XIX. Kapitel.

Noch einige Anwendungen des bisher beygebrachten, in Ansehung der Methoden, deren man sich bedienen kann, perpendiculäre und parallele Linien auf dem Felde zu ziehen, gerade Linien abzustecken, eine Figur von dem Meßtische auf das Feld abzutragen u. s. w.

Aufgabe I.

§. 240.

Durch einen gegebenen Punkt C, Fig. XXXV; mit einer vorgegebenen Linie AB eine parallele zu ziehen.

Aufl. I. Fall. Wenn man von C nach zwey Punkten A, B dieser Linie hinmessen kann.

Man messe CA, CB bringe den Meßtisch über C, ziehe die Richtungen cm, cn, nach A und B, und nehme auf denselben ca, cb, denen CA, CB gemäß, so wird ab, auf dem Meßtische mit AB parallel seyn; man ziehe mit ab, durch c eine Parallele (§. 64.), lege an dieselbe die dioptrische Regel, so wird man in der

Richtung

Richtung der Diopteru, Stäbe, mithin eine gerade Linie oder Verticalebene abstecken lassen können, welche mit der AB parallel seyn wird.

II. Fall. Durch D, Fig. XL, eine parallele mit AB zu ziehen, wenn man von D, nirgends nach AB hinkommen kann.

Man nehme eine willkührliche Standlinie DC an, und verfahre nach §. 184, als wenn man die unzugängliche Weite AB finden wollte.

Weil nun am Ende dieser Operation, die Weite ab bey D auf dem Meßtische', der AB nicht allein gemäß, sondern auch parallel wird (§. 184. Zus. I.), so ziehe man demnächst bey unverrücktem Stande des Meßtisches, durch den lothrecht über D liegenden Punkt d, eine parallele mit ab, lege an dieselbe das Diopterlinial, und lasse in der Richtung der Diopteru, Stäbe abstecken, so wird eine gerade Linie durch sie, mit AB gleichlaufend seyn.

Zus. I. Es erhellet, daß, vermöge der Aufgaben des XV. Kapitels, die Ziehung der Parallellinien auf dem Felde, noch auf unterschiedene andere Arten bewerkstelliget werden kann. — Ich will aber diese Untersuchungen meinen Lesern selbst überlassen. Man kann sich auch oft der Magnetnadel mit Vortheil zu dieser Absicht bedienen.

Zus.

Zus. II. Wenn man auf ab, Fig. XL, eine Perpendiculärlinie zieht, und hierauf an diese Perpendiculäre das Diopterlinial legt, so kann man in der Richtung dieser Dioptern Stäbe aussetzen lassen, die in einer geraden Linie liegen werden, welche auch auf AB senkrecht stehet: So kann man also auf eine Linie AB auf dem Felde, eine Perpendiculärlinie ziehen, wenn man gleich nicht an diese Linie kommen kann.

Es erhellet, daß man von D aus, auf AB eine Linie wird setzen können, die jeden willkührlichen Winkel mit AB macht, wenn man nur diesen Winkel an ab auf den Meßtisch trägt, und wie beym rechten Winkel verfährt.

Es verstehet sich, daß während der ganzen Arbeit der Meßtisch in unverrückter Lage erhalten werden müsse, damit ab nicht aus der mit AB parallelen Lage komme.

Zus. III. An eine Linie CD, an die man kommen kann, einen beliebigen Winkel CDB zu setzen, so verzeichne man diesen Winkel auf dem Meßtische, so daß cdb = CDB. Bringe d lothrecht über D, und die Richtung dc längst DC, so kann man längst des an db gelegten Diopterlinials hinaus visiren, und in die Richtung db Stäbe abstecken lassen; mithin die gerade Linie DB bestimmen, die mit CD

CD den gegebenen Winkel CDB macht. Dies Verfahren heißt, einen Winkel auf dem Felde abzustecken, und wird bey der Theilung der Felder gebraucht.

Wie eben dies vermittelst des Astrolabii geschehen könne, bedarf keiner weitläuftigen Erörterung.

Aufgabe. II.

§. 241. Zwischen A und E, Fig. LXXXI, Stäbe in eine gerade Linie abzustecken, wenn man gleich von A nicht nach E hinsehen kann, und sich auch zwischen A und E keine Punkte annehmen lassen, von denen man A oder E sehen kann, wie wenn z. E. zwischen A und E sich ein Wald befände.

Aufl. Wenn man von A gleich nicht in gerader Richtung nach E kommen kann, so wird man doch durch Umwege, wie durch ABCDE vorgestellet ist, nach E kommen können. ABCDE könnte z. B. einen Weg bedeuten, der von A nach E durch den Wald gienge.

Da man sich auf diese Art eine Figur ABCDE gedenken kann, von der die gerade Linie AE eine Seite ist, und da man diese Figur

Figur, von A nach E, nach der Richtung ABCDE umgehen kann, so bediene man sich der Aufgabe des 222. §., und bringe diese Figur ABCDE zu Papiere, dergestalt, daß die Punkte a, b, c, d, e auf dem Meßtische, die Stationen A, B, C, D, E, vorstellen; da man nun, ohne längst AE würklich visiret zu haben, demohnerachtet die Länge und Lage dieser Linie auf dem Meßtische erhält, wenn man die Punkte A, B, C, D, E, durch a, b, c, d, e, auf dem Papiere entworfen hat, und auf dem Meßtische durch die beyden Punkte a, e, eine gerade Linie ziehet, so erhellet, weil der solchergestalt erhaltene Winkel bae dem BAE gleich ist, daß man nur nöthig habe, den Meßtisch mit der darauf entworfenen Figur abcde wieder über A zu bringen, den Punkt a über A, und die Linie ab längst AB einzurichten; dann wird das auf dem Meßtische längst ae angelegte Diopterlinial die Richtung AE bestimmen, nach der man durch den Wald Stäbe n, m u. s. w. abstecken lassen muß, um von A nach E in gerader Linie hinzukommen.

Es ist klar, daß man, um die gerade Linie durch den Wald verlängern zu können, diejenigen Bäume, oder Büsche auf die die Richtung der Dioptern trifft, niederhauen, oder umbiegen müsse. Wenn nur erst ein paar Stäbe m, n, in die Richtung der Dioptern

abgestecket

abgestecket worden sind, so wird man demnächst die Dioptern nicht mehr nöthig haben, sondern die gerade Richtung Anm, bloß wie gewöhnlich, verlängern können (§. 32.).

So wird z. E. diese Aufgabe gebraucht, wenn von einem Orte A nach einem andern E, eine Allee, oder eine Strasse durch den Wald gehauen werden sollte.

Begreiflich kann aber diese Aufgabe in allen Fällen gebraucht werden, wo von einem Orte nach einem andern, eine gerade Linie abgestecket werden soll, die man auf keinerley Weise nach den gewöhnlichen Arten §. 32. abstecken kann.

Je weniger Umwege man übrigens nöthig hat, von A nach E zu kommen, desto richtiger wird die Arbeit ausfallen; Man sucht daher so wenig Standpunkte, wie B, C u. s. w. anzunehmen, als möglich, damit die Fehler in der Bestimmung des Winkels BAE sich so wenig, als möglich, anhäufen.

Verschiedene Schriftsteller bedienen sich bey dieser Aufgabe auch der Boussole. — Man erhält aber dadurch nicht die nöthige Genauigkeit; (m. s. hievon Böhms Meßkunst auf dem Felde §. 47.).

Aufgabe. III.

§. 242. Eine auf dem Meßtische gezeichnete Figur auf dem Felde abzustecken.

Aufl. I. Es sey Fig. LXXII abcde die Figur auf dem Meßtische, die aufs Feld abgetragen werden soll. Man bringe den Meßtisch über die ebene Fläche, auf die man die Figur abstecken will, und nehme innerhalb abcde, einen Punkt o an; an diesen Punkt o lege man die dioptrische Regel, und lasse in den Richtungen oe, od, oc, ob, oa, Stäbe abstecken, die man, um sich demnächst nicht zu irren, mit eben den Nummern bezeichnet, womit man die Eckpunkte e, d, c, b, a bezeichnet haben muß.

Hierauf messe man nach dem verjüngten Maaßstabe, womit man die Figur abcde, aufgetragen hat, die Weiten oe, od, oc, ob, oa, und trage sie nach der Meßkette, nemlich oe, von o nach E; od, von o nach D, u. s. w. in die abgesteckten Richtungen; so wird die Figur EDCBA auf dem Felde, der auf dem Meßtische ähnlich werden.

Aufl. II. Es sey Fig. LXXV. abcdef die Figur auf dem Meßtische, die man auf dem

Felde

Felde so abstecken soll, daß die Seite af, an die vorgegebene Linie AF zu liegen komme.

Man richte die Linie af längst AF ein; und lasse, indem man an ab, ac, ad, ae, das Diopterlinial legt, in diesen Richtungen wieder Stäbe abstecken, und mache AB, AC, AD, AE, AF, nach der Meßkette so groß, als ab, ac, ad, ae, af, nach dem verjüngten Maaße sind, so wird die Figur ABCDEF der abcdef ähnlich werden.

Aufl. III. Man siehet leicht, daß man, durch Umkehrung der Aufgabe des 222 §es, auch eine Figur auf dem Meßtische aus ihrem Umkreise abstecken kann; da aber sowohl diese Aufgabe, als überhaupt das Abstecken der Figuren nach andern Methoden, die sich gar leicht erdenken ließen, eben keine sonderliche Schwürigkeit hat, wenn man nur die im XVIII. Kapitel beygebrachten Vermessungsarten wohl inne hat, so werde ich mich dabey nicht länger aufhalten, und nur noch die Erinnerung beyfügen, daß dieses Abstecken der Figuren vorzüglich bey Feldertheilungen gebraucht wird, bey welchem Geschäfte ein Feldmesser aber alle nöthige Sorgfalt und Vorsicht anwenden muß, die Theilungslinien und Winkel auf dem Meßtische, mit der möglichsten Schärfe abzutragen.

Auf-

Aufgabe IV.

§. 243. Es sey, Fig. XL, AB eine Weite von bekannter Größe, und CD eine Weite, die man finden soll; zwischen C und D ist ein Hinderniß, daß man von D nach C zwar nicht messen, aber doch hinsehen kann; an die bekannte Länge AB kann man gar nicht kommen; man soll CD finden, vorausgesetzt, daß man nur über C, D den Meßtisch bringen kann.

Aufl. Man verfahre wie in (§. 184.), als wenn man aus der Standlinie CD, die Weite AB finden wollte. Da aber CD nicht gemessen werden kann, so mache man cd Nro. 1. auf dem Meßtische von willkührlicher Länge, z. E. nehme cd tausend Theilen eines gewissen Maaßstabes gleich; nachdem nun der Meßtisch bey Nro. 2. wie gehörig über D gebracht worden, und man auf demselben nach (§. 184.) wieder alle Richtungslinien gezogen hat, so wird die Figur abcd, der ABCD ähnlich, und es sind ab, cd, denen Linien AB, CD proportional; man messe also auf dem Meßtische die Linie ab, nach dem Maaßstabe, nach welchem man hier z. E. cd = 1000 Theilen genommen hat; ich will setzen, man fände nach diesem Maaßstabe ab = 3560 Theilen; wenn nun die bekannte Weite AB = 670 Ruthen

then wäre, so fände man CD nach der Proportion ab : cd = AB : CD oder

$$3560 : 1000 = 670 : CD$$

also CD = 188,2 Ruth.

Diese und ähnliche Aufgaben können beym Feldmessen unterweilen mit Nutzen gebraucht werden.

Wenn man auf dem Meßtische die Weiten ac, cb, u. s. w. nach dem erwähnten tausendtheiligten Maaßstabe misset, so findet man aus den Proportionen
ab : AB = ac : AC; ab : AB = cb : CB u. s. w.
auch die Entfernungen wie AC, CB; oder AD, BD.

Aufgabe V.

ABCD u. s. w. (Fig. XCIII. Tab. VII.) stelle z. E. das Ufer eines Flusses vor, längst dessen man mit einem Kahne aus A in B, C, D u. s. w. kommen kann. a, b, c, d u. s. w. sind Gegenstände jenseits des Stromes, und bey A weis man z. E. des Gegenstandes a Weite von A irgendwoher, man soll die Gegenstände a, b, c, d, u. s. w. aufnehmen, und ihrer Lage nach in einen Riß bringen.

Auflösung. 1. Man messe in A, B, C, D, u. s. w., wo man mit dem Kahne hinkommen kann, die Winkel, welche hier mit Punkten bezeichnet sind, so kann man erstlich aus Aa, und den Winkeln aAB, aBA (woraus denn auch der Winkel BaA bekannt ist) das Dreyeck AaB zeichnen, und folglich AB bestimmen, an welche man nun weiter die Winkel BAb, ABb absetzt, und das Dreyeck ABb construirt, wodurch denn b seiner Lage nach bestimmt, und die Weite Bb gefunden wird.

2. So wie nun in dem Vierecke ABab, aus Aa, und den gemessenen Winkeln bey A und B, der Punkt b bestimmt worden, so wird auf eine ähnliche Art auch in dem Vierecke BCbc aus Bb (1) und den Winkeln bey B und C, der Punkt c, und hieraus weiter in dem Vierecke CDcd der Punkt d, und so alle folgende bestimmt.

3. Begreiflich können die Weiten Bb, Bc, Cc u. s. w. auch trigonometrisch berechnet, und dadurch die Dreyecke zu Papiere gebracht werden.

4. Ist das Ufer ABCD so beschaffen, daß man bey A, B, C, D u. s. w. würklich aussteigen, und die Winkel mit dem Astrolabio messen kann, so wäre dies wohl am besten. Außerdem aber würde man sich wegen der

Schwankung des Kahnes, wohl eines katoptrisch-dioptrischen Werkzeugs (§. 122 ꝛc.) bedienen müssen, um die Winkel zu messen, weil man solches aus freyer Hand regieren kann, und keines Stativs dazu bedarf.

Anmerkung.

5. Daß diese Aufgabe in der Ausübung sehr häufig vorkommen kann, bedarf wohl keines Beweises. So könnte ABCD u. s. w. auch eine Strasse seyn, längst der man fortreißte, da man denn, so wie man rechts oder links derselben, Gegenstände a, b ꝛc. zu Gesichte bekömmt, dieselben aufnehmen und zu Papiere bringen kann, ohne daß man irgend eine neue Linie zu messen braucht.

6. Diese Aufgabe setzte voraus, daß man bey A nach B, bey C nach B, bey D nach C, kurz bey jedem folgenden Stande, nach dem nächstvorhergehenden, oder von diesem nach jenem visiren konnte.

7. Geht dieses nicht an, so ist die Aufgabe ungleich schwerer aufzulösen. Indessen hat Lambert (Beyträge zur practischen Geom. §. 112.) gezeigt, wie man sie durch Hülfe der Mittagslinien bey A, B, C, D u. s. w. auflösen könne. Ich werde statt deren, die Richtungen der Magnetnadel (in so ferne sie eben-

falls

falls eine Reihe von Parallellinien darstellen) gebrauchen, und außerdem noch eine Voraussetzung machen, nemlich, daß man wenigstens von dem zweyten Standpunkte B nach A (und folglich auch von A nach B) visiren kann. Daß man von C nach B, von D nach C u. s. w. visiren könne, will ich also jetzt nicht annehmen. Unter diesen Umständen wird dennoch die Aufgabe noch immer von sehr ausgebreiteten Nutzen seyn. Denn man wird doch leicht wenigstens ein paar Standpuncte, wie B und A (es könnten auch ein paar andere seyn) finden, wo das Visiren von dem einen zum andern geschehen kann.

Eine analytische Auflösung dieser Aufgabe giebt auch Hr. Prof. Pfleiderer in Tübingen in dem Hindenburgischen Archive der reinen und angewandten Math. X. Heft 1799. S. 190.

Aufgabe VI.

ABCD (Fig. XCIV.) habe also die Bedeutung vorhergehender Aufgabe. In A, B, rc. stellen mn, die parallelen Richtungen der Magnetnadel vor. Man messe, vermittelst der Boussole, in A und B die Winkel, welche die Visirlinien Aa, Bb, Ab, Ba mit mn machen. Auch bey A, (wo ich annehme, daß man nach B visiren könne)

den

den Winkel BAn. In C messe man aber bloß die Winkel, welche die Richtungen Ca, Cc, Cb, und in D die Winkel, welche die Richtungen Db, Dc, Dd, mit der Magnetnadel machen. Man soll hieraus die Punkte A, B, C, D u. s. w. a, b, c, d u. s. w. in einen Riß bringen.

Aufl. 1. Ich will vors erste das Viereck AbaB betrachten.

2. Aus den Abweichungen der Linien Aa, Ba, von der Richtung der Magnetnadel bey A, und B, findet sich erstlich der parallactische Winkel BaA $= \alpha$. In gegenwärtiger Figur ist derselbe, wie sich leicht finden läßt, $=$ aAn $-$ aBn. Eben so ist derselbe bey b aus den bey B, A observirten Abweichungen der Richtungen AB, Bb von der Richtung der Magnetnadel, bekannt, nemlich $\beta =$ bAn $-$ Bbn.

3. Nun ist in dem erwähnten Vierecke auch der Winkel BAa, aus den observirten Winkeln BAn, aAn bekannt, und so sind denn auch in Ansehung der Gegenstände a, b, die parallactischen Winkel bBa, bAa gegeben. Ist nun auch Aa gegeben, so kann aus diesen Datis (2. 3.), wie leicht erhellet, erstlich das ganze Viereck ABab, gezeichnet werden.

4. Nun ergeben sich aus den bey B und C observirten Winkeln aBn, aCn, bBn; bCn; die parallactischen Winkel γ und δ. Hier z. E. wird $\gamma = aBn + aCn$; $\delta = bBn - bCn$.

5. Nachdem also das Viereck AbaB gezeichnet worden, so setze man an aB den gefundenen Winkel γ, und an bB den Winkel δ, so durchschneiden sich aC, bC in dem dritten Standpunkte C, und legen diesen Ort dadurch fest.

6. Setzt man nun an Bb den ebenfalls bekannten Winkel bBc, und nachdem man bC (5) gezogen, an bC den bekannten Winkel bCc, so sieht man leicht, daß sich beyde Linien Bc, Cc nunmehr in dem Punkte c durchschneiden, und diesen dadurch festlegen müssen.

7. Ferner setze man an Cb, den parallactischen Winkel ε, und an Cc den parallactischen Winkel η, so ergiebt sich D, und hierauf d, wenn man die parallactischen Winkel cCd, cDd absetzt.

8. So sieht man leicht, wie jeder folgende Punkt E, e u. s. w. sich aus den parallactischen Winkeln construiren läßt.

9. Wie man alles auf trigonometrische Rechnung bringen kann, würde hier zu weitläuftig seyn zu erörtern. Indessen wird sich die Auflösung

lösung demjenigen, der in der Trigonometrie geübt ist, ohne großes Nachdenken von selbst darbieten.

10. Und so wäre denn eine der schönsten Aufgaben der practischen Geometrie, wie sie Lambert nennt, durch eine sehr leichte Construction aufgelöset, so bald nur einmahl das erste Viereck A B a b gezeichnet worden ist.

11. Es ist begreiflich, daß dies Viereck, oder die Lage der vier Punkte A, B, a, b auf sehr viel andere Arten gegeben seyn könnte, als ich oben (2. 3) angenommen habe.

Wenn also z. E. statt des Winkels a A B, in dem Vierecke A B a b die Seite A B gegeben wäre, so brauchte man nicht von A nach B visiren zu dürfen, sondern man könnte bloß aus Aa; AB, und den parallactischen Winkeln α, β; μ, ν, das Viereck zeichnen.

12. Lambert nimmt bloß A a, und die parallactischen Winkel bey A, B, C, D u. s. w. an. Auch hiedurch läßt sich die Auflösung bewerkstelligen, aber sie wird alsdann etwas zusammengesetzt, weswegen ich ausser den parallactischen Winkeln nur in dem ersten Vierecke A B a b noch ein Datum angenommen habe, wodurch denn die Auflösung bloß auf eine leichte Construction gebracht wird, und dennoch von einer sehr ausgebreiteten Anwendung bleibt.

13. Der einzige Umstand, wodurch die Genauigkeit bey der Auflösung dieser Aufgabe leiden möchte, ist der Gebrauch der Magnetnadel. Da man vermittelst der Boussole von gewöhnlicher Größe und Einrichtung, einen Winkel wohl nicht genauer, als bis auf 10 Minuten messen, wenigstens für einen solchen Fehler nicht gut stehen kann, auch die Festlegung der folgenden Punkte immer auf die vorhergehenden sich gründet, so sieht man leicht, daß beym Fortgange der Arbeit sich ansehnliche Fehler einschleichen, und anhäufen können, zumahl wenn a, b, c u. s. w. etwas weit weg liegen. Indessen kömmt es oft auf eine so sehr genaue Bestimmung der Oerter nicht an, und da ist denn die Aufgabe immer von sehr großem Nutzen. Begreiflich muß man beym Fortgange der Arbeit, auch auf den Umstand mit Rücksicht nehmen, daß die Richtungen der Magnetnadel nicht in der vollkommensten Strenge Parallellinien sind. Die daher rührenden Correctionen lassen sich aus (§. 236) beurtheilen. Wenn man von einem gewissen Standpunkte, die Messung nicht zu weit ausdehnt, so kann man diese Correctionen beyseite setzen.

14. Sehr oft kann man einen bereits festgelegten Ort, wie z. E. d (7) noch einmahl aus andern Bestimmungen erhalten. Hätte man z. E. auch bey B schon nach d visiren,

und

und den Abweichungswinkel cBD messen können, so würde man diesen an die bereits festgelegte Bc tragen, und solchergestalt durch den Durchschnitt von Cd, Bd, den Ort d noch einmahl bestimmen, folglich den durch Dd, Cd erhaltenen Punkt d berichtigen können.

Hat man auf diese Art an den Standpunkten A, B, C u. s. w. für ein und dasselbe Object mehrere Beobachtungen, woraus es sich festlegen läßt, so findet sich beym Auftragen immer Gelegenheit, die Lage desselben mit hinlänglicher Schärfe anzugeben.

15. Man könnte die Magnetnadel bey dieser Aufgabe völlig entbehren, und sie also mit größerer Schärfe auflösen, wenn man nach a, b, c u. s. w. selbst hinkommen, und die parallactischen Winkel α, γ, β, d, ε, η u. s. w., so wie die ν, μ, ς u. s. w. bey A, B, C u. s. w. vermittelst eines Astrolabii, oder des Werkzeugs (§. 122.) unmittelbar messen könnte. Das hiesse dann: Eine Figur, wie dcba ABC u. s. w. zu Papiere zu bringen, die man zwar umgehen kann, bey der es aber nicht verstattet ist, von jeder vorhergehenden Station zur folgenden, zu visiren, oder zu messen.

Weil also bey dieser Aufgabe der Feldmesser an keine Standpunkte gefesselt ist, bey denen er das Zurückvisiren nach den vorhergehenden nöthig

nöthig hätte, so bedarf es wohl keines Beweises, daß sie als ein sehr vortheilhaftes Hülfsmittel bey Entwerfung der Landschaften gebraucht werden kann.

16. Kann man unterweilen an diesen oder jenen Stationen nach nächst vorhergehenden zurückvisiren, so wird man die Vortheile, die man davon hat, begreiflich nicht vernachlässigen.

17. Man sieht aus dem bisherigen, daß der wesentliche Vortheil, den die Magnetnadel verschafft, darin besteht, daß man durch die Beobachtungen bey A, B, C, D u. s. w. die parallactischen Winkel bey a, b, c, d u. s. w. erhalten kann, die man sonst ohne Hülfe der Magnetnadel unmittelbar messen müßte, und der Grund davon ist der, daß die Richtungen der Magnetnadel, Parallellinien darstellen. — Wo man also dergleichen Parallellinien auf andere Arten erhalten kann, leisten sie eben den Vortheil. So könnten z. E. die Parallellinien wie mn, bey A, B rc. auch durch Hülfe eines weit entlegenen Gegenstandes erhalten werden. Wenn demnach die Objecte A, B, a, b, C, c u. s. w. nicht gar zu weit von einander liegen, so kann ein sehr weit entlegener Gegenstand, z. E. in der Richtung mn, ebenfalls dienen, nach dem bisherigen Verfahren, die Lage der Objecte A, B, a, b, C, c zu bestimmen.

18. Läge der Gegenstand nicht so weit weg, daß es ohne merklichen Fehler verstattet wäre, die Richtungen mn, an A, B, C u. s. w. für parallel zu halten, so könnte man dennoch sich desselben zur Entwerfung der Objecte bedienen.

19. Gesetzt P, (Fig. XCV.) sey ein solcher Gegenstand, und seine Lage gegen AB bekannt. Man zeichne also BP, AP, unter den gehörigen Winkeln gegen AB, und hierauf an AP den observirten Winkel aAP, an BP den observirten Winkel aBP, so ist a festgelegt. Eben so sey auch b entworfen worden. Begreiflich braucht man also hier nicht von A nach B visiren zu können. Ich nehme nemlich die Figur des Dreyecks BAP sonst irgendwoher als bekannt an.

20. Nun sey C ein dritter Standpunkt, wo man die Abweichungswinkel m, n, so wie bey B die μ, ν gemessen habe, so ist, wenn man Cb sich bis f verlängert gedenkt, und den parallactischen Winkel bey P $=$ y nennet, der Winkel bey f $= n + y$

aber auch $\delta = \mu + f$ oder $f = \delta - \mu$

demnach $n + y = \delta - \mu$ oder

$$\delta = \mu + n + y.$$

Eben so findet sich wegen $m + \delta = \mu + \nu + \gamma$

$\gamma = m + \delta - \mu - \nu = \mu + n + y + m - \mu - \nu$

oder

oder

$$\gamma = m + n - \nu + y.$$

Wollte man demnach, wie im vorhergehenden, den Standort C dadurch bestimmen, daß man an Ba den Winkel γ, und an Bb den Winkel δ absetzte, und den Durchschnitt der beyden Richtungen aC, bC, bey C bestimmte, so ist klar, daß, weil δ, γ, durch den parallactischen Winkel y gegeben sind, man den Punkt C nicht wird bestimmen können, wenn nicht dieser Winkel y bekannt ist.

In so ferne die Punkte a, b, P gegeben sind, ließe sich nun zwar dieser parallactische Winkel berechnen. Allein die Formel dazu wird zu weitläuftig, als daß sichs zur Ausübung verlohnte, sie hieher zu setzen.

Man kann leichter diesen Winkel durch eine Art von Näherung finden, die ich hier in der Kürze erläutern will.

21. Man nenne den Winkel BCa = x, die bekannte Seite Bb (19) = a; und die gleichfalls bekannte Ba = b, so ist in den Dreyecken BbC, BaC

$$\sin(m + x) : a = \sin\delta ; BC$$

$$\sin x : b = \sin\gamma : BC$$

Also

Also aus (20) statt δ und γ die dort gefundenen Werthe gesetzt, so wird

$$BC = \frac{a \sin(\mu + n + y)}{\sin(m + x)} = \frac{b \sin(m + n - \nu + y)}{\sin x}$$

Weil nun y immer nur ein sehr kleiner Winkel ist, wenn P weit weg liegt, so kann man y weglassen, und es wird beynahe seyn

$$\frac{a \sin(\mu + n)}{\sin(m + x)} = \frac{b \sin(m + n - \nu)}{\sin x}$$

oder

$$a \sin(\mu + n) \sin x = b \sin(m + n - \nu) \sin(m + x)$$

demnach

$$a \sin(\mu + n) \sin x = b \sin(m + n - \nu) \sin m \cos x$$
$$+ b \sin(m + n - \nu) \cos m \sin x$$

Wenn man diese Gleichung durchaus mit $\sin x$ dividiret, hierauf statt $\frac{\cos x}{\sin x}$ setzt $\cot x$, so findet sich

$$\cot x = \frac{a \sin(\mu + n)}{b \sin(m + n - \nu)} - \cot m.$$

22. Dieß gäbe also den Winkel x, wenn $y = 0$, mithin P unendlich weit entlegen, oder CP mit BP gleichlaufend wäre. Weil aber

aber CP nur beynahe mit BP gleichlaufend ist, so wird auch der gefundene Werth für x nur beynahe richtig seyn.

23. Indessen kann man diesen Werth von x, so wie ihn die Rechnung (21) ergiebt, brauchen, um beynahe den Werth von BC zu finden, und es ist demnach aus (20)

$$\text{beynahe } BC = \frac{b \sin(m + n - v)}{\sin x}.$$

24. Setzt man nun in dem Dreyecke CBP die Entfernung BP = A ohngefähr als bekannt zum voraus, so hat man

$$CB : \sin y = A : \sin(m + n + x)$$

$$\sin y = \frac{CB \sin(m + n + x)}{A}$$

Dieser Ausdruck giebt demnach einen approximirten Werth für y.

25. Ist dieser gefunden, so kann man ihn gebrauchen, um nunmehr auch x wieder genauer zu finden, als ihn die Rechnung (21) gab.

26. Ich will den approximirten Werth von $y = \lambda$ nennen, und den wahren Werth von $y = \lambda + y'$.

27. Dann wird $\delta = \mu + n + \lambda + y'$
$\gamma = m + n - \nu + \lambda + y'$
so findet sich nun nach einer ähnlichen Rechnung, wie (20 21) für cot x der verbesserte Werth, nemlich

$$\cot x = \frac{a \sin(m + n + \lambda)}{b \sin(m + n - \nu + \lambda)} - \cot m$$

Hieraus dann weiter ein verbesserter Werth für BC (23) und in (24) ein verbesserter für y, und so kann man begreiflich sich dem wahren Werthe von y, so weit man will, nähern. In den meisten Fällen wird es hinreichend seyn, nur die Rechnung bis an (24) anzustellen.

28. Begreiflich lassen sich BC und der Winkel x, so genau, als die Größen nöthig sind, um den Werth von y (24) berechnen zu können, auch durch Zeichnung finden. Man setze an Bb einen Winkel $BbC = \mu + n$, und an Ba einen Winkel $BaC = m + n - \nu$, so ergiebt sich durch den Durchschnitt der beyden Linien bC, aC, der Punkt C, also auch BC, und der Winkel x, den man mit einem Transporteur messen kann, so genau als nöthig ist, um y (24) berechnen zu können. Ist dann y, oder eigentlich der approximirte Werth desselben $= \lambda$ gefunden, so setzt man an Bb den verbesserten Winkel $BbC = \mu + n + \lambda$, und an aB den verbesserten $BaC = m + n - \nu + \lambda$, so findet sich ein verbesserter Punkt C, und so

so kann man weiter verfahren, um den Punkt C, so genau man will, zu finden.

29. Dies zeigt also, wie man auch Gegenstände, die nicht so weit wegliegen, daß man Linien nach ihnen als parallel ansehen darf, zur bisherigen Aufgabe brauchen kann. Aber freylich ist in Ansehung der Correctionen, die man den zu bestimmenden Punkten, wie C, alsdann geben muß, wohl immer räthlicher, sich bloß der Magnetnadel zu bedienen, so lange man keine anderen bequemen Mittel hat, Parallellinien, wie mn (Fig XCIV.) an den Standpunkten B, C u. s. w. zu erhalten. Mittagslinien bey B, C u. s. w. zu ziehen, und diese statt der Richtungen der Magnetnadel zu gebrauchen, möchte zwar mehr Richtigkeit verschaffen, allein sie mit der gehörigen Genauigkeit zu ziehen, ist weitläuftig und mühsam, und daher in den wenigsten Fällen anzuwenden.

30. Ueber den Gebrauch der Mittagslinien beym Feldmessen, lehrt übrigens noch mehreres Hr. Lambert in den Abh. d. Churbayerischen Acad. d. Wiss. I. Band II. Theil.

Es ist immer vortheilhaft, wenn ein Feldmesser allerley Hülfsmittel kennt, Oerter auf dem Felde aufzunehmen, und ich glaube daher, daß die Untersuchungen in gegenwärtiger Aufgabe nicht überflüssig seyn werden.

31.

31. Eine andere Aufgabe, wobey Parallellinien auf dem Felde unentbehrlich sind, lehrt Hr. Werner (Königl. preuß. Landmesser): Erfahrungen von dem Gebrauche der Magnetnadeln, und wie vermittelst derselben am füglichsten eine Feldmessung angestellt werden kann. Berlin, 1778. Hr. Hofr. Kästner behandelt sie gleichfalls mit Bemerkungen darüber in der ersten Samml. seiner geometrischen Abhandlungen, 47. Abh. S. 368.

Sie ist folgende.

Aufgabe VII.

In I und H (Fig. XCVII.) kann man nach B und D zwar sehen, aber nicht messen. A und C können in I und H nicht gesehen werden, aber man kann nach A und C hinkommen, und in A und C, nach B und D visiren, aber nicht messen, oder sonst dahin kommen. Die Entfernung der beyden Standpunkte HI ist bekannt. Man soll die Punkte ABCDHI in ihrer richtigen Lage gegen einander bestimmen.

Aufl. Die mit einem Pfeil bemerkten Linien, an I, H, A, C, stellen die parallelen Richtungen der Magnetnadel vor. Die punktirten Linien HA, IC stellen diejenigen vor, nach denen man nicht visiren kann.

Um

Um nun hieraus die Figur aufzutragen, so nimmt man auf dem Papiere einen Punkt I an, zieht durch I die Richtung der Magnetnadel, und setzt an dieselbe die observirten Winkel m, n und m + DIH ab; so bekömmt man die Richtungen ID, IB, IH. Auf IH setzt man das Maaß der Standlinie, so hat man den Punkt H, durch welchen man eine Linie parallel mit der Richtung der Magnetnadel bey I ziehe. An diese Parallele setze man die Winkel μ und ν ab, so erhält man die Richtungen HD, HB, welche mit ID und IB, sich in D und B durchschneiden, und die Punkte D und B festlegen. Aus den Winkeln ν und r ergiebt sich der parallactische Winkel HBA = $\nu \pm$ r, je nachdem HB, AB auf einerley Seite der Richtung der Magnetnadel, oder auf verschiedenen Seiten derselben liegen. Diesen parallactischen Winkel HBA setzt man in der gehörigen Lage an HB, so ergiebt sich die Richtung BA, und eben so aus den beobachteten Abweichungswinkeln μ und s, der parallactische Winkel HDA, den man an HD absetzen, und solchergestalt durch die Richtungen DA, AB, den Punkt A festlegen kann. Auf eben die Art kann man die parallactischen Winkel IDC, IBC aus m, n, t, u, berechnen, und an ID, IB abtragen, und solchergestalt den Punkt C festlegen. Begreiflich läßt sich auch alles auf trigonometrische Berechnung bringen, womit ich mich aber hier nicht aufhalten

halten will. Auf andere Arten, als vermittelst der Magnetnadel, würde sich diese Aufgabe nicht auflösen lassen, oder man müßte sonst noch gewisse Dinge, in dem Vierecke ABCD, als bekannt voraussetzen, z. E. etwa ein paar Seiten, wie BC, oder BA. Allein alsdann wäre das nicht die vorgelegte Aufgabe mehr.

Ueber das barometrische Höhenmessen.

Anmerkung zu §. 197.

1. Man hat seit einiger Zeit manches an Hrn. de Luc's Höhenformel (§. 198. II.) zu tadeln gefunden. Um zu beurtheilen, was daran etwa zu verbessern seyn möchte, so will ich hier verschiedenes aus meiner Abhandlung über das Höhenmessen mit dem Barometer (M. s. oben §. 198. I. 6.) dazu gebrauchen.

2. Ich habe in dieser Abhandlung (n° 146) gefunden, daß, wenn durch die ganze Höhe $= h$ einer durch das Barometer zu messenden Luftsäule, die Temperatur überall gleich groß angenommen wird, der Werth von h, in Toisen seyn muß

$$h = \frac{0,895449}{m}(1 + At) \log \text{brigg} \frac{E}{\varepsilon'}$$

wenn E den untern Barometerstand, ε′ den

obern,

obern, t die Temperatur der ganzen Luftsäule h nach Reaumurs Thermometer, A den Bruch $\frac{1}{215}$ (oder noch besser nach meinen Bestimmungen $\frac{1}{213}$) und m die Dichtigkeit der Luft in Vergleichung des Quecksilbers bey 0° Temperatur und einem Barometerstande von 28 paris. Zollen am Orte der Beobachtung bezeichnen.

3. Ich muß erinnern, daß bey dieser Formel auf die abnehmende Schwerkraft von der untern Station zur obern noch keine Rücksicht genommen ist.

4. Da man zufolge dieser Formel an dem Orte der Beobachtung den Werth von m wissen muß, und dieser Werth von m für jede andere geographische Breite des untern Stationsortes eine Abänderung erleidet, in so fern die Schwerkraft vom Aequator nach den Polen hin zunimmt, so will ich erstlich zeigen, wie auf diesen Umstand Rücksicht zu nehmen ist.

5. Hier ist nun klar, daß bey gleicher Temperatur der Luft, der Werth von m unter einer geographischen Breite $= \psi$, größer seyn wird als unter dem Aequator, indem eine 28 Zoll hohe Quecksilbersäule unter dem Aequator einen geringern Luftdruck, als unter der geographischen Breite ψ bezeichnet.

6. Nennt

6. Nennt man die Schwerkraft unter dem Aequator = 1, und die Dichtigkeit der Luft bey einem Barometerstande von 28 Zollen und 0 Grad Temperatur unter dem Aequator = M, die Schwerkraft unter der geographischen Breite $\psi = g$, so muß seyn

$$M : m = 1 : g$$

7. Und eben so wenn μ die Dichtigkeit der Luft bey 0° Temperatur und einem Barometerstande von 28 Zollen unter der geographischen Breite φ woselbst die Schwerkraft $= \gamma$ sey, ausdrückt,

$$M : \mu = 1 : \gamma.$$

8. Also $m : \mu = g : \gamma$ oder

$$m = \frac{g}{\gamma} \cdot \mu.$$

9. Wenn nun β den Bruch 0,005690 bezeichnet, so hat man

$$g = 1 + \beta \sin \psi^2$$
$$\gamma = 1 + \beta \sin \varphi^2$$

Also $\frac{g}{\gamma} = \frac{1 + \beta \sin \psi^2}{1 + \beta \sin \varphi^2}$

wofür, weil β einen sehr kleinen Werth hat, ohne merklichen Fehler

$$\frac{g}{\gamma} = 1 + \beta (\sin \psi^2 - \sin \varphi^2)$$

gesetzt werden kann.

10. Es bedeute μ (7) für den dortigen Barometerstand und Temperatur die Dichtigkeit der Luft unter dem 45sten Grad der geographischen Breite, so ist, für $\varphi = 45^{\circ}$; $\sin \varphi^{2} = \frac{1}{2}$, also

$$\frac{g}{\gamma} = 1 + \beta\,(\sin \psi^{2} - \tfrac{1}{2})$$
$$= 1 + \tfrac{1}{2}\,\beta\,(2 \sin \psi^{2} - 1)$$
$$= 1 + \tfrac{1}{2}\,\beta \cos 2\,\psi. \text{ (Trig. S. XIII. 22.)}$$

11. Demnach für jede andere geographische Breite ψ der Werth von

$$m = \mu\,(1 - \tfrac{1}{2}\,\beta \cos 2\,\psi).$$

12. Mithin unter der geographischen Br. ψ der Werth von

$$h = \frac{0,895449}{\mu\,(1 - \frac{1}{2}\beta \cos 2\,\psi)}\,(1 + A\,t) \log \frac{E}{\varepsilon},$$

wofür weil β sehr klein ist

$$h = \frac{0,895449}{\mu}\,(1 + \tfrac{1}{2}\beta \cos 2\,\psi)\,(1 + A\,t) \log \frac{E}{\varepsilon},$$

gesetzt werden kann.

Somit wäre denn erstlich bey der Höhenformel auf die geographische Breite Rücksicht genommen.

13. Hiebey kann man nun ferner fragen, was soll man unter der Temperatur t der ganzen

zen Luftsäule h nach (1) verstehen, wenn die Wärme von unten nach oben nicht unveränderlich, wie die Formel (1) voraussetzt, sondern, wie gewöhnlich, in der obern Station geringer als unten ist.

14. De Luc und mehrere andere Schriftsteller behaupten, daß es hinlänglich sey, in diesem Falle statt t bloß das arithmetische Mittel zwischen der untern und obern Temperatur zu nehmen. Mit welchem Rechte dies erlaubt sey, ist hier der Ort nicht zu untersuchen. Indessen so lange man sich nur mit Hypothesen über das Gesetz der Wärmeabnahme von unten nach oben begnügen muß, mag die gegebene Vorschrift immer hinlänglich seyn, die nach den in meiner Schrift geführten Rechnungen doch nie viel von der Wahrheit abweichen kann. (Das. 168 ꝛc.)

15. Wenn demnach jetzt t die untere Temperatur und τ die obere bezeichnen, so wäre $\frac{t+\tau}{2}$ das (14) erwähnte arithmetische Mittel, mithin

$$h = B\,(1+\tfrac{1}{2}\beta \cos 2\psi)\,(1+A\,\frac{t+\tau}{2})\log\frac{E}{\varepsilon'}$$

wenn statt des beständigen Coefficienten $\frac{0,895449}{\mu}$ der Buchstabe B gesetzt wird.

16. Die zweyte Frage wäre, welche Zahl man in dem beständigen Coefficienten B, statt der Dichtigkeit der Luft μ (10) zu setzen habe.

17. Setzt man $\psi = 45°$ also $\cos 2\psi = 0$ so wäre die Höhenformel unter dem 45sten Grad der Breite schlechtweg

$$h = B\left(1 + A\frac{t+\tau}{2}\right)\log\frac{E}{\varepsilon'}.$$

18. Aus Vergleichung dieser Formel mit würklich geometrischen Messungen von Berghöhen, welche de Luc in den Schweizergebürgen, also ohngefähr unter dem 45ten Grad der Breite, angestellt hat, ergiebt sich, daß statt des unveränderlichen Coefficienten B sehr nahe die Zahl 9221, statt A aber nicht der Bruch $\frac{1}{213}$ sondern $\frac{1}{198,25}$ gesetzt werden müsse, wenn die nach ihr bestimmten Höhen mit jenen Messungen übereinstimmen sollen, woraus denn, wenn

$$\frac{0,895449}{\mu} = 9221$$

gesetzt wird, $\mu = \frac{1}{10296}$ folgt.

19. Dagegen findet Biot durch unmittelbare Abwiegung der Luft

$\mu =$

$$\mu = \frac{1}{10467}$$

und zwar für Luft welche vollkommen frey von wässerichten Dünsten wäre, welches nun freylich in unserer Atmosphäre nie der Fall ist. (M. s. Gilberts Ann. d. Physik XXVI. B. S. 178.)

Ich will indessen für μ diesen Werth setzen, dann würde der Coefficient B = 9373, also von dem de Luc'schen sehr erheblich verschieden.

20. Aber außerdem, daß erstlich an Biots Bestimmung des Werths von μ bey möglichster Befreyung der Luft von Wasserdünsten, selbst noch manches zu erinnern ist, (M. s. Gilb. Ann. a. a. O. S. 178.) wäre doch die Frage, wie groß man eigentlich μ für eine mit mehr oder weniger Wasserdünsten erfüllte Luft anzusetzen habe.

21. Es versteht sich, daß hiebey nur von solchen Wasserdämpfen die Rede seyn kann, welche sich in vollkommen elastischen Zustande mit der Luft vermischt befinden, und welche bekanntlich durch [kein Hygrometer angezeigt werden können.

Die in der Luft befindliche sensible an dem Hygrometer bemerkbare Feuchtheit hat auf die

die Bestimmung der Dichte der Luft einen kaum bemerkbaren Einfluß, da man weiß, daß ein Cubikfuß Luft im Zustande der äußersten sensiblen Feuchtheit, die das Hygrometer anzeigen kann, kaum 10 - 12 Grane Wassers mehr enthält, als im Zustande der äußersten Trockenheit nach dem Hygrometer. Diese 10 Grane ändern das Verhältniß des specifischen Gewichts der Luft zu dem des Quecksilbers nicht merklich, sie bestehen bloß in wässerichten Theilen von concreter Form, und können eben deßwegen sich an hygrometrische Substanzen anhängen, sie nehmen aber wie Staubtheilchen die in der Luft schwimmen, einen so kleinen Raum in einem Cubikfuße Luft ein, daß sie auf das specifische Gewicht der Luft bey weiten den geringsten Einfluß haben. Selbst wenn sie sich durch die Temperatur in einen elastischen Dunst verwandelten, würden sie für den Fall, daß die Luft schon mit so viel elastischen Dampf erfüllt wäre, als sie zufolge ihrer Temperatur fassen kann, das specifische Gewicht der Luft nicht ändern, denn es würde sich aus der Luft immer wieder ein eben solcher Theil dieses elastischen Dampfes als concreter Dunst abscheiden müssen, weil jede Portion Luft nur eine bestimmte von der Temperatur abhängige Quantität elastischen Dampfes fassen kann, und alles übrige bloß concreter Dunst seyn muß.

22. Hieraus ergiebt sich, daß das Hygrometer bey den Höhenmessungen vermittelst des

Ba-

Barometers, so wie auch bey den Bestimmungen der Dichte der Luft, in so ferne sie durch die Wasserdämpfe modificirt wird, ein ganz unnützes Werkzeug ist. Nur der elastische Dampf, und das ist gerade derjenige den das Hygrometer nicht anzeigt, hat Einfluß auf die Dichte der Luft, weil jeder elastische Dampf eben so viel Luft aus der Stelle treibt, als er dem Raume nach selbst einnimmt. Aber hier ist nun durch Versuche noch nicht genau entschieden, wie groß die Dichtigkeit des mit der Luft vermischten Dampfes für jede Temperatur anzusetzen ist, weil die Versuche über die Dichte des Wasserdampfes bey 80° Temperatur, woraus man denn leicht die Dichte desselben für jede andere Temperatur würde bestimmen können (M. s. hierüber meine Abhandlung in den Comment. recent. Soc. R. Götting. Vol. I. ad an. 1808 - 1811. §. 45 etc.) selbst noch immer zwischen zwey ziemlich von einander abweichenden Angaben schweben. Biot hat bey seinen Versuchen über das specifische Gewicht der Luft zwar auf den Einfluß der Wasserdämpfe Rücksicht genommen, aber gegen sein Verfahren, die Dichtigkeit einer von Wasserdämpfen ganz befreyten Luft zu finden, läßt sich noch manches erinnern, so daß man also bis jetzt seine Bestimmungen noch auf sich beruhen lassen muß. Mit diesen Schwierigkeiten vereinigen sich noch neue, wenn man zugleich in Betrachtung ziehen will, in welchem Verhältniß

niß mit der von unten nach oben abnehmenden Temperatur in der Luftsäule h, sich auch die Dichte des Wasserdampfes ändert, da das Gesetz der Wärmeabnahme von unten nach oben, selbst noch nicht bekannt ist.

Man müßte sich also gleichfalls begnügen die Rechnung nur für die mittlere Temperatur $\frac{t+\tau}{2}$ zu führen, und dann kömmt es noch immer darauf an, ob die Luftsäule h jedesmahl gerade mit so viel Wasserdampf gesättiget ist, als sie zufolge dieser Temperatur fassen kann.

23. Ich habe durch diese Bemerkungen nur zeigen wollen, daß bey allen diesen Untersuchungen noch mehr zu thun ist, als viele, welche die Höhenformel des Hrn. de Luc, oder vielmehr den beständigen Coefficienten B in derselben getadelt haben, sich wohl einbilden, indem sie statt desselben einen bessern angegeben zu haben glauben.

24. La Place und Biot haben eine Formel für das Höhenmessen gegeben, in welcher der beständige Coefficient B, nach Ramonds trigonometrischen Messungen verglichen mit den Resultaten der barometrischen Höhenformel = 9408 angegeben wird. (M. s. Gilb. Ann. d. Physik XXVI B. S. 201.)

25.

25. Zufolge dieses Coefficienten, würde also der Werth von $\mu = \frac{1}{10510}$ noch kleiner als Biots μ in (19) für angeblich vollkommen von Wasserdunst befreyte Luft, wie denn freylich auch seyn müßte, da Wasserdämpfe specifisch leichter als Luft sind, und es begreiflich ist, daß wenn man aus Vergleichung barometrisch bestimmter Höhen mit trigonometrischen, umgekehrt die Dichte der Luft ableiten will, man diese Dichte nie für eine vollkommen von Wasserdunst befreyte Luft erhalten wird, weil sich ein solcher Zustand der Luft nirgend in der Atmosphäre vorfindet.

Man könnte also etwa annehmen, daß Ramonds Coefficient B = 9408, einem gewissen mittlern Zustande der mit der Luft vermischten Wasserdämpfe entspräche, und also einstweilen für den wahren Coefficienten angenommen werden dürfte, bis nähere Untersuchungen noch genauere Bestimmungen für jeden einzeln Fall verstatteten.

26. Hr. de Luc hat seine Coefficienten gleichfalls aus Vergleichung seiner barometrischen Messungen mit geometrischen abgeleitet, und es kömmt also nur darauf an, zu entscheiden, welcher von beyden die genauesten Messungen dabey zum Grunde gelegt hat.

De Luc hat seine Höhen meistens durch das Nivelliren bestimmt. Ramond mehr aus trigonometrischen Messungen, welche wegen der Unsicherheit der terrestrischen Refractionen weniger Genauigkeit versprechen. Beyde Naturforscher berufen sich auf die Uebereinstimmung ihrer Formel mit den würklichen Messungen, und beyde haben auch beynahe unter einerley geographischer Breite (Ramond in den Pyrenäen) gemessen. Ohne nähere Untersuchung hat man also keinen Grund den Messungen Ramonds einen Vorzug vor den de Luc'ischen zu ertheilen, und ich halte es daher bis jezt noch für zu übereilt, über de Luc's Coefficienten B so gerade zu abzusprechen. Vielleicht thut man am besten zwischen de Lucs und Ramonds Coefficienten einstweilen ein arithmetisches Mittel zu nehmen; und also

$$B = \frac{9221 + 9408}{2} = 9314 \text{ zu nehmen.}$$

27. Hr. de Luc hat sich der bequemern Rechnung wegen statt einer Höhenformel wie

$$h = 9221 \left(1 + A \frac{t + \tau}{2}\right) \log \frac{E}{\varepsilon'}$$

worinne $A = \frac{1}{198,25}$ einer etwas anderen bedient, so daß statt des unbequemen Coefficienten

ten 9221 ein anderer bequemerer zur Multiplication gebraucht werden kann.

28. Er fand nemlich zufolge seiner Beobachtungen, daß bey einer Temperatur $\frac{t + \tau}{2} = 16\frac{3}{4}{}^{\circ} = 16{,}75^{\circ}$, die Höhe h schlechthin durch $10000 \log \frac{E}{\varepsilon'}$ ausgedrückt werden könne, wie sich auch würklich ergiebt, wenn man $\frac{t + \tau}{2} = 16^{\circ}{,}75$ in die (27) angeführte Formel substituirt, denn es ist sehr nahe 9221 $(1 + A\,16{,}75) = 10000$, wenn statt A der Bruch $\frac{1}{198{,}25}$ gesetzt wird.

29. Dieser Ausdruck $10000 \log \frac{E}{\varepsilon'}$ ist die bekanntlich von Tob. Mayer zuerst angegebene Höhenformel. Sie gilt aber, wie aus dem angeführten klar ist, nur für eine Temperatur $\frac{t + \tau}{2} = 16{,}75$ wenn man die de Luc'sche (27) in Rücksicht des beständigen Coefficienten für richtig anerkennt.

30. Eine solche Temperatur $\frac{t + \tau}{2}$ für

welche

welche überhaupt eine Höhenformel wie (17)

$$h = B\left(1 + A\frac{t+\tau}{2}\right)\log\frac{E}{\varepsilon'}$$

wie auch die Größen B und A von verschiedenen Naturforschern angenommen werden mögen, sich in die Mayerische Höhe $H = 10000 \log\frac{E}{\varepsilon'}$ verwandelt, pflegt man die Normaltemperatur zu nennen. Ich will diese Temperatur $= b$ nennen.

31. Also soll seyn

$$B(1 + A b) = 10000.$$

32. Dies giebt $B = \frac{10000}{1 + A \cdot b}$

demnach für jede andere Temperatur $\frac{t+\tau}{2}$

$$h = 10000 \cdot \frac{1 + A\frac{t+\tau}{2}}{1 + A b}\log\frac{E}{\varepsilon'}$$

Oder welches auf dasselbe hinausläuft

$$h = 10000\left(1 - \frac{A\left(b - \frac{1}{2}(t+\tau)\right)}{1 + A b}\right)\log\frac{E}{\varepsilon'}$$

d. h. wenn man der Kürze halber

$$b - \tfrac{1}{2}(t+\tau) = C$$

und

und 10000 ($\log E - \log \varepsilon'$) $=$ H nennt,

$$h = H - \frac{A\,C}{1 + Ab} \cdot H$$

34. Wird nun nach (18) $A = \frac{1}{198,25}$ und $b = 16^{\circ},75$ so erhält man

$$h = H - \frac{C}{215} H \text{ oder}$$

$$h = H - \frac{16,75 - \frac{t + \tau}{2}}{215} H$$

welches denn die gewöhnliche Form der de Luc'i-schen Regel ist, aus welcher denn auch umgekehrt wieder die obige Formel (27) abgeleitet werden kann.

35. Der Zweck solcher auf eine Normaltemperatur reducirten Formeln, ist, bey der würklichen Berechnung einer Höhe wie h, statt eines so unbequemen Coefficienten wie z. B. der obige 9221 war, den so ungleich bequemeren 10000 gebrauchen zu können, wie in der (34) gefundenen Formel der Fall ist, wo H bloß die Mayerische Höhe 10000 ($\log E - \log \varepsilon'$) bezeichnet.

36. Wollte man auf eine ähnliche Weise auch die La Placesche Formel mit dem Ramon-

mondischen Coefficienten nemlich

$$h = 9408\left(1 + A\frac{t+\tau}{2}\right)(\log E - \log \varepsilon')$$

zum Behuf der Rechnung auf eine Normaltemperatur bringen, so hätte man für die dazu gehörige Normaltemperatur, umgekehrt aus

$$(32)\quad b = \frac{10000 - B}{B \,.\, A}.$$

37. La Place setzt nicht $A = \frac{1}{213}$; noch auch wie in der de Lucischen Formel $= \frac{1}{198{,}25}$; sondern glaubt in Rücksicht einer Correction wegen der mit der Luft vermischten Wasserdämpfe am zweckmäßigsten $A = \frac{1}{200} = 0{,}005$ (Gilb. Ann. a. a. O. S. 201) annehmen zu dürfen, welcher Werth von A nun freylich von dem de Lucischen sehr wenig abweicht. Nimmt man also $B = 9408$, $A = \frac{1}{200}$, so hat man für die Normaltemperatur

$$b = \frac{10000 - 9408}{9408 \,.\, 0{,}005} = 12^{\circ}{,}59.$$

38. Mithin La Places Formel, auf diese Normaltemperatur reducirt zufolge, (33), wo

wo jetzt $C = 12^\circ, 59 - \frac{t+\tau}{2}$ gesetzt werden muß

$$h = H - \frac{C}{212,59} \cdot H$$

$$= H - \frac{12,59 - \frac{t+\tau}{2}}{212,59} H$$

wo statt 212, 59 auch ohne merklichen Fehler die Zahl 213 oder auch de Lucs 215 gesetzt werden könnte. So würde denn diese Formel sich von der de Luc'ischen bloß in der Normaltemperatur merklich unterscheiden.

39. Für einen Coefficienten B welcher das Mittel zwischen de Lucs und Ramonds wäre, also für B = 9314, (26) und für einen Werth von A, wie ihn meine Bestimmungen gegeben haben (Abh. über das Ausmessen der Wärme §. 121.) würde die Normaltemperatur = 15°, 68 und also

$$h = H - \frac{15,68 - \frac{t+\tau}{2}}{228,68} H.$$

40. Man kann unter diesen Formeln (34. 38. 39) wählen zu welcher man das größte Zutrauen hat. Ich will es bey der La Plaischen

cischen (38) bewenden lassen, um ein Beyspiel von der weitern Berechnungsart zu geben.

41. Hier könnte man nun sogleich für die Werthe von $\frac{C.H}{212,59}$ oder $0,0047\ C.H = K.H$ eine kleine Tabelle berechnen, wenn es ja darum zu thun ist, eine an sich leichte Multiplication durch eine Tabelle noch mehr abkürzen zu wollen. Ob die Abkürzung von Erheblichkeit ist, so bald man für diese oder jene Fälle Proportionaltheile aus einer solchen Tabelle suchen muß, will ich jedem selbst zu beurtheilen überlassen.

In gegenwärtigem Falle brauchte das Täfelchen sich nur bis auf die ganzen Grade in dem Werthe von C zu erstrecken, und nur für eine Höhe $H = 1000$ Toisen berechnet zu seyn, woraus sich denn leicht auch für andere Werthe von C und H die Resultate ergeben.

Das Täfelchen ist nun folgendes

C	K. H in Tois.	C	K H in T.
0°	0, 0	16°	75, 2
1	4, 7	17	79, 9
2	9, 4	18	84, 6
3	14, 1	19	89, 3
4	18, 8	20	94, 0
5	23, 5	21	98, 7
6	28, 2	22	103, 4
7	32, 9	23	108, 1
8	37, 6	24	112, 8
9	42, 3	25	117, 5
10	47, 0	26	122, 2
11	51, 7	27	126, 9
12	56, 4	28	131, 6
13	61, 1	29	136, 3
14	65, 8	30	141, 0
15	70, 5	31	145, 7

Weiter als bis auf C = 30° ist es nicht nöthig die Tabelle zu berechnen. Für Zehn und Hunderttheilchen von Graden in dem Werthe von C braucht man eben die Zahlen dieser Tafel, nur rückt man sie für die Zehntheilchen von Graden um eine Decimalstelle, und für die Hunderttheilchen um zwey Decimalstellen weiter zur Rechten.

Wäre z. B. C = 3°, 34 so hätte man nach dem Täfelchen

für 3° . . . 14,1 Tois.
0,3 . . . 1,41
0,004 . . . 0,188

Also für 3°,34 . . 15,7 beynahe

d. h. für H = 1000 Toisen und C = 3°,34 wäre K.H = 15,7 T. Also für C = 3°,34 und H = 100 T. wäre K.H = 1,57 T. für H = 10 T. wäre KH = 0,157 Tois. u. s. w. d. h. den für H = 1000 T. gefundenen Werth von K.H rückt man nur immer, der Ordnung nach um eine Decimalstelle weiter zur Rechten.

Wäre nun z. B. der Werth von K.H für C = 3,34 und H = 1357 Tois. zu berechnen, so hätte man

für 1000 T; K.H = 15,7 T. $= 1 . 15,7$

300 . . . $4,7 = \frac{3 . 15,7}{10}$

50 . . . $0,8 = \frac{5 . 15,7}{100}$

7 . . . $0,1 = \frac{7 . 15,7}{1000}$

Summa K.H = 21,3

Die Hunderttheilchen von Tois. läßt man bey der Rechnung überall weg, und was über 5 Hunderttheilchen ist, kann man für ein Zehntheil nehmen. Bey der würklichen Rechnung braucht man nicht alles was hier steht hinzuschreiben, welches ich nur der Deutlichkeit wegen

gen gethan habe. Für die Ausübung ist es übrigens ganz unnöthig dem Täfelchen eine weitere Ausdehnung, als die angeführte zu geben.

42. Die bisherigen Formeln wie (27. 34. 36. 38 - 39) gelten sämmtlich nur für eine geographische Breite $= 45^\circ$. Für eine andere geographische Breite $= \psi$, wird jede der angeführten Formeln nur noch mit $1 + \frac{1}{2} \beta \cos 2\psi$ (15) multiplicirt.

43. Nun ist aber wegen der abnehmenden Schwerkraft von der untern Station zur obern, auch eine Verbesserung anzubringen. Es müssen nemlich in allen bisher gefundenen Formeln, die Barometerstände E, ε' auf gleiche Schwerkraft reducirt werden, weil man den obern Luftdruck nicht durch eine Quecksilbersäule ε' messen kann, in der das Quecksilber einer andern Schwerkraft als unten ausgesetzt ist, wie doch würklich der Fall ist. Das ε' in der obern Station muß geringer genommen werden, als man es der Beobachtung nach daselbst gefunden hat, wenn das ☿ daselbst eben die Schwerkraft wie unten hätte. Nennt man nun die Schwerkraft in der untern Station $= 1$, so ist diejenige der obern $= \frac{a^2}{(a+h)^2}$, wenn a den Halbmesser der Erde bezeichnet. In dem Verhältniß in welchem $\frac{a^2}{(a+h)^2}$ kleiner als 1 ist, muß die beobachtete

obere Barometerhöhe ε' kleiner genommen werden, um die wegen der Schwere korrigirte Barometerhöhe ε' zu finden, d. h. man muß in dem Ausdrucke $\log \frac{E}{\varepsilon'}$ oder $\log E - \log \varepsilon'$,

statt ε' setzen $\varepsilon' \frac{a^2}{(a+h)^2}$

Nun ist $\log \frac{\varepsilon' \cdot a^2}{(a+h)^2} = \log \varepsilon' + 2 \log \frac{a}{a+h}$

$$= \log \varepsilon' + 2 \log \frac{1}{1 + \frac{h}{a}}$$

Weil aber $\frac{h}{a}$ immer einen sehr kleinen Bruch vorstellt, so ist ohne merklichen Fehler

$$\frac{1}{1+\frac{h}{a}} = 1 - \frac{h}{a}$$

Also $\log \frac{1}{1+\frac{h}{a}} = \log \left(1 - \frac{h}{a}\right)$

Nun ist aus (Trig. S. XLIV) wenn das dortige $\frac{dx}{x}$ einen sehr kleinen Bruch bezeichnet

log

$$\log\left(1+\frac{dx}{x}\right) \text{ oder } dy = \frac{1}{A}\,\frac{dx}{x}$$

Mithin auch dx negativ gesetzt

$$\log\left(1-\frac{dx}{x}\right) = -\frac{1}{A}\,\frac{dx}{x} \text{ oder}$$

statt $\frac{dx}{x}$ den kleinen Bruch $\frac{h}{a}$, und statt $\frac{1}{A}$ den dortigen Werth 0,43429 für das Brigische System gesetzt

$$\log\left(1-\frac{h}{a}\right) = -0{,}43429\,\frac{h}{a}$$

Mithin muß statt $\log \varepsilon'$ gesetzt werden $\log \varepsilon' - 2 \cdot 0{,}43429\,\frac{h}{a}$ oder $\log \varepsilon' - 0{,}86858\,\frac{h}{a}$.

In allen bisherigen Formeln setzt man also statt $\log \frac{E}{\varepsilon'}$, oder statt $\log E - \log \varepsilon'$ den Werth $\log E - \log \varepsilon' + 0{,}86858\,\frac{h}{a}$; oder auch $\log \frac{E}{\varepsilon'} + 0{,}86858\,\frac{h}{a}$.

44. Nehmen wir die ursprüngliche Formel $h = B\,(1 + \tfrac{1}{2}\beta \cos 2\psi)\,(1 + A\,\frac{t+\tau}{2} \log \frac{E}{\varepsilon'}$ und

und setzen statt $\log \frac{E}{\varepsilon'}$ den eben gefundenen Werth, so wird die wegen der geographischen Breite, und wegen der von unten nach oben abnehmenden Schwere, verbesserte Höhe $\mathfrak{H} =$

$$B(1+\tfrac{1}{2}\beta\cos 2\psi)\left(1+A\frac{t+\tau}{2}\right)\left(\log\frac{E}{\varepsilon'}+0{,}86.\frac{h}{a}\right)$$

45. Dieß ist völlig die von La Place gegebene Höhenformel, nur daß La Place statt $\log \frac{E}{\varepsilon'}$ den Werth $\left(1+\frac{h}{a}\right)\log\frac{E}{\varepsilon'}$ hat, weil auch die obern Lufttheilchen nicht eben die Schwerkraft wie unten haben. Aber der Bruch $\frac{h}{a}$ ist immer so klein gegen 1, daß die Weglassung desselben auch bey einer Höhe von 3000 Toisen kaum einen Fehler von 2-3 Toisen ausmacht. Ich will ihn einstweilen beyseite setzen, und erst bloß die von mir gefundene Formel betrachten.

46. In dieser können wir bey genauerer Erörterung mehrere unerhebliche Glieder weglassen.

Man müßte nemlich in den gefundenen Ausdruck statt h eigentlich die wahre Höhe selbst setzen. Weil aber $\frac{h}{a}$ ein sehr kleiner Bruch

ist

ist, so ist es vollkommen hinlänglich, dafür nur den unkorrigirten Werth von h aus (16) zu setzen.

47. Man suche also die unkorrigirte Höhe nach der Formel (16) nemlich

$$h = B\left(1 + A\frac{t+\tau}{2}\right)\log\frac{E}{\varepsilon},$$

so ist erstlich die korrigirte (44)

$$\mathfrak{H} = B(1+\tfrac{1}{2}\beta\cos 2\psi)(1 + A\frac{t+\tau}{2}\log\frac{E}{\varepsilon'})$$

$$+ B(1+\tfrac{1}{2}\beta\cos 2\psi)(1 + A\frac{t+\tau}{2})\, 0,86\ldots\frac{h}{a}.$$

Hier kann man nun in dem zweyten Gliede, ohne merklichen Fehler die auf $\cos 2\psi$ und $\frac{t+\tau}{2}$ sich beziehenden Größen weglassen, denn wenn wir B nach La Place auch zu 9408 annehmen, so ist doch $\frac{9408 \cdot 0,86858}{a}$ erst $=$ 0,0025, wenn wir für a etwa den Halbmesser der Erde für den 45° Grad der Breite nehmen, mithin a = 3266200. Tois. setzen.

Also wäre auch für eine Höhe h von 3000 Toisen der Werth des zweyten Gliedes erst

$$7,5\,(1+\tfrac{1}{2}\beta\cos 2\psi)\left(1 + A\frac{t+\tau}{2}\right)\text{Toisen.}$$

Wäre

Wäre also auch selbst $\cos 2\psi = 1$ und $\frac{t+\tau}{2} = 20°$, so würde wegen $\frac{1}{2}\beta = 0{,}002845$; und $A . \frac{t+\tau}{2} = \frac{20}{213} = 0{,}094$, durch das Weglassen dieser Glieder nur ohngefähr ein Fehler von $7{,}5(0{,}0028 + 0{,}094)$ Toisen $= 0{,}6$ Toisen, also von noch keiner ganzen Toise entstehen, welches begreiflich bey einer so großen Höhe in keinen Anschlag kommen kann. In den meisten Fällen wird es kaum ein paar Zehntel von Toisen ausmachen.

48. Wir können also für die korrigirte Höhe schlechtweg setzen

$$\mathfrak{H} = (1 + \tfrac{1}{2}\beta \cos 2\psi)\, h + B . 0{,}86 .. \frac{h}{a}$$

oder für β, B, a die obigen Werthe gesetzt

$$\mathfrak{H} = h + (0{,}0025 + 0{,}002845 \cos 2\psi)\, h.$$

Für einen andern Coefficienten B z. B. den de Luc'schen (18) ändert sich der Ausdruck $\frac{B . 0{,}86 ..}{a}$ um nichts Erhebliches.

49. Bey der Berechnung der unkorrigirten Höhe h in dem Ausdrucke für $\mathfrak{H}$, kann man sich am bequemsten der auf eine Normaltemperatur reducirten Formeln (34. 38. 39.) bedienen.

50. In der darin vorkommenden Mayerischen Höhe $H = 10000\,(\log E - \log \varepsilon')$ müssen aber, wie sich von selbst versteht, die Barometerstände E, ε' auf einerley Temperatur, nemlich die obere Barometerhöhe ε' auf die Temperatur der untern E reducirt werden.

Setzt man die untere Temperatur $= \mathfrak{T}$, die obere $= T$, wo $\mathfrak{T}$ und T durch ein an dem Barometer selbst befindliches Thermometer angegeben werden müssen, wenn dieses nicht etwa im Freyen hinge, so muß statt des obern beobachteten Barometerstandes ε' gesetzt werden $\varepsilon' + \frac{\varepsilon'(\mathfrak{T} - T)}{4320}$

$$= \varepsilon'\left(1 + \frac{\mathfrak{T} - T}{4320}\right).$$

Dies giebt

$$H = \left.\begin{matrix} 10000\,(\log E' - \log \varepsilon') \\ - 10000 \log\left(1 + \frac{\mathfrak{T} - T}{4320}\right) \end{matrix}\right\} \text{Toisen.}$$

Weil nun aber $\frac{\mathfrak{T} - T}{4320}$ nur ein sehr kleiner Bruch ist, so hat man (43)

$$\log\left(1 + \frac{\mathfrak{T} - T}{4320}\right) = 0{,}43429\,\frac{\mathfrak{T} - T}{4320}$$
$$= 0{,}0001 \,.\, (\mathfrak{T} - T)$$

Also

Also $10000 \log \left(1 + \frac{\mathfrak{T} - T}{4320}\right) = \mathfrak{T} - T.$

51. Demnach die sehr bequeme Formel

$H = 10000 (\log E - \log \varepsilon') - (\mathfrak{T} - T)$ in Toisen.

Wenn also E, ε′ die beobachteten, also unkorrigirten, Barometerstände an beyden Stationen bezeichnen, so muß man die Höhe welche man nach der Formel $10000 (\log E - \log \varepsilon')$ bekommen würde, nur um so viel Toisen vermindern, als um so viel Grade das obere Thermometer niedriger steht als das untere, so hat man sogleich ohne weitere Rechnung die korrigirte Höhe H, welches ein neuer Vortheil des Gebrauchs der Mayerischen Höhenformel ist.

Ist etwa $\mathfrak{T} - T$ negativ, so wird man jenen Abzug in eine Addition zu verwandeln haben, wie ohne weiteres klar ist.

52. Jetzt wollen wir endlich auch noch den wegen des weggelassenen Bruchs $\frac{h}{a}$ entstehenden Correctionstheil in (45) betrachten.

Man sieht leicht daß dies $\frac{h}{a}$ noch einen Correctionstheil

$$B\left(1+\tfrac{1}{2}\beta\cos 2\psi\right)\left(1+A\frac{t+\tau}{2}\right)\frac{h}{a}\log\frac{E}{e'}$$

$= h\left(1+\tfrac{1}{2}\beta\cos 2\psi\right)\frac{h}{a}$ geben würde (47), wofür man aber ohne merklichen Fehler bloß $\frac{h^2}{a}$ setzen kann, d. h. so viel Toisen als der Ausdruck $0{,}0000003 \cdot h^2$ geben würde, wegen $\frac{1}{a} = 0{,}0000003$. Für $h = 3000$ Toisen, würde dies z. B. erst eine Correction von 2,7 T. geben. Für Höhen unter 1000 Toisen kann dieser Correctionstheil füglich weggelassen werden, da er für 1000 Toisen nur 0,3 einer Toise ausmachen würde.

53. Aus allem Bisherigen ergiebt sich demnach $\mathfrak{H} = h + (0{,}0025 + 0{,}002845\cos 2\psi)\,h$
$$+\,0{,}0000003 \cdot h^2.$$

Mithin folgende Regel für das barometrische Höhenmessen mit Zuziehung aller nöthig seyn sollenden Verbesserungen, wegen der geographischen Breite, und der Abnahme der Schwere von unten nach oben.

Verbesserte Regel des barometrischen Höhenmessens.

I. An dem Beobachtungsorte dessen geographische Breite $= \psi$, sey der geradezu beobachtete Barometerstand an der untern Station $= E$ an der obern $= \varepsilon'$.

Das Thermometer am Barometer stehe an der untern Station auf $\mathfrak{T}$ Grade (des Reaum. Th.) in der obern auf T Grade.

Der Thermometerstand in freyer Luft sey in der untern Station $= t$ in der obern $= \tau$.

II. Man berechne nun erstlich die Höhe H nach der Formel

$$H = 10000 \; (\log E - \log \varepsilon') \text{ Toisen}$$
$$- (\mathfrak{T} - T) \text{ Tois.}$$

III. Hieraus die Höhe h nach einer der oben gegebenen Formeln z. B. der auf eine Normaltemperatur reducirten La Place'schen (38).

$$h = H - \frac{12{,}59 - \frac{1}{2}(t + \tau)}{212{,}59} H$$
$$= H - K . H$$

wo der Werth von KH aus dem Täfelchen (46) genommen werden kann. (Für die de Luc'sche Höhe h (34) oder auch diejenige in (39)

würde

würde zur Berechnung des K. H nur ein anderes Täfelchen zuvor berechnet worden seyn müssen, welches ich einem jeden selbst überlassen will.

IV. So hat man endlich die wahre korrigirte Höhe

$$\mathfrak{H} = h + (0,0025 + 0,002845 \cos 2\,\psi)\, h$$
$$+ 0,0000003\ h^2$$

welches ich

$$\mathfrak{H} = h + k\,.\,h + \mathfrak{k}\,.\,h^2$$

nennen will.

V. Das Glied k . h steht für ein gegebenes ψ bloß im Verhältniß der Höhe h, und das Glied $\mathfrak{k}h^2$ im Verhältniß des Quadrats der Höhe.

VI. Das Glied kh kann für eine Höhe h = 1000 Toisen aus folgenden Täfelchen genommen werden.

$\psi =$	k . h in Toiſ.	$\psi =$	k . h in T.
0°	+ 5,3	50°	+ 2,0
5	5,2	55	1,6
10	5,1	60	1,1
15	4,9	65	0,7
20	4,6	70	0,4
25	4,3	75	0,1
30	3,9	80	— 0,1
35	3,4	85	— 0,2
40	3,0	90	— 0,3
45	2,5	—	

Das doppelte dreyfache hievon giebt die Werthe von k . h für h = 2000; h = 3000 Toiſen u. ſ. w.

Für die Hunderte und Zehnen von Toiſen nimmt man eben die Werthe wie für die Tauſende, nur mit 10; 100 ꝛc. dividirt.

Z. B. wäre h = 1336 Toiſ. und $\psi = 43°$ ſo hätte man für

h = 1000 T.; kh = 2,7

300 . . . . 0,81 $= \frac{3 \cdot 2,7}{10}$

30 . . . 0,08. $= \frac{3 \cdot 2,7}{100}$

6 . . . 0,01 = u. ſ. w.

Alſo für h = 1336 T.; kh = 3,6 T.

und

und so in andern Fällen, wo man denn manches was hier zur Erklärung der Sache hingeschrieben ist, wegläßt.

VII. Das Glied $k.h^2$ oder $0{,}0000003.h^2$ zu berechnen, braucht man in dem Werthe von h höchstens nur die Tausende und Hunderte von Toisen zu nehmen, wo dann $k.h^2$ geschwinder berechnet ist, als man es fast aus einem Täfelchen nehmen würde. Z. B. für $h = 1336$ Toisen, würde man kh^2 nur für 1300 Toisen zu berechnen nöthig haben. Nun ist $13^2 = 169$ also $1300^2 = 1690000$; dies mit 3 multiplicirt und 7 Decimalstellen abgeschnitten, würde geben $kh^2 = 0{,}5$ T. die kleinern Theile weggelassen.

Soll indessen ja alles Tabellenform erhalten, so kann auch folgendes Täfelchen für die Werthe von $k.h^2$ dienen.

$h =$ 800 Tois.	$k.h^2 =$ 0,2 Tois.
1000	. . 0,3
1200	. . 0,4
1400	. . 0,6
1600	. . 0,7
1800	. . 0,9
2000	. . 1,2
2200	. . 1,4
2400	. . 1,7
2600	. . 2,0
2800	. . 2,3
3000	. . 2,7
3200	. . 3,0
3400	. . 3,3
3600	. . 3,8

Für

Für $h < 800$ Toisen, wird die Correction ohne erheblichen Fehler weggelassen.

VIII. Zur Erläuterung will ich jetzt ein vollständiges Beyspiel der Berechnung geben.

Auf dem Pic de Bigorre in den Pyrenäen für welchen die geographische Breite ohngefähr $\psi = 43^\circ$ seyn mag, ward beobachtet

$E = 27'' . 2''', 06$ paris. M. $= 326''', 06$

$\varepsilon' = 19 . 10, 14 \qquad = 238, 14$

$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{T} = 14^\circ, 9 \text{ Reaum} \\ T = 7,6 \quad — \end{array}\right\}$ also $\mathfrak{T} - T = 7, 3$

$\left.\begin{array}{l} t = 15, 3 \\ \tau = 3, 2 \end{array}\right\}$ also $\frac{t + \tau}{2} = 9, 25$

abgez. von $12, 59$ (III)

$C = 3, 34.$

Nun also

$$\log E = 3{,}5132975$$
$$\log \varepsilon' = 3{,}3768323$$

$10000 (\log E - l\varepsilon') = 1364{,}652$ Tois.

$- (\mathfrak{T} - T)$ Tois. $= 7{,}3$

$H = 1357{,}3$

Correction $K H = - 21{,}3$ (s. oben 41.)

Also $h = 1336{,}0$

addirt $k h = 3{,}6$ (s. oben VI.)

. . $\mathfrak{k} h^2 = 0{,}5$ . . VII.)

$\mathfrak{H} = 1340{,}1$ T.

51. Dies wäre also die mit Zuziehung aller Correctionen die barometrisch bestimmte Höhe des Pik de Bigorre über der untern Station zu Tarbes in dem Cabinet des Hrn. Danges. (Vergleichen die Tables barometrigues etc. des Hrn. v. Lindenau. Gotha 1809. S. LX. und Hrn. Oltmanns Rechnung in der Monatl. Correspond. des Hrn. v. Zach. Jun. 1809. S. 591.)

55. Hr. v. Lindenau findet 1339,7 Tois. also beynahe 1340 Tois. ohne die Correctionen kh; u. kh² wegen der geographischen Breite und der abnehmenden Schwerkraft, statt dessen h nur = 1336 Toisen gefunden ward. (53) Dieser Unterschied von der Rechnung des Hrn. v. Lindenau rührt daher, daß er sich eines größern barometrischen Coefficienten B als La Place bedient.

Meine Rechnung mit Zuziehung aller Correctionen stimmt mit derjenigen des Hrn. Oltmanns auf das genaueste überein, wenn ich gleich die Zahl 500 in seiner daselbst angegebenen Formel nicht recht verstehe, wenn t + τ Reaumürsche Grade bedeuten.

56. Man wird übrigens aus dem Gange meiner Rechnung ersehen, daß derjenige, welcher sich der Logarithmentafeln bedient (und mit diesen wird doch wohl leicht jeder versehen seyn,

 welcher

welcher sich mit Messungen von Berghöhen beschäftigt) keiner andern Hülfstäfelchen, als der von mir angegebenen bedarf, welche man sich leicht auf einem Blatte hinter den Logarithmentafeln, zum Behufe des barometrischen Höhenmessens abschreiben kann.

Hr. v. Lindenau, Oltmanns *) u. a. haben statt der Logarithmen-Tafeln eigene Tafeln zum Behuf des barometrischen Höhenmessens berechnet, welche demnach denjenigen empfohlen werden können, welche sich der Logarithmen-Tafeln nicht bedienen, und mit Zuziehung des zu diesen Tafeln gehörigen Textes Alles beysammen haben wollen, was so wohl in Rücksicht der Theorie, als der Ausübung des barometrischen Höhenmessens mit möglichster Abkürzung der Rechnung zu bemerken ist.

Eine andere Berechnungsart durch Hülfe kleiner Täfelchen hat Hr. Prof. u. Ritter Gauß in dem Berliner Astronomischen Jahrbuche 1818 S. 172. mitgetheilt.

Für Höhen unter 1000 Toisen kann man in Gegenden welche über den 50sten Grad der geogra-

*) Tables hypsometriques ou tables auxiliaires pour le Calcul des hauteurs a l'aide du Barometre d'apres la formule de Mr. La Place. à Tubingue chez Cotta.

geographischen Breite hinausliegen, die wegen der Breite und abnehmenden Schwerkraft erforderlichen Correctionen ohne erheblichen Fehler weglassen, und also die Rechnung nur bis zu dem Werthe von h (53) führen, wozu denn also nur das erste Hülfs-Täfelchen (41) erforderlich ist, wenn man nicht unmittelbar nach de Lucs Formel (etwa nur mit der von 16°,57 auf 12°,59 verminderten Normaltemperatur) wie (§. 198. II.) rechnen will.

In wie fern aber diese, nach Ramonds beständigen Coefficienten modificirte Normaltemperatur von 12°,59, der de Lucischen von 16°,57 vorzuziehen ist, darüber muß nach den Bemerkungen (26 ꝛc.) allerdings erst noch die Folge entscheiden.

Ein erheblicher und nicht durch die Beobachtungsfehler verhüllter Unterschied zwischen den barometrischen Höhenbestimmungen nach de Luc's und la Place's Höhenformel, kann sich nur erst bey Höhen über 200 Toisen offenbaren. Aber schon Höhen von 800 oder 1000 Toisen richtig zu nivelliren oder trigonometrisch, zumahl aus weit von der Höhe entfernten Standpunkten, wie bey so großen Höhen gewöhnlich der Fall ist, richtig zu bestimmen, ist eine mißliche Sache, und doch kann nur durch Hülfe so großer Höhen über die Richtigkeit von de Lucs oder la Places

Formel vollkommen entschieden werden. Es ist daher zu wünschen, daß dergleichen Messungen mit so genauen Werkzeugen als man sie jetzt hat, und mit Zuziehung einer hinlänglich berichtigten Theorie der terrestrischen Refractionen, zumahl auch mit Beyhülfe der von mir (§ 200. XVI.) angedeuteten Methode, bald in Ausführung gebracht werden möchten.

Wie viel ohngefähr der Unterschied zwischen der nach de Luc's und La Place's Formel (letztere ohne die Correction wegeu der abnehmenden Schwere ꝛc. genommen) für jede Höhe betragen möchte, ergiebt sich aus folgender Vergleichung.

Nach de Luc ist $h = H\left(1 - \frac{16{,}75 - \frac{1}{2}(t+\tau)}{215}\right)$

La Place $h' = H\left(1 - \frac{12{,}59 - \frac{1}{2}(t+\tau)}{213}\right)$

wenn ich die La Placische Formel mit h' bezeichne. Dies giebt ohne merklichen Fehler

$$h' - h = \left(\frac{16{,}75}{215} - \frac{12{,}59}{213}\right) H$$

$$= \frac{1}{53}\, H \text{ beynahe}$$

Also

Also ist

$$h' = h + \frac{1}{53} H$$

d. h. zur de Lucischen Höhe addirt man $\frac{1}{53}$ der Mayerischen Höhe (29), so hat man ohne erheblichen Fehler die La Placische. Indem also de Lucs Formel die Höhen ohngefähr um $\frac{1}{53}$ zu klein gegen La Place's angiebt, welches demnach auf 53 Toisen ohngefähr eine T. beträgt, so dürfte sich vielleicht schon durch geringere Höhen als von 200 Toisen, wenn solche nur recht genau nivellirt, und dann zu wiederhohlten mahlen barometrisch bestimmt würden, etwas in Rücksicht der de Luc'ischen Formel entscheiden lassen.

Indessen will doch de Luc wenigstens auf solche Höhen keine erhebliche Abweichung seiner Formel von den nivellirten oder trigonometrisch bestimmten Höhen wahrgenommen haben.

Wollte man aus der de Luc'ischen und La Place'schen Höhenbestimmung ein arithmetisches Mittel nehmen, so könnte man dafür setzen

$$h'' = \frac{h' + h}{2} = h + \frac{1}{106} H$$

d. h.

d. h. die de Luc'ische Höhe + dem 106ten Theile der Mayerischen, welches vielleicht bis zu weiteren Berichtigung der Sache das rathsamste wäre. Es versteht sich, daß nun dieses h'' wenn es erforderlich ist, noch durch die geographische Breite ꝛc. auf eine ähnliche Weise wie oben das h, corrigirt werden müßte.