9. Beanspruchung der Turmwände.

Druckbeanspruchung durch Eigengewicht.

Bei den Türmen kommt das Eigengewicht, der Schub der gemauerten Helme und Gewölbe und der Winddruck in Frage.

Prismatische und pyramidale Baukörper.

Bei den ansehnlichen Höhen der Türme spielt die Druckbeanspruchung unter der eigenen Last eine ganz bedeutende Rolle, sie zieht bei wenig festen Baustoffen sogar sehr enge Grenzen. Will man z. B. gleichmässig dicke Wände oder prismatische Pfeiler aus Lehm- oder magerem Kalkstampfwerk aufführen, das f. d. cbm 1500 kg wiegt und dem man nur 2 kg Druck auf 1 qcm zumuten kann, so würde sich die zulässige Höhe berechnen wie folgt: Ein Würfel von 1 m Seite würde die 10000 qcm grosse Grundfläche mit 1500 kg belasten, also 1 qcm mit $1500 : 10000 = 0{,}15$ kg. Für jeden weitern Würfel, den man hinaufsetzen würde, entstände eine Steigerung der Pressung um 0,15 kg; bis die zulässige Pressung von 2 kg f. d. qcm erreicht wäre, könnte man also nur $2 : 0{,}15 = 13\,^1/_3$ Würfel aufbauen, d. h. gerade aufsteigende Mauerkörper irgend welcher Grundform dürfen aus diesem Material nur $13\,^1/_3$ m hoch gemauert werden.

In entsprechender Weise würde für gerade aufsteigendes Ziegelgemäuer bei 1600 kg Gewicht f. d. cbm und $7\,^1/_2$ kg zulässiger Beanspruchung für 1 qcm eine Höhe statthaft sein bis zu: $\frac{7{,}5 \cdot 10000}{1600} =$ rd 47 m.

Ebenso würde sich für harte Ziegel oder Klinker bei 2000 kg Gewicht und 15 kg Beanspruchung eine Höhe ergeben von: $15 \cdot 10000 : 2000 = 75$ m und für Werkstein von 2600 kg Schwere und 30 kg Beanspruchung $30 \cdot 10000 : 2600 = 115$ m.

Treten Belastungen durch Decken und dergl. hinzu, so verringern sich entsprechend die zulässigen Höhen, dasselbe ist der Fall, wenn der Druck durch Gewölbschübe oder Wind excentrisch wird, und sich somit die Pressung an einer Kante steigert.

Es hat demnach den Anschein, als ob der Höhe der Bauwerke aus unseren gewöhnlichen Baumaterialien ziemlich enge Grenzen gezogen seien, dem ist jedoch nicht so, man kann vielmehr durch günstige Massenverteilung weit über die angegebenen Zahlen hinausgelangen. Lässt man z. B. die Dicke gerade aufsteigender Mauern gleichmässig bis Null abnehmen, so kann man sie doppelt so hoch machen als bei gleicher Stärke, dasselbe ist der Fall bei einer hohlen Pyramide oder einem hohlen Kegel mit konstantem Mantelgewicht. Führt man aber einen Turm in Gestalt einer vollen Pyramide oder auch einer hohlen Pyramide mit nach oben gleichmässig abnehmender Wandstärke auf, so ist sogar die dreifache Höhe denkbar, also bei den obigen Annahmen: für Ziegelmauerwerk 140, Klinker 225 und Werkstein 345 m.

Den alten Meistern waren diese Vorteile nicht entgangen, schon die Ägypter führten ihre höchsten Bauwerke in der Form von Pyramiden auf, die sie aber nahezu voll ausmauerten, wodurch sie Steinkörper schufen, die entsetzlich plump erscheinen gegenüber den wunderbar leichten Türmen der Gotik. Letztere näherten sich nicht allein in der Hauptgestalt der vorteilhafteren Form der hohlen Pyramide, sondern gingen in der Zweckmässigkeit der Massenverteilung selbst noch darüber hinaus, was nach den weiter unten folgenden Ausführungen möglich ist. Dabei wurden alle weiteren Anforderungen als Überdeckung der Innenräume, Auflösung der vollen Wände in tragende Einzelpfeiler, Verstrebungen gegen Umsturz durch Wind usf. so meisterhaft mit einander vereinigt, und gleichzeitig wurde dem ganzen Bau der Stempel eines so formvollendeten Kunstwerkes aufgeprägt, dass es nur mit der höchsten Bewunderung erfüllen kann, Werke wie die Türme des Kölner Domes von diesen Gesichtspunkten aus zu betrachten. Wenn man bedenkt, wie weit der Weg ist von dem gerade aufsteigenden Turm der altchristlichen und frühromanischen Zeit mit seinen fast unverminderten Mauerstärken bis zu dieser nach jeder Richtung abgewogenen statischen Schöpfung, so muss man staunen über die Leichtigkeit, mit der die Alten dieses Ziel erreichten.

Beste Verteilung der Massen.

Wir sagten, man könne noch zweckmässigere Massenverteilungen als die der Pyramide ermöglichen; in der That kann man nicht nur dieses, sondern theoretisch genommen ist es sogar denkbar, ein Bauwerk unendlich hoch aufzuführen, ohne dass der Druck an der Basis einen bestimmten Wert überschreitet. Dabei ziehen sich allerdings die oberen Teile rasch zu einer so geringen Stärke zusammen, dass die Ausführbarkeit und besonders die Gefahr des Umsturzes sehr bald der Höhe ein Ziel setzen.

Das hier nicht näher abzuleitende Gesetz, nach dem ein Baukörper, der in jeder Höhe die gleiche Pressung auf die Flächeneinheit zeigt, gebildet sein muss, lautet: $\log \text{nat} (b_2 : b_1) = \gamma \cdot h : k$.

Darin sind b_2 und b_1 die Inhalte zweier beliebiger horizontaler Schnitte (in qm), welche einen Abstand h (in Meter) von einander haben. k ist die zulässige Belastung (in kg auf 1 qm) und γ das Einheitsgewicht des Mauerwerks (in kg f. d. cbm).

Nimmt man an, dass zwei Flächen herausgeschnitten sind, von denen die untere b_2 doppelt so gross ist als die obere b_1, so ist $\log \text{nat} (b_2 : b_1) = \log \text{nat}\, 2 = 0{,}69315$. Dieses oben eingesetzt ergiebt: $0{,}69315 = \gamma \cdot h : k$, daraus folgt aber: $h = 0{,}69315 \cdot k : \gamma$. Hiernach kann man für Mauerwerk einer gegebenen Schwere und einer bestimmten zulässigen Beanspruchung berechnen, in welchen Höhenabsätzen sich die Grundfläche jedesmal verdoppelt haben muss. Nehmen wir z. B. an, wir haben das obere Stück eines Turmes aus 1600 kg f. d. cbm schwerem Ziegelmauerwerk so projektiert, dass sich für 1 qcm Grundfläche eine Belastung von $7\frac{1}{2}$ kg, also für 1 qm 75000 kg berechnet, und wir wollen den Turm nach unten verlängern, ohne dass die Pressung steigt, so haben wir allmählich die Grundfläche so zu vergrössern, dass sie in einer Tiefe von $h = 0{,}69315 \cdot 75000 : 1600$ also $h = 32{,}5$ Meter doppelt so gross geworden ist. Nach abermals 32,5 m muss sich dann die Fläche wieder verdoppeln, gegen die erste also vervierfachen, ebenso muss sie sich bis zu der folgenden Höhenabteilung verachtfachen, dann versechszehnfachen usf. Dabei steigt der Materialbedarf nach unten schliesslich so schnell, dass eine praktische Grenze bald gezogen wird.

Jedenfalls sehen wir aber, dass die oben für Pyramiden angegebenen Höhen noch nicht die äusserste Grenze erreichen. Für das angeführte Klinkermauerwerk von 2000 kg Gewicht und 15 kg Beanspruchung auf 1 qcm, also 150000 f. d. qm, würde sich die Verdoppelung der Grundfläche in Absätzen von je $0{,}69315 \cdot 150000 : 2000 = 52$ m vollziehen müssen, bei Werkstein von 2600 kg Gewicht und 30 kg Beanspruchung in solchen von $0{,}69315 \cdot 300000 : 2600 = 80$ m Höhe usf. Türme aus letzterem Material von 400 und 500 m Höhe aufzuführen würde gar nicht so schwierig sein. Mit Hilfe von Granit oder Basalt, den man bei 1000 kg oder selbst 2000 bis 3000 kg Druckfestigkeit auf 1 qcm unbedenklich mit 60, ja 100 kg und darüber belasten könnte, liessen sich aber selbst Höhen erzielen, neben denen unsere modernen Riesentürme, wie der Eiffelturm, Zwerge sein würden. Wir sehen, unser ehrwürdiger Werkstein braucht noch lange nicht dem Eisen den Platz einzuräumen.

Wir müssen hier noch der irrigen Ansicht entgegentreten, dass man die Festigkeit der Werksteine wegen der geringen Mörtelfestigkeit nicht genügend ausnutzen könne. Allerdings hängt die Festigkeit von Gusswerk oder wenig lagerhaftem Bruchsteingemäuer fast nur von der Mörtelbeschaffenheit ab, anders ist es aber schon bei Ziegelmauerwerk. Versuche in der technischen Versuchsanstalt zu Berlin (s. Mitteilung ders. von 1884, S. 80) ergaben für 3 Monate alte Mauerwürfel aus gleichen Ziegelsteinen in Kalk und Zementmörtel die wenig von einander abweichenden Festigkeiten von 44 bezw. 63 kg, während die Festigkeiten der verwendeten Mörtelarten den gewaltigen Unterschied von $12^1/_2$ zu 211 kg aufwiesen. Bei längerer Erhärtungszeit und dickeren Mauern würde unseres Erachtens die Verschiedenheit beim Mauerwerk noch geringer ausfallen. Für grosse Quader aber mit gleichmässigen, dünnen Fugen dürfte der Einfluss des Mörtels fast ganz verschwinden, vorausgesetzt, dass letzterer die sonst erforderlichen Eigenschaften hat, die in erster Linie darin beruhen, dass er sich in alle Unebenheiten hineinpresst, ohne bei dem jeweiligen Druck aus einzelnen Fugenteilen ganz herausgepresst zu werden. Unter diesen Bedingungen würde es beispielsweise ziemlich gleichgiltig sein, ob man Zement, Kalk, Blei, Kreide oder Lehmpulver verwendet, man würde bei ausgewählt guten Steinen ruhig eine Belastung bis zu $^1/_{10}$ oder doch mindestens $^1/_{20}$ der Druckfestigkeit des Steines wagen können und dabei jedenfalls bedeutend sicherer bauen, als wenn man es jetzt allgemein für gut befindet, das leicht rostende Eisen bis $^1/_4$ oder selbst $^1/_3$ seiner Festigkeit (bei Verbindungen, die zum Teil nicht zuverlässiger sind als die Mörtelfuge) zu beanspruchen. Böse Erfahrungen hat man an Brückeneinstürzen ja sattsam gemacht. —

Wir sehen aus alledem, dass unseren Bauwerken bei nachgiebigen Materialien und unvorteilhafter Massenverteilung sehr geringe Höhen zugemessen sind, dass andrerseits aber bei Verwertung guter Baustoffe, die Grenzen weniger durch die Festigkeit als durch praktische Gründe anderer Art gezogen werden.

Standsicherheit gegen Winddruck.

Die Standsicherheit eines Körpers vergrössert sich mit seiner Schwere und seiner Grundfläche, nimmt dagegen ab mit der Vergrösserung der dem Winde dargebotenen Fläche. Daher ist es wichtig, dass man ganz besonders die oberen Teile, die man ja möglichst leicht herzustellen sucht, unter gebührender Berücksichtigung des Winddruckes entwirft. Weiter unten kann man dann die Massenverteilung mehr nach den vorhin angegebenen Gesetzen vornehmen. Der Winddruck ist am grössten, wenn er eine Fläche senkrecht trifft und verringert sich bedeutend bei starker Neigung der Fläche, sei es im Aufriss oder im Grundriss (siehe S. 169). So ist nach den üblichen Rechnungsmethoden der Winddruck gegen die Ecke eines im Grundriss quadratischen Turmes trotz der grösseren Diagonalbreite nur 0,707 mal so gross wie der Druck gegen die Seitenfläche. Der Druck gegen einen Zylinder ist 0,785, der gegen ein achteckiges Prisma 0,707 mal so gross wie der Druck gegen eine senkrecht getroffene Fläche gleicher Breite. Da bei Feststellung dieser Werte die Reibung an den Flächen vernachlässigt wurde, ist es besser, sie etwas zu erhöhen, besonders bei grösseren Vorsprüngen auf den Flächen. Leider fehlen zuverlässige Versuche über die Grösse des Winddruckes, so dass man oft gut thut statt komplizierter Berechnungen des Winddruckes auf geneigte Flächen, den Winddruck auf die Projektion des Körpers zu bestimmen. Man rechnet dabei mit entsprechend grösserer Sicherheit.

Grösse des Winddrucks.

Die Grösse des Winddruckes pflegt selten über 120 kg auf 1 qm hinauszugehen, ist aber vereinzelt bis etwa 200 kg in Europa beobachtet. Wo es sich darum handelt, die Spannungen in Dachkonstruktionen oder die Kantenpressung im Mauerwerk usw. zu berechnen, pflegt man sich mit der Annahme von 120 kg auf 1 qm zu begnügen, zumal an geschützt liegender Stelle. Es ist dies insofern zu verteidigen, als man die Festigkeit des Materials ja nur in gewissen Grenzen beansprucht, also immer noch eine gewisse Sicherheit behält. Handelt es sich um hochragende Dächer oder Mauern, so empfiehlt es sich, diesen Wert auch unter den beregten Umständen auf 150 bezw. 180 kg zu erhöhen. Ganz anders liegen aber die Verhältnisse, wenn die Umsturzgefahr (z. B. die eines unverankerten hölzernen oder eisernen Turmhelmes), bei der keine Sicherheit vorliegt, zu berechnen ist; hier sollte man bei viereckigen Baukörpern mindestens 250 kg auf die senkrecht getroffene Fläche, bei runden und achteckigen Türmen oder Helmen aber mindestens 200 kg auf den vollen senkrechten Querschnitt in Ansatz bringen. Wollte man mit kleineren Werten z. B. 120 kg rechnen, so müsste man auch hier wieder eine gewisse Sicherheit einführen und z. B. verlangen, dass das Stabilitätsmoment mindestens doppelt so gross wäre als das Umsturzmoment.

Standsicherheit der Türme.

Will man die Stabilität durch Rechnung untersuchen, so hat man sich zunächst davon zu überzeugen, dass keine direkte Umsturzgefahr vorliegt (s. S. 141); damit kann man sich meist aber noch nicht begnügen, sondern muss bei Türmen aus Holz und Eisen verfolgen, ob die Stäbe, welche die Konstruktion dicht vor dem Umsturz tragen würden, stark genug sind (s. Beispiel auf S. 642) und bei Stein, ob die Kantenpressung sich nicht zu sehr steigert. Zu letzterem Zweck sucht man den Durchgangspunkt des resultierenden Druckes durch die Grundfläche (s. S. 144, 173, 336, 380) und bestimmt nun nach S. 145—149 die Kantenpressung.

Wenn der Turm auf einzelnen, sehr hohen Pfeilern steht, so kann es nötig werden, diese für sich auf Umkippen oder auch auf Durchbiegung besonders zu berechnen (vergl. S. 362 und S. 176 unten), gewöhnlich sind aber in entsprechenden Höhenabteilungen die Pfeiler und ebenso die Wandteile der Türme so fest mit einander verbunden, dass man den ganzen Turm als einen zusammenhängenden Kasten betrachten kann. Man sieht dann die Grundfläche, trotzdem sie unter Umständen ganz in einzelne Pfeiler aufgelöst ist, als eine fest verbundene zusammengehörige Figur an.

Zur Benutzung der Formel 5 auf Seite 148 hat man für den Grundriss das Trägheitsmoment aufzustellen, das man für zusammengesetzte Flächen bekanntlich durch Addition bezw. Subtraktion der Trägheitsmomente der Einzelflächen findet; es ist z. B. für den Kreisring, wenn D und d der äussere und innere Durchmesser ist: $\frac{1}{64}\pi \cdot D^4 - \frac{1}{64}\pi \cdot d^4$, für das hohle Rechteck mit den äusseren Seiten B, H und den inneren b, h ist es ebenso: $\frac{1}{12} B \cdot H^3 - \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3$ usf. Die Kernfigur solcher ringförmiger oder hohler Flächen ist grösser als diejenige voller Querschnitte und berechnet sich nach Formel 4 auf S. 147. Sie ist z. B. für den Kreisring ein Kreis von einem Durchmesser $= \frac{D^2 + d^2}{4\,D}$, für das hohle Quadrat ein übereckstehendes Quadrat mit einer Diagonallänge $= \frac{B^2 + b^2}{3 \cdot B}$, für das hohle Achteck ein Achteck mit der Diagonale $= 0{,}27\,\frac{B^2 + b^2}{B}$. Je dünner die Wanddicke wird, um so grösser wird der Kern; in dem Grenzfall, dass die Wandstärke unendlich dünn würde, wäre D = d bezw. B = b, folglich die Kernbreiten für

Kreis, Quadrat und Achteck $\frac{1}{2}$ D bezw. $\frac{2}{3}$ B bezw. 0,54 B, d. h. doppelt so gross als bei dem vollen Querschnitt. Das ist aber sehr günstig, denn es kann der resultierende Druck in solchen hohlen Querschnitten weit stärker vom Schwerpunkt abweichen, ohne dass sich die Kantenpressung zu sehr steigert. Erst wenn der Druck bei dem hohlen Quadrat mit dünnen Wänden aus den mittleren $^2/_3$ fällt, d. h. sich dem äussersten Sechstel nähert, verdoppelt sich der Kantendruck. Mit Rücksicht auf die Steigerung der Kantenpressung durch Wind oder Wölbschub darf man aber immerhin die zulässige Beanspruchung durch die Eigenlast nicht voll ausnutzen, einen Werkstein z. B., der 30 kg tragen darf, wird man je nach Lage der Verhältnisse nur mit 20 oder 24 kg durch Eigengewicht belasten.

Türme mit steinernen Helmen und inneren Gewölben pflegen so schwer zu sein, dass ihre Standsicherheit durch Wind nicht gefährdert ist, ja es pflegt sich bei ihnen selbst der Kantendruck nur ganz unbedeutend zu steigern. Bei dünnwandigen Türmen mit Holzhelmen dagegen kann der Wind auf die Festsetzung der Mauerdicken wesentlichen Einfluss üben. Bei diesen muss auch darauf geachtet werden, dass die vom Wind getroffene Wand sich nicht durchbiegt oder im Grundriss betrachtet gleich einem scheitrechten Bogen die Nachbarwände hinausdrückt. Gar zu dünn kann man daher auch bei Türmen ohne Helm- und Wölbschübe die Mauern nicht machen.

Wenn die Mauermassen sich nach oben rasch vermindern, so ist die Untersuchung der Standsicherheit auch auf höher liegende Grundrisse auszudehnen, ganz besonders muss sie aber für die Helme Platz greifen. Wie bereits das Beispiel auf S. 642 gezeigt hat, kann bei Holzhelmen sehr leicht eine Verankerung nötig werden, ohne eine solche bieten dieselben einem gegen die volle Querschnittsfläche gerechneten Winddruck von 200 kg auf 1 qm nur dann Widerstand, wenn sie beim Höhenverhältnis 2 : 1 ein Gewicht von mindestens 75 kg, bei 3 : 1 — 115 kg, bei 4 : 1 — 160 kg, bei 5 : 1 — 200 kg und bei 6 : 1 — 240 kg für 1 qm Oberfläche des Mantels haben.

Standsicherheit der Helme.

Bei steinernen Helmen von $^1/_2$ St. Stärke tritt die Gefahr des Umsturzes bei einem Höhenverhältnis von 5 : 1 bis 6 : 1 ein und der Druck tritt aus dem Kern bei der $2^1/_2$—$3^1/_2$fachen Höhe, mit genügender Sicherheit könnte man $^1/_2$ St. starke Helme in etwa 4facher Höhe aufführen, wenn man die obere Spitze vollmauern und überhaupt der oberen Endigung sein Augenmerk zuwenden würde (s. S. 615); bei sehr schweren Klinkern kann man auch bis $4^1/_2$: 1 gehen. Helme von 1 St. Stärke gestatten die doppelten Höhen, brauchen daher nicht weiter untersucht zu werden.

Schub der Helme und Gewölbe des Turmes.

Wenn die etwaige Aufhebung des Helmschubes durch die Zugfestigkeit des oberen Mauerstückes des Turmes (s. S. 625) ausser acht gelassen wird, so müssen die Wände genügend stark sein, den Schub zu bewältigen. Man untersucht die Widerlager bei einem viereckigen Turme, indem man eine Ecke, also $^1/_4$ des des Turmes, für sich betrachtet, beim Achteck ebenso ein Achtel. Wenn die Widerlager senkrecht nach unten gehen, so müssen sie gleich oben erhebliche Stärken oder richtiger erhebliche Schwere haben, um die schräg gerichtete Wider-

Schub der Helme.

lagskraft der Helme rasch in eine steilere Richtung umzulenken. Erbreitern sich die Wände dagegen allmählich nach aussen oder liegen ihnen Strebepfeiler vor, die staffelförmig nach unten vorspringen, so können die Massen des Widerlagers erheblich eingeschränkt werden und zwar um so mehr, je schräger die äussere Fläche ist. Der Grenzfall würde der sein, dass die Turmwände aussen und innen geneigt wären und die Verlängerung der Helmflächen bildeten. Die rechnerische oder graphische Untersuchung der Widerlager kann nach dem, was über die Wölbwiderlager (s. S. 125—158) gesagt worden, keine Schwierigkeit bieten.

Schub der Gewölbe.

Da für Gewölbe, die sich im Inneren des Turmes befinden, der auf die Ecken kommende Schub sehr gering ausfällt (s. Fig. 366) und da die Widerlagerstärken, wie die Tabellen auf S. 156—158 zeigen, selbst für Gewölbe in unendlicher Höhe, wenn das Mauerwerk nicht unter der Eigenlast zerdrückt würde, nicht übermässig gross zu sein brauchten, so liegt kein Grund vor, die Gewölbe nicht bis in die oberen Teile des Turmes hinaufzuschieben. Die in den angeführten Tabellen angegebenen Stärken der Widerlager könnten dabei wesentlich reduziert werden, da einmal grössere Oberlasten vorliegen, dann aber durch schräge Lage oder selbst Überkragung der Wände nach innen es stets leicht möglich ist, die Stützlinie ohne grosse Mauerquerschnitte überall etwa in der Mitte der tragenden Teile zu halten. Dieses anzustreben und dabei unter Berücksichtigung des Winddruckes die Mauermassen möglichst nach dem durch die Lastzunahme bedingten Gesetz (s. S. 645) nach unten zu steigern, das sind die Punkte, die beim Entwerfen hoher Türme ins Auge zu fassen sind. Man kann recht hohe Türme sehr sparsam erbauen, man kann aber auch bei ihnen in ganz unverantwortlicher Weise Mauermassen vergeuden. —