

XXXI. Kapitel.

Von Anlegung und Leitung der Strassen.

S. 339. Die Verbesserung der Wege gehört mit zu den beträchtlichen Vortheilen, die man durch eine Landesvermessung erhalten kann. Ich werde also das Wesentliche, was ein Feldmesser bey Leitung und Anlegung einer neuen Strasse zu beobachten hat, hier in die Kürze zusammenfassen.

I. Ich setze zum voraus, daß man die Gegend, durch welche man eine oder mehrere Strassen ziehen will, vorher in Grund gelegt, und in dem Tagebuche alles angemerkt habe, was der Anlegung einer Strasse hinderlich oder beförderlich seyn kann. Z. E. Moräste, Hügel, Erdfälle, Gebüsche, Quellen, Sand- und Steingruben, überhaupt die Beschaffenheit des Bodens, wo solcher sandigt, leetigt u. s. w. ist.

II. Ist nun von einem Orte, z. E. D (Fig. LXI.), zu einem andern C eine Strasse zu führen, so ziehe man auf der Charte eine gerade Linie durch beyde Derter, messe auf der Charte den Winkel $CD\gamma$, den diese Linie mit einer andern Linie $D\gamma$, die man auf dem Felde bey D

ganz

ganz würde übersehen können, macht, und trage ihn auf dem Felde an den Punkt D der Linie D γ , der Lage und Größe gemäß, die er auf der Charte hat, so bekommt man die Linie DC, längst der man den Weg führen muß, um in gerader Richtung nach C zu gelangen.

III. Diese gerade Richtung von einem Orte zu einem andern, wäre sowohl in Ansehung der Kürze, als auch der Ersparung der Kosten des Wegbaues die vortheilhafteste. Allein sie setzt ein offenes Land, und einen festen Boden zum voraus, worauf wenigstens keine beträchtliche Anhöhen, Moräste, Erdfälle u. dgl. vorkommen, welche die gerade Richtung unterbrechen, den Bau des Weges sehr erschweren und kostbar machen. Eben so könnte diese Richtung der neuen Strasse an gewissen Orten vorbeigehen, durch welche die alte Strasse gieng, welches denn oft solchen Orten nachtheilig, auch wohl Reisenden sehr unbequem seyn könnte.

IV. Diese und mehrere Umstände nöthigen in den meisten Fällen, von dem geraden Wege abzuweichen. — Dies hindert aber doch nicht, einzelne Theile der Strasse so zu leiten, daß

- 1) der Umweg so unbeträchtlich, als möglich sey, und folglich die Kosten des Wegbaues nicht zu hoch steigen; 2) einzelne Glieder des Staa-

tes nicht zu sehr dadurch leiden, und 3) die Strasse durch gewisse Dertter gehe, oder andere vortheilhafte Absichten erfülle.

V. Wenn man den Riß von der Gegend, durch welche man die Strasse ziehen will, vor sich hat, und die übrigen Kenntnisse aus dem Manuale (I.) zu Hülfe nimmt, so wird es unterweilen nicht schwer seyn, die bequemste und wohlfeilste Leitung der Strasse zu treffen.

Einige dahin gehörige Umstände werde ich in folgenden Absätzen erläutern.

VI. Wenn man von einem Orte A (Fig. LXII.) zu einem andern F eine Strasse führen sollte, mit der Bedingung, daß sie nothwendig durch die dazwischen liegenden Dertter B, C gienge, so wäre der kürzeste Weg der, welchen man nach den geraden Richtungen AB, BC, CF führete.

VII. Diese geraden Linien können aber, nach Anleitung des Grundrisses der Gegend, auf Hindernisse treffen, die abermals nöthigen, die geraden Wege AB, BC, CF zu verlassen.

VIII. Fände sich zwischen B und C eine nicht sehr beträchtliche Anhöhe Q, so lohnt es sich kaum der Mühe, sie durch Umwege zu vermeiden, oder gar wegzuschaffen.

Oft kann man auch durch gehöriges Abtragen der Erde nur so weit, als es die Richtung des Weges mit sich bringt, die Anhöhe bequemer zur Ueberfahrt machen, in welchem Falle man denn einen Hohlweg erhielte.

Wäre aber die Anhöhe ziemlich steil, oder führte die gerade Richtung über ein sehr beschwerliches Gebirge, so ist ein Umweg sowohl für Reisende, als auch zur Ersparung der Kosten des Wegbaues meistens rathsam.

Dabey ist nun ein für allemal zu bemerken, daß man die Ausbeugung so weit von dem Hindernisse Q, als möglich ist, anfangen muß, wenn man dem Gesetze des kürzesten Weges ein Genüge leisten will.

Gesetzt, um Q auszuweichen, wolle man die Strasse erst von B bis α , und hierauf nahe um Q herum, den gebrochenen Weg $\alpha\beta\gamma\delta$ führen, so würde man offenbar einen längern Weg beschreiben, als wenn man schon in beträchtlicher Weite von Q, z. E. bey D, anfieng, dem Gegenstande Q auszuweichen, und die Strasse z. E. längst $D\gamma C$ leitete. Es ist nemlich der Umfang

$D\alpha + \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\delta + \delta C$ größer,
als $D\gamma + \gamma C$.

Es kann übrigens, wenn $D\gamma$, γC eine beträchtliche Länge haben, die Abweichung vom geraden Wege DC , oder das Perpendikel von γ auf DC schon ziemlich groß seyn, ohne daß darum der Umweg $D\gamma C$ sehr viel länger, als die gerade Richtung DC wäre.

Es sey z. E. $D\gamma = 400$ Ruth.; $C\gamma = 200$ R.; das Perpendikel von γ auf $DC = 30$ R.; so wird $DC = \sqrt{(400^2 - 30^2)} + \sqrt{(200^2 - 30^2)} = 596,5$ Ruth., welches von $D\gamma + C\gamma = 600$ R. nur um $3\frac{1}{2}$ Ruth. unterschieden ist, obgleich die Abweichung von DC von einer beträchtlichen Größe ist.

IX. Wäre bey Q ein Sumpf, oder ein moirastiger Boden, der der geraden Richtung BC begegnete, so muß man die Ursachen desselben auffuchen, und erwägen, ob er sich ohne große Kosten austrocknen läßt. Dabey wird nun eine physikalische Kenntniß der umliegenden Gegend nützlich seyn. Entstehet der Sumpf dadurch, daß das von benachbarten Anhöhen herabfließende Regen- und Schneewasser nicht zureichenden Abzug hat, oder auch, daß ein benachbarter Fluß aus den Ufern tritt, so ist dem durch geschickt angebrachte Abzugsgraben, Uferbefestigungen u. dgl., nach vorhergegangenem Nivelliren, leicht abzuhelfen. Rühret aber die Masse von Quellen her, so ist die Austrocknung

nung des Sumpfes schwüriger. Man kann hie-
 bey Silberchlags Hydrotechnik,
 II Th. VII Kap. nachlesen.

Kann man indessen dem Moraste vortheil-
 hafter durch einen Umweg ausbeugen, so wird
 man dabey die Vorschriften (VIII.) zu beobach-
 ten haben.

In Fällen aber, wo auch dieses die Um-
 stände nicht verstaten, wird man den Weg über
 einen durch den Morast angelegten Pfahlgrund,
 Faschienenbau u. dgl. führen müssen. Daß die
 Kosten eines solchen beschwerlichen Wegbaues
 ansehnlich werden, ist leicht zu begreifen.
 G a u t i e r hat in einem besondern Werke übe-
 den Wegbau alles dahin gehörige umständ-
 lich erläutert.

X. Träse man zwischen C und F einen
 Wald an, der auf einem trocknen und nicht
 sehr unebnen Boden stände, so lohnte es sich
 kaum der Mühe und Kosten, ihn durch einen
 Umweg zu vermeiden, sondern es ist meistens
 vortheilhafter, ihn längst der geraden Richtung
 durchzubauen.

Da man bey diesem Geschäfte von C nach
 F keine freye Aussicht hat, um beynt Durch-
 bauen die wahre Richtung CF zu treffen, so
 muß man die Aufgabe des 241sten Ses zu Hülfe
 nehmen.

Was ich aber dort mit dem Meßtische zu bewerkstelligen angewiesen, könnte noch genauer durch Hülfe eines Astrolabii geschehen.

Wenn nemlich $Cp q F$ sonst einen Weg durch den Wald vorstellte, so könnte man bey p und q die Winkel mit dem Astrolabio messen, aus diesen Winkeln und den Seiten Cp , $p q$, $q F$, den Winkel $F C p$ durch trigonometrische Rechnung suchen, und ihn auf das Feld abtragen, mithin CF genauer abstecken, als es vermittelst des Meßtisches nach dem Verfahren des 24^{ten} Ses angienge.

Hat indessen der Weg $Cp q F$ viele Winkel, so könnten die unvermeidlichen Fehler in Messung derselben, den Winkel $p C F$ doch mit einer Unrichtigkeit geben, die nachher noch eine Verbesserung der abgesteckten Richtung CF erforderte.

Weit genauer verführe man, wiewohl wegen vorzunehmender Begräumung der Gebüschse zu einigem Nachtheile des Waldes, auf folgende Art.

Man stecke von C aus, durch den Wald eine gerade Richtung CE ab, längst der man ohngefähr glaubt auf F zu treffen; Es wird sich dieses schon ziemlich genau bewerkstelligen lassen, wenn man die Charte zu Hülfe nimmt, worauf sich die Dertter C und F befinden.

Wenn

Wenn man bey E aus dem Walde hinaus kömmt, so wird es ein Zufall seyn, wenn CE wirklich ganz genau auf F zugienge, wenn man auch gleich auf der Charte den Winkel FCp , den CF mit einer bekanten Richtung Cp macht, gemessen, und ihn an C auf das Feld getragen hätte — denn auf der Charte kann dieser Winkel doch nicht so genau gemessen werden, daß man nicht statt CF, eine etwas davon unterschiedene Richtung CE erhielte.

Fände man also CE nicht genau auf F zugehend, so messe man bey E den Winkel CEF, so kann man daraus, und aus den gemessenen CE, EF, den Abweichungswinkel ECF berechnen, welcher bey C an CE vermittelst des Astrolabii abgetragen, die verbesserte Richtung CF giebt, längst der man den Weg abstecken und aushauen muß.

Man könnte auch aus dem gemessenen Winkel CEF, und der Weite EF, das von F auf CE fallende Perpendikel Ff, so wie auch Ef berechnen, und hierauf an die Punkte i, k etc. etc. der abgesteckten Richtung CE, etwa von 5 zu 5 Ruthen, Perpendikulärlinien in, km u. s. w. setzen, deren Längen sich wie ihr Abstand von C verhielten. Man schließe in dieser Absicht

$CE + Ef$ oder $Cf : fF = Ci (= 5 \text{ Ruth.}) : in$
 $Cf : fF = Ck (= 10 \text{ R.}) : km$
 u. s. w.

so kann man alsdann längst denen bey m , n
 u. s. w. abgesteckten Stäben, die wahre Rich-
 tung CF durch den Wald führen, wobey denn
 zu bemerken ist, daß man anfänglich den Weg
 nicht zu weit aushaue, sondern nur so viel, daß
 man durchsehen, und wenn eine Verbesserung
 nöthig wäre, hernach durch ferneres Aushauen
 nachhelfen kann.

Wenn F selbst im Walde läge, daß man
 nicht, wie vorhin, von E nach F frey visiren
 und messen könnte, so wird sich doch, nachdem
 man CE ziemlich weit in den Wald hinein ge-
 führet hat, leicht beurtheilen lassen, ob man
 sich bey E linker oder rechter Hand CF befindet.
 Dieser Betrachtung gemäß, führe man nun von
 F aus eine Linie FV bis an CE , messe CV ,
 VF , und den Winkel CVF , und berechne
 daraus den Abweichungswinkel $VC F$.

Das bisherige wird indessen immer etwas
 beschwerlich seyn, wenn der Wald sehr bus-
 schicht ist, weil man sowohl längst CE , als
 auch FV die Gebüschewegräumen muß. Das
 Verfahren wird also in einem hochstämmigen
 und lichten Gehölze ungleich bequemer seyn,
 wenn auch gleich längst CE und FV Stämme
 von

von Bäumen vorkommen. — Denn diese verhindern das Abstecken der Stäbe längst CE und VF nicht so sehr, daß man genöthiget wäre, die Stämme umzubauen (S. 61.).

Käme es nicht darauf an, daß der Weg ganz genau in gerader Linie durch den Wald gienge, so könnte man immer CE beh behalten, und der Strasse bey E einen Winkel CEF geben, wobey es vortheilhaft ist, E nicht zu nahe bey F anzunehmen. Wenn solchergestalt der Abweichungswinkel ECF nicht zu groß ist, so ist der gebrochene Weg CEF nicht viel länger, als CF.

XI. Es eräugnet sich oft, daß man von einem gewissen Orte, z. E. A (Fig. LXIII.), nach zwey andern B und C Strassen führen will. — Nun ist wohl klar, daß, in Rücksicht der Reisenden, die geraden Richtungen AB, AC die vortheilhaftesten wären, allein in Rücksicht der Kosten des Wegbaues werden sie es nicht immer seyn. Ich behaupte, in Ansehung der Kosten werde es oft vortheilhafter seyn, die Strasse erst nach einer andern Richtung, z. E. längst AD, eine gewisse Strecke fortzuführen, und sie hierauf bey D nach den Richtungen DB, DC zu theilen, als geradehin von A aus die Strassen anzulegen. Denn wenn man voraussetzt, daß innerhalb des ganzen Raumes

ABC

ABC sich die Kosten des Wegbaues überall gleich hoch belaufen, d. h., daß z. E. eine gewisse Anzahl von Ruthen auf AC, oder AB, AD, BD u. s. w. überall gleichviel zu bearbeiten kostet, so verhalten sich die Kosten beyder Strassen AB und AC, wie $AB + AC$, die Kosten aber, wenn man die Strasse AD bey D theilte, wie $AD + DB + DC$. Kann man also D innerhalb des Dreyecks ABC so wählen, daß $AD + DB + DC$ kleiner ist, als $AB + AC$, so wird es in Rücksicht des Wegbaues vortheilhafter seyn, zwischen den drey Punkten A, B, C, die Strassen ADB, ADC, als unmittelbar die AB und AC anzulegen.

Daß sich ein solcher Punkt D der erwähnten Bedingung gemäß, finden läßt, davon kann man sich vielfältig durch Versuche überzeugen.— Ein geometrischer Beweis ist auch nicht schwer zu finden.

Ja es läßt sich zeigen, daß man den Punkt D so wählen kann, daß nicht allein $AD + DB + DC$ kleiner ist, als $AB + AC$, sondern kleiner, als eine jede andere Summe dreyer von A, B, C nach einem beliebigen Punkte d hingezogener Linien, daß also, wie man sich in der höheren Geometrie ausdrückt, $AD + DB + DC$ ein minimum ist.

Nach

Nach Gründen, die ich bey vielen meiner Leser nicht voraussehen kann, findet sich, daß, wenn man den Punkt D so annimmt, daß die drey Winkel BDA, BDC, ADC einander gleich sind, also jeder 120° hält, die Summe $AD + DB + DC$ der kürzeste Weg sey, der sich zwischen den drey Orten A, B, C geben läßt, daß also dies, in Rücksicht der Kosten, die vortheilhaftesten Strassen wären.

Reisende würden alsdenn freylich einen Umweg machen, um von einem Orte zu einem andern zu gelangen, z. E. von A nach B bekäme man die Strasse ADB u. s. w. Allein wenn dadurch an den Kosten des Wegbaues viel erspart werden kann, so ist auf diese Unbequemlichkeit nicht Rücksicht zu nehmen.

Um den Punkt D durch Zeichnung zu finden, so beschreibe man über A B und A C gleichseitige Dreyecke AGB, ACH, halbire AB, GB bey a und b; und ziehe Ab, Ga, die sich in p durchschneiden, so ist p der Mittelpunkt des Dreyecks AGB. Aus diesem beschreibe man mit dem Halbmesser pB den Kreisbogen BDA; Eben so aus dem Mittelpunkte q des Dreyecks ACH den Kreisbogen CDA, so ist beyder Durchschnitt der gesuchte Ort D.

Bew. Der Kreisbogen BDA ganz ausgezogen, würde auch durch G gehen, und die
Wink

Winkel am Umkreise $BDA + AGB$ betragen 180° . Nun ist aber $AGB = 60^\circ$. Also $ADB = 120^\circ$. Eben so auch $ADC = 120^\circ$; mithin auch $BCD = 120^\circ$ und D der gesuchte Punkt.

Man könnte das Centrum p auch auf folgende Art finden. Weil $pBA = \frac{1}{2}GBA = 30^\circ$, so ist $ap = aB \cdot \text{tang } 30^\circ = \frac{1}{2}AB \cdot \text{tang } 30^\circ = AB \cdot 0,2886$. Eben so auch $cq = AC \cdot 0,2886$. Wenn man also AB , AC halbiret, und durch a und c Perpendikel ap , cq von erwähnter Größe setzet, so hat man die Mittelpunkte der zu ziehenden Kreisbogen BDA , CDA .

Der Halbmesser pB wäre $\frac{1}{2}AB \sec. 30^\circ = AB \cdot 0,5773$. Eben so $qC = AC \cdot 0,5773$; woraus man auch die Mittelpunkte p , q finden könnte.

XII. Wenn (Fig. LXIV.) zwischen vier Orten A , B , C , D ein Punkt G gesucht würde, für welchen die Summe der 4 Linien $GA + GB + GC + GD$ ein Minimum seyn sollte, so ziehe man nur geradehin die beyden Diagonalen AC , BD , so ist deren Durchschnitt G die gesuchte Stelle. Für jeden andern Punkt, z. E. g , läßt sich zeigen, daß $gA + gB + gC + gD$ größer, als $GA + GB + GC + GD$, oder als $AC + BD$ ist. Will man

man also zwischen den 4 Orten die wohlfeileste Communication anlegen, und sollen alle Straßen durch einen und denselben Punkt G gehen, so muß man solche nach den Diagonalen AC, BD führen.

XIII. Wären aber überhaupt so viel Orter A, B, C, D, E (Fig. LXV.), als man will, vorgegeben, und man sollte einen Punkt G so wählen, daß die Summe der Linien $GA + GB + GC$ u. s. w. am kleinsten wäre, und folglich die nach diesen Richtungen zu führenden Straßen am wenigsten kosteten, so führt diese Untersuchung meistens auf sehr beschwerliche Rechnungen und Konstruktionen. Ich rathe also in einem solchen Falle, den Punkt G lieber durch Versuche herauszubringen.

XIV. Den Satz für drey Orter (XI.) lehrt Palmquist (Abhandlungen der schwedischen Akademie d. Wiss, des Jahrs 1745. S. 150. der Kästnerischen Uebersetzung). Es kann der Satz noch zu mehreren Absichten dienen, z. E. in der Artillerie, wenn ein Minirer an gegebenen Stellen Minenkammern machen, und die Minengänge so anlegen soll, daß der Weg von einem gewissen Orte zu dreyen, oder auch mehreren, so kurz, als möglich sey; in der Marktscheidkunst, wenn ein Bergmann einen Schacht
von

von einem Orte absenken will, und die rechte Stelle sucht, wo er absenken muß, damit man zu dreyen oder mehreren Oertern unten im Berge den kürzesten Weg habe u. s. w. Auf solche Art werden offenbar Kosten und Zeit erspart.

Palmquist fügt seinem geometrischen Beweise des erwähnten Satzes, einen mechanischen bey, den solche, die eben nicht in der Analysis geübt wären, verstehen können.

Man stelle sich vor, über den Punkten A, B, C (Fig. LXVI.), die man sich in einer Horizontalebene gedenken muß, seyen Rollen angebracht, über welche man drey in einen Punkt D zusammengeknüpfte Schnüre gezogen hätte, an deren Enden gleichgroße Gewichte vertical herabhiengen. Wenn sich diese Gewichte für sich ins Gleichgewicht setzen, so muß der Knoten D an dem Orte stehen bleiben, wo alle drey Winkel um ihn herum gleich groß sind, weil die Mechanik lehret, daß beym Gleichgewicht der Kräfte die Sinusse der Winkel BDC, BDA, ADC sich wie die nach den Richtungen DA, DB, DC ziehenden Kräfte verhalten, und folglich, weil die Kräfte gleich sind, es auch die Winkel seyn müssen. Nun ist es aber eine bekannte Eigenschaft der Gewichte, daß sie der Erde so nahe zu kommen streben, als möglich ist, und sie folglich die Schnüre so

so weit niederziehen werden, als sie können; d. h. daß die Summe der Stücke Schnüre, die unter die Rollen kommen, im Falle des Gleichgewichts, so groß, als möglich, und folglich die Summe der über den Rollen bleibenden Stücke $DA + DB + DC$ so klein, als möglich, seyn müsse, daß also der Knoten D an der Stelle stehen bleiben werde, wo man den kürzesten Weg zwischen den 3 Punkten A, B, C hat.

XV. Diese Eigenschaft der Gewichte könnte auf mehrere Punkte A, B, C, D u. s. w. (Fig. LXV.), zwischen denen man G so annehmen soll, daß die Summe $GA + GB + GC$ u. s. w. ein Kleinstes wird, angewandt werden. Es ließe sich leicht eine Vorrichtung erdenken, daß man kleine Rollen in eine solche Lage gegen einander stellen könnte, welche die Punkte A, B, C, D u. s. w. gegen einander haben, und nun über diese Rollen zarte, in einen Punkt G zusammengeknüpfte Fäden, mit daran hängenden gleich großen Gewichten anbrächte, wo denn diese Gewichte den Punkt oder Knoten G dahin ziehen werden, wo die Summe $GA + GB + GC$ u. s. w. am kleinsten ist. So ließe sich etwa durch Versuche die Aufgabe auflösen, wo man denn freylich wegen der Reibung mit einem *Weynaye* zufrieden seyn muß.

XVI. Wenn man von einer Strasse aus, z. E. BD (Fig. LXIV.), nach mehreren Dörtern A und C , Strassen seitwärts führen will, so läßt sich, im Falle diese Wege nach A und C nicht aus einem und demselben Punkte G , wie in (XII.), ausgehen sollen, oft noch ein kürzerer Weg zwischen den Dörtern A , B , C , D gedenken, als der (XII.). Man falle z. E. von A und C Perpendikulärlinien Aa , Cc auf BD herab, so ist offenbar sogleich $Aa + Cc$ kleiner, als AC , und folglich wäre es noch vortheilhafter, zwischen den vier Dörtern A , B , C , D die Strassen BD , Cc , Aa anzulegen, als sie, wie in (XII.), längst den Diagonalen AC , BD zu führen. Jetzt würden aber aus zweyen Punkten a und c der Richtung BD , Strassen seitwärts geführt, da hingegen GA , GC aus einerley Punkte ausgiengen. Ja es ließe sich vielleicht, wenn man nicht einmal BD beh behalten wollte, zwischen den vier Dörtern A , B , C , D noch ein kürzerer Weg gedenken, wenn man aus drey Punkten einer z. E. durch B gezogenen Richtung seitwärts Strassen nach A , B , C führen wollte.

XVII. Es sey (Fig. LXVII.) AH ein Stück einer durch einen vorgegebenen Distrikt zu führenden Landstrasse, und B , C , D , E nach Gefallen Dörter, deren Lage man weiß, und nach denen von AH aus, Seitenwege geführt

führt werden sollen, so ist klar, daß zur Ersparrung der Kosten, es vortheilhaft seyn wird, 1) diese Seitenstrassen bB , cC u. s. w. senkrecht auf AH zu setzen, und dann 2) AH so zu ziehen, daß die Summe aller Perpendikulärlinien $bB + cC + dD + eE$ so klein, als möglich, werde. Letztere Bedingung aber zu erfüllen, müßte ich hier wieder Kenntnisse zum voraus setzen, die die Gränzen der gemeinen Geometrie überschreiten. Ich würde also hier bloß zu Versuchen raten, da ohnedem selbst die Rechnung sehr weitläufig wird, und es auch in der Ausübung auf die vollkommen genaue Bestimmung der Richtung AH so sehr nicht ankömmt.

Anmerk. Diejenigen, welche glauben, die Lage von AH , bey der $Bb + Cc$ u. s. w. ein minimum wird, nach den gewöhnlichen Vorschriften der Analysis finden zu können, würden sich sehr irren — denn gesetzt, man wollte φ , den Winkel, den AH mit einer der gegebenen Seiten AB mache, $= \varphi$, und die aus der gegebenen Lage der Dertter A, B, C u. s. w. bekannten Winkel $BAC = \alpha$, $BAE = \beta$, $BAD = \gamma$ u. u. nennen, hierauf den Winkel φ dadurch bestimmen, daß man das Differenzial von $Bb + Cc + Ee$ u. s. w., oder von $AB \sin \varphi + AC \sin(\varphi - \alpha) + AE \sin(\varphi - \beta)$ u. s. w. $= 0$ setze, und aus der heraus kom-

menden Gleichung $AB \cos \phi + AC \cos(\phi - \alpha)$ u. s. w. den Werth von ϕ suchte, so würde dies die Lage von AH in einer ganz andern Bedeutung geben, als sie hier statt findet. Es würde nemlich, wie sich nach einiger Ueberlegung zeigt, der gefundene Winkel ϕ eine solche Lage von AH bestimmen, bey der die Summe $Bb + Cc + Ee$ u. s. w. ein minimum wird, in der Voraussetzung, daß in dieser Summe die Perpendikel, wie z. B. Dd , die rechter Hand der gefundenen AH zu liegen kommen, als negativ angesehen werden. Allein bey gegenwärtiger Untersuchung kömmt es darauf an, daß $Bb + Cc + Dd$ u. s. w. ein minimum werde, ohne Rücksicht auf die Lage, die diese Perpendikel in Ansehung der Richtung AH haben; denn bey Anlegung der Strassen verhalten sich die Kosten wie die Summe der absoluten Längen $Bb + Cc + Ee + Dd$ u. s. w., und nicht wie $Bb + Cc + Ee - Dd$, so, daß man Dd als negativ in dieser Summe ansehen dürfte.

XVIII. Bisher habe ich von bequemer und vortheilhafter Anlegung der Wege so viel gesagt, als sich ohne umständlichere Kenntniß der Analysis thun ließe. Natürlich müssen es nun die Umstände ergeben, welche Vorschriften sich in jedem Falle anwenden lassen, und wie weit sich ihr Gebrauch erstreckt. — Man siehet wohl, daß

daß es die Beschaffenheit des Bodens nicht immer erlaubt, Wege nach dem Gesetze der kürzesten Länge, oder der kleinsten Summe zu führen. Oft würden diese Wege auf mancherley Arten gegen die Sparsamkeit verstossen — bisweilen muß man Umwege machen, einen guten und festen Boden zu erhalten — bisweilen findet man in einer Gegend Materialien zum Wegbau im Ueberflusse, in einer andern fehlen sie, oder müssen mit beträchtlichen Kosten weit hergeschafft werden, da man denn oft lieber einen Umweg macht, und die Straße durch solche Gegenden führt, wo Materialien genug vorhanden sind. Will man solcher ökonomischen Betrachtungen beim Wegbau mehrere anstellen, und das wird doch wohl nöthig seyn, so ist es in der That nicht leicht zu sagen, ob man durch das geometrische Gesetz des kürzesten Weges allemal Kosten erspare, oder nicht. — Wo indessen die Anwendung davon statt findet, da ist es Pflicht, sie zu machen, und so wird man doch oft durch die Geometrie entscheiden, ob sich Wege abkürzen lassen. Kann es auch nicht durch eine ganze Provinz geschehen, so wird man doch in kleinern Distrikten Gelegenheit dazu haben, und dazu wird die geometrische Aufnahme der Gegend allerdings sehr nützlich und unentbehrlich seyn.

Wie übrigens die auf einer Charte entworfenen Strassen demnächst auf das Feld abgesteckt wer-

werden, davon wird nicht nöthig seyn, noch etwas zu sagen, da alles darauf ankömmt, Winkel, welche die bestimmten Strassen mit gegebenen Linien und Punkten auf der Charte machen, an eben diese Linien und Punkte auf das Feld zu tragen, und übrigens die Längen einzelner Stücke des abzusteckenden Weges denen auf der Charte gemäß zu machen, welches alles nach dem, was in diesem und den vorigen Theilen dieser practischen Geometrie bereits gelehret worden, sich ohne Mühe und mit der nöthigen Genauigkeit wird bewerkstelligen lassen.

Was den Bau der Strassen selbst betrifft, damit sie die gehörige Festigkeit bekommen u. dgl., davon ist hier nicht der Ort zu reden; Gautier's oberwähnter Tractat von dem Bau der Wege und Anlegung der Strassen (Leipz. 1773.), C. H. Zinkels Abhandlung vom Wegbaue (Leipzig, 1771.), und andere Schriften geben darinn zureichenden Unterricht.