

XXIV. Kapitel.

Vom Kopieren und Verjüngen der Figuren.

S. 266.

A u f g a b e.

Ein Stück einer Flur in einem gegebenen Verhältnisse zu verjüngen.

Aufl. I. Es sey bey (Nro. 1. Fig. X.) ein Stück R einer Flur, nach dem Maasstabe K verzeichnet, und bey r (Nro. 2.) solle man dasselbe Stück nach einem kleinern Maasstabe k entwerfen; die Flächen der beyden ähnlichen Figuren R, r, sollen sich gegen einander verhalten $= m:1$, so daß $R:r = m:1$, wie groß müssen die Ruthen auf k seyn, daß dieser Bedingung ein Genüge geschieht?

II. Aus der Geometrie erhellet, daß, wenn man auf K und k gleichviel Ruthen nimmt, $K:k = \sqrt{m:1}$ seyn müsse, weil nemlich $K^2; k^2 = R:r = m:1$.

III.

III. Folglich $k = \frac{K}{\sqrt{m}}$

IV. d. h. wenn man k der Größe $\frac{K}{\sqrt{m}}$ gleich nimmt, und k in so viel gleiche Theile oder Ruthen eintheilt, als K Ruthen enthält, so wird der Riß r nach den Ruthen des Maasstabes k verzeichnet, m mal kleiner ausfallen, als R .

V. Im Falle sich aus m die Quadratwurzel ohne Decimalstellen nicht ausziehen läßt, ist es unbequem, K mit \sqrt{m} zu dividiren. — Statt dessen kann man sich bequemer der Formel $k = \frac{K\sqrt{m}}{m}$ bedienen, weil beyde Werthe von k auf eins hinauslaufen, indem $\frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}}{m}$.

VI. Exempel: Es seyen auf K , 50 Ruthen, oder man setze $K = 50$. Um zu wissen, wie groß 50 Ruthen auf k genommen werden müssen, damit der Riß r z. E. 3mal kleiner, als R ausfalle, so messe man die 50 Ruthen auf K , nach einem beliebigen tausendtheiligten Maasstabe, und finde solche z. E. = 900 Theilen. Nach solchen Theilchen wür:

würden also wegen $m = 3$, die 50 Ruthen auf k gleich seyn $= \frac{900 \cdot \sqrt{3}}{3} =$
 $\frac{900 \cdot 1,732 \dots}{3} = 519,6$, oder beynahe 520
 Theilchen.

Man nehme also von dem tausendtheiligsten Maasstabe 520 Theilchen, und theile diese Länge in 50 gleiche Theile, so hat man die Ruthen auf k ; die der erwähnten Bedingung, daß nemlich r drey mal kleiner, als R ausfallen soll, ein Genüge leisten.

VII. Was nun die Zeichnung der zu verjüngenden Figur selbst betrifft, so kann man dabey auf folgende Art verfahren:

VIII. Man verzeichne etwa mit Bleistiftlinien über die Figur R ein Parallelogramm $ABCD$, welches in lauter Quadrate, von einer mäßigen Größe, zertheilt ist, und nummere die einzelnen Quadrate, wie die Figur ausweist.

Man messe die Seiten dieses Parallelogramms nach dem Maasstabe K , verzeichne nach dem kleinern Maasstabe k ein Parallelogramm $abcd$, welches dem $ABCD$ ähnlich,

lich, und in eben so viel kleinere Quadrate zerlegt ist.

IX. Was nun von der Figur R innerhalb eines jeden Quadrats I, II, III u. s. w. fällt, verzeichne man nach dem kleinern Maasstabe k auf eine ähnliche Art in die korrespondirenden Quadrate 1, 2, 3 u. s. w. des Parallelogramms abcd.

Man könnte AC, ac für Abscissenlinien annehmen, für die merkwürdigsten Punkte der Figur R, z. E. m. w u. s. w., welche in die zunächst an AC liegenden Quadrate IV, I u. s. w. fallen, Abscissen AL rc. und Ordinaten Lm rc. nach dem Maasstabe K messen, und ihre Längen nach dem kleinern Maasstabe k, nemlich al, l μ rc. auf eine ähnliche Art in die kleinern Quadrate 4 und 1 tragen, mit hin in die kleinern Quadrate alles eben so verzeichnen, wie man es in den größern IV, I vorfindet.

Auf eben die Art könnten EF, ef Abscissenlinien seyn, vermittelst deren man in die kleinern Quadrate 2, 5 das verzeichnete, was man in den Größern II und V vorfände.

Und so würde man endlich die ganze Figur r, der R ähnlich erhalten.

X. Wer ein gutes Augenmaaß hat, wird in die kleinern Quadrate manches schon ziemlich genau dem gemäß verzeichnen können, was in die größern fällt, ohne alles selbst messen zu dürfen, wobey denn das Augenmaaß desto weniger fehlen wird, je kleiner man die Quadrate des Parallelogramms ABCD gemacht hat.

Dies giebt den Gebrauch des sogenannten Netzes, welches man, um das Ziehen der Bleystiftlinien, und die daher rührende Verunzierung eines Risses u. dgl. zu vermeiden, aus Fäden oder Pferdehaaren verfertigt, die man in einem viereckigten Rahmen ABCD dergestalt ausspannet, daß das Viereck ABCD in lauter Quadrate zerlegt wird.

Man legt alsdann den Rahmen ABCD, über den zu kopierenden Riß R, und zeichnet nach dem Augenmaaße in die Quadrate des ähnlichen mit Bleystift entworfenen Vierecks $abcd$, der Ordnung nach das, was in die Quadrate des größern ABCD fällt.

XI. Nähme man die Quadrate innerhalb $abcd$, denen innerhalb ABCD gleich, so würde der Riß R in derselben Größe kopieret. — Hier ist alsdann noch mehr Genauigkeit zu erwarten, weil man da nicht nöthig hat, alles zugleich nach dem Augenmaaße zu verjüngen.

XII. Statt eines Rahmens, wie (X.), könnte man sich noch besser einer Glasplatte bedienen, worauf die Vierecke mit einem Diamant oder mit Tusche verzeichnet wären.

Anmerkung.

§. 267. Weil das Messen der Abscissen und Ordinaten (§. 265. IX.) innerhalb ABCD mühsam ist, und der Riß K gar zu leicht durch die Zirkelspitzen verdorben wird, da sich ferner auch eben die Beschwerlichkeiten innerhalb abcd vorfinden, so schlägt Venther (practische Geometrie S. 676.) ein anderes Verfahren vor, wodurch die Arbeit theils geschwinder von statten geht, theils sauberer ausfällt.

Nachdem man nemlich die Seiten der Parallelogramme AB und ab, AC und ac in gleich viel Theile getheilt hat, so lege man an ein paar gegen einander über stehende Punkte, z. E. an A und C, ein Linial, längst dessen Schärfe sich Theile des Maasstabes K befinden. — An dieses Linial lege man den einen Katheden eines rechtwinklichten hölzernen Dreiecks ALP, auf dessen andern Katheden LP gleichfalls Theile des Maasstabes K verzeichnet sind. So hat man z. E. für den Punkt m, durch welchen LP geht, sogleich die Abscisse AL auf dem Liniale AC, und die Ordinate Lm, auf dem Katheden LP. Wenn man eben so

so etwas mit einem andern Liniale ac , und rechtwinklichten Dreyecke aIp , worauf Theile des kleinen Maasstabes k verzeichnet sind, vornimmt, nemlich von a nach I , und von I nach μ , so viel Theile zählt, als man auf AL und Lm gefunden hat, so wird μ in dem Quadrate 4 eben die Lage bekommen, die m innerhalb des Quadrates IV hat, und so wird das Messen und Abtragen der Abscissen und Ordinaten vermittelst eines Zirkels erspart. Auch ist dabey nicht erforderlich, daß die Parallelogrammen selbst in Quadrate eingetheilt werden, wenn man nur die Seiten derselben AC , ac ; AB , ab ; für die erforderliche und richtige Auslegung der Liniale, auf eine ähnliche Art eingetheilt hat.

Wenther schlägt vor, die Seiten der Liniale und Dreyecke, worauf die Abtheilungen kommen sollen, schräg abhobeln zu lassen, damit die Theilstriche näher auf dem Papiere liegen, und sich richtiger angeben lassen. Von durchsichtigen Horne die Liniale und Dreyecke machen zu lassen, hätte vielleicht noch andere Bequemlichkeiten. Um übrigens die Liniale in unverrückter Lage zu erhalten, bis alles, was in die neben ihnen liegende Quadrate fällt, vollendet ist, so beschweret sie Wenther mit einem darauf gelegten Gewicht.

Noch einige andere Methoden, Figuren zu verjüngen.

S. 268. I. Ein hieher gehöriges Verfahren ist der Gebrauch des Storchschnabels, eines bekannten Werkzeugs. — Marzini (in seinem Buche de re ichnographica) hat ihn auch zu geometrischen Gebrauche vorgeschlagen. — Meines Erachtens hat er aber in dieser Rücksicht Unbequemlichkeiten. Eine sehr deutliche Beschreibung davon, nebst der Art, dieses Werkzeug auf eine wohlfeile Weise selbst zu verfertigen, findet man in einer kleinen Schrift: Beschreibung eines sehr einfachen u. u. Storchschnabels, den sich jeder Liebhaber selbst verfertigen kann, nebst einem geometrischen Beweis und Tafeln über dieses Werkzeug (Münster und Hamm. 1780.), sehr gut ausgeführt.

Das Wesentliche kommt darauf an:

Man lasse ein paar ganz lange Liniale BA, AC (Fig. XI.) um A, und noch ein paar andere, mit erstern von gleicher Größe, ED, EF, um E beweglich seyn, zu welcher Absicht durch A und E Stifte oder Zapfen gehen müssen. Auf $BA = AC = ED = EF$ verzeichne man in gleichen Weiten von einander, Punkte oder Löcher,

Löcher, durch welche man Stifte stecken kann; beyde Paare von Linialen in einer solchen Lage an einander zu hängen, daß $BH = HE = AI$, und $HA = EI$, mithin $HEAI$ ein Parallelogramm wird.

Da nun bey H und I Stifte durch die über einander liegenden Löcher gehen, und die Liniale übrigens sich auch um A und E drehen, so kann man, da die ganze Vorrichtung um A, H, E, I beweglich ist, dem Parallelogramm $HEAI$ immer andere und andere Winkel geben, ohne daß sich die Seiten EH, AI, AH, EI veränderten.

Auch bleibt das Dreyeck BHE dem BAC immer ähnlich (wegen $BH = HE; BA = AC$; und $BHE =$ dem Winkel BAC), das Parallelogramm mag, in welchem Winkel man will, eröffnet seyn.

Daraus folgt 1) daß die Punkte B, E, C immer in gerader Linie bleiben, und dann 2)

$$BE : BC = AI : AC$$

oder (das Parallelogramm mag, in welchem Winkel man will, geöffnet seyn) BE immer der BC proportional bleibt, in dem Verhältniß $AI : AC$. Läßt man also die ganze Verbindung der 4 Liniale, sich bey B um einen festen Punkt drehen, wie es geschehen würde, wenn

wenn man einen Stift durch B auf den Tisch befestigte, so wird ein Bleystift, den man bey E in eine Hülse steckte (welche zugleich die Um-
drehungsaxe beyder Liniale um E abgeben könnte), eine Figur, z. E. Eeμ, beschreiben, welche einer andern Ccν, längst deren Umfang man den Endpunkt C des Linials AC fortführte, vollkommen ähnlich ist, weil nemlich, wenn bey der Herumführung der ganzen Vorrichtung um B, z. E. die gerade Linie BEC, in die Lage Bec käme, immer $Be : Bc = BE : BC = AI : AC$ bleibt, oder alle Punkte, die C und E zugleich beschreiben, immer proportionalen Abstand von B haben

Zugleich wird die Fläche $Bee : \text{Fl. } BcC = Be^2 : Bc^2 = AI^2 : AC^2$.

Es wird also die Verkleinerung der Figur, von dem Verhältniß $AI : AC$ abhängen. Da nun wegen der unterschiedenen Löcher auf den Linialen, daß Verhältniß $AI : AC$ anders und anders genommen werden kann, so wird man die vorgegebene Figur Ccν, längst deren Umfang man C fortschiebt, indem B fest bleibt, auf allerley Arten verjüngen können.

II. Zur Verjüngung der Figuren schlagen einige auch den Verjüngungskreis vor, davon man in *Vions math. Werkshule* eine Beschreibung findet. Die Einrichtung ist ohne
gefähr

gefähr aus (Fig. XII.) zu ersehen. — mp , on sind ein paar gleich lange Schenkel eines Zirkels, auf denen sich in gleicher Weite von einander Löcher befinden, durch welche man den Kopf oder Zapfen r , um den sich die Schenkel drehen, dergestalt stecken kann, daß $rm = rn$, folglich auch $ro = rp$, mithin die Weite $mn : op = rm : rp$ werde, wo also mn die Verjüngung von op in dem Verhältniß $rm : rp$ ausdrückt, welches beim Abtragen der Abscissen und Ordinaten, für die nicht nöthig ist, den Zirkel gar zu weit zu eröffnen, brauchbar seyn kann.

III. Man trage (Fig. XIII.) von A nach B eine beliebige Menge von Ruthen des Maasstabes K (Fig. X. Nro. 1.), beschreibe aus A mit AB einen Kreisbogen, nehme die Chorde $BC =$ eben so vielen Ruthen des zum verjüngten Risse (Nro. 2.) bestimmten Maasstabes k , und ziehe AC . Wenn man nun innerhalb des Risses (Fig. X. Nro. 1.) eine gewisse Weite, z. E. mw , mit dem Zirkel faßt, und solche auf die beyden Schenkel des Winkels BAC (Fig. XIII.) von A nach G , und von A nach g trägt, so wird die Weite Gg sogleich die Verjüngung vom mw nach dem Maasstabe k ausdrücken, und so kann dieses, im Falle man gewisse Punkte des Risses (Nro. 1.) etwa durch Drehecke auf (Nro. 2.) abtragen will,

Mayer's pr. Geometr. III. Th. K sehr

sehr brauchbar seyn, weil die Zeit erspart wird, die man zur Zählung der ζ . E. auf m w gehenden Ruthen des Maasstabes K , und zur Abtragung von dem Maasstabe k , wie auch etwa zur Schätzung der Schuhe auf beyden Maasstäben verwenden müßte.

§. 269. Das bloße Kopieren eines Risses geschieht, wie ich schon oben erinnert habe, am geschwindesten und richtigsten vermittelst einer Kopiernadel, woben aber nur die einzige Unbequemlichkeit ist, daß eine Zeichnung, die man solchergestalt abkopieret, etwas durchlöchert wird. Wenn indessen die Nadel sehr zart ist, so lassen sich die durchgestochenen Punkte vermittelst eines Falzbeines oder Polierstabes auf der entgegengesetzten Seite des Papieres fast gänzlich wieder wegpolieren. — Außerdem kopieret man auch durch Hülfe eines dreyfüßigen Zirkels. — Auch (§. 266.) kann zum Kopieren gebraucht werden, wenn nemlich die Theile auf dem zweyten Lineale und Dreyeck, denen auf den erstern gleich sind. Andere Methoden, durch eine Fensterscheibe zu kopieren, oder vermittelst eines auf einer Seite mit schwarzer Kreide, Reiskohlen u. dgl. geschwärzten Papieres, eine Zeichnung, wie es die Maler nennen, zu traciren u. dgl., sind so bekannt, daß ich es für unnöthig halte, mehr

mehr davon zu sagen. Die Vorsichten dabey
ergeben sich von selbst.

Bei der königl. bayerischen Catastralver-
messung werden die aufgenommenen Platten
vermittelst eines vom Hrn. v. Reichen-
bach erfundenen Pantograph in ihrer
wirklichen Grösse copiert, indem ein Stift um
die Theile des Grundrisses auf einer solchen
Platte herumgeführt, und durch eine andere
höher herauf, nach der besondern Einrichtung
des Werkzeuges, auf einer Platte die mit jener
parallel ist, gleichzeitig die Copie beschrie-
ben wird. (S. 2. Späths höhere
Geodäsie).