entweder die eine, oder die andere Tafel, durch Verschiebung des  $cd$ , in den Zielpunkt der Wasserwaage bringen, und längst den Abtheilungen der Stäbe, die Erhöhung von  $ux$ , oder  $dr$ , über dem Boden messen kann. — Die Abtheilungen auf dem Stabe  $ba$  werden von  $b$ , wo der eiserne Beschlag zu Ende ist, angerechnet; die Abtheilungen auf  $cd$  werden aber zwischen  $ux$  und  $dr$  angebracht, so daß der Linie  $ux$  der Anfangspunkt der Abtheilungen entspreche, zwischen  $ux$  und  $dr$  aber genau eine ganze Anzahl von Schuhen enthalten sey. Die:

Diese bekannte Anzahl von Schüben zwischen  $u$  und  $d$ , addire man jedesmal zu der Höhe des Punktes  $u$  über dem Boden, welche sich auf den Abtheilungen längst  $ba$  ergibt, so hat man die Höhe des Visirpunktes  $d$  über dem Boden.

Wäre aber der Visirpunkt auf die untere Tafel, also auf  $u x$  gefallen, so hat man die Höhe  $b u$  über dem Boden, soaleich längst den Vortheilungen des Stabes  $ba$  selbst.

Die Tafeln  $d$ ,  $u$  werde ich Zeichen nennen, und zwar  $d$  das obere, und  $u$  das untere.

Der Beobachter an der Wasserwaage wird nun begreiflich mit den Gehülften, welche über den Abwägungspunkten die Zeichen  $d$ ,  $u$  erhöhen oder erniedrigen, eine Verabredung getroffen haben, in dem Falle, wenn sie der Entfernung wegen einander nicht zurufen könnten, sich durch gewisse Zeichen einander verständlich zu machen. — Die Hauptsache kömmt darauf an, daß der Gehülfe auf Angeben des Beobachters an der Wasserwaage jedesmal genau wisse, wie er eines von den beyden Zeichen  $u$  oder  $d$ , durch allmähliche Erhöhung oder Herablassung des Stabes  $cd$ , in den Zielpunkt der Wasserwaage zu bringen habe, und

dann genau den Augenblick wisse, wenn die Zeichen d oder u ihre gehörige Erhöhung haben, und folglich die Schrauben g und h angezogen werden müssen — welche Dinge der Beobachter an der Wasserwaage leicht durch festgesetzte Zeichen mit dem Hute, mit der Hand, oder durch andere willkührliche Merkmale, seinen Gehülfen wird andeuten können.

II. Die bisherige Vorrichtung (T. 6. XCII.) halte ich ihrer Absicht nach immer für die bequemste. Die Zeichen oder Tafeln dr, u x in Nuthen, die in einem Stabe, wie cd, eingeschnitten wären, herauf oder herab zu schieben, oder gar eine solche Tafel an einen Bindfaden zu hängen, diesen über eine an dem obern Ende des Stabes befindliche Rolle zu führen, und so die Tafel zu erhöhen oder zu erniedrigen, kann ich nicht für brauchbar erklären, und wer sich nur etwas mit dem Wasserwägen abgegeben hat, wird die Unbequemlichkeiten dabey gar bald empfunden haben, ohne daß ich nöthig hätte, sie anzuführen.

III. Statt einer halb schwarz und halb weiß angestrichenen Tafel, bedienen sich einige auch eines auf einer schwarzen Tafel gemahlten weißen Ringes, andere eines weißen Kreuzes auf einer schwarzen Tafel u. dgl., zur Bestimmung des Zielpunktes.

IV.

IV. Eine Vorrichtung, wie (I.), muß übrigens bey dem Nivelliren wenigstens doppelt vorhanden seyn, weil über beyde Abwägungspunkte, zwischen denen jedesmal die Wasserwaage zu stehen kömmt, solche Stäbe mit Zeichen vertical aufgerichtet werden müssen.

### Prüfung der Wasserwaagen.

§. 380. Ehe man zum Nivelliren selbst schreiten kann, ist es erforderlich, die dazu gehörigen Werkzeuge zu berichtigen, d. h. sich zu versichern, ob die Richtung, nach der man bey gehöriger Stellung der Wasserwaage visiren würde, genau mit der scheinbaren Horizontal-linie übereinkömmt, oder doch nicht viel davon abweicht, (S. 373. XII.), und dazu sollen die Prüfungsmethoden nur an einigen Werkzeugen kürzlich gezeigt werden.

#### A. Prüfung der Liesganigischen Wasserwaage (Fig. LXXXIX.).

I. Durch die mit dem Fernrohre OP verbundene Libelle a soll man der Absicht des Werkzeugs gemäß, die scheinbare Horizontal-linie angeben können, und zwar weil PO eigentlich ein doppeltes Fernrohr vorstellet, so soll man sowohl nach der Richtung OP, als auch rückwärts längst PO, nach einer einzigen Horizontal-linie visiren können.

Es wird also dazu erforderlich seyn, daß  
 1) die Ase des Fernrohrs genau mit der obern  
 Seite der Libelle, in deren Mitte die Luftblase  
 erscheinen muß, parallel sey, damit, wenn die  
 Luftblase den horizontalen Stand der Libelle an-  
 deutet, auch die mit ihr parallele Ase des Fern-  
 rohrs eine horizontale Lage habe, 2) daß die  
 Durchschnitte der Kreuzlinien, oder der Fadens  
 Kreuze in den Brennpunkten der Objectivgläser,  
 genau in der Ase des Fernrohrs liegen.

II. Diese beyden Bedingungen zu erfül-  
 len, lassen sich mehrere Methoden angeben;  
 die bequemste ist aber folgende, wobey ein für  
 allemal vorangesezt wird, daß die Röhre  $\omega\pi$   
 auf das möglichste cylindrisch abgedrehet wor-  
 den sey, welches weiter keine Schwierigkeit  
 hat.

III. Man lasse eine Röhre  $\omega\pi$  (Fig.  
 LXXXIX. Nro. 3.) verfertigen, die etwas  
 kürzer seyn kann, als die Röhre OP des Lias-  
 ganigischen Fernrohrs; man schneide den obern  
 Theil weg, damit ein halber hohler Cylinder  
 $\omega\pi$  übrig bleibe. Man schleife die innere  
 Höhlung dieses halben Cylinders  $\omega\pi$  derges-  
 talt aus, daß die cylinderförmige Außenseite  
 (II.) des Fernrohrs OP aufs genaueste in sie  
 hineinpasse, und man also das Fernrohr OP,  
 wenn man es von dem Stativ wegnimmt,  
 und

und in die Höhlung  $\omega\pi$  hineinlegt, nach Gefallen um seine Ase drehen könne.

IV. Diese Röhre  $\omega\pi$  sey auf einem Fußgestelle befestiget, das man auf einen Tisch setzen, und durch 4 Stellschrauben nach Erfordern erhöhen und erniedrigen, und beyläufig horizontal stellen kann. Bey  $w$  ist ein Zirkelgewinde, und bey  $K$  eine Stellschraube, wodurch man zugleich die Röhre  $\omega\pi$  erhöhen oder erniedrigen, auch nach Erfordern unverrückt in ihrer Lage erhalten kann.

V. Um nun erstlich zu prüfen, ob die Durchschnitte der Kreuzlinien im Fernrohre  $OP$  genau in die Ase desselben fallen, so nehme man das Fernrohr von dem Stativ herunter, und lege es, ohne Libelle, in der cylindrischen Höhlung  $\omega\pi$  (Nro. 3.) dergestalt, daß z. E. die Seiten in der mit dem Fernrohre verbundenen viereckigten Rahmen  $inkq$  (Nro. 1.) (S. 376.) unterwärts zu liegen kommen, visire nun z. E. nach der Richtung  $OP$  durch das Fernrohr, und lasse den Durchschnitt  $d$  der Kreuzlinien, innerhalb des Rahmens  $inkq$  (Nro. 1.), in der Ferne ein gewisses Zeichen decken.

VI. Man drehe nun das Fernrohr innerhalb der Höhlung  $\omega\pi$  um seine Ase, so daß  
in

in (V.) hinaufwärts zu liegen komme, vißre abermals längst OP, und sehe zu, ob der erwähnte Durchschnitt der Kreuzlinien, noch das entfernte Zeichen genau decke.

VII. Geschiehet dieses, so ist sicher dieser Durchschnitt (V.) in der Aze des Fernrohres.

VIII. Verläßt aber der erwähnte Durchschnitt das entfernte Zeichen, so kann derselbe nicht in der Aze des Fernrohres liegen.

Man wird also sowohl durch Hülfe der Schrauben  $\lambda$ ,  $\mu$ , womit sich das Fadencruz in dem Rahmen in  $kq$  verrücken läßt, als auch vermittelst der Schrauben, womit man das Objectivglas, in dessen Brennpunkte in  $kq$  stehet, regieren kann, das Centrum des Objectivs und den Mittelpunkt des Kreuzes so lange verrücken müssen, bis man in dem Fernrohre, man mag es innerhalb  $\omega\pi$  um seine Aze drehen, wie man will, das entfernte Zeichen beständig von dem erwähnten Durchschnittspunkte (V. VI.) bedeckt siehet. Als dann ist man versichert, daß der Mittelpunkt des Objectivs, und der Durchschnitt der Kreuzlinien in des Objectivs Brennpunkte, genau in die Aze des Fernrohres fallen. So wird die Untersuchung mit einem jeden Objective, und dem zugehörigen Fadencruze, in dem

dop:

doppelten Liesganigischen Fernrohre vorgenommen. So bald nun diese Berichtigung geschehen ist, darf an der Stellung der Objective und der Fadenkreuze weiter nichts mehr geändert werden.

IX. Nun kommt es darauf an, eine an das Fernrohr angebrachte Libelle, genau mit der Ase des Fernrohres parallel zu machen.

X. Bei dem bisherigen Verfahren (VIII.) mußte nemlich das Gestelle der Libelle von der Röhre des Fernrohres herabgenommen werden, damit sich die Röhre  $\omega\pi$  ungehindert in dem halben Cylinder  $\omega\pi$  um ihre Ase drehen ließ. — Nachdem aber die Untersuchung (VIII.) vollendet ist, so wird das Gestelle, sammt der Libelle, wieder an die Röhre des Fernrohres angebracht, und durch gehörige Schrauben befestigt. Hierauf wird die zweite Untersuchung (IX.) auf folgende Art bewerkstelligt.

XI. In den beyläufig horizontal gestellten halben Cylinder  $\omega\pi$  lege man den Tubum OP, sammt der Libelle, so, daß die Libelle mit der Ase des Fernrohres ohngefähr in einer Verticalebene liege.

Nun bringe man die Libelle durch Hülfe ihrer Stellschraube  $\mu'$  genau in eine horizontale Lage. Nach

Nachdem das geschehen ist, hebe man, ohne die Röhre  $\omega\pi$  zu verrücken, den Tubum aus der Röhre  $\omega\pi$  heraus, und lege ihn umgewandt wieder ein, so daß das Objectivglas dahin zu liegen komme, wo vorher das Ocularglas war. — Setzt sich nun die Luftblase wieder in die Mitte der Libelle, so ist zuverlässig sowohl die Röhre  $\omega\pi$  vollkommen horizontal, als auch die Libelle dem Fernrohr parallel.

Trift es aber nicht zu, so muß man sowohl durch Erhöhung oder Erniedrigung der Röhre  $\omega\pi$ , vermittelst ihrer Stellschraube K, als auch durch Hülfe der Stellschraube  $\mu'$  der Libelle (obungefähr wie solches (S. 154 VIII. 11 — 14.) mit den dortigen Stellschrauben MK und Kr geschehen ist), die Lage der Röhre  $\omega\pi$  und der Libelle so lange verändern, bis die Luftblase immer in der Mitte der Libelle hängen bleibt, man mag das Fernrohr PO in die Vertiefung  $\omega\pi$  legen, wie man will. Wenn nun solches geschieht, so ist die Liesganigische Wasserwaage berichtigt, und man kann nun das Fernrohr, sammt der Libelle, wieder auf das Stativ (Fig. LXXXIX.) befestigen, und es hierauf zum Wasserwägen gebrauchen, woben man denn, um das Fernrohr OP in eine horizontale Lage zu bringen, nichts nöthig hat, als es nur je-

des:

desmal vermittelst der Schraube gh zu erhöhen oder zu erniedrigen, bis die Luftblase a in der Mitte der Libelle eerscheinet. In dem Augenblicke wird man die mit der Libelle ein für allemal parallel gemachte Axc des Fernrohrs auch horizontal haben, und, je nachdem man die Ocular, röhre bey P oder O einsteckt, längst der Horizontal:linie vor- und rückwärts visiren, und an Signalen, die man in der Ferne abgesteckt hat, die Punkte bemerken können, die von der Axc des Fernrohrs bedeckt werden, die folglich in der verlängerten horizontalen Axc des Fernrohrs liegen.

## B. Berichtigung der Sissonischen Wasserwaage.

Diese ist im Wesentlichen völlig mit der Liesganigischen Prüfungsmethode einerley. — Nur daß man hier blos das Centrum eines einzigen Objectivglases in die Axc des Fernrohrs, oder vielmehr in die gerade Linie vom Mittelpunkte des Oculars nach dem Mittelpunkte der Kreuzlinien, zu bringen hat, da hingegen in dem Liesganigischen Fernrohre die Prüfung für beyde Objective anzustellen ist. Was übrigens bey der Liesganigischen Prüfung die Röhre  $\omega\pi$  leistete, das vertreten bey der Sissonischen und Branderischen Wasser-

fer:

— o —

ferwaage die Supports c, c (Fig. XC.), worauf der Tubus zu liegen kommt. Man könnte daher auch zur Prüfung der Liesgarnigischen Wasserwaage, statt der Röhre  $\omega\pi$  (S. 380. III.), sich vielleicht wohlfeiler der Branderschen Vorrichtung mit Supports bedienen. Man siehet übrigens leicht, daß das Fernrohr bey c, c, wo es aufsteigt, auf das genaueste von gleicher Dicke seyn müsse, weil der Parallelismus seiner Aze mit den Aufliegepunkten c, c, damit in genauester Verbindung stehet. Branders erhält dieses durch besonders dazu ausgesonnene Werkzeuge. — das übrige kann man in Lamberts Anhang zu der Picardischen Abhandlung vom Wasserwägen mit mehrerem nachlesen.

### C. Prüfung der Picardischen Wasserwaage (S. 378.).

Bei dieser wird erfordert, erstlich das Centrum des Fadencreuzes GH (Fig. XCI.) genau in die Aze des Fernrohres zu bringen, und dann zweitens zu machen, daß die Richtung des Lothes AB auf der Aze des Fernrohres genau senkrecht stehe. — Beyde Bedingungen lassen sich durch Umkehrung des Instruments ohngefähr auf eben die Art, wie bey den vorhergehenden beyden Wasserwaagen, erhalten. — Weil aber sowohl diese Umkehrung bey der Picardischen Wasserwaage

car:

cardischen Wasserwaage, mit der gehörigen Vorsicht und Richtigkeit anzustellen, wegen Ermangelung bequemer, zu dieser Absicht angebrachter Vorrichtungen, immer etwas mühsam bleibt, als auch die Picardische Wasserwaage selbst so sehr nicht mehr gebraucht wird, indem man fast eben so wohlfeil eine weit bequemere Sissonische sich anschaffen kann, so will ich, nachdem einmal die Gründe dieser Prüfungsmethode schon im Vorhergehenden bey den beyden andern Wasserwaagen gezeigt worden sind, die Berichtigung derer Wasserwaagen, die überhaupt durch Hülfe eines Lothes den horizontalen Stand des Fernrohres angeben sollen, dem eigenen Nachdenken eines jeden überlassen, und dabey die Leser auf das oberwähnte Picardische Werk selbst verweisen, worinn auch S. 45 u. f. mehrere, wiewohl meines Erachtens, mehr zur Theorie, als zur Ausübung, dienliche Prüfungsmethoden vorkommen.

### Von dem Wasserwägen selbst

§. 381. Diese Aufgabe werde ich nun nach den bisherigen Vorbereitungen sehr in die Kürze fassen können.

I. Man siehet leicht, daß, wenn die ganze Strecke, die man zu nivelliren hat, sich nicht auf einmal übersehen und abwiegen läßt, man  
das

das Fallen oder Steigen Stationenweise bestimmen müsse, wozu die Gründe des 372sten Ses die Aufgabe auf folgende Art bewerkstelligen lassen.

II. Es sey z. E. das Gefälle eines Flusses von A nach B zu finden (Fig. XCIII.).

III. Gleich bey A fange man an, so nahe längst des Ufers, als es angehet, eine gerade Linde a b abzustecken, die jedoch nicht viel über 2000 Fuß seyn soll, theils wegen (S. 373.), theils auch, weil man sonst die Gehülffen bey a und b, bey einer zu großen Entfernung nicht gehörig durch Zurufen, oder durch andere verabredete Zeichen bedeuten kann.

IV. Die Entfernung a b mag beyläufig in Schritten bekannt seyn.

V. Bey a und b seyen Stäbe mit Zeichen wie (S. 379.) vertical aufgerichtet, a l, b m.

VI. In der Mitte ohngefähr, zwischen a und b, stelle man die Wasserwaage auf, richte das Fernrohr derselben horizontal, und lasse nun die Zeichen an den Stäben a l, b m erhöhen oder erniedrigen, bis man sie von der Zielinie des Fernrohrs o p, bey t und u bedeckt siehet.

Beym Gebrauche der Liesganigischen Wasserwaage kann man längst p o und o p, je  
Mayer's pr. Geometr. III, Th. Nr. nachs

nachdem man die Declinir-röhre bey p oder o einsteckt, bey unverrücktem Fernrohre visiren. Bey der Sissonischen Wasserwaage wird aber erfordert, daß man nach geschobenem Visiren längst p o, das Fernrohr aus seinen Unterlagen herausnehme, und es in umgekehrter Lage wieder einlege, um rückwärts längst op visiren zu können.

VII. So bald die Zeichen t und u gehörig stehen, so misset man die Erhöhungen at, bu; Ihr Unterschied giebt das Steigen oder Fallen des Bodens von a nach b.

VIII. Man lasse nun längst des Ufers eine neue Richtung b c abstecken. — Den Stab b m lasse man bey b stehen, und a l bringe man nach c, hierauf wieder die Wasserwaage ohngefähr in die Mitte zwischen b und c, und bestimme auf ihr, und durch Erhöhung und Erniedrigung der Zeichen an den Stäben über b und c, die Horizontal-linie u y, messe alsdann wieder die Höhen über dem Boden b x, cy, und ziehe sie von einander ab, so hat man ferner das Steigen oder Fallen von b nach c.

IX. Solchergestalt gehet Stationsweise die Arbeit fort, bis man nach B kömmt, wo denn die Summe des Steigens und Fallens aller einzelnen Stationen, das Steigen oder Fallen von A nach B geben wird.

die X. Ob man zwischen ein paar Stationen, z. E. a und b, vora nach beim Steigen oder Fallen hat, beurtheilt man daraus, ob b u kleiner oder größer, als a ist u. s. w.

### Anmerkungen über das bisherige.

S. 352. I. Die Stäbe mit den Zeichen (S. 379.) und (Fig. XCII.) müssen über den Stationspuncten a, b u. s. w. jederzeit durch Hülfen des Lothes mn (Fig. XCII.) so genau, als möglich, vertical gestellet werden, und die Mittel:linie eines jeden Zeichens, z. E. dr oder ux, muß aufs genaueste in der Aze des Fernrohres, oder in dem Durchschnittspunct des Fadenzweiges erscheinen (S. 381. VI.) — Weil es sich indessen ergänzen könnte, daß, wenn gleich die Aze des Fernrohres genau auf die Mittel:linie des Zeichens dr oder ux wiese, dennoch der Stab bd nicht recht genau vertical stände, so muß der Gehülfe, welcher die Zeichen an dem Stabe erhöht oder erniedriget, den Stab, ehe er ihn von seinem Orte wegnimmt, auf beiden Seiten, nach der rechten oder linken des Beobachters an der Wasserwaage, etwas hin und her bewegen, indem letzterer beständig durch das Fernrohr sieht. Wenn also dann die Aze des Fernrohres beständig in der Linie dr oder ux bleibt, so hat der Stab bd

Dr a

seine

seine gehörige Lage gehabt. Wenn aber die Nre des Fernrohres, bey der erwähnten Seitenbewegung des Stabes, scheinbar etwas über oder unter dr zu kommen, so hat der Stab hd nicht gehörig vertical gestanden, und es ist daher die Stellung des Stabes d b, und die Einrichtung der Zeichen dr oder ux von neuem vorzunehmen.

II. Der folgende Stab b m (Fig. XCIII.) darf, während man den erstern a l nach c bringt, nicht aus seiner Stelle verrückt werden. — Er muß daher gleich anfangs zulänglich fest in den Boden gesteckt worden seyn, so daß man ihn nicht verrücken darf, als bis man auch mit dem Niveliren der folgenden Station bc völlig fertig ist. Das ist deswegen erforderlich, weil man sonst das Steigen oder Fallen von b nach c, mit dem von a nach b nicht verbinden darf, wenn nicht der Anfangspunkt der Abtheilungen auf dem Stabe b m, während der Arbeit zwischen a und c, unverrückt an seiner Stelle blieb. Und so verfähre man an den folgenden Stationen auch.

III. Begreiflich wird ausser dem Steigen oder Fallen des Bodens von A nach B, auch noch die Höhe des Ufers bey dem Anfange A und Ende B in Erwägung zu ziehen seyn. — Ist sie an beyden Orten A und B einerley, so

kümmt

kömme sie nicht in Betrachtung. — Wäre sie aber z. E. bey B größer als bey A, so wird der Unterschied zu dem Fallen des Bodens von A nach B hinzu zu addiren seyn, um den wahren Abfall des Stromes von A nach B zu finden.

IV. Wenn man blos wissen will, um wie viel B höher oder tiefer als A liegt, so ist es nicht nöthig, daß die Stationspunkte a, b, c, e, f u. s. w. sämtlich in gerader Linie mit A und B liegen. — Man kann daher diese Punkte a, b, c u. s. w. nach Gefallen annehmen, wodurch sich denn oft Hindernissen ausweichen läßt, die sonst das Visiren unterbrechen würden. Ohne Noth wird man aber freylich a, b, c u. s. w. nicht zu weit von der abzuwägenden Richtung AB entfernen.

V. Die Stationen ab, bc u. s. w. wird man, so viel sich thun läßt, einander gleich nehmen. Indessen wenn irgendwo der Boden sehr schnell steigt und fällt, wird man doch oft die Stationen näher neben einander nehmen müssen, weil sonst die horizontale Richtung des Fernrohrs leicht über oder unter die Stäbe mit den Zeichen, hinweggehen würde. Wenn indessen sich in dem Brennpunkte des Oculars ein Micrometer befindet, das etwa ein paar Grade faßt, so läßt sich durch Hülfe dessen etwa ein Elevations- oder Depressionswinkel messen

messen, und die Höhe des abgesteckten Zeichens über der Horizontal-Linie des Beobachters, aus dem erwähnten Winkel, und der gemessenen Weite vom Beobachter, trigonometrisch herleiten. Kurz, es werden beyhm Niveliren oft Fälle vorkommen, wo man die Vorschriften des XVten Kapitels mit Vortheil wird anwenden können, welches ich denn dem eigenen Nachdenken eines jeden überlassen will.

VI. Die beyden Gehülfsen, von denen einer immer bey der hintern Station, der andere bey der vordern, die Zeichen an den Stäben gehörig in die Horizontal-Linie des Beobachters rückt, schreiben die gemessenen Erhöhungen über dem Boden, in ein paar Kolonnen auf, so daß der hintere Gehülfe alle Höhen bekommt, welche die nach der Gegend A hingerichtete Axe des Fernrohrs wies, der vordere Gehülfe aber die, welche die nach der Gegend B hingerichtete Axe des Fernrohrs zeigte, d. h. der hintere Gehülfe schreibt die Höhen, wie  $a t$ ,  $b x$  u. s. w., der vordere hingegen die Höhen, wie  $b u$ ,  $c y$  u. s. w., auf. Heißen also erstere nach der Ordnung  $m$ ,  $n$ ,  $o$  &c. &c., letztere  $M$ ,  $N$ ,  $O$  &c. &c.; so ist  $M - m$  der Abhang von  $a$  nach  $b$  (wo  $M - m$  auch negativ seyn kann, welches denn ein Steigen bedeutet),  $N - n$  der Abhang von

von b nach c, O — o der Abhang von c nach e u. s. w.

Folglich der sämtliche Abhang von A bis B = M — m + N — n + O — o u. s. w. = (M + N + O u. s. w.) — (m + n + o u. s. w.) d. h. die Summe der aufgezeichneten Höhen des vordern Gehülfsen vermindert um die Summe aller Höhen des hintern.

VII. Wenn  $m + n + o$  u. s. w.  $>$   $M + N + O$  u. u., so hat man ein Steigen von A nach B, oder B liegt über der durch A eingebildeten wahren Horizontalfläche.

VIII. Ich könnte gegenwärtig noch über verschiedene Dinge, die auf die Richtigkeit des Wasserwägens Einfluß zu haben scheinen, Betrachtungen anstellen, und deren Wirkungen berechnen. So z. E. könnte man fragen, was die Refractionen (S. 200.) für Irrthümer im Wasserwägen hervorbringen, was die Krümmung der Erde, in so ferne sie nicht vollkommen sphärisch ist, für Einfluß auf das Nivelliren habe, was die Verschiedenheit der Augen, der Fernröhre selbst, die man an den Wasserwaagen anbringt, was eine gewisse Parallaxe, die man in Rücksicht auf die Kreuzlinien in dem Fernrohre, im Falle sich solche nicht genau in dem Brennpunkte

punkte des Objectivs befänden, wahrgenommen hat (man s. hievon Condamine mesure des trois premiers degrés du Merid. dans l'hemisphere austral, P. II. Art. XIX. etc. Kästners astronomische Abhandl. II. Th. VI. Abh. S. 35.), was endlich überhaupt die Natur eines jeden Werkzeugs selbst u. für Fehler im Wasserwägen hervorbringen könne? Allein alle diese Untersuchungen würden theils die Gränzen, die ich mir vorgeschrieben habe, überschreiten, theils auch auf Resultate führen, aus denen man doch nur sehen würde, daß bey gehöriger Vorsicht, Behandlung und vorhergegangener Prüfung der Werkzeuge, nur solche Fehler aus obigen Ursachen entstehen können, für die auch der behutsamste Beobachter nicht gut stehen kann, und die man folglich immer ausser Acht lassen darf, da sie ohnehin auf keine Weise sicher bestimmt werden können, daß endlich viele von den erwähnten Fehlern auch schon dadurch wegfallen, daß man bey dem Wasserwägen das Instrument allemal in die Mitte zwischen jede zwey Abwägungspunkte stellt, und ihre Entfernungen von einander nicht größer, als 2000, höchstens 3000 Fuß nimmt u. dgl.. Man kann überhaupt mehreres hievon in den bereits über das Nivelliren angeführten Schriften nachlesen, denen ich noch folgende beynüge.

Praktische Abhandl. vom Nivelliren

ren oder Wasserwägen in besonde-  
rer Hinsicht auf das zweckmäßigste  
Verfahren das Resultat einer Ab-  
wägung untrüglich zu bestimmen,  
verbunden mit der Anweisung zur  
Verfertigung der Berg- und Meers-  
profile v. Gotth. Christoph Müller.  
Königl. Grosbritt. Ingenieur Major und öf-  
fentlichen Lehrer der Mathematik und Mili-  
tärwissenschaften zu Göttingen (bey Vandenh.  
und Ruprecht 1799.). Der vor kurzem ver-  
storbene Verfasser empfiehlt in dieser Schrift  
vorzüglich das Vor- und Rückwärts-Nivell-  
liren, kurz das Verfahren S. 371. u. f. w.,  
nur daß es einmahl vorwärts und dann wie-  
der rückwärts bewerkstelligt wird. Die Ein-  
würfe desselben gegen das Abwägen aus  
der Mitte (S. 372. 381.) sind von keinem  
Belange. Sonst enthält die Schrift manche  
lehrreiche Bemerkungen über die Ausübung  
des Wasserwägens.

Auch in Bugge's oben S. 255. XVIII. an-  
geführter Anleitung zum Feldmessen u.  
worinn zugleich eine ziemlich vollständige An-  
leitung zum Nivelliren vorkömmt, wird ins-  
besondere auch wegen der Refraktionsfehler,  
das Nivelliren aus der Mitte zwischen beyden  
Abwägungspunkten, empfohlen.

IX. Noch habe ich im 379sten S. zu erinnern vergessen, daß sowohl die vordere, als hintere Seite der Tafeln dr, ux (Fig. XCII.) halb schwarz und halb weiß angestrichen seyn müssen, damit man nicht nöthig habe, das Zeichen, das z. E. an dem Stabe bm (Fig. XCIII.) zuerst nach a hingekehrt war, nach c hinzuwenden, und dadurch den Stab bm zu verrücken (II), wenn die Wasserwaage zwischen die folgenden beyden Stationen b, c gestellt wird.

### Anmerkung.

1. Es sey a b (Fig. LXXXVII) ein Fernrohr, welches sich um einen Punkt a durch Hülfe einer etwa in b angebrachten Micrometerschraube vertical auf und nieder treiben lasse. Das Fernrohr sey mit einer Libelle versehen, wodurch die Axe desselben genau in eine horizontale Lage a h gebracht werden kann. Durch Hülfe jener Micrometerschraube lasse es sich höchstens um einige Grade über oder unter die Horizontalrichtung bringen.

2. In einer genau ausgemessenen horizontalen Distanz = A von dem Punkte a des Fernrohres sey ein Signal wie (S. 379.) und (Fig. XCII.) abgesteckt worden, auf dem der beständige Abstand der beyden Tafeln oder Zeichen dr, ux, also  $du = B$  sey.

3. Man richte das Fernrohr mittelst der Micrometerschraube nach dem obern Ziele  $dr$ , und zähle wie viel Umdrehungen derselben nöthig sind, das Fernrohr aus dieser Lage, in die Richtung nach dem untern Ziele  $ux$  zu bringen. Gesetzt diesem bekannten Abstände  $du = B$  entsprechen  $M$  Umdrehungen, so gehört hiezu ein Winkel von so viel Secunden als der Ausdruck  $\frac{B}{A} \cdot 206264$  angiebt. Also der Werth einer

$$\text{Umdrehung} = \frac{B}{MA} \cdot 206264 \text{ Secunden} = N.$$

4. Nun befinde sich jenes Signal in jedem andern Abstände  $= a$  von dem Fernrohre.  $ah$  Fig. LXXXVII. sey dieser Abstand, und  $k, i$ , die (2) erwähnten beyden Zeichen  $dr, ux$  so daß  $ki = B$ . (2).

5. Man stelle das Fernrohr  $ab$  erstlich horizontal, und zähle wie viel Schraubenumdrehungen nöthig sind, es nach dem abgesteckten Ziele  $k$  zu erheben; und dann wie viel nöthig sind, es auch aus der horizontalen Richtung nach dem Ziele  $i$  zu erniedrigen. Jene Zahl von Umdrehungen heiße  $= m$  diese  $= n$ , so läßt sich hieraus sowohl die horizontale Distanz  $ah = a$ , als auch die Erhöhung oder Vertiefung der beyden Ziele  $k, i$ , in Ansehung der horizontalen Richtung  $ah$  bestimmen. 6.

6. Denn erstlich ist der Winkel  $hak = m \cdot N$  Secunden (3) und  $hai = n \cdot N$  Sec. und weil die Winkel klein sind und nicht über 5 Grade betragen sollen (1) ohne merklichen Irrthum

$$\text{tang } hak = \frac{m \cdot N}{206264}$$

$$\text{tang } hai = \frac{n \cdot N}{206264}$$

7. Ferner  $kh : hi = \text{tang } kah : \text{tang } hai$  d. h.  $kh : hi = m : n$ ; Also.

$$kh + hi : hi = m + n : n \text{ oder } ki \text{ d. h.}$$

$$B : hi = m + n : n$$

und  $hi = \frac{n \cdot B}{m + n}$  für des Zeichens  $i$  Tiefe

unter der horizontalen Richtung  $ah$ . (5). Eben so auch für das Zeichen  $k$ ,

die Linie  $kh = \frac{m \cdot B}{m + n}$ .

8. Endlich wegen  $a$ ,  $\text{tang } hai = hi$  die horizontale Distanz  $ah$  oder

$$a = \frac{hi \cdot 206264}{n \cdot N} = \frac{n \cdot B \cdot 206264}{(m + n) \cdot n \cdot N} \text{ oder}$$

aus (3) den Werth von  $N$  substituirt.

$$a = \frac{M}{m + n} \cdot A$$

d. h.

d. h. die beständige Größe  $M. A$  dividirt mit der Menge von Schraubenumdrehungen, welche dem Zwischenraume der beyden Zeichen  $k, i$ , zugehören.

9. Weiß man also die Höhe des Zeichens  $i$  über dem Boden (sie läßt sich an dem Signale selbst messen, und ist  $= b$  u Fig XCII.) so ist hiemit auch die Erhöhung der horizontalen Richtung  $ah$ , über dem Boden, an der Stelle wo das Signal abgesteckt ist, bekannt. Diese mit der gemessenen Höhe des Fernrohres über dem Boden gehörig verbunden, giebt denn das Nivellement von dem Stationspunkte des Fernrohres, bis zu dem abgesteckten Signale.

10. Man braucht also bey diesem Verfahren zu nivelliren, weder die Distanz  $ah$  unmittelbar zu messen, noch auch die Ziele  $dr, ux$  (wie S. 379. I.) an der Stange  $ab$  auf, und niederzuschieben, während der Beobachter an dem Fernrohre arbeitet; man vermeidet also dadurch viel Zeitverlust, und die Irrungen, die nicht selten entstehen, wenn der Gehülfe an dem Signale das rechte Maas in der Erhöhung oder Erniedrigung der Ziele nicht gleich trifft, und die mit ihm verabredeten Zeichen nicht richtig versteht. Es ist nichts hiebey nöthig als daß der Gehülfe nur jedesmahl die Höhe des Zeichens  $i$  über dem Boden, gehörig in dem  
Maas

Manual notice. Alle übrigen Bestimmungen, hängen dann blos von dem Beobachter an dem Fernrohre ab, nemlich richtig die Mengen  $m$ ,  $n$ , von Schraubenumdrehungen zu erhalten, welche nach (7. 8.) zur Bestimmung des Nivelliments  $h$  erforderlich sind, und jedesmahl die Höhe des Fernrohres über dem Boden gehörig zu messen. So kann man von einer Station zur andern verfahren.

II. Diese Nivellirmethode hat Hr. Oberst Hogreve in seiner praktischen Anweisung zum Nivelliren oder Wasserwägen (Hannover 1800.) empfohlen, und in erwähneter Schrift mit mehrerem ausgeführt. Hr. H. hat zugleich die Einrichtung des zu dieser Nivellirmethode gehörigen Fernrohres, Stativs u. dgl. sehr deutlich beschrieben und abgebildet. Darf man sich auf die Gänge der Micrometerschraube, durch eine so beträchtliche Länge als die Schraube an diesem Werkzeuge bekommt, sicher verlassen, so ist kein Zweifel daß diese Nivellirmethode sehr einfach und bequem ist. Die möglichen Fehler dabey lassen sich leicht durch die Differentialrechnung finden, womit ich mich aber hier nicht weiter aufhalten will, da Hr. H. sie zum Theil auch schon untersucht hat.

Jetzt will ich noch ein paar Worte über den Gebrauch des Barometers zum Wasserwägen anführen. Das

## Das Barometer als Wasserwaage.

S. 383. In so ferne man aus dem 197 S. den Gebrauch dieses Werkzeugs zu Höhenmessungen schon kennen gelernt hat, läßt sich leicht einsehen, daß es wenigstens in solchen Fällen zum Wasserwägen gebraucht werden könne, wo es auf keine größere Genauigkeit ankömmt, als diejenige ist, die auch das beste und empfindlichste Barometer noch anzugeben im Stande seyn kann. Da man nun wohl in den Unterschieden der Höhen des Barometers an zwey Stationen, so wie man diese Höhen unmittelbar zu der Formel (S. 198. II.) braucht, leicht einen Fehler von  $\frac{1}{4}$  Linie begehen kann, die Correctionen wegen der Wärme und anderer Ursachen, die man wohl sämmtlich noch nicht einmal kennet, schon mit eingerechnet, so wird sich das Barometer zur Bestimmung der Höhe eines Orts über einem andern, auch wohl in keinem Falle anders brauchen lassen, als wo es etwa auf 3 bis 4 Toisen nicht ankömmt, d. h. man wird sich wohl des Barometers bedienen können, die beträchtlichsten Ungleichheiten einer bergigten Gegend beiläufig zu nivelliren, wie solches auch schon durch Hrn. de Luc, z. E. bey den Gebürgen in Faucigny und andern Orten, geschehen ist (man s. dessen Recherches sur les Modif. de l'Atmosph. P. II.) aber keineswegs Wasserwa-

wägungen damit anstellen, bey denen es oft auf einige Fufe, oder gar Folle, in der Höhe der einen Station über der andern ankommt.

Messungen in dieser Rücksicht mit dem Barometer angestellt, findet man auch vorzüglich in Hrn. G. E. Rosenthals Beyträgen zu der Verfertigung, der wissenschaftlichen Kenntniß, und dem Gebrauche meteorologischer Werkzeuge, 1. Bd. S. 239.; wo in einem Beyspiele an der freyen Reichsstadt Nordhausen der Gebrauch des Barometers zum Nivelliren, auch durch unmittelbare Messungen bestätigt, und die dadurch zu erhaltende Genauigkeit geprüft wird.

Hr. Rosenthal hat ausserdem das Verdienst, in angeführter Schrift verschiedene wichtige Verbesserungen an dem Barometer, und der Methode, damit Höhen zu messen, gezeigt zu haben. —

Desaguliers in den Philosoph. Transactions, Nro. 385. p. 165., hat auch ein Werkzeug zum Wasserwägen, das mit dem Barometer auf einerley Gründen beruhet, angegeben.

In Böhm's Meßkunst auf dem Felde, S. 240. ist eine kurze Beschreibung davon mitgetheilt. — Es ließen sich vielleicht an dem Werkzeuge solche Verbesserungen anbringen, daß im Wasserwägen ihm kein gewöhnliches Barometer gleich käme.

---

## Noch zu Höhenmessungen. (S. 190.)

**M**an hat zum Behufe der Forstwissenschaft Werkzeuge für nöthig erachtet, auf denen sich ohne Rechnung und trigonometrische Auflösung von Dreiecken, sogleich die Abmessungen eines Baumes, in Absicht auf seine Höhe und Dicke in jeder Höhe, ergeben. Man heißt sie Baummesser oder Dendrometer.

Da bey diesen Bestimmungen keine großen Dreiecke zum Vorschein kommen, so könnte zwar schon der bloße Meßtisch diese Aufgaben auflösen. Man würde in einer gewissen Weite von dem Baume, den Meßtisch lothrecht stellen, durch einen gewissen Punkt eine Horizontallinie auf ihm ziehen, von diesem Punkte nach der Höhe der Baumstammes visiren, die Horizontal-linie von dem Meßtische bis zur Mitte des Stammes nach dem verjüngten Maasse auftragen, und so, wie leicht erhellet, den rechtwinklichten Triangel auf dem Meßtische construiren, dessen lothrechter Kathete die verlangte Höhe des Stammes

mes

mes geben würde, so wie denn auch die Hypothenuse den Abstand des Auges von dem obern Theile des Stammes bestimmen würde. Sollte nun auch die obere Dicke des Stammes (die untere läßt sich aus dem gemessenen Umfange desselben sehr leicht finden) gefunden werden, so könnte man solche aus der erwähnten Hypothenuse, und der scheinbaren Größe, oder dem optischen Winkel, unter welchem diese Dicke des Stammes auf dem in gehörige Schiefe gegen den Horizont gestellten Meßtische erscheinen würde, bestimmen; Allein man hat diese Auflösungsarten in der Ausübung nicht für bequem genug gehalten, und daher besondere Werkzeuge ausgedacht, auf denen sich sogleich, durch das bloße Ansehen, die verlangten Abmessungen eines Baumes ergeben, ohngefähr wie man ehemals vermittelst des Jacobsstabes, des geometrischen Quadrats u. dgl., Höhenmessungen und ähnliche Aufgaben bewerkstelligte.

Man gedenke sich (Fig. XCIV.) ein paar Liniale AB, AC um A beweglich, ohngefähr wie die beyden Schenkel eines Proportionalzirkels um ihren Kopf sich drehen und in jeden Winkel stellen lassen. Längs des einen AB sey ein drittes BD in einer Nuth senkrecht hin und her beweglich, und lasse sich in jeder Lage feststellen. Auf AB, BD und AC

seyen gleiche Theile verzeichnet, welche z. E. Schuhe eines verjüngten Maasstabes bedeuten. AC sey mit Dioptern versehen, um damit nach dem obersten Punkte eines Stammes visiren zu können, AB sey horizontal gestellt, und BD in einem solchem Abstände von A, daß AB so viel verjüngte Schuhe faßt, als man für die horizontale Weite des Standpunktes A von dem Stamme gemessen hat, so wird AC auf dem verticalen Liniale BD, von B nach C so viel Schuhe abschneiden, als die visirte Höhe des Stammes enthalten würde, wozu denn noch die Höhe des Punktes A über dem Boden gerechnet werden müßte. Auf AB muß eine Libelle angebracht seyn, oder man muß sonst an dem Werkzeuge eine Vorrichtung haben, wodurch man AB horizontal stellen kann. Alles kommt auf ein schickliches Stativ zu stehen. Parallel mit der Hypothenuse AC könnte man ein Fernrohr mit einem Micrometer anbringen, um mittelst desselben die scheinbare Dicke eines Stammes in jeder Höhe messen, und daraus, und aus ihrer Entfernung von dem Auge, die wahre Dicke in Schuhen, Zollen &c. &c. herleiten zu können, oder man könnte auch sonst an dem Werkzeuge ein Schraubenmicrometer anbringen, um diese scheinbare Dicke messen zu können u. s. w.

Dies mag hinreichend seyn, um sich ohngefähr eine Hauptidee von solchen Werkzeugen zu machen. In das umständlichere Detail kann ich mich hier nicht einlassen, ist auch für den, der die Theorie davon innen hat, und dasjenige, was im vorhergehenden schon von Höhenmessungen, Micrometern u. dgl. gesagt worden ist, ganz überflüssig. Man hat durch solche Werkzeuge blos trigonometrische Rechnungen ersparen, und dadurch Forstbeamten, welche in dergleichen nicht immer geübt sind, nützlich seyn wollen. Diese können denn zur weitem Belehrung folgende Bücher gebrauchen.

Erstlich ein englisches Werk, welches den Titel führt: *by the King's Patent. A Treatise upon the Dendrometer, a new-invented Instrument for the more certain and ready Measurement of Standing Timber, by inspection only, for facilitating the practical Operations of Engineering, Land-Surveying, Levelling, Mineing etc. : and for performing mechanically the various Cases of plane Trigonometrie, by a short and familiar Process, without Calculation.* London, Printed for the Patentees etc. Auf der Dedication nennen sich die Verfasser Thomas Whittell und John Duncombe. Wie der Titel sagt, ist also dies Werkzeug über:

überhaupt dazu eingerichtet, alle Operationen der praktischen Geometrie ohne Rechnung bewerkstelligen zu können, und die Resultate derselben for the inspection only auf dem Werkzeuge zu erhalten. Es ist daher etwas zusammengesetzter, als es blos zur Dendrometrie nöthig seyn mögte. Indessen ist es für geometrische Dilletanten immer ein brauchbares Werkzeug, und die Beschreibung dazu sehr deutlich und gründlich. Eine Abbildung davon findet sich auch in der Encyclopaedie methodique. *Mathematiques* unter dem Artikel Dendromètre. Das Buch ist aber nicht genannt, woraus die Beschreibung genommen ist. Es ist diesem Buche noch ein Anhang beygefügt, welcher auch unter dem besondern Titel zu haben ist: *Tables of solid Measure, for finding, by Inspection, the Quantity of Timber in any tree from six Inches to eighty Feet in length, and from six Inches to three Feet in Diameter*—London. Printed for the Patentees of the Dendrometer 1768. Diese Tafeln dienen also zur Taxation des Kubikinhalts der Stämme.

Ein sehr einfaches Instrument zur Messung der Bäume beschreibt Hr. Prof. Joh. Heintz. Jung in seinem Versuche eines Lehrbuches der Forstwirthschaft (Mannheim

heim und Lautern, 1781.), II. Theil  
S. 921.

Ein anderes hat Hr. von Burgsdorf  
in seinen Beiträgen zur Erweiterung  
der Forstwissenschaft, durch Erwei-  
terung eines Holz-Taxationsinstru-  
ments (Berlin, 1790.) angegeben.

Auch in Joh. Gottl. Beckmanns  
ökonomischen Forstkalender (Leipzig,  
1767), wie ihn Hr. v. Wernck vermehrt  
herausgegeben hat, geschiehet Meldung von  
einem Baummesser.

Reinholds aufs Recht angewandte  
Meßkunst beschreibt im Isten Theile, un-  
ter dem Namen eines Erdmicrometers,  
einen Baummesser, bey dem man aber doch  
nicht ganz aller Rechnung überhoben ist, so  
wie der Zweck dieser Instrumente seyn soll.

Eines der neuesten hieher gehörigen, nach  
der Erfindung des Hrn. Höschels in Augs-  
burg, hat Hr. Ignaz Pikel in seinem  
praktischen Unterrichte, wie man  
sich bey der Ausmessung u. u. der  
Wälder zu verhalten habe (Augsb.  
1785.), im Vten Abschnitte beschrieben. In  
dieser Schrift wird der Gebrauch des Instru-  
ments

ments in mehreren Aufgaben gezeigt, und auch gelehrt, wie dasselbe zu berichtigen sey.

Beschreibung und ausführliche Gebrauchsanweisung eines neuen sehr einfachen Taxationsinstrumentes oder Baummessers 2c. von Joh. Leonh. Späth. Prof. d. Math. zu Altdorf. (Nürnberg 1802.).

Dies mag hinreichen, einige allgemeine Nachrichten von einem Werkzeuge gegeben zu haben, welches meines Erachtens eben nicht sehr zusammengesetzt und kostbar seyn darf, um dennoch allen Bedingungen vollkommen zu entsprechen.



## A n h a n g

zu S. 369. XI.

**M**an kann in den (S. 369. IX.) angeführten Schriften und in solchen, welche überhaupt von großen geographischen Messungen handeln, unter andern auch ersuchen, wie aus solchen Vermessungen die geographischen Längen und Breiten der Orter, welche in die Winkelpunkte der Dreyecke eines über das vermessene Land geführten Dreyeckenneses fallen, durch Rechnung bestimmt werden können, indem das Verfahren S. 350 Zus. IV. nicht die gehörige Genauigkeit verstatet, wenn in den Bestimmungen kleinere Theile als eine Zeichnung sie geben kann, verlangt werden.

Da hiebei zugleich auf die sphäroidische Gestalt unseres Erdkörpers Rücksicht genommen werden muß, so mag für diejenigen, welche die erforderlichen Kenntnisse der höhern Mathematik haben, folgendes dienen, um einen Begriff von der Berechnungsart zu geben.

I. Es sey (Fig. XCVI. Tab. IX.) die daselbst gezeichnete Ellipse ein Meridian auf  
der

der sphäroidischen Erde, A, V die beiden Erdpole, AG die halbe kleine Ase der Ellipse, DG die halbe große, M ein Ort auf dem Meridian, und MR eine Normallinie an M, welche die Erdaxe AGV in R durchschneide, so ist MR die Verticallinie des Orts M, und der Winkel ARM des Orts Abstand vom Pole A, oder die Ergänzung der geographischen Breite des Orts M zu  $90^\circ$ , auf der sphäroidischen Erde. Dazu den folgenden Untersuchungen der Werth der Normallinie, für jeden Winkel wie ARM, gebraucht wird, so schicke ich hier erst folgendes darüber voraus.

II. Man falle MP auf AV senkrecht, und nenne  $AP = t$   $PM = z$ ;  $AG = \gamma$ ;  $GD = \alpha$ ; so ist nach der Gleichung der Ellipse

$$z^2 = \frac{\alpha^2}{\gamma^2} (2\gamma t - t^2), \text{ und die Subnormale}$$

$$PR = \frac{z dz}{dt} = \frac{\alpha^2}{\gamma^2} (\gamma - t). \text{ (R \AA st n. Anal. d.}$$

Unendl. S. 92. Die dortigen  $y$ ,  $x$  hier  $z$  und  $t$  genannt.)  $= n^2 (\gamma - t)$ , wenn  $\frac{\alpha}{\gamma}$  der Kürze halber mit  $n$  bezeichnet wird.

III. Man nenne den Winkel MRP oder die Ergänzung der geographischen Breite des Orts

Orts zu  $90^\circ = \eta$ , so ist

$$z = PR \operatorname{tang} \eta = n^2 (\gamma - t) \operatorname{tang} \eta.$$

Dies statt  $z$  in die Gleichung der Ellipse (II.) substituirt, giebt

$$n^2 (\gamma - t)^2 \operatorname{tang}^2 \eta^2 = 2\gamma t - t^2$$

oder das Quadrat von  $\gamma - t$  wirklich entwickelt

$$n^2 \gamma^2 \operatorname{tg} \eta^2 + (1 + n^2 \operatorname{tg} \eta^2) t^2 = 2\gamma t (1 + n^2 \operatorname{tg} \eta^2)$$

d. h.

$$n^2 \gamma^2 \operatorname{tang} \eta^2 = (2\gamma t - t^2) (1 + n^2 \operatorname{tang} \eta^2)$$

$$= \frac{z^2}{n^2} (1 + n^2 \operatorname{tang} \eta^2) \quad (II)$$

IV. Also

$$z = \frac{n^2 \gamma \operatorname{tang} \eta}{\sqrt{(1 + n^2 \operatorname{tang} \eta^2)}}; \quad \text{Mithin die}$$

Subnormale

$$PR = \frac{z}{\operatorname{tang} \eta} = \frac{n^2 \gamma}{\sqrt{(1 + n^2 \operatorname{tang} \eta^2)}} \quad (III)$$

Und die

$$\text{Normale } MR = PR \sec \eta = \frac{PR}{\operatorname{cos} \eta} =$$

$$\frac{n^2 \gamma}{\operatorname{cos} \eta \sqrt{(1 + n^2 \operatorname{tag} \eta^2)}} = \frac{n^2 \gamma}{\sqrt{(\operatorname{cos} \eta^2 + n^2 \sin \eta^2)}} =$$

$$\frac{n^2 \gamma}{\sqrt{(1 + (n^2 - 1) \sin \eta^2)}} = \frac{n^2 \gamma}{\gamma \sqrt{(1 + (n^2 - 1) \sin \eta^2)}}$$

V.

V. Nun ist aber  $n^2 - 1 = \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\gamma^2}$  immer

ein sehr kleiner Bruch, weil bey unserer sphäroidischen Erde der Unterschied zwischen den beyden halben Durchmessern  $AG = \gamma$  und  $GD = \alpha$ , also  $\alpha - \gamma$  wie wir hernach sehen werden, selbst nur sehr klein ist; Daher kann statt

$$\frac{1}{\sqrt{(1 + (n^2 - 1) \sin^2 \eta^2)}} = (1 + (n^2 - 1) \sin^2 \eta^2)^{-\frac{1}{2}}$$

immer ohne erheblichen Fehler bloß gesetzt werden

den  $1 - \frac{1}{2}(n^2 - 1) \sin^2 \eta^2$ . Ferner ist  $\frac{\alpha^2}{\gamma} =$

$n\alpha = \alpha \sqrt{1 + n^2 - 1} = \alpha + \frac{1}{2}(n^2 - 1)\alpha$  weil statt  $\sqrt{1 + n^2 - 1}$  ebenfalls ohne merklichen Fehler gesetzt werden kann

$1 + \frac{1}{2}(n^2 - 1)$ . Dies giebt demnach

$MR = \alpha(1 + \frac{1}{2}(n^2 - 1))(1 - \frac{1}{2}(n^2 - 1) \sin^2 \eta^2)$   
 Oder wenn man bey der Multiplication der in den Klammern eingeschlossenen Ausdrücke die höhern Potenzen von  $n^2 - 1$  wegläßt, ohne merklichen Fehler

$$MR = \alpha(1 + \frac{1}{2}(n^2 - 1) - \frac{1}{2}(n^2 - 1) \sin^2 \eta^2) \\ = \alpha(1 + \frac{1}{2}(n^2 - 1) \cos^2 \eta^2).$$

VI. Und folglich

$$PR = MR \cos \eta = \alpha \cos \eta (1 + \frac{1}{2}(n^2 - 1) \cos^2 \eta^2)$$

Sodann weiter

$$AR = PR + AP = PR + t = PR + \gamma - \frac{PR}{n^2}$$

(II.)

$$(II.) = \gamma + PR \left( \frac{n^2 - 1}{n^2} \right) = \gamma + PR \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2} (V)$$

b. h. (IV)

$$AR = \gamma + \alpha \cos \eta \left( 1 + \frac{1}{2} (n^2 - 1) \cos \eta^2 \right) \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2}$$

wofür ohne merklichen Fehler gesetzt werden kann

$$AR = \gamma + \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha} \cos \eta$$

weil  $\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2}$  so wie  $n^2 - 1 = \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\gamma^2}$  nur kleine Brüche sind, so wie auch ohne merklichen Fehler statt  $\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\gamma^2}$  gesetzt werden könnte

$$\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2}$$

VII. Nach dieser Vorbereitung sey nunmehr N (Fig. XCVII.) ein anderer Ort auf der Erde, ANV dessen Meridian und NT die Normal- oder Verticallinie desselben, welche in die Erdober bey T einschneide, indem der Winkel NTA =  $\zeta$  die Ergänzung der geographischen Breite des Orts N zu  $90^\circ$  seyn wird. So hat man auf eine ähnliche Art, wie oben (V. VI.) für die Normallinie NT den Werth

$$NT = \alpha \left( 1 + \frac{1}{2} (n^2 - 1) \cos^2 \zeta \right)$$

und

und für AT den Werth

$$AT = \gamma + \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha} \cos \zeta$$

Mithin

$$TR = AR - AT = \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha} (\cos \eta - \cos \zeta)$$

VIII. Liegen nun M und N auf einem Lande, dessen Umfang nicht gar zu groß ist, so daß die geographischen Breiten von M und N nicht über 3 bis 4 Grade von einander unterschieden sind, und also auch der Unterschied  $\zeta - \eta$  nicht über so viel Grade hinausgeht, so sey nunmehr  $\eta = \zeta - i$ , dann wird

$\cos \eta = \cos (\zeta - i) = \cos \zeta \cos i + \sin \zeta \sin i$   
ohne erheblichen Fehler  $= \cos \zeta + i \sin \zeta$ , wo  $i$  in Decimaltheilen des Sinustotus ausgedrückt werden muß. Mithin

$$TR = \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha} i \sin \zeta.$$

IX. Man ziehe RU senkrecht auf die Verlängerung von MT, so hat man  $RU = RT \sin \delta$ , wenn man den Winkel  $ATM = \delta$  nennt.

X. Mithin für den kleinen Winkel RMT ohne merklichen Fehler

$$RMT = \frac{RU}{RM} = \frac{(\alpha^2 - \gamma^2) \sin \zeta \sin \delta}{\alpha^2} \cdot i$$

weil

weil es hier bloß verstattet ist, den Werth von  $RM (V) = \alpha$  zu setzen, indem wegen der geringen Größe des Winkels  $RMT$ , das Glied  $\frac{1}{2}(n^2 - 1) \cos \nu^2$  wenn es weggelassen wird, diesen Winkel kaum um einige Decimaltheile von Secunden ändert, selbst wenn  $i$  drey bis 4 Grade betrüge.

XI. Nun gedenke man sich von  $M$  einen senkrechten Bogen  $ML$  auf den Meridian des Orts  $N$ , so kann man  $ML$  und  $NL$  auf dem Sphäroid, bloß als Bogen größter Kreise auf einer Kugel betrachten, deren Mittelpunkt  $T$ , und der Halbmesser

$= NT = \alpha (1 + \frac{1}{2}(n^2 - 1) \cos \zeta^2)$  (VII) seyn würde, so wie auch der Bogen  $MN$  als ein solcher von dem Halbmesser  $NT$  angesehen werden darf, so bald, wie wir annehmen, diese Bogen nicht über einige Grade betragen.

XII. Diese Bogen  $ML$ ,  $NL$ , sind als bekannt anzusehen, indem sie nichts anders bedeuten, als die aus einem Dreiecken: Neße zwischen  $M$  und  $N$  nach (S. 362. XVIII) berechneten  $y$  und  $x$  in Beziehung auf den Meridian des Orts  $N$ , dessen geographische Breite  $= 90^\circ - \zeta$  als gegeben angesehen wird.

Wären z. B.  $M$ ,  $N$  die Dexter  $g$ ,  $a$  in (Fig. LXXX.) so würden  $ML$  und  $NL$  die

Linie  $gp = y$  und  $ap = x$ , deren Werthe nach (S. 362. XVIII) gefunden werden können, bedeuten.

XIII. Diese Coordinaten  $x$ ,  $y$ , oder  $NL$  und  $ML$ , können nun ohne merklichen Fehler als Bogen größter Kreise denen am Mittelpuncte  $T$  (XI.) die Winkel

$$NTL = \frac{NL}{NT} \quad 206264 \text{ Sec.}$$

$$\text{und } MTL = \frac{ML}{NT} \quad 206264 \text{ Sec.} \text{ zugehören,}$$

betrachtet werden. Ich will diese Bogen oder Winkel  $NTL = \mu$  und  $MTL = \nu$  nennen.

XIV. Um aus denselben des Orts  $M$  geographische Breite  $= 90^\circ - \eta$ , oder Abstand vom Pole  $= \eta = \zeta - i$  zu berechnen, so hat man in dem rechtwinklichten sphärischen Dreyecke  $NML$ , als auf einer Kugelfläche vom Halbmesser  $NT$  (XI.)

$$1) \cos MN = \cos ML \cos NL$$

oder wenn man den dem Bogen  $MN$  zugehörigen Winkel  $NTM = \lambda$  nennt

$$\cos \lambda = \cos \mu \cos \nu$$

wo also  $\mu$  und  $\nu$  aus (XIII.) bekannt sind

$$2) \text{tang } MNL = \frac{\text{tang } ML}{\sin NL} = \frac{\text{tang } \nu}{\sin \mu}$$

wo MNL oder MNA den Neigungs-Winkel der beyden Ebenen MNT, ANT ausdrückt, welchen ich mit  $\tau$  bezeichnen will. Also

$$\text{tang } \tau = \frac{\text{tang } \nu}{\sin \mu}.$$

XV. Nun betrachte man weiter das sphärische Dreyeck AMN, welchem am Punkte T, die drey ebenen Winkel  $\text{ATM} = \delta$  (IX.)  $\text{ATN} = \zeta$  (VII) und  $\text{MTN} = \lambda$  zugehören.

In demselben sind bekannt der Neigungswinkel  $\text{MNA} = \tau$ , und die Winkel  $\zeta$  und  $\lambda$ , welche den Bogen AN und MN entsprechen (XIV).

Daraus findet sich für den Bogen AM, oder den ihm entsprechenden Winkel  $\text{ATM} = \delta$ , nach der sphärischen Trigonometrie

$$\cos \delta = \cos \tau \sin \lambda \sin \zeta + \cos \lambda \cos \zeta$$

Auch für den Winkel  $\text{MAN} = \rho$  welcher den Unterschied der geographischen Länggen der Oerter M und N ausdrückt, sogleich

$$\text{tang } \rho = \frac{\sin \tau \text{ tang } \lambda}{\sin \zeta - \text{tang } \lambda \cos \zeta \cos \tau}$$

Oder auch, wenn  $\delta$  nach der erstern Formel gefunden ist,  $\sin \delta : \sin \tau = \sin \lambda : \sin \rho$  oder

$$\sin \rho = \frac{\sin \tau \sin \lambda}{\sin \delta}.$$

XVI. Zieht man von dem gefundenen Winkel  $ATM = \delta$  den Winkel

$$RMT = \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2} \sin \zeta \sin \delta, i$$

$= (n^2 - 1) \sin \zeta \sin \delta, i$  (X. VI.) ab, so hat man in dem Dreiecke  $RTM$  den Winkel  $MRT$  oder  $ARM = \eta = \zeta - i$ .

XVII. Dies giebt

$$\zeta - i = \delta - (n^2 - 1) \sin \zeta \sin \delta, i$$

$$\text{Mithin } i = \frac{\zeta - \delta}{1 - (n^2 - 1) \sin \zeta \sin \delta}$$

oder weil  $n^2 - 1 = \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2}$  eine sehr geringe

Größe ist, ohne merklichen Fehler

$$i = (\zeta - \delta) (1 + (n^2 - 1) \sin \zeta \sin \delta)$$

Also  $\zeta - i$  oder  $\eta = \delta - (\zeta - \delta) (n^2 - 1) \sin \zeta \sin \delta$   
d. h. die Ergänzung der geographischen Breite des Orts  $M$  zu  $90^\circ$  oder

$$\eta = \delta - (\zeta - \delta) \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2} \sin \zeta \sin \delta$$

in welchem Ausdrucke der Winkel  $\delta$  aus (XV) bekannt ist, und  $\sin \zeta$ ,  $\sin \delta$ , nur für die Grade und Minuten genommen zu werden brauchen.

XVIII. In diesen für die geographische Länge und Breite eines Orts wie  $M$  gefundenen Formeln müssen die Größen  $\alpha$ ,  $\gamma$  in dem  
Län:

Längenmaasse ausgedrückt werden, nach welchem die Coordinaten ML, NL, (XII.) auf dem trigonometrischen Netze des vermessenen Landes berechnet worden sind. Gesezt ML und NL seyen in Pariser Toisen gegeben, so ist nach den neuesten französischen Gradmessungen  $\alpha = 3271226$  Toisen;  $\gamma = 3261432$  T. (M. s. Puissant Tr. des Géodesie p. 136), also  $\alpha : \gamma = 334 : 333$  zu setzen.

Hieraus findet sich leicht  $\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2} = \frac{1}{167}$  einige Decimalen im Nenner 167 weggelassen, auf die man doch nicht mit Sicherheit rechnen kann, indem etwas andere Werthe für  $\alpha$  u.  $\gamma$  z. B. Hr. Prof. Bohnerberger's (v. Zachs M. Corr. Jul. 1802. S. 25) auch auf den angeführten Bruch Einfluß haben. Ja nach La Places Bestimmungen, nach welchen das Avenverhältniß  $\gamma : \alpha$  der elliptischen Meridiane für die meisten Orte der nördlichen Halbkugel unserer Erde vielmehr  $= 149 : 150$  gesezt werden könnte, würde sogar

$$\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2} = \frac{150^2 - 149^2}{150^2} = \frac{2}{75,2}$$

also fast noch einmahl so groß als obiger Werth ausfallen.

Ueber die verschiedenen Verhältnisse von  $\alpha : \gamma$  s. m. umständlich in v. Zachs M. Corr. März 1811. S. 255. 2c.

XIX. Man sieht hieraus, was für eine misliche Sache es ist, aus geographischen Messungen, die Längen und Breiten, so genau als der Astronom sie jetzt verlangt, ableiten zu wollen, wenn nicht genau zuvor bestimmt worden ist, was für ein Axenverhältniß bey den elliptischen Meridianen des trigonometrisch aufgenommenen Landes zum Grunde gelegt werden muß, weil doch nun einmahl unsere Erde nicht genau ein Umdrehungssphäroid seyn soll, d. h. ein solches dessen Meridiane alle einerley Ellipse bilden.

XX. Nimmt man indessen eines von den angeführten Verhältnissen an, nach welchen

$\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2}$  doch immer nur ein kleiner Bruch ist,

so ergeben sich in den gefundenen Formeln noch allerley Abkürzungen, zumahl wenn die Coordinaten ML, NL in Bögen verwandelt, etwa nur ein  $\frac{1}{2}$  oder einen ganzen Grad ausmachen würden, in welchem Falle man aus den angeführten Formeln sehr leicht z. B. de Lambre'sche (v. Zachs M Corr. Jul. 1804. S. 66.) und andere ähnliche ableitet, womit ich mich aber hier nicht weiter beschäftigen will, da es mir zweckmäßiger scheint, den Weg für die Berechnung der geographischen Längen und Breiten gezeigt zu haben

haben, wenn jene Coordinaten selbst einige Grade, von dem mittelsten Chartenmeridian angerechnet, betragen. Auch erleichtern die von andern angegebenen Abkürzungsformeln die numerische Berechnung um nichts erhebliches, zumahl wenn man bey den meinigen auf gewisse constante Logarithmen Rücksicht nimmt, die sich dem Rechner bald darbieten werden.

Tafeln nach solchen Formeln z. B. in (v. Zachs M. Corr. Jul. 1803. S. 81.) scheinen mir die Rechnung auch nicht sehr abzukürzen, und solche Tafeln gelten übrigens auch nur für ein gewisses Arenverhältnis  $\alpha : \gamma$ . Für ein anderes dergleichen zu berechnen, wäre zu weitläufig.

XXI. Das richtige Arenverhältnis  $\alpha : \gamma$  für die Meridiane eines trigonometrisch aufgenommenen Landes, ließe sich zwar aus den Messungen selbst, in Verbindung mit einigen astronomisch bestimmten geographischen Breiten, ableiten, wozu obige Formeln in

welchen dann  $n^2 - 1$  oder  $\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2}$  als ei-

ne gesuchte Größe angesehen werden müßte, leicht den Weg darbieten. Indessen haben auch diese Bestimmungen ihre Schwierigkeiten (M. s. v. Zachs M. Corr. März. 1811 S. 252.) und die Ausführung davon würde hier

hier selbst zu umständlich seyn, weswegen ich mich mit dem Bengebrachten begnügen will.

XXII. Nur muß ich in Rücksicht der Coordinaten ML, NL noch folgendes beybringen. Die Figur ist so beschaffen daß in derselben des Orts N, dessen geographische Breite gegeben ist, Abstand vom Pole A =  $\zeta$  grösser war, als des Orts M Abstand vom Pole =  $\eta$ . Für M ist also in diesem Falle die Abscisse NL als positiv zu betrachten (S. 362. XVIII.) (wie z. B. ap für den Ort g auf dem Netze (Fig. LXXX.)). Auch liegt hier M auf der westlichen Seite von N; daher auch ML als positiv angesehen wird (S. 362. XVIII) für diesen Fall wird also in dem sphärischen Dreyeck MNL (XIV) der Neigungswinkel MNL =  $\tau$  spitzig. Wäre dagegen M zwar westlich von N, also ML positiv, aber  $\zeta$  kleiner als  $\eta$ , mithin die Abscisse NL negativ, so würde der Winkel MNL =  $\tau$  stumpf, wie sich auch aus der dafür gefundenen Formel

$$\text{tang } \tau = \frac{\text{tang } \mu}{\text{fin } \nu}$$

ergiebt, in welcher jetzt  $\mu = \frac{NL}{NT}$  206264

negativ, also tang  $\tau$  negativ, mithin  $\tau$  stumpf wird. Hiernach wird man sich denn auch bey der Berechnung des Winkels  $\delta$  nach der Formel

mel (XV.) zu richten haben, in welcher alsdann  $\cos \tau$  negativ zu nehmen ist, wenn  $\tau$  stumpf ist.

XXIII. Auf diese Weise wird es in jedem andern besondern Falle durch Betrachtung des sphärischen Dreiecks MNL nicht schwer seyn zu entscheiden, wie der darin vorkommende Winkel  $\tau$  spitz oder stumpf zu nehmen seyn wird. Der Bogen oder Winkel  $\lambda$  wird vermöge der Formel (XIV.) nach der Natur der Cosinusse von positiven oder negativen Winkeln  $\mu$  oder  $\nu$ , allemal spitzig, wie auch ohne hin klar ist, da  $\lambda$  immer nur ein kleiner Bogen oder Winkel ist.

Die bisherige Rechnung durch ein Zahlenbeispiel zu erläutern, halte ich für ganz überflüssig, da die Formeln für denjenigen der sie zu astronomischen Bestimmungen gebrauchen will, so einfach sind, daß die numerische Berechnung nach denselben keiner weiteren Erläuterung bedarf.

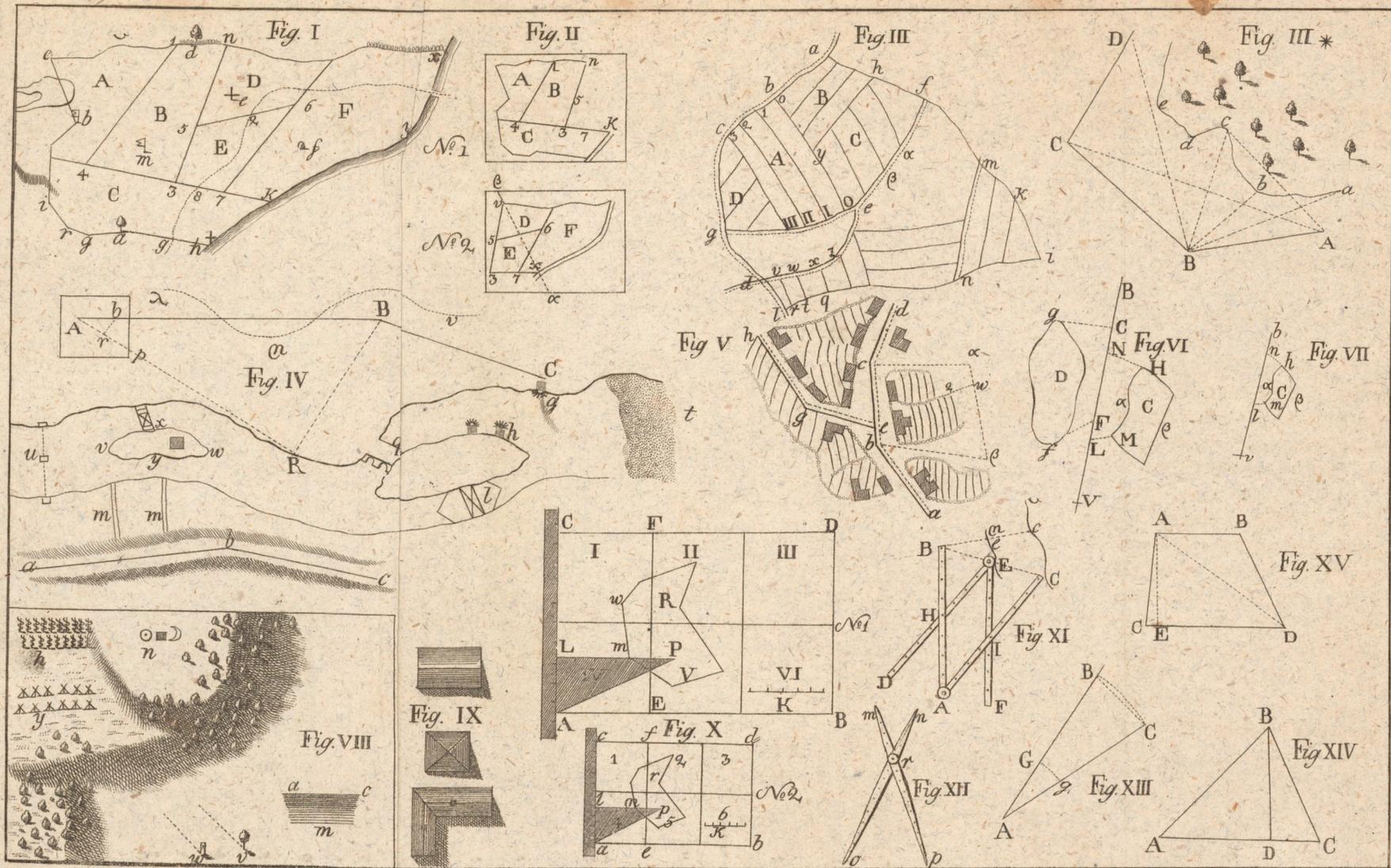
Aus allem was bey Gelegenheit dieser Untersuchung bengebracht worden ist, folgt, daß es eine vergebliche Erwartung ist, wenn man glaubt, daß geographische Längen und Breiten aus trigonometrischen Operationen abgeleitet, mit astronomischen Bestimmungen derselben

voll:

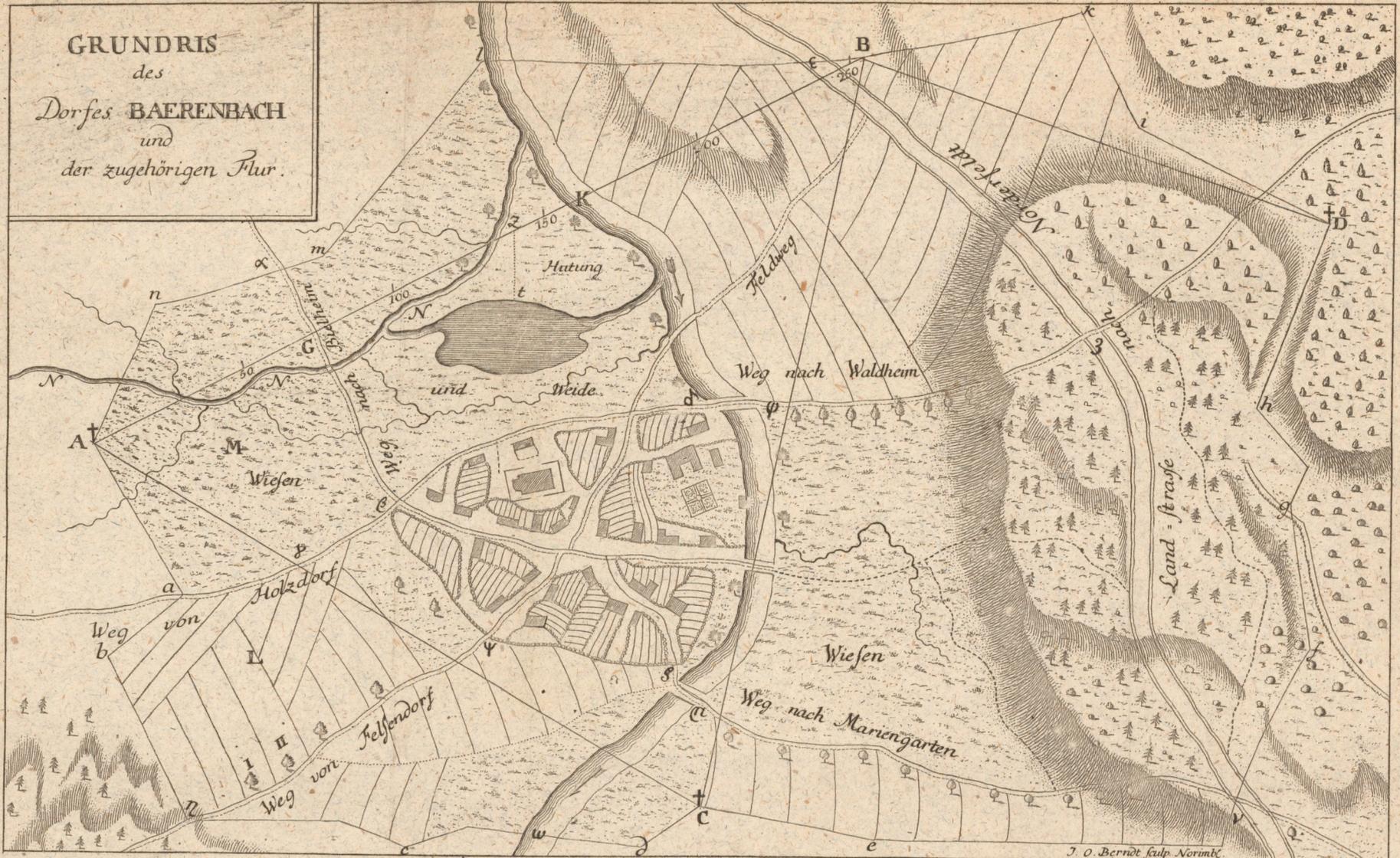
vollkommen übereinstimmen würden. Abweichungen von 8 : 10 Secunden können schon allein wegen (XIX) statt finden, wenn man auch nicht die Localattractionen berücksichtigen will, wodurch die astronomischen Beobachtungen oft unsicher werden. (v. Z. Monatl. Corr. 1811. März. S. 253). Für den gewöhnlichen Gebrauch in der Geographie sind jene Abweichungen unerheblich.

Umständlich über alle diese Untersuchungen s. m. in de Lambre methodes analytiques pour la determination d'un arc du Meridien. Puissant traité de Topographie, d'Arpentage et de Nivellement à Paris 1807. und dessen Traité de Géodesie, ou Exposition des methodes astronomiques et trigonometriques appliquées, soit à la mesure de la terre, soit à la confection du Canevas des Cartes et des Plans. das. 1805. Svanbergs Werk Exposition des operations faites en Laponie etc. wovon man einen Auszug in v. Zachs Monatl. Corresp. Nov. 1805 und in den folgenden Hefen findet.





GRUNDRIS  
des  
Dorfes BAERENBACH  
und  
der zugehörigen Flur.



J. O. Berndt sculp. Norimb.



Fig. XVI.

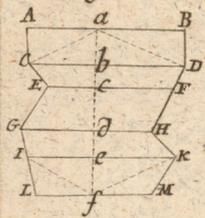


Fig. XVII.

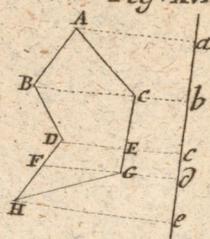


Fig. XVIII.

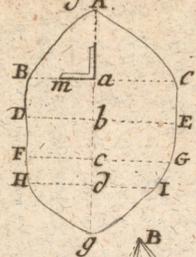


Fig. XIX.

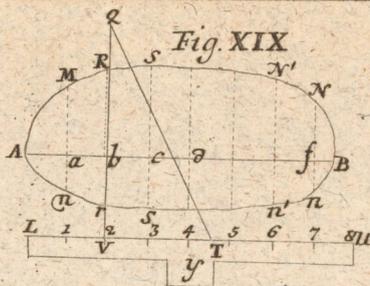


Fig. XX.

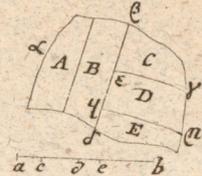


Fig. XXI.

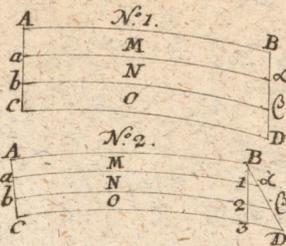


Fig. XXIV.

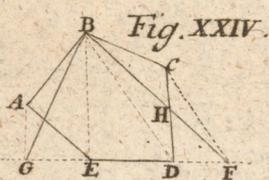


Fig. XXV.

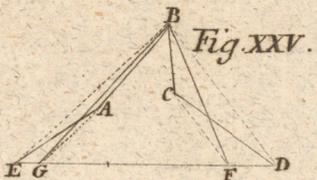


Fig. XXVI.



Fig. XXVIII.

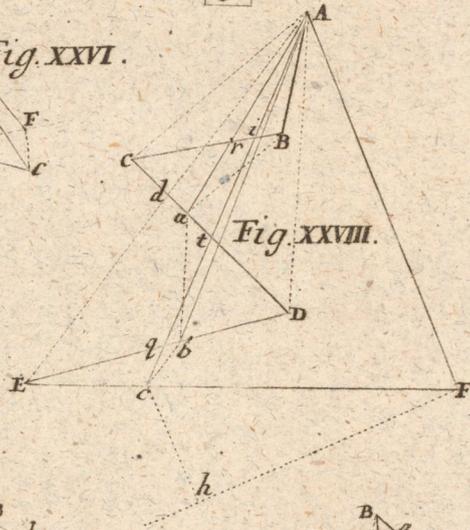


Fig. XXIX.

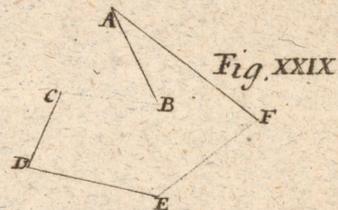


Fig. XXXVII.

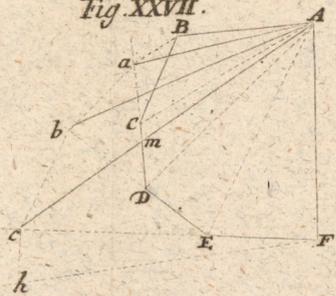


Fig. XXXI.

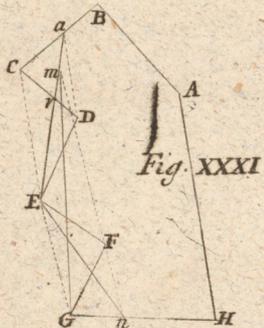


Fig. XXX.

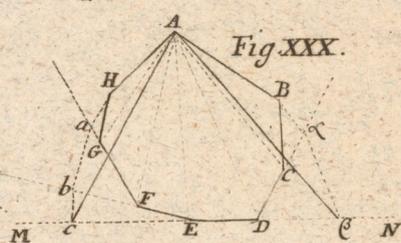


Fig. XXXIII.

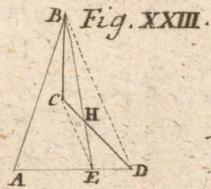


Fig. XXXII.

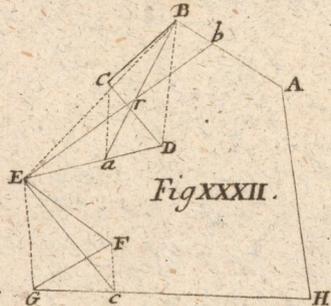


Fig. XXXIII.

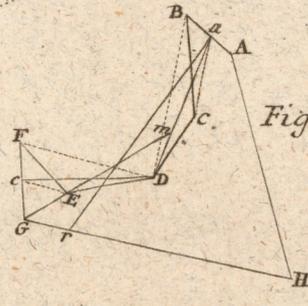
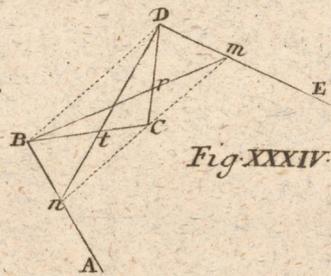


Fig. XXXIV.





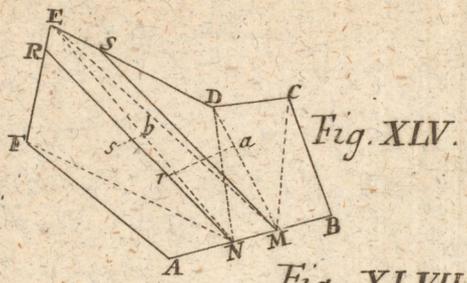


Fig. XLV.

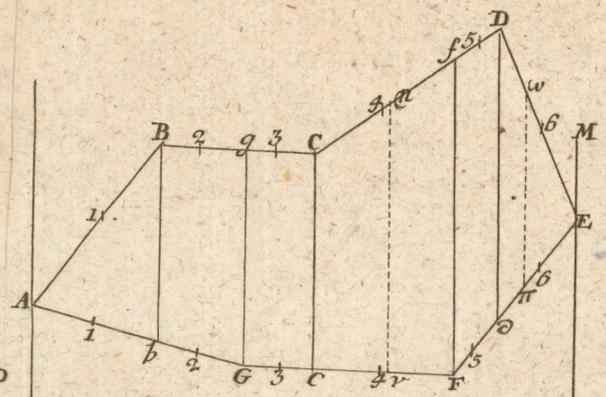


Fig. L.

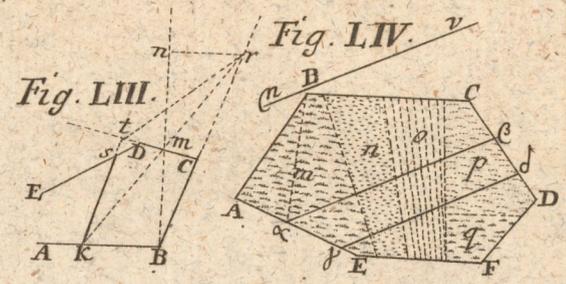


Fig. LIV.

Fig. LIV. v

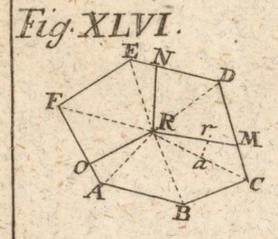


Fig. XLVI.

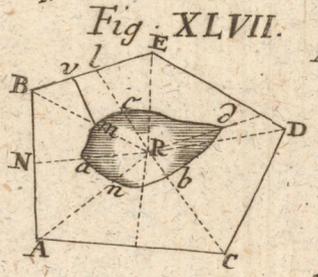


Fig. XLVII.

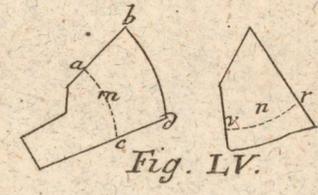


Fig. LV.

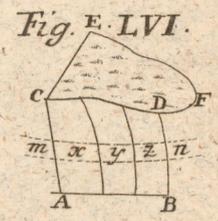


Fig. E. LVI.

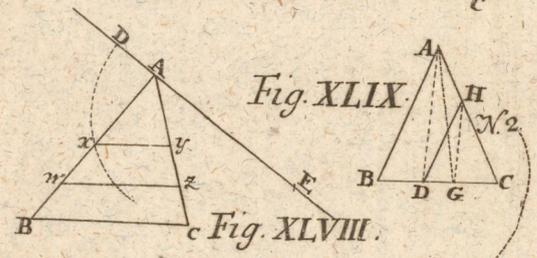


Fig. XLVIII.



Fig. XLIX.

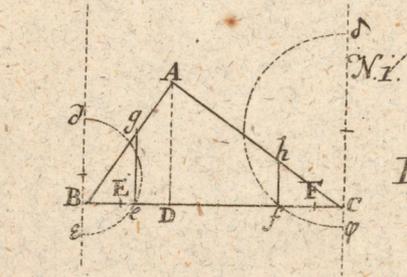
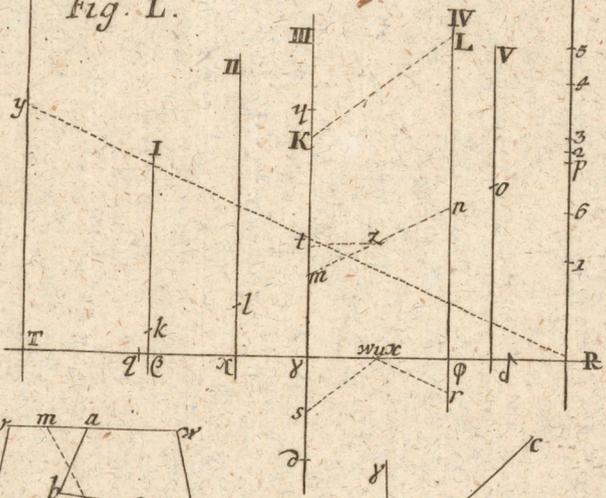


Fig. LX.

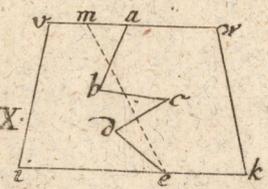


Fig. LXI.

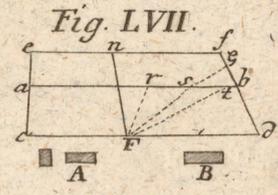


Fig. LVII.

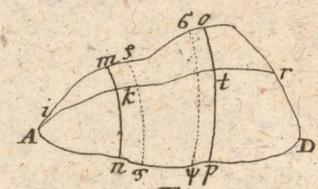


Fig. LVIII.

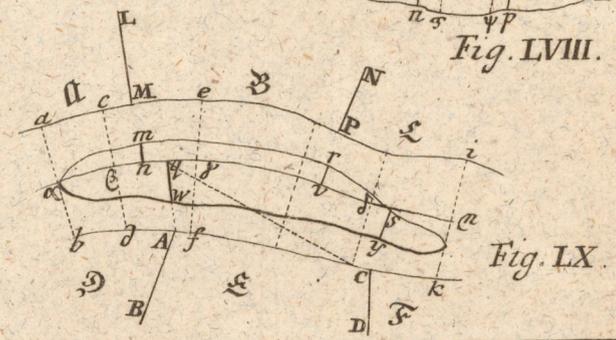


Fig. LX.





Fig. LXXI.

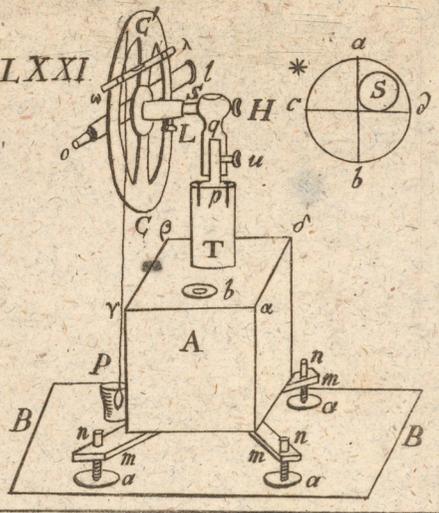


Fig. LXXVI.

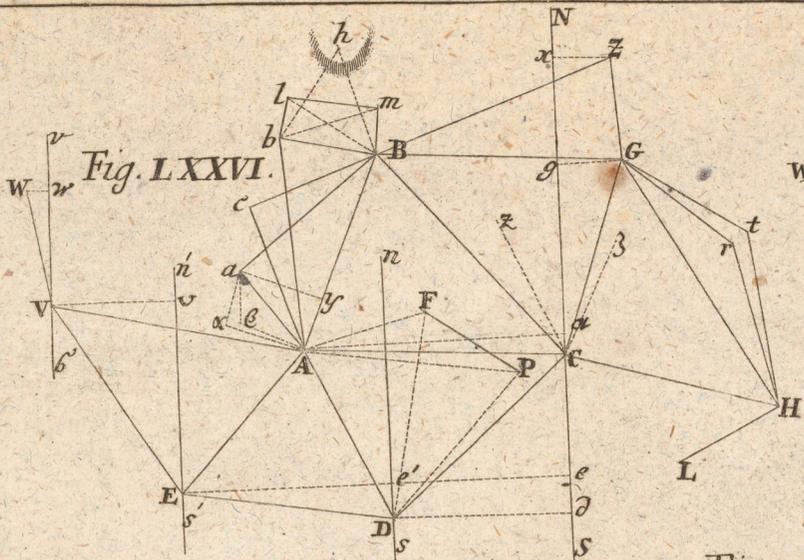


Fig. LXXIX.

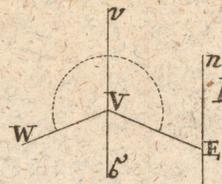


Fig. LXXVII.



Fig. LXXVIII.

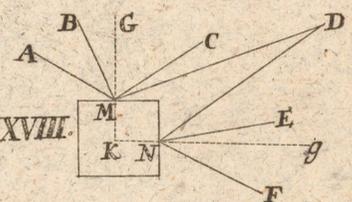


Fig. LXXXIII.

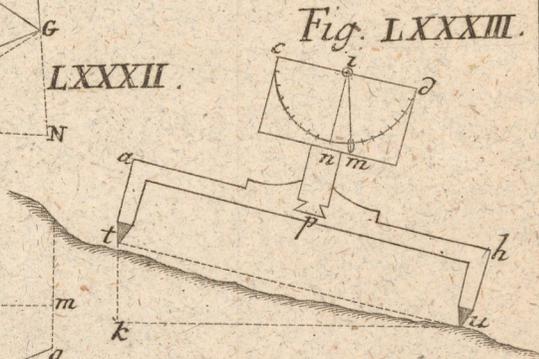


Fig. LXXX.

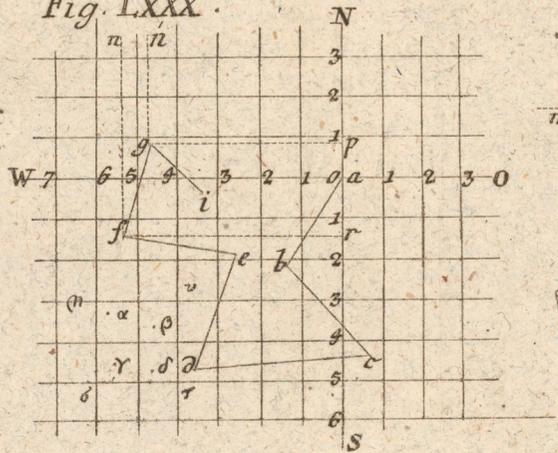


Fig. LXXXI.

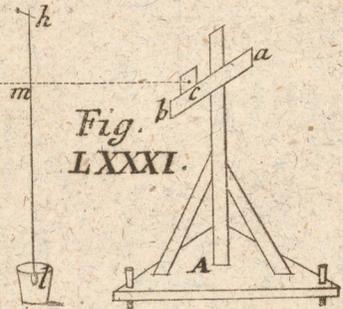


Fig. LXXXII.

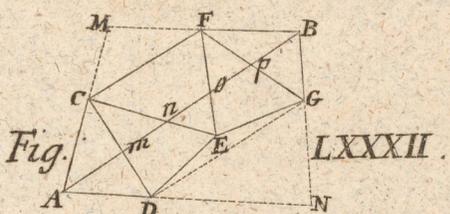
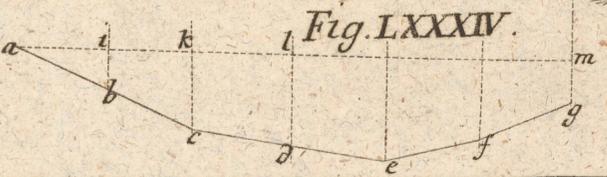
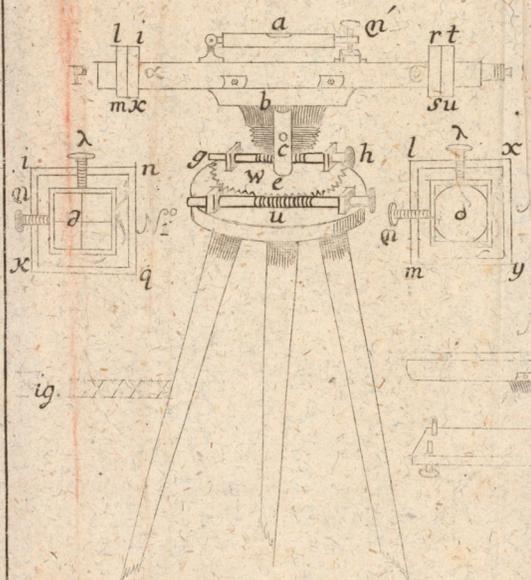
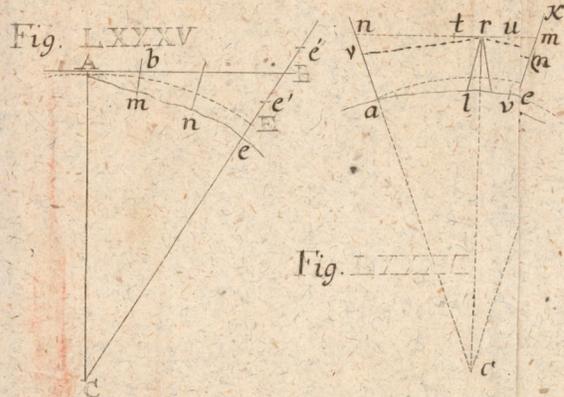


Fig. LXXXIV.





ig. LXXXVII

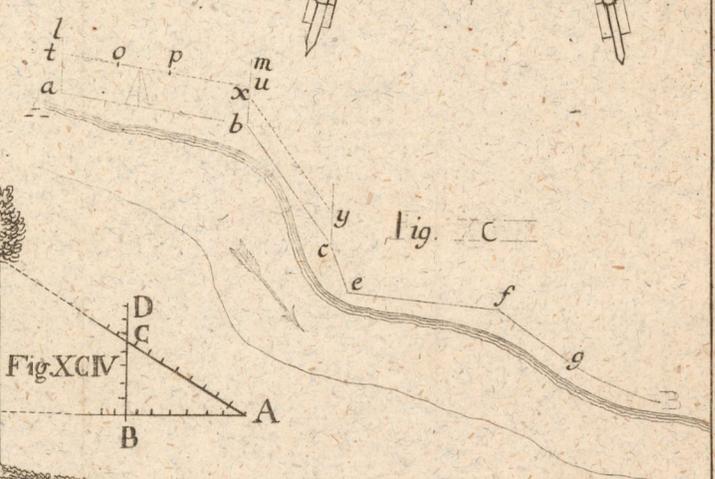
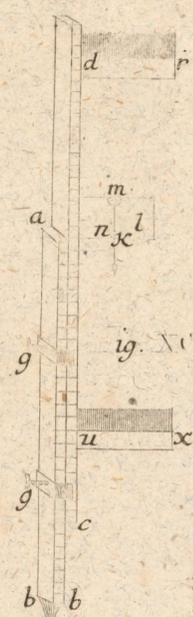
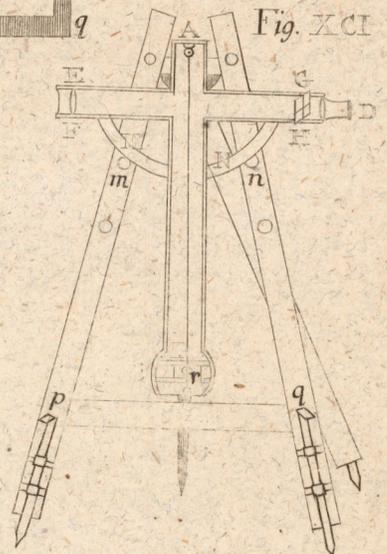
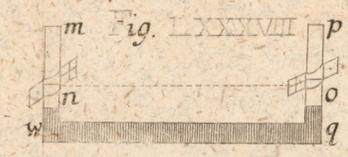
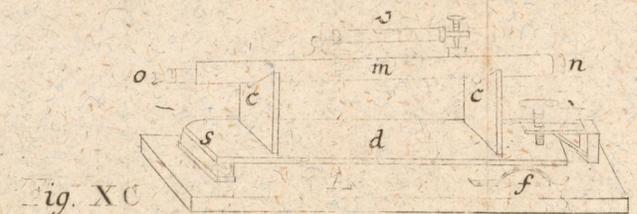
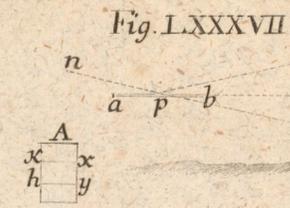


Fig. XCIII



Fig. XCV.

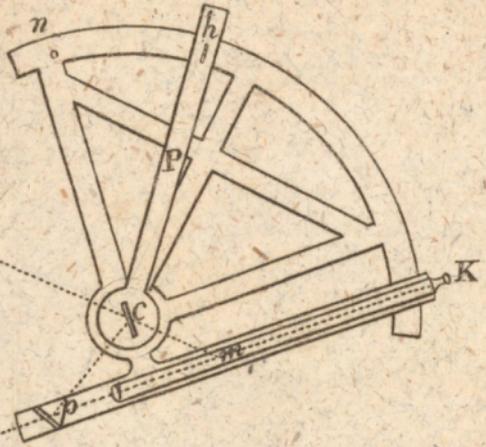


Fig. XCVII.

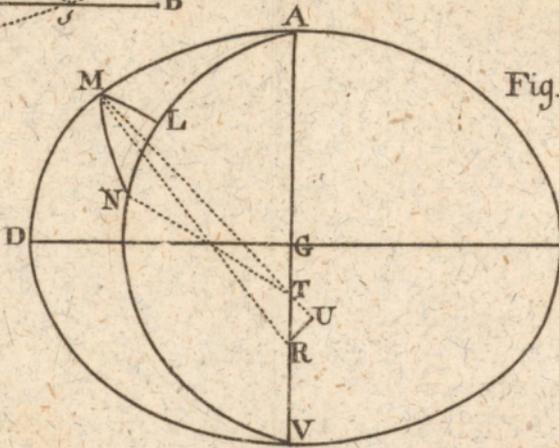


Fig. XCVI.

