

oder gar  $\frac{1}{2}$  Stein für kleinere oder die oberen Stücke grösserer Türme soll man vorsichtig sein, wenn man nicht vorzügliches Material (am besten glasharte Klinker) und zuverlässigen wasserdichten Mörtel (z. B. ziemlich fetten Cement) verwenden will. Gute Glasuren können die Dauer der Ziegel wesentlich steigern, wofür der etwa aus dem 15. Jahrh. stammende s. g. blaue Turm zu Lübeck einen Beweis liefert, dessen Mauern aus wechselnden roten und schwarz glasierten Ziegeln aufgeführt sind, die ersteren sind auf einige Zoll Tiefe ausgefressen, während letztere in der ursprünglichen Flucht stehen geblieben sind. Schlechte, abbröckelnde und mit vielen Haarrissen versehene Glasuren können mehr schaden als nützen. Besonders wichtig ist es, dass zum Glasieren nur ein zuvor sehr gut gebrannter Ziegelstein benutzt wird. Als mangelhafter Ersatz für gute Glasur oder sonst wetterbeständige Ziegel kann ein Überzug aus möglichst gutem Mörtel gelten, der auch an unregelmässig aufgemauerten Steinhelmen vorkommt, er findet sich z. B. an dem in Fig. 1410 dargestellten Turm zu Treysa und dem Eschenheimer Turm zu Frankfurt. Bei Verwitterung muss der Mörtel ersetzt werden, da sonst weichere Steine darunter um so stärker an den schadhafte Stellen angegriffen werden, darin liegt der Mangel des Putzes, der im übrigen als Überzug stilistisch der Erscheinung des eigentlichen Materials nachsteht, aber nicht zu verwerfen ist, so lange er nicht ein fremdes Material erheuchelt.

Zur Ausführung der Kanten sind schon durch den stumpfen Winkel eigens geformte Ziegel nötig, welche dann auch mit einem vortretenden Stab versehen sein können. Derselbe trägt aber zu der bei dünnen Helmwänden wünschenswerten Verstärkung der Grate weniger bei, als ein in Verband gemauerter Vorsprung, z. B. nach Fig. 1433. Fester Verband an den Graten und eine innere Verstärkung oder doch wenigstens innere Ausfüllung des Winkels ist sehr vorteilhaft. Zur reicheren Zier können den Rippen oder rippenlosen Kanten Krabben aus Ziegelstein oder besser aus Werkstücken (Fig. 1434) eingebunden sein, aber auch diese erheischen Vorsicht und verlangen bestes Material.

Mit den neuerdings ausgeführten Ziegelhelmen hat man vielfach recht schlechte Erfahrungen gemacht, sie waren zum Teil so wasserdurchlässig und fielen so schnell der Verwitterung anheim, dass man sie abgetragen oder mit Metall überzogen hat. Die Mängel erklären sich daraus, dass man in Unterschätzung der Wettereinflüsse sich mit mittelmässig gutem Material begnügt und auf das volle Ausmauern der Fugen zu wenig geachtet hat. Ausserdem hat man die Wanddicken im untern Teil der Helme unnötig gross, im oberen aber zu gering gemacht. Wanddicken von  $\frac{1}{2}$  Stein können statisch nicht aber praktisch genügen, selbst Wanddicken von 1 Stein sind noch nicht zuverlässig genug. Unter der Erwägung, dass im oberen Helmstück doch nur wenig Material gespart werden kann, sollte man dort gleich mit  $1\frac{1}{2}$  Stein beginnen, dabei aber beste Durchführung nicht ausser acht lassen.

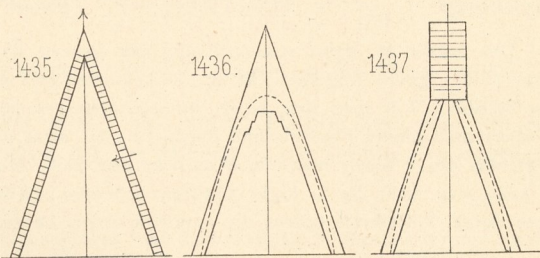
## 6. Beanspruchung, erforderliche Wandstärke und Schub steinerner Dächer.

### Kegelhelme.

Würde man zwei dünne, in einem nicht zugfesten Mörtel aufgeführte Mauern nach Art der Figur 1435 gegeneinanderstützen, so würde das Mauerwerk unter Hochheben der oberen Teile nach innen zusammenstürzen. Haltbar könnte man sie nur

dadurch machen, dass man den oberen Zwickel voll mauerte, so dass die Stützlinie darin Platz fände (Fig. 1436), oder dass man oben eine so grosse Last aufbrächte, dass sich unter deren Einfluss in jeder Wandhälfte eine entsprechend steile Stützlinie bilden könnte (Fig. 1437).

Anders verhält es sich bei einem kegelförmigen Dach, auch hier haben die Teile das Streben nach innen zusammenzufallen, sie verhindern sich aber selbst daran, indem sie sich ringförmig gegeneinander stützen (Fig. 1438). Die nach innen drängenden Massen bewirken eine ringförmige Druckspannung, die um so stärker wird, je flacher der Kegel ist.

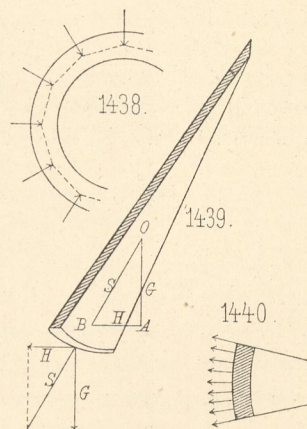


Man hat daher im Kegel zweierlei Mantelpressungen zu unterscheiden: 1. einen Ringdruck, der unten am stärksten ist und nach oben allmählich abnimmt, bis er in der Spitze zu Null wird, 2. einen schräg nach unten gerichteten Druck, der sich unter dem Einfluss der Schwere der Steine von Schicht zu Schicht überträgt und dabei auch allmählich von oben nach unten zunimmt; er möge Längsdruck heissen. Bei einem nur unter Einfluss der eigenen Schwere stehenden Kegel kann man mit hinlänglicher Genauigkeit annehmen, dass der Längsdruck allseits etwa in der Mitte der Manteldicke und in der Richtung des Mantels herabläuft, denn wenn er eine stark abweichende Richtung annehmen will, so tritt der Ringdruck als Ausgleich ein, ein Vorteil, den die Kegelgewölbe mit allen in der Ringrichtung gedrückten Kuppeln gemeinsam haben (s. S. 57).

Der Druck des Kegelhelmes auf die Mauern ergibt sich unter diesen Annahmen sehr einfach. Er ist eben der ringsherum in der Neigung des Kegelmantels heraustretende Längsdruck. Um ihn zu finden, schneidet man ein schmales Dreieck von der Spitze bis zur Basis aus dem Mantel heraus (Fig. 1439). Im Schwerpunkt denkt man sich das berechnete Gewicht  $G$  als Linie  $OA$  aufgetragen und vom oberen Punkt  $O$  eine Linie  $S$  in der Neigung des Kegels, vom unteren Punkt  $A$  eine Horizontale  $H$  gezogen, dann ist der gesuchte Druck  $S$  der Richtung und Grösse nach als Linie  $OB$  gefunden. Ebenso einfach findet man ihn aus der Gleichung:

$$S = G : \sin \alpha$$

(darin ist  $\alpha$  der Neigungswinkel des Kegels, also  $\sin \alpha = \text{Höhe} / \text{Mantellänge}$ ). Statt dieses schräg auf das Widerlager treffenden Druckes  $S$  ist es bequemer mit seinen Seitenkräften zu rechnen (siehe unteres Ende der Figur). Die senkrechte Seitenkraft belastet das Widerlager und ist ebenso gross wie das Gewicht  $G$  des betreffenden Kegelstückes, die hori-



Belastung des Widerlagers und Schub auf dasselbe.

zontale Seitenkraft  $H$  bildet eine Schubkraft gegen das Widerlager, sie findet sich nach dem Parallelogramm der Kräfte (unten in der Zeichnung) oder noch einfacher aus dem erwähnten Kräfdreieck  $OAB$ , dessen Grundlinie sie der Grösse nach darstellt. Statt sie zu zeichnen kann man sie sich berechnen aus der Gleichung:

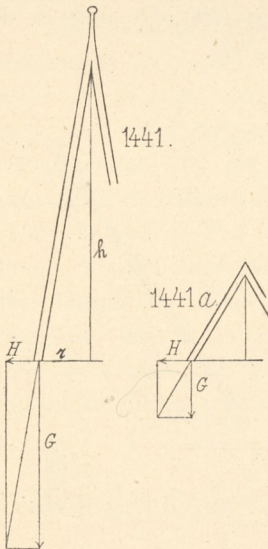
$$H = G \cdot \operatorname{ctg} \alpha \quad (\text{oder } H = G \cdot r : h).$$

Der Schub  $H$  wirkt strahlenförmig am ganzen Umfange; setzt man in vorige Gleichung unter  $G$  das ganze Kegalgewicht ein, so bekommt man auch die Summe aller am Umfange wirkenden Schübe. Will man den Schub für ein kleineres Stück, z. B.  $\frac{1}{12}$  des Umfanges haben, so dividiert man diesen Gesamtschub durch 12 oder setzt in obige Formel für  $G$  nur  $\frac{1}{12}$  des Kegalgewichtes ein. Wenn man die Standsicherheit eines Mauerstückes gegen den Schub berechnet, so kann man nicht die in Figur 1440 gezeichneten „divergenten“ Schubkräfte gebrauchen, sondern muss deren Mittelkraft haben, die natürlich etwas kleiner ist, als die Summe der Einzelkräfte, sie berechnet sich nach der Formel:  $H_0 = G \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \frac{\sin \beta}{\pi}$ , darin ist  $G$  das Gewicht des ganzen Kegels,  $\alpha$  dessen Neigungswinkel und  $\beta$  der halbe Zentriwinkel des betreffenden Stückes des Umfanges. Die Abweichung der Mittelkraft von der Summe der Einzelkräfte ist aber nur gering, sie beträgt für  $\frac{1}{16}$  des Umfanges 0,7%, für  $\frac{1}{12}$  des Umfanges etwa 1,2%, für  $\frac{1}{8}$  etwa 2 $\frac{3}{4}$ %, für  $\frac{1}{6}$  des Umfanges 4,7%, für  $\frac{1}{4}$  desselben 11%, für  $\frac{1}{3}$  etwa 17 $\frac{1}{2}$ % und für die Hälfte 36 $\frac{1}{3}$ %. Beim viereckigen Turm wird man in der Regel  $\frac{1}{4}$  des Umfanges (und zwar die Ecke) in Rechnung nehmen können, beim achteckigen Turm mit rundem Helm entsprechend ein Achtel, bei runden Wänden ein Wandstück zwischen grösseren Fensterdurchbrechungen oder auch ein laufendes Meter des Umfanges. Sonst ist die Berechnung der Widerlager genau so wie bei den Gewölben (s. S. 144).

Bei gleich breiten und gleich schweren Helmen verschiedener Höhe stehen die Schübe etwa im umgekehrten Verhältnis zu den Höhen, verhält sich z. B. die Höhe zur unteren Breite wie 4 : 1, so ist der Schub  $\frac{1}{8}$  des Gewichtes, beim Höhenverhältnis 3 : 1 ist der Schub  $\frac{1}{6}$  des Gewichtes, bei 2 : 1 ist er  $\frac{1}{4}$ , bei 1 : 1 aber  $\frac{1}{2}$  des Gewichtes und bei halber Höhe (Neigung von 45°) ist der Schub gerade gleich dem Gewicht.

Anders wird das Verhältnis, wenn man nicht Helme gleicher Schwere, sondern gleicher Wanddicke vergleicht, wobei also die niedrigen Helme weniger wiegen als die hohen, so dass man fast genau den gleichen Schub erhält bei Helmen von der 6fachen, 4fachen oder 2fachen Höhe, erst wenn sie noch niedriger werden, wächst der Schub merklich (siehe die letzte Spalte der Tabelle auf S. 626). Man könnte daraus schliessen, dass es der Materialersparnis wegen vorteilhafter wäre, flachere Helme zu wählen, dem ist aber nicht so, denn gerade das grössere Gewicht der hohen Helme, welches sich an der Innenkante, also an sehr günstiger Stelle auf die Widerlagswände setzt, verleiht diesen eine grössere Stabilität gegen den Schub. Ein Vergleich der Widerlagskräfte in den Figuren 1441 und 1441a macht dieses am besten klar. Ausserdem sind steile Helme leichter auszuführen und weniger der Verwitterung unterworfen, ganz zu schweigen von ihrer architektonisch vorteilhafteren Wirkung. —

Schub bei  
verschiedener  
Helm-  
höhe.



Das hier über die Kegeldächer Gesagte gilt fast genau auch für den Schub der pyramidalen Helme (s. unten).

Den Schub des Kegels kann an Stelle der Standfähigkeit der Wände ein Zugring aufnehmen, in welchem eine Spannung:  $Z = \frac{q \cdot r^2}{2 \cdot \sin \alpha}$  oder  $Z =$

$\frac{G \cdot \text{ctg } \alpha}{2 \cdot \pi}$  herrscht. (G ist das Gesamtgewicht des Kegels, q das Gew. von 1 qm Mantelfläche,  $\alpha$  der Neigungswinkel und r der untere Halbmesser. Die an sich einfache Ableitung dieser und der oben für die Mittelkraft des Schubes angegebenen Formel dürfte hier entbehrlich sein).

Aufhebung  
des Schubes  
durch Zug-  
ringe.

Beispiel: Es soll die Grösse des Helmschubes und die Spannung in einem Zugringe an dem Fusse eines Kegelhelmes berechnet werden, der 25 cm stark aus 1800 kg f. 1 cbm schwerem Ziegelgemäuer aufgeführt ist und 6 m inneren, also 6,5 m äusseren Durchmesser und eine  $3\frac{1}{2}$ fache Höhe, also innen 21 m, aussen 22,75 m Höhe hat.

Das Gewicht findet sich durch Subtraktion der Inhalte des vollen Kegels und des Hohlraumes, beträgt also:  $G = \left( \frac{1}{4} \cdot 6,5^2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{3} \cdot 22,75 - \frac{1}{4} \cdot 6^2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{3} \cdot 21 \right) \cdot 1800 = 97\,000 \text{ kg}$ .

Der Gesamtschub ist:  $H = G \cdot \text{ctg } \alpha = 97\,000 \cdot \frac{1}{7} = \text{rd. } 14\,000 \text{ kg}$ . Da der Umfang etwa 20 m

beträgt, kommt auf 1 lfd. m Wand 700 kg Schub. Soll der Schub nicht von der Wand, sondern einem Zugring aufgenommen werden, so ist der Ringzug nach der vorstehend mitgeteilten Formel

$Z = \frac{G \cdot \text{ctg } \alpha}{2 \cdot \pi} = \frac{14\,000}{2 \cdot 3,14} = \text{rd. } 2200 \text{ kg}$ . Das ist aber eine sehr geringe Zugkraft, die bereits

ein Eisenring von 3 qcm Querschnitt aufzunehmen vermag. Statt dessen würde man durch einen Kranz verschränkter oder verklammerter Steinplatten bzw. Quader im unteren Stück des Helmes oder oberen Stück der Wand diesen winzigen Zug aufheben können, auch die einfache Verzahnung und Zugfestigkeit des Mauerwerks kann dazu ausreichen. Wenn das Mauerwerk eine Zugfestigkeit von nur  $\frac{1}{2}$  kg auf 1 qcm hat, genügt  $\frac{1}{2}$  qm Querschnitt des Mauerringes, also einige Schichten einer etwa 2 oder 3 Stein dicken Umfassungswand, den ganzen Helmschub zu beseitigen. Da aber eine grössere Höhe der Wand mitwirken kann, so ist die Zugbeanspruchung fast verschwindend. Sobald also man mit einer gewissen, noch so kleinen Zugfestigkeit des Mauerwerks rechnen wollte, was allerdings wegen etwaiger Vertikalrisse bei ungleichmässigem Setzen gewisse Bedenken hat, so würde von einer Schubwirkung steiler Turmhelme auf die Wände gar nicht die Rede sein.

Wenn man aus praktischen Gründen bei obigem Beispiele die Wanddicke auf 38 oder 51 cm erhöhen würde, so bliebe der Schub immer noch in mässigen Grenzen und könnte durch einen Eisenring von  $4\frac{1}{2}$  oder 6 qcm Querschnitt aufgehoben werden.

Zur Berechnung der Längsspannung im Kegel in einer beliebigen Höhe denkt man sich eine horizontale Ebene durch den Kegel gelegt und verwendet die bereits angeführte Formel:  $S = G : \sin \alpha$ , in welcher G das Gewicht des ganzen abgeschnittenen obern Kegelstückes oder eines Dreiecksteiles desselben sein kann, während S dementsprechend die Längsspannung am ganzen Umkreis oder an der Basis des betreffenden Dreiecks bezeichnet.

Berechnung  
der Längs-  
und Ring-  
spannung.

Die Ringspannung ermittelt sich wieder aus der Formel:  $U = \frac{g \cdot \text{ctg } \alpha}{2 \cdot \pi}$ .

Denkt man sich durch zwei parallele, wagerechte Ebenen einen Ring aus dem Kegel geschnitten und berechnet man dessen Gewicht, das man als g in diese Formel einführt, so ergibt dieselbe die in dem herausgeschnittenen Ring auftretende

Ringpressung. Will man die Summe aller von oben bis unten im ganzen Kegel wirkenden Ringdrücke haben, so hat man statt  $g$  nur das ganze Kegelgewicht  $G$  einzuführen; man erhält dann genau denselben Wert, der als Zugspannung in einem zur Aufhebung des Schubes etwa unten angebrachten Zugring auftreten würde (s. oben).

Für Kegel von gleichmässigem Mantelgewicht ( $q$  für 1 qm Fläche) findet man die Längs- und Ringpressung sowie den Schub für jede beliebige abgeschnittene Kegelhöhe auch nach den Formeln:

$$s = \frac{q}{2 \cdot h} \left( r^2 + h^2 \right) \quad u = \frac{q \cdot r^2}{h} \quad \text{und:} \quad b = \frac{q \cdot r}{2 \cdot \sin \alpha}$$

Darin ist  $s$  der Längsdruck auf 1 m Umfang,  $u$  der Ringdruck auf 1 m Länge des Mantels im Vertikalschnitt und  $b$  der Schub auf 1 lfd. Meter Umfang.  $r$  und  $h$  sind Halbmesser und Höhe des Kegels für die betreffende Stelle des Mantels. Zu bemerken ist, dass Kegel von gleicher Wanddicke nicht gleichbedeutend mit Kegeln gleichen Wandgewichtes sind, dass der Unterschied aber gering wird, wenn man alle Masse auf eine inmitten der Wanddicke liegende mathematische Kegelfläche bezieht. Die vorstehenden Formeln ermöglichen einen Vergleich zwischen der Längs- und Ringpressung, dieselben sind bei einem Kegel von  $45^\circ$  Neigung an jeder Stelle gleich gross und nehmen im übrigen proportional mit der Höhe zu. Bei flacheren Kegeln überwiegt die Ringpressung gegenüber der Längspressung, bei steilern Kegeln dagegen ist die Ringpressung viel kleiner. Nachstehende Tabelle giebt das Verhältnis von Längs- und Ringpressung für verschiedene Neigungen.

### Spannungen in gemauerten Kegeldächern.

Verhältnis der Höhe zur unteren Breite $h : 2r$	Neigungswinkel $\alpha$	Längspressung auf 1 lfd. Meter Umfang. $s$	Ringpressung auf 1 lfd. Meter Mantellänge. $u$	Verhältnis der Längs- zur Ringpressung $\frac{s}{u}$	Schub auf 1 lfd. Meter Umfang
flache Dächer	1 : 8	$2\frac{1}{8} q \cdot r$	$4 q \cdot r$	1 : $1\frac{15}{17}$	2,062 $q \cdot r$
	1 : 4	$1\frac{1}{4} q \cdot r$	$2 q \cdot r$	1 : $1\frac{8}{5}$	1,118 $q \cdot r$
	1 : 2	$q \cdot r$	$q \cdot r$	1 : 1	0,707 $q \cdot r$
steile Helme	1 : 1	$1\frac{1}{4} q \cdot r$	$\frac{1}{2} q \cdot r$	$2\frac{1}{2} : 1$	0,559 $q \cdot r$
	2 : 1	$2\frac{1}{8} q \cdot r$	$\frac{1}{4} q \cdot r$	$8\frac{1}{2} : 1$	0,515 $q \cdot r$
	3 : 1	$3\frac{1}{12} q \cdot r$	$\frac{1}{6} q \cdot r$	$18\frac{1}{2} : 1$	0,507 $q \cdot r$
	4 : 1	$4\frac{1}{16} q \cdot r$	$\frac{1}{8} q \cdot r$	$32\frac{1}{2} : 1$	0,504 $q \cdot r$
	5 : 1	$5\frac{1}{20} q \cdot r$	$\frac{1}{10} q \cdot r$	$50\frac{1}{2} : 1$	0,503 $q \cdot r$

Beispiel: Ein grosser 12 m breiter ( $r = 6$  m) und 48 m hoher Turmhelm aus 2400 kg f. d. cbm schwerem Werkstein würde bei 40 cm Wanddicke ein Gewicht:  $q = 2400 \cdot 0,40 = 960$  kg für 1 qm Mantelfläche haben, also nach der Tabelle unten einen Längsdruck auf 1 m Umfang von  $4\frac{1}{16} \cdot 960 \cdot 6 = 23400$  kg ausüben. 1 qcm würde demzufolge mit  $23400 : 4000 = rd 6$  kg Druck beansprucht werden. In der Ringrichtung dagegen würde die Pressung unten nur:  $\frac{1}{8} \cdot 960 \cdot 6 = 720$  kg auf 1 steigendes Meter Mantel betragen, also das qcm  $720 : 4000 = 0,18$  kg Druck erhalten. Dieselbe Beanspruchung nach beiden Richtungen würde sich auch für grössere oder geringere Wanddicken ergeben.

Da die Materialbeanspruchung unabhängig von der Wanddicke ist, würde man einen nur durch sein Eigengewicht belasteten Kegel beliebig dünn mauern können. Durch unvorhergesehene schiefe Belastungen, besonders aber durch den Winddruck, welcher die Spannungen wesentlich verschiebt (hauptsächlich in der Ringrichtung), werden gewisse Grenzen gezogen. Die Ringspannung behält unter

dem Einfluss des Windes nicht mehr den genau kreisförmigen Verlauf, sondern wird an der Windseite und dieser gegenüber gegen die Aussenfläche, an den dazwischenliegenden Punkten mehr gegen die Innenfläche verschoben, wodurch sowohl grosser Kantendruck als auch Zugbeanspruchungen entstehen können und zwar am leichtesten bei Helmen mit sehr kleinem Ringdruck (schlanke Helme und kuppelartig gebogene Helme sind daher dem Winddruck gegenüber etwas im Nachteil). Sobald das Mauerwerk durch Mörtelfestigkeit oder Verzahnung nur etwas zugsicher ist, tritt eine Gefährdung durch Wind fast ganz zurück. Im allgemeinen kann man annehmen, dass eine Wanddicke von  $\frac{1}{24}$ — $\frac{1}{30}$  der Weite bei leichtem Material und von  $\frac{1}{30}$ — $\frac{1}{36}$  der Weite bei schwerem und festem Material ausreicht, dass man aber bei besonders guter Ausführung noch weit geringere Stärken nehmen kann, besonders wenn man in gewissen Höhenabständen nach innen vortretende Verstärkungsringe einmauert.

Die Wanddicke kann gleichmässig bis zur Spitze geführt werden oder nach oben abnehmen. Ziegeltürme kann man aus statischen Rücksichten bis zu 3 oder 4 m unterem Durchmesser  $\frac{1}{2}$  Stein dick, bis 7 m Durchmesser 1 St. dick machen. Es empfiehlt sich meist, die untere Stärke bis zur Spitze fortzuführen, da die geringere Dicke im oberen Stück das Gewicht wenig verringert, dafür aber eine sorgfältigere Ausführung bedingt. Die auf mittelalterlichen Mauertürmen nicht seltenen Kegelhelme haben oft nur 1 Stein oder gegen 30 cm Stärke.

Die Gefahr des Umsturzes steinerer Helme durch Wind ist nicht gross; sie tritt bei 200 kg Winddruck auf 1 qm vollen Querschnitt für  $\frac{1}{2}$  Stein dicke Ziegeltürme oder entsprechend schwere Werksteintürme bei 5—6facher Höhe ein, für Helme von 1 Stein Stärke kommt die Umsturzfahrt nicht mehr in Betracht. Über Kernlage des Druckes und die Kantenpressung bei Wind siehe weiter unten (S. 649).

### Pyramidale Steinhelme.

Die Standfähigkeit des Helmes ist am besten gewährleistet, wenn man seine Wanddicke so gross nimmt, dass man in den Grundriss noch bequem einen Kreis einzeichnen kann, wodurch dieselbe ringförmige Druckübertragung wie beim Kegel ermöglicht wird. Es ist hierzu beim Achteck eine Wanddicke von mindestens  $\frac{1}{24}$  der lichten Weite erforderlich, besser aber ist  $\frac{1}{20}$  zu nehmen, damit der Kreis etwas von den Kanten entfernt bleibt. Am leichtesten tritt der Kreis in den Winkeln  $a$  (Fig. 1442) nach innen heraus, es ist daher eine auch aus anderen Gründen günstige innere Eckverstärkung  $b$ ,  $c$  oder  $d$  sehr vorteilhaft, sie ermöglicht noch eine ringförmige Druckübertragung bei Wänden von  $\frac{1}{24}$  oder selbst  $\frac{1}{30}$  der Lichtweite.

Sind die Wände so dünn, dass sich kein Kreis mehr einzeichnen lässt, so ist die Haltbarkeit damit noch nicht ausgeschlossen, denn es können sich in den Seiten flachbogene Stützlinien ausbilden (Fig. 1443), die an den Ecken in einem Punkte  $P$  zusammenschneiden und hier eine nach aussen gerichtete Mittelkraft  $E$  erzeugen. Indem also das Mauerwerk der Seiten durch seine Schwere nach innen drängt, sucht es die Helmkanthen nach aussen zu drücken. Letzteres kann aus-

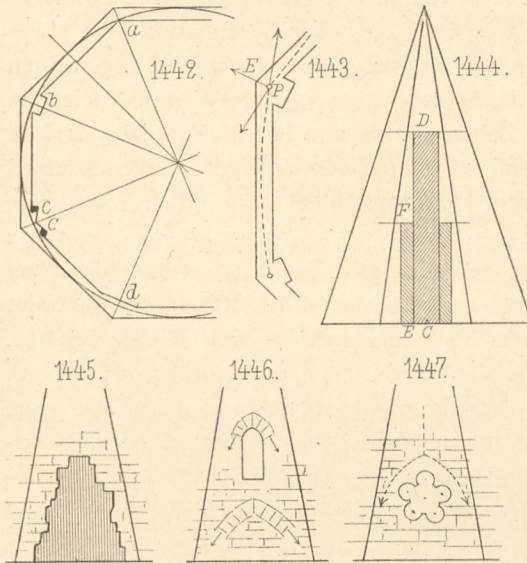
Umsturz  
durch Wind

Kreis-  
förmige Ver-  
spannung.

Polygonale  
Ver-  
spannung.

geglichen werden durch genügende Schwere  $Q$  der Grate oder Rippen, die mit einer Kraft:  $Q \cdot \text{ctg } \alpha$  nach innen drängen (s. etwas weiter unten bei Winddruck). Wenn das Gewicht der Grate mit Einschluss der damit zusammenhängenden beiderseitigen Mauerstreifen zu diesem Gegendruck nicht ausreicht, so bleibt schliesslich noch die Möglichkeit, dass sich in Figur 1444 das schraffierte Wandstück  $CD$

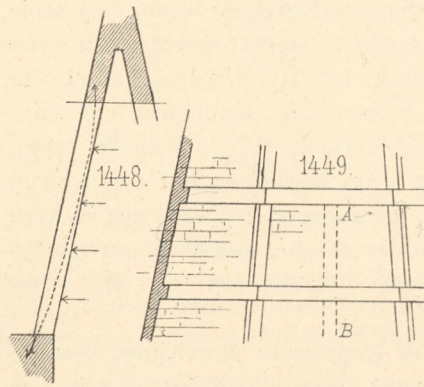
Ver-  
spannung  
nach oben  
und unten.



dadurch vor dem Einsturz bewahrt, dass es sich gleich einem schräg ansteigenden scheinrechten Bogen einspannt, der im Fusspunkt  $C$  und oberen Anfallpunkt  $D$  natürlich je einen grossen Enddruck (Widerlagsdruck) hervorruft. Es ist deshalb Bedingung, dass der obere Teil des Helmes auf eine grössere Höhe herab als fest zusammenhängender lastender Körper betrachtet werden kann. Weiter unten können die kürzeren Streifen  $EF$  (Fig. 1444) sich wieder in ähnlicher Weise verspannen.

Da die verschiedenen Möglichkeiten der Verspannung sich gegenseitig ergänzen, erscheint auch der achtseitige Helm als eine statisch günstige Form, so dass er in nahezu so geringen Wanddicken wie der Kegel ausgeführt werden kann. Selbst Wandstärken unter  $\frac{1}{2.4}$  der Weite oder bei Eckverstärkungen unter  $\frac{1}{3.0}$  können sich, vom Winddruck abgesehen, noch gut bewähren, besonders wenn eine ganz geringe Zugfestigkeit des Mauerwerks mit in Frage kommen darf.

Da die verschiedenen Möglichkeiten der Verspannung sich gegenseitig ergänzen, erscheint auch der



Eindrücken  
der Wände  
durch Wind.

Am leichtesten könnte noch eine Schädigung durch ein Setzen des Mauerwerks unter den Mitten der Seiten und als Folge davon ein Herabdrücken des schraffierten Teiles in Fig. 1445 eintreten, der dadurch seinen Zusammenhang mit den anderen Helmtteilen verlieren und bei mangelnder Ringspannung nach innen hineinstürzen könnte, ohne dass deshalb der übrige Helm gefährdet würde. Aber auch dieses würde nur bei grösseren Verdrückungen möglich sein und durch gute Verzahnung verhindert werden.

Der Winddruck sucht die Seiten nach innen einzudrücken, es wird sich ihm deshalb wie oben eine Stützzlinie entgegensetzen

(Fig. 1443), und diese wird wieder an den Graten eine nach aussen gekehrte Kraft  $E$  erzeugen, welche durch die Gratlast aufgehoben werden muss. Das Eigengewicht der Grate ist, selbst bei Verstärkung aussen und innen, dazu allein meist zu winzig, so dass es erwünscht ist, ihnen die Last der Wandflächen noch

zuzutragen durch Bogen mit oder ohne Öffnungen darunter (Fig. 1446), die aber der Schubwirkung wegen nicht flach sein dürfen. Den gleichen Zweck können verschiedenartig geformte Durchbrechungen (Fig. 1447) erfüllen, die gleichzeitig die Angriffsfläche des Winddruckes vermindern. Die Durchbrechungen sind also statisch durchaus nicht ohne Bedeutung.

Belastung  
und Steifig-  
keit der  
Grate.

Gerade bei den schlanken Helmen, welche nur eine kleine Ringpressung haben, ist in den unteren Teilen das Eindringen der Wandflächen durch Wind am leichtesten möglich. Um dann den nach aussen drängenden Kräften  $E$  (Fig. 1443) zu widerstehen, genügt oft das Gewicht der Grate auch bei Hinzurechnung des Eigengewichtes der Wände noch nicht, so dass ihnen eine grössere Steifigkeit gegen Ausbauchen durch Vorsprünge der Rippen nach aussen und innen zu geben ist, damit sich im Diagonalschnitt eine Stützlinie nach Art der Fig. 1448 ausbilden kann. Diese Stützlinie kann den Schub des Helmes unten ein wenig steigern (was den Widerlagern nicht schadet, da dieses nur an der Windseite eintritt), ausserdem verlangt die Stützlinie, dass die oberen Teile des Helmes als eine festzusammenhängende lastende Masse wirken, eine Abnahme der Wanddicke nach oben ist daher nicht günstig.

Bei gar zu dünnen Wänden genügt auch dieses nicht, denn die Beanspruchung durch Wind steht fast im umgekehrten quadratischen Verhältnis zu der Wanddicke, es giebt dann nur noch zwei Hilfsmittel: Das Verlassen auf die Biegebungsbeanspruchung der Wand oder das Vormauern von Verstärkungsringen und Zwischenrippen.

Die Biegebungsbeanspruchung setzt das Vorhandensein einer gewissen Zugfestigkeit des Mauerwerks voraus. Mit einer solchen zu rechnen ist in diesem Falle, bei sorgfältig ausgeführtem Mauerwerk ohne Risse oder starke Vordrückungen, in mässigen Grenzen wohl angängig, denn der Zug tritt in horizontaler Richtung auf, wo ihm ausser der Mörtelfestigkeit die Reibung der verzahnten und belasteten Steine entgegensteht, während bei Zug in vertikalem Sinne lediglich der Mörtel in den Lagerfugen in Frage kommt. Will man aber erreichen, dass die Zugbeanspruchung gar nicht oder doch nur beim stärksten Sturm zu Hilfe gezogen zu werden braucht, so ist bei dünnen Wänden als äusserst wirksames Versteifungsmittel die Verwendung steinerner, am einfachsten nach innen vortretender Druckringe zu empfehlen (Fig. 1449). Denselben giebt man einen Höhenabstand gleich der acht- bis zwölfwachen Wanddicke, eine Stärke in der Höhenrichtung von 20—50 cm und eine horizontale Breite von  $\frac{1}{15}$ — $\frac{1}{18}$  der Turmweite an der betreffenden Stelle, wenn der Ring innen rund ist; aber  $\frac{1}{12}$  bis  $\frac{1}{15}$ , wenn er innen ackteckig bleibt. (In diese Breite ist die Dicke der Wand mit einbegriffen.) Die dünne Wand verspannt sich unter Wirkung des Windes und auch ihrer Eigenlast nach oben und unten zwischen den Ringen, wie ein ansteigender scheinbarer Bogen. Bei sehr grossen Helmen kann es überdies geboten sein, ausser den Gratrippen auf jeder Seitenfläche ein oder zwei herablaufende mittlere Versteifungsrippen anzuordnen (Fig. 1449), denen man eine gleiche oder auch etwas geringere Stärke als den Ringen giebt.

Biegebungs-  
festigkeit  
der Wände.

Versteifungs-  
ringe.

Hat man durch Rippen und Ringe solcher Art die Helmwände in Felder



Stärke  
der Wände.

zerlegt, deren Grösse höchstens die 8 oder 12fache Wanddicke beträgt, so kann man letztere auf  $\frac{1}{24}$ , ja selbst bis auf  $\frac{1}{36}$  der Turmweite einschränken, während man sie sonst nicht unter  $\frac{1}{16} - \frac{1}{20}$  der Weite machen sollte, zumal wenn auch die Gratkanten ohne Rippen bleiben.

Von alten Beispielen seien angeführt: der undurchbrochene Helm von der Liebfrauenkirche zu Worms (Fig. 1411 und 1411a), dessen Wände  $\frac{1}{19}$  der Weite betragen (Widerlagswände darunter aus Bruchstein, mässig durchbrochen  $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$  der Weite) und der durchbrochene Freiburger Turmhelm (Fig. 1406, 1428), dessen Wände mit unten 56 cm bei etwa 11, m Weite noch als kühn bezeichnet werden müssen, da die Grate nur wenig, die Ringe bzw. Kränze zwischen den Masswerken aber gar nicht vortreten. Bei heftigem Wind ist der Freiburger Helm starken Beanspruchungen ausgesetzt, was bei kräftigeren Ringen, selbst mit noch dünneren Wänden, nicht der Fall sein würde. Auch die hohen schmalen Pfeiler der Glockenstube sind bei kaum  $\frac{1}{6}$  der Lichtweite als kühne Widerlager zu bezeichnen.

Der Schub polygonaler Helme berechnet sich wieder nach der Formel:

$$H = G \cdot \text{ctg } \alpha.$$

Berechnung  
des Schubes.

Wird darin für G das ganze Helmgewicht gesetzt, so liefert H entsprechend den Schub am ganzen Umkreis der Basis; wird dagegen als G das Gewicht einer Seite bzw. einer Ecke (beim Achteck also  $\frac{1}{8}$  des Turmgewichtes) eingeführt, so ergibt sich auch nur der diesem Teil zugehörige Schub. Als Winkel  $\alpha$  ist je nach Umständen mehr die Neigung der Seitenflächen oder diejenige der Gratkante, welche etwas flacher ist, oder ein mitten dazwischen liegender Wert einzufügen. Wenn die Last des Helmes sich vorwiegend an den Gratkanten nach unten fortpflanzt, so muss auch der Winkel  $\alpha$  etwa der Neigung der Gratkanten entsprechen; da dieses der ungünstigere Fall für die Grösse des Schubes ist, so thut man gut, zur Sicherheit mit ihm zu rechnen. Wenn man ausserdem die etwas zu ungünstige Annahme macht, dass die auf ein Turmchapel entfallenden Schubkräfte mit ihrem vollen Betrage in der Richtung der Diagonale wirken, so hat man Annahmen zu Grunde gelegt, bei denen die Widerlagspfeiler nicht zu schwach ausfallen.

Natürlich müssen die Widerlagspfeiler bzw. Turmwände so stark sein, dass sie ausserdem noch dem gegen sie und den Helm treffenden Winddruck widerstehen können. Wenn die Eckpfeiler des Turmes in gewissen Höhenabständen durch Mauerwerk miteinander verbunden sind, so braucht man nicht die Stabilität der Einzelpfeiler zu untersuchen, sondern die ihres Gesamtkörpers (also des ganzen hohlen Turmprismas), dessen Stabilität gegen Wind bedeutend grösser ist (s. S. 648). Sonst vollzieht sich die Berechnung der Widerlager ebenso wie bei den Gewölben.

Berechnung  
der Längs-  
pressung.

Die in den Mantelflächen und Rippen herablaufende Längspressung berechnet sich nach der Formel:

$$S = G : \sin \alpha.$$

Betreffs der Werte G und  $\alpha$  gilt dasselbe, was soeben bezüglich des Schubes gesagt ist. Ob die sich stetig nach unten steigernde Längspressung mehr in den Seiten oder den Graten fortgepflanzt wird, hängt wie gezeigt von der Ausbildung des Helmes ab (s. S. 628 unten).

Die Ringpressung überträgt sich, wenn das Helmgewicht (bezw. die Längspressung) sich ziemlich gleichmässig auf den Umfang verteilt, etwa in der Gestalt des Kreises, wird das Gewicht dagegen ausschliesslich in den Graten herabgetragen, wie bei manchen durchbrochenen Helmen, so bildet sich ein Druckpolygon, dessen Ecken in den Graten liegen. Bei zwischenliegenden Fällen entsteht ein Polygon mit etwas nach aussen gekrümmten Seiten.

Berechnung  
der Ring-  
spannung.

Im ersten Fall beim Druckkreis ist die Pressung:

$$1) \quad U = \frac{g \cdot \text{ctg } \alpha}{2 \cdot \pi} = \frac{g \cdot \text{ctg } \alpha}{6,283}$$

beim Druckpolygon ist sie

$$2) \quad U = \frac{g}{n} \cdot \frac{\text{ctg } \alpha}{2 \cdot \sin \beta}$$

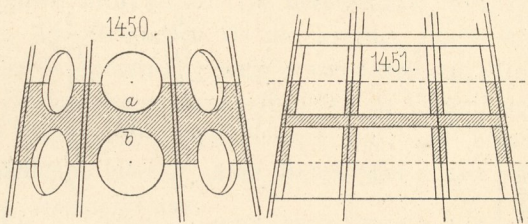
Darin ist  $g$  das Gewicht des aus dem Helm herausgeschnittenen Ringes,  $\alpha$  ist wieder der Neigungswinkel, der im ersten Fall zwischen dem der Seite und des Grates liegt, im zweiten Falle dem Grat zu entnehmen ist.  $n$  ist die Seitenzahl des Polygones, also beim Achteck gleich 8,  $\beta$  ist der halbe Centriwinkel einer Polygonseite, beim Achteck also  $22\frac{1}{2}^\circ$ , folglich  $\sin \beta = 0,3827$ . Die Formel 2) wird also beim achteckigen Helm:

$$2a) \quad U = \frac{g}{8} \cdot \frac{\text{ctg } \alpha}{2 \cdot 0,3827} = \frac{g \cdot \text{ctg } \alpha}{6,123}$$

Setzt man in die Formel 1) für  $\alpha$  den Neigungswinkel  $\alpha_0$  der Seite und in Formel 2a) die Neigung  $\alpha_1$  des Grates, so erhält man den unteren und oberen Grenzwert für den Ringdruck im achtseitigen Helm (s. u. die Tabelle).

Beim vollwandigen Helm überträgt sich der Druck  $U$  auf die ganze Höhe des betr. Ringes, den man in der Rechnung z. B. 1 m hoch annehmen kann.

Beidurchbrochenen Helmen richtet man die Höhe des in Betracht zu ziehenden Ringes nach der Art der Öffnungen, siehe die schraffierte Fläche in Figur 1450. Da wo sich die Ringbreite verengt, wie bei  $ab$ , wird sich auch der Ringdruck  $U$  durch diesen



Spannungen  
in durch-  
brochenen  
Helmen.

kleinen Querschnitt übertragen müssen. Ähnlich verhält es sich mit einem ganz in Gratrippen und Spreizen aufgelösten Helm Fig. 1451. Für denselben findet man nach Formel 2 den Ringdruck, welchen die Spreizen in ihrer Längsrichtung erhalten, indem man das Gewicht  $g$  für ein horizontales Helmstück von Mitte zu Mitte der Felderreiben einsetzt.

Ein solcher Helm ist ein vollendet durchgebildetes räumliches Fachwerk aus nur gedrückten Stäben. Der Ringdruck oder richtiger Polygondruck wird durch den Kranz der Spreizen aufgenommen und der Längsdruck durch die Gratrippen, auf welche auch die Spreizen mit ihren Enden ihr eigenes Gewicht und das der etwa darauf ruhenden Füllplatten übertragen. Um die Grösse des Längsdruckes zu berechnen, hat man demnach in der Formel:  $S = G : \sin \alpha$  für  $G$  das darüber lastende Gewicht eines Helmstüchels und für  $\alpha$  den Neigungswinkel des Grates einzusetzen. Unter

gleichen Annahmen findet man aus:  $H = G \cdot \text{ctg} \alpha$  den an jeder Ecke wirkenden Horizontalschub auf die Turmwand.

Am besten besteht die Spreize aus einem langen Stein, der Biegefestigkeit genug hat, um nicht zu zerbrechen. Muss sie aber aus mehreren Stücken zusammengesetzt werden, so kann sie leicht gleich einem scheinbaren Bogen einen Schub auf die Gratrippen tragen, der diese nach aussen zu bauschen sucht. Es ist dann zu empfehlen, das Masswerk der Füllungen so einzurichten, dass es die Mitten der Spreizen stützt. Bei sehr breiten Feldern können ev. selbst Zwischenrippen zu diesem Zweck hinaufgeführt werden. Das Masswerk in den Feldern dient genau in derselben Weise zur Windverbreitung, wie die Andreaskreuze der Holzhelme, denen diese durchbrochenen Steinhelme überhaupt sehr nahe stehen (s. unten).

Um ein anschauliches Bild über die Spannungen und den Schub verschieden hoher polygonaler Helme zu geben, ist die nachstehende Tabelle aufgestellt; die ersten flachen Dächer, welche kaum zur Ausführung gelangen, sind mehr des Vergleiches wegen beigelegt. Im allgemeinen weichen die Spannungen wenig von denen gleich hoher Kegeldächer ab.

*Spannungen in achtseitigen Steinpyramiden.*

Verhältnis der Höhe zur unteren Breite $h \cdot 2 r$	Neigungs- winkel		Längspressung auf $\frac{1}{8}$ des Umfangs		Ringpressung in einem Ring vom Gewichte $g$		Schub auf eine Ecke		Seite	
	am Grat $\alpha_1$	an der Seite $\alpha_0$	S max = G $8 \cdot \sin \alpha_1$	S min = G $8 \cdot \sin \alpha_0$	U max = $g \cdot \text{ctg} \alpha_1$ 6,123	U min = $g \cdot \text{ctg} \alpha_0$ 6,283	H max = $\frac{G}{8} \cdot \text{ctg} \alpha_1$	H min = $\frac{G}{8} \cdot \text{ctg} \alpha_0$		
flache Dächer	1 : 8	13,0°	14,0°	4,45 · $\frac{G}{8}$	4,13 · $\frac{G}{8}$	0,707 · $g$	0,653 · $g$	4,33 · $\frac{G}{8}$	4 · $\frac{G}{8}$	
	1 : 4	24,8°	26,6°	2,39 · $\frac{G}{8}$	2,24 · $\frac{G}{8}$	0,354 · $g$	0,327 · $g$	2,17 · $\frac{G}{8}$	2 · $\frac{G}{8}$	
	1 : 2	42,7°	45,0°	1,47 · $\frac{G}{8}$	1,41 · $\frac{G}{8}$	0,178 · $g$	0,164 · $g$	1,08 · $\frac{G}{8}$	1 · $\frac{G}{8}$	
Helme	1 : 1	61,5°	63,4°	1,14 · $\frac{G}{8}$	1,12 · $\frac{G}{8}$	0,089 · $g$	0,082 · $g$	0,54 · $\frac{G}{8}$	0,5 · $\frac{G}{8}$	
	2 : 1	74,8°	76,0°	1,04 · $\frac{G}{8}$	1,03 · $\frac{G}{8}$	0,044 · $g$	0,041 · $g$	0,27 · $\frac{G}{8}$	0,25 · $\frac{G}{8}$	
	3 : 1	79,8°	80,5°	1,016 · $\frac{G}{8}$	1,013 · $\frac{G}{8}$	0,029 · $g$	0,027 · $g$	0,180 · $\frac{G}{8}$	0,167 · $\frac{G}{8}$	
	4 : 1	82,3°	82,9°	1,009 · $\frac{G}{8}$	1,008 · $\frac{G}{8}$	0,022 · $g$	0,020 · $g$	0,135 · $\frac{G}{8}$	0,125 · $\frac{G}{8}$	
	5 : 1	83,8°	84,3°	1,006 · $\frac{G}{8}$	1,005 · $\frac{G}{8}$	0,018 · $g$	0,016 · $g$	0,108 · $\frac{G}{8}$	0,100 · $\frac{G}{8}$	
6 : 1	84,8°	85,2°	1,004 · $\frac{G}{8}$	1,003 · $\frac{G}{8}$	0,015 · $g$	0,014 · $g$	0,090 · $\frac{G}{8}$	0,083 · $\frac{G}{8}$		

G ist das Gesamtgewicht des Helmes über der betreffenden Stelle.

Beispiel: Ein in Ziegelstein 25 cm dick gemauerter, achtseitiger Helm von 6 m innerer und rd 6,5 m äusserer Breite B habe eine 4fache Höhe, also aussen 26 m, innen 24 m. 1 cbm Ziegelmauerwerk wiege 1800 kg, es soll die Grösse der Spannungen und des Schubes berechnet werden. Der Inhalt einer vollen achtseitigen Pyramide ist  $0,829 \cdot B^3 \cdot \frac{h}{3}$ , die vorliegende hohle

Pyramide hat demnach als Differenz zweier voller den Inhalt:  $0,829 \left( 6,5^3 \cdot \frac{26}{3} - 6,0^3 \cdot \frac{24}{3} \right) = \text{rd}$

Vergleich d.  
Spannungen  
u. Schübe  
verschieden  
hoher  
Helme.

65 cbm, sie wiegt also  $65 \cdot 1800 = 117\,000 \text{ kg} = G$ , folglich wiegt  $\frac{1}{8}$  derselben 14 625 kg. Die Längspressung beträgt nach obiger Tabelle höchstens  $1,009 \cdot \frac{G}{8}$ , also hier 14 757 oder mindestens  $1,008 \cdot \frac{G}{8} = 14\,720 \text{ kg}$ . Dieselbe verteilt sich auf  $\frac{1}{8}$  der Basis, also eine Fläche von  $\frac{1}{8} \cdot 0,829 (6,5^2 - 6,0^2) = 0,647 \text{ qm}$  oder 6470 qcm und ergibt bei gleichmässiger Verteilung  $14\,730 : 6470 = \text{rd } 2,3 \text{ kg}$  Druck auf 1 qcm, bei Durchbrechungen oder ungleicher Verteilung entsprechend mehr. (Strenggenommen hätte nicht die Grundrissfläche, sondern eine Schnittfläche etwa senkrecht zum Grat in Rechnung gebracht werden müssen, was aber bei „steilen“ Helmen keinen merklichen Unterschied giebt.)

Um die grösste Ringpressung zu finden, wird über dem Widerlager ein Ring von 1 m Höhe betrachtet, dessen Inhalt als Differenz der ganzen hohlen Pyramide und der um 1 m verkürzten, sich zu rd 5,0 cbm berechnet, der also 9000 kg wiegt. Die Ringpressung liegt nach der Tabelle zwischen  $0,020 \cdot 9000 = 180 \text{ kg}$  und  $0,022 \cdot 9000 = 198 \text{ kg}$ . Der Querschnitt des Ringes beträgt rd  $\frac{1}{4} \text{ qm}$  oder 2500 qcm, es kommt also auf 1 qcm der äusserst geringe Druck von 0,072 bis 0,079, also noch nicht  $\frac{1}{10} \text{ kg}$ . Der Ringdruck auf die ganze Kegelhöhe beläuft sich höchstens auf  $117\,000 \cdot 0,022 = 2574 \text{ kg}$ , ebenso gross würde der Zug in einem unten umgelegten Ring zur Aufhebung des Schubes sein.

Der Schub berechnet sich für jede Ecke höchstens zu  $0,135 \cdot 14\,625 = 1974 \text{ kg}$ , mutmasslich wird er etwas unter 1900 kg bleiben, die Widerlager müssen hinreichen, ihn aufzunehmen (vgl. oben Kegelhelme und Gewölbe).

### Sechsseitige und vierseitige Helme.

Die Angaben und Formeln über achtseitige Helme gelten in ähnlicher Weise für Helme anderer Polygonzahlen. Helme von mehr als acht Seiten sind selten, bei kleinen Helmen findet sich häufiger das Sechseck, das Fünfeck kommt nicht oft vor (zu Pressburg bieten zwei Klosterkirchen für jedes ein Beispiel), dagegen sind vierseitige Helme in der Frühzeit nicht selten. Je geringer die Seitenzahl wird, um so mehr häufen sich die Schwierigkeiten, da die wichtige ringförmige Verspannung unvollkommener wird. Besonders ungünstig erweist sich der Winddruck gegen die grossen Flächen. Die erwähnten Auskunftsmitel, als Versteifungsringe, Verstärkung der Grate und Mittelrippen, letztere event. bis oben hinaufreichend und selbst bogenförmig gebildet, können dazu dienen, die sonst recht kräftig zu bemessenden Wandstärken einzuschränken.

### Helme mit gebogenen Seiten, Kuppeln.

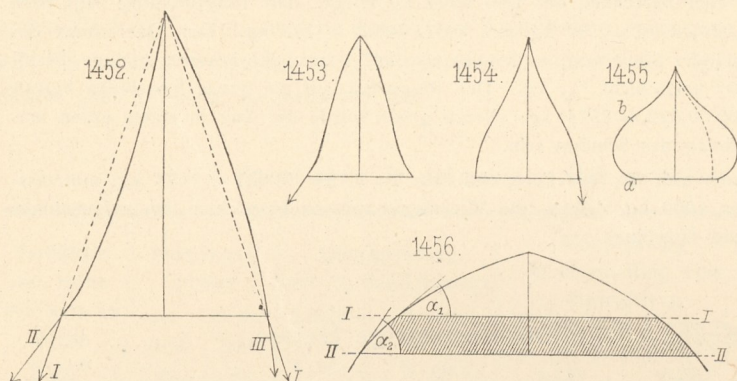
Polygonale oder runde Steinbedeckungen, die statt der geraden, eingebogene Aufrisslinien zeigen (Fig. 1452 links), haben grösseren Ringdruck aber auch grösseren Schub (vergl. die Kräfte I und II der Figur 1452); bei einem nach aussen gekrümmten Umriss verringert sich umgekehrt der Ringdruck, der selbst in Ringzug übergehen kann, dementsprechend ist aber auch der Schub auf die Widerlager geringer (vgl. d. Kräfte III und I in Fig. 1452). Der eingebogene Helm hat wegen des grösseren Ringdruckes mehr Widerstandsfähigkeit gegen unsymmetrische Belastungen, der bauchige Helm dagegen übt einen kleineren Schub auf die Wider-

Ausführbarkeit der verschiedenen Querschnitte.

lager aus. Es hängt also von obwaltenden Umständen ab, welcher von beiden in einem gegebenen Falle den Vorzug verdient.

Selbst geschweifte Helme sind in gewissen Grenzen ausführbar (Fig. 1453 und 1454). Die Richtung des Widerlagsdrucks stimmt auch hier wieder etwa mit der unteren Tangente überein, somit wird der Schub bei 1453 grösser sein als bei 1454. Die Ringspannung in den einzelnen Höhen hängt vom Verlaufe der Krümmung ab; es ist sehr wohl möglich Helme nach Art der Figur 1453 und 1454 zu mauern, ohne dass in irgend einer Höhe Ringzug entsteht, es darf die Umrisslinie nur keine zu starke Krümmung nach aussen zeigen und sich nirgends zu sehr der Senkrechten nähern. Formen wie Figur 1455 werden dagegen auf die beträchtliche Strecke *ab* Ringzug erhalten, da man diesen aber bei Mauerwerk möglichst meidet, laufen solche Helme oder Kuppeln den Forderungen des Steinbaues entgegen; nur durch besondere Hilfsmittel oder durch

Massenvergeudung, indem die Innenseite zu einer richtigen Kuppel ergänzt wird (s. rechte Seite in Fig. 1455), können sie haltbar gemacht werden. Man kann Kuppeln so formen, dass die Ringspannung überall gleich Null ist (siehe S. 56 und Fig. 126), jedoch sind Kuppeln mit Ringdruck vorzuziehen.



Berechnung  
des Schubes  
und der  
Ringspannung  
von bel.  
Kuppeln.

Da man nun Ringzug bei Mauerwerk möglichst meidet und sich über die Grösse des Ringdruckes gern Rechenschaft giebt, ist es wichtig, ein „einfaches“ Verfahren kennen zu lernen, mittelst dessen die Grösse der Ringspannung einer beliebigen Kuppel in beliebiger Höhe zu ermitteln ist (vgl. Fig. 1456).

Unter der Voraussetzung, dass die Ringspannung dafür sorgt, dass sich der Längsdruck überall annähernd in der Richtung der Tangente von oben nach unten überträgt, schneide man an der zu untersuchenden Stelle einen nicht zu hohen Ring durch die wagerechten Ebenen II und II II heraus. Den Neigungswinkel der Tangente in der Höhe II nennt man  $\alpha_1$  und den in der Höhe II II  $\alpha_2$ , und das Gewicht der über II liegenden Kuppel berechnet man als  $G_1$ , dasjenige über II II als  $G_2$ , so ist ebenso wie beim Kegel (s. S. 624) der Schub am ganzen Umkreis in der Höhe I I:

$H_1 = G_1 \cdot \text{ctg } \alpha_1$  und in der Höhe II II:  $H_2 = G_2 \cdot \text{ctg } \alpha_2$ . Der Schub  $H_d$ , welcher durch Hinzutreten des Ringes erzeugt wird, ist die Differenz von  $H_2$  und  $H_1$ , also:

$$H_d = G_2 \cdot \text{ctg } \alpha_2 - G_1 \cdot \text{ctg } \alpha_1.$$

Solange dieses  $H_d$  positiv bleibt, findet Ringdruck statt, sobald es negativ wird, Ringzug.

Die Grösse der Ringspannung aber findet man einfach nach der Formel:  $U = \frac{H_d}{2 \cdot \pi}$ .

Diese Beziehungen gelten für jede beliebige Umrisslinie der Kuppel, selbst wenn sie innerhalb des Ringes einen nach aussen oder innen gekehrten Knick zeigt. Je niedriger der Ring gewählt wird, um so genauer wird das Ergebnis, jedoch braucht man in dieser Hinsicht nicht zu ängstlich zu sein und kann bei hohen Kuppeln meist unbedenklich Ringe von 1 m Höhe heraus-schneiden, ohne dass die gewöhnlich erforderliche Genauigkeit dadurch leidet.

Für Kuppeln, deren Grundriss eckig ist, gelten die gleichen Beziehungen unter Berücksichtigung der kleinen, bei den achtseitigen Helmen etwas weiter vorn behandelten Abweichungen bzw. des Neigungswinkels. Der Horizontalschub für den ganzen Umfang ist wieder  $G = G \cdot \text{ctg } \alpha$ ,

wenn  $G$  das ganze Kuppelgewicht ist, und die Ringspannung findet sich, wie soeben gezeigt, aus der Differenz  $H_d$  der Schübe, wobei aber ihre Grösse je nach Umständen zwischen  $U = \frac{H_d}{2 \cdot \pi}$  und  $U = \frac{H_d}{n \cdot 2 \cdot \sin \beta}$  liegt ( $n$  ist die Seitenzahl des Vielecks und  $\beta$  der halbe Zentriwinkel zu einer Seite). Nach alledem zeigt sich, dass die Berechnung von gemauerten Kegeln, Pyramiden und Kuppeln mit der für die Praxis ausreichenden Genauigkeit zu den einfachsten Aufgaben gehört.

## 7. Turmhelme aus Holz.

Die oben angeführten Nachteile und Schwierigkeiten, welche mit Ausführung des Helmgemäuers im Ziegelbau verbunden sind, mögen in den Gegenden, in welchen der letztere heimisch ist, sowie der Umstand, dass nicht ein jedes Steinmaterial in der ausgesetzten Stellung der Helme den Angriffen der Witterung zu widerstehen vermag, in den Ländern des Steinbaues auf die so häufig vorkommenden hölzernen, mit Schiefer oder Metall gedeckten Helme geführt haben. Beide Gründe können in der Gegenwart fortbestehen, der Vorzug der Wohlfeilheit aber, welcher den hölzernen Helmen im Mittelalter eigen gewesen sein wird, ist in der neueren Zeit nicht mehr vorhanden, vielmehr in Gegenden, welche Steine von ausreichender Güte liefern, ins gerade Gegenteil umgeschlagen, selbst wenn man die Mauern des Glockenhauses mit Rücksicht auf die gänzliche Aufhebung jeder Schubkraft des hölzernen Helmes schwächer anlegen wollte, was indes nur in geringem Grade möglich ist (s. S. 649).

Die oben angeführten Vorteile einer steilen Steigung bleiben auch für die hölzernen Helme in mehr als einer Hinsicht bestehen, die daher die nämliche Schlankheit erhalten wie die steinernen Helme, ja es wurden, wenigstens in den späteren Perioden des Mittelalters, gerade für Holzhelme fast überschlanke Gestaltungen beliebt. Wir führen hierfür den aus der ersten Zeit des 16. Jahrhunderts stammenden Helm der Kirche in Wetter an, der das Verhältnis  $1:8\frac{1}{2}$  aufweist.

Bei der Konstruktion der Holzhelme sind hauptsächlich drei Punkte ins Auge zu fassen:

1. Die Sicherung gegen Umsturz.
2. Die Anlage einer unverschiebbaren Basis und Aufhebung des Sparrenschubes.

3. Die Versteifung der Helmwände gegen jede Einbiegung, Verdrehung u. dgl. Die Holzverbände, welche die beiden letzteren Bedingungen erfüllen sollen, können bei Annahme einer achteckigen Grundform gelegt werden:

- a) in der Richtung der Diagonalen des Achtecks,
- b) in der Richtung eines dem Achteck einbeschriebenen Kreuzes (Fig. 1458),
- c) in der Richtung der Seiten des Polygons.

Wenden wir diese Richtung zunächst auf die Basis an, so ergibt sich zu  $a$  ein Gebälk aus diagonal laufenden Hölzern zur Aufnahme der Sparren und Streben (s. Fig. 1457). Höchstens zwei Diagonalbalken können durchlaufen und sich in der Mitte überblatten, die anderen müssen sich gegen Wechselbalken setzen, zur Verstärkung legt man in den durchlaufenden Diagonalen zweckmässig zwei