XXXII. Kapitel.

Von Entwerfung der Charte eines ganzen Landes.

S. 340. **W**enn von der Charte eines ganzen Landes die Rede ist, so verlangt man vorzüglich die in demselben vorkommenden Städte, Flecken, Dörfer, Höfe, in ihrer richtigen Lage gegen einander. Außerdem sollen die Hauptwendungen der Flüsse, Gebürge, Landstrassen, die Gränzen einzelner Bezirke von Dorfschaften, Aemtern u. dgl., endlich die merkwürdigsten Seen, Sümpfe u. s. w. auf der Charte gehörig verzeichnet seyn. Hingegen bleiben die zu den Dörfern gehörigen einzelnen Felder, Aecker, Wiesen u. dgl. auf der Charte eines ganzen Landes aus der Ursache weg, weil da oft zehn und mehrere Ruthen des verjüngten Maasstabes auf ihr nur einen Punkt ausmachen, und es also eine vergebliche Arbeit seyn würde, so sehr ins Detail zu gehen. — Diese Dinge gehören vielmehr in die sogenannten Flur-Kisse, zu deren Verfertigung im vorhergehenden bereits die Anleitung gegeben ist.

§. 341. Da solchergestalt die Charte einer ganzen Provinz oft schon einen beträchtlichen Theil der kugelförmigen Oberfläche der Erde einnimmt, so wird es nöthig seyn, einige Untersuchungen zum voraus zu schicken, nach denen man ohngefähr beurtheilen kann, wie weit man die geometrische Aufnahme eines solchen Landes erstrecken dürfe, damit wenigstens kein beträchtlicher, und auf der Charte sichtbarer Fehler aus der Voraussetzung entstehe, daß man die Dertter auf der krummen Oberfläche der Erde so entwirft, als wenn sie auf einer Ebene lägen.

Untersuchung über den Einfluß der sphärischen Gestalt unserer Erde auf die geometrische Aufnahme eines Stückes derselben.

§. 342. I. Man setze (Fig. LXVIII.), A, B, C seyen drey Dertter auf der Oberfläche der Erde.

II. Durch diese gedente man sich nach dem Mittelpunkte der Erde zulaufende Verticallinien (S. 4.), und durch jedes Paar derselben eine Verticalebene gelegt, so werden solche auf der Erde, zwischen den gegebenen Derttern, die Bögen AB, AC, BC, als Stücke von größten Kreisen, abschneiden, und diese Bögen werden die wahren Entfernungen dieser Dertter

von

von einander ausdrücken, die man z. E. in Meilenmaße angeben könnte.

III. Wollte man dieses Dreyeck, wie es die practische Geometrie befiehlt, auf einer Ebene, oder auf dem Papiere entwerfen, so würde man in allen Fällen gewisse Fehler begehen, weil es vermöge der Krümmung der Erde unmöglich ist, eine Figur, die sich auf ihr befindet, auf einer Ebene so zu verzeichnen, daß letztere der erstern völlig ähnlich bliebe.

IV. Wollte man z. E. aus den bekannten Entfernungen AB, AC, BC das Dreyeck ABC entwerfen, indem man auf dem Papiere die Weiten ab, ac, bc denen AB, AC, BC gemäß nähme, so würden die Winkel a, b, c nicht vollkommen den sphärischen A, B, C gleich werden, und die drei Punkte a, b, c hätten daher auf der Charte nicht vollkommen die Lage, die A, B, C gegen einander haben. Eben so, wenn man in dem Dreyecke ABC den Winkel A , und die beyden Seiten AB, AC wüßte, und wollte daraus abc verzeichnen, so, daß man $a = A$, und $ab : ac = AB : AC$ machte, so würden wieder die übrigen drei Stücke des Dreyecks abc nicht mit denen des Dreyecks ABC übereinstimmen. Kurz, man möchte verfahren, wie man wollte, so würden immer einige Theile des verjüngten Dreyecks abc nicht mit den
gleich:

gleichnamigten auf der gekrümmten Fläche der Erde ABC übereinkommen.

V. Es wird nun darauf ankommen, zu untersuchen, wie groß man das Dreyeck ABC , oder vielmehr die Seiten desselben, annehmen dürfe, daß das kleinere abc von dem größern wenigstens nicht beträchtlich und um einen auf der Charte sichtbaren Fehler abweiche.

VI. Gesezt z. E., man wolle das Dreyeck ABC aus den beyden Seiten AB , AC , und dem eingeschlossenen Winkel, auf dem Papiere verzeichnen. Um wie viel wird bc , in so ferne sie sich auf dem Papiere, als einer ebenen Fläche, ergibt, von der wahren BC abweichen?

VII. Um diesen Fehler zu bestimmen, so setze man: Es seyen im Meilenmaasse die Bögen

$$AB = \mu \text{ also in Graden} = \frac{\mu}{15} = m$$

$$AC = \lambda \quad \quad \quad = \frac{\lambda}{15} = l$$

so ist in dem sphärischen Dreyecke ABC , nach (Trig. S. LIII. 2.)

$$\cos BC = \cos A \sin l \sin m + \cos l \cos m;$$

dar:

daraus ergäbe sich also die wahre Weite BC in Graden, und mit 15 multiplicirt, in Meilen.

VIII. Die Entfernung bc auf der Charte wäre aber (Trig. S. XVII.)

$bc = \sqrt{(ab^2 + ac^2 - 2 \cdot ab \cdot ac \cdot \cos A)}$
 oder in Meilen $= \sqrt{(\lambda^2 + \mu^2 - 2\lambda\mu \cos A)}$;
 welche Größe, mit BC (VII.) in Meilen ausgedrückt, verglichen, den Fehler giebt, der von der krummen Oberfläche der Erde, in so ferne man sie als eben betrachtete und behandelte, herrührt.

IX. Exempel. Um die Formeln (VII. VIII.) einfacher zu machen, so wollen wir setzen, man habe z. E. $AB = AC$, also $\lambda = m$, $\lambda = \mu$; so wird

$$\begin{aligned} \cos BC &= \cos A \sin m^2 + \cos m^2 \\ &= (1 - 2 \sin \frac{1}{2} A^2) \sin m^2 + \cos m^2 \\ &= 1 - 2 \sin \frac{1}{2} A^2 \sin m^2 \end{aligned}$$

mithin $1 - \cos BC = 2 \sin \frac{1}{2} A^2 \sin m^2$
 oder $\sin \frac{1}{2} BC = \sin \frac{1}{2} A \sin m$. (Tr. S. XIII. 24.)

X. Und dann in dem gleichschenkligen Dreiecke abc (IX.) $bc = 2 \mu \sin \frac{1}{2} A$.

XI. Für $\mu = 80$ Meilen, $A = 60^\circ$; hat man erstlich $m = \frac{80}{15} = 5^\circ, 20'$; $\frac{1}{2} A = 30^\circ$; dies giebt sogleich $bc = 2 \cdot 80 \cdot \frac{1}{2}$ (wegen $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$) $= 80$ M. Für BC ist aber

log

$$\log \sin \frac{1}{2} A = 9,6989700 - 10$$

$$\log \sin m = 8,9682487 - 10$$

$$\text{also } \log \sin \frac{1}{2} BC = 8,6672187$$

$$\frac{1}{2} BC = 2^{\circ}.39'.49''$$

$$BC = 5^{\circ}.19'.38'' = 5^{\circ},326$$

gibt BC in Meil. = $15 \cdot 5^{\circ},326 = 79,89$ M.

XII. Da nun $bc = 80$ Meil., so ist $bc - BC = 0,11$ M., oder auf der Charte wird bc um $0,11$ Meilen größer, als die wahre Entfernung BC ; und dies ist der Fehler, den man in der Weite bc begiengt, wenn man die gegebenen Stücke des sphärischen Dreiecks ansehen wollte, als lägen sie vollkommen in einer Ebene.

Ob der in (XII.) gefundene Fehler auf einer Charte von einer mäßigen Größe sichtbar ist?

XIII. Man setze, die Charte, worauf das Dreieck ABC entworfen werden soll, sey von der Größe, daß 80 Meilen etwa 2 pariser Schuh betragen.

XIV. Unter dieser Voraussetzung würden die $0,11$ Meilen in (XII.) auf der Charte betragen

$$\frac{0,11}{80} \cdot 2 \text{ P. S.} = \frac{22}{8000} \text{ Fuß} = \frac{22 \cdot 144}{8000} \text{ Linien;}$$

also ohngefähr $\frac{3}{8}$ einer pariser Linie.

Diese

Diese Größe wäre nun wohl auf der Charte noch deutlich zu erkennen, aber begreiflich wird man sie doch immer für einen physischen Punkt gelten lassen dürfen; da sie kaum den 800ten Theil der ganzen Weite $b c$ auf der Charte beträgt, und ein solcher Fehler auch schon aus andern Ursachen unvermeidlich ist.

Wenn Charten gestochen und dann abgedruckt werden, so können schon allein wegen der Eingrumpung des Papieres beym Anfeuchten desselben Fehler von der angegebenen Größe statt finden, wenn auf diese Eingrumpung nicht besonders Rücksicht genommen worden ist. *W. s. den 4ten Theil dieser pract. Geom. S. 92.*

XV. Um wie viel die Winkel b, c von denen B, C unterschieden sind, ließe sich auch leicht berechnen; Man wird aber unter den bisher angenommenen Umständen gleichfalls finden, daß der Unterschied außer Acht gelassen werden kann.

XVI. Man wird also nicht allein das Dreieck $A B C$ sondern auch alle hinein fallenden Darter, ohne merklichen Irrthum, als in einer ebenen Fläche liegend behandeln können, und überhaupt jeden Theil der Erdoberfläche, dessen Krümmung nicht über 4 bis 5 Grade beträgt,

trägt, d. h. der sich nicht über 60 bis 80 Meilen in die Länge und Breite erstreckt, so entwerfen dürfen, als wenn alle Dörfer innerhalb desselben vollkommen genau in einer Ebene lägen; — vorausgesetzt, daß die Charte nicht in einem größern Formate, als (XIII.) angiebt, verfertigt werde. — Da nun die practische Geometrie eigentlich nur so weit angewandt wird, als man das Stück der Erde, das man entwerfen will, für eben annehmen darf, so wird sich durch die bisherigen Betrachtungen zeigen, wie weit sich eigentlich die Entwerfung eines Stückes der gekrümmten Oberfläche der Erde nach bloßen geometrischen Vorschriften erstrecken läßt, ohne einen Fehler befürchten zu dürfen, der größer wäre, als man ihn sonst in der practischen Geometrie verstattet.

Folgerung aus dem bisherigen.

XVII. Auf einer solchen Charte, worauf 80 Meilen etwa 2, oder auch wohl 3 pariser Schuhe betragen, werden nur die Städte, oder höchstens auch die Dörfer und Flecken, die nicht unter einer halben Meile von einander liegen, verzeichnet werden können. = Denn wenn man alle einzelne Dorfschaften, Höfe u. dgl., die oft nur $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{8}$ einer Meile von einander wegliegen, auch darauf bringen wollte, so würden, wegen der geringen Größe des Maassstabes,

stages, manche Punkte so nahe zusammen fallen, daß man Mühe hätte, sie auf der Charte gehörig zu bezeichnen; Noch viel weniger würde es angehen, auch deren Namen dabey zu schreiben, welches doch nach der Absicht einer Chartre erforderlich ist. — Man setze, es liege ein Ort von einem andern $\frac{1}{2}$ Meile weg, so betrüge diese Entfernung nach dem (XIII.) erwähnten Maasstabe, auf der Chartre

$$\frac{2}{2 \cdot 80} = \frac{1}{80} \text{ paris. Fuß} = 1, 8 \text{ paris. Linien. —}$$

Wenn auch 80 Meilen drey paris. Fuß betrügen,

$$\text{so wäre } \frac{1}{2} \text{ Meile} = \frac{3}{2 \cdot 80} \text{ p. F.} = 2, 7 \text{ Lin.}$$

dennoch eine so geringe Größe, daß schon die Chartre, worauf man nur alle Dörter, die eine halbe Meile von einander liegen, verzeichnete, mit sehr viel Namen überladen würde. — Noch viel weniger könnten die Dörter darauf kommen, die nicht einmahl eine halbe Meile von einander lägen.

Charten also, welche keine zu unbequeme Größe bekommen, und sich bis auf ohngefähr 80 Meilen erstrecken sollen, werden nur die merkwürdigsten Dörter in sich begreifen können, und auf solchen Charten ist es immer erlaubt, den Fehler, der aus der Krümmung der Erde zu befürchten wäre, als einen physikalischen Punkt zu betrachten.

XVIII. Sollen auf einer Charte auch alle einzelne Dörfer vorkommen, so wird man sie nicht leicht über 7 bis 8 Meilen, d. h. über ohngefähr $\frac{1}{2}$ Grad der Erdoberfläche erstrecken dürfen, weil sie sonst gleichfalls eine zu unbequeme Größe erhalten würde. Gesezt also, ein ganzes Land nähme etwa ein Viereck auf der Erdoberfläche ein, dessen Länge und Breite 5 Grad, also die Fläche 25 Quadratgrade, oder 5625 Quadratmeilen einhielte, so würde man es wenigstens in 10 Spezialcharten zerlegen müssen, wenn man außer den Städten, auch alle Flecken, Dörfer, Vorwerke u. dgl. verlangte. Nähme man nun den Meilenmaasstab auf einer solchen Spezialcharte von der Größe, daß 7 bis 8 Meilen etwa noch 3 pariser Schuhe betragen (wiewohl vielleicht solche Charten zum Gebrauche schon un bequem wären), so betrüge $\frac{1}{8}$ einer Meile etwa $\frac{1}{2}$ Zoll, eine Größe, die zureicht, sehr viele, ja wohl die meisten Gegenstände einer Landschaft auf die Charte zu bringen, ohne befürchten zu dürfen, daß viele davon so nahe zusammen fallen, daß zu ihrer gehörigen Bezeichnung nicht Raum genug bliebe.

XIX. Auch auf solchen Spezialcharten, worauf doch der Meilenmaasstab schon eine ziemliche Größe hat, wird der Fehler, der von der Krümmung der Erde herrührt, dennoch nur einen physikalischen Punkt betragen. — Denki

da solche Charten nur höchstens $\frac{1}{2}$, oder auch wohl $\frac{3}{4}$ Grad der Erdofläche einnehmen, so ist die Krümmung so unmerklich, daß sie völlig für Nichts gelten kann. Zum Ueberfluß würde man sich noch mehr durch Rechnungen, wie in (IX. XIII.), davon überzeugen können.

XX. Zu einer genauen Kenntniß eines Landes wird man dreyerley Arten von Charten nöthig haben. 1) Eine Generalcharte, worauf man den ganzen Umfang des Landes, und alle in dasselbe fallenden Hauptörter, nebst den Gränzen einzelner Districte, die Hauptrichtungen der Flüsse, Berge und dergleichen vorfindet. 2) Spezialcharten, wie in (XIII.), worauf alle innerhalb eines jeden einzelnen Bezirks fallenden Städte, Dörfer und andere Gegenstände, die auf die Generalcharte wegen (XVII.) nicht kommen konnten, entworfen sind, und 3) sogenannte Flurrisse, worauf die einer jeden Stadt oder Dorf zugehörigen Grundstücke, nebst allen in sie fallenden auf die Oekonomie und das Cammeralwesen Einfluß habenden Gegenstände, im Detail verzeichnet sind.

Was nun die Verfertigung der ersten beyden Arten von Charten betrifft, soll der Gegenstand des gegenwärtigen Kapitels seyn. Ich werde aber vorläufig auch zeigen müssen, in wie ferne man sich auch astronomischer Kenntnisse dazu bedienen könne.

Wie man durch astronomische Beobachtungen die Lage eines Orts auf der Erdoberfläche, und die Lage mehrerer gegen einander bestimmt.

§. 343. I. Es stelle der Kreis (Fig. LXIX.) die Erdkugel vor, P und Q seyen deren Pole, und M ein Ort auf der Erde, P M Q der Mittagskreis desselben, A L R der Aequator (§. 117. III.). So ist A M des Orts geographische Breite (§. 117. VI.).

II. Wäre nun P N Q ein anderer bestimmter Mittagskreis, so würde die Lage des Orts M, durch seine Breite A M, und durch den Winkel M P N, oder durch den Unterschied der Mittagskreise, dessen Maas der Bogen A L des Aequators ist, gegeben seyn.

Wenn man den Mittagskreis P L Q als einen ersten ansiehet, so heißt auch der Winkel M P L, oder der Bogen L A, bis an den Mittagskreis des Orts M, die geographische Länge des Orts M.

Weis man also Breite A M, und Länge L A, so ist des Orts M Lage auf der Erdoberfläche vollkommen bestimmt, wie ein Punkt auf dem Felde durch Abscisse und Ordinate.

III. Diese beyden Dinge für einen gegebenen Ort vollkommen genau zu bestimmen, würde aber

aber Gründe der Astronomie zum voraus setzen, die ich hier nicht im Stande bin, alle vorzutragen. — Zum Glücke ist es in gegenwärtigem Falle, wo man dergleichen astronomische Bestimmungen bey Entwerfung der Charten braucht, nicht erforderlich, Länge und Breite eines Orts bis auf einzelne Secunden zu wissen; Es wird zureichend seyn, wenn man sie innerhalb einer Viertel- oder halben Minute weis. Denn gesetzt, eines Orts Breite hätte man um $\frac{1}{2}$ Minute fehlerhaft, und die Charte, worauf man diesen Ort entwerfen wollte, werde von der Größe gemacht, daß 40 oder 60 Meilen beyläufig 2 pariser Fuß betragen, so würde $\frac{1}{2}$ Minute auf der Charte betragen

$$\frac{1}{240} \text{ par. F.} = \frac{1}{2} \text{ par. L.} \text{ ohngefähr; welche}$$

Größe man beynah für einen physischen Punkt gelten lassen darf.

Über bis auf $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$ Minute wird man, besonders durch wiederholte Beobachtungen, blos mit dem im vorhergehenden bereits beschriebenen Astrolabio, immer die Breite eines Orts bestimmen können.

IV. Zum Behuf dessen muß ich aber folgende Sätze voraus schicken.

V. Man gedenke sich die Erdaxe, und die Fläche des Erdäquators, bis an die äußersten

Gränzen der Himmelskugel erweitert, so durchschneidet die Erdaxe die Himmelskugel gleichfalls in ein paar Punkten, die man die Weltpole nennet; die erweiterte Fläche des Erdäquators wird aber die Himmelskugel in einem Kreise durchschneiden, den man den Aequator der Welt; oder Himmelskugel nennet.

VI. Der Erfahrung nach scheinen nun, vermöge der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Aze, alle Fixsterne an der Himmelskugel um die Weltpole Kreise zu beschreiben, die dem Aequator (V.) parallel sind, und der Aequator selbst ist der größte unter allen Parallelkreisen.

VII. Ein jeder Stern an der Himmelskugel wird einen gewissen Abstand von dem Weltäquator haben, den man durch einen Bogen eines von dem Sterne auf den Aequator senkrecht gezogenen größten Kreises misset, und des Sterns Abweichung oder Declination nennt, die also in Rücksicht des Sterns eben das ist, was auf der Erdkugel die Breite eines Orts bedeutet.

In astronomischen Tafeln findet man die Declinationen der vorzüglichsten Sterne angegeben. Diese verändern sich zwar etwas von Jahr zu Jahr; da man aber diese Aenderungen kennet, so kann man sie in Erwägung ziehen,
und

und eines jeden Sterns Declination für ein gegebenes Jahr, und wenn es nöthig seyn sollte, auch für jeden Tag des Jahres berechnen.

Diese Sternverzeichnisse, und was dahin gehöret, kann man sich allenfalls aus den Berliner Ephemeriden aufs Jahr 1776. und aus den folgenden Jahrgängen bekannt machen, wiewohl man eine gründliche Kenntniß ihres Gebrauchs immer aus theoretischen Werken über die Astronomie erlernen muß. In dem Anhang zu des Freyherrn v. Zachs Tab. motuum Solis nov. et corr. Goth. 1792. ist ein vortreffliches Verzeichniß von Fixsternen für den Anfang des J. 1800.

VIII. Man gedenke sich die Mittagsfläche eines Orts gleichfalls bis an die Himmelskugel erweitert, so hat man des Orts Mittagskreis an der Himmelskugel, der also durch die Weltpole gehen muß, wie der auf der Erdoberfläche durch die Erdpole.

IX. Da unsere Erde nun als ein Punkt in Betracht der ganzen Himmelskugel anzusehen ist, so kann man alle Linien, die von verschiedenen Orten der Erde nach einem der Himmelspole gezogen werden, als vollkommen gleichlaufend betrachten.

X. Eine solche Linie von einem Orte der Erde nach dem Weltpole gezogen, wird mit des Orts Horizontalfläche einen gewissen Winkel machen, den man die Polhöhe des Orts nennet.

Diese Polhöhe wird nun allemal der geographischen Breite des Orts gleich seyn.

Man gedenke sich an M eine in der Mittagsfläche P M Q gezogene Tangente M μ ; so liegt solche in der Horizontalfläche des Orts M, und ist des Orts Mittagslinie.

Durch M gehe M π nach dem Weltpole, so ist M π mit Q P parallel (V. IX.), und der Winkel π M μ die Polhöhe von M.

Vom Mittelpunkte der Erde C seyen nach A und M die Linien C A und C M gezogen, so ist A M, oder des Orts Breite, das Maas des Winkels M C A, und wenn man C M nach m verlängert, so hat man μ M m = 90° = P C A, weil die Erdaxe P Q auf dem Aequator senkrecht stehet; oder

$$\mu$$
 M π + π M m = M C A + M C P; aber

weil π M mit P C parallel, so ist

$$\pi$$
 M m = M C P, mithin

μ M π = M C A, oder die Polhöhe ist der Breite des Orts gleich.

XI. Es stelle nun, nach den bisherigen Vorbereitungen, μ M H (Fig. LXX.) des Orts M Mittagslinie vor, und μ P H desselben Mittagskreis an der Himmelskugel (VIII.); P den über dem Horizont μ H liegenden Weltpol, z. E. den nördlichen, so wird P M H die Polhöhe oder Breite des Orts seyn, und P M die Weltaxe, weil M in dem Mittelpunkte der Himmelskugel angenommen werden kann (IX.).

Man setze A M auf P M senkrecht, so wird A an der Himmelskugel der Durchschnitt des Aequators und des Mittagskreises seyn, und der Winkel A M μ die Neigung des Aequators gegen die Horizontalfläche. Dieser Winkel macht mit der Polhöhe, wegen P M A = 90° , einen rechten Winkel zusammengenommen, also P M H = 90° — A M μ , wo man folglich die Polhöhe findet, wenn man die Aequatorshöhe weis.

Die Höhe eines Sternes heißt der Winkel, den eine Linie von dem Auge nach dem Sterne mit der Horizontalfläche macht.

S. 344. Aufgabe. Die Höhe eines Sternes über der Horizontalfläche zu messen.

Aufl. I. Man könnte zwar hiebei im Wesentlichen, wie bey Gegenständen auf der Erde,
nach

nach (S. 155 2c.) verfahren. — Weil sich aber in einem Zimmer, wo man doch wohl die Beobachtung anstellen wird, kein gewöhnliches Statio, wie auf dem Felde, gut gebrauchen läßt, indem man solches nicht nahe genug ans Fenster bringen kann, und ferner auch ein Stern an der Himmelskugel kein festes Object ist, sondern vermöge der scheinbaren täglichen Umdrehung derselben immer vorrückt, so wird eine Vorrichtung nöthig seyn, um sowohl 1) den Winkelmesser in einem Zimmer nahe genug ans Fenster bringen zu können, als auch 2) der beständigen Fortrückung des Sterns an der Himmelskugel ohngeachtet, ihn genau in der Aze des Fernrohrs zu beobachten, und seine Erhöhung über der Horizontalfläche zu messen.

II. Die erste Bedingung bewerkstellige ich folgendermaassen: Man lasse von gutem ausgetrockneten Eichen: oder Büchenholze einen Würfel A (Fig. LXXI.) verfertigen, dessen Seite etwa 7 bis 8 Zoll betrage, und lasse solchen mit Oelfarbe anstreichen.

Längst den Diagonal: oder Seitenlinien der untern Fläche seyen 4 Stücke Messing m, m an ihr befestiget, welche die Mütter zu 4 eisernen Schrauben n, n abgeben, die sich unten in eine kegelförmige Spitze endigen, und in konischen Vertiefungen auf 4 runden messingenen Platten

ten a, a ruhen. — Diese Schrauben werden vermittelst eines Schlüssels gedrehet, so daß man den Würfel A , durch Hülfe derselben, etwas erhöhen und erniedrigen kann, bis die obere Fläche des Würfels, nach Maasgabe einer auf ihr angebrachten Wasserwaage b , horizontal stehet. Die Länge der messingenen Stücke m , richtet sich darnach, daß, wenn die Ebene des Winkelmessers, wie die Figur anzeigt, lothrecht gestellt ist, der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Würfels und Winkelmessers durch die vier Schrauben n so unterstützt ist, daß beim Handhieren des Werkzeugs dasselbe hinlänglich vor dem Umkippen gesichert ist. Um Kosten zu ersparen, so können die zur Verlängerung der Basis dienenden Stücke m auch von Holz seyn. Doch müssen da, wo die Schrauben n durchgehen, starke messingene Mütter in das Holz eingelassen und hinlänglich befestigt seyn.

III. In die Mitte der Oberfläche $\alpha\beta\gamma\delta$ des Würfels wird ein Cylinder T von harten Holze unten vermittelst eines viereckigten Zapfens eingelassen und senkrecht eingeleimt. pq ist ein messingener Zapfen, der unten mit einer Platte versehen ist, die man durch Schrauben auf diesen Cylinder T befestigt. Auf diesem Zapfen pq ruhet die Nuß des Winkelmessers vermittelst ihrer Hülse, die sich um diesen Zapfen pq drehen, und durch Hülse der Schraube u fest

feststellen läßt. An dem Zapfen S der Nuß hängt der Winkelmesser C'C lothrecht, nach Maafgabe eines längs der Ebene desselben herabzuhängenden Lothes C'P. Den Faden dieses Lothes kann man an der hintern Fläche des Werkzeugs von einem Stifftgen herabhängen lassen, oder oben bey C' auch nur mit etwas Wachs befestigen. Bey nicht ganz stiller Witterung ist es vorthellhaft, wenn man das Loth P in ein untergesetztes Glas Wasser hineinhängen läßt, doch darf es nirgends an das Glas anstreifen.

Löst man die Schraube L (S. 99. 16), so läßt sich die Ebene des Werkzeugs lothrecht um den Zapfen S drehen. Wird hingegen die Schraube u gelöst, so kann man das Werkzeug in jede Verticalebene drehen.

IV. Da das Gewicht des Würfels beyläufig 25 bis 30 Pfund betragen wird, so giebt er ein zulänglich festes Stativ für den Winkelmesser ab.

V. Diesen Würfel kann man auf ein Fenstergesimse BB stellen, und man wird nun zulänglich nahe sich mit dem Werkzeuge an dem Fenster befinden, um Höhen über dem Horizonte bis auf 60 oder 70 Grade messen zu können. Sollte das Fenstergesimse zu schmal seyn, so wird ein starkes Brett von hinlänglicher Breite

Breite darauf genagelt, oder sonst eine leicht zu erdenkende Vorrichtung angebracht, daß das Brett dem Gewichte des darauf zu stellenden Winkelmessers nicht nachgiebt.

VI. Die nähere Vorbereitung zur Ausmessung der Höhe eines Sterns ist nun folgende.

Man stelle erstlich durch Hülfe der vier Schrauben n, n die obere Fläche des Würfels horizontal, nach Angabe der Wasserwaage h . Eine kleine Uebung wird erfordert, dieß ohne großen Zeitverlust zu bewerkstelligen.

VII. Hierauf stelle man die Ebene $C'C$ vertical, indem man die Schraube H der Nuß löset, und das Werkzeug in der Nuß drehet, bis der Faden des Lothes $C'P$ nur so eben die Fläche des Werkzeugs berührt, ohne sie jedoch zu streifen. Dann ziehe man die Schraube H wieder fest an.

VIII. Unter diesen Umständen wird sich das Werkzeug durch Lösung der Schraube u um den Zapfen pq dergestalt drehen lassen, daß die Ebene $C'C$ beständig die verticale Lage behält, wenigstens nie so viel davon abweichen wird, daß sich die vollkommene Verticalstellung nicht vermittelst der Schrauben n, n sogleich wieder sollte herstellen lassen.

IX.

IX. Vollkommen genau würde das Werkzeug bey seiner Drehung um den Zapfen $p q$ immer vertical bleiben, wenn man darauf rechnen dürfte, daß der Zapfen $p q$ genau auf der Oberfläche des Würfels A senkrecht stünde, und folglich lothrecht wäre, wenn diese horizontal gestellt worden ist. Da aber diese Bedingung des Zapfens $p q$ sich wohl nicht in der größten Genauigkeit erhalten läßt, so wird es geschehen, daß, wenn z. E. die Ebene $C C$ nach Angabe des Lothes auch ganz genau vertical gestellt worden wäre, sie sich beim Drehen um den Zapfen $p q$ doch immer etwas wieder aus der verticalen Lage verrücken wird. Indessen wird sie sich mehrere Grade um $p q$ drehen lassen, ohne daß man nöthig haben wird, ihre Verticalstellung vermittlest der Schrauben n, n wieder zu verbessern. Nur dann könnte die Verbesserung merklich seyn, wenn man das Werkzeug z. E. um 20 und mehrere Grade drehen müßte. Aber auch diese würde sich mit geringer Mühe erhalten lassen, weil die Aenderung der verticalen Lage nie viel betragen kann, so bald man den Würfel A horizontal gestellt hat.

X. Um nun die Höhe eines Sterns zu messen, so bringe man einige Minuten vorher den Winkelmesser in die Lage, daß dessen erweiterte Ebene $C C$ ohngefähr durch den Stern gehen würde, damit, wenn man das Fernrohr $o l$ nach

nach dem Sterne erhöhe, man wenigstens den Winkelmesser nicht mehr viel um den Zapfen $p q$ drehen müßte, um den Stern ganz genau in die Ase des Fernrohrs zu bekommen, und stelle die Ebene des Werkzeugs, vermittelst der Schrauben n, n , genau lothrecht.

XI. Nunmehr sey an der hintern Fläche des Werkzeugs eine Libelle $\omega \lambda$ dergestalt angebracht, daß, wenn das bewegliche Fernrohr $o l$, oder die Alhidadenregel, mit der es sich dreht, auf 0° gestellt wird, diese Libelle beim Einspielen ihrer Luftblase, entweder völlig genau der Ase des Fernrohrs parallel sey, oder doch nicht sehr viel davon abweiche.

XII. Man löse die Schraube L , und drehe das vertical gestellte (X.) Werkzeug um den Zapfen S , bis die Luftblase der Libelle $\omega \lambda$ einspielt. Sollte sich dies Einspielen nicht sogleich in völliger Schärfe erhalten lassen, so ziehe man die Schraube L wieder fest an, und bediene sich der Stellschraube Wz (S. 99. 12), so wird man völlig genau das Einspielen der Libelle erhalten können.

XIII. Nun erhebe man das Fernrohr $o l$ nach dem Sterne, und drehe dabey zugleich das Werkzeug saast um den Zapfen $p q$, bis man den Stern in dem Felde des Fernrohrs wahrnimmt.
Sollte

Sollte sich während diesem Drehen um den Zapfen p q, der Stand der Libelle $\omega\lambda$ wieder etwas geändert haben, so kann man ihn leicht vermittlest der Schraube Wz (S. 99. 12) wiederum herstellen. Die Ebene C'C wird ohne merklichen Fehler auch noch jetzt lothrecht seyn (IX.).

XIV. Es wird überhaupt nur eine geringe Uebung dazu gehören, den Stern mit dem Werkzeuge dergestalt zu verfolgen, daß in dem Augenblicke, da er in der Ziel:linie des Fernrohrs erscheint, die Libelle $\omega\lambda$ vollkommen einspiele, und die Ebene des Werkzeugs ohne merklichen Fehler die Vertical:lage habe. Man muß nur darauf acht geben, wie sich der Stern durch das Feld des Fernrohrs bewegt, so wird man z. E. von dem Augenblicke, da er an dem Rande dieses Feldes erscheint, bis zu dem, da man ihn in der Aze des Fernrohrs zu beobachten hat, Zeit genug übrig haben, nachzusehen, ob die Libelle einspiele, und alles übrige an dem Werkzeuge in gehöriger Ordnung sey.

XV. Sobald man den Stern ohngefähr in der Ziel:linie des Fernrohrs hat, befestige man die Alhidadenregel, und bediene sich blos der Micrometerschraube, um ihn genau in die Ziel:linie zu bringen. In dem Augenblicke, da dieß geschieht, höre man auf zu schrauben, und man wird

wird nun an dem Rande des Werkzeugs die Höhe des Sterns angegeben finden.

XVI. Diese angebliche Höhe muß nun noch corrigirt werden, wenn beim Einspielen der Libelle, und dem Stande des Fernrohres auf 0° , Libelle und Fernrohr etwa nicht genau parallel wären; Diese jedesmahl anzubringende Correction muß aber schon durch vorhergegangene Beobachtungen nach (S. 156. III. 20) bestimmt worden seyn, und bleibt constant, wenn die Libelle unbeweglich an der hintern Fläche des Werkzeugs angebracht ist.

Anmerk. I. Um die Kreuzlinien im Brennpunkte des Fernrohres des Nachts erkennen zu können, so muß man von einem Gehülfen in einiger Entfernung von dem Objectivglase seitwärts ein Licht hinhalten, oder es auf eine vorn an dem Fernrohre schräg gegen die Axe desselben an einem biegsamen Halter befestigte weisse Fläche dergestalt scheinen lassen, daß solche ein weisses mattes Licht in das Fernrohr hinein reflectire. Man kann zu dieser aussen an dem Fernrohre angebrachten Blendung sich eines Stückchens Pappe bedienen, welches mit weissem Papiere überzogen, und mit einer Oefnung versehen seyn muß, damit auch von dem Sterne das Licht in das Fernrohr fallen könne. Diese Blendung hat auch bey Beobachtungen an der Sonne

Sonne noch den Vortheil, daß, wenn man das Fernrohr nach der Sonne richtet, das Auge dadurch vor dem Lichte geschüzet wird, welches neben dem Fernrohre vorbei in das Auge fallen würde.]

Anmerk. II. Man stelle das Fernrohr auf einen gegebenen Grad über der Horizontalinie, und verfolge ohngefähr zu der Zeit, wenn man glaubt, daß der Stern diese Höhe erreichen würde, denselben mit dem Werkzeuge so lange, bis er diese Höhe völlig erreicht, und in der Ase des Fernrohres erscheint. So kann man an einer Uhr den Augenblick aufschreiben, wenn ein Stern eine gegebene erreichbare Höhe über dem Horizonte hat. Es versteht sich, daß man bey dem Drehen des Werkzeugs um den Zapfen pq , während dieser Operation auch beständig sein Augenmerk auf die Libelle $\omega\lambda$ haben muß.

Anmerk. III. Das bisher beschriebene Verfahren, die Höhe eines Sterns zu messen, und sich dabey einer Libelle zu bedienen, die sich nicht mit dem Fernrohre selbst dreht, hat sehr große Vorzüge vor dem Verfahren, welches ich in der vorhergehenden Ausgabe dieses Buches gewiesen habe, und wobey eine an dem Fernrohre selbst befindliche Libelle gebraucht wurde. Die Vorzüge und Bequemlich-

fei:

Feiten des gegenwärtigen Verfahrens sind theils schon (S. 156. III. 21) erwähnt worden, theils wird man sie bey würtllicher Ausübung so beträchtlich finden, daß man nie an dem beweglichen Fernrohre eine Libelle wird anbringen mögen, man müßte sie denn zu andern Absichten, als zum Messen der Höhe eines Sterns, anwenden wollen.

S. 345. Aufgabe. Die Aequatorshöhe, mithin auch die Polhöhe eines Orts zu finden.

Aufl. I. Man beobachte, wenn ein gewisser Fixstern, vermöge der scheinbaren täglichen Umdrehung der Himmelskugel, bey S (Fig. LXX.) in den Mittagskreis des Orts kömmt.

II. In dem Augenblicke messe man des Sterns Mittagshöhe, oder den Winkel $SM\mu$ (S. 344.).

So hat man den Bogen $S\mu$.

Davon ziehe man ab des Sterns Abstand vom Aequator, oder die Declination SA (S. 343. VII.), wenn der Stern nordwärts des Aequators stehet, oder addire sie zur Höhe $S\mu$, wenn der Stern südlich ist, so hat man μA ,

Mayer's pr. Geometr. III. Th. Ec oder

oder die Aequatorshöhe, mithin auch die Polshöhe $= 90^\circ - \mu A$.

III. Begreiflich muß man hiebei wissen, was S für ein Fixstern ist, und daher wird bey dem erwähnten Verfahren eine Kenntniß des gestirnten Himmels, die man sich aus Hrn. Prof. Bodens bekannten Anleitung dazu, oder andern Schriften, erwerben muß, erfordert.

Anmerkungen zu diesem Verfahren.

IV. Die größte Schwierigkeit hiebei ist, den Augenblick zu wissen, da der Stern in die Mittagsfläche kömmt.

Auf Sternwarten, wo über der Mittagslinie μH eine Mauer vertical aufgerichtet, und parallel mit ihr ein Quadrant an ihrer Fläche befestigt ist, läßt sich der Durchgang eines Fixsterns durch das Fernrohr des Quadranten, mithin der Augenblick, da er in der Mittagsfläche ist, genau beobachten, und seine Höhe am Quadranten messen.

Wo man aber eine solche Bequemlichkeit nicht hat, da muß man auf eine andere Art zu Werke gehen, und hiezu dienen folgende Betrachtungen, die überhaupt dem Feldmesser auch bey andern Untersuchungen nützlich seyn können.

V. Wenn ein Stern durch die Mittagsfläche gehet, so ist seine Höhe über dem Horizonte am größten. — Bey seinem Aufgange ist sie nemlich = 0, wächst nach und nach immer mehr, bis zur größten in der Mittagsfläche, und nimmt von da an, nach und nach, bis zu seinem Untergange, völlig so wieder ab, wie sie vor seinem Durchgange durch die Mittagsfläche gewachsen war, dergestalt, daß er in gleichen Zeiten vor und nach seinem Durchgange durch die M. gleiche Höhe über dem Horizonte hat.

VI. Den Durchgang durch die M. nennt man auch die Kulmination des Sterns.

Man beobachte also einige Stunden vor seiner Kulmination (die Lage der Mittagslinie oder Fläche setze ich nemlich nach (S. 118.) beyläufig als bekannt zum voraus) die Höhe desselben über dem Horizonte (S. 344), und schreibe nach einer guten Sekundenuhr den Augenblick auf, wenn diese Höhe beobachtet worden, oder verfähre noch besser nach (S. 344. Anmerk. II.).

VII. Ohngefähr um eben so viel Stunden nach der Kulmination des Sterns rüste man sich wieder zur Beobachtung eben derselben Höhe (VI.).

Man erhöhe das Fernrohr an dem Winkelmesser wieder um eben so viel Grade 2c. 2c., als in (VI.) beobachtet worden, über der Horizontalislinie, lasse das Fernrohr unverrückt auf diesem Grad der Erhöhung, und drehe nur die verticale Ebene des Winkelmessers um den Zapfen p q, worauf er ruhet, so wird man den Stern so lange verfolgen können, bis man ihn in der Axe des Fernrohrs wahrnimmt, und er also wieder dieselbe Höhe über dem Horizonte hat, die vor seiner Kulmination beobachtet worden. Die Zeit an der Sekundenuhr abermals in diesem Augenblicke aufgeschrieben, hierauf zu der erstern (VI.) addirt, und die Summe halbirt, bestimmt den Augenblick, da der Stern kulminirt haben würde, weil die Zeit der Kulm. das arithmetische Mittel zwischen den Zeiten zweyer beobachteten gleichgroßen Höhen seyn muß (V.).

Gesetzt, man habe vor des Sterns Kulmination die Höhe desselben $= 20^{\circ}$ beobachtet, da die Uhr wiese 7 U. 5 M. 43 Sec. Bey eben der Höhe nach der S. habe die Uhr gewiesen 11 U. 14 Min. 20 Sec., so würde der Stern in der Mittagsflähe gewesen seyn, um 9 U. 10 M. 1,5 Sec.

Um diese Zeit konnte man nun freylich an dem Abende, da diese Beobachtung angestellt wurde, die Mittagshöhe des Sterns nicht messen.

sen. Wenn man aber den Gang der Uhr weiß, so läßt sich daraus berechnen, wenn den folgenden Abend darauf, der Stern in die Mittagsfläche kommen wird.

Wiese die Uhr genau 24 Stunden, innerhalb der Zeit, da ein Stern seinen scheinbaren täglichen Umlauf an der Himmelskugel vollendet, d. h. stimmte sie genau mit der Zeit überein, die man einen Sterntag nennet, so würde den andern Abend darauf der Stern abermals um 9 U. 10 Min. 1,5 Sec. in der Mittagsfläche seyn, und man dürfte also nur in dem Augenblicke des Sterns Höhe über dem Horizonte messen.

VIII. Da aber selten die Uhr vollkommen mit dem Laufe der Sterne übereinkommen wird, so muß man erst ihren Gang berichtigen, und untersuchen, um wie viel Minuten und Secunden sie innerhalb eines Sterntages voreilet, oder zurückbleibt. Diese Untersuchung muß schon einige Abende vorher, ehe man die Beobachtungen (VI. VII.) anstellt, geschehen seyn, und wird folgendermaßen bewerkstelligt.

Man richte an einem gewissen Abende ein Fernrohr nach einem Fixsterne, und schreibe die Zeit auf, wenn der Stern in die Ase des Fernrohres kömmt. Gesezt, die Uhr habe gewiesen 6 Uhr 5 Min. 30 Sec.

Man

Man lasse das Fernrohr bis den andern Abend in unverrückter Lage, und beobachte alsdann wieder den Augenblick, da der Stern in die Ase des Fernrohres kommt. Gesetzt also, den andern Abend habe die Uhr gewiesen 6 Uhr 8 Min. 20 Sec., so würde der Unterschied von der zuerst beobachteten Zeit = 2 M. 50 S. die Voreilung der Uhr innerhalb eines Sterntages ausdrücken. Noch besser bedient man sich um den Gang einer Uhr zu erforschen und zu berichtigen, des Verschwindens der Sterne hinter einem hinlänglich entfernten Thurme, dergleichen Beobachtungen man an einem Abende sehr viele machen kann, wenn man die Stellen des Auges an hinlänglich festen Standpunkten z. E. an Seitenmauern von Fenstern u. dgl. nur allemal gehörig bemerkt. Hr. D. O l b e r s hat dieses schon längst bekannte Verfahren in des F r e y h. v. Z a c h s Monatlicher Corresp. 1801. Febr. St. S. 124 u. von neuem empfohlen, und es auf die bequemste und brauchbarste Art zu verrichten und anzuwenden gelehrt. Ich habe mich dieser Methode auch schon vor mehreren Jahren mit sehr guten Erfolge bedient. Weitere Anwendungen hievon auch M. C. Aug. 1801. S. 99. u. von Hrn. De Lambre.

IX. Wenn also am ersten Abend der Beobachtung (VI. VII.) die Zeit der Kulmination
um

um 9 U. 10 M. 1,5 S. gefunden worden wäre, so müßte den Abend darauf die Uhr weisen 9 U. 10 M. 1,5 Sec. + 2 M. 50 S., oder 9 U. 12 M. 51,5 S. in dem Augenblicke, da der Stern in die Mittagsfläche käme, vorausgesetzt, daß die Uhr während der ganzen Zeit einen gleichförmigen Gang gehabt, oder sonst keine Störung gelitten habe.

Um diese Zeit müßte man also den andern Abend die Höhe des Sterns messen, und dies würde dann die Mittagshöhe desselben seyn.

X. Dieses Verfahren, wodurch man aus den Zeiten, die die Uhr bey gleich großen, oder übereinstimmenden Höhen eines Sterns weist, dessen Durchgangszeit durch die Mittagsfläche findet, ist in der Astronomie eine der wichtigsten Aufgaben, und kann, wie wir in der Folge zeigen werden, selbst in der Feldmestkunst, zur genauern Ziehung einer Mittagslinie, als es nach (S. 118.) geschehen kann, dienen, mithin zu solchen Messungen und Absichten, bey denen eine genaue Kenntniß der Mittagslinie erforderlich ist, brauchbar seyn.

Natürlich darf man es aber bey einer einzigen Beobachtung nicht bewenden lassen, wenn man den Augenblick der Kulmination sehr genau finden will. Begreiflich kann man vor der Kulm.
ver:

verschiedene Höhen des Sterns nach und nach nehmen, die Zeiten aufschreiben, und nach der K. die übereinstimmenden Höhen, und die zugehörigen Momente beobachten, so läßt sich demnächst aus jedem Paare zusammengehöriger Höhen, die Zeit der Kulmination finden, das Mittel aus allen wird alsdann den Durchgang durch die Mittagsfläche sehr genau geben. — Die Uhr darf während der ganzen Zeit keine Störung leiden.

XI. Hat man nun nach (S. 344.) die Mittagshöhe des Sterns (IX.) mit aller möglichen Genauigkeit und Vorsicht gemessen, so suche man aus den Sternverzeichnissen die Deklination des Sterns (mit den nöthigen Correctionen wegen Aberration, Nutation u. dgl., wovon man in den astronomischen Werken und Bodens Jahrbüchern das weitere findet), und ziehe sie von der beobachteten Höhe ab, wenn sich der Stern nordwärts des Aequators befindet, oder addire sie hinzu, wenn er südlich ist, so hat man die Aequatorshöhe. — Da aber die Refraction in unserer Atmosphäre den Stern um etwas erhebt, so muß man solche von der beobachteten Mittagshöhe erst abziehen, um die wahre Höhe zu finden. Auch muß die gemessene Höhe des Sterns corrigirt werden, wenn wegen (S. 156. III, 2) eine Correction
statt

statt finden sollte. Die Refractionen findet man unter den astronomischen Tafeln.

Exempel. Zu Göttingen beobachtete ich den 24sten März 1776. Abends um 9 Uhr 48 M. 8 S. meiner Secundenuhr, die M. Höhe des Sterns γ im Löwen, und fand sie $= 59^{\circ} . 25' . 50''$; die Refraction für diese Höhe ist $35''$; also

$$\text{wahre Höhe} = 59^{\circ} . 25' . 15''$$

$$\text{Declination} = 20 . 58 . 0 \text{ Nördl.}$$

$$\text{Also Nequat. Höhe} = 38 . 27 . 15$$

$$\text{mith. Polhöhe von G.} = 51 . 32 . 45.$$

Eigentlich gieng der Stern um 9 U. 48 M. 20 Sec. meiner Uhr durch die Mittagsfläche, also hatte er um 9 U. 48 M. 8 S. noch nicht vollkommen genau die Mittagshöhe, allein der Unterschied wird nur einige Secunden betragen, wie ich leicht zeigen könnte. — Ohngefähr $\frac{1}{2}$ Minute vor oder nach seiner Kulmination ist die beobachtete Höhe von der Mittagshöhe, wenigstens an einem so kleinen Instrumente, wie der Winkelmesser (S. 99. 2c.) war, dessen ich mich hierzu bediente, nicht merklich unterschieden, und übrigens ist es auch zu der Absicht (S. 343. III.) zureichend, die Zeit der Kulmination nur innerhalb einer halben Minute genau zu wissen.

Wie man an einem und demselben Abende mehrere Sterne zur Findung der Polshöhe gebrauchen könne.

XII. Wenn man weiß, zu welcher Zeit ein gewisser Stern A durch die Mittagsfläche gehet, so kann man durch eine leichte Rechnung finden, wenn ein jeder anderer B kulminiren wird. Man muß nemlich wissen, wie viel der Bogen des Aequators zwischen den Abweichungskreisen der Sterne A und B, Grade und Minuten *cc.* enthält. —

Da nun innerhalb der Zeit, die die Uhr in einem Sterntage weiset, *z.* E. in (IX.), innerhalb 24 St. 2 M. 50 S. sich 360° des Aequators durch den Mittagskreis schieben, so kann man aus dem bekannten Bogen = *m*, der zwischen den Abweichungskreisen der beyden Sterne A, B auf dem Aequator enthalten ist, nach der Regel de Tri

$$360^\circ : m = 24 \text{ St. } 2 \text{ M. } 50 \text{ S.} : x$$

die dem Bogen *m* zugehörige Zeit *x* finden, und so viel Zeit wird zwischen den beyden Durchgängen der erwähnten Sterne durch die Mittagsfläche verfließen.

Den Bogen *m* findet man aber aus den Sternverzeichnissen, wenn man die Größen von ein-

einander abziehet, die in den Sternverzeichnissen, unter der Aufschrift Rectascension, oder gerade Aufsteigung, neben den Sternen zu finden sind.

Exempel. So findet man in den Berliner Ephemeriden 1776.

$$\begin{array}{r} \text{die ger. Aufst. von } \gamma \text{ des Löwen} = 151^{\circ}.53'.52'' \\ \beta \text{ des Löwen} = 174.24.22 \\ \hline \text{Also } m = 22.30.30 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Also } 360^{\circ} : 24 \text{ St. } 2 \text{ M. } 50 \text{ S.} = 22^{\circ} \\ 30'.30'' : x (= 1 \text{ St. } 30 \text{ M. } 9 \text{ S.}) \end{array}$$

Um so viel gehet also β des Löwen später als γ durch die Mittagsfläche, weil des erstern β Rectascension größer ist als die von γ .

Gienge also γ des Löwen durch die Mittagsfläche, wenn die Uhr wiese 9 U. 48 M. 20 S., so würde β kulminiren, wenn die Uhr zeigt 11 U. 18 M. 29 S.

Zu dieser Zeit würde man also die Beobachtung der Mittagshöhe von β des Löwen anstellen, und daraus, wie vorhin aus γ des Löwen, die Polhöhe suchen. — Wenn man solchergestalt aus mehreren Sternen die Polhöhen berechnet, und aus allen ein Mittel nimmt, so wird man sie sehr genau finden können. Vorzüglich brauchbar sind hiezu diejenigen Sterne, welche von dem Pole selbst nicht weit ab:

abstehen, und daher nicht untergehen. Man beobachtet die wahre Höhe eines solchen Sterns bey seinem obern Durchgange durch den Meridian und eben so die wahre Höhe (d. h. mit Zuziehung der Refraction) bey seinem untern Durchgange, und nimmt zwischen beyden Höhen das arithmetische Mittel, so hat man sogleich die Polhöhe. Ist die Beobachtung an einem und demselben Tage (oder nur innerhalb einiger Tage) gemacht, so sind die Correctionen wegen Aberration und Nutation bey nahe verschwindend. Der Polarstern wird hiezu vorzüglich gebraucht.

XIII. Daß man den Augenblick, da ein Stern kulminiren wird, auch eben so aus dem Unterschiede der Rectascensionen des Sterns und der Sonne bestimmen könne, bedarf kaum erinnert zu werden. Die Zeit der Uhr, in dem Augenblicke, da die Sonne kulminirt, findet man dabey eben so, wie ich es vorhin bey Sternen gewiesen habe, nemlich durch übereinstimmende Höhen der Sonne.

Weil sich aber hiebey der Mittelpunkt der Sonne nicht gut beobachten läßt, so bedient man sich des obern oder untern Randes derselben auf folgende Art. Man stelle das Fernrohr auf einen solchen Grad der Erhöhung, als die Sonne zu einer gewissen Zeit Vormittags ohngefähr

gefähr über dem Horizonte hat, drehe hierauf das ganze Werkzeug um den Zapfen $p q$ (Fig. LXXI.), und verfolge solchergestalt die Sonne, bis man den Augenblick wahrnimmt, da sie, wie bey S (Fig. LXX. *) zu sehen ist, beyde Kreuzlinien $a b$, $c d$ im Fernrohre zu gleicher Zeit berührt. Wenn man nun des Nachmittags bey eben dem Grade der Erhöhung des Fernrohres, die Sonne wieder auf eine ähnliche Art die Kreuzlinien berühren siehet, so muß alsdann ihr Mittelpunkt S wieder eben die Höhe über dem Horizonte haben, die er Vormittags hatte, d. h. man hat nun ein Paar übereinstimmende Höhen. — Das Mittel aus den zugehörigen Zeiten an der Uhr, giebt den Augenblick da der Sonne Mittelpunkt kulminirt haben würde, wodurch man alsdann, wie vorhin (XII.), die Zeit findet, da des Abends ein gegebener Stern kulminiren wird.

Die Rectascension der Sonne für jeden Tag nimmt man aus den astronomischen Kalendern.

Beym Gebrauche der Sonne bedürfen die übereinstimmenden Höhen derselben, wie die Astronomie lehret, einer kleinen Correction — die aber zu gegenwärtiger Absicht (S. 343. III.) bey Seite gesetzt werden darf.

Anmerkung.

S. 346. I. Durch das Verfahren (S. 345.) wird man mit einem Winkelmesser, bey dem man selbst

selbst um 1 Minute fehlen kann, durch wiederholte Beobachtungen dennoch die Polhöhe innerhalb $\frac{1}{4}$ Minute und noch genauer finden können. — Solchergestalt hat mein Vater mit einem Werkzeuge, dessen Durchmesser ohngefähr einen Fuß beträgt, die Polhöhe von Göttingen $51^{\circ} . 32' . 18''$ gefunden (Comm. Soc. Goett. Tom. III.), die von der wahren $51^{\circ} . 31' . 56''$, nicht viel abweicht. — Man wird hieraus einsehen, was man oft auch von mittelmäßigen Werkzeugen, bey einer geschickten Behandlung und genauen Kenntniß derselben, erwarten kann. Wer mit Reichenbachischen versehen ist, wird solche Bestimmungen noch um so schärfer erhalten.

Ich habe die Art, die Polhöhe eines Orts zu finden, etwas umständlich vorgetragen, wie ich es für diejenigen nöthig zu seyn erachtet habe, bey denen ich noch nicht viel Kenntniß der theoretischen und practischen Astronomie zum voraus setzen darf, und da die Kenntniß der Polhöhe, wenigstens von einigen Orten, bey der Verrichtung der Charte eines Landes immer sehr wichtig ist, so wird man um so weniger die bisherige astronomische Ausschweifung in einer practischen Geometrie, die nicht blos das alltägliche enthalten soll, tadeln. — Die Handgriffe, nebst den nöthigen Vorsichten dabey, durften nicht ganz übergangen werden, weil ich mir sonst leicht den Vorwurf hätte zuziehen können, von
einer

einer Sache etwas, und doch im Grunde Nichts gesagt zu haben.

Uebrigens habe ich noch zu erinnern, daß man statt der Sterne, sich auch der Sonne zur Findung der Polhöhe bedienen könne. — Man misset die Mittagshöhe des obern oder untern Sonnenrandes, subtrahiret oder addiret den scheinbaren Halbmesser der Sonne, den man für jeden Tag in den astronomischen Kalendern findet, hinzu, um die Höhe des Mittelpunkts der Sonne zu erhalten, und verfähret alsdann, wie vorhin.

Exempel. Den 2. May 1790. maach ich mit dem Winkelmesser (S. 156. III. 22) (nach einem genommenen Mittel aus den Angaben der 90. und 96. Theilung) die Mittagshöhe

des obern Sonnenrandes	=	55°. 3'. 3"
Correction wegen der Libelle	= +	1. 8. 14
corrigirte Höhe	=	<u>56. 11. 17</u>
abzuziehen Refraction	=	38
also wahre Höhe	=	<u>56. 10. 39</u>
abzuz. Halbmesser d. Sonne	=	<u>15. 54</u>
also Höhe d. Mittelp. d. Sonne	=	55. 54. 45
abzuz. Declin. d. Sonne	=	<u>15. 30. 18</u>
also Aequatorshöhe	=	40. 24. 27.
mithin Polhöhe von Erlang,	=	49. 35. 33.

Diese

Diese Beobachtung stimmt sehr gut mit dem arithmetischen Mittel aus sehr vielen andern, welches für die Polhöhe von Erlangen $49^{\circ} . 35' . 36''$ gab, überein. Von diesen Beobachtungen gab keine die Polhöhe größer, als $49^{\circ} . 36' . 32''$, und kleiner, als $49^{\circ} . 35' . 4''$. Von einem Winkelmesser, der etwa nur 7 Zoll im Halbmesser hat, läßt sich wohl keine größere Uebereinstimmung einzelner Beobachtungen erwarten.

II. Man hat noch sehr viel andere Arten, eines Orts Polhöhe zu finden, wovon man in *Nöslers practischer Astronomie*, I. Th. VIII. Kap. umständlich nachsehen kann.

Sehr vortheilhaft kann man sich zur Bestimmung der Polhöhen auch kleiner Hadleyischer Sextanten bedienen, dergleichen in sehr großer Vollkommenheit von dem englischen Künstler *Ramsden* und anderen zu haben sind. Bestimmungen von Polhöhen vermittelt solcher Werkzeuge findet man in sehr großer Menge in den Berliner astronomischen Jahrbüchern des Hrn. Prof. *Bode*, in den *Allg. geogr. Ephemeriden* und der *Monatlichen Corresp.* des Freyherrn *v. Zach*.

III. Es sey (Tab. IX. Fig. XCV.) das (S. 122 *tc.*) beschriebene katoptrisch: di:
op:

optische Werkzeug in einer verticalen Lage, Km das Fernrohr desselben, p der Spiegel vor dem Fernrohre, c der Spiegel am Mittelpunkte des Werkzeugs, auf der beweglichen Alhidaderregel P oder ch (S. 122. 21) $S c$, $S s$, Sonnenstrahlen, welche man als von einem sehr weit entlegenen Gegenstande (der Sonne) herkommend, für parallele Linien nehmen darf, wenn sie von einem und demselben Punkte der Sonne z. B. von ihrem untern Rande herkommen.

AB sey eine reflectirende Oberfläche z. B. ein sehr ebener horizontal gestellter Spiegel, die Oberfläche des in einer Schale ruhig stehenden Quecksilbers oder dergleichen, so ist der Winkel $S s A$ die Höhe der Sonne, oder vielmehr ihres untern Randes über der Horizontalfäche, wenn $S s$ einen Strahl vom untern Sonnenrande bedeutet.

2. Gesezt nun, das Werkzeug werde so gehalten, daß wenn die Alhidadenregel ch , in der Lage cn auf 0° steht, (in welcher Lage zugleich die beiden Spiegel des Werkzeugs parallel seyn müssen (S. 123. 22)), man durch das Fernrohr Km , direkt neben dem Spiegel p vorbei, das von der Oberfläche AB reflectirte Sonnenbild wahrnehme.

Mayer's pr. Geometr. III. Th. D d 3. Man

3. Man lasse nun das Werkzeug immer in der Lage, daß man der Richtung Km s jenes Sonnenbild (2) im Fernrohr behalte, und drehe hierauf die Alhidadentegel aus der Lage cn , in die ch , so daß man durch Zurückwerfung der Sonnenstrahlen Sc von dem Spiegel c nach der Richtung cp , und durch abermalige Zurückwerfung von dem Spiegel p längst pK ein zweytes Sonnenbild in dem Fernrohr nach der Richtung Kp erblicke.

4. Es wird nun leicht seyn, ch in die Lage zu bringen, daß sich die gleichnamigten Ränder beyder Sonnenbilder z. B. die untern (in welchem Falle man denn wissen muß, ob Km ein astronomisches oder terrestriſches Fernrohr ist) einander genau herühren. In dem Augenblicke, da dieses geschieht, lasse man ch unverrückt, und untersuche nun den von ch auf dem Rande des Werkzeugs durchlaufenen Bogen nh , so wird derselbe das Maas des Winkels Sm s (wo cm die Verlängerung von Sc ist) oder des Winkels Ss s (wo ss wieder die Verlängerung von Km s ist) seyn, und dieser Winkel Ss s ist, wegen $KsB = SsA = Ass$ (nach den Gesetzen der Zurückwerfung des Lichtes) dem doppelten Winkel SsA d. h. der doppelten Erhöhung des gedachten Sonnenrandes über der Horizontal:ebene AB gleich.

5. Dies

5. Dies giebt einen allgemeinen Begriff, wie man mittelst eines katoptrisch:dioptrischen Werkzeugs die Höhe eines Gestirns über der Horizontalfläche, und so überhaupt Erhöhungswinkel messen kann. Die Ausübung setzt dabey einige Fertigkeit voraus, die gedachten Bilder ohne großen Zeitverlust in Berührung zu bringen, ohne ein Stativ zu dem Werkzeuge nöthig zu haben, welches gerade der Hauptvorthail von Werkzeugen dieser Art ist. Man kann auf diese Art es bald dahin bringen, correspondirende Sonnenhöhen u. dgl. ziemlich schnell nach einander zu nehmen, ohne das Werkzeug anders als bloß mit der freyen Hand zu behandeln. Bey katoptrisch:dioptrischen Werkzeugen, welche eine etwas andere Anordnung der Spiegel haben, als das (S. 122.) angegebene, bleibt das Verfahren, Höhenwinkel zu messen, in der Hauptsache dasselbe. Bey Messung von Sternhöhen, zum Behufe der daraus abzuleitenden Polhöhen u. dgl. wird auf gleiche Weise verfahren, in welchem Falle denn ein Stern das ist, was im vorhergehenden ein Sonnenrand war.

Beu Sonnenbeobachtungen muß das Fernrohr mit einem gefärbten Blendglase versehen seyn.

6. Die Hauptsache kommt darauf an, daß AB eine recht ebene und genau horizontal

gestellte Spiegelfläche ist; am besten ein kleiner ebener Metallspiegel (weil gläserne Spiegel doppelte Bilder machen), welchem man denn eine Unterlage giebt, welche sich durch Stellschrauben, nach Maassgabe zweyer auf den Spiegel gelegten genau berichtigten Libellen, gehörig stellen läßt, bis beyde Libellen auf dem Spiegel einspielen (S. 155. IV. 2c.). Hat man ein sehr ebenes Spiegelglas, dessen hintere Fläche mit einem schwarzen Firniß, oder mit schwarzer Oelfarbe belegt ist, so wird das hintere von jenen doppelten Bildern fast verschwinden, oder man kann auch jene hintere Fläche matt schleifen lassen. Statt eines solchen Metall- oder Glasspiegels dient auch eine Quecksilberfläche, in einer wenigstens 5 Zoll weiten Porzellan- oder Glasschale, welche Quecksilberfläche sich dann von selbst horizontal stellt, wenn die Schale vor aller Erschütterung vollkommen gesichert ist. Statt dieses sogenannten Quecksilberhorizontes kann auch ein Oelhorizont aus schwarz gefärbten Oele dienen, wozu am besten gutes Leinöl gebraucht wird, nachdem solches mit einer hinlänglichen Menge Rienruß über gelindem Kohlenfeuer versetzt worden ist. Das umständlichere über alle diese künstlichen Horizonte, und die bey ihrer Anwendung zu beobachtenden Vorsichten, wenn eine sehr große Genauigkeit erhalten werden soll, sehe man in Hrn. Prof. Boh

Bohnenbergers Anl. zur geographischen Ortsbestimmung, vorzüglich vermittelt des Spiegelsextanten, Göttingen 1785.

S. 347. Aufgabe. Den Unterschied der Mittagskreise (S. 343. II.) zweyer Dertter auf der Erdofläche zu finden.

Aufl. I. Diese Aufgabe kann auf mancherley Arten aufgelöset werden. — Die meisten erfordern aber mehrere Kenntniß der Astronomie, als ich hier vortragen darf. Ein gewöhnliches und leicht zu verstehendes Verfahren bestehet darinnen:

II. Bekanntlich haben nicht alle Dertter auf der Erdofläche in einem und demselben Augenblicke Mittag. Nur denen, welche unter einem und demselben Mittagskreise liegen, kulminirt die Sonne in einerley Augenblicke. Diejenigen Dertter, welche weiter gegen Osten liegen, bekommen die Sonne eher in ihren Mittagskreis, die westlichern später, und zwar dergestalt, daß für jede 15° Unterschied der Mittagskreise, eine Stunde eines Sterntages zu rechnen ist.

III. Wenn also zwey Beobachter in verschiedenen Mittagskreisen einerley Begebenheit
am

am Himmel, in einerley absoluten Augenblicke wahrnehmen, so werden doch beyde, jeder von seinem Mittage angerechnet, in diesem Augenblicke nicht gleichviel Stunden, Minuten und Secunden zählen, sondern der östlichere wird um so viel mehr Zeit angeben, als er eher Mittag gehabt hat. Aus diesem Unterschiede der Zeiten (Meridianunterschied in Zeit) findet sich demnächst der Unterschied der Mittagskreise beyder Beobachter in Graden *re.* (II.), oder wie man auch sagt im Bogen.

IV. Da nun die Astronomie lehret, daß z. E. eine Mondsfinsterniß, oder die Verfinstterung eines Jupiterstrabanten, sich einem jeden Beobachter auf der Erde, der sie wahrnehmen kann, in einem und demselben absoluten Augenblicke darstellen muß, so werden diese Erscheinungen zur Bestimmung des Unterschiedes der Mittagskreise sehr bequem seyn.

Gesetzt, ein Beobachter A habe an einem gewissen Tage aus übereinstimmenden Sonnenshöhen gefunden, daß zu Mittage der Zeiger seiner Uhr auf 12 U. 18 M. 20 S. gestanden seyn müßte. Wenn er nun des Abends, da die Uhr wies 7 U. 5 M. 10 S., den Anfang oder das Ende einer der erwähnten Finsternisse beobachtet hätte, so würde diese Beobachtung eigent-

lich

— 9 —
 sich um 6 U. 46 M. 50 S. nach dem Durch-
 gange der Sonne durch die Mittagsfläche ge-
 schehen seyn. Man muß sich nemlich vorstellen,
 als wenn die Stunden an der Uhr, von 12 U.
 angerechnet, in Einem fortgezählet würden, so
 käme 19 U. auf 7 Uhr Abends, wo denn
 19 U. 5 M. 10 S. — 12 U. 18 M. 20 S. = 6 U. 46 M. 50 S.

V. Eben so habe ein Beobachter B an einem
 andern Orte der Erdoberfläche gefunden, daß im
 Mittage eben desselben Tages (IV.) der Zeiger
 seiner Uhr auf 11 U. 44 M. 10 S. gestanden,
 und die in (IV.) erwähnte Erscheinung Abends
 um 6 U. 15 M. 12 S. an seiner Uhr beobachtet
 worden sey, so würde solche von der Zeit, die
 die Uhr im Mittage wies, angerechnet, eigent-
 lich Abends um 6 U. 31 M. 2 S. vorgefallen
 seyn.

VI. Wenn nun beyde Uhren gleich ge-
 schwind gehen, das heißt, beyde in einem
 Sterntage gleichviel voreilen oder zurückbleiben
 (S. 345. VIII.), so würde der Beobachter B
 in eben demselben absoluten Augenblicke, da sich
 die Verfinsterung anfieng oder endigte, von sei-
 nem Mittage angerechnet, weniger Zeit zählen,
 als A, und zwar 15 M. 48 S. weniger, d. h.
 um so viel in Zeit würde B westlicher liegen,
 als A.

Man

Man schliesse also nach (II.) 1 Stunde zu
 15 M. 48 S. = $15^\circ : x$, oder auch

$$24 \text{ Stund.} : 15 \text{ M. } 48 \text{ S.} = 360^\circ : x$$

so kömmt $x = 3^\circ . 57'$ für den Unterschied der
 Mittagskreise im Bogen (III.) vorausgesetzt,
 daß beyde Uhren genau Sternzeit weisen.

VII. Wenn aber beyde Uhren in einem
 Sterntage z. E. um 2 M. voreilten, so müßte
 man eigentlich in die erwähnte Proportion statt
 24 St. setzen 24 St. + 2 M., oder wenn sie
 beyde um so viel zurückblieben, 24 St. — 2 M.
 u. s. w.

VIII. Sind aber 24 St. beyder Uhren nicht
 gleich viel von einem Sterntage unterschieden,
 so muß man diese Abweichung vorher in Erwä-
 gung ziehen, und aus der bekannten Größe
 derselben die in (V.) angegebene Zeit erst auf
 Stunden der Uhr (IV.) reduciren, ehe man die
 Rechnungen (VI. VII.) vornehmen darf. —
 Mit einem Beispiele brauche ich diese, nach ei-
 nigem Nachdenken leicht vorzunehmende Red-
 uction nicht zu erläutern.

Anmerkungen.

S. 348. Daß man die Beobachtungen, da
 der Mond, oder ein Jupiterstrabant, in oder
 aus

aus dem Schatten seines Planeten tritt, sehr genau angeben müsse, wird daraus erhellen, weil 1 Secunde Fehler in der Zeit, die in dem zweyten Gliede der Proportion (VI.) vorkömmt, schon 15'' im Bogen, oder in dem Werthe von x (VI.) beträgt. Man muß daher nicht allein sich auf den Gang der Uhren verlassen können, sondern auch aus vielen übereinstimmenden Sonnenhöhen den Stand der Zeiger an den Uhren, im Mittage eines jeden Orts zuverlässig bestimmt haben. Bey diesem Geschäfte wird man auch gewisse Correctionen, die man dem Mittage aus übereinstimmenden Sonnenhöhen geben muß, nicht vernachlässigen dürfen (man s. Kästners astronom. Abhandl. I. Samml. S. 288.). Die Verfinsterungen der Jupiters-
trabanten müssen mit stark vergrößernden Werkzeugen beobachtet werden, und der Beobachter sollen so viel als möglich, entweder Fernröhre von einerley Beschaffenheit dazu gebrauchen, oder doch die Abmessungen und pünftigen Umstände derselben angeben, um den Grad der Genauigkeit ihrer Beobachtung draus schätzen zu können. — Andere hieher gehörige notwendige Kenntnisse und Bemerkungen darf ich hier nicht vortragen. — Man s. mehreres davon in Hell Ephemerid. Astr. 1764. p. 188. Bey den Mondsfinsternissen beobachtet man vorzüglich die Antritte des Schattens an gewisse Flecken im Monde, oder auch, wenn die Flecken wieder
aus

aus dem Schatten treten, und nimmt aus den sich ergebenden Unterschieden der Mittagskreise ein arithmetisches Mittel. Bey einem jeden Flecken muß bemerkt werden, wenn er den Schatten berührt, und wenn er ganz darinn ist, damit die Beobachtungen vergleichbar sind. — An welchen Tagen Ein- oder Austritte der Jupiterstrabanten vorkommen, findet man in den astronomischen Kalendern. — Da aber diese nur für den Mittagskreis eines gewissen Orts berechnet sind, so muß man schon ohngefähr wissen, wie viel ein anderer Ort, wo man die Beobachtung der Verfinsternung eines Jupiterstrabanten anstellen will, östlicher oder westlicher liegt, als der, für den der Kalender berechnet ist, damit man benläufig weiß, wenn man sich zur Beobachtung zurühen muß. So genau kann man aber immer als mittelmäßig genauen Charten, vorläufig der Unterschied der Mittagskreise wissen.

Vorzüglich ist jetzt das Verfahren durch tragbare Uhren oder Taschenchronometer a), durch Spiegelfertanten, womit man die Distinzen der Fixsterne von dem Monde mißt, durch Sonnenfinsternisse, Bedeckungen der Fixsterne vom Monde u. dgl. die

a) Bohnerberger im angeführten Buche S. 226 u. v. Zach im Leipz. Mag. für Mathematik. 1787. 4tes Stück.

die Längen der Dörter zu bestimmen, sehr gebräuchlich, und diese Methoden empfehlen sich auch vor den Beobachtungen der Mondfinsternisse, der Verfinsterung der Jupiterstrabanten durch eine grössere Genauigkeit, sind aber zum Theil mit beschwerlichen Rechnungen verbunden.

Man wird jedoch bald finden, daß man zur Bestimmung des Unterschiedes der Mittagskreise viele Beobachtungen angestellt haben muß, um nur eine Zuverlässigkeit von einer halben Minute im Bogen (III.) zu erhalten, und daß zur wirklichen Ausübung überhaupt noch mehr Kenntnisse erforderlich sind, die aber nur aus astronomischen Werken vollständiger erlernt werden können, deren mehrere im IVten Theile dieser practischen Geometrie, welcher auch den besondern Titel: Anweisung zur Verzeichnung der Land- See- und Himmelscharten 1794. hat, im 7ten §. angeführt sind — woselbst denn auch eine Tafel der geographischen Längen und Breiten mehrerer der vorzüglichsten Dörter nach den neuesten Bestimmungen vorkommt (Neue Ausgabe 1815.).

Denen dort genannten Schriften können noch folgende begefügt werden:

London, Sewell — Theory and Practice of finding the longitude at Sea or Land: to which

which are added various methods of determining the latitude of a place, and variation of Compass, with new Tables, by Andrew Makey. A. M. F. R. S. Edinburg, 1787.

Von den verschiedenen bisher bekannten Methoden zur Bestimmung der geographischen Länge und Breite — von P. G. E. Brodts hagen, Lehrer der Handl. Acad. zu Hamburg 1791.

De la mesure du Temps, par Mr. Berthoud. In diesem Buche sehr vieles von dem Gebrauche der Längenuhren, um den Unterschied der Mittagskreise, und also die Längen der Dörter zu finden. Ueber den Gebrauch der Hadley'schen Octanten und Sextanten zu diesem Geschäfte kann auch nachgelesen werden eine bey den Holländern sehr beliebte Schrift: Verhandlung ober de Inrichting en het Gebruik der Octanten en Sextanten von Hadley. Amsterd. 1788. Vorzüglich aber Hrn. Prof. Bohnenbergers oben angeführte Schrift.

S. 349. Aufgabe. Es sey (Fig. LXXII.) APQ die halbe Erdkugel, P der Nordpol, AQ der Aequator. — Ein Stück der Erdoberfläche liege zwischen

— o —

sehen den beyden Mittagskreisen PC , PQ , und den beyden Parallelen ab , cd , also innerhalb des Vierecks $abcd$. Es sey übrigens dieses Viereck ein so geringer Theil der Erdfäche, daß man es ohne merklichen Irrthum als eine ebene Fläche betrachten darf, d. h. daß die Bogen ab , ad , bc nur wenige Grade betragen. Man soll das Viereck $abcd$ auf dem Papiere, als einer ebenen Fläche, dergestalt entwerfen, daß es dem auf der Kugelfäche, so viel als möglich, ähnlich sey.

Aufl. I. Man gedenke sich den Bogen bc des Mittagskreises bey m halbirt, und an m eine Tangente $m\pi$ gezogen, so wird solche, gehörig verlängert, in einen Punkt π der verlängerten Erdaxe GP einschneiden.

II. Man fälle von m auf GP die senkrechte Linie mk , und lasse das rechtwinklichte Dreieck πmk und πG herumdrehen, so wird πm die krumme Seitenfläche eines Kegels beschreiben, der die Kugel in einem Parallelkreise durch m ringsherum berühren würde.

III. Weil der Bogen bc ohne merklichen Irrthum für eine gerade Linie angenommen wird, so kann man die Punkte b , c auf der Kugel

gelfläche betrachten, als lägen sie auf der Tangente $m\pi$ selbst, und das ganze Stück $abcd$ der Kugelfläche kann man ohne beträchtlichen Fehler als ein Stück der erwähnten Kegelfläche ansehen.

IV. Gedenkt man sich nun dieses Stück $abcd$ der Kegelfläche in eine Ebene ausgebreitet (aus der Geometrie weiß man, daß selbst die ganze Kegelfläche sich in eine Ebene ausbreiten läßt), und stellet $\alpha\beta\gamma\delta$ (Fig. LXXIII.), dieses ausgebreitete Stück der Kegelfläche, auf dem Papiere im kleinen vor, so wird, wegen der geringen Größe der Bogen ab , bc , cd , ad , die Figur $\alpha\beta\gamma\delta$ der $abcd$ ohne merklichen Fehler ähnlich seyn, auch wird man leicht begreifen, daß die Bogen der Mittaaskreise ad , bc auf dem Papiere benyabe gerade Linien $\alpha\delta$, $\beta\gamma$, die Parallelen ab , cd aber auf dem Papiere Kreisbogen $\alpha\beta$, $\gamma\delta$ werden müssen, deren Halbmesser $p\beta$, $p\gamma$ sich wie die Linien πb , πc , so wie denn auch die Längen dieser Bögen $\alpha\beta$, $\delta\gamma$ sich wie ab , cd , und die Größen $\alpha\delta$, $\beta\gamma$ wie ad , bc verhalten müssen.

V. Um also die Figur $\alpha\beta\gamma\delta$ auf dem Papiere beschreiben zu können, so suche man die Halbmesser $p\beta$, oder $p\gamma$. Diese findet man auf folgende Art.

VI. Des Punktes c (Fig. LXXII.) geographische Breite, oder Polhöhe Qc heiße B ;
Die

Die halbe Entfernung der beyden Parallelen,
oder den Bogen $m b = m c = \frac{1}{2} b c$, nenne
man in Secunden $= \varepsilon$, mithin in Theilen des

$$\text{Sinus totus } 1, = \frac{\varepsilon}{206264}.$$

VII. Man ziehe ch mit mk parallel, und
von m auf ch die senkrechte Linie mi , so ist

$$ci : ch = cm : c\pi \text{ oder}$$

$$ch - mk : ch = cm : c\pi$$

d. h. $\cos B - \cos(B + \varepsilon) : \cos B = cm : c\pi$.

Weil aber $\varepsilon = \frac{1}{2}$ Bogen cb nur wenige
Grade hält, so kann man ohne beträchtlichen
Fehler setzen

$$\cos(B + \varepsilon) = \cos B - \frac{\varepsilon \sin B}{206264} \text{ (VI.)}$$

mithin $\cos B - \cos(B + \varepsilon) = \frac{\varepsilon \sin B}{206264}$ und

$$c\pi = \frac{cm \cdot \cot B}{206264}.$$

VIII. Weil aber auf dem Papiere (Fig.
LXXIII.) (V.) sich nach dem verjüngten Maasze
verhalten muß

$$\beta\gamma : \gamma p = bc : c\pi \text{ (Fig. LXXII.)}$$

$$= 2 \cdot cm : c\pi$$

so wird auch

$$c\pi = \frac{2 \cdot cm \cdot \gamma p}{\beta\gamma}.$$

IX. Die beyden Werthe von $c \pi$ aus (VII. VIII.) einander gleich gesetzt, geben

$$\gamma p = \frac{\beta \gamma}{2^s} \cot B. 206264.$$

X. Man setze nun, 1° des Mittagskreises, oder des Bogens bc , solle auf dem Papiere, oder auf der geraden Linie $\beta \gamma$, a pariser Zolle lang seyn, so wird $1''$ auf $\beta \gamma$ hal-

ten $\frac{a}{3600}$ paris. Zoll.

Weil aber $\beta \gamma$ auf dem Papiere den Bogen $bc = 2\varepsilon$ ausdrückt, so hält $\beta \gamma$, 2ε Secunden, und folglich ist

$$\beta \gamma = \frac{2\varepsilon \cdot a}{3600} \text{ par. Zoll.}$$

XI. Dieses giebt demnach

$$\gamma p \text{ (IX.)} = \frac{a}{3600} \cot B. 206264 \text{ par. Z.}$$

oder $\gamma p = 57, 29 a \cot B. \text{ par. Z.}$

$$\begin{aligned} \text{wo } \log 57, 29 \cdot \cdot &= \log 206264 - \log 3600 \\ &= 1,7581226. \end{aligned}$$

XII. Wenn also der bey der Figur $\alpha \beta \gamma \delta$ zum Grund gelegte verjüngte Maasstab die Größe hat, daß ein Grad des Mittagskreises auf

auf dem Papiere, und also auf $\beta\gamma$, a paris. Zoll halten soll, so wird der Bogen $\gamma\delta$, der auf dem Papiere den Parallelkreis cd (dessen Abstand vom Aequator = B) ausdrückt, einen Halbmesser $p\gamma$ haben, dessen Größe wird seyn = $57, 29 \dots a \cot B$ paris. Zolle.

XIII. Nachdem man den Halbmesser $p\gamma$ gefunden hat, so hat man auch den für den Bogen $\beta\alpha$, der aus demselben Mittelpunkte p beschrieben werden muß, wenn $\alpha\beta$, $\delta\gamma$ die Parallellkreise ab , cd auf des Kegels Oberfläche (Fig. LXXII.) (IV.) geben sollen. Also

$$p\beta = p\gamma - \beta\gamma = p\gamma - \frac{2\varepsilon \cdot a}{3600} \text{ par. Zoll.}$$

Die Bogen $\gamma\lambda$, $\beta\lambda'$ (Fig. LXXIII.) sollen den Graden auf den Parallellkreisen cd , ba gemäß seyn, wie groß wird man $\gamma\lambda$, $\beta\lambda'$ nach dem angenommenen Maasstabe (X) nehmen müssen?

XIV. Wenn des Parallels cd Breite Qc wie bisher = B , und des P. ba Breite $Qb = B + 2\varepsilon$ (VI.), so lehret die Geometrie, daß die Grade auf den Parallellkreisen cd , ba , zu den Graden auf einem Mittagskreise, als einem größten Kreise, sich verhalten müssen, wie

Mayer's pr. Geometr. III. Th. Ge die

die Cosinusse der Breiten zum Sinus totus; also wie $\cos B$; $\cos (B + 2\varepsilon)$ zu 1.

Stellet also $\gamma\lambda$ auf dem Papiere einen Gr. des Parallels cd , und $\beta\lambda'$ einen des P. ba vor, und hält, wie vorhin, 1° auf dem Mittagskreise $\beta\gamma$, a par. Zoll; so ist

$$\gamma\lambda = a \cos B \text{ par. Zoll}$$

$$\beta\lambda' = a \cos (B + 2\varepsilon) \text{ par. Zoll.}$$

Zus. Die Länge des Bogens $\gamma\lambda$ ist $a \cos B$, und der zugehörige Halbmesser $p\gamma = 57,29 a \cot B$, folglich ist $\gamma\lambda$ ein solcher Theil vom Halbmesser $p\gamma$, als der Bruch

$$\frac{\gamma\lambda}{p\gamma} = \frac{a \cos B}{57,29 a \cot B} \text{ ausdrückt.}$$

Dieser Bruch verwandelt sich in $\frac{\sin B}{57,29}$

Man setze in (Trig. S. IV.) das dortige $a = \frac{\sin B}{57,29}$, so wird die Anzahl von Sekunden, die auf den dem Bogen $\gamma\lambda$ zugehörigen Winkel $\lambda p\gamma$ gehen

$$x = \frac{206264 \cdot \sin B}{57,29}$$

Also in Graden

$$\lambda p\gamma = \frac{206264}{3600 \cdot 57,29} \sin B$$

oder

oder wegen $3600 \cdot 57, 29 = 206264$;
 $\lambda p \gamma = \sin B$.

Wenn also $\gamma \lambda$ einem Grade des Parallels cd zugehört; so drückt $\sin B$ die Größe des dem Bogen $\gamma \lambda$ zugehörigen Winkels $\lambda p \gamma$ in Graden aus.

Ex. Für $B = 48^\circ$ ist $\sin B = 0,7431 \dots$
 Also $\gamma p \lambda = 0,7431^\circ = 44' \cdot 35'' \cdot 3$.

Wenn auf eben die Art $\gamma 1$, 2 Graden auf dem Parallele cd zugehört, so ist

$$\gamma p 1 = 2 \cdot \gamma p \lambda = 1^\circ \cdot 29' \cdot 10'', 6$$

und wenn $\gamma \delta$ drei Graden auf cd zugehört, so ist $\gamma p \delta = 3 \cdot \gamma p \lambda = 2^\circ \cdot 13' \cdot 45,9''$
 u. s. w.

Wenn also gleich die Bögen $\gamma \lambda$, $\lambda 1$, 1δ , in Beziehung auf ihren Mittelpunkt p , keine wirklichen Grade sind, so kann man sie doch so nennen, in so ferne sie auf dem Papiere die Grade des zugehörigen Parallelzirkels cd ausdrücken, oder sich wie diese verhalten.

Das Stück der Kugelfläche $abcd$ (Fig. LXXII.) auf dem Papiere zu verzeichnen, und zugleich die einzelnen Grade auf den Mittagskreisen und Parallelen gehörig zu entwerfen.

XV. Man setze z. B., das Viereck $abcd$ solle zwischen dem 48sten und 54sten Grad der
 Ce 2 Breite

Breite liegen, und der Unterschied der äußersten Mittagskreise ad , bc solle 6° betragen, so wie denn auch der Bogen $bc = 54^\circ - 48^\circ = 6^\circ = 2\varepsilon$.

XVI. Man setze ferner, auf dem Papiere solle jeder Grad des Mittagskreises 2 pariser Zolle $= a$ seyn.

Diesen Bedingungen gemäß trage man also auf eine gerade Linie Lp (Fig. LXXIV.), von L nach 1, 2, 3 u. s. w., 6 gleiche Theile, jeden $= 2$ par. Zoll, so hat man auf Lp erstlich die Punkte, wodurch die Parallelen (Fig. LXXII.) von Grad zu Grad gezogen werden müssen. Weil nun cd , oder der durch L zu ziehende Parallel, unter dem 48sten Grad der Breite liegt, so nehme man von L nach p eine Länge von $57,29 \dots 2 \cot 48^\circ$ pariser Zoll (XI.).

$$\log 57,29 = 1,7581226$$

$$\log 2 = 0,3010300$$

$$\log \cot 48^\circ = 9,9544374 - 10$$

$$\text{Summe} = \log Lp = 2,0135900$$

$$\text{also } Lp = 103,2 \text{ par. Zoll}$$

$$= 8 \text{ par. Schuh } 7,2 \text{ Z.}$$

Man mache also Lp von der gefundenen Größe, und beschreibe aus p , mit den Halbmessern pL , $p1$, $p2$ u. s. w., Kreisbogen, so hat

— o —

hat man die Parallelen durch die einzelnen Grade des Mittagskreises.

Für die den einzelnen Graden auf den Parallelen cd , ba , zugehörigen Theile oder Bögen Lm , mn u. s. w. 6μ , $\mu\nu$ u. s. w. nehme man nach der Ordnung

$$\begin{aligned} Lm=mn=no=Lq=pr \text{ u. s. w.} &= 2. \cos 48^\circ \text{ (xiv.)} \\ &= 2.0,669 \text{ Zoll} \\ &= 1,338 \text{ Zoll} \end{aligned}$$

Ferner

$$\begin{aligned} 6\mu=\mu\nu=\nu\omega=6\pi=\pi\rho \text{ u. s. w.} &= 2. \cos 54^\circ \text{ Zoll} \\ &= 2.0,587 \text{ Zoll} \\ &= 1,174 \text{ Zoll.} \end{aligned}$$

so hat man auf den Bögen so , so Abtheilungen, welche die Grade auf den Parallelkreisen cd , ba ausdrücken.

Ziehet man demnach durch die entsprechenden Punkte m , μ ; n , ν ; u. s. w. gerade Linien, so hat man die Meridiane durch die einzelnen Grade der Parallelen entworfen, mithin das völlige Netz verzeichnet, in welches man Dörter, die innerhalb des Vierecks $abcd$ (Fig. LXXII.) fallen, nach Maassgabe ihrer gegebenen Breiten, und des Unterschiedes ihrer Mittagskreise eintragen kann.

Das ganze Netz kann man in ein rechtwinkliches Parallelogramm $ABCD$ einschliessen, und

und wie gewöhnlich an den Seitenlinien desselben, die den Mittagskreisen und Parallelen zugehörigen Grade schreiben.

Kreisbogen von sehr großen Halbmessern zu ziehen.

XVII. Da die Halbmesser der Parallelen (Fig. LXXIV.) wie pL , pI u. s. w. oft groß werden, (so wie denn wirklich pL , für den Parallel durch L in (XV.) schon eine so beträchtliche Größe erhielt, daß es Unbequemlichkeiten haben würde, vermittelst eines Stangenzirkels, den Kreisbogen durch L zu ziehen, indem dessen Mittelpunkt p ziemlich weit ausserhalb des Papieres fallen würde,) so muß man in der Ausübung Mittel haben, Kreise zu ziehen, ohne deren Mittelpunkte nöthig zu haben. ;

Es sey (Fig. LXXV.) OLN der bisher betrachtete Parallel durch L , und Lp der zugehörige Halbmesser $= 57, 29 a \cot B$ (X.). Man gedenke sich auf dem Bogen OLN , Punkte L , M , N u. s. w. dergestalt, daß die Winkel $LpM = 1^\circ$; $LpN = 2^\circ$ u. s. w.

Von M , N u. s. w. stelle man sich auf pL , die senkrechten Linien Mi , Mk zc. zc. vor, so sind diese Linien Sinusse der Winkel LpM , LpN , und Li , Lk u. s. w. Quersinusse derselben, für den Halbmesser Lp .

Durch

Durch L ziehe man tv auf pL senkrecht, so würde tv eine Tangente des Bogens OLN seyn; auf diese ziehe man ferner Ml , Nv senkrecht, so ist

$$Ll = Mi = pM \cdot \sin LpM = pL \sin 1^\circ$$

$$lM = Li = pM \text{ Qu.} \sin LpM = pL(1 - \cos 1^\circ)$$

und eben so

$$Lv = pL \cdot \sin 2^\circ$$

$$Nv = pL(1 - \cos 2^\circ)$$

u. s. w.

Ex. Für den Parallel unter dem 48sten Grad der Breite, wurde oben (XV.) gefunden $Lp = 103$ Zolle, dieß giebt

$$Ll = 103 \cdot \sin 1^\circ = 103,0,0174 = 1,79 \text{ Z.}$$

$$lM = 103(1 - \cos 1^\circ) = 103,0,00015 = 0,015 \text{ Z.}$$

$$Lv = 103 \cdot \sin 2^\circ = 103,0,0349 = 3,59 \text{ Z.}$$

$$vN = 103(1 - \cos 2^\circ) = 103,0,00061 = 0,062 \text{ Z.}$$

u. s. w.

Auf die Linie Lp ziehe man also tv senkrecht, und mache die Linien Ll , Lv u. s. w. von der gefundenen Größe; Durch l , v , u. s. w. errichte man lM , vN , senkrecht, und mache sie auch von der gefundenen Größe, so hat man die Punkte, L , M , N und so auch auf eine ähnliche Art, die linker Hand Lp , auf dem Kreisbogen OLN , gleichsam durch Abscissen und Ordinaten bestimmt, und kann also die ge-

fun-

fundenen Punkte, N, M, L, . . . O auf dem Papiere durch eine zusammenhängende Krümmung verbinden, welche denn den Parallel OLN, ohne ihn aus seinem Mittelpunkte p gezogen zu haben, mit desto grösserer Genauigkeit abbilden wird, je mehr Punkte man in ihm vorher durch Abscissen und Ordinaten bestimmt hat. Man könnte auch die Punkte L, M u. s. w. von halben zu halben Graden bestimmen, um den Zug des Bogens OLN desto schärfer anzugeben. — Indessen wird es zureichend seyn, sie nur durch einzelne ganze Grade zu bestimmen.

Hat man nun solchergestalt den Bogen OLN verzeichnet, so nimmt man die Chorden $Lm = mn = no = a \cos B$ (X.) (welche nemlich ohne merklichen Irrthum ihren Bögen gleich sind) und theilt auf diese Art den Bogen OLN, so wie es den Graden des zugehörigen Parallelkreises cd (Fig. LXXII.) gemäß ist.

XVIII. Es wird zureichend seyn, die Punkte N, M, L u. s. w. nur durch gerade Linien zu verbinden, indem die Krümmung dieser Bogen NM, ML &c. &c. fast ganz unmerklich seyn wird. Will man indessen die Ziehung des Bogens NMLO, durch die gegebenen Punkte, vermittelst eines Werkzeugs erleichtern, so kann man sich dessen dazu bedienen, welches man in den Göttingischen Commentat. Soc. Scient. ad

ad annum 1778. beschrieben findet. Man
 sehe auch davon (S. 18. VI.) des IVten Theiles
 dieser practischen Geometrie.

So kann man einen jeden andern Parallel,
 dessen Grad der Breite gegeben ist, auf dem Pa-
 piere, ohne seinen Mittelpunkt nöthig zu haben,
 beschreiben.

Für die Kreisbogen durch 1, 2, 3ⁱ (Fig.
 LXXIV.) wären die Halbmesser

$$p_1 = pL - L_1 = 103 \text{ Zoll} - 2 \text{ Z.} = 101 \text{ Z.}$$

$$p_2 = pL - L_2 = 103 \text{ Zoll} - 4 \text{ Z.} = 99 \text{ Z.}$$

u. s. w.

in der Rechnung (XVII.) zu gebrauchen, um
 für die durch 1, 2, 3 u. s. w. zu ziehenden
 Parallelen, die Abscissen und Ordinaten zu be-
 stimmen.

S. 350. Aufgabe. Derter, deren
 Polhöhen oder Breiten, und Unters-
 chiede der Mittagskreise bekannt
 sind, in das Netz ABCD einzutrag-
 en. Das Netz selbst erstrecke sich
 z. B. vom 48 bis zum 54sten Grad
 der Breite, und vom 27 bis 33sten
 Grad der Länge, letztere, wie ge-
 wöhnlich, von einem gewissen be-
 stimmten ersten Mittagskreise, z. E.
 von

von dem durch die Insel Ferro, angerechnet.

Aufl. I. Man setze eines in das Netz einzutragenden Ortes y Breite oder Polhöhe $= 52^{\circ} . 36'$; Länge von der Insel Ferro angerechnet $= 32^{\circ} . 30'$.

II. Wenn man sich nun den Mittagskreis s (Fig. LXXIV.) durch den 27sten Grad der Länge, folglich $r\rho$ durch den 28sten u. s. w. vorstellt, so wird y zwischen die beyden Mittagskreise $n\nu$, ow fallen;

III. Und weil ferner so den Parallel durch den 48sten Grad der Breite bedeutet, mithin die Parallelen durch $1, 2, 3$ u. s. w. nach der Ordnung durch den 49, 50, 51sten Grad der Breite gehen, so wird der Ort y auch zwischen die Parallelen xz , tw zu liegen kommen müssen.

IV. Folglich wird er wegen (II.) und (III.) in das Viereck $efgh$ fallen.

V. Man theile die gegenüber stehenden Grade der äußersten Parallelzirkel, nemlich no , $\nu\omega$, in die einzelnen Minuten, nehme na und $\nu b = 30'$, und gedenke sich die Linie ab gezogen, so ist ab der Mittagskreis, dessen Länge

Länge = $32^{\circ}.30'$; Auf diesem muß also y liegen.

Man mache $cy = \frac{36}{60} eg$, so wird, wegen $eg = 1^{\circ}$ des Mittagskreises, das Stück $cy = 36'$. Mithin des Punktes y Breite = $48^{\circ} + a c + cy = 48^{\circ} + 1^{\circ} + 36' = 52^{\circ}.36'$; Folglich ist die Lage des Orts y , innerhalb des Vierecks $efgh$, gehörigermaßen bestimmt, und auf dieselbe Art läßt sich ein jeder Ort, dessen Länge und Breite gegeben ist, in das Netz tragen.

Zus. I. Wenn i einen andern Ort bedeutet, der durch Länge und Breite eingetragen worden, so läßt sich ein dritter Ort u , dessen Weiten von y und i etwa durch die practische Geometrie bestimmt worden wären, auf die Charte dadurch verzeichnen, daß man über iy das Dreieck iyu beschreibt, woben denn vor- ausgesetzt wird, daß man wisse, ob u rechter oder linker Hand i y falle.

Zus. II. Hiebei ist noch zu merken, daß der Maasstab auf der Charte sich nach der Länge a (S. 349. X.) richten muß, die man einem Grade des Mittagskreises gegeben hat. Wären also die Entfernungen iu , uy in deutschen oder geographischen Meilen gegeben, so müßte

müßte man a , oder die Länge eines Grades des Mittagskreises auf der Charte, in 15 gleiche Theile theilen, um den Maasstab für die Meilen zu erhalten.

Zus. III. Wären i , y Dertter, die man durch Länge und Breite auf die Charte getragen hätte, so kann man ihre Entfernung iy nach dem Maasstabe (Zus. II.) messen, und umgekehrt eines Orts, wie u , den man vermittelst des Dreuecks iyu , oder den bekannten Weiten yu , iu (Zus. I.), auf die Charte verzeichnet hätte, Länge und Breite finden, wenn man durch u eine gerade Linie ab zöge, die auf v w und n o ähnliche Stücke vb , na abschnitte, und hierauf auf sa , au die Grade und Minuten zählte; So wäre, unter der bisherigen Voraussetzung, des Orts

$$u \text{ Länge} = 27^\circ + sa$$

$$\text{Breite} = 48^\circ + au$$

Zus. IV. Man wird hieraus einsehen, wie Messungen der practischen Geometrie auf die Geographie Einfluß haben. Hat man nemlich nur ein paar Dertter, wie i , y , durch Hülfe astronomischer Beobachtungen der Länge und Breite auf die Charte getragen, so kann man eines jeden andern Orts, dessen Lage man gegen i , y , durch Hülfe der practischen Geometrie, bestimmt hat, seine geographische Länge und Breite finden.

Anmerkung.

S. 351. I. Das Bisherige kann mit Nutzen gebraucht werden, auf kleinen Stücken der Erdofläche, die man nach den Vorschriften der practischen Geometrie vermessen hat, die Parallellkreise und Meridiane zu entwerfen, mithin eine geometrische Charte zu geographischen Absichten, und andern Folgerungen daraus, zuzubereiten. — Einige astronomische Beobachtungen werden aber dabey, nach (Zus. IV.), immer erforderlich seyn, und aus dieser Ursache habe ich im Vorhergehenden das Practische bey dem Verfahren, die Polhöhen und den Unterschied der Mittagskreise oder Längen zweyer Dexter zu finden, nicht ganz übergehen dürfen.

II. Des bisherigen Verfahrens, ein kleines Stück der Erdofläche, als ein Stück einer Kegelfläche zu betrachten (S. 349. IV.) und dieser Voraussetzung gemäß, ein Netz für die Mittagskreise und Parallellkreise zu entwerfen, haben sich verschiedene Geographen zur Verfertigung der Landcharten von einzelnen Ländern, die nicht zu groß sind, mit Vortheil bedient. — Hieher gehört auch die kritische Charte von Deutschland, die mein Vater in der Homännischen Officin herausgegeben hat. Sie erstreckt sich vom 45ten Grad der Breite, bis beynah zum 55ten, und vom 24sten

24sten Gr. der Länge bis ohngefähr zum 37sten; nimmt also beynähe 10° der Breite und 13° der Länge ein — die Größe eines Grades auf den Mittagstreifen beträgt ohngefähr 19 pariser Linien.

III. Ob man unter diesen Umständen das Stück der Erdoberfläche, welches das ganze Deutschland einnimmt, noch als eben betrachten darf, wird sich aus (S. 342.) beurtheilen lassen.

Man setze i , y , u seyen drey Orter (Fig. LXXIV.) auf der erwähnten Charte von Deutschland, und diesem geradlinigten Dreiecke iyu , gehöre auf der Erdoberfläche ein sphärisches IUY zu. Wegen der Krümmung der Erdoberfläche werden nun nie alle 6 Stücke des sphärischen Dr. mit denen des geradlinigten übereinstimmen. Drey Stücke kann man in beiden übereinstimmend annehmen, aber die übrigen drey werden alsdann desto mehr von einander abweichen, je größer das Stück der Erdoberfläche ist, welches IUY in sich begreift.

Ich will nun z. E. $iu = iy = 10^\circ = 150$ Meilen; und eben so $IY = IU = 10^\circ$, ferner den Winkel $i = I = 60^\circ$ annehmen, und sehen, um wie viel y u von YU wegen der Krümmung der Erde abweichen würde.

In (§. 342. VII. IX.) setze man also das dortige $m = 10^\circ$ und $A = l = 60^\circ$ so wird nach gehöriger Rechnung

$$YU = 9^\circ,9619; yu = 150 \text{ M.}$$

Also in Meil. $YU = 149,428$ Meil.

abgezogen von $yu = 150,000$ M.

$$\text{läßt } yu - YU = 0,572 \text{ M.}$$

Also auf 150 Meilen = yu , könnte der Fehler wegen der Krümmung der Erde ohngefähr $\frac{6}{10}$ einer Meile betragen. Nun sind aber auf meines Vaters Charte 15 Meilen = 16 par. Linien, mithin $\frac{6}{10}$ M. = 0,9 einer par. Linie.

Um so viel können also Dörfer, die auf der erwähnten Charte ohngefähr am weitesten von einander weg liegen, nach dem angenommenen verjüngten Meilenmaasstabe unrichtig liegen, in so ferne nemlich diese Unrichtigkeit blos von der Krümmung der Erde herrührte. Ob man nun 0,9 par. Linien für einen physischen Punkt auf der Charte ansehen darf, überlasse ich dem Leser selbst zu beurtheilen, aber auch dabey zu überlegen, daß man wohl aus andern Ursachen (§. 208. VIII.) eine solche Unrichtigkeit benähe auffer Acht lassen dürfte. Mehreres hier von im IV. Theile dieser pract. Geometrie (§. 312c.)

IV. Man hat noch eine Methode, Neße für kleine Stücke der Erdofläche zu verzeichnen, die

die darinnen bestehet, daß man auf der Charte, die Parallelkreise selbst, auch für gerade Linien annimmt, die auf dem Mittagskreise L 6 (Fig. LXXIV.), der durch die Mitte der Charte gehet, senkrecht stehen. Weil aber die Grade auf dem nördlichem Parallel $p \omega$ kleiner sind, als auf dem $r o$, so werden alsdann die Vierecke $e f g h$, die nahe an den Rand der Charte zu liegen kommen, nicht rechtwinklicht bleiben können, und mithin den zugehörigen sphärischen Vierecken auf der gekrümmten Oberfläche der Erde unähnlicher seyn, als wenn man, wie bisher, für die Parallelen, Kreisbogen annimmt, bey welcher Einrichtung die Vierecke auf der Charte doch alle rechtwinklicht ausfallen. Ueberdem liegen ja selbst auf der Erdkugel nicht alle Punkte eines Parallelkreises in einer und derselben Vertical-ebene, weil die Parallelkreise keine größten Kreise sind, und also auch schon aus dieser Ursache dürfen sie auf der Charte nicht, wie die Bogen der Mittagskreise, durch gerade Linien vorgestellt werden. Will man also die Parallelkreise auf der Charte durch gerade Linien vorstellen, so darf man sie nicht leicht über ein paar Grade in der Länge und Breite erstrecken, da hingegen, wenn man Kreisbogen für sie nimmt, sich die Charte wohl ohne großen Fehler bis auf 3° in der Länge und Breite erstrecken läßt, besonders wenn der Meilenmaasstab nicht so groß genommen wird, daß man den von der

Krüm:

Krümmung der Erde herrührenden Fehler nicht mehr für einen physischen Punkt gelten lassen dürfte. Ueber diese, so wie über mehrere Entwerfungsarten sehe man den IVten Theil der pract. Geometrie.

Bestimmung der Lage der Orter durch geometrische Vermessungen.

S. 352. Es würde sehr beschwerlich seyn, bey der Aufnahme einer ganzen Provinz, an vielen Orten astronomische Beobachtungen anstellen zu müssen, um dadurch die Lage der Orter zu bestimmen. Wenn man nur einige, und besonders die entferntesten Orter, nach astronomischen Beobachtungen ihrer Länge und Breite auf der Charte richtig festgelegt hat, so kann man sich damit befriedigen, und die übrigen Orter durch geometrische und trigonometrische Arbeiten auf die Charte bringen. Einige astronomische Bestimmungen, mit der gehörigen Schärfe angestellt, können nemlich nicht nur zur Prüfung der geometrischen Operationen dienen, sondern werden selbst erfordert, über die Charte gehörigermaassen ein geographisches Netz verzeichnen zu können, damit man die Lage der Orter auch in Rücksicht ihrer Längen und Breiten, und also zu geographischen Absichten anzugeben wisse.

Sind in einem Lande, wo Vermessungen anzustellen sind, von einigen merkwürdigen Orten bereits astronomische Bestimmungen vorhanden, so ist dem Geometer die Arbeit (S. 345—348.) erspart, sich selbst damit zu befassen. Er kann sich daher mit Vortheil solcher Tafeln bedienen, worinn die Längen und Breiten der vornehmsten Orter bereits gesammelt sind.

Ein ziemlich vollständiges Verzeichniß von dergleichen Bestimmungen, findet man in der Sammlung astronomischer Tafeln, welche unter der Aufsicht der Königl. Preuss. Acad. der Wissensch. zu Berlin 1776 in 3 Octavbänden, und auch mit dem französischen Titel: *Recueil des Tables astronomiques etc. etc.* herausgekommen ist.

Im IVten Theile dieser practischen Geom. (S. 7.) findet sich ein Verzeichniß der Längen und Breiten, welches noch mehr Genüge leisten wird.

Ich werde nun das Wesentliche, was man bey der geometrischen Aufnahme eines ganzen Landes zu bemerken hat, hier nach der Ordnung in einzelnen Absätzen vortragen, und dasjenige, was man in den besten Schriften darüber findet, und was mir selbst durch eigenes Nachdenken dabey eingefallen ist, zu erläutern suchen.

I. Noth:

I. Nothwendigkeit einer vorläufigen Kenntniß des Landes.

S. 353. Wie beschwerlich es sey, nur eine mäßige Flur ohne zureichende vorläufige Kenntniß derselben zu vermessen, wird ein jeder, der sich schon mit solchen Arbeiten beschäftigt hat, ohne mein Erinnern, von selbst wissen. Aber unendlich grösser sind die Schwierigkeiten und Verwickelungen, welche sich bey der Aufnahme einer ganzen Provinz äussern, wenn man sich nicht schon einige Zeit gleichsam dazu vorbereitet, und aus Beschreibungen sowohl, als auch aus einigen etwa schon vorhandenen Charten und Nachrichten, die Beschaffenheit des Landes, und die darinn aufstossenden Schwierigkeiten vorläufig kennen gelernt hat; sollten auch diese Bestimmungen nur obenhin und ohne große Genauigkeit angegeben seyn, so wird sie dennoch ein Feldmesser sehr benutzen können.

Es wird also rathsam seyn, ehe an die Vermessung geschritten wird, ein Circularschreiben an alle merkwürdigen Orter ergehen zu lassen, mit dem Auftrage, nicht nur, die etwa schon vorhandenen Charten einzelner Bezirke, der Vermessungs-Direction einzuliefern, sondern auch die wahren Namen der in jedem Gerichte liegenden Dörfer, Flecken u. s. w. ingleichen die beyläufigen Entfernungen eines Ortes von einem

S f 2

einem andern (im Falle keine Charten vorhanden wären), die Lagen und Gestalten der Kirchtürme, und anderer weit in die Ferne sichtbaren Gegenstände anzugeben.

Da besonders Kirchtürme sehr gute Merkmale zur Erkennung der Dörfer an angemessenen Standpunkten abgeben, so kann man in Rücksicht derselben allerley Fragen sich beantworten lassen. Z. E. Ob in diesem oder jenem Orte der Kirchturm eckigt oder rund sey, wie die Kuppel beschaffen, ob sie mit Schindeln, Ziegeln, oder wie sonst gedeckt sey, was der Thurm für einen Knopf habe, ob der Thurm vor oder hinter der Kirche, oder ihr zur Seite stehe, und nach welcher Weltgegend in Rücksicht auf die Kirche, wie auch, ob er viel oder wenig über das Kirchendach hervorrage, ob die Kirche auf einem Hügel oder einem ebenen Boden stehe, frey liege, oder mit Häusern umgeben sey, oder was sonst noch für Gegenstände nahe an der Kirche, und überhaupt in oder nahe auffer dem Orte liegen, welche sich in der Ferne gut bemerken lassen? u. dgl.

Hat man nun solche Beschreibungen, auch allenfalls Abbildungen dazu, dabey ein gutes Fernrohr oder Telescop, und einige Gehülffen, die mit der Gegend, wo man misst, aufs genaueste bekannt sind, so wird es gewiß nicht zu
ber

Befürchten seyn, an einem gewissen Standpunkte Dertter mit einander zu verwechseln, wie es in Ermangelung solcher Hülfsmittel bey der oft so grossen Menge von Gegenständen gewiß schon oft geschehen seyn mag, wie die elenden Char- ten, die man häufig antrifft, einen zureichenden Beweis geben.

Ausserdem muß man sich auch besonders um andere weit in die Ferne sichtbaren Gegenstände bekümmern, und daraus beurtheilen, wo sich die schicklichsten Stationen zur Vermessung der Landschaft nehmen lassen. Ueberhaupt ehe man das Messungsgeschäfte anfängt, muß das Land mit Zuziehung nöthiger Gehülfen vorher hin- länglich recognoscirt worden seyn.

Mehreres von den Vorbereitungen und Kenntnissen, die zur Aufnahme eines ganzen Landes erfordert werden, findet man auch in dem deutschen Staatsgeographus, den die ehemalige cosmographische Gesellschaft in Nürnberg herausgegeben hat.

II. Nothwendigkeit der unmittelbaren Mes- sung einiger sehr großer Linien.

§. 354. Da sich die Lage der vorzüglichsten Dertter eines Landes nicht auf eine bequeme Art anders entwerfen läßt, als daß man sich durch diese

diese Dertter Reihen von lauter zusammenhängenden Dreyecken gedenkt, und diese, nach (§. 239.), aus angenommenen Standlinien festlegt, so muß man nothwendig gewisse Linien unmittelbar messen, nicht nur die angenommenen Standlinien daraus zu bestimmen, im Falle sich solche nicht unmittelbar messen ließen, sondern auch sichere und von einander unabhängige Linien zu erhalten, durch Hülfe deren man mehrere Reihen solcher Dreyecke zuverlässiger an einander Knüpfen, und über die Richtigkeit der ganzen Arbeit eine desto sicherere Prüfung anstellen kann.

Eigentlich könnte man wohl, ohne irgend eine Linie unmittelbar zu messen, die Lage mehrerer Dertter gegeneinander nach dem Verfahren des 239sten Ges bestimmen. Es hängt nemlich die Lage mehrerer Punkte gegeneinander bloß von den Winkeln ab, die diese Punkte an beyden Enden einer Standlinie machen. Die Standlinie selbst brauchte in keinem gewissen Maaße bekannt zu seyn. Man könnte sie zur Einheit annehmen, und die Seiten der Dreyecke, in so ferne sie zum Auftragen erforderlich wären, nach dieser Einheit trigonometrisch berechnen. Weil man aber zu der Absicht, zu der man Charten im gemeinen Leben braucht, auch die Entfernungen der Dertter in einem gewissen bestimmten Maaße verlangt, so macht auch dieser Umstand die

die unmittelbare Messung einer oder mehrerer Linien nothwendig, welche ich denn, um sie von den Standlinien zu unterscheiden, Grundlinien nennen will.

Eine solche Grundlinie muß immer einen gewissen Zusammenhang mit einigen Dörfern, die mit auf die Charte kommen sollen, haben. Man könnte aus einer solchen Grundlinie, im Falle sie sich durch eine gute und freye Aussicht empfehle, selbst eine Standlinie machen, und aus ihr Objecte einer Landschaft bestimmen, oder wenn dieses nicht angieng, so liesse sich doch aus einer solchen Grundlinie eine schickliche Standlinie, in einem gewissen bestimmten Maße, durch trigonometrische Rechnung herleiten (S. 185.).

Sollen die Bestimmungen, die man aus einer unmittelbar gemessenen Grundlinie ableiten will, sich über die Charte eines ganzen Landes, oder eines beträchtlichen Stückes desselben erstrecken, so wird man eine ziemlich große Grundlinie annehmen müssen, wenn die Folgerungen aus ihr die erforderliche Genauigkeit haben sollen, auch wird sie mit der möglichsten Sorgfalt gemessen werden müssen.

Wenn es angehet, so wählet man sie in einer freyen und offenen Gegend, und
nimmt

nimmt sie wenigstens 5: bis 6 tausend Ruthen lang.

Da es ausserdem darauf ankömmt, sie auch recht genau abzustecken, so muß man in der Ferné ein kenntliches Object, z. B. auf einem Berge, oder sonst an einem erhabenen Orte haben, dessen man sich bey dem Abstecken und Messen zu einem beständigen Richtpunkte bedient.

Was nun die Messung selbst betrifft, so kann man dasjenige darüber nachsehen, was ich bereits im ersten Theile dieses Buchs davon gesagt habe. Man bediene sich dazu recht ausgetrockneter Stäbe von Tannen: oder Fichtenholz, die wenigstens 10 bis 12 Schuhe lang sind, und lasse der Bequemlichkeit halber, die man bey der Messung einer so langen Linie, als bey gegenwärtigem Geschäfte erfordert wird, auf alle mögliche Art sich verschaffen muß, in die abgesteckte Richtung etwa 4 Schuh hohe Pfähle in die Erde einschlagen, und wägerechte Latten an sie befestigen, auf denen man mit den Meßstangen hermisset, wie (S. 39. XV.).

Es ist höchst wichtig, daß man jedesmahl anzeichne, wenn eine Meßstange gelegt wird. Die Meßstangen müssen ihre Farbe, eine rothe, eine weisse, eine schwarze, eine blaue haben. Werden nun die Rubriken im Manuale nach diesen

sen Farben eingerichtet, so kann man niemals ungewiß seyn, ob eine gelegte Meßstange eingeschrieben ist. Diese Vorsicht empfiehlt Bugge (Ausmessungsmethode, welche bey den Dänischen geographischen Charten angewandt worden, nach der Uebersetzung aus dem Dänischen von Hrn. Major Aker. Dresden, 1791.) S. 55.

Die Meßstäbe auf Schemmel oder Küstböcke, wie (S. 34. VI.), zu legen, hat bey Messung sehr langer Linien, und besonders auf einem etwas unebenen Boden, einige Beschwerlichkeit, auch ist der Gebrauch der Meßkette hiebey mit Unbequemlichkeiten verbunden, so wie sie denn bey dem gegenwärtigen Geschäfte auch nicht die nöthige Genauigkeit verschaffet.

Zur Prüfung mißt man die Grundlinien wenigstens zweymal, und nimmt aus den etwa gefundenen kleinen Unterschieden ein arithmetisches Mittel.

Finden sich bey der Messung Hindernisse, oder Stücke der Grundlinie, die sich nicht unmittelbar messen lassen, so muß man solche nach den Aufgaben des (S. 184. re.) aus andern kleinern Standlinien, an denen man die Winkel mit dem Astrolabio mißt, trigonometrisch herleiten. An den Enden der gemessenen Grundlinien wer-

den

den endlich kanneliche Merkmale, z. E. hohe Pfähle oder Pyramiden, aufgerichtet.

III. Netze von Dreyecken.

§. 355. 1. Nachdem eine zulänglich große Grundlinie gemessen worden, so schreitet man zu der Bestimmung eines Systems von sehr großen Dreyecken, welches man an die gemessene Grundlinie knüpft, d. h. man bildet sich durch mehrere weit von einander entlegene Dertex zusammenhängende Dreyecke ein, davon wenigstens eines mit der Grundlinie in Verbindung stehen muß, und misst so viel Winkel, als nöthig sind, die Winkelpunkte dieser Dreyecke in ihrer richtigen Lage gegen einander berechnen und verzeichnen zu können.

2. Man wähle zu dem Ende in einem Lande, das man ausmessen will, große Anhöhen, auf denen man Signale absteckt (m. s. unten (§. 359)), Kirchtürme und andere Punkte, von denen man weit umhersehen kann, und bestimme ihre Lage gegen einander. Diese Dertex dienen alsdann zu Standpunkten, und ihre Entfernungen von einander geben Standlinien, aus denen man nach dem Verfahren des 239sten §es im Stande seyn wird, alle Dertex, nach denen man hinvisiren kann, festzulegen.

3. Die LXXVIIste Figur wird zu mehrerer Erläuterung dienen.

Daselbst stellen A, B, C, D, E u. s. w. sehr weit von einander entlegene Gegenstände vor. — Diese bilden zusammenhängende Dreiecke ABC, ACD, EAD, CBG, BGZ u. s. w. und geben gleichsam ein Netz, das man sich durch ein ganzes Land fortgeführt gedenken kann, und wo jede Seite, wie AB, BC u. s. w., eine Standlinie abgiebt, aus der man umliegende Orter festlegen kann.

4. Um die Lage dieser Hauptstandspunkte A, B, C, D u. s. w. gegen einander zu bestimmen, so muß man von jedem wenigstens nach zwey andern hinsehen können, welches sich denn durch Hülfe einer vorläufigen Kenntniß der Gegend immer schon so wird haben annehmen lassen.

5. FP sey eine unmittelbar gemessene Grundlinie. — Aus dieser bestimme man also eine, oder, wenn es angehet, mehrere von den erwähnten Hauptlinien. Z. E. hier würde AD die bequemste Lage gegen FP haben, und man fände AD durch Hülfe der an der Grundlinie FP gemessenen Winkel AFP, FPA, FPD, PFD nach (S. 183. III. Aufl.) trigonometrisch.

6. Zum

6. Zum Ueberflusß kann man auch bey A oder D ein paar andere Winkel in dem Vierecke $A F P D$, z. E. $F A P$, $F D P$, messen, und sehen, ob sie mit denen an der Standlinie gemessenen $180^\circ - A F P - F P A$, und $180^\circ - P F D - F P D$ vollkommen übereinstimmen, welches denn, ehe man die trigonometrische Berechnung von $A D$ vornimmt, eine Probe von der Richtigkeit der an der Grundlinie gemessenen Winkel seyn kann. Findet sich ein kleiner Unterschied, so kann man ihn allenfalls gehörigermaßen in die Winkel vertheilen.

7. Nachdem $A D$ mit der möglichsten Genauigkeit gefunden worden, so kann man mit ihr eine zweyte Standlinie $A C$ verknüpfen, und sie aus der bekannten $A D$, und den gemessenen Winkeln $C A D$, $A D C$ berechnen, so wie sich denn daraus auch $D C$ finden ließe; Und so kann man immer von einem Dreyeck $A C D$ zum nächst daran hängenden $C A B$, $A D E$, $A E V$ u. s. w. fortgehen, woben aber das allemal eine der wesentlichsten Vorschriften bleibt, in einem jeden Dreyecke $A B C$, $C A D$ u. s. w. wenigstens alle drey Winkel unmittelbar zu messen, damit man eine sichere Probe von der Richtigkeit der Messungen habe, und aus der Summe der gemessenen Winkel mit 180° verglichen, allenfalls eine Correction derselben vornehmen könne, ehe man daraus die Seiten der Dreyecke berechnet.

8. Man

8. Man kann nemlich, wenn der Unterschied klein ist, $\frac{1}{3}$ desselben zu einem jeden Winkel addiren oder davon abziehen, je nachdem sich die Summe der drey Winkel kleiner oder größer, als 180° fand.

9. Zu noch mehrerer Richtigkeit der ganzen Arbeit kann man auch, wenn es angehet, unterweilen eine Standlinie auf eine doppelte Art bestimmen, z. E. BC einmal aus dem Dreyecke ABC, und so auch aus dem Dreyecke BCG, wo denn die Vergleichung zwischen beyden Resultaten die erforderliche Probe geben wird.

10. Hat man nun durch solche zureichend entfernte Punkte einer Landschaft ein System von Standlinien fest gelegt (3. 4.), und dadurch das ganze Land in die möglichst größten Dreyecke gleichsam zertheilt (deren Winkelpunkte denn selbst Dertter seyn können, die mit auf die Charte kommen sollen, wiewohl dieses nicht immer erforderlich ist), so kann man aus einer jeden Standlinie, wie z. E. AB oder GH, alle sichtbaren umliegenden Dertter a, b, c; t, r u. s. w. durch Hülfe der Dreyecke ABa, ABc, ABb, GHr, GHt u. s. w. festlegen, und solchergestalt an jede Linie AB, CH etc. etc. andere Reihen von Dreyecken knüpfen, deren Seiten, wie z. E. Aa, in dem Dreyecke ABa, wieder zu neuen Standlinien dienen können, an die man noch
 fleiz

Kleinere Dreiecke, $Aa\alpha$, $Aa\beta$ knüpfen, und dadurch vielleicht Derter bestimmen kann, die entweder gegen die gar zu große Standlinie AB zu unbequem lagen, oder gar nicht aus einem Standpunkte, z. E. B hätten gesehen werden können u. dgl.

11. Wenn man auf diese Art eine ganze Provinz erslich in lauter grosse zusammenhängende Dreiecke zerlegt, und von diesen immer zu kleinern Systemen von Dreiecken fortgehet, so hat die ganze Messung einen sichern Gang, nicht nur das Anhäufen der unvermeidlichen Fehler so viel als möglich zu vermindern, sondern auch unzähligen Verwirrungen zu begegnen, die sonst wegen der oft so grossen Menge von Gegenständen ganz gewiß zu besorgen wären.

12. Aus einer einzigen gemessenen Grundlinie EP , lassen sich zwar alle Hauptstandlinien AB , BC , GC u. u. und daraus ferner die mittleren, wie Aa , Bb u. u. und selbst endlich die kleinsten $A\alpha$, $a\beta$ u. u. vermittelst des Zusammenhanges aller Dreieckensysteme trigonometrisch finden, und durch das ganze Land bestimmen. Ich wollte indessen doch rathen, wenn sich eine vortheilhafte Gelegenheit zeigt, eine neue Grundlinie, z. E. LH zu messen, solche nicht vorbegehen zu lassen, denn sie dienet sowohl zur Berichtigung der ganzen Arbeit,

beit, als auch oft zu andern Bequemlichkeiten, wie die Ausübung von selbstem lehren wird.

13. Zur Berichtigung der Arbeit kann sie dienen, wenn man z. E. GH aus LH bestimmet, und sie mit GH in so ferne sie sich durch den Zusammenhang der vorhergehenden Dreyecke ergeben hätte, vergliche. Treffen beyde Resultate zusammen, so kann man mit Wahrscheinlichkeit behaupten, daß auch alle vorhergehenden auf FP, sich gründenden Standlinien AB, BC, CG &c. &c. ihre Richtigkeit haben müssen.

14. Uebrigens habe ich noch zu erinnern, daß man nur in den größten Dreyecken alle drey Winkel unmittelbar zu messen braucht. In kleinern, wie ABa &c. &c. Aaß &c. &c. wird es selten erforderlich seyn, mehr als blos die beyden an jedem Standpunkte zu messen, indem die unvermeidlichen Fehler in den kleinern Dreyecken schon nicht mehr so große Folgen nach sich ziehen.

15. Daß man endlich wenigstens die größten Dreyecke so wählen müsse, daß nicht sehr spitze oder stumpfe Winkel in ihnen vorkommen, wird aus (Kap. XVII.) zulänglich erhellen. Am besten ist es, wenn sich die Hauptstandpunkte so nehmen lassen, daß die Dreyecke ABC, ACD &c. &c. so viel als möglich gleichseitig ausfallen.

16. Auch

16. Auch wähle man sie so, daß ihre Distanzen wo möglich einige Meilen betragen. Je entfernter man sie von einander nehmen kann, desto vortheilhafter ist es. Man wird sich aber leicht vorstellen, daß sehr klare Luft dazu erfordert wird, Signale und Objecte in so großen Abständen deutlich zu sehen. Wenn daher die Luft nicht ganz heiter ist, setze man die Beobachtungen lieber aus, als daß man sich' durch unsicheres Visiren in unvermeidliche Fehlor verwickle. Einige rathen daher, in dem Tagbuche auch die Klarheit der Objecte, nach denen man visirt, zu bemerken, weil, wenn einige Verbesserungen in den Winkeln nach (8) vorzunehmen wären, man solche mehr auf diejenigen Winkel, welche bey nicht ganz heiterer Luft aufgenommen worden sind, vertheilen kann, als auf diejenigen, bey deren Beobachtung die Luft klar war. Uebrigens ist es auch vortheilhaft, die Beobachtungen unter einem besonders dazu eingerichteten Zelte anzustellen, damit das Werkzeug vor Regenschauern und Sonnenstrahlen geschützt sey. Dies Zelt braucht blos in einem Obdache zu bestehen, dem man am bequemsten die Form eines Satteldaches giebt, welches man zusammenlegen, beim Gebrauch aber blos auf 4 Pfählen ruhen lassen kann, damit es nach keiner Seite dem Visiren hinderlich falle.

17. Es ist sehr vortheilhaft, wenn man das Aufnehmen der Triangel, welche das Haupt

Hauptnetz bilden, nach einer gewissen Ordnung vorzunehm, und nun auch in dieser Ordnung mit den kleinern Dreiecken-Systemen nachfolgt. Die erste Reihe von Triangeln, die von der Grundlinie anfängt, könnte z. E. nach Norden zu genommen werden. Hätte man die nördliche Gränze des Landes erreicht, so könnte man wieder eine Triangelreihe gegen Süden nehmen, und so mit den Triangelreihen wechselsweise fortfahren, bis das Land nach seiner ganzen Länge und Breite vermessen ist. Es versteht sich, daß die zweite Triangelreihe sich durch Objecte, welche auch in der ersten vorkommen, anschließen muß. Durch je mehrere gemeinschaftliche Objecte eine dergleichen Verbindung zweier Triangelreihen geschehen kann, desto vortheilhafter ist es. Auch kann es nicht schaden, und ist zur Berichtigung der Arbeit sehr zu rathen, jede Triangelreihe für sich allein auf eine besonders gemessene Grundlinie zu gründen. Wenn alsdann die Entfernungen der Verbindungsobjecte sich aus einer gewissen Reihe von Triangeln eben so ergeben, wie aus der zunächst daran gränzenden, oder doch die Unterschiede nur den unvermeidlichen Fehlern zuzuschreiben sind, so kann man daraus ein Urtheil von der Genauigkeit der einzeln Triangelreihen fällen, und die Verbesserungen so bewerkstelligen, daß diese Triangelreihen gut aneinander passen.

Mayer's pr. Geometr. III, Th. 69 18. Wenn

18. Wenn ein zu vermessendes Land sehr groß ist, so nimmt man die Arbeit nach einzeln Distrikten vor, durch welche man denn solche Triangelreihen führt. Jeder Distrikt kann für sich durch beordnete Feldmesser aufgenommen werden, und die einzeln Aufnahmen müssen alsdann durch schickliche Verbindungsobjecte zusammengehängt werden.

19. Die bisher gelehrte Methode, ein Land aufzunehmen, heißt die *Triangularmethode*. Sie ist ohnstreitig die bequemste und richtigste im Allgemeinen, und kann sowohl auf ebenen, als gebürgigten Lande ausgeführt werden. Indessen sind doch einige Geographen von dieser Methode abgegangen, und haben sich statt ihrer der sogenannten *Parallelmethode* bedient. Hieher gehört die Vermessungsart, welche Hr. Justizrath Bugge bey den *Dänischen geographischen Charten* angewandt, und in dem oben (S. 354.) angeführten Werke beschrieben hat.

20. Diese *Parallelmethode* besteht darinn, daß man durch eine ganze Provinz parallele Linien in gewissen Abständen von einander absteckt, solche mit der Kette (oder noch besser mit Maasstäben) ganz durchaus mißt, und nunmehr aus Standpunkten, die man in diesen abgesteckten Linien annimmt, mittelst

des

des Nestisches durch Intersektionen die visirten Objecte festlegt. Hr. Bugge nimmt die Abstände dieser Parallelen ohngefähr 10000 Ellen groß, damit nach einem verjüngten Maaßstabe, auf welchem 1000 Ellen einen dänischen Decimalkoll betragen, alle Gegenstände, die zwischen zwey solchen Parallelen aus den angenommenen Standpunkten entworfen werden, noch auf den Raum des Nestisches fallen. Auf diese Art wurde die Insel Seeland, welche von Osten nach Westen ohngefähr 150000 Ellen breit ist, in 15 Parallelstreifen, durch abgesteckte Linien, von Süden nach Norden abgetheilt, und mehrere andere Linien wurden senkrecht queer durchgeführt, um den richtigen Abstand der Parallelen zu bestimmen. Alle diese Linien wurden mit der Kette gemessen, und dann Stückweise zur Entwerfung der Objecte vermittelst des Nestisches angewandt.

21. Ich will dieser Parallelmethode ihre Anwendbarkeit zwar nicht absprechen, weil sie von Hrn. Bugge, als einem geschickten Geographen, selbst ausgeführt worden ist. Allein ich sehe nicht ein, daß sie vor der allgemeinen Triangularmethode große Vorzüge haben sollte. Die Einwürfe, welche Hr. Bugge gegen die letztere Methode in der erwähnten Schrift gemacht hat, können nur gelten, wenn man zur Triangularmethode sich bloß des Nestisches be-

dienen, oder auch, wenn man in den Dreyecken die Winkel wirklich gemessen hätte, sie nur vermittelst des Transporteurs auftragen wollte. Da nun wohl Niemand bey der Ausmessung einer ganzen Provinz so verfahren wird, so kann ich Hrn. B. Einwürfe nur gegen das stümperhafte Verfahren gemeiner Ingenieurs gelten lassen, die nicht wissen, wie man ein Netz berechnen und auftragen muß. Ich für meinen Theil bin überzeugt, daß die Triangularmethode, so angewandt, wie es von Cassini, Liesganig und andern, welche ganze Provinzen gemessen haben, geschehen ist, alle mögliche Genauigkeit gewährt, und dabey die bequemste ist, die bey einer solchen Arbeit gebraucht werden kann. Bedenkt man dagegen, was bey der Parallelmethode das Abstecken und Messen der vielen Parallelen für eine ungeheure Arbeit ist, was für unendliche Sorgfalt erfordert wird, wenn man solche Linien durch ein ganzes Land, über Berg und Thal, durch Wälder und Sümpfe führen muß, und was bey diesem Abstecken und Messen für mancherley Hindernisse sich darbieten müssen, wie oft man einzelne Stücke solcher Parallelen, wenn sie nicht unmittelbar gemessen werden können, doch wieder aus andern Standlinien bestimmen muß, und was überhaupt hiebey für Fehler vorkommen können, derjenigen gar nicht zu gedenken, die nachher noch bey den einzeln Auf:

Aufnahmen vermittelst des Meßtisches, bey dem Zusammensügen der einzelnen Blätter zu einer ganzen Charte, und noch aus mehreren Gründen zu befürchten sind, so wird man der Parallelmethode wohl schwerlich einen Vorzug vor der Triangularmethode zugestehen können. Ja Hr. Bugge hat es selbst eingesehen, daß man zur Berichtigung und Prüfung der gefertigten Charte endlich doch auch noch die Triangelmethode zu Hülfe nehmen müsse, wie man aus dem zweyten Abschnitte seines Buches ersehen kann. Wenn man aber die dem Buche beygefügte Charte von Seeland, mit den zur Berichtigung der Messung darauf befindlichen großen Triangelreihen ansieht, so wird man finden, daß diese ben nahe ein Netz über die ganze Insel bilden. Wäre es also (wie auch der Uebersetzer von Hrn. B. Schrift sehr wohl erinnert) nicht besser gewesen, lieber gleich zu Anfange der Messung ein Skelet zur Charte von Seeland aus großen Dreyecken zusammenzusetzen, dieses Netz nach richtigen trigonometrischen Operationen zu entwerfen, und hierauf erst aus demselben die Standpunkte zu kleinern Dreyeckensystemen, so wie zum weitern Detail der Messung zu nehmen — als nach Hrn. B's Verfahren erst die einzeln Entwürfe vermittelst des Meßtisches zu fertigen, und sie nachher in ein dazu entworfenes trigonometrisches Netz hinein zu zwingen? Ist es nicht in alle Wege besser, mit einem großen

großen trigonometrischen Netze anzufangen, aus diesem die Standpunkte zu den einzeln Entwürfen zu nehmen und so mit dem Detail zu endigen, als vielmehr die Sache umzukehren? Mich dünkt, diese Gründe sind hinlänglich, eine richtig ausgeübte Triangularmethode gegen die Einwürfe des Hrn. B. vollkommen zu rechtfertigen, und worin diese richtige Ausübung bestehe, das wird nicht nur aus dem bereits beygebrachtten, sondern noch mehr aus dem folgenden erhellen. Hrn. B's. Einwürfe treffen (wie auch der Zusammenhang S. 21. ergiebt) nur eine Triangularmethode, wobey man alles mit dem Nektische leisten will, und dieß ist denn freylich Pfuscheren.

Bemerkungen über die in den Dreyecken gemessenen Winkel, in so ferne die Krümmung der Erde auf sie Einfluß hat.

§. 356. Drey Derter, wie A, B, C, auf der gekrümmten Oberfläche der Erde, muß man eigentlich als die Winkelpunkte eines sphärischen Dreyecks ABC, und die Entfernungen AB, BC, AC, als Bogen größter Kreise ansehen.

Wisset man also, wie es bekanntlich geschehen muß, an den Stationen A, B, C die

Ho:

Horizontalwinkel BAC , ABC , ACB , oder die Neigungswinkel der durch diese Verter eingebildeten Verticalebenen, so hat man in der That die drey Winkel eines sphärischen Dreyecks gemessen, und die Summe derselben muß nach den Gründen der Geometrie immer mehr, als 180° , der Summe aller drey Winkel eines geradlinigten Dreyecks, betragen.

Der Unterschied $A + B + C - 180^\circ$ wird indessen desto geringer seyn, je weniger Krümmung das sphärische Dreyeck ABC hat.

Nach Gründen der Geometrie, die ich hler nicht vortragen kann, läßt sich beweisen, daß der Unterschied $A + B + C - 180^\circ$ in Sekunden herauskomme, wenn man den Inhalt des sphärischen Dreyecks ABC , durch geographische Quadratmeilen ausgedrückt, mit der Zahl 0,279 multiplicirt. Man sehe Hrn. Hofr. Kästners geometrische Abhandlungen. Zweyte Samml. 31. Abhandl. No. 35. Seite 439. (Göttingen, 1791.)

Gesetzt also, es wäre z. B. $AC = 16$ geogr. Meilen, das Perpendikel von B auf $AC = 10$ M. Nehme ich an, daß solches nicht aufferhalb des Dreyecks ABC falle, oder wenigstens nicht weit aufferhalb desselben, so läßt sich unter den angenommenen Datis die
Fläche

Fläche des sphärischen Dreiecks beynahē wie die eines geradlinigten berechnen, indem es nur wenig Krümmung hat; Man findet sie = 80 geogr. Quadr. Meilen. Dieß mit 0,279 mult. giebt

$$A + B + C - 180^\circ = 22'', 32$$

Woraus also leicht erhellet, wie groß das Dreieck ABC seyn, und wie genaue Werkzeuge zum Winkelmessen man haben müßte, wenn der erwähnte Unterschied bemerkbar seyn sollte.

Man kann also immer, wenigstens so weit, als sich an drey Orten auf der Erdofläche Winkel beobachten lassen, (die Krümmung der Erde verhindert es schon, daß man zu dieser Absicht die Stationen nicht gar zu weit von einander nehmen darf, wenn man von einer zur andern soll hinsehen können) annehmen, daß, wenn die Summe der beobachteten Winkel, z. E. um ein paar Minuten von 180° abweicht, dieser Unterschied nicht der Krümmung der Erde, sondern Fehlern in deren Messung zuzuschreiben ist.

In so ferne habe ich die bisherige Betrachtung beizufügen für nöthig erachtet.

Wie die Winkel an jeder Station gemessen und ins Manual eingetragen werden?

§. 357. 1. Das Manual muß in Rücksicht der unterschiedenen Systeme von Dreyecken unterschiedene Hauptabtheilungen, und jede davon wieder einzelne Rubriken haben.

2. Die erste Hauptabtheilung enthalte blos die Winkel in Beziehung auf diejenigen Dreyecke, welche die Hauptstandpunkte und Linien mit einander verknüpfen, wie ABC, ACD, ADE.

3. Da werden nun die in jedem Dreyecke gemessenen Winkel auf folgende Art in das Manual eingetragen.

4. Z. E. für das Dreyeck ABC.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
Namen der Orter.	Beobachtete Winkel.	1ste Verbes- serung der Winkel.	Summe.	2te Verbes- serung der Winkel.	Lage.	Re- mar- quen.
A; ; B; ; C; ;	BAC=70°.0'.40'' ABC=63.59.20 ACB=46.2.20	70°.1'.13'' 63.58.50 46.2.0	A+B+C= 180.2.3	70°.0'.32'' 63.58.9 46.1.19	B linker Stand AC etc. etc.	

5. Die Bedeutung der ersten Rubrik ist klar.

6. In der zweyten Rubrik stehen die unmittelbar beobachteten Winkel an jedem Standpunkte. Weil man aber sehr oft diese Winkel nicht am Mittelpunkte der Station beobachtet haben kann, so erfordern solche eine Verbesserung, davon man aber erst die nähern Gründe im folgenden §. ersehen wird. Hat man diese Verbesserung vorgenommen, so bekommt man in der Rubrik III. die zum erstenmale verbesserten Winkel.

7. Da die Summe dieser Winkel wegen der unvermeidlichen Fehler in den Messungen etwas mehr oder weniger als 180° betragen kann, so wird in der IVten Rubrik die Summe der in Rubr. III. gefundenen Winkel angegeben. Den Unterschied von 180° der hier $= 2'. 3''$ gefunden worden, vertheile man in die Winkel der IIIten Rubrik, indem man hier wegen $A + B + C > 180^\circ$ von jedem Winkel $\frac{1}{3}$ des erwähnten Unterschiedes, also $41''$ abziehet, so erhält man die zum zweitemale verbesserten Winkel in Rubr. V. und diese sind es demnach, welche man zur Berechnung der Seiten des Dreyecks ABC braucht (§. 355.).

Zweckmäßiger ist es vielleicht noch, jenen Unterschied von $2'. 3''$ oder $163''$ nicht unter alle

alle drey Winkel gleich zu vertheilen, sondern dem größern Winkel eine größere Correction zukommen zu lassen, als dem kleinern, oder z. E. für die Correction x des Winkels A zu schließen

$$A + B + C : A = 163'' : x$$

u. s. w., woben es hinlänglich seyn mag, statt $A + B + C$ nur 180° , und statt A in jener Proportion nur den Werth von A in Graden (also z. B. 70°) zu setzen.

In jenem Unterschiede von $2'.3''$ sind auch schon die Abweichungen mit enthalten, welche daher rühren, daß die an den Standpunkten gemessenen Winkel, eigentlich Winkel sphärischer Dreyecke sind (S. 356.). Aber auch diese Abweichungen mögen nach Legendre u. a. sogleich mit auf die angeführte Art unter die einzeln Winkel vertheilt werden.

8. In Rubr. VI. giebt man an, wie des an dem Dreyecke ADC hängenden Dreyecks ABC Winkelspunkt B , welcher der gemeinschaftlichen Seite AC beyder Dreyecke gegenüber liegt, in Rücksicht dieser gemeinschaftlichen Seite liege. — Die Bezeichnung, *B linker Hand AC*, bedeutet so viel, daß, wenn man von A nach C visiren würde, B linker Hand dieser Ziel-linie liege. Diese Bemerkung dienet,

um

um sich nachher im Austragen des Dreyecks nicht zu irren.

9. Man könnte auch in dieser Rücksicht, wie es Condamine (Mesure des trois premiers degrés du Meridien dans l'hémisphère austral etc. a Paris 1731.) gemacht hat, in dem Manuale neben den Abmessungen eines jeden Dreyecks, das Dreyeck selbst, ohngefähr seinen Winkeln gemäß, nach dem Augenmaße hinzeichnen, und zugleich die Art, wie es an dem vorhergehenden hängen müßte, der Lage nach angeben.

10. In die VIIte Rubrik kommen endlich allerley Nebenumstände, die angemerkt zu werden verdienen; z. E. wenn A die Spitze eines hohen Berges bedeutete, so könnte man auf ihr die Barometerhöhe beobachtet haben, um daraus die Höhe des Berges zu finden (S. 197.), oder wenn B, C, ein paar Dörfer wären, an deren Namen man zweifelte, so könnte man solches anmerken, auch allensfalls beiläufig die Gestalt der Kirchtürme, wie sie in einem Fernrohre erschienen, in die Rubrik VII. hineinzeichnen, damit sich nachher die zweifelhaften Dörter desto sicherer berichtigen lassen u. dgl. mehr.

11. Die zwente, dritte u. s. Hauptabtheilung des Manuals wird völlig in Rubriken, nach der Anleitung des 239. Ses geordnet, und enthält die:

diejenigen Winkel, welche zur Bestimmung der Lage derörter in dem zweyten, dritten u. s. Systeme der Dreyecke erforderlich sind; oder die zweyte Hauptabtheilung enthält die Winkel, wie $B A a$, $B A c$, $A B a$, $A B c$ u. s. w., die man an einer Haupt-Standlinie $A B$ aus dem ersten Systeme der Dreyecke beobachtet hat; In die dritte Hauptabtheilung trägt man die Winkel wie $A a \beta$, $A a \alpha$, u. s. w. die an einer Standlinie $A a$, aus dem zweyten Systeme der Dreyecke beobachtet worden u. s. w. Was bey diesem Geschäfte hin und wieder sonst zu bemerken vorkommt, kann noch zu besondern Rubriken Anlaß geben.

12. In den Dreyecken der zweyten und dritten Gattung wird es selten erforderlich seyn, alle drey Winkel zu messen. Um sich aber beym Auftragen derselben nicht zu irren, so muß man alles, was im 239. S. davon gesagt worden, aufs genaueste beobachten.

13. Daß übrigens die Winkel an jeder Station horizontal gemessen werden müssen, versteht sich von selbst. Andere dahin gehörige Vorsichten habe ich im vorhergehenden Theile zulänglich erklärt.

14. Undienstlich wird es niemals seyn, Winkel, an denen besonders viel
ge

gelegen ist, zu wiederholtenmalen zu messen, so wie denn besonders in den Dreyecken des ersten Systems die Winkel nach meines Vaters Methode (S. 135.) ausgemessen werden können, wodurch auch mit einem nur mäßig großen Astrolabio oder Theodolithen dennoch alle mögliche Genauigkeit zu erhalten ist. Doch wenn dieses Verfahren bey so vielen Winkeln, als man bey Aufnahme einer Provinz zu messen hat, zu viel Zeit rauben sollte, so bediene man sich lieber eines Werkzeugs von hinlänglicher Größe, dessen Fehler man jedoch vorher mit aller Sorgfalt bestimmt haben muß.

Verbesserung der an jeder Station gemessenen Winkel, in so ferne man sie nicht genau am Mittelpunkte der Station beobachtet haben könnte.

S. 358. I. Dieser Fall eräugnet sich bey Vermessungen sehr häufig, wenn man z. B. aus den Fenstern eines Thurmes, davon das Viereck (Fig. LXXVII.) den horizontalen Durchschnitt vorstellet, einen Winkel BAC abnimmt, der eigentlich an der Mitte des Thurmes gemessen werden sollte, oder wenn sich sonst auf dem Felde ein Hinderniß fände, daß man den Winkelmesser nicht genau über den Punkt, aus welchen man den Winkel beobachten müßte, stellen kann.

Als:

Alsdann erfordern solche Winkel, wie BAC , eine kleine Verbesserung, weil man an den Stationen B oder C nachher nicht wieder nach A , sondern nach G , der Mitte des Thurmes, oder der erstern Station, zurückvisiret. Die Sache kömmt offenbar darauf an, aus dem beobachteten Winkel BAC , den wahren BGC zu finden, welches die Schriftsteller, die von Landesvermessungen handeln, das Centriren der Winkel nennen.

II. Weil hiebey vorausgesetzt wird, daß die Weite AG , in Vergleichung der Entfernungen AB , AC , nur klein ist, so kann man aus dem Winkel BAC , den das Werkzeug angiebt, den wahren BGC auf folgende Art finden.

III. Man gedenke sich durch G und A die gerade Linie GAE gezogen, so ist, wenn G zwischen die Verlängerungen der beyden Schenkel BA , CA fällt

$$BGA = BAE - GBA$$

$$CGA = CAE - GCA$$

mithin addirt

$$BGC = BAC - GBA - GCA$$

Fällt aber G innerhalb des Winkels, den AC mit der Verlängerung von BA macht, so zeigt ein kleines Nachdenken, daß

$$BGC = BAC + GBA - GCA$$

seyn müsse.

Fälle

Fällt G innerhalb des Winkels, den BA mit der Verlängerung von CA macht, so wird

$$BGC = BAC - GBA + GCA.$$

Fällt endlich G innerhalb des Winkels BAC, so ist

$$BGC = BAC + GBA + GCA,$$

welche Fälle sich durch besonders entworfenene Figuren leicht ergeben.

Das ganze Verfahren beruhet also darauf, die Winkel GBA, GCA zu bestimmen.

Diese finden sich so:

IV. Weil GA gegen BA und CA klein ist, so sind es auch die Winkel GBA, GCA, und es ist erlaubt, ihre Sinusse statt der Bogen, die sie messen, anzunehmen, und selbst ohne beträchtlichen Irrthum $GB = AB$, $GC = AC$ zu setzen. Dieß giebt demnach

$$GB (= AB) : \sin GAB = AG : \sin B$$

oder in Secunden

$$B = \frac{AG}{AB} \sin GAB \quad 206264''$$

Eben so

$$C = \frac{AG}{AC} \sin GAC \quad 206264''$$

Man muß also AG , und die Entfernungen AB , AC , nicht den Winkeln, den jeder Schenkel AB , AC mit der Richtung AG , oder AE macht, wissen.

Diese Richtungswinkel GAB , GAC kann man leicht messen, wenn sich von A nach G ohne Hinderniß visiren läßt.

Befände man sich auf einem Thurme, so wird man zwar selten von dem Fenster A nach der Mitte des Thurms genau visiren können, indessen wird man doch das Fernrohr an dem Winkelmesser so genau in die Richtung AG oder AE nach dem Augenmaasse stellen können, als bey dem gegenwärtigen Geschäfte, wo man höchstens die erwähnten Winkel nur innerhalb eines halben Grades zu wissen braucht, vonnöthen ist. Denn es läßt sich leicht zeigen, daß sich die kleinen Winkel B , C nicht merklich verändern, wenn man die Richtungswinkel um $\frac{1}{2}$ Grad größer oder kleiner nimmt.

Auch die Entfernungen BA , AC braucht man nur beyläufig zu wissen, bey weitem nicht einmal so genau, als man sie aus den an jeder Station gemessenen Winkeln, ohne noch die bisher betrachtete Verbesserung erwogen zu haben, durch Hülfe einer roh entworfenen Zeichnung

nung finden würde. — Man sehe hievon in der Folge (S. 360.) ein mehreres.

Die Weite GA muß aber, so genau es die Umstände verstaten, gemessen werden, wozu sich dem Geometer leicht die nöthigen Hülfsmittel darbieten.

Ob nun gleich nach den solchergestalt gegebenen Größen, die Berechnung der kleinen Winkel B, C , ohne Mühe durch Hülfse der Logarithmen geschehen kann, so muß man doch noch auf mehrere Abkürzung denken, weil bey jedem Winkel 4 Logarithmen vorkommen, die man in den Tafeln aufschlagen müßte, und dieses immer mit einigem Zeitverlust verknüpft ist.

Diese Abkürzung kann durch eine kleine Tabelle bewerkstelliget werden, die sich auf folgende Betrachtung gründet.

Man sehe in den Formeln für B oder C , die völlig einander ähnlich sind, das Verhältniß von AG zu einer der anliegenden Seiten BA , oder CA wie $1:1000$, und nenne den Richtungswinkel überhaupt $= \varphi$, so wird in diesem Falle der an BA , oder CA liegende kleine Winkel B , oder C , durch die Formel

$0,001 \cdot 206264 \cdot \sin \varphi = 206'' \cdot 2 \sin \varphi$
ausgedrückt, welche Größe ich $= m$ nennen will.

H h 2

Den

Den Werth von m berechne man nun nach der Ordnung für $\varphi = 10^\circ$, $\varphi = 20^\circ$ u. s. w., so ergiebt sich daraus nachstehende kleine Tabelle:

Für φ		ist m	Differenz.
180°	0°	0''	
170	10	36 —	36''
160	20	70 —	35
150	30	103 —	33
140	40	133 —	30
130	50	158 —	25
120	60	179 —	21
110	70	194 —	15
100	80	203 —	9
90	90	206 —	3

Bermittelt dieser Tabelle findet man den Werth von m für alle einzelne Grade durch Proportionaltheile. Z. E. für $\varphi = 48^\circ = 40^\circ + 8^\circ$ multiplicirt man die zwischen 40° und 50° fallende Differenz 25'' mit $\frac{8}{10}$, giebt 20'', als den Proportionaltheil, den man zu 133'' (als dem Werthe m für $\varphi = 40^\circ$) addirt, um den Werth $m = 153''$ für $\varphi = 48^\circ$ zu erhalten. Man sieht leicht, daß die Berechnung eines solchen Proportionaltheils in einem Augenblick geschehen ist.

Enthält φ auſſer den Graden auch noch Minuten, z. E. wäre $\varphi = 48^\circ.21'$, ſo nimmt man ſtatt dieſer Minuten Zehntel eines Grades, die ihnen am nächſten kommen, hier alſo ſtatt $21'$ ſchlechtlin $0,3^\circ$, ſo wird der Proportionaltheil $= \frac{8 \cdot 25''}{10} + \frac{0,3 \cdot 25''}{10} = 20'' + 0,7'' = 20'',7$, oder beynahe $21''$.

In den meiſten Fällen wird es kaum nöthig ſeyn, die Minuten in den gegebenen φ , auſſer den ganzen Graden, auch noch in die Rechnung mitzunehmen, weil der ihnen zugehörige Proportionaltheil ſelten $2''$ giebt.

Dieſer Tabelle kann man ſich nun mit Vortheil bedienen, die Werthe der kleinen Winkel B, C für andere Verhältniſſe $AG : AB$, oder $AG : AC$, als bey der Tabelle angenommen worden, zu berechnen.

Man ſuche nemlich für einen gegebenen Richtungswinkel CAB , oder φ , den Werth von m aus der Tabelle. Weil aber dieſes m nur für das Verhältniß $AG : AB = 0,001$ gilt, ſo ſchlieſe man nach der Regel de Tri für ein anderes Verhältniß

$$0,001 : \frac{AG}{AB} = m : x;$$

ſo

so wird x oder der an der Seite AB liegende Winkel $B = \frac{m \cdot AG}{0,001 \cdot AB}$

d. h. die Größe m aus der Tafel multiplicire man mit AG , und dividire das Produkt mit der Größe AB , nachdem man von ihr drey Decimalstellen abgeschnitten hat, welche man aber bey der Division immer ohne merklichen Irrthum weglassen kann, so hat man B , und so auf eine ähnliche Art auch C .

Wäre z. E. der Richtungswinkel BAG , oder dessen Ergänzung zu 180° , also BAE , $= 48^\circ \cdot 21'$, und das Verhältniß $AG:AB = 32 \text{ Schuh} : 46732 \text{ Sch.}$; so hätte man für $\varphi = 48^\circ \cdot 21'$ erstlich den Werth von $m = 154''$. Schneidet man nun von $AB = 46732$ die drey letzten Ziffern ab, so hat man die Zahl $46,732$, statt deren man 47 setzen kann, und so wird

$$B = \frac{154 \cdot 32}{47} = 105'' = 1' \cdot 45''.$$

Die Multiplication und Division ist hieben so geschwind geschehen, als man allenfalls einen Logarithmen in den Tafeln auffuchen und hinschreiben würde, weil die Größen AG , und $0,001 \cdot AB$, nach Weglassung der Decimalstellen bey letzterer, immer nur wenige Ziffern halten.

Hätte

Hätte man anstatt mit 47 zu dividiren, mit 46 dividirt, so würde B ohngefähr um 1" größer geworden seyn, welches zum Beweise dienet, daß man ohne beträchtlichen Irrthum die Decimalstellen in dem Werthe von 0,001. A B weglassen kann.

V. Hat man auf eine ähnliche Art aus dem Verhältniß $AG:AC$, und dem Richtungswinkel GAC oder $180^\circ - GAC$, auch den kleinen Winkel C gefunden, so werden nun nach Verhältniß der Lage des Punktes G (III) beyde Winkel B, C , zu dem gemessenen BAC als eine Verbesserung hinzu gethan, und so enthält man demnach die centrirten Winkel an jeder Station, welche in die Rubrik V. (S. 357.) zu stehen kommen.

VI. Viele Schriftsteller bedienen sich bey der bisherigen Untersuchung ebenfalls berechneter Tabellen, welche aber insgesamt weitläufiger sind, als es meines Erachtens erforderlich wäre, ohne daß deswegen die Rechnung um ein merkliches abgekürzt würde. Man sehe, was *Liesgani* (*dimensio graduum Mer. Viennens. et Hungarici*. Wien 1770.) und *Hr. von Osterwald* in einer Abhandlung vom geographischen Landmessen (*Abhandl. der Bayerischen Acad. der Wissenschaften I. B.*) von der bisherigen Verbesserung der
Win:

Winkel gesagt haben. So nimmte z. B. Hrn. Osterwalds Tafel 15 Quartseiten ein, und dennoch muß man sich oft der Proportionaltheile bedienen.

Liesganig und Bouguer (Fig. de la Terre) bedienen sich zum Centriren der Winkel nicht der Richtungswinkel, sondern der Perpendikel, welche von G auf die verlängerten Seiten BA, CA fallen. Wäre z. E. das Perpendikel von G auf BA = p, so hätte man

$\sin B = \frac{p}{GB}$, wofür man ohne merklichen Fehler

setzt $\frac{p}{AB}$, und wegen der geringen Größe des

Winkels B setzen kann $B = \frac{p}{AB} \cdot 206264$ Sec

cunden. Ich denke aber, diese Perpendikel in jedem Falle mit der erforderlichen Schärfe zu messen, verursacht mehreren Zeitverlust, als vielmehr statt ihrer die Richtungswinkel zu bestimmen. Oft geht auch dieses Ziehen und Messen der Perpendikel gar nicht einmal an. — Uebrigens findet man über das Centriren der Winkel auch einen Aufsatz in Hrn. Hofrath Kästners astronomischen Abhandlungen (II. Sammlung S. 124. u. f.).

VII. Ich muß nun zu mehrerer Ergänzung des bisherigen, in Rücksicht auf die Ausübung noch folgendes beibringen.

Gesezt, das Viereck (Fig. LXXVIII.) stelle den Umfange eines Thurmes vor, aus dessen Fenstern M, N man die Winkel der Objecte A, B, C u. s. w. aufnehme. K sey die Mitte des Thurmes.

Damit man nun erstlich den Winkelmesser nahe genug ans Fenster bringen könne, so bediene man sich des Stativs, welches ich oben (S. 344. II. 2c. 2c.) (und Fig. LXXI.) beschrieben habe, und stelle solches mit dem daran befindlichen Werkzeuge auf das Gesimse des Fensters, und dabey sey die Ebene des Winkelmessers horizontal.

Weil nun das im ersten Theile dieses Buchs beschriebene Werkzeug (S. 99.) die Abtheilungen auf dem Rande von der linken Hand gegen die rechte zählt, so richte man das Fernrohr anfänglich nach D (Fig. LXXVIII.), dem äussersten Objecte, welches man zur Rechten noch aus dem Fenster M sehen kann.

Bei dieser Richtung des Fernrohrs stehe der Index auf dem Rande zugleich auf 0.

Hier:

Hierauf schreibe man nach der Ordnung die Grade $2c. 2c.$ auf, welche der Index bey den Richtungen des Fernrohrs nach C, B, A $2c. 2c.$ weist, so hat man die Winkel DMC , DMB , DMA $2c. 2c.$

Wenn die Axe des Fernrohrs so stehet, daß deren Verlängerung ohngefähr nach dem Augemaasse durch die Mitte des Thurmes K gehen würde, wie GM , so schreibe man an die Grade und Minuten, die der Index alsdann weist, ein beliebiges Zeichen, z. E. ein *. Dieser Winkel DMG dienet nachher zur Bestimmung der Richtungswinkel für ein jedes Object D, C $2c. 2c.$ (IV.).

Eben so verfähre man am zweyten Fenster N, aus dem man die Winkel FNg (wo Ng durch die Mitte des Thurmes gehet) FNE , FND misset. Hiebey ist nun zu merken, daß das Object D, womit man bey dem ersten Fenster anfieng, am zweyten Fenster das letzte seyn muß, und eben so muß am dritten Fenster das letzte Object dasjenige seyn, welches am zweyten das erste war u. s. w.

Das Manual wird begreiflich für eine jede Station, wie K, in Rücksicht der nahe an ihr befindlichen Punkte M, N, aus denen man die Winkel zu observiren genöthigt war, unterschiedene

dene Rubriken haben müssen, ohngefähr auf folgende Art:

Station K.

1tes Fenster M; MK = | 2tes Fenst. N; NK = | u. s. w.

beobachtete Winkel	beobachtete W.
DMC =	* FN g =
* DMG =	FNE =
DMB =	FND =
u. s. w.	

Hieraus wird man nun die Winkel, welche ein paar Objecte am Mittelpunkte K mit einander machen, leicht berechnen können.

Gesetzt, man wolle den Winkel, welchen F und B mit einander machen, finden.

Erstlich centrirt man den beobachteten Winkel DMB vermittelst der bekannten Richtungswinkel DMG, BMG, und der Weite KM, die man in dem Manuale angegeben findet; die Weiten MB, MD dabey auch ohngefähr als bekannt angenommen.

So hat man den centrirten Winkel BKD.

Auf eine ähnliche Art auch den centrirten FKD.

Beider Summe BKD + FKD ist demnach der gesuchte Winkel FKB.

Zus.

Zus. Nähme man blos die Summe $FND + DMB$ aus dem Manuäle, so hätte man den unverbesserten Winkel beyder Objecte B, F an der Station K. Man kann so überhaupt an allen Stationen anfänglich die unverbesserten Winkel nehmen, und dadurch die vorgegebenen Derter einer Landschaft beyläufig auf dem Papiere entwerfen. Dieser Entwurf wird immer schon die Genauigkeit haben, daß man die Weiten MA, MB u. s. w., in so ferne man sie nachher zum Centriren der Winkel braucht, daraus abnehmen kann.

Erzählung einiger Hindernisse, die sich auf dem Felde unterweilen bey Messung der Winkel eräugnen.

S. 359. I. Die Winkelpunkte der größten Dreyecke nimmt man gerne an solchen Dertern, welche über dem platten Lande so viel als möglich erhöht sind, um eine beträchtliche Aussicht an ihnen zu haben. Hierzu taugen vorzüglich Bergspitzen, Kirchtürme u. dgl. Weil aber besonders die Spitzen der Berge oft mit Waldungen besetzt sind, die eine freye Aussicht unterbrechen, so ist kein anderes Mittel, als die Bäume, so weit sie der Aussicht hinderlich sind, wegzuräumen, und an der Stelle, wo man den wahren Standort gewählt hat, hohe Signale aufrichten zu lassen, welche, um sie nachher an

anz

andern Stationen wieder erkennen zu können, aus Pyramiden oder hohlen Kegeln, von abgeschälten oder auch übertünchten gegen einander gelegten Stämmen von Bäumen, bestehen können, dergleichen denn auch sonst wohl an andern wichtigen Standpunkten errichtet werden. Maupertuis (Figure de la Terre etc. 1738.) erzählt, daß sich solche Signale wohl auf 10 bis 12 Stunden Weges wahrnehmen lassen. Zu mehrerer Sicherheit gegen allerley Zufälle ließ er den Mittelpunkt eines solchen Signals durch Merkmale, die man in die Felsen einhieb, oder Pfäle, die man tief in die Erde schlug, und mit großen Steinen bedeckte, bezeichnen. Es können manche Signale auch mit Leitern, und oben mit einer Stage oder Boden, der mit einem Geländer umgeben ist, versehen werden, auf dessen Mitte der Winkelmesser aufgestellt wird. Auf kahlen Felsen können an dem Standpunkte, wo man Winkel aufnahm, oder nach welchem von andern Standpunkten hin visirt werden muß, auch Signale von pyramidenförmig über einander gehäuften Steinen u. s. w. aufgerichtet werden, welche dann sämmtlich unter der Aufsicht des zugehörigen Amtes stehen müssen.

II. An den Standlinien, aus welchen man insbesondere die kleinsten Dreyecke, wie z. E. Aaß, Aaα (Fig. LXXVI.) entwerfen soll,

eräugnen sich oft Hindernisse, die das Visiren nach gewissen Objecten, die man gerne auf die Charte bringen will, unterbrechen. In dem Falle, wo ein solches Object in der Folge nicht selbst wieder zu einem neuen Standpunkte gebraucht wird, mag es zureichend seyn, wenn man nur ohngefähr die Richtungen nach ihm hin hat. Z. E. Wenn man aus der Standlinie B b das Object h entwerfen sollte, und es läge solches hinter einem Gebüsch, einem Hügel, oder in einer Vertiefung, daß man von B, b, nicht unmittelbar nach h hinvisiren könnte, so kann man, um die Richtungen B h, b h ohngefähr zu erhalten, bey h eine Menge nasses Stroh anzünden lassen, da denn, wenn kein heftiger Wind wehet, der aufsteigende Rauch ziemlich genau die Lage des Orts h angeben wird. Bey der Nacht könnte man auch von h aus Raketen vertical in die Höhe steigen lassen u. dgl.

III. Kann man zwischen b und h, oder B und h, Stäbe nach (S. 32. IV.) einsetzen lassen, so bekömmet man die Richtungen b h, B h desto sicherer.

IV. Auch könnte es geschehen, daß man von b und B zwar h sehen, aber nicht von B nach b, oder längst der Standlinie B b visiren könnte, welches doch auch erforderlich ist. Lassen sich in diesem Falle ein paar Standpunkte l, m, so an-
neh:

nehmen, daß man von ihnen nach B und b, hinvisiren kann, so misst man in dem Vierecke blmB, die Winkel, mlb, m l B; l m b, l m B, und berechnet daraus l b B, m B b; m l braucht bey dieser Berechnung nicht in einem gewissen Maaße bekannt zu seyn. — Man setze sie = 1 so ist

$$m b = \frac{\sin m l b}{\sin l b m} (\text{wo } l b m = 180^\circ - b l m - l m b); \text{ u.}$$

$$m B = \frac{\sin m l B}{\sin l B m} (\text{wo } l B m = 180^\circ - l m B - m l B)$$

Daraus, und aus dem bekannten Winkel b m B, ergiebt sich in dem Dreyecke b m B, der Winkel b B m; und auf eine ähnliche Art in dem Dr. B l b, der Winkel B b l. — Weil man nun auch l b h, m B h durch unmittelbare Messung hat, so ergiebt sich in gegenwärtiger Figur h B b = m B b — m B h; h b B = l b B — l b h welches die zur Bestimmung des Ortes h aus der Standlinie B h, erforderlichen Winkel sind.

Ueberhaupt wird man leicht sehen, daß derjenige, welcher die in beyden vorhergehenden Theilen dieses Buchs gegebenen Vorschriften innen hat, ohne vieles Nachdenken alle schwierigen Fälle auf dem Felde aufzulösen im Stande seyn wird.

Nothwendigkeit einer vorläufigen Entwurfung der Hauptstandlinien.

§. 360. Ehe man zu dem genauern Aufstrage aller beobachteten Dörter eines Landes schreitet, so muß man vorher einen rohen Entwurf des Netzes, welches die größten Drehecke, oder die Hauptstandlinien wie AB , BC , CA , CD , DE u. s. w. bilden, auf dem Papiere fertiget haben. Dieses dienet nicht nur zu mehrerer Deutlichkeit des Ganzen, sondern auch bey dem nachherigen genauern Aufstrage, Verwirrungen zu begegnen, ohngefähr zu wissen, wie die Drehecke an einander zu liegen kommen, und beyläufig auch die Entfernungen AB , BC u. s. w. so genau als sie nachher zum Centriren der Winkel ABC u. s. w. erfordert werden, messen zu können.

Beym diesem rohen Entwurf des Netzes bedienet man sich zum Auftragen der Winkel nur des gewöhnlichen Transporteurs, oder wenn man will, auch des geradlinigten, und nimmet die an jeder Station beobachteten Winkel unmittelbar aus der Rubrik II. des Manuals (§. 357.) ohne die dortigen Verbesserungen in Betracht zu ziehen, die nur erst bey dem nachherigen genauern Entwurfe erwogen werden.

Der Gang, den man bey'm Auftrage zu beobachten hat, ist ohngefähr dieser:

Aus der unmittelbar gemessenen Grundlinie FP, (Fig. LXXVI.) und den an ihr beobachteten Winkeln wird erstlich AD entworfen. An AD setzt man die Winkel CAD, CDA, so ergeben sich AC, CD, und so ferner nach der Ordnung alle Dreyecke, welche das Hauptssystem aller Standlinien bilden. An die entworfenen Punkte A, B, u. s. w. werden alsdann die gehörigen Benennungen geschrieben.

Anzustellende Berechnungen in Rücksicht des genauern Auftrages der Hauptstandlinien.

§. 361. Sobald nach dem vorigen §. 360. der rohe Entwurf des Netzes fertig ist, so schreitet man an die etwa erforderliche Centrirung der Winkel an jeder Station (§. 358.) wozu man denn die Entfernungen der Stationen AB, BC, AC, CD u. s. w. so nimmt, wie sie der rohe Entwurf des Netzes im vorhergehenden §. angiebt.

Diese centrirten Winkel BAC, ABC, ACB u. s. w. kommen nun in die IIIte Rubrik des Manuals §. 357. zu stehen.

Daraus berechnet man ferner die verbesserten Winkel das. Rubrik V.

Und vermittelst dieser werden endlich alle Seiten oder Standlinien AB, BC, AC, CD, AD , *ic. ic.* trigonometrisch berechnet.

Nemlich aus der Grundlinie FP und den an ihr gemessenen Winkeln findet sich erstlich AD (S. 193. III. Aufl.). Daraus, und aus den Winkeln CAD, ADC (die man aus der Vten Rubrik S. 357. nimmt), ferner AC, CD , und so nach und nach alle Hauptstandlinien, für deren berechneten Maasse man denn ein eigenes Manual verfertiget haben muß, aus dem man sie hernach beim Gebrauche nehmen kann.

Der bereits benläufig verfertigte Entwurf der Lage aller Standlinien (S. 360.) wird bey der Berechnung derselben ausweisen, nach welcher Ordnung jede folgende Standlinie, aus der vorhergehenden am bequemsten hergeleitet werden kann. Die Logarithmen dieser Standlinien, wie sie sich bey der Rechnung nach und nach ergeben, werden gleichfalls ins Manual getragen, weil sie noch in der Folge gebraucht werden.

Völlig genauer Auftrag des Netzes der Hauptstandlinien.

§. 362. I. Es ist nun wohl begreiflich, daß sich aus den berechneten Seiten aller Dreyecke ABC , ACD u. s. w. nach einem angenommenen verjüngten Maasstabe, alle Dreyecke verzeichnen und gehörig an einander hängen ließen.

Wenn aber auf solche Art immer das folgende Dreyeck an das vorhergehende geknüpft würde, so wäre zu besorgen, daß, im Falle sich bey der Verzeichnung eines gewissen Dreyecks ein Fehler eingeschlichen hätte, sich solcher mit mehreren in der Folge anhäufen mögte.

Um also diesem Zusammenfluß der unvermeidlichen kleinen Fehler vorzubeugen, so muß man den Auftrag der Objecte so bewerkstelligen, daß sich kein folgender Punkt auf den vorhergehenden gründe. — Hierzu bietet sich leicht folgendes Mittel dar.

II. Man gedenke sich durch einen Ort z. E. C von dem man den Auftrag anfangen will, eine willkührliche gerade Linie SN gezogen, und von allen Orten oder Hauptstandpunkten A , D , E , V , W u. s. w. Perpendicularlinien auf SN herabgefället.

So erhält man für diese Punkt A, D, E, V, W u. s. w. gleichsam Abscissen, C a, C d, C e 2c. 2c. und Ordinaten A a, D d, E e 2c. 2c.

Kann man diese berechnen, so läßt sich be- greifflich jeder Ort besonders austragen, und es stehet dabey nicht zu befürchten, daß Fehler, die irgendwo begangen wären, sich anhäufen könnten.

III. Diese Abscissen und Ordinaten aber zu berechnen, muß man vor allen Dingen, erst die Lage der Abscissenlinie S N festsetzen.

Diese kann man nun zwar willkürlich an- nehmen, je nachdem man den Winkel DCS, den sie mit einer gewissen Seite eines Dreuecks DC, macht, nach Gefallen festsetzt. Es hat aber Vortheile, wenn 1) S N durch einen Ort C, welcher ohngefähr in der Mitte der Charte liegt, gezogen wird, dann 2) wenn S N zugleich eine Mittagslinie durch C vorstellet.

Bei dieser Einrichtung wird nun der Win- kel DCS nicht mehr willkürlich seyn, sondern durch Beobachtungen gefunden werden müssen, wovon ich in der Folge reden werde.

Ich will indessen einstweilen den Winkel $DCS = \phi$ setzen, wobey denn bekannt seyn muß,

muß, ob D auf der westlichen oder östlichen Seite von SN liege.

IV. CS soll hier nach Süden, und folglich CN nach Norden zu gehen.

V. Da vorläufig das ganze System der Dreiecke ABC, ACD, ADE u. u. schon roh entworfen seyn muß (S. 360.), ehe man an den genauern Auftrag desselben schreitet, so läßt sich auch SN einstweilen darauf verzeichnen, indem man an CD, den gehörigen Winkel DCS oder DCN setzt.

Dieses dienet, aus dem rohen Entwurfe ohngefähr zu beurtheilen, wie jeder Ort A, G u. s. w. westlich oder östlich in Rücksicht auf SN liege, welches bey der Berechnung der Abscissen und Ordinaten die Einbildungskraft sehr erleichtert.

VI. Um für einen jeden Punkt, z. E, V, Abscisse und Ordinate (II.) zu berechnen, wird man aus dem roh entworfenen Netze vor allen Dingen erst beurtheilen müssen, wie von C angeordnet bis V, die Dreiecke auf einander folgen, damit man die zur Berechnung nöthigen Winkel, wie sogleich erhellen wird, gehörigermassen aus der Vten Rubrik des Manuals (S. 357.) herausnehmen könne.

VII.

VII. Für den Punkt D hat man sogleich
 $\log D d = \log CD + \log \sin \varphi$ (III.)
 $\log C d = \log CD + \log \cos \varphi.$

VIII. Für A weiß man aus dem Manuale den Winkel DCA, und aus dem rohen Entwurfe (V. VI.) findet man, ob CA in oder ausserhalb des Winkels φ falle. Hier ist $ACN = 180^\circ - \varphi - ACD$, und folglich in dem rechtwinklichten Dreyecke ACA.

$$\log Aa = \log CA + \log \sin ACN$$

$$\log Ca = \log CA + \log \cos ACN.$$

Wie überhaupt die Ordinaten nach Osten oder Westen, und die Abscissen von C aus, nach Norden N oder Süden S zu, genommen werden müssen, zeigt sich gleichfalls aus der Betrachtung des rohen Entwurfs.

IX. Für den Ort E, Abscisse Ce, und Ordinate Ee zu finden, gedenke man sich durch den bereits bestimmten Ort D (VIII.) sn mit SN gleichlaufend; dann ist $CDn = DCS = \varphi$, und $EDC = EDA + ADC$ (welche Winkel EDA, ADC aus dem Manuale (S. 357.) bekannt sind), mithin hier $EDn = EDC - \varphi$; woraus sich in dem rechtwinklichten Dreyecke EDe' berechnen lassen Ee' und De' durch

$$\log Ee' = \log ED + \log \sin EDn$$

$$\log De' = \log ED + \log \cos EDn.$$

Dar:

Daraus ergibt sich hier

$$Ee = e'e + Ee' = Dd + Ee'$$

$$Ce = Cd - De'$$

wo Cd , Dd schon für den vorhergehenden Ort D berechnet worden sind (VII.).

Weil sich solchergestalt, wegen des Zusammenhanges aller Dreyecke, und der in ihnen unmittelbar gemessenen Winkel, jedesmahl der Winkel, wie z. E. VEN' , den VE an einer durch E mit SN parallel gezogenen Linie $s'n'$ mache, berechnen läßt, und aus (S. 361.) übrigen auch der Logarithme einer jeden Standlinie bekannt ist, so läßt sich daraus immer eines zu bestimmenden Punktes V senkrechter Abstand von $s'n'$, nemlich Vv , so wie auch Ev berechnen, wo sich denn für den Ort V Ordinate und Abscisse finden, wenn man die Werthe von Vv , Ev zu der bereits für den vorhergehenden Ort E bestimmten Ordinate und Abscisse addirt, oder sie davon abziehet, je nachdem es die Betrachtung der Figur ausweist.

Weil aber die zu dieser Absicht anzustellende Betrachtung immer etwas Zeitverlust verursacht, so wird es nicht undienlich seyn, das bisherige auf allgemeinere Formeln zu bringen.

X. Es sey überhaupt V ein bereits bestimmter Punkt, und die für ihn berechnete Abscisse $= v$, Ordinate $= u$.

Ordinaten, welche, wie hier für V , auf der westlichen Seite von NS liegen, werde ich als positiv betrachten, zum Unterschiede von denen, welche auf der östlichen Seite liegen, und die ich als negativ ansehen will.

Abscissen, die von C aus nach Norden N zu gehen, will ich als positiv, und folglich die nach Süden hin, als negativ ansehen.

XI. Es sey nun W ein auf V unmittelbar folgender Ort; die Abscisse für ihn $= x$, Ordinate $= y$.

Man nenne VW , welches eine von den bereits berechneten Seiten des Dreyecks AVW ist $= m$; durch V gedente man sich sv mit SN parallel, und nenne den Winkel WVv , den WV mit dem nördlichen Theile Vv der Parallele sv macht, $= \varphi$; Er ist die Ergänzung desjenigen, den VW mit dem südlichen Theile Vs macht, zu 180° .

XII. In so ferne ich hier den Winkel WVv als nach Westen zu liegend betrachte, soll er positiv seyn. — Negativ, wenn er auf der

der östlichen Seite von Vv läge, wie z. B. der Winkel EVv .

Da nun auch für den bereits bestimmten Punkt E , welcher mittelst des Dreiecks $EA V$ mit V in Verbindung stehet, der Winkel VEN' , den VE mit dem nördlichen Theile En' der durch E mit SN parallel gezogenen $s'n'$ macht, als bekannt angenommen werden kann, so setze ich solchen $= \psi$, und den Winkel WVE (welcher die Summe, oder der Unterschied der in beyden an einander hängenden Dreiecken AEV , AVW beobachteten Winkel (§. 357.) AVE , AVW seyn wird) $= \mu$.

XIII. So ist $EVv = 180^\circ - VEN' = 180^\circ - \psi$, und folglich

$$WVv = WVE - EVv$$

$$\text{Oder } \varphi = \mu + \psi - 180^\circ.$$

Fället man also von W auf sv die Ww senkrecht, so hat man

$$Ww = m \sin \varphi = m \sin (\mu + \psi - 180^\circ)$$

$$Vw = m \cos \varphi = m \cos (\mu + \psi - 180^\circ)$$

Hieraus wird also für den Punkt W

$$x = v + m \cos \varphi \quad (X.)$$

$$y = u + m \sin \varphi$$

wodurch des Orts Lage gegen SN bestimmt ist.

XIV. In diesen Formeln kann nun $\mu \mp \psi$ größer oder kleiner als 180° seyn. In beyden Fällen wird die Trigonometrie entscheiden, wie die Sinusse und Cosinusse von ϕ positiv oder negativ werden.

Dabey wird es denn gut seyn, zu bemerken, daß, wenn $\mu + \psi < 180^\circ$, also ϕ ein negativer Winkel (XII.) wird, der Sinus davon negativ, der Cosinus aber positiv gesetzt werden müsse, oder es ist überhaupt $\sin - \phi = - \sin \phi$; und $\cos - \phi = \cos \phi$, wo, im Falle daß ϕ stumpf wäre, $\cos \phi$ an sich wieder negativ würde.

Ueberhaupt wird man bey dem Gebrauche der trigonometrischen Formeln keine Betrachtung der Figur nöthig haben, um zu entscheiden, wie die Größen $m \sin \phi$, $m \cos \phi$ zu u , oder v addirt, oder davon abgezogen werden müssen, um y , x zu erhalten. — Dies entscheidet jedesmal schon die Beschaffenheit des Winkels ϕ , und des zugehörigen Sinus oder Cosinus.

Findet sich solchergestalt x positiv, so wird diese Abscisse von C aus nach Norden zu abgetragen, und hingegen nach Süden zu, wenn sie negativ herauskäme (X.).

Von dem Endpunkte der Abscisse wird hierauf die Ordinate y nach Westen oder Osten zu ge-

getragen, je nachdem sie bey der Berechnung positiv oder negativ wird.

XV. In (XIII.) ist stillschweigend zum voraus gesetzt, daß die beyden Winkel $V E n'$, $W V E$ auf einerley Seite von $V E$ liegen.

Lägen aber beyde, wie in (Fig. LXXIX.), auf entgegengesetzten Seiten von $V E$, so muß man bey der Berechnung des Winkels φ , eigentlich den Winkel $W V E = \mu$, in Rücksicht des $V E n' = \psi$, als entgegengesetzt ansehen, und folglich, wenn ψ positiv wäre, μ negativ setzen, und wenn ψ negativ wäre, μ als positiv betrachten; oder wenn man in die Rechnung (XIII.) Winkel hineinbringen will, welche über 180° halten, also erhabene Winkel (angulos gibbos live convexos), so muß man statt des Winkels $W V E$ seine Ergänzung zu 360° , oder die Grade und Minuten *re. re.*, die der in der Figur punktirte Bogen hält, nehmen, und diesen statt μ in der Formel (XIII.).

$\varphi = \mu + \psi - 180^\circ$
gebrauchen.

Zu mehrerer Erläuterung kann folgendes Beispiel dienen (Fig. LXXIX.).

Es sey z. B. der Winkel $V E n' = 40^\circ = \psi$, welcher, weil hier V auf der westlichen Seite

Seite von $E n'$ liegt, als positiv angesehen wird (XII.), und $W V E = 120^\circ = \mu$, so ist $E V v = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$; diesen Winkel ziehe man ab von $E V v + v V W = 360^\circ - W V E = 240^\circ$, so kömmt der Winkel $W V v = 100^\circ = \varphi$.

Wollte man die Rechnung nach (XII.) bewerkstelligen, so daß man in ihr den Winkel $\mu = 120^\circ$, in Rücksicht des $\psi = 40^\circ$, als negativ ansähe, so erhielte man $\varphi = -120^\circ + 40^\circ - 180^\circ = -260^\circ$.

φ also negativ, welches demnach den Winkel andeutete, den $W V$ mit $V v$ nach Osten zu machte (X.), also den erhabenen Winkel $W V v$, dessen Ergänzung zu 360° den eigentlichen Winkel $W V v$, wie vorhin, $= 100^\circ$ giebt.

Es ist nemlich offenbar einerley, ob man die Lage von $W V$ gegen $V v$ dadurch angiebt, daß man sagt, $W V$ mache mit $V v$ nach Westen zu einen Winkel von 100° , oder nach Osten zu einen erhabenen Winkel von 260° , so wie denn auch

$$\begin{aligned} \sin \varphi \text{ oder } \sin -260^\circ &= -\sin 260^\circ \text{ (XIV.)} \\ &= -(-\sin 100^\circ) \\ &= +\sin 100^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Und } \cos \varphi \text{ oder } \cos -260^\circ &= \cos 260^\circ \text{ (XIV.)} \\ &= +\cos 100^\circ. \end{aligned}$$

Daß

Daß es also auch in Rücksicht der trigonometrischen Linien, die man in der Berechnung der Werthe von x , y (XII.) braucht, einerley ist, statt φ zu setzen $+ 100^\circ$, oder $- 260^\circ$.

Ueberhaupt kann man immer statt seines negativen Winkels seine Ergänzung zu 360° , positiv genommen, setzen. Man wird ihn aber sehr oft weit bequemer, als negativ, in Rechnungen gebrauchen können.

XVI. Bedeutet SN durch den Ort C eine Mittagslinie, für welche man, als Abscissenlinie, die den Orten D , E , V , W *rc. rc.* zugehörigen Ordinaten und Abscissen berechnen soll, und setzet man den Winkel DCN , den DC mit CN , dem nördlichen Theile von NS , macht, $= \rho$, und nun nach der Ordnung die, vermöge des Zusammenhanges der Dreiecke CDA , ADE , AEV *rc. rc.* bekannten Winkel

$$CDE = \alpha$$

$$DEV = \beta$$

$$EVW = \gamma$$

u. s. w.

Bedeutet ferner Dn , En' , Vv *rc. rc.* die nördlichen Theile der durch D , E , V *rc. rc.* mit SN parallel gezogenen Linien, so sind der Ordnung nach, die Winkel der nach einander fol:

folgenden Seiten DC, ED, VE ꝛ. ꝛ. mit den erwähnten CN, Dn, En' ꝛ. ꝛ.

$$DCN = \rho$$

$$EDn = \alpha + \rho - 180^\circ \text{ (XIII.)}$$

$$VEn' = \beta + EDn - 180^\circ = \beta + \alpha + \rho - 2 \cdot 180^\circ$$

$$WV_1 = \gamma + VEn' - 180^\circ = \gamma + \beta + \alpha + \rho - 3 \cdot 180^\circ$$

u. s. w.

Dieses dienet in den Formeln (XIII.), jeden Winkel ϕ gleich unmittelbar zu berechnen, ohne den vorhergehenden ähnlichen ψ dazu nöthig zu haben.

Daben ist übrigens zu bemerken, daß man ein paar nächst auf einander folgende Winkel, wie z. E. γ , β , im Falle sie auf unterschiedenen Seiten der dazwischen liegenden EV fielen, als einander entgegengesetzt ansehen müsse; d. h. wenn β positiv wäre, müßte man γ negativ setzen, und so umgekehrt, oder man könnte auch, anstatt γ negativ zu nehmen, den positiven Werth $360^\circ - \gamma$ gebrauchen (XIV.).

Es wird nicht undienlich seyn, das bisherige mit einem Beispiele zu erläutern.

XVII. Gesezt, a, b, c, d, e, f (Fig. LXXX.) seyen Dertter aus dem ersten Systeme der Dreyecke (von denen überhaupt bisher immer die

die Rede war), und folglich ab, bc u. u. Hauptstandlinien; SN die Mittagslinie des Orts a , und zugleich die Abscissenlinie für die Entwerfung der Punkte b, c u. u. Da nur aus dem rohen Entwurfe des Systems sich die Art beurtheilen läßt, wie die Dreyecke, von denen ab, bc, cd u. u. Seiten seyn werden, unter einander zusammenhängen, so kann man dadurch leicht wissen, welche Winkel dieser Dreyecke man aus dem Manuale nehmen, und wie man sie zusammenrechnen müsse, um nach der Ordnung die Winkel abc, bcd, cde u. u. zu erhalten.

Den Winkel, den die erste Seite ba mit dem von a angerechneten nördlichen Theile aN der Linie SN macht, also baN nehme ich auch als bekannt an, und setze, man habe alles auf folgende Art gefunden:

$$\begin{aligned} \rho &= baN = 146^{\circ} \cdot 4' \cdot 15'' \\ \alpha &= abc = 113 \cdot 2 \cdot 20 \\ \beta &= bcd = 53 \cdot 10 \cdot 30 \\ \gamma &= cde = 65 \cdot 0 \cdot 0 \\ \delta &= def = 75 \cdot 0 \cdot 30 \\ \varepsilon &= efg = 86 \cdot 0 \cdot 0 \end{aligned}$$

Hier überlege man nun gleich, daß, wenn man den Winkel baN als positiv (XII.) betrachtet, ab negativ seyn müsse, weil beyde baN, abc , auf entgegengesetzten Seiten von ba liegen.

Nun

Nun würde aus eben dem Grunde bcd wieder positiv; cde bleibt positiv, aber def wird wieder negativ, efg wieder positiv.

XVIII. Man ordne also die gefundenen Winkel auf folgende Art, und finde ihre Summe

$113^{\circ} . 2' . 20''$ $75 . 0 . 30$	$146^{\circ} . 4' . 15''$ $53 . 10 . 30$ $65 . 0 . 0$ $86 . 0 . 0$
$188 . 2 . 50$	$350 . 14 . 45$ $188 . 2 . 50$
Summe +	$162 . 11 . 55$

Hievon muß man nun abziehen 5 mal 180° , weil man von a bis g , 6 Winkel hat, (XVI.), und so erhält man den Winkel, welchen gf mit dem nördlichen Theile fn einer durch f mit SN parallel gezogenen fn macht, also

$$gf n \text{ oder } \phi = + 162^{\circ} . 11' . 55'' - 900^{\circ} \\ = - 737^{\circ} . 48' . 5''$$

Da man aber bekanntlich Winkel, die 360° halten, mit 0° für einerley hält, so werfe man von dem gefundenen Werthe, 360°

so oft weg als es angehet, hier 2 mal, so findet sich der eigentliche Winkel

$$\varphi = -737^{\circ}.48'.5'' + 2.360^{\circ} = -17^{\circ}.48'.5''$$

also nach Osten zu, weil er negativ ist.

Gesetzt nun, die Ordinate fr von f auf SN, die hier auf der westlichen Seite von SN liegt, und also positiv ist (X.), hätte man schon durch Rechnung gefunden, so wie auch die Abscisse ar, welche hier wegen (X.) negativ ist. Also sey z. E.

$$fr = + 5280 \text{ Ruth.} = u$$

$$ar = - 1300 \text{ Ruth.} = v.$$

Die Seite gf aus dem Manuale (S. 361.) will ich sehen = 2400 Ruth. = m.

Weil nun für den zu bestimmenden Punkt g der Winkel gfn = $\varphi = -17^{\circ}.48'.5''$, so wird nach (XIII.) seine

$$\begin{aligned} \text{Abscisse } x &= -1300 + 2400 \cos -17^{\circ}.48'.5'' \\ &= -1300 + 2400 \cos 17.48.5 \\ &= -1300 + 2285 \\ &= + 985 \text{ Ruth.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ordinate } y &= +5280 + 2400 \sin -17^{\circ}.48'.5'' \\ &= +5280 - 2400 \sin 17.48.5 \\ &= +5280 - 734 \\ &= +4546 \text{ Ruth.} \end{aligned}$$

Man nehme also, weil x positiv gefunden worden, nach Norden zu, von a nach p , 985 Ruth. und nach Westen zu, weil y auch positiv gefunden worden, senkrecht $pg = y = 4546$ Ruth. so ist der Ort g bestimmt.

XIX. Wäre für den Ort i der Winkel $igf = 60^\circ$, so müßte man ihn hier positiv nehmen, weil gfn negativ war (XVIII.) und beyde auf entgegengesetzten Seiten von gf liegen, oder auch, weil in (XVII.) der auf $efg = s$ folgende Winkel $igf = \eta$ mit ersterm auf einerley Seite von gf fällt, und also weil efg bejaht war, auch fgi bejaht seyn muß; ist also gn' mit SN parallel, so ist der Winkel ign' oder für das zu bestimmende Object i , der Winkel $\varphi = -17^\circ.48'.5'' + 60^\circ - 180^\circ$ (XIII.) $= -137^\circ.48'.5''$ auch auf der östlichen Seite von gn' (XII.); und für i wäre nun (XIII. XVIII.)

$$\begin{aligned} \text{Abscisse} &= + 985 + ig \cos 137^\circ.48'.5'' \\ \text{Ordinate} &= + 4546 - ig \sin 137^\circ.48'.5'' \\ &\text{u. s. w.} \end{aligned}$$

XX. Hat man nun nach und nach für alle Hauptstandpunkte, wie a, b, c, d u. s. w. Abscissen und Ordinaten berechnet, und sie mit gehöriger Bemerkung des positiven und negativen

ven in ein Manual getragen, so läßt sich alsdann der Auftrag eines jeden Ortes am bequemsten auf folgende Art bewerkstelligen.

Durch a, als denjenigen Ort, von welchem man den Auftrag anfangen will, ziehe man auf der zu verfertigen Chartre erstlich SN, und trage auf sie von a nach N, und von a nach S Abtheilungen, z. E. von 1000 zu 1000 Ruthen. Die in der Figur neben die Abtheilungen hingeschriebenen Ziffern sollen diese tausende von Ruthen bezeichnen.

Durch a ziehe man ferner WO auf SN senkrecht, und setze gleichfalls von a gegen W, und von a gegen O tausende von Ruthen.

Endlich ziehe man durch alle Theilpunkte auf SN Parallelen mit WO, und so durch alle Punkte auf WO Parallelen mit SN, so wird gleichsam ein Netz von lauter Quadraten entstehen, welches das Auftragen eines jeden Ortes, z. E. f, aus dessen Abscisse und Ordinate man leicht beurtheilt, in welches Quadrat er fallen muß, gar sehr erleichtert.

Für f war oben die Abscisse = — 1300 Ruthen, Ordinate = 5280 Ruthen.

h ist der Winkelpunkt eines Quadrats, welchem die negative Abscisse = 1000; und positive Ordinate = 5000 zukömmt. Man setze also von h nach Süden zu 300 Ruthen, und von dem Endpunkte dieser 300 Ruthen, nach Westen zu 280 Ruthen, so ist f in seinem Quadrate gehörigermaßen verzeichnet.

Begreiflich muß man hiebey noch einen besondern Maasstab haben, um die Menge von Ruthen auftragen zu können, die nicht völlig 1000 ausmachen.

Das Netz von Quadraten wird nur mit zarten Bleystifellinien gezeichnet, die sich nach geschehenen Auftrage aller Derter wieder wegreiben lassen, Daß hierzu ein genaues hinlänglich großes Linial und Dreyeck gebraucht werden muß, bedarf kaum einer Erinnerung.

Noch einige Bemerkungen über die Werthe eines jeden Winkels φ (§. 262. XVI.) in so ferne man ihn aus unterschiedenern Reihen von Dreyecken folgern könnte, nebst den Vortheilen davon.

§. 363. I. Man kann den Winkel $WV = \varphi$ (Fig. LXXVI.) und so jeden ähnlichen, auf

auf verschiedene Art bestimmen, je nachdem man ihn entweder durch den Zusammenhang der Standlinien CDEVW oder CBADEVW, CAEVW &c. &c. suchen wollte.

Der Zusammenhang CDEVW müßte geben

$$WV_v = NCD + CDE + DEV + EVW - 3.180^\circ$$

(§. 362. XVI.)

Aus CBADEVW müßte eben so folgen

$$WV_v = NCB - CBA - BAD + ADE + DEV + EVW$$

— 5.180°.

Und so aus CAEVW

$$WV_v = NCA - CAE + AEV + EVW - 3.180^\circ$$

u. s. w.

II. Die Zeichen + — in jeder Reihe von Winkeln, wodurch man WV_v findet, bestimmen sich jedesmal aus der Art, wie ein paar nächst aufeinander folgende Winkel auf einerley oder unterschiedenen Seiten der dazwischen liegenden Weite fallen (§. 362. XV, XVII.).

III. Die Winkel selbst in jeder Reihe ergeben sich aus denen in den Dreiecken gemessenen. Z. E. CAE in dem letztern Ausdrucke für WV_v ist = CAD + DAE, worunter
man

man aber die bereits centrirten Winkel und zwar aus der Vten Rubrik S. 357.) versteht.

IV. Wenn nun die auf verschiedene Art gefundenen Werthe von WV_v (L.) mit einander übereinkommen, so ist dieses ein sicheres Merkmal von der Richtigkeit der in dem System der Dreyecke gemessenen Winkel. Finden sich aber kleine Unterschiede, so kann man aus allen ein Mittel nehmen, und so WV_v zur nachherigen Berechnung der zu W gehörigen Ordinate und Abscisse sehr genau finden.

Es ist eine Probe der Arbeit, wenn man solchergestalt wenigstens für einige Derter die Werthe ϕ aus unterschiedenen Reihen von Winkeln ableitet.

Verzeichnung der Derter, welche zu den kleinern Systemen der Dreyecke gehören.

S. 364. Das bisherige betrifft den Auftrag solcher Derter, welche zu Hauptstandpunkten angenommen worden sind, und so das erste größte Dreyecken: System bilden.

Für andere Derter, z. E. a, b, e (Fig. LXXVI.) zu deren Bestimmung eine Linie AB
aus:

aus dem ersten Systeme zur Standlinie angenommen wird, die also nun zum zweyten System der Dreyecke gehören, ist es nicht nöthig, die Ordinaten und Abscissen in Rücksicht der Mittagslinie SN zu berechnen. Man darf nur ihre Lage gegen AB bestimmen, indem man AB zur Abscissenlinie annimmt, und eines jeden Punktes a, den man aus den Standpunkten A, B, visiret hat, senkrechte Ordinate ay und Abscisse Ay berechnet und aufträgt. Nennt man nun die bekannten Winkel (unter welchen man aber die centrirten verstehen muß) $aAB = \alpha$; $aBA = \beta$, und folglich $AaB = 180^\circ - \alpha - \beta = \gamma$ so ist $Aa = AB \sin \beta$

$\sin \gamma$

und folglich $ay = Aa \sin \alpha = \frac{AB \sin \beta \sin \alpha}{\sin \gamma}$

$Ay = Aa \cos \alpha = \frac{AB \sin \beta \cos \alpha}{\sin \gamma}$

welches man alles durch Logarithmen leicht berechnen kann; wo denn Ay negativ wird, wenn α stumpf ist. In Rücksicht der Winkel α , β , und ihrer richtigen Bestimmung aus dem Vermessungs-Register muß man die Bemerkungen in dem 239. S. Zus. I. u. f. in Erwägung ziehen.

Wenn

Wenn die Weiten Aa, Ba nicht zu groß werden, so daß man sie bequem mit einem Zirkel fassen und abtragen kann, so könnte man auch bequemer a durch den Durchschnitt zweyer Kreisbogen bestimmen.

Dies wird bey den Dreyecken des dritten Systems, wie z. E. Aa α , Aa β , fast allemal angehen.

Eine Mittagslinie SN (Fig. LXXVI.)
Durch einen gegebenen Ort C genauer zu ziehen als es nach (S. 118. 2.)
geschehen kann.

§. 365. I. Dies wird nach (S. 362. III.) erfordert, wenn man den Winkel, den eine gewisse Seite eines Dreyecks, z. E. DC, mit CN, oder CS, macht, also $DCN = \rho$ (S. 362. XVI.), oder $DCS = 180^\circ - \rho$, mit der gehörigen Schärfe soll messen, und daraus die richtige Lage aller übrigen Dexter auf der Charte gegen die 4 Weltgegenden herleiten können.

Hat man nemlich, z. E. für E, die Abscisse Ce, und Ordinate Ee berechnet und aufgetragen, so ist der Ort E zugleich gehöriger:
maa:

maassen, in Rücksicht des ersten C, orientirt, wenn SN durch C eine wahre Mittagslinie ist, d. h. die Perpendikel Ce, eE drücken genau aus, wie E südlicher oder nördlicher, und westlicher oder östlicher liegt, als C.

II. Die Mittagslinie SN durch C so genau zu ziehen, als es zur Orientirung einer guten Charte erforderlich ist, giebt es mehr als ein Mittel. — Will man die Schatten eines auf einer Horizontalebene bey C lothrecht errichteten Stiftes dazu gebrauchen, so bediene man sich nicht, wie in (S. 118.), der Längen des Schattens, sondern vielmehr seiner Lagen bey gleichen Höhen der Sonne. Man beobachte Vormittags eine gewisse Höhe der Sonne, und verfare dabei nach (S. 345. XIII.). In dem Augenblicke, da sie eine gewisse Höhe erreicht, gebe man einem Gehülfen ein Zeichen, die Lage des Schattens Cz, den der Stift wirft, zu bemerken, wozu genug ist, einen einzigen Punkt z in ihm zu bezeichnen, um hernach Cz ziehen zu können. Eben das geschehe Nachmittags bey derselben Sonnenhöhe, so hat man zwey Lagen des Schattens Cz, C ζ , die gleichen oder übereinstimmenden Sonnenhöhen zugehören, zwischen deren Winkel zC ζ , also die Mittagslinie CN in die Mitte fallen muß.

Da

Da bey diesem Verfahren nicht sowohl die Längen der Schatten, als vielmehr ihre Lagen in Betracht kommen, und letztere sich weit schärfer, als die Längen beobachten lassen, so wird diese Art, eine Mittagslinie zu ziehen, ungleich richtiger seyn, als das Verfahren (§. 118.), wiewohl etwas umständlicher, weil man zwey Beobachter, und ein Werkzeug zu übereinstimmenden Sonnenhöhen dazu braucht.

Die Astronomie lehrt übrigens auch, daß man solche Bestimmungen einer Mittagslinie vorzüglich um die Zeit der Sonnenwenden herum anstellen müsse, wenn man einige Verbesserungen, wegen der eigenen Bewegung der Sonne, dabey soll auffer Acht lassen dürfen.

III. Hat man eine gute Pendeluhr, so kann man die Lage der Mittagsfläche auch auf folgende Art finden. Man nehme an einem gewissen Abende übereinstimmende Höhen eines Sternes (§. 345.), und berechne daraus den Augenblick an der Uhr, wenn den folgenden Abend der Stern durch die Mittagsfläche gehen wird (§. 345. VII.).

Wenn man nun den andern Abend um die bestimmte Zeit durch gehörige Erhöhung des Fernrohres, und Herumdrehung der ver-

tical

tical gestellten Ebene des Winkelmessers um den Zapfen pq (S. 344. IX.), den Stern verfolgt, so wird es einem einigermaßen Geübten nicht schwer seyn, den Stern gerade zu der Minute und Secunde, da er kulminirt, in die Aze des Fernrohres, oder auch nur in den verticalen Strich im Brennpuncte desselben zu bekommen. In dem Augenblicke, da dieses geschieht, stehet die verticale Ebene des Werkzeugs, und folglich auch das mit ihr parallele Fernrohr, in der Mittagsfläche. Man lasse das Werkzeug unverrückt stehen, und erniedrige den andern Tag darauf das Fernrohr (welches jedoch mit aller Vorsicht geschehen muß, damit sich die Ebene des Werkzeugs nicht aus der Mittagsfläche verrücke) so, daß man längst der Aze des Fernrohres, Stäbe vertical abstecken lassen kann, welche denn die Lage der Mittagsfläche durch den Punkt, über welchem die Ebene des Werkzeugs stehet, sehr genau geben.

IV. Bey diesem Verfahren wird aber vorausgesetzt, daß sich das Fernrohr genau mit der Ebene des Werkzeugs parallel drehe, und letztere in dem Augenblicke, da der Stern kulminirte, vertical stand. Da aber diese Erfordernisse sich nicht immer mit der nöthigen

Schär-

Schärfe erhalten lassen, so habe ich mich sicherer folgenden Verfahrens bedienet.

Ich ließ mir ein Stativ, ohngefähr wie (Fig. LXXXI.) ausweist, verfertigen. Der obere Theil ist wie ein senkrechttes Kreuz gestaltet, längst dessen Theile ba eine Dioptr c, wie in einer Ruth, hin und her geschoben werden kann. Es braucht ba höchstens nur einen Schuh lang zu seyn. — Auf das dreyeckigte Brett A des Stativs kann man ein Gewicht legen, damit sich das Werkzeug durch seine Schwere fest genug auf dem Boden erhalte. Die Höhe des Stativs mag etwa $3\frac{1}{2}$ Schuh betragen.

Man lasse nun an einem Fenster, an welchen man eine freye Aussicht auf das Feld hat, oder wo man es sonst für gut befindet, bey h ein Loth an einem Faden oder noch besser einen nicht zu dünnen und mit einem hinlänglichen Gewichte beschwerten Drath herabhängen, und damit er durch eine Bewegung der Luft nicht leicht erschüttert werde, so lasse man das Loth oder Gewichte in ein Gefäß mit Wasser hineinhängen.

Einige Minuten vorher, ehe nun der Stern kulminiren wird, rüste man sich zur
Be:

Beobachtung, und stelle das Stativ in einiger Entfernung von dem Lothe dergestalt, daß man durch die Diopter c den Stern von dem Faden hl bedeckt siehet. So wie nun der Stern den Faden wieder verläßt, so folge man ihm immer mit der Diopter nach, indem man sie längst ba sanft hin und her schiebt, so wird man dadurch den Stern beständig hinter dem Faden hl erhalten können. In dem Augenblicke, da nun ein Gehülfe an der Uhr die Minute und Secunde zählt, da nach der Berechnung der Stern kulminiren müßte, lasse man die Diopter unverrückt stehen, und so ist der Stern hinter dem Faden in der Mittagsfläche, oder vielmehr eine Ebene, welche man sich durch hl , und den Visirpunkt c der Diopter einbildet, ist die Mittagsfläche.

V. Man kann nun alles unverrückt stehen lassen, und den andern Tag längst der Richtung em Stäbe abstecken lassen, die von dem Faden hl bedeckt werden, und solchergestalt die Mittagsfläche nach Gefallen erweitern.

Statt eines Fadens hl kann man sich noch besser der scharfen Kante eines geraden, und unten mit einem Gewichte beschwerten in h aufgehängten Stabes bedienen. So wie der Stern

Stern an der scharfen Kante des Stabes erscheint, und von dem Stabe bedeckt zu werden anfängt, verfolgt man ihn immer mit der Diopter, bis der Augenblick eintritt, daß er kulminiren würde, wo man denn die Diopter stehen läßt, und den andern Tag durch das Visiren an dieser Kante vorbei, die Mittagslinie absteckt. Dies Verschwinden eines Sterns an der scharfen Kante eines solchen Stabes ist deutlicher wahrzunehmen, als das Bedecken desselben von einem so dünnen Faden. Es ist vortheilhaft, Sterne zu wählen welche nicht zu hoch kulminiren, damit sie zur Zeit der Kulmination noch immer von h l bedeckt werden, welches sich leicht aus dem Winkel h c m ergibt. Wenn die Entfernung c m 2:3 Füsse beträgt, so ist dies zu gegenwärtigen Zwecke hinlänglich.

VI. Anmerk. Auf b a lassen sich Abtheilungen anbringen, über welche sich ein Weiser mit der Diopter zugleich verschiebt. Hätte man nun die Stellung des Weisers bey eines gewissen Sternes Durchgang durch die Mittagsfläche genau bemerkt, so könnte man hierauf vermittelst eines andern Sternes, dessen Durchgang durch die Mittagsfläche man aus des erstern seinem leicht findet (S. 345. XII.), abermals die Lage der Mittagsfläche bestim-

bestimmen, und den Ort des Weisers bemerken, der denn mit der erstern Stelle desselben zusammentreffen muß, wenn nicht kleine Fehler in den Beobachtungen vorgefallen sind. Auf diese Art läßt sich durch mehrere Sterne an einem und demselben Abend, die Lage der Mittagsfläche angeben, und aus den unterschiedenen Stellungen des Weisers beurtheilen, wie genau die Bestimmungen durch jeden Stern mit einander zusammentreffen, und selbst, wo man den Weiser, und folglich die Diopter hinstücken müßte, um ein gewisses, der Wahrheit sehr nahe kommendes Mittel aus allen Beobachtungen zu erhalten.

Während der ganzen Arbeit darf aber begreiflich das Werkzeug A selbst keine Verrückung leiden. Auch ließe sich leicht eine Vorrichtung erdenken, daß man der Diopter ausser der gröbern Bewegung auch eine sanftere, durch Hülfe einer angebrachten Microscopenschraube, geben könnte.

Wenn es übrigens zu der Zeit, da man die Sterne hinter dem Faden hl oder an der scharfen Kante des erwähnten Stabes beobachtet, so dunkel ist, daß man hl nicht deutlich sehen kann, so muß man hl in einiger Ferne durch ein Licht mäßig erleuchten lassen. Es
darf

darf aber das Licht nicht unmittelbar in das Auge scheinen, und dasselbe blenden.

Ein Kurzsichtiger muß, um sowohl den Faden, als den Stern desto deutlicher zu sehen, allenfalls ein Augenglas zunächst hinter die Dioptr halten.

Vorausgesetzt wird bey dem bisherigen Verfahren immer, daß man des ersten Sternes Durchgangszeit durch die M. aus übereinstimmenden Höhen desselben, mit der gehörigen Zuverlässigkeit weiß. Man könnte aber auch aus übereinstimmenden Sonnenhöhen den Augenblick an der Uhr suchen, wenn die Sonne durch die Mittagsfläche gienge, und daraus nach (§. 345. XIII.) finden, wenn dieser oder jener Stern Abends kulminirte.

Hat man nun durch den Ort C (Fig. LXXVI.) einmal die Lage der Mittagsfläche SCN bestimmt und abgesteckt, so ist es leicht, den Winkel DCN = ρ zu messen, und daraus für die übrigen Orte D, E, V, W u. u. die erforderlichen Bestimmungen herzuleiten, und ihnen die gehörige Lage gegen die Mittagslinie SN, als Abscissenlinie zu geben.

VII. Wenn man sich durch die Objecte C, D, eine Verticalebene einbildet, und
nur

nun das Instrument A (Fig. LXXXI.) bey C (Fig. LXXVI.) so stellt, daß man durch die Dioptr c das Object D von dem verticalen Faden hI (IV) bedeckt siehet, so kann man des Abends die Zeiten aufschreiben, wenn mehrere Sterne nach einander von hI bedeckt werden, und hieraus, aus der Polhöhe des Orts C, und den Declinationen und Rectascensionen der Sterne, den Winkel berechnen, den die Verticalebene DC mit der Mittagsfläche CN macht (Kästners astronomische Abhandlungen 1. Sammlung S. 230. u. f.).

Wer überhaupt Astronomie versteht, dem bieten sich mehrere Mittel an, den Winkel, den eine Verticalebene durch ein paar Dertter auf dem Felde, mit der Mittagsfläche durch einen von diesen beyden Derttern macht, zu berechnen. Dabey ersparte man sich also die Mühe, die Mittagsfläche selbst abzustecken, und den erwähnten Winkel zu messen. Aber meistens werden zur Berechnung dieses Winkels mehrere Data erfordert, als zur unmittelbaren Bestimmung und Absteckung einer Mittagsfläche nach (II. IV.), und die Rechnung selbst verursacht doch auch Zeitverlust, wenn man den Winkel nicht nur aus einer Reihe von gegebenen Dingen herleiten will, sondern aus mehreren Bestimmungen ein Mittel verlanat.

Hieher gehört auch das Verfahren **Bauers** in seiner Abhandlung *de Orientatione et expositione situs regionis in plano respectu plagarum mundi*, die man auch in der Sammlung von den Schriften der ehemaligen kosmographischen Gesellschaft in Nürnberg antrifft. Ferner auch das Verfahren durch correspondirende Sonnenhöhen, in **Hrn. v. Zextors** Nachricht, von den trigonometrischen Vermessungsarbeiten in der Thurmarch, in **v. Zachs** *Monathl. Correspondenz etc.* 1811. (August) S. 107. u. dergl.

Ich halte aber in allen Fällen das Verfahren (IV — VI.), wo man einen Winkel wie DCN unmittelbar messen kann, für richtiger und brauchbarer, auch zu dem vorliegenden Zwecke in der praktischen Geometrie hinlänglich genau.

Die Hauptrichtungen der Flüsse, Strassen, Waldungen, die merkwürdigsten Gränzen einzelner Bezirke u. s. w. also das Detail oder das Topographische eines Landes auf die Charte zu bringen.

§. 366. I. Diese Arbeit wird vorzüglich mit dem Meßtische bewerkstelligt. Man trägt,

trägt, wenn man das Topographische einer Gegend entwerfen will, einige Dertter von der Charte auf den Meßtisch, richtet ihn auf dem Felde nach diesen Derttern, und sucht sowohl aus angenehmen Standlinien, als auch nach andern Messungsarten, alles auf dem Meßtische zu entwerfen, was nach der geringen Größe des verjüngten Maasstabes noch ausgedrückt werden kann, und nach der Ueberschrift dieses Ses angemerkt zu werden verdient.

Damit die Arbeit desto geschwinder von statten gehe, so kann man sie unter mehrere geprüfte Feldmesser oder Jngnienrs vertheilen, und hernach die einzelnen topographischen Entwürfe an die Seiten der Dreyeckensysteme anknüpfen, und auf die Charte tragen.

II. Anmerkung. Gewöhnlich wird zu dem Detail der Vermessung ein größerer verjüngter Maasstab, als zu der Generalcharte, oder zu dem entworfenen Netze (S. 362.) genommen, und dies Detail wird dann nach einzeln Blättern oder Quadraten des Netzes entworfen. Verlangte man z. E. das Detail der Charte innerhalb des Quadrates $\mu\nu\sigma\tau$ (Fig. LXXX.) so zeichne man dieses Quadrat (dessen jede Seite hier z. E. 2000 Ruthen oder 20000 Schuh fassen würde) mit den hinein-

sen Blättern (die nachher in ein besonderes Buch zusammengebunden werden können) noch in die Hauptcharte nachträgt.

III. Gränzvermessungen u. dgl. kann man bey diesem Geschäfte auch vorzüglich mit der Bouffole vornehmen; die kleinen Fehler, welche bey diesem Werkzeuge unvermeidlich sind, darf man auf der Charte eines Landes, worauf der Maasstab so klein ist, sicher auffer Acht lassen, besonders wenn man an den beträchtlichsten Wendungen der Gränzen, die Winkel unterweilen mit dem Astrolabio misset, und übrigens die Messung so vornimmt, daß sich die Fehler so wenig als möglich häufen können.

Da ich im Vorhergehenden die Entwersungsart mit der Bouffole noch nicht bengebracht habe, so will ich hier das Wesentliche davon erzählen.

Es sey ABCF (Fig. LXII.) ein Stück einer aufzunehmenden Gränze.

Man bringe die Bouffole über A, und wende sie so lange, bis die Dioptern nach dem Winkelpunkt B gerichtet sind.

Man schreibe die Grade und Minuten auf, die bey dieser Stellung der Dioptern die

die Magnetnadel weiset; so hat man den Winkel, den AB mit der Richtung der Magnetnadel macht.

Eben so verfähre man bey B, C, u. s. w. um die Winkel zu erhalten, welche BC, CF u. s. w. mit der Richtung der Magnetnadel machen. Messe übrigens auch zugleich die Weiten AB, BC, CF u. s. w. wozu Schritte, wenn die Entfernungen nicht zu groß sind, zulänglich seyn können.

Um nun den Aufstrag zu Hause bewerkstelligen zu können, so muß man ein Blatt Papier auf einer unbeweglichen Ebene befestigen, die Boussole darauf legen, und sie drehen, bis die Nadel wieder die Grade und Minuten weiset, die sie auf dem Felde bey A angab. Man ziehet hierauf, längst des Diopterlineals der Boussole, auf dem Papiere eine gerade Linie, und trägt auf sie die gemessene Weite, AB.

In den Punkt B schlage man eine feine Nadel ein, lege an sie das Diopterlineal, und drehe die Boussole, bis die Magnetnadel auf die Grade und Minuten weiset, die sie auf dem Felde angab, da die Dioptern bey B nach C gerichtet waren. Längst des Lineals ziehe man hierauf die gerade Linie BC, und trage BC auf. Und

Und so verfähre man weiter, bis man mit der ganzen Gränze fertig ist.

Diese auf einem Blatt Papier besonders entworfene Gränze kann man nun, nach dem verjüngten Maasstab der Charte an den gehörigen Ort auf die Charte tragen. Hat man gleich anfangs die Weiten AB, BC, nach dem verjüngten Maasstab der Charte genommen, so darf man die entworfene Gränze nur vermittlest einer Kopiernadel auf die Charte abstecken.

Zur Richtigkeit der ganzen Arbeit muß man aber immer vorher schon mehrere Hauptgränzpunkte, z. E. A, F, vermittlest eines Astrolabii bestimmt, und auf die Charte gestragen haben. Dieses sind demnach gleichsam feste und vollkommen richtig entworfene Punkte, zwischen denen man den vermittlest der Boussole entworfenen Theil ABCF auszeichnen kann, ohne befürchten zu dürfen, daß die zwischen den festen Punkten A, F begangenen Fehler sich auf einen nächst folgenden Theil der Gränze fortpflanzen können. Eine nützliche und brauchbare Einrichtung der Boussole zu Vermessungen dieser Art ist die von Jones beschriebene Reflexions-Boussole in Gilberts Ann. der Physik 52 B. 2tes Stück S. 197.

Hat

Hat man von einem Lande, das man vermessen soll, bereits hin und wieder von einzelnen Theilen brauchbare Flurrisse, so wird ein kleines Nachdenken leicht zeigen, wie man diejenigen Gegenstände, die auf der Charte angemerkt zu werden verdienen, von diesen Flurrissen ab, und auf die Charte selbst tragen könne.

Viele Gegenstände auf dem Felde kann man unterweilen auch schon zureichend genau durch eine bloße Schätzung nach dem Augenmaasse auf die Charte verzeichnen, wobey denn die (S. 52.) gegebenen Vorschriften brauchbar seyn werden.

Viel hieher gehöriges findet man auch in S. S. v. L. — Versuch eines geometrischen Augenmaasses, oder Sammlung einiger geometrischen Aufgaben, die sowohl bey geographischen, als topographischen Vermessungen ganzer Länder und Provinzen, als auch bey kleinen Situationen angewandt werden können, mit 11 Kupfert. Riga bey Hartknoch 1785.

d'Estimenville vom Aufnehmen der Plane und Gegenden, im 4ten Bande seines vollständigen Innbegriffs

griffs aller Kriegswissenschaften.
Magdeb. 1786.

L'Art de lever les Plans, par Mr. du
Pain de Montesson. a Paris 1763. Die
deutsche Uebersetzung davon, Dresden und
Leipzig 1781. 8.

Allerley nützliche Bemerkungen über die
topographische Aufnahme ganzer Länder von
einigen Graden in der Länge und Breite hat
auch Hr. Obrist v. Striker in Böhm's
Magazin für Ingenieurs und Ar-
tilleristen, IX. Bd. S. 203. 2c. 2c. vor-
getragen.

J. L. Späth's höhere Geodäsie
(München 1816) ist hiebei vorzüglich auch zu
empfehlen.

Kurz, man wird alle brauchbaren Hilfs-
mittel anwenden, die Charte zu ergänzen, ohne
überall Messungen mit dem Meßrische u. dgl.
anstellen zu dürfen, und ihr dabey den mög-
lichsten Grad der Vollkommenheit zu geben
suchen.

Wenn endlich alles vollendet ist, so kann
man über die Charte auch ein geographis-
ches Netz (S. 349 2c.) verzeichnen, und
sie so zu allerley andern Absichten brauchbar
machen.

machen, wozu es denn erforderlich ist, wenigstens von einem Orte die Polhöhe und geographische Länge zu wissen.

Bei dem Einschreiben der Namen der Orter muß man eine gewisse Wahl treffen, daß dadurch die Charte nicht verunziert, und durch die Menge derselben undeutlich gemacht werde.

Zur Bezeichnung der Städte, Flecken, Dörfer, Höfe, Schlösser, Klöster und anderer Gebäude, lassen sich leicht schickliche Zeichen angeben, so wie auch für die unterschiedenen Arten von Gränzen, Wegen u. dgl. Man muß sie aber sämmtlich so klein und so sauber, als möglich, verzeichnen, und die Bedeutung der gebrauchten Zeichen an dem Rand der Charte bemerken.

Die Art, einzelne Bezirke und Herrschaften durch Farben von einander zu unterscheiden, kann man aus den gewöhnlichen Landcharten ersehen. Man muß sich aber vor allzustarker Ausstragung der Farben hüten, und noch besser ist es, wenn nur die Gränzen illuminiert werden, und das übrige weiß bleibt. Die Bedeutung der Farben, in Rücksicht auf einen jeden Bezirk, kann man zu mehrerer Deutlichkeit auch an dem Rand der Charte bemerken. Zum

Zum Beschluß des gegenwärtigen Kapitels will ich noch ein paar Aufgaben über die Messung sehr großer Weiten beybringen, weil deren Auflösung mit dem bisherigen sehr genau zusammenhängt.

A u f g a b e.

S. 367. Die Weite zweyer Derter A und B (Fig. LXXXII.), die so groß ist, daß man sie nicht bequem aus einer einzigen Standlinie, wie im 183sten S., bestimmen kann, zu messen, vorausgesetzt, daß man doch noch von A nach B hinsehen kann.

Aufl. I. Man wähle auf dem Felde schickliche Standpunkte C, D, E, F, G, so daß die Dreyecke ACD, DCE, CEF, FGB, wodurch beyde Derter A, B unter einander zusammenhängen müssen, weder zu spizige, noch zu stumpe Winkel bekommen. — Auch wird es gut seyn, die Standpunkte so angenommen zu haben, daß die Linie AB die Seiten der Dreyecke, nemlich CD, CE, FE, FG, wirklich schneidet.

II. Man messe in jedem Dreyecke, wenn es nöthig seyn sollte, alle drey Winkel, damit man von der Genauigkeit der Messung ein sicheres Urtheil fällen könne. Geht es aber

aber nicht an, so müssen wenigstens zwey Winkel in jedem gemessen werden; Unter den gemessenen Winkeln verstehe ich zugleich die centrirten.

Ausserdem messe man z. E. in dem ersten Dreyecke ACD, die Seite AD.

III. So kann man daraus, und vermittelst des Zusammenhangs der Dreyecke, alle übrigen Seiten CD, AC, CE, CF, u. s. w. trigonometrisch herleiten.

IV. Daraus lassen sich nun ferner alle Dreyecke in ihrem richtigen Zusammenhange auf das Papier tragen; und wenn man nun die Figur ACFBGEDA mit möglichster Genauigkeit verzeichnet hat, so ziehe man durch A und B auf dem Risse eine gerade Linie, und messe sie, so hat man die gesuchte Weite AB durch Zeichnung, selbst wenn man nicht einmal von A nach B unmittelbar hätte hinsehen können

V. Wollte man sich aber gar keiner Zeichnung bedienen, und setzt man, es ließe sich wirklich von A nach B hinsehen, so messe man überdem auch die Winkel CAB, FBA.

VI. So kann man erstlich in dem Dreyecke ACD, aus den bekannten Seiten AC, AD, und

und den Winkeln CAm und $DAm = CAD$
 — CAm die Linien Cm , Dm und Am be-
 rechnen, wozu sich leicht eine Formel fin-
 den läßt.

VII. Da nun auch der Winkel $Cmn =$
 $CAm + ACD$ bekannt ist, ferner in dem
 Dreyecke Cmn die Seite Cm , und der Wink-
 el $mCn = DCE$, so kann man daraus fer-
 ner mn und Cn berechnen.

VIII. In dem Dreyecke Eno ist ferner be-
 kannt der Winkel $Eno = Cnm = 180^\circ -$
 $mCn - Cmn$ (VII.), der Winkel nEo
 $= CEF$, und die Seite $En = CE - Cn$
 (VII.), daraus finden sich denn no und Eo .

Und so kann man nach und nach in den
 Dreyecken Fop , GpB , ferner op und pB
 finden.

IX. Die Summe aller gefundenen Stüs-
 cke $Am + mn + no + op + pB$ ist demnach
 der gesuchten Weite AB gleich.

X. Um sich in der Ordnung, nach welcher
 man nach und nach die einzelnen Stücke Am ,
 mn etc. etc. sucht, nicht zu irren, so wird es
 allemal gut seyn, vorher eine roh entworfen-
 e Zeichnung (VI.) von dem Zusammenhange al-
 ler Dreyecke gemacht zu haben.

XI. Will man seine Arbeit berichtigen, so kann man auch in dem letzten Dreyecke FBG eine Standlinie FB und den Winkel FBA gemessen haben, und nun rückwärts von B gegen A eine ähnliche Rechnung führen, und die Stücke Bp, po. on u. s. w. finden, deren Summe denn mit der Rechnung von A aus, übereinstimmen muß.

XII. Daß übrigens in allen Dreyecken die Winkel horizontal gemessen seyn müssen, bedarf kaum einer Erinnerung.

XIII. Zus. Wenn auch die Standpunkte C, D, E zc. zc. nicht so liegen, daß AB wirklich in die Seiten CD, CE, FE u. s. w. einschneide, so wird man doch nach einiger Ueberlegung, und durch Hülfe eines rohen Entwurfs, aus den bekannten Seiten und Winkeln aller Dreyecke CAD, DEC u. s. w., und aus dem gemessenen Winkel CAB, Mittel finden, die ganze Weite AB stückweise trigonometrisch zu berechnen. Es können dabey auch Perpendikulärlinien zu Hülfe genommen werden, die man sich von den Punkten C, D, E, F zc. zc. auf AB herabgefället gedenkt; man kann die Stücke auf AB berechnen, die zwischen jedem Paare nächst auf einander folgender Perpendikulärlinien fallen, und so durch deren Summe oder Abzug

AB

AB auch stückweise finden. Doch ich will die weitere Ausführung davon dem eigenen Nachdenken eines jeden überlassen, da die Sache keine Schwierigkeit hat, sobald man alles, was besonders im gegenwärtigen Kapitel bereits vorgetragen worden ist, gehörig inne hat.

A u f g a b e.

§. 368. Wenn man auch gleich nicht von A nach B wirklich hinvisiren kann, um einen Winkel, wie CAB (§. 367. V.), zu messen, dem ohnerachtet die Weite AB, durch Hülfe des Zusammenhangs aller Dreyecke CAD, CDE u. zu finden.

Aufl. I. Man siehet leicht, daß diese Aufgabe darauf hinausläuft, eine vorgegebene Diagonal:linie eines Polygons, dessen Winkel und Seiten bekannt sind, zu finden. Denn wenn man sich das Vieleck ACEBGEDA vorstellet, so ist AB eine Diagonal:linie desselben, welche durch die beyden gegebenen Punkte A, B gehet. Da nun wegen des Zusammenhangs aller Dreyecke, alle Winkel und Seiten am Umfange des Vielecks als gegeben angesehen werden können, so muß begreiflich die Diagonal:linie AB durch diese Dinge können gefunden werden. Allein eine allge-
meine

meine Auflösung davon wird wohl ziemlichem Weitläufigkeiten unterworfen seyn, und hier also Formeln dazu suchen, würde eine Rechnung seyn, wovon ich eben nicht den Nutzen einsehe, da man vorkommenden Falles durch einige Betrachtung der Figur oft leichter zum Endzweck gelangt.

So könnte man z. E. bey dem Polygon (Fig. LXXXII.) leicht durch folgende Rechnung die Diagonale AB finden.

II. Man stelle sich AC und BF verlängert vor. Sie durchschneiden sich bey M, und in dem Dreyecke CMF hat man die Seite CF, und die beyden Winkel $MCF = 180^\circ - ACF = 180^\circ - ACD - DCE - ECF$, und $MFC = 180^\circ - CFE - EFG - GFB$; daraus finden sich trigonometrisch CM und FM, und in dem Dreyecke AMB sind nun bekannt der Winkel M, und die Seiten $AM = AC + CM$; $BM = BF + FM$; woraus sich denn AB finden läßt.

III. Man könnte eben so z. E. AD und BG verlängert haben, und wenn man sich nun DG gezogen vorstellte, so könnte man in dem Dreyecke DEG, aus den bekannten Seiten DE, EG, und dem Winkel DEG, die Linie DG, und die Winkel EDG, EGD, berech:

berechnen. — Daraus hätte man nun ferner in dem Dreyecke DGN die Winkel $GDN = 180^\circ - ADC - CDE - EDG$, und eben so auch den Winkel DGN. Daraus fänden sich DN und GN, und der Winkel N, und um AB zu finden, verführe man nun mit dem Dreyecke ANB, wie vorhin mit AMB.

Man siehet also leicht, wie bey einer jeden andern vorgegebenen Reihe von an einander hängenden Dreyecken zu verfahren wäre. In einem jeden besondern Falle werden sich durch Betrachtung der Figur, und durch einziges Nachdenken, immer schon die leichtesten Wege finden lassen, wodurch man die gesuchte Diagonale AB bestimmen kann.

A u f g a b e.

§. 369. Zu finden, wie lang ein gegebener Bogen eines gewissen Mittagskreises auf der Erdofläche ist.

Aufl. I. Es sey (Fig. LXXVI.) SCN ein Meridian durch den Ort C, und ADC, CAB, CBG, BGZ u. s. w. eine Reihe von zusammenhängenden großen Dreyecken, die man längst der Mittagslinie so nahe als möglich genommen, und deren Seiten man aus

Mayer's pr. Geometr. III. Th. Mm eines

einer gemessenen Grundlinie FP, und den Winkeln aller Dreiecke, nach (S. 361.) mit möglichster Schärfe trigonometrisch berechnet habe. Auch sey der Winkel $DCS = \rho$, den die Mittagslinie durch C, mit der Seite DC eines von den abgesteckten Dreiecken macht, nach (S. 365) mit möglichster Genauigkeit bestimmt worden.

II. So lassen sich daraus, und aus den bekannten Winkeln und Seiten aller Dreiecke, sowohl die von den Punkten D, A, B, G, Z u. s. w. auf die Mittagslinie SN herabfallenden Perpendikel Dd, Aa, Zx &c. &c berechnen, nach (S. 362.), als auch deren Entfernungen CD, Ca, . . . Cx u. s. w. von dem angenommenen Orte C.

III. Wenn nun ADC, BGZ die beyden äußersten Dreiecke längst der Mittagslinie vorstellen, so findet man nach (II.) den Abstand $xd = Cd + Cx$ der von den beyden äußersten Punkten D, Z herabgefällerten Perpendikulärlinien Dd, Zx.

IV. Aber diese Perpendikel drücken Stücke von Parallelkreisen aus, die man sich auf der Erdkugel durch die beyden Orter D, Z denkt.

V. Also

V. Also hat man in (III.) den Bogen des Mittagskreises zwischen zwey bekannten Parallelen, und es kommt nun darauf an, diesen Bogen αd des Mittagskreises, in Graden, Minuten und Secunden zu finden.

VI. Dieses zu bestimmen, ist eigentlich ein Geschäft der Astronomie. — Indessen kann zum allgemeinen Begriff davon folgendes dienen.

VII. Jeder Parallel, Zx , Dd hat einen gewissen Abstand vom Pole, wovon die Ergänzungen zu 90° , den Abständen der Parallelkreise Zx , Dd vom Aequator, oder den Breiten oder Polhöhen der Orter Z , D gleich sind. Es ist also αd der Unterschied der Polhöhen der beyden Orter D , Z , den man folglich in Graden αc . αc . weiß, wenn man der beyden Orter Z , D Polhöhen nach (S. 345.) bestimmte hat.

VIII. Diese Polhöhen bis auf einzelne Secunden zu erhalten, werden aber wohl Winkelmesser von beträchtlicher Güte erforderlich seyn — und damit die Refractionen in unserm Luftkreise dabey keine Irrungen verursachen, so wird man sich am besten solcher Sterne dazu bedienen die sehr nahe durch den Scheitel gehen.

Auch wird man, um alles in der größten Schärfe zu erhalten, allerley kleine Verbesserungen

rungen anbringen müssen, in die ich mich aber hier nicht einlassen darf. Z. E. in Rücksicht auf die Parallelkreise Zx, Dd, die eigentlich mit geraden Perpendikulärlinien auf SN in völliger Schärfe nicht einerley sind, ferner in Betracht dessen, daß man die Punkte Z und D nothwendig ansehen muß, als lägen sie in einerley Weite vom Mittelpunkt der Erde, oder Z in der erweiterten Oberfläche der Erde durch D u. dgl.

IX. Werkzeuge und Methoden, die Polhöhen bis auf wenige Secunden genau zu bestimmen, findet man in den Schriften welche von den Messungen eines Meridiangrades handeln. (Man s. auch bereits oben S. 345. u. 46).

Vorzüglich empfehle ich hiebey Condamine *Mesure des trois premiers degrés du Meridien dans l'hémisphère austral*, a Paris 1751. Bouguer *Figure de la Terre*, Paris 1749; und Maupertuis *Fig. de la Terre* 1738. Liesganig *dimensio graduum etc. etc.*, in welchen Schriften man zugleich alle möglichen Vorsichten, die bey einer so wichtigen Aufgabe erwogen werden müssen, Fehler, die dabey vorkommen können u. dgl., mit einer Genauigkeit und Beurtheilung ausgeführt findet, wodurch das Lesen solcher Schriften, denen, die sich überhaupt mit Messungen

sungen ins Große abgeben, auf mancherley Weise nützlich wird.

Ein vortreffliches Verfahren eine Mittagslinie von beliebiger Ausdehnung über Berg und Thal zu ziehen, lehrt der Freyherr v. Zach in der Monatlichen Corresp. May 1801. p. 419. Wer sich in der Behandlung der zu geographischen Messungen so nütlichen Sextanten hinlänglich geübt hat, wird dies Verfahren so leicht finden, daß es den vorhergehenden in S. 365. und allen andern mit Recht vorgezogen werden darf. Von dem Nutzen der Sextanten überhaupt zu geographischen Messungen liefert das angeführte Journal mehrere Beispiele. Unter andern M. C. 1801 Oct. S. 325. 1803. Aug. S. 139 und an mehreren Stellen, die man leicht nachschlagen kann.

X. Es sey nun die Entfernung zd überhaupt $= m$; der Unterschied der Breiten der beyden Orter Z, D in Graden, Minuten und Sec. $= \mu$; so hat man nach der Regel de Tri $\mu : 1^\circ = m : x$, die Länge eines Grades auf dem Mittagskreise SN .

XI. Das bisherige wird hinlänglich erläutern, was bey der Vermessung eines ganzen Landes zu bemerken ist. Vorzüglich empfehle ich hiez bey noch als Beispiel den interessanten Aufsatz
des

des Kayf. Königl. Generalmajors und Gen.
Quartiermeisters Anton Freyherrn v. Zach
Ueber die trigonometrische Vermessung
der ehemaligen Venetianischen Staaten in der Monatl. Corresp. Febr.
1803 S. 134. April. 1803. S. 281.

Ueber die topographische Vermessung in
Bayern die Monatl. Corresp. April 1803.
S. 353. May S. 377. Sept. 1803. S.
273. Oct. S. 354.

Wie aus den trigonometrischen Operationen
geographische Bestimmungen der Länge
und Breite mit Zuziehung der sphäroidischen
Gestalt der Erde abgeleitet werden können,
zeigt der Anhang zu diesem Theile der practi-
schen Geometrie.