

XVIII. K a p i t e l.

Von den brauchbarsten Methoden, Figuren jeder Gattung auf dem Felde zu Papiere zu bringen, oder in Grund zu legen.

§. 214.

Die gegenwärtigen Aufgaben, mit ihren Zusätzen, betreffen diejenigen Methoden, Figuren einander ähnlich zu machen, welche auf dem Felde vorzüglich gebraucht werden können, und in denen sich Anfänger vorher zulänglich üben müssen, ehe sie es wagen dürfen, ganze Pluren zu entwerfen. Die Anwendung davon auf die Vermessung ganzer Landschaften, werde ich aber in der Folge mit mehrerem zeigen, weil ich dabey noch vieles anzumerken habe, was den Vortrag des gegenwärtigen Kapitels, wo ich bloß die Gründe zur Vermessung ganzer Landschaften vortrage, zu sehr unterbrechen würde.

Aufgabe.

§. 215 Eine Figur auf dem Felde, die in einer Horizontalebene liegt,
und

und deren Seitenlinien gerade sind, vermittelst der Meßkette zu entwerfen.

Aufl. I. Es sey $ABCDE$ (Fig. LXVII.) die vorgegebene Figur. Man soll auf dem Papiere eine kleinere $abcde$ verzeichnen, welche der $ABCDE$ auf dem Felde ähnlich ist, und also ihren Grundriß vorstellet. Man sey aber mit keinem andern Werkzeuge, als bloß mit einer Meßkette versehen.

II. Um dieses zu leisten, so müssen an der Figur auf dem Felde so viel Dinge gemessen werden, als nöthig sind, die Figur zu bestimmen.

III. Daß eine vielseitige Figur wie $ABCDE$ sich nicht bloß aus ihren Umfangslinien AB , BC , CD , ED u. s. w. zeichnen läßt, sondern auch noch andere Stücke hinzukommen müssen, aus denen sich die Lage der Umfangslinien bestimmt, ist aus den Lehrsätzen von der Ähnlichkeit der Figuren bekannt. Um die Aufgabe aufzulösen, müssen also mit der Kette noch einige andere Stücke gemessen werden.

IV. Hierzu nimmt man am besten die Diagonalen der Figur z. E. BE , BD u. s. w. wodurch die Figur in lauter zusammenhängende Dreyecke zerfällt. Man wählt solche

solche Diagonalen, welche sich am bequemsten und kürzesten messen lassen. Es ist nicht nöthig, daß sie alle aus einem und demselben Punkte, wie B, ausgehen. Ja dieß wäre sogar unbequem. Denn wenn man z. E. von B bis E gemessen hätte, so müßte man mit der Kette wieder zurück nach B, um alsdann von B bis D zu messen. Vortheilhafter ist es, wenn man von dem Punkte, wo die erste Diagonale zu Ende ist, sogleich wieder die folgende zu messen anfangen kann, um keine Zeit mit unnöthigem Kettenziehen zu verlieren. Ich würde also z. E., wenn ich von B nach E gemessen hätte, sogleich bey E anfangen, die Diagonale von E nach C zu messen, wenn sonst dieser Messung nichts im Wege stände, z. E. daß etwa die Diagonale EC gar zu lang ausfiele, oder man vielleicht von E nach C nicht hinsehen könnte u. d. gl. Dadurch würde denn die Figur ebenfalls in drey zusammenhängende Dreyecke BAE, BEC, CED zerlegt, wie vorhin durch die Diagonalen aus dem Punkte B.

V. Nun ist klar, daß, wenn man auf dem Papiere kleinere Dreyecke wie abe , bed , bdc verzeichnet, die den zugehörigen auf dem Felde ähnlich sind, und solche in eben der Ordnung, wie diese, unter einander verbindet, man alsdann eine Figur $abcde$ erhalten wird, die der auf dem Felde ähnlich ist.

VI. Man messe also mit der Meßkette, der Ordnung nach, erstlich alle Seiten der Figur $ABCDE$, und wenn bey diesen Messungen Hindernisse vorkommen sollten, daß eine oder die andere Seite nicht unmittelbar gemessen werden könnte, so bediene man sich der im XVten Kapitel S. 178 — 181. angegebenen Hülfsmittel.

VII. Nun messe man auch alle Diagonal-
linien, welche aus den angenommenen Punk-
ten, wie z. E. B, nach den Eckpunkten der Fi-
gur hingehen. Bey einem Fünfecke, wie hier
angenommen worden, wären nur zwey Diago-
nalen, BE , BD , bey einem Sechsecke drey, bey
einem Siebenecke vier u. s. w. zu messen.

VIII. So werden diese Bestimmungen (VI.
VII.) hinreichen, die Figur $ABCDE$ zu ent-
werfen.

Damit aber zu Hause beym Austragen keine
Verwirrung entstehe, so muß man sich auf
dem Felde entweder ein Brouillon, d. h.
einen Entwurf aus freyer Hand von der Figur
 $ABCDE$, auf einem Blatt Papier gemacht,
und an die entsprechenden Seiten und Diago-
nalen, die gefundenen Maaße in der gehörig-
en Ordnung geschrieben haben, oder man
muß, welches noch besser ist, auf folgende Art
zu Werke gehen.

Es müssen in die Winkelpunkte A, B, C, D, E, Zeichenstäbchen mit Nummern gesteckt werden, dergestalt, daß z. E. bey A, wo man die Messung anfangen will, die 1ste Nummer, alsdann an den nächstfolgenden Punkt B, die 2te, an C die 3te u. s. w. zu stehen komme. Alsdann werden nach der Ordnung der Nummern, die Seiten AB, BC u. s. w. und die Diagonalen gemessen, und die gefundenen Maße auf folgende Art ins Diarium getragen.

Für die Seiten der Figur.	Ruth. Fuße Zolle
Die Weite von Nro. 1 bis N. 2	28 . 7 . 3
von N. 2 — N. 3	25 . 8 . 2
: N. 3 — N. 4	35 . 5 . 6
: N. 4 — N. 5	32 . 0 . 8
: N. 5 — N. 1	36 . 8 . 4
Für die Diagonallinien.	
Die Diagon. von N. 2 — N. 4	48 . 0 . 0
: N. 2 — N. 5	52 . 9 . 3

IX. Wenn man solchergestalt die Messungen gehörig aufzeichnet, so kann zu Hause bey'm Auftragen nicht die geringste Schwürigkeit entstehen,

hen. Man kann! auch, wenn es nöthig ist, andere Umstände, z. E. die Nahmen der Objecte A B C u. s. w. in dem Diario anmerken, ob sie Gränzsteine, Bäume, Ecken von Gebäuden u. d. gl. bedenten. Denn man sieht leicht, daß diese Aufgabe überhaupt dient, die Lagen von Objecten auf dem Felde zu bestimmen, und sie sich nicht bloß auf die Entwerfung von Aeckern und Wiesen beschränket.

X. Will man nun zu Hause die Figur zu Papiere bringen, so ist folgendes dabey zu bemerken.

Erstlich verzeichnet man, wenn man im Auftragen der Figuren aus dem Diario, noch keine Fertigkeit hat, einen groben Entwurf, oder eine Figur auf ein Blatt Papier, von so viel Seiten, als die Figur auf dem Felde hat, und bemerket die Ecken derselben auf eben die Art, wie auf dem Felde, mit den dabey geschriebenen Ziffern 1, 2, 3 u. s. w. Diese grobe und aus freyer Hand entworfene Figur dienet nur, um der Einbildungskraft zu Hülfe zu kommen, und desto bequemer übersehen zu können, in welcher Ordnung die Dreyecke auf einander folgen, und die Seiten derselben aufgetragen werden müssen.

Nun wird auf ein Reißbrett, Papier gespannt, und auf demselben demnächst die gerade

rade Linie ab gezogen, auf welche man von a bis b, nach einem verjüngten Maafstabe (S. 65) aus dem Diario die Weite von N. 1 bis N. 2. trägt, und bey den Punkten a, b, ebenfalls die Zahlen 1, 2 hinschreibt.

Nun nimmt man aus dem Diario die Weiten von N. 1 bis N. 5., und die Diagonale von N. 2 bis N. 5., und beschreibt mit denselben, über der Seite ab, das Dreyeck a b e, so daß a e der Weite von N. 1 bis N. 5., und b e der erwähnten Diagonale gemäß wird; so ist das Dreyeck a b e dem Dreyecke A B E ähnlich. An den Punkt e wird demnächst die Zahl 5 hingeschrieben.

Ueber der Diagonale b e, wird nun das zweyte Dreyeck auf eben die vorhin gewiesene Art verzeichnet, indem man aus b mit der Weite b d, die der Diagonale von N. 2 bis N. 4., und aus e mit der Weite e d, die der von N. 5 bis N. 4., gemäß (S. 181) ist, ein paar sich in d durchschneidende Kreisbogen beschreibt.

So wird also über jeder neuen Diagonale das nächstfolgende Dreyeck beschrieben, bis die ganze Figur a b c d e geschlossen ist, welche alsdann der auf dem Felde ähnlich seyn wird, weil die Dreyecke a b e u. s. w. in eben der Ordnung, auf einander folgen, wie die Drey-

ecke ABE u. s. w. auf dem Felde, und jedes auf dem Papiere dem zugehörigen auf dem Felde ähnlich ist.

Daher ist also $abcde$ ein Grundriß von $ABCDE$, und die Punkte a, b, c, d, e , liegen eben so gegen einander, wie die Punkte A, B, C, D, E , auf dem Felde.

XI. Dieses Verfahren nennt man die Messung einer Figur bloß mit der Messkette. Ein kleines Nachdenken wird zeigen, daß diese Messungsart zwar eine große Genauigkeit verstatet, aber nur brauchbar ist, wenn die zu entwerfende Figur in einer Ebene liegt, und nicht von gar zu großen Umfange ist. — Denn sonst erfordert die Messung der vielen Linien, einen sehr großen Zeitverlust, besonders wenn sich viele Hindernisse, in Messung derselben, vorfinden sollten. — Man pflegt daher diese Messungsart, meistens nur bey Grundlegung nicht sehr großer Wiesensstücke, bey Vermessungen der Aecker u. s. w. zu gebrauchen. Uebrigens setzt aber diese Methode zum voraus, daß man die Diagonalen ohne sonderliche Hindernisse messen, und übersehen könne. Wenn daher $ABCDE$, z. E. den Umkreis eines Waldes vorstellte, so würde diese Messungsart wohl nicht anwendbar seyn.

XII. Wenn eine Figur aus sehr vielen Seiten besteht, so ist es gut, sie in Vielecke von einer geringern Anzahl Seiten zu zerlegen, jedes nach dem gewiesenen Verfahren zu vermessen, und sie alsdann auf dem Papiere in eben der Ordnung, wie auf dem Felde, an einander zu hängen. Man muß aber von den Seiten und Diagonalen eines jeden einzeln Vielecks ein besonderes Diarium halten. Auch versteht es sich von selbst, daß, ehe die Messung angefangen wird, man vorher die ganze Figur umgehe, sich einen deutlichen Begriff von ihr mache, und wenn man es nöthig befindet, die kleinern Stücke, in die man die große Figur zerlegt, durch eingeschlagene Pfähle oder Fahnen u. s. w. bezeichne. — Ueberhaupt muß man aufs möglichste sich aller Ordnung befleißigen, und alle Umstände in Erwägung ziehen, die entweder die Arbeit verzögern, oder wohl gar unnütz machen könnten. Auch ist es vortheilhaft, die gemessene Figur, so bald als möglich, zu Hause aufs Papier zu tragen. Denn wenn die Umstände der Vermessung dem Feldmesser noch deutlich vor Augen sind, so werden viele Irrungen vermieden, die sonst gar zu leicht, aus weitläufigen Diariis entstehen können.

Die Größe des verjüngten Maasstabes, den man zum Auftragen braucht, beurtheilt man

man nach der jedesmaligen Absicht, und der Größe des zu verfertigenden Risses.

Anmerkung.

S. 216. Findet sich, daß man eine Figur auf dem Felde, anstatt sie durch Diagonalen in Dreyecke zu zerlegen, bequemer auf eine andere Art, in Zusammenhängende Dreyecke zerfallen kann, so wird man solches dem Gebrauche der Diagonalen vorziehen. So könnte man z. E. auch innerhalb der Figur einen willkührlichen Punkt annehmen, und sich von demselben nach allen Eckpunkten der Figur, gerade Linien gezogen vorstellen; dann würde die ganze Figur gleichfalls in zusammenhängende Dreyecke zerlegt, und wenn man alle Seiten am Umfange der Figur, wie auch alle Linien, die von dem innerhalb der Figur angenommenen Punkte, nach allen Ecken hinlaufen, mässe, so würde man daraus alle Dreyecke verzeichnen, und sie in eben der Ordnung gegen einander legen können, wie sie auf dem Felde auf einander folgen, man würde also dadurch gleichfalls den Grundriß der Figur auf dem Felde erhalten.

Diese Methode ist oft noch nützlicher, als der Gebrauch der Diagonalen, ob man gleich einige Linien mehr messen muß. Denn die
Diago:

Diagonalen werden oft zu lang und unbequem zu messen.

Aufgabe.

§. 217. Wenn man gleich keine Diagonalen, oder Linien wie in §. 216. messen kann, die Figur demohn- erachtet, bloß durch Hülfe der Maas- stäbe und der Meßkette, zu Papiere zu bringen, vorausgesetzt, daß die Figur in einer Ebene liege. (Fig. LXVIII.)

Aufl. I. In diesem Falle muß man die Winkel am Umkreise der Figur bestimmen; dieses nun bloß mit der Meßkette zu bewerk- stelligen, so bedienen sich einige Schriftsteller der (§. 138. III.) beschriebenen Methode, Winkel zu messen; da ich das wesentliche da- von a. a. D. bereits erklärt habe, so brauche ich nur ganz kurz noch folgende Erinnerungen beizufügen.

II. Erstlich muß man ein Diarium halten, worinn man die für jeden Winkel A, B, C, D, E, der zu entwerfenden Figur, nöthigen Bestimmungen gehörig aufzeichnet.

Diese Bestimmungen bestehen, wie aus a. D. erhellet, in kleinen gleichschenkligen
Drey-

Dreyecken, wie z. E. A b e, wo man in den Richtungen A B, A E, von A nach b, und von A nach e gleiche Längen nimmt, und demnächst die Chorde b e misst; ein gleiches geschieheth an jedem Winkel des Umkreises, wie die Figur ausweist.

Es müssen aber diese Linien $Ab = Ae$, $E\beta = E\varepsilon$ u. s. w. wenigstens einige Ruthen lang gemacht werden.

In dem Diario muß man nun nicht allein die Länge der beyden gleichen Schenkel A b, A e, u. s. w. an jedem Winkel anmerken, sondern auch die gefundene Länge der Chorden b e, $\beta\varepsilon$ u. s. w. Gehet es aber an, an jedem Winkel durchgehends gleiche Schenkel $Ab = Ae = E\beta = E\varepsilon$ u. s. w. zu nehmen, so braucht man nur bey jedem Winkel die Chorden b e, $\beta\varepsilon$, anzumerken; nur muß man nicht vergessen, die ein für allemal gebrauchte Länge der Schenkel A b, E β u. s. w. irgendwo auch in dem Diario aufzuzeichnen.

III. Wenn man die Chorden nicht innerhalb der Figur, wie bey A, E, messen kann, so muß man sie aufferhalb der Figur bestimmen, wie solches z. B. bey dem Winkel D gewiesen worden, wo man in den Verlängerungen C D, E D, gleiche Längen D n, D m nimmt, und die Chorde m n misst.

IV.

IV. Zugleich muß man in dem Diario anmerken, ob die Winkel A, B, C, D, E, auswärts oder einwärts gehende Winkel sind, wozu man willkührliche Zeichen, z. B. die Buchstaben U, E, wählen kann. So müßte man z. E. bey dem Winkel C anmerken, daß es ein einwärts gehender ist.

V. Nun müssen auch alle Seiten AB, BC u. s. w. am Umkreise der Figur gemessen, und wie gehörig, ins Diarium getragen werden.

VI. Wenn man alle Seiten der Figur misset, so lehret die Geometrie, daß man nicht nöthig habe, auch alle Winkel am Umkreise zu bestimmen, sondern allemahl 3 Winkel weniger, als die Figur Seiten hat; nur müssen die Winkel in einer Ordnung auf einander folgen. So würde man z. E. in dem Fünfecke ABCDE, nur nöthig haben, alle Seiten, und die zwey Winkel E, A zu messen, und die Figur würde dadurch doch vollkommen bestimmt seyn (IV). Auf gleiche Weise, wenn man alle Winkel misset, so hat man nicht nöthig, auch alle Seiten zu messen, sondern zwey weniger, als überhaupt am Umkreise vorkommen. So z. E. würde unser Fünfeck bestimmt seyn, wenn man nur die Winkel A, E, D, C, B, und die Seiten AE, ED, DC mäße; der Punkt B, folglich die Seiten AB, CB, bestimmen sich, vermittelst des Durchschnit-

schnittes der verlängerten Schenkel AB, Ci von selbst.

VII. Das Diarium würde nun z. E. auf folgende Art aussehen.

Für das Fünfeck ABCDE.

a) Die Winkel desselben.

	Schenkel			Chorden		
	R.	F.	Z.	R.	F.	Z.
der Winkel bey N. 1 :	2	0	0	2	1	3
N. 2 :	3	0	0	5	3	0
N. 3 :	2	0	0	1	8	2
N. 4 :	2	0	0	3	5	0

b) Für die Seiten desselben

	R.	F.	Z.
Weite von N. 1 — N. 2 :	12	0	0
N. 2 — N. 3 :	7	2	4
N. 3 — N. 4 :	7	7	4

VIII. Wenn nun nach diesen Datis die Figur zu Papiere gebracht werden soll, so verfährt man so.

Die Figur AEDCB bedeute nicht mehr die Figur auf dem Felde, sondern deren Grund:

Grundriß auf dem Papiere. Um diese Figur nach den Angaben des Diarii gehörig zu verzeichnen, so ziehe man auf dem Papiere eine gerade Linie AE , und trage auf dieselbe die Weite von Nro. 1 bis N. 2., mache also nach dem Diario $AE = 12$ Ruth.

Von A nach e trage man den zum Winkel bey Nro. 1. gehörigen Schenkel, nehme also $Ae = 2$ Ruthen, und beschreibe damit einen Kreisbogen ebq , trage in denselben von e nach b die dem Winkel bey Nro. 1. zugehörige Chorde; also $eb = 2$ R. 1 F. 3 Z., ziehe durch A, b , eine gerade Linie, so hat man auf dem Papiere den Winkel, welchen man bey N. 1. auf dem Felde hatte.

Auf gleiche Weise setzet man an E , den bey N. 2. gefundenen Winkel, verlängere Ee , und nehme ED der Weite von N. 2. bis N. 3. gleich, so hat man den Punkt D .

Auf diese Art verfähret man immer fort, so werden endlich die beyden Linien AB, CB , sich bey B durchschneiden, und die ganze Figur schliessen.

IX. Dieses Verfahren, eine Figur auf dem Felde gleichfalls bloß durch Ketten und Stäbe zu vermessen, ist freylich allgemeiner, als das vorhergehende S. 215., aber bey wei-

tem

tem nicht so richtig, weil die Bestimmung der Winkel durch ihre Chorden, oft zu ziemlich beträchtlichen Fehlern Gelegenheit geben kann, besonders wenn gar zu spitze oder stumpfe Winkel vorkommen. Uebrigens hat man bey Verzeichnung auf dem Papiere Ursache, die Linien und Punkte so zart als möglich zu machen.

Indessen kann man sich doch in manchen Fällen dieser Methode mit Vortheil bedienen, und sie empfiehlt sich, weil man keine kostbaren Werkzeuge dazu braucht.

Noch eine nöthige Erinnerung wegen Verzeichnung der Winkel.

Um die Winkel A, E u. s. w. recht genau zu erhalten, so darf man sich dazu nicht des verjüngten Maasstabes bedienen, womit man die Seiten AE, ED u. s. w. abträgt. — Denn dieser Maasstab wird gewöhnlich zu klein seyn; man muß daher für die Schenkel und Chorden der Winkel einen eigenen etwas großen Maasstab verfertigen, damit die Chorden, so genau als sie das Diarium angiebt, abgetragen werden können. Ist aber der Maasstab für die Seiten der Figur groß genug, daß man auch Zolle darauf hat, so mag man sich auch desselben zur Verzeichnung der Winkel bedienen.

Auf:

Aufgabe.

§. 218. Eine krummlinigte Figur
 αβγδε Fig. LXIX. bloß durch Hülfe der
 Meßkette und Maasstäbe zu vermessen,
 und zu Papiere zu bringen.

Aufl. Man umschließe die krummlinigte
 Figur mit einer geradlinigten ABCD, indem
 man bey A, B, C, D Stäbe oder Nummern
 absteckt, und bestimme nach den beyden vorher-
 gehenden Aufgaben an der geradlinigten Figur
 so viel Stücke, als nöthig sind, sie aufs Pa-
 pier tragen zu können. Es müssen aber alle
 Seiten AB, BC, CD, DA, mit unter die-
 ser Bestimmung seyn.

Während daß man nun die Seiten AB,
 BC, CD, DA misset, so messe man auch mit
 dem Maasstabe, für die merklichsten Buchten
 und Wendungen, die Abscissen Aa, Ab u. s.
 w. nebst den zugehörigen Ordinaten aα, bβ
 u. s. w., wie durch die Perpendickel ringsher-
 um angedeutet worden. Alle hieher gehörigen
 Vorschriften sind bereits im IV. Kap. §. 54
 u. s. bengebracht. Ich habe also weiter nichts
 mehr zu erinnern, als daß man, nachdem erst-
 lich nach Angabe des Diarii, die Figur AB
 CDE, auf dem Papiere verzeichnet worden,
 auf die Seiten AB, BC u. s. w. die Abscis-
 sen trägt, durch ihre Endpunkte die Maasse
 der

der Ordinaten setzet, und hierauf durch die Endpunkte der Ordinaten rings herum eine krumme Linie $a\beta\gamma\delta\epsilon$ zieht. Diese wird alsdann eine begränzte krummlinigte Figur bilden, welche der auf dem Felde desto ähnlicher seyn wird, je mehr Punkte durch Abscissen und Ordinaten bestimmt worden.

Bei diesem Verfahren ist übrigens noch zu bemerken, daß man gerne die geradlinigte Figur $ABCD$; so nahe neben der krummlinigten hernimmt, als es angehet, damit die Ordinaten nicht zu groß werden. Sollte aber dadurch die geradlinigte Figur zu viel Seiten bekommen, so muß man, um die daher entstehende Unbequemlichkeit zu vermeiden, freylich der Figur weniger Seiten geben, aber alsdann auch die daher rührenden größern Ordinaten mit desto mehr Sorgfalt bestimmen und messen.

Wie man sich eben dieser Methoden mit Vortheil bedienen könne, geradlinigte Figuren von sehr vielen Seiten, zu entwerfen.

§. 219. Wenn wir uns der im 217. und 218. §. gewiesenen Methode, bey sehr vielseitigen Polygonen bedienen wollen, so werden wir auch eine sehr große Anzahl von Dreiecken erhalten

erhalten, in die wir die Figur zerlegen: man kann aber oft weit kürzer zum Endzweck gelangen, wenn man eine Figur von sehr vielen, besonders kleinen Seiten, in eine andere von weniger Seiten einschließet, wie z. E. Fig. LXX. ausweist, wo wir die Figur $abcdefgh$, mit der viereckigten $ABCD$ umschlossen haben. Bringt man nun bloß diese viereckigte Figur zu Papiere, und setzt dann die auf dem Felde gemessenen und den Winkelpunkten a, b, c u. s. w. zugehörigen Abscissen $A\alpha, A\beta, A\gamma$, $B\epsilon$ u. s. w. und Ordinaten $\alpha a, \beta b, \gamma c, \epsilon d$ u. s. w. zugleich gehörig ab, so wird man auf dem Papiere gleichfalls die Lage der Winkelpunkte a, b, c, d, e gegen die Seitenlinien des Vierecks bestimmen, und folglich die vielseitige Figur auf dem Papiere entwerfen; und so wird eine große Anzahl von Dreiecken erspart, in die man sonst die vielseitige Figur zerlegen müßte.

Es ist nicht nöthig, daß die viereckigte Figur ausserhalb der $abcdefgh$ falle; wenn man es bequemer findet, so kann dieselbe auch innerhalb des vielseitigen Polygons angenommen werden, wie es z. B. die LXXI. Figur ausweist.

Aufgabe.

§. 220. Vermittelst des Meßtisches eine Figur zu Papiere zu bringen,

gen, wenn man von einem Punkte innerhalb ihr nach allen Ecken derselben hinvisiren und messen kann.

Aufl. I. Es sey Fig. LXXII. ABCDE die zu entwerfende Figur, und o der innerhalb ABCDE willkürlich angenommene Standpunkt.

II. Man messe von o nach allen Ecken der Figur, in die man Stäbe mit Nummern gesetzt hat, die Entfernungen oA, oB, oC, oD, oE.

III. Man bringe hierauf den Meßtisch über den Standpunkt o, stelle ihn horizontal, und nehme auf ihm einen Punkt an, der lothrecht über o liegt; lege nun an diesen Punkt die dioptrische Regel, visire nach allen Ecken A, B, C, D, E, und ziehe die dahin laufenden Richtungslinien o α , o β , o γ , o δ , o ϵ auf dem Meßtische; vergesse übrigens auch nicht, durch Zahlen, die man an die Linien o α , o β u. s. w. schreibt, zu bemerken, nach welcher Ecke oder Nummer jede der Linien o α , o β u. s. w. hinweist.

IV. Auf die Linie o α , frage man aus o nach a, die für oA gefundene Länge; und aus o nach b, c, d, e, eben so, die für oB, oC, oD, oE, gefundenen Maße nach einem verjüngten Maßstabe, ziehe demnächst

a,

a, b, c, d, e, durch gerade Linien zusammen, so wird die kleine Figur auf dem Meßtische, nemlich die abcde, der großen ABCDE auf dem Felde, ähnlich seyn, mithin ihren Grundriß vorstellen, vorausgesetzt, daß man oA, oB u. s. w. horizontal gemessen hat.

V. Die Ursache ist, weil die Dreyecke aob, boc u. s. w. denen auf dem Felde AOB, BOC u. s. w. nach der Ordnung ähnlich sind, indem z. E. in dem Dreyecke aob der Winkel $aob = AOB$, und die Seiten ao, ob, denen oA, oB gemäß sind, folglich $ao : ob = Ao : oB$ ist u. s. w., demnach muß die ganze Figur abcde der ABCDE ähnlich seyn.

Anmerkung.

§. 221. Diese Aufgabe kann ebenfalls nur bey Messungen, die nicht sehr ins Große gehen, angewandt werden, und ist daher bey Vermessung einzelner Wiesen und Aecker mit Nutzen zu gebrauchen. Indessen bleibt sie doch noch immer etwas beschwerlich, weil man viele Linien dabey unmittelbar messen muß. Auch ist sie nur in den Fällen brauchbar, wo der Umfang der Figur aus lauter geraden Linien besteht. Wollte man nemlich mit einer krummlinigten auch so verfahren, so hätte man eine gar zu große Menge von Linien zu messen nö-

thig, um nur die hauptsächlichsten Wendungspunkte ihres Umfangs zu erhalten.

Aufgabe.

§. 222. Vermittelst des Meßtisches eine Figur ABCDE Fig. LXXIII. Tab. V. die man ganz umgehen kann, zu Papiere zu bringen.

Aufl. I. Nachdem die Punkte A, B, C, D, E, gehörig durch Stäbe und Nummern bezeichnet worden, so bringe man über A den Meßtisch, stelle ihn horizontal, und bestimme auf ihm einen Punkt a, der lothrecht über A liegt.

II. Man lege an a die dioptrische Regel, visire nach B und E, und ziehe auf dem Meßtische nach B, E, die unbestimmten Richtungslinien $a\beta$, $a\varepsilon$, so erhält man auf dem Papiere einen Winkel $\varepsilon a\beta$, dessen Schenkel horizontal sind, und der dem Winkel EAB in der Figur gleich ist.

Oder $\varepsilon a\beta$ ist der Neigungswinkel zweier Verticalebenen, die man sich über AB, AE, aufgerichtet vorstelllet (§. 128. 9.).

III. Man messe nun mit der Meßkette die Weite AB, und trage sie nach dem verjüngten
Maaf:

Maafstabe, von a nach b, auf die Richtungslinie aß, welche auf dem Meßtische nach B hingezogen worden. Es versteht sich, daß man eigentlich den Horizontalabstand von A nach B messen muß, welches bey einer jeden folgenden Messung zu beobachten ist.

Vorschriften dazu sind bereits im vorhergehenden, z. E. S. 38. 6. S. 41. S. 44. S. 193. Zus. und an mehreren Stellen beigebracht worden, wo denn die Umstände ergeben müssen, welche von diesen Methoden in jedem Falle die bequemste ist.

Sehr oft ist es vortheilhaft, daß wenn eine Linie wie AB, stark gegen die Horizontalfläche geneigt ist, man den Horizontalabstand von A nach B aus einer besondern, auf der schiefen Fläche, worauf AB liegt, angenommenen Horizontallinie bestimmet.

Es sey z. E. Fig. LVIII. K in der Höhe, und C in der Tiefe, KC also auf einer gegen den Horizont geneigten Ebene CKD; Man soll die Horizontalweite CI finden. Kann man auf dieser schiefen Fläche CKD, horizontal, z. E. von C nach D messen, oder eine horizontale CD als Standlinie abstecken, so bringe man in C den Meßtisch, stelle ihn horizontal, und visire nach K und D, so erhält man auf dem Meßtische den Horizontalwinkel ICD, und eben so bey D

Den Horizontalwinkel IDC , wenn gleich K in der Höhe liegt; hieraus, und aus der gemessenen, auf den Meßtisch verjüngt aufgetragenen CD , ergiebt sich auf demselben der Horizontaltriangel CID , worinn CI , der verlangte Horizontalabstand von C bis an die Vertical-Linie KI , nach dem verjüngten Maasstab gemessen werden kann.

Durch diese und ähnliche Hülfsmittel, hat es also keine Schwierigkeit, in jedem Falle den Horizontalabstand wie AB , Fig. LXXIII. zu messen.

IV. Nachdem also solcher aus a in b aufgetragen worden, nehme man den Meßtisch von A weg, und setze ihn über B dergestalt, daß er über B 1) horizontal stehe, 2) daß der Punkt b , den man bey der erstern Station A erhalten hatte (III), lothrecht über B zu liegen komme, 3) daß die Linie ba längs BA eingerichtet sey. Wie dieses zu erhalten sey, ist (S. 183. Anm.) umständlich gelehrt worden.

V. In der Stellung (IV) bleibe nun der Meßtisch unverrückt, man lege die Regel an b , visire nach dem bey der dritten Station C aufgerichteten Signale, und ziehe auf dem Meßtische nach C die Richtungslinie $b\gamma$, auf die man demnächst nach vollbrachter Messung der Weite BC , eine Länge bc nach dem verjüng-

jüngsten Maasßstabe trage, welche der BC gemäß ist.

VI. Hierauf bringt man den Meßtisch über die dritte Station C , stellet ihn wieder horizontal, bringt den Punkt c (V) lothrecht über C , und richtet die Linie cb wieder längs CB ein, wie in (IV), legt demnächst an c die Regel, visiret nach D , und trägt die gemessene Weite CD , auf die entsprechende Richtungslinie von c nach d .

VII. Endlich wird der Meßtisch über D gebracht, und wieder nach der vorhergehenden Vorschrift so gestellet, daß d (VI) über D , und dc längs DC zu liegen komme. Man legt hierauf die Regel an d , und visiret nach dem letzten Stationspunkte E , so wird die Richtungslinie de , die ae , welche bereits bey der erstern Station A auf dem Meßtische nach E hingezogen worden (II), in e durchschneiden, und so die ganze Figur $abcde$ auf dem Meßtische schließen, welche dann den Grundriß der Figur $ABCDE$ vorstellen wird.

Bew. Wenn man sich über AB , BC , CD u. s. w. Verticalebenen aufgerichtet vorstelllet, so sind die Winkel, die man auf dem Meßtische an jeder Station erhält, nemlich abc , bcd , cde u. s. w. die Neigungswinkel dieser Verticalebenen gegen einander, oder
die

die Winkel, welche man an dem Umkreise der auf den Horizont projecirten Figur $ABCDE$ erhielt (Ss. 4. 5. 6.). Es sind also die Winkel a, b, c, d , nach der Ordnung, den auf den Horizont projecirten Winkeln A, B, C, D gleich.

Da ich ferner zum voraussetze, daß man die Entfernungen AB, BC nach der Horizontal-Linie gemessen habe, so drücken die auf den Meßtisch nach dem verjüngten Maasstabe aufgetragenen Weiten ab, bc u. s. w. die verjüngten Seitenlinien der auf den Horizont projecirten Figur $ABCDE$ aus.

In der Figur $abcde$ folgen also die Winkel und Seiten in eben der Ordnung, Gleichheit und Verhältniß auf einander, wie in der projecirten Figur $ABCDE$, d. h. $abcde$ muß der Projection von $ABCDE$ auf die Horizontalfläche, ähnlich seyn, mithin den Grundriß von $ABCDE$ vorstellen.

Ob zwar gleich die beyden letzten Linien de, ae , nicht durch unmittelbare Messung gefunden und aufgetragen worden, sondern sich bloß durch den Durchschnitt e ergeben haben, so müssen sie doch den Horizontalweiten DE, AE , gemäß oder ähnlich seyn, weil A, B, C, D , und die Seiten AB, BC, CD , zur Bestimmung

mung der Figur $ABCDE$, als eines Fünfecks, hinreichen.

Eben das Verfahren, daß ich bisher bey einem Fünfecke gewiesen habe, läßt sich nun, wie leicht erhellet, auf jedes Polygon anwenden, und man kann also von jeder Figur, die man umgehen kann, den Grundriß auf dem Meßtische bestimmen.

Proben, ob man richtig gemessen hat.

§. 223. Man darf wohl selten erwarten, daß die auf dem Meßtische erhaltene Figur $abcde$, dem Grundrisse von $ABCDE$, vollkommen ähnlich seyn werde. Denn die kleinen Fehler, die sowohl in Bestimmung der Winkel, als auch im Messen und Auftragen der Seiten begangen werden, und bey aller angewandten Vorsicht des Feldmessers unvermeidlich sind, werden verursachen, daß die Figur $abcde$, der Projection von $ABCDE$, nie vollkommen in allen Stücken ähnlich seyn wird. Man kann nun wohl fragen, ob sich nicht einige Mittel angeben lassen, die Figur auf dem Meßtische zu prüfen, ob sie viel oder wenig von der Figur $ABCDE$, abweiche. Die Gründe zu diesen Prüfungen sind nun kürzlich in folgenden enthalten.

I. Es bedeute künftig $ABCDE$ die auf den Horizont projecirte Figur selbst, davon also $abcde$ den Entwurf auf dem Papiere vorstelle, so erhellet folgendes.

Wenn das im 222. §. gewiesene Verfahren vollkommen ohne Fehler behandelt wird, so müssen die in den vorhergehenden Stationen auf dem Meßtische gezogenen Linien, an jeder folgenden Station, mit den zugehörigen Linien der Figur auf dem Felde, parallel werden, so bald in jeder folgenden Station der Meßtisch gehörig eingerichtet worden. Z. B. wenn bey der Station des Meßtisches über C , die Linie cb längs CB eingerichtet worden, folglich cb mit CB in einer geraden Linie liegt so werden die Linien ba , ae , die man bereits bey den vorhergehenden Stationen auf dem Meßtische erhalten hatte, den entsprechenden Linien BA , AE parallel seyn, weil die Winkel $cba = CBA$, und $bae = BAE$ sind. Auf eben die Art sind z. E. bey der 4ten Station des Meßtisches über D , die Linien cb , ba , ae auf dem Meßtische, den entsprechenden Linien CB , BA , AE parallel. Dieser Satz ist aus der Lehre von Parallel-Linien und dem bisher beschriebenen Verfahren so klar, daß es nicht nöthig ist, ihn weiter zu beweisen; eine wichtige Folge ist aber diese.

Weil z. E. bey der Station über D , die Linie cb , der Linie CB , parallel ist, (vorausgesetzt,

gesetzt, daß dc längs DC fällt) und ferner $dc : cb = DC : CB$, so müssen die Punkte d, b, B , in gerader Linie liegen. Weil also dieses ist, und ferner ba mit BA parallel, wie auch $db : dB = ba : BA$ seyn muß, so werden auch die Punkte d, a, A in gerader Linie liegen.

Wenn also während der Vermessung keine Fehler vorgefallen sind, so müssen bey einer gewissen Station des Meßtisches, wie z. E. über D , alle Diagonal-Linien db, da , welche aus dem lothrecht über D liegenden Punkte d ausgehen, mit den entsprechenden Diagonal-Linien DB, DA in gerader Linie, oder in einer Verticalebene liegen; und wenn man an die Diagonal-Linien db, da , der Figur auf dem Meßtische, das Diopterlinial legt, so müssen die Dioptern, nach den bey B, A aufgerichteten Signalen hinzielen.

Hieraus läßt sich also auf eine sehr leichte Art prüfen, ob die Figur $abcde$ auf dem Meßtische ihre gehörige Richtigkeit habe. Man lege, nachdem an einer gewissen Station der Meßtisch gehörig eingerichtet worden, das Diopterlinial an die Diagonal-Linien db, da , und untersuche, ob alsdann der Faden der Objectivdiopter genau die bey B, A , aufgerichteten Stäbe decket. Geschiehet dieses, so ist die Figur $abcde$, der $ABCDE$ vollkommen

men ähnlich; je mehr aber die an db , da gelegten Dioptern an den Signalen B , A , vorbeystreichen, desto größer ist die Unrichtigkeit des Grundrisses, desto mehrere und größere Fehler sind also während der Arbeit begangen worden.

Man kann nun diese Probe des Zurückvisirens nach den bereits erhaltenen (festgelegten) Punkten, über jedem Standpunkte des Meßtisches anstellen, und während der Arbeit selbst, sich von der Richtigkeit der bereits auf dem Meßtische erhaltenen Punkte versichern. Z. E. bey dem Standpunkte des Meßtisches über C , lege man, nachdem der Meßtisch gehörig eingerichtet worden, das Diopterlinial an die Diagonale ca ; siehet man alsdann in dem Faden der Objectivdioptr, das bey A aufgerichtete Signal, so ist während der Messung von A bis C kein merklicher Fehler vorgefallen.

II. Diese Art, an jedem Standpunkte den Grundriß zu prüfen, ist in der That eine der besten Methoden, sich von der Richtigkeit der Arbeit zu versichern. — Verstatten es aber die Umstände nicht, an jedem Standpunkte nach bereits festgelegten Punkten der Figur zurückzuvisiren, wie wenn z. E. $ABCDE$ den Umriß eines Waldes vorstellte, da würde man vergebens diese Prüfungsart vornehmen, weil

weil sich wegen der Gebüsche das Zurückvisiren nicht anstellen läßt.

In solchem Falle läßt sich also selten, während der Arbeit selbst, die Prüfung der auf dem Meßtische bereits erhaltenen Punkte bewerkstelligen, sondern man muß warten, bis man mit dem Meßtische an den letzten Stationspunkt E hinkömmt, wo sich alsdann zeigen wird, ob sich die Figur auf dem Meßtische in dem gehörigen Punkt schließet oder nicht.

Man begnüge sich nemlich an dem vorletzten Stationspunkte D nicht damit, daß sich durch den Durchschnitt e die Figur auf dem Meßtische schließet; sondern nachdem man bey D den Meßtisch gehörig eingerichtet, und nach E visiret hat, so messe man auch die Weite DE, und trage sie auf die entsprechende Richtungslinie von d nach i; hier wird sich nun schon zeigen, ob die durch den Durchschnitt e gefundene Weite de, mit der wahren DE übereinstimmt oder nicht.

Wenn nemlich während der Messung keine Fehler vorgefallen sind, so müssen die durch den Durchschnitt e sich ergebenden Entfernungen de, ae, denen auf dem Felde DE, AE, gemäß seyn. Hat man demnach z. E. zur Probe die Linie DE gemessen, und sie von d

d nach i getragen, so muß $di = de$ seyn, folglich e auf i fallen; geschieht dieses nicht, so ist zuverlässig während der Arbeit ein Fehler vorgefallen, und dieser Fehler wird desto beträchtlicher seyn, je mehr die Punkte e und i von einander abstehen.

III. Nachdem man die Weite DE gemessen, und von d nach i getragen hat, so bringe man den Meßtisch über die letzte Station E, so daß i lothrecht über E liege, und id längs ED eingerichtet werde, lege hierauf an i die dioptrische Regel, und visire nach A; wenn nun während der Vermessung keine Fehler vorgefallen sind, so muß das nach A gerichtete Diopterlinial, auf dem Grundrisse durch den Punkt a gehen, d. h. die Figur auf dem Meßtische muß sich in dem wahren Punkte a schließen. Geschiehet dieses aber nicht, sondern die dioptrische Regel streichet bey der Richtung der Dioptern nach A, an a vorbei, wie z. E. ia , so ist die Abweichung des Grundrisses abcde, von der wahren Figur ABCDE, desto größer, je beträchtlicher der Abweichungswinkel αia ist.

Wenn das nach A gerichtete Diopterlinial wirklich durch a gehet, also die Figur sich in dem wahren Punkte a schließt, so sind entweder während der Vermessung keine Fehler vorgefallen, oder die an jedem Stationspunkte began-

Begangenen Fehler haben sich während der Arbeit wieder aufgehoben. Da aber letzteres sehr selten geschieht, so kann man immer behaupten, daß, wenn sich die Figur in dem wahren Punkte a schließt, die Figur abcdi der ABCDE vollkommen ähnlich seyn, oder doch so wenig von ihr abweichen werde, daß man den Fehler außer Acht lassen kann.

IV. Diese beyden Methoden (II. III.) werden also in jedem Falle wenigstens ein Merkmal abgeben, ob die Figur auf dem Meßtische von der auf dem Felde, viel oder wenig abweiche, und also zu einer Prüfung der geschehenen Arbeit dienen. Allein, wenn man solchergestalt, am Schlusse der Figur, einen Fehler findet, wie kann man wissen, an welcher Station derselbe begangen worden? wie kann man die nöthige Correction der Figur bewerkstelligen? Diese Untersuchung ist in der That oft ziemlich schwer, wo nicht völlig unmöglich, besonders wenn man an mehreren Standpunkten gefehlet hat. Ich weiß wohl, daß von verschiedenen Feldmessern, Regeln angegeben worden sind, eine fehlerhafte Figur zu corrigiren, allein diese Vorschriften beruhen auf keinen sichern Gründen, und bestehen meistens nur in einem Zusammenzerren der Figur. Am richtigsten würden noch diejenigen Methoden seyn, nach denen man den am Schlusse der Figur erhaltenen

Win:

Winkel αia , in die übrigen Winkel b, c, d u. s. w. gehörig vertheilte. In sehr vielen Fällen wird aber der Winkel αia , so unbedeutend seyn, daß man ihn ohne Fehler außer acht lassen, und die Figur $abcdi$ der $ABCDE$ ähnlich setzen kann.

Ist aber der Winkel αia sehr beträchtlich, so ist zu vermuthen, daß irgendwo in einer Station aus Unvorsichtigkeit ein grober Fehler begangen seyn muß. Denn die unvermeidlichen kleinen Fehler, die gewiß an jeder Station begangen werden, werden sich selten so häufen, daß αia von ansehnlicher Größe ausfällt, weil sie sich immer zum Theil wieder gegen einander aufheben.

Da es aber eine unverzeihliche Nachlässigkeit des Feldmessers seyn würde, an mehr als einer Station einen groben Fehler zu begehen, besonders wenn die Figur nicht sehr viele Winkel an ihrem Umkreise hat, da es ferner nicht wahrscheinlich ist, daß die in Messung der Linien vorgefallenen kleinen Unrichtigkeiten, am Schlusse der Figur einen beträchtlichen Abweichungswinkel αia hervorbringen sollten, da überdem in Messung der Linien nie so leicht gefehlet werden kann, als in Zeichnung der Winkel auf dem Meßtische, so können wir immer annehmen, daß, wenn man am Schlusse der Figur einen beträchtlichen Abweichungswinkel

Fel findet, solcher meistens daher rühre, daß in irgend einer Station, wegen einer etwa vorgefallenen Verrückung des Meßtisches ein Fehler in Bestimmung des Winkels auf dem Meßtische begangen worden ist. Wir werden nun zeigen

Wie man, unter der Voraussetzung, daß nur an einer Station ein grober Fehler begangen worden ist, die Station im Risse auffuchen könne, wo dieß geschehen ist.

§. 224. I. Es stelle Fig. LXXIV. ABCDEF den Umkreis der in Grund zu legenden Figur vor; man habe die Messung bey A angefangen, und sie nach der Richtung ABCDEF vorgenommen.

So würde man bey der letzten Station F, nach gehöriger Stellung des Meßtisches, auf demselben die Figur abcdef erhalten, und wenn während der Messung keine Fehler vorgefallen sind, so muß die Figur abcdef der ABCDEF vollkommen ähnlich seyn, und wenn so wohl f lothrecht über F liegt, als auch fe gehörig längs FE eingerichtet ist, so werden die Linien ab, bc, cd u. s. w. denen AB, BC, CD u. s. w. parallel seyn (§. 223. I. III.), und die Dioptern des an fa gelegten Diopterlinials müssen wieder genau auf den ersten Stand:

Standpunkt A eintreffen, mit einem Worte, die Figur $abcdefa$ muß sich auf dem Meßtische vollkommen schließen.

II. Hätte man aber z. E. bey der Station D, aus Unvorsichtigkeit, einen groben Fehler begangen, daß man statt des wahren Winkels $CDE = cde$, den fehlerhaften γde , welcher um γdc größer, als der wahre ist, bekommen hätte, so würde man (weil ich voraussetze, daß bloß in dem Winkel d gefehlet worden ist), auf dem Meßtische, nach gehöriger Einrichtung desselben an der letzten Station F, nicht die wahre Figur $abcdef$, sondern die fehlerhafte $\alpha\beta\gamma def$ erhalten, und weil bloß in dem Winkel d gefehlet worden, alles übrige aber richtig ist, so wären nach dieser Voraussetzung, $\alpha\beta = ab$, $\beta\gamma = bc$, $\gamma d = cd$, $\alpha\beta\gamma = abc$, $\beta\gamma d = bcd$ u. s. w. nemlich in der falschen Figur $\alpha\beta\gamma def$ alle Seiten und Winkel so groß, wie in der wahren $abcdef$, den einzigen Winkel γde ausgenommen.

III. Es würde also über der letzten Station F, wegen des bey d begangenen Fehlers, sich die Figur auf dem Meßtische nicht schließen; denn da der wahre Punkt a nunmehr in α fallen würde, so würden die Dioptern des an f und α gelegten Linials, nicht auf den Punkt A wieder eintreffen, sondern die gerade Linie $f\alpha$, würde in der Linie AB auf einen Punkt

Punkt A' zielen, der um den Abstand $A'A$ von A wegläge, und der Winkel αfa , würde den Abweichungswinkel am Schlusse der Figur vorstellen.

IV. Man siehet ferner, daß die Linie $f\alpha$ in der fehlerhaften Figur, nicht der wahren Entfernung FA gemäß seyn würde; Wenn man folglich FA wirklich mässe, und sie nach dem verjüngten Maassstabe von f nach a , auf die nach A hingezogene Richtungslinie trüge, so würde auf dem Meßtische, a der wahre Schlusspunkt, α aber der fehlerhafte seyn; die Figur $\alpha\beta\gamma defa$ schlosse sich also nicht, sondern stände innerhalb des Raumes $a\alpha$ offen.

Es fragt sich nun, den Standort d zu finden, wo der Fehler begangen worden ist.

Um dieses zu leisten, so wollen wir die fehlerhafte Figur mit der wahren vergleichen.

V. Man stelle sich vor, von dem Punkte d , wo der Fehler vorgefallen, würden ein paar gerade Linien $d\alpha$, da , nach dem falschen und wahren Schlusspunkte (IV.) gezogen, so erhellet folgendes.

Weil in beyden Figuren $\alpha\beta\gamma da$, $abcd a$,
 $\alpha\beta = ab$, $\beta\gamma = bc$, $\gamma d = cd$, und die
 Winkel $\alpha\beta\gamma = abc$, $\beta\gamma d = bcd$, so muß

die Figur $\alpha\beta\gamma d\alpha$ der $abcd a$ gleich und ähnlich seyn, und, wenn man sich vorstellet, die Figur $d\gamma\beta\alpha$, werde auf die $dcb a$ so gelegt, daß d auf d , γ auf c , β auf b und α auf a fiele, so würde auch $d\alpha$ auf da , und $\gamma d\alpha$ auf cda fallen, also $d\alpha = da$, $\gamma d\alpha = cda$ seyn, woraus dann ferner folgt, daß der bey dem Standpunkte d begangene Fehler, nemlich der Winkel $\gamma d c = \alpha d a$ ist.

VI. Der Standpunkt d , wo der Fehler begangen worden, wird also die Eigenschaft haben, daß er von dem wahren und falschen Schlusspunkte a , α , gleichen Abstand $d\alpha = da$ hat, und es läßt sich leicht darthun, daß kein anderer Punkt, wie z. E. β , γ , die erwähnte Eigenschaft habe, daß nemlich $\beta\alpha = \beta a$, $\gamma\alpha = \gamma a$ u. s. w. sey.

Dieß giebt also folgendes Mittel, in der Figur $\alpha\beta\gamma d e f a$, die sich auf dem Papiere nicht schließen will, den fehlerhaften Standpunkt d , mithin auch den zugehörigen Punkt D auf dem Felde zu finden.

Man ziehe von den nach (IV) gefundenen wahren und falschen Schlusspunkten a , α , nach allen Ecken β , γ , d , e , gerade Linien oder Diagonalen; der Punkt d , wo die beyden Diagonalen αd , $a d$, einander gleich werden, wird die Station d , und folglich auch D geben,
wo

wo man auf dem Felde gefehlet hat, und der Winkel $\alpha d a$ dieser beyden Diagonalen, ist die Größe des an der Station d begangenen Fehlers (V), weil $\alpha d a = \gamma d c$.

Ein anderes Verfahren, den fehlerhaften Standpunkt zu finden.

VII. Nachdem über dem letzten Stationspunkte F der Meßtisch nach E eingerichtet worden, so lege man an f und α das Diopterlinial. Hier siehet man nun, daß die Richtung $f\alpha$ nicht auf A zuzielet, sondern um den Abweichungswinkel $a f \alpha$, von A abstehet.

Legt man eben so an f und β , oder an f und γ das Diopterlinial, so treffen auch diese Richtungen nicht auf die zugehörigen Stationspunkte B und C .

Aber an dem Stationspunkte d , wo gefehlet worden, wird das an f und d gelegte Diopterlinial, genau auf den entsprechenden Punkt D treffen.

VIII. Man suche demnach, welche von den Linien, wie $f\beta$, $f\gamma$, $f d$ auf dem Meßtische, genau nach ihrem Stationspunkte hintrifft, da ist derjenige Stationspunkt gefunden, an welchem auf dem Felde gefehlet worden ist, vor-

ausgesetzt, daß in der ganzen Figur nur ein einziger Winkel fehlerhaft ist, und die Linien richtig gemessen und aufgetragen worden sind.

IX. Man siehet leicht, daß wenn man überhaupt mit einer Messung, die z. E. bey A angefangen, und nach der Richtung ABCDEF bis F fortgesetzt worden ist (es braucht F nicht gerade der letzte Winkelpunkt der Figur zu seyn), eine Prüfung anstellen will, ob irgendwo an einem Stationspunkte gefehlet worden, man nur nöthig habe, nach den bereits erhaltenen Stationspunkten, durch Anlegung des Diopterlinials an $f\alpha$, $f\beta$ u. s. w. zurückzuvisiren. Treffen alle Linien $f\alpha$, $f\beta$ u. s. w. genau auf ihre Stationspunkte, so ist nirgends merklich gefehlet worden. Weichen sie aber merklich ab, so sucht man denjenigen wie d, der entweder gar nicht, oder am wenigsten von dem entsprechenden Punkte D abweicht. Dieser ist alsdann wahrscheinlich derjenige, an welchem gefehlet worden, wo man alsdann hingehen, und von neuem visiren muß.

X. Kann man nicht nach allen Punkten zurückvisiren, so muß man dann freylich nach (VI) verfahren, um den fehlerhaften Stationspunkt zu finden. (VII—IX) geht also nur an, wo man ein freyes und übersehbares Feld vor sich hat.

Die fehlerhafte Figur zu corrigiren.

S. 225. Wenn nach dem vorhergehenden §. die Station d , wo man auf dem Meßröthe den fehlerhaften Winkel γde erhalten hat, gefunden worden ist, so beschreibe man über der nach dem wahren Schlusspunkte a hinlaufenden Diagonale da , die Figur $\alpha\beta\gamma d$, dergestalt, daß $\alpha\beta\gamma d$ in die wahre Lage $abcd$, zu liegen komme.

Dieses wird sich gar leicht vermittelst der Seiten und Diagonalen der Figur $\alpha\beta\gamma d$ bewerkstelligen lassen. Ist nun dieses geschehen, so ist $abcdef$ der wahre Grundriß von $ABCDEF$.

Solchergestalt ist es also unter der Voraussetzung, daß in den Winkeln am Umfange der in Grund zu legenden Figur, nur ein einziges mahl gefehlet worden, gar leicht, die fehlerhafte Figur zu corrigiren.

Uebrigens kann man, mehrerer Sicherheit wegen, sich mit dem Meßröthe nach der zweifelhaften Station D hinbegeben, die Linie de längs DE einrichten, und dann untersuchen, ob $d\gamma$ von der Richtung DC gerade so viel abweicht, als $d\gamma$ von dc , oder $d\alpha$ von da ; findet sich dieses wirklich so, so ist gar kein Zweifel mehr übrig, daß D wirklich die Station sey, an der gefehlet worden ist.

Wenn

Wenn an mehreren Stellen der Figur grobe Fehler vorgefallen sind.

§. 226. In diesem Falle reicht die Gleichheit der beyden Diagonalen $d\alpha$, da , oder auch das Zurückvisiren (§. 224. IX.) nicht zu, die fehlerhaften Stationen auszufinden; denn daß $da = d\alpha$ in jedem Falle den fehlerhaften Punkt d angiebt, gründet sich darauf, daß nur an einer Station gefehlet worden.

Zudessen kann man sicher behaupten, daß, wenn man am Schlusse der Figur einen beträchtlichen Abweichungswinkel αfa findet, hierauf von α , a , nach allen Eckpunkten β , γ , d , e , u. s. w. Diagonalen ziehet, und dennoch nirgends, ein paar Diagonalen wie αd , $a d$ einander gleich findet, zuverlässig an mehr als einer Station gefehlet worden seyn müsse.

Eben dieses würde statt finden, wenn man gleiche Diagonalen von f aus, an mehr als zwey Stellen der Figur fände.

Wie man aber in solchem Falle die fehlerhaften Stationspunkte wirklich ausfindig machen könne, dazu habe ich noch keine allgemeine und leichte Methode finden können. Das beste Verfahren, sich von der Richtigkeit der Arbeit zu versichern, bleibt immer das öftere Zurückvisiren nach den vorhergehenden Sta:

Stationen, welches man, wo es nur die Umstände verstatten, nie vorzunehmen unterlassen muß.

Auch ist es zur Prüfung der folgenden Messung immer gut, auf dem Meßtische zu bemerken, bis auf welchen Standpunkt man durch Prüfungen die Arbeit richtig befunden hat, damit man nicht nöthig habe, wenn sich in der Folge irgendwo ein Fehler entdeckt, die Prüfungen wieder ganz durchaus vorzunehmen.

Einige Vorsichten und Erinnerungen, die bey dem Verfahren des 222 §. beobachtet werden müssen.

§. 227. I. Es ist vortheilhaft, wenn man gleich anfangs, ehe man die Messung vornimmt, die Figur ABCDE umgehelt, und ohngefähr nach dem Augenmaasse, oder, wenn es angehen kann, durch Schritte, die längste Diagonallinie bestimmt. Dieß geschiehet deswegen, damit man auf dem Meßtische den verzüngten Maasstab darnach proportioniren könne, damit derselbe unnöthiger Weise nicht zu klein, und wegen anderer Unbequemlichkeiten, nicht zu groß angenommen werde. Auch wird man durch diese Vorbereitung, desto sicherer den ersten Punkt a, Fig. LXXIII, wo die Messung auf dem Meßtische angefangen wer-

werden soll, wie auch die schicklichste Lage der ersten Linie ab wählen können. Denn es ist klar, daß man a und ab so auf dem Meßtische annehmen müsse, daß die ganze Figur $abcde$ auf demselben erhalten werden kann.

II. Es geschiehet sehr oft, daß bey dem Fortgange der Arbeit, Theile der Figur auf dem Meßtische, sehr nahe an den Rand desselben kommen, und nur wenig Platz da ist, die dioptrische Regel gehörig anzulegen. In diesem Falle rathe ich bey dem Visiren, und genauem Anlegen des Diopterlinials, alle mögliche Vorsicht zu beobachten, weil an solchen Stellen der Figur gar leicht Fehler begangen werden. Auch ist es gut, auf dem Meßtische die Linien längs des Linials, so lang als möglich, auszuzeichnen, oder wenigstens auf dem Rande des Meßtisches, die Verlängerung der gezogenen Linien, durch einen kleinen Strich zu bemerken, damit man bey dem Zurückvisiren alsdann desto sicherer die dioptrische Regel wieder an die einzurichtende Linie anlegen könne. So würde ich z. E. bey der Station B, wo ich die Richtung bc zöge, nicht allein bey γ , sondern auch bey y an dem Rande des Meßtisches die Verlängerung von bc andeuten; und wenn ich nachher an die folgende Station C käme, so würde ich bey Einrichtung der Linie cb längs CB , das Diopterlinial nicht bloß an die Punkte b, c , (denn da

kann

Kann man gar zu leicht fehlen, besonders wenn b, c sehr nahe neben einander liegen), sondern vielmehr an die Verlängerungen y, γ , anlegen, weil eine lange Anlage des Dioptricalinials immer viel sicherer die wahre Richtung einer Linie bestimmt, als eine kurze, wie $b.c.$ Diese Vorsicht ist überhaupt bey einer jeden Station zu bemerken.

III. Es geschiehet sehr oft, daß, wenn die Punkte A, B, C, D, E , nicht in einer horizontalen Ebene liegen, man bey einer gewissen Station nicht nach der folgenden hinvisiren, oder nicht nach der vorhergehenden zurückvisiren kann, weil nemlich die Stationen, entweder zu hoch oder zu niedrig liegen.

In diesem Falle muß man mit aller möglichen Sorgfalt vorher einen Stab in die Verticalebene der beyden Stationen einsetzen, der nahe genug bey M steht, daß man nach ihm die dioptrische Regel richten kann.

So z. E. wenn C sehr viel niedriger oder höher als B läge, daß ich C durch die Dioptern bey B nicht sehen könnte, würde ich vorher bey M nahe genug bey B , einen Stab genau in die Verticalebene BC einsetzen; dann wäre es einerley, ob ich die Dioptern nach C , oder nach dem Stabe M richtete, um
die

die Visirlinie $b\gamma$, auf dem Nesttische zu ziehen. Aber zugleich erhellet auch die Nothwendigkeit der im 33. S. erwähnten Regeln und Vorsichten bey der Einsetzung eines solchen Stabes.

IV. Daß bey dem bisherigen Verfahren, die Vorsichten, in Ansehung der gehörigen Stellung und Einrichtung des Nesttisches an jeder Station, so wie ich sie umständlich in der Anmerkung zum 183. S. vorgetragen habe, zu befolgen sind, darf ich kaum erinnern.

Da indessen Hr. Voigt (man sehe oben die Anmerk. S. 183.) Schwierigkeiten darinn findet, bey dieser Aufgabe den drey Bedingungen des Nesttisches an jeder Station (S. 183. 5.), allemahl zugleich ein Genüge zu leisten, so will ich hier in der Kürze das Verfahren erläutern, welches er bey der gegenwärtigen Aufgabe anwendet.

Es sey demnach ABCD u. s. w. (Fig. XCII.) die aus ihrem Umfange zu entwerfende Figur.

I. Man bringe den Mittelpunkt α des Nesttisches (also denjenigen, welcher bey der Horizontalwendung des Tischblattes unverrückt bleibt) vermittelst einer Gabel lothrecht über den ersten Winkel oder Stationspunkt

punkt A der zu entwerfenden Figur, richte den Meßtisch horizontal, visire nun aus A nach B, und ziehe die Richtungslinie 1, 1.

2. Mit 1, 1 ziehe man durch einen beliebigen Punkt a auf dem Meßtische eine Parallele ab, und nehme ab der gemessenen AB gemäß.

3. Nun werde des Meßtisches Mittelpunkt ω über den zweiten Stationspunkt B gebracht, der Meßtisch horizontal gestellt, und die Linie 1, 1 zurück nach A gerichtet. Dann ziehe man nach C die Richtung 2, 2, und durch b mit 2, 2, eine Parallele bc, auf welche man das verjüngte Maas von BC trage, so ist der Winkel $abc = ABC$, und $ab:bc = AB:BC$.

4. Eben so verfähre man bey der dritten Station über C, und bey jeder folgenden, so sieht man leicht, daß die Figur abcd u. s. w., die man beym Fortgange dieser Arbeit auf dem Meßtische erhält, der ganzen ABCD u. s. w. ähnlich werden müsse. — Da nun allemahl der Mittelpunkt des Meßtisches über jeden Stationspunkt gebracht wurde, so hat man nicht, wie bey dem vorhergehenden Verfahren zu befürchten, daß sich der wahre Punkt auf dem Meßtische, über dem auf dem Boden, verrücke, während man den Meßtisch einrichtet und horizontal stellet. Hierin, meynet nun

nun Hr. Voigt, liege eine sehr große Verbesserung des bisherigen Verfahrens, eine Figur aus ihrem Umfange zu entwerfen.

5. Allein wenn man es genauer betrachtet, so sind die Vortheile nur scheinbar. Denn erstlich ist man an jeder Station einer doppelten Gefahr zu irren ausgesetzt, einmahl, daß man im Visiren fehlen kann, und dann, daß die Parallelen vielleicht nicht mit der gehörigen Genauigkeit gezogen werden. Ohnstreitig giebt dieß Ziehen der Parallellinien eine neue Veranlassung zu unvermeidlichen Fehlern, da hingegen bey dem gewöhnlichen Verfahren, wenn mit den Vorsichten S. 183. zu Werke gegangen wird, nur allein die Fehler des Visirens in Betrachtung kommen. Ja, wenn auch so gar genau nach den Vorsichten des erwähnten Ses nicht einmahl verfahren würde, so könnte ich doch zeigen, daß dieß Ziehen der Parallellinien größern unvermeidlichen Irrthümern ausgesetzt ist, als die kleinen Abweichungen des Punktes auf dem Meßtische, von dem über dem Boden, nach sich ziehen können. Außerdem hält dies Ziehen der Parallellinien sehr auf, und durch einen Zufall verwechselt man leicht eine mit der andern, zumahl wenn bey dem Fortgange der Arbeit immer mehr und mehr Linien auf dem Meßtische, wie 1, 1; 2, 2; 3, 3 u. s. w. zum Vorschein kommen; Die Gefahr also, daß Fehler auf Fehler sich häu-

häufen, wächst, je mehr bereits Winkel auf dem Meßtische gezeichnet sind, weil jeder Winkel im Grunde zweymahl bestimmt wird, nemlich einmahl visirt, und einmahl kopirt wird. Je einfacher die Operationen sind, eine desto größere Genauigkeit hat man sich zu versprechen. Was aber nun ein Hauptfehler dieser Vermessungsart (und aller ähnlichen, die Hr. B. in seinem Buche vorschlägt, und die in der Hauptsache mit dem Verfahren (1 — 4) auf eines hinauslaufen) ist, besteht darinnen, daß

Zweytens, der Vortheil des (zur Prüfung der Arbeit) so nützlichen und unentbehrlichen Zurückvisirens an jeder Station, nach vorhergehenden bereits festgelegten Punkten (S. 223. II.) dadurch sehr erschwert wird. Wie nöthig dieß Zurückvisiren sey, wird jedem bekannt seyn, der nur etwas sich mit praktischen Arbeiten beschäftigt hat, und man muß es daher nie unterlassen, wo es nur die Umstände verstaten. Ich kann daher die Vorsicht, an einigen Stationen zu dem Behufe, Stäbe, oder andere kenntliche Merkmale zurückzulassen, nicht genug empfehlen. Bey Hrn. B. Messungsart wird der Meßtisch nur allemahl nach der unmittelbar vorhergehenden Station eingerichtet, dieß ist aber kein Mittel, sich von der Richtigkeit der ganzen Arbeit zu versichern, oder zu entdecken, ob irgendwo durch einen Zufall gefehlet worden sey.

sen. Dieses Zurückvisiren nach andern bereits festgelegten Punkten geht bey Hrn. B. Verfahren deswegen nicht bequem an, weil die Punkte wie a, b, c u. s. w. nie über die zugehörigen auf dem Boden zu liegen kommen, und man also wieder neue Parallelen durch α ziehen müßte, um zu erfahren, ob irgendwo ein Fehler vorgefallen ist, oder die Figur sich schließen werde, man vermißt solchergestalt einen wesentlichen Vortheil, wenn die Mensel allemahl aus ihrem Mittelpunkte gerichtet wird. Freylich wird Hr. B. sagen, bey Messungen aus dem Umfange gehe das Zurückvisiren nur an, wenn man eine freye Aussicht habe; dieß sey aber gewöhnlich der Fall nicht, wenn man einen Platz aus seinem Umfange entwerfe. Allein wenn man auch nicht nach allen Stationen zurückvisiren kann (dieß ist ja gar nicht nöthig), so finden sich doch von Zeit zu Zeit immer Standpunkte, aus denen man diesen oder jenen der bereits festgelegten wiederum wahrnehmen, und der also zur Prüfung der Arbeit dienen kann.

Uebrigens habe ich in (IV. 1.) sogar des Hrn. Verf. Methode noch etwas abgekürzt. Es ist nicht abzusehen, warum er bey seinem Verfahren den Mittelpunkt des Meßtisches nicht gleich über den ersten Standpunkt A selbst stellt, sondern z. E. wie im 53sten S. des zweyten Abschnitts seines Buches,
erst

erst die weitläufige Vorbereitung von (1—8), oder im 50sten S. von (1—13) vornimmt. Daß dadurch zu erheblichen Irrthümern Gelegenheit gegeben wird, bedarf keines Beweises.

Das bisherige wird mich rechtfertigen, warum ich seiner Methode den Vorzug vor der gewöhnlichen nicht einräumen kann.

V. Wenn die Messung von Wichtigkeit ist, so dienet es zur Vorsicht an jeder Station einen Pfahl zurückzulassen, damit, wenn man irgendwo in der Folge einen groben Fehler in der Figur entdecken sollte, man desto sicherer die vorhergehenden Stationen wieder finden, die begangenen Fehler auffuchen, und corrigiren könne, ohne daß man jedoch nöthig hätte, die ganze Messung wieder von Borne an zu fangen. Dergleichen Pfähle werden etwas tief in die Erde geschlagen, und allenfalls auch die Stationsnummern darauf bemerkt.

VI. Eine Figur, die an ihrem Umkreise sehr große Seiten und viele Winkel hat, wie solches unterweilen, bey Dorf- und Waldvermessungen zu geschehen pflegt, wird meistens durch eine einzige Messung nicht auf den Meßtisch gebracht werden können, ohne den Maasstab so klein anzunehmen, daß der Grundriß zu seiner Absicht unbrauchbar wird. In solchen Fällen ist man genöthigt, eine so große Figur

Figur in mehrere einzelne Stücke zu zerlegen, jedes Stück besonders auszumessen, und dann diese einzelnen Entwürfe in eben der Ordnung, wie man sie auf dem Felde vorgefunden hat, zu Hause auf einem großen Blatt Papiere, mit einander zu verbinden. Auf Wiesen, die man bequem übersehen kann, hängt es von unserer Willkühr ab, den einzeln Stücken eine bequeme Gestalt zu geben. Bey Waldvermessungen bestimmen sich die einzeln Stücke oft durch Wege, die durch die Holzungen laufen. Doch alle hieher gehörigen Umstände und Vorsichten bey der Auswahl und Verbindung der einzeln Entwürfe, werden in der Folge, wenn wir von Ausmessung ganzer Fluren reden, mit mehrerem auseinandergesetzt. Jetzt beschäftigen wir uns nur, den Gebrauch des Meßtisches und anderer Werkzeuge zur Entwerfung einzelner Polygone zu zeigen, und die verschiedenen Methoden zu erläutern, deren sich ein Feldmesser demnächst bey großen Vermessungen, nach Verhältniß der Umstände, bedienen kann.

Anmerkung, krumme Linien betreffend.

VII. Man pflegt sich vorzüglich auch der Messung aus der Peripherie zu bedienen, wenn Figuren, die mit krummen Linien umschlossen sind, zu Papiere gebracht werden sollen. Man umschließt die krummlinigte Figur mit einer geraden

geradlinigten, entwirft die geradlinigte nach dem gewiesenen Verfahren aus der Peripherie, und bestimmt während dieser Arbeit die Punkte der krummen Linie, längs den Seiten der geradlinigten Figur durch Abscissen und Ordinaten, und trägt sie auf den Meßtisch. Wenn zum Beispiel Fig. LXXIII, $\mu\nu$ ein Stück der krummlinigten Figur wäre, die von der geradlinigten eingeschlossen ist, so würde man den Theil $\mu\nu$, der längs BC läge, durch Abscissen und Ordinaten $M\mu$, $N\nu$, die man, während BC gemessen würde, zugleich mit bestimmte, entwerfen können, indem man auf die entsprechende Linie bc , die gemessenen Abscissen BM , BN u. s. w. verjüngt von b nach m , und von b nach i u. s. w. trüge, hierauf die Ordinaten mk , in denen $M\mu$, $N\nu$, u. s. w. gemäß nähme, und durch die solchergestalt gefundenen Punkte n , k u. s. w. auf dem Meßtische die krumme Linie nk auszöge.

Auf diese Art würde man jeden Theil der krummlinigten Figur, zugleich während der Vermessung der geradlinigten, mit auf den Meßtisch bringen können. Es wird aber gut seyn, von allen gemessenen Abscissen und Ordinaten, wie auch von den Seiten der geradlinigten Figur, ein genaues Diarium zu halten, denn oft erlaubt es die Zeit nicht, auf dem Felde sogleich mit aller nöthigen Schärfe die Abscissen und Ordinaten aufzutragen; und

da man doch gewöhnlich die Figur auf dem Meßtische, zu Hause wieder ins Reine auf ein anderes Blatt Papier bringt, so ist es besser, die Maaße der Abscissen und Ordinaten, aus dem Diario zu nehmen, als sie wieder von dem Meßtische abzufassen. Bey dem Entwurfe der krummlinigten Figur auf dem Meßtische, kömmt es nicht so sehr auf die genaue Auftragung der Abscissen und Ordinaten, als vielmehr auf die Bemerkung der Umstände an, worauf sich die Punkte der krummen Linie beziehen, d. h. ob sie z. E. zur Krümmung eines Flusses, eines Weges, einer Gränze u. d. gl. gehören.

Hiedurch wird denn nicht allein das Diarium auf dem Felde abgekürzt, sondern auch der Einbildungskraft bey dem genauern Auftragen zu Hause, nachgeholfen.

Die Hauptsache ist, daß nur die geradlinigte Figur ABCDE, auf die man die übrigen Abmessungen gründet, mit aller möglichen Genauigkeit auf dem Meßtische erhalten werde.

Ein sehr nützlich Werkzeug, welches bloß aus einem Lineale mit Spiegeln und Dioptern besteht, und unter andern auch bey Entwurfung krummlinigter Figuren vermittelst Abscissen
sen

sen und Ordinaten, gebraucht werden kann, hat Hr. Fallon in Hrn. Obrist. v. Zach monatlicher Correspondenz vom April 1802. beschrieben.

Aufgabe.

§. 228. Eine Figur ABCDEF Fig. LXXV, die man aus einer Station A ganz übersehen kann, zu Papiere zu bringen.

Aufl. I. Man setze den Meßtisch in A, stelle ihn horizontal, und visire aus dem Punkte a, der lothrecht über A angenommen worden, nach allen Eckpunkten B, C, D, E, F, und ziehe auf dem Meßtische die dahin gehenden Richtungslinien $a\beta$, $a\gamma$, ad , ae , $a\phi$.

II. Hierauf messe man alle Seiten AB, BC, CD, DE, EF.

III. Die Seite AB trage man nach dem verjüngten Maafstabe auf die entsprechende Richtungslinie $a\beta$, von a nach b.

Mit der Seite bc, die man der BC gemäß nimmt, durchschneide man aus b, die Diagonale $a\gamma$, in c, aus c schneide man mit cd , die der CD gemäß ist, die Diagonale ad in d, u. s. w. so wird man auf dem Meßtische

sche eine Figur $abcdef$ erhalten, die der $ABCDEF$ ähnlich ist.

Anmerkung. Wenn man sich mit dem Halbmesser bc aus b einen Kreis beschrieben vorstellet, so wird solcher die Richtung ay , in zwey Punkten c , n , durchschneiden, und es ist $bn = bc$.

Es wird aber hier das Dreyeck abn nicht dem ABC ähnlich seyn, weil in der Figur, ABC ein stumpfer, abn ein spitzer Winkel ist; wenn man also nach der Vorschrift (III) mit der Seite bc die Diagonale ay durchschneidet, so finden eigentlich zwey Durchschnittpunkte c , n , statt, davon aber hier nur der c zu gebrauchen ist, welcher das Dreyeck abc dem ABC ähnlich macht.

Wie kann man nun aber in jedem Falle, diese Zweydeutigkeit der beyden Punkte c , n , entscheiden? wir kann man wissen, welchen von beyden Punkten c , n , in jedem Falle man wählen müsse, um das richtige Dreyeck abc zu erhalten.

Diese Zweydeutigkeit zu entscheiden, darf man nur wissen, ob der Winkel ABC auf dem Felde stumpf oder spitzig ist. Man braucht diesen Winkel nicht wirklich zu messen, man kann ihn blos nach dem Augenmaasse schätzen.

So bald man aber die Beschaffenheit des Winkels ABC weiß, so wählt man unter beiden Durchschnittspunkten c, n , denjenigen c , der eben den spitzen oder stumpfen Winkel abc giebt, den CB mit AB auf dem Felde macht.

Nach dieser Bemerkung und Vorsicht, wird es selten sonderliche Schwierigkeit haben, die wahren Punkte, b, c, d, e, f , auf den Diagonalen zu bestimmen.

Und so kann diese Aufgabe, auf dem Felde von sehr großen Nutzen seyn, indem sie eine der bequemsten Methoden ist, eine Figur, die man ganz übersehen kann, aus der Peripherie zu vermessen, und weil man nur an einer einzigen Station A Winkel aufzunehmen braucht, so ist dieses Verfahren zugleich eines der richtigsten.

Wenn neben den geraden Linien AB, BC , u. s. w. krumme herlaufen, so bestimme man sie durch Ordinaten und Abscissen, die man demnächst, an die entsprechenden Linien ab, bc u. s. w. setzt, und dann die krumme Linie auf dem Meßtische verzeichnet.

Aufgabe.

S. 229. Eine Figur aus ihrem Umfange zu Papiere zu bringen, ohne daß

daß man nöthig hat, alle Seiten ringsherum zu messen.

Aufl. Es sey Fig. LXXVI. die zu entwerfende Figur.

I. Um nun dieselbe zu Papiere zu bringen, so nehme ich an, daß sich innerhalb derselben Gegenstände R, M befinden, die man an allen Ecken der Figur sehen kann.

II. Man wähle nun eine Seite der Figur, z. E. AB, von der Beschaffenheit, daß die Punkte R, M, eine bequeme Lage gegen dieselbe haben, oder die Linien BM, MA, RB, RA nicht zu spitze oder stumpfe Winkel mit AB machen.

III Diese Linie AB sehe man als eine Standlinie an, und bringe vermittelst derselben, erstlich die Punkte R, M; auf den Meßtisch (S. 184).

Man setzt nemlich den Meßtisch über A, und zieht aus dem Punkte a, der lothrecht über A liegt, nach B, M, R, die Richtungslinien $a\beta$, $a\mu$, $a\rho$; misst demnächst AB, und trägt sie auf die zugehörige Richtung $a\beta$, von a nach b. Nun stellt man den Meßtisch horizontal über B, bringt b lothrecht über B, richtet ba längst BA ein (S. 183. 4), und zieht

zieht aus b abermahls nach R , M , Richtungslinien, so werden dieselben, die bereits bey der ersten Station gezogenen Richtungen $a\rho$, $a\mu$, in r , m , durchschneiden, und r , m werden gegen ab , eben die Lage haben, die R , M , gegen AB haben, weil die Dreyecke abr , ABR und abm , ABM , einander ähnlich sind (S. 184.).

IV, Bey unverrückter Stellung des Meßtisches ziehe man nun auch aus b nach C die Richtung $b\gamma$.

V. Ohne nun die Linie BC wirklich zu messen, begeben sich mit dem Meßtische sogleich nach der dritten Station C , stelle und verrücke ihn so lange, bis die bereits in (IV.) auf demselben gezogene Linie $b\gamma$, bey der Station (Nro. 3.) genau in die Verticalebene CB zu liegen komme; welches man sowohl vermittlest einer Gabel, deren von $b\gamma$ herabgelassenes Loth durch C gehen muß, als auch durchs Zurückvisiren nach B , ohne große Mühe erhalten kann.

VI. Nach dieser gehörig eingerichteten Stellung des Meßtisches, lege man die Alhidadenregel an einen der beyden Punkte r , oder m , und visire nach den zugehörigen Objecten R oder M , so wird die Richtungslinie wie rR , oder mM , rückwärts verlängert, auf der
Linie

Linie By den Punkt c abschneiden, und dieser Punkt c wird auf dem Papiere, den wahren Standpunkt des Meßtisches angeben, dergestalt, daß, wenn man von c ein Loth auf den Boden herabfällt, die Weite von B nach diesem Punkte, durch bc auf dem Meßtische ausgedrückt wird.

VII. Diesen Satz zu beweisen, so betrachte man die beyden Dreyecke MBc , mbc , welche einander ähnlich sind; denn es ist der Winkel $MBc = mbc$; da nun ferner wegen (V.) B , b , c in gerader Linie liegen, so werden wegen der gleichen Winkel mbc , MBc , die Linien MB , mb , parallel seyn, folglich von der dritten Mc unter gleichen Winkeln $BMc = bmc$ geschnitten. — Mithin hat wegen des gemeinschaftlichen Winkels $McB = mcb$, das Dreyeck mcb eben die drey Winkel, die das Dreyeck McB hat; beyde Dreyecke sind also einander ähnlich; folglich ist

$$BM : bm = Bc : bc$$

Aber wegen (III.) ist auch

$$BM : bm = AB : ab$$

$$\text{also } AB : ab = Bc : bc$$

d. h. weil ab der AB gemäß gemacht worden; so wird auch bc der Bc gemäß seyn.

VIII. Eben dieser Beweis gilt von den Punkten R, r , weil auf eben die Art die beyden Dreyecke BRc, brc , einander ähnlich sind.

Die rückwärts verlängerte Richtung Mm , ist zwar allein schon zureichend, auf der Linie By , den Standpunkt des Meßtisches, oder den Punkt c abzuschneiden. — Allein, um sich von der Richtigkeit der Arbeit zu versichern, so ist es vortheilhaft, auch vermittelst der Richtungslinie Rr den Punkt c zu bestimmen; denn wenn der Meßtisch bey c seine gehörige Stellung nach (V) erhalten hat, und übrigens die Objecte R, M , richtig auf dem Meßtische bestimmt worden sind, so muß das an r gelegte und nach R gerichtete Diopterlinial gleichfalls durch c gehen, oder die Richtungslinien Mm, Rr , müssen rückwärts verlängert, sich auf bc , in einem und demselben Punkte c schneiden.

IX. Es erhellet, daß man auf eben die Art, und nach eben den Gründen, auch jeden folgenden Stationspunkt des Meßtisches, z. E. D , auf dem Papiere bestimmen könne. — Nachdem man in (VI) den dritten Stationspunkt c richtig gefunden hat, so lasse man den Meßtisch unverrückt, und ziehe erstlich aus c nach D die unbestimmte Richtungslinie cd , projecire alsdann vermittelst einer Gabel den Punkt

Punkt c auf den Boden, und stecke daselbst einen Stab ein. — Begebe sich hierauf mit dem Meßtische nach der vierten Station D , und stelle ihn daselbst so, daß die Linie dc in der Verticalebene liege, die durch D und den bey der dritten Station projecirten Punkt c gehet. — Lege alsdann an r, m , bey Nro. 4. abermahls das Diopterlinial, und visire nach den zugehörigen Objecten R, M , so werden die rückwärts verlängerten Richtungslinien Rr, Mm , auf dem Meßtische die vierte Station d bestimmen — und so erhellet, wie man nach und nach, jeden Stationspunkt des Meßtisches über jeder Ecke der Figur $ABCD$, auf dem Meßtische bekömmt, die Figur $ABCD$ mag so viel Ecken haben, als man will; hier würden z. E. bey der 4ten Station D , die Punkte a, b, c, d , die 4 zurückgelegten Stationen des Meßtisches über A, B, C, D , ausdrücken.

Anmerkungen über dieses Verfahren.

§. 230. I. Es ist klar, daß wenn man anfangs noch mehrere, als zwey, innerhalb der Figur $ABCD$ liegende Objecte auf dem Meßtische entworfen hätte, alsdenn ein jedes von diesen Objecten, zur Bestimmung der Stationen c, d u. s. w. hätte dienen können. — Und da alle Richtungslinien wie rR, mM , u. s. w. in einem und demselben Punkte c , oder d u.

d u. s. w. zusammentreffen müssen, wenn während der Arbeit, keine Fehler vorgefallen sind, so dienen mehrere Objecte nicht allein zur Prüfung der Arbeit, sondern auch dazu, daß man in der Arbeit nicht aufgehalten wird, wenn man bey dem Fortgange derselben, ein oder das andere Object aus dem Gesichte verlihren sollte.

II. Wenn es sich in (VIII) eräugnet, daß sich nicht völlig genau alle Richtungslinien, wie Mm, Rr u. s. w. in einem und demselben Punkte wie c, u. s. w. schneiden, so zeigt dieses einen Fehler an, der entweder daher rühret, daß man aus der anfänglichen Standlinie AB, die Objecte R, M, nicht richtig zu Papiere gebracht hat, oder daß man nicht an jeder folgenden Station den Meßtisch sorgfältig nach der vorhergehenden eingerichtet hat. In diesem Falle wählt man den Punkt, in dem sich die meisten Richtungslinien Mm, Rr u. s. w. schneiden, oder man bestimmt unter den verschiedenen Durchschnittspunkten bey c einen mittlern, den man für den wahren annimmt, und dadurch den Fehler einigermaßen corrigirt. — Wenn aber die Durchschnitte gar zu weit von einander fallen, so muß ein beträchtlicher Fehler irgend an einer Station vorgefallen seyn, und ich rathe daher, lieber nach den vorhergehenden Stationen wieder zurückzugehen, und die Arbeit noch einmal vor-

zunehmen. — Gewöhnlich wird man den Fehler in der nächstvorhergehenden Station entdecken.

III. Das gewiesene Verfahren, aus dem Umkreise eine Figur zu Papiere zu bringen, ist außerordentlich bequem, und giebt, wenn die Figur aus sehr vielen Ecken bestehet, am Schlusse derselben, selten einen so großen Fehler, als die gewöhnliche Methode, wo alle Seiten ringsherum gemessen werden. Zu der Bequemlichkeit, daß man nur eine einzige Standlinie, aus der man die Objecte R, M, innerhalb der Figur bestimmt, messen darf, kömmt in solchen Fällen, wo der Umkreis nicht aus lauter Horizontallinien bestehet, noch der Vortheil, daß man, wenn nur an jeder Station der Meßtisch horizontal steht, auch sogleich die auf den Horizont projecirte Figur auf dem Meßtische erhält, da im Gegentheile, die gewöhnliche Methode, wegen der vorzunehmenden Reduction der gemessenen Umfangslinien auf den Horizont, sehr mühsam wird, und selbst zu großen Fehlern Gelegenheit geben kann.

Freylich schränkt sich diese Methode, nur auf solche Figuren ein, innerhalb deren man kenntliche Objecte vorfindet; allein in eben solchen Fällen ist sie vortheilhaft, z. E. wenn man Städte aus ihrer Peripherie zu Papiere brin:

bringen soll; da würden Thürme, oder andere hohe Gebäude sehr gut zu solchen Objecten wie R, M, dienen.

Dieser Methode habe ich mich in meinen Vorlesungen über die pract. Geometrie, oft bedient, die Figur des Walles um Göttingen zu entwerfen. Der Umkreis von Göttingen bestehet aus mehr als 50 Winkeln, und eben so viel Linien, darunter einige ziemlich lang sind — allein in einer Zeit von 6 Stunden bin ich allemahl damit fertig geworden, da ich nach der gewöhnlichen Messung aus der Peripherie, fast 4 mahl so viel Zeit dazu brauchte.

IV. Endlich ist es nicht nothwendig, daß die Objecte R, M, gerade innerhalb der Figur liegen; kann man ausserhalb derselben auch Gegenstände, die hierzu geschickt sind, antreffen, so werden sie zur Bestimmung der Figur gleiche Dienste leisten.

Oft kann man aber auch solche Objecte durch Kunst sich verschaffen, nemlich Stäbe daselbst abstecken, wenn sie nur an vielen Ecken der Figur gesehen werden können.

Aufgabe.

§. 231. Aus einer willkürlich angenommenen Standlinie FG, Fig.

LXXVII. Tab. VI. so viel Punkte A, B, C, D, E, einer Figur auf dem Felde, zu Papiere zu bringen, als man will, oder eine Figur aus einer Standlinie aufzunehmen.

Aufl. Diese Aufgabe ist völlig mit der einerley, die wir im 184. S. zur Messung der Weiten gebraucht haben, und ist im Zusammenhange kurz auf folgende Art zu bewerkstelligen.

I. Man bringe über F, den Meßtisch, stelle ihn, wie gewöhnlich, horizontal, und ziehe aus dem lothrecht über F liegenden Punkte f, nach allen Objecten A, B, C, D, E, wie auch nach G, die Richtungen $f\alpha$, $f\beta$, $f\gamma$, $f\delta$, $f\varepsilon$, $f\chi$.

II. Es verstehet sich, daß die Objecte A, B, C, u. s. w. gewisse Rahmen haben, oder mit Nummern bezeichnet worden sind. Man schreibe also ihre Rahmen, oder Nummern ebenfalls, an die nach ihnen hingezogenen Richtungen, $f\alpha$, $f\beta$, u. s. w. An die Richtung $f\chi$ der Standlinie schreibe man gleichfalls ein beliebiges Zeichen.

III. Nachdem man nun die Standlinie FG gemessen, sie auf die entsprechende Richtung $f\chi$ von f nach g getragen, hierauf den Meß:

Messtisch, mit den bey Nro. 1. darauf gezogenen Linien, über G bey Nro. 2. so gestellt hat, daß g über G, und gf längst GF eingerichtet worden, so ziehe man aus g bey Nro. 2. abermahls nach allen Gegenständen A, B, C u. s. w. Richtungslinien ga, gb, u. s. w.

Wo nun die nach A gezogene Richtung ga, die bey der ersten Station dahin gezogene und nach (II) bemerkte Richtung fa durchschneidet, da wird sich die Lage des Objects A, auf dem Messtische durch a bestimmen, dergestalt, daß a gegen gf, eben die Lage haben wird, wie A gegen GF. Auf gleiche Weise, geben die Durchschnitte b, c, d, e, der nach den Objecten B, C, D, E hingezogenen Richtungen fb, gb; fc, gc; u. s. w. die Lagen dieser Objecte B, C, D, E gegen die Standlinie FG an, so daß die auf dem Messtische erhaltenen Punkte a, b, c, d, e, gegen fg, eben so liegen werden, wie A, B, C, D, E, gegen FG, und durch gerade Linien ab, bc, cd u. s. w. verbunden auf dem Messtische eine Figur abcde bilden, die der ABCDE vollkommen ähnlich ist.

Der Beweis hievon läßt sich kurz so abfassen.

Weil vermöge (§. 184.) die Weiten bc , cd , bd , denen BC , CD , BD gemäß sind, oder weil vielmehr überhaupt

$$BC : CD = bc : cd$$

$$BC : BD = bc : bd'$$

ist, so ist das Dreieck bcd , dem Dreiecke BCD ähnlich; also der Winkel $bcd = BCD$; auf gleiche Weise thut man dar, daß die Winkel $CDE = cde$; $DEA = dea$ u. s. w. sind. Die Figur $abcde$, hat also an ihrem Umfange eben die Winkel, als die Figur $ABCDE$, und sie folgen auch in eben der Ordnung auf einander; da nun auch nach der Ordnung die Weiten bc , cd , de , ea , ab , denen BC , CD , DE , EA , AB , gemäß sind, so muß die Figur $abcde$, der $ABCDE$ ähnlich seyn.

Zus. Durch dieses Verfahren sind auch die Weiten fb , fc , fd , u. s. w. den Entfernungen FB , FC , FD u. s. w. gemäß. Wodurch man also zugleich jedes Object's Weite von den Standpunkten F , G , findet.

Anmerkungen.

§. 232. I. Diese Aufgabe ist von sehr grossen Nutzen, und fast die vorzüglichste, deren man sich bey Entwerfung ganzer Landschaften

ten zu bedienen pflegt, besonders wenn man, statt des Meßtisches, das Astrolabium anwendet, und damit auf eine ähnliche Art zu Werke gehet, wie die Folge ausweisen wird. Sie wird vorzüglich gebraucht, die Hauptpunkte einer Landschaft, z. E. die Lage der Dörfer, Bergspitzen, Städte u. s. w. zu entwerfen, und empfiehlt sich durch die Bequemlichkeit, daß man nicht nöthig hat, von einem Orte nach dem andern hinzugehen, sondern nur eine einzige Standlinie zu messen braucht. Zugleich erhält man, die Projection der Figur ABCDE auf die Horizontalfläche, wenn an jedem Standpunkte F, G, nur der Meßtisch horizontal gestellet worden.

II. Wenn die Objecte A, B, C u. s. w. sehr weit von einander entlegene Punkte einer Landschaft vorstellen, so muß man freylich den Maasstab, womit man die Standlinie aufträgt, sehr klein annehmen, damit nicht die Durchschnittspunkte a, b, c, d, e, ausserhalb des Meßtisches fallen. In solchen Fällen mögten wohl die Unterabtheilungen in Fuße u. wegfallen, und sich in einen unsichtbaren Punkt verlieren. Allein eben bey so großen Vermessungen kömmt es auf solche Kleinigkeiten, dergleichen Fuße und Zolle sind, nicht an, da man oft genöthigt ist, eine und mehrere Ruthen für einen Punkt gelten zu lassen.

III. Die Standlinie braucht eigentlich nur in dem Falle wirklich gemessen zu werden, wenn man auf dem Meßtische, ausser der Lage der Punkte a, b, c, d, e gegen einander, auch ihre Entfernungen verlangt.

Verlangt man bloß die Lage der Objecte A, B, C, D, E gegen einander, so braucht man die Standlinie nicht wirklich zu messen, weil das Verfahren des 184. S. mithin auch des 231. S., welches aus jenem herfließet, eine willkührliche Standlinie zum voraussetzt, folglich sich auf keine bestimmte Größe derselben einschränkt; und da der verjüngte Maasstab, gleichfalls willkührlich ist, so kann man auch fg, von beliebiger Länge nehmen: denn es läßt sich allemahl ein verjüngter Maasstab gedenken, auf dem fg so viele Theile fassen würde, als die willkührliche Standlinie FG nach der Meßkette hält.

Wäre die Standlinie FG nicht unmittelbar gemessen worden, sondern eine andere Linie, z. E. BC, so kann man daraus den Maasstab zu der Figur abcde auf dem Meßtische auf folgende Art finden. Gesezt, BC sey 35 Ruthen 5 Schuh, oder 35,5 Ruthen, gefunden worden. Man messe die ihr entsprechende bc auf dem Meßtische, nach Theilen eines willkührlich angenommenen 1000theiligten Maasstabes; sie fasse z. E. 786 solcher Theile.

Um

Um nun den wahren Maasstab für die Figur auf dem Meßtische zu finden, so setze man, 10 Ruthen dieses wahren Maasstabes betragen x Theile des willkürlich angenommenen 1000theiligten, so findet man x durch folgende Proportion

$$35,5 : 786 = 10 : x \text{ also}$$

$x = 221$. Man fasse also 221 Theile von dem Tausendth. Maasstabe ab, und theile diese Länge in 10 Theile, so hat man die verjüngten Ruthen für den Riß $abcde$, mithin den Maasstab, nach welchem bc so viel Ruthen fassen würde, als BC auf dem Felde nach der Meßkette hält.

IV. Die Richtigkeit der ganzen Operation hängt davon ab, daß über der zweyten Station Nro. 2. die Linie gf , so genau als möglich, längst der Standlinie GF eingerichtet werde, und sich, während daß man aus g nach den Objecten A, B, C , u. s. w. visiret, nicht aus ihrer Lage verrücke. Um also während der Arbeit sich von dem unverrückten Stande des Meßtisches zu versichern, so muß man entweder unterweilen, die dioptrische Regel an gf legen, und zurück nach der Station F visiren, oder man muß an dem Meßtische mit einem Versicherungsfernrohre (S. 131. VIII.) versehen seyn.

V. Wenn solchergestalt alles seine gehörige Richtigkeit hat, und gf genau längst GF gestellet ist, so sind nach (S. 184. Zus. I.) alle Linien fb , fa , bc , cd u. s. w. den correspondirenden Linien FB , FA , BC , DC , u. s. w. parallel.

VI. Es ist nicht nöthig, daß man aus g , wirklich die Linien gb , gc , u. s. w. ausziehe — sondern man braucht nur da, wo die Visirlinien aus g , die erstern aus f , nemlich $f\beta$, $f\gamma$ u. s. w. schneiden, die Durchschnitte b , c , mit einer Zirkelspiße zu bemerken. — Dies dient, Verwirrungen zu vermeiden, die sonst die vielen Linien gar leicht verursachen könnten.

VII. Die richtige Wahl der Standlinie FG , trägt auch sehr vieles dazu bey, die Folge der im Visiren, oder in der Stellung des Meßtisches begangenen Fehler, zu vermindern, und daher dienen die im XVII. Kapitel hieher gehörigen Erinnerungen. Man muß daher, wenn eine Standlinie, wie FG , nicht zureicht, alle Punkte A , B , C , D u. s. w. mit mäßiger Richtigkeit auf dem Meßtische zu entwerfen, mit ihr eine andere verbinden, aus der man diejenigen Punkte entwirft, die gegen die erste FG eine zu unbequeme Lage hatten. Ueberhaupt muß man bey Entwerfung großer Districte immer mehrere Standlinien zu Hülfe nehmen, theils, weil eine einzige Standlinie nicht

nicht zureichend seyn würde, eine große Menge sehr weit weglicgender Objecte auf einmahl zu Papiere zu bringen, ohne den Maasstab gar zu klein anzunehmen, theils auch, weil eine Standlinie nicht gegen alle Objecte eine gleich vortheilhafte Lage hat. Es müssen aber die einzeln Standlinien entweder unter einander selbst, oder mit bereits festgelegten Punkten zusammenhängen, damit sich nachher die einzeln entworfenen Theile einer Landschaft mit einander verknüpfen lassen. — Was aber hiebey noch zu merken, und wie man verfahren müsse, die einzeln Entwürfe, ohne sich zu irren, richtig in Verbindung zu bringen, davon werde ich im folgenden Theile dieses Buches umständlicher handeln.

VIII. Wenn man bey der Station Nro. 1. nachdem die Visirlinien $f\alpha$, $f\beta$ u. s. w. gezogen worden, den Messtisch in unverrückter Lage läßt, und auf ihm auch die Richtung der Magnetnadel $\mu\nu$ verzeichnet (S. 121.), hierauf bey Nro. 2. den Messtisch so stellt, und wendet, daß die Magnetnadel, der an $\mu\nu$ gelegten dioptrischen Regel, über der Nordlinie auf dem Boden des Magnetkästgens, wieder einspielet, so werden nicht allein die beyden Richtungen $\mu\nu$ bey Nro. 1. und Nro. 2., sondern auch bey Nro. 2. alle Linien auf dem Messtische, wie ab , bc , cd , fb u. s. w. den entsprechenden AB , BC , CD , FB u. s. w. auf

auf dem Felde parallel seyn. — Dies drückt man so aus, daß man sagt, bey Nro. 2. habe der nach der Magnetnadel eingerichtete Meßtisch eine parallele Lage, mit der, bey Nro. 1.

Dieser Satz, den Meßtisch an jeder Station, vermittelst der Magnetnadel, in eine Lage zu bringen, die mit einer der vorhergehenden Stationen parallel ist, wird uns den Weg zu folgender Aufgabe zeigen, welche bey geodätischen Messungen von vorzüglicher Brauchbarkeit ist.

Aufgabe.

§. 233. Wenn man nach der Aufgabe des 231. §. bereits einige Objecte auf dem Felde zu Papiere gebracht hat, alsdann die Lage jeder Station, wo man den Meßtisch hinzubringt, gegen diese Objecte zu bestimmen.

Aufl. I. Fig. LXXVI. Es seyen S, R, M Gegenstände auf dem Felde, und AB, die angenommene Standlinie; also Nro. 1, Nro. 2. die beyden Stände, aus denen man die Objecte S, R, M, nach der vorhergehenden Aufgabe zu Papiere gebracht hat, so daß die
bey

bey Nro. 2. erhaltenen Punkte s , r , m , auf dem Meßtische die Objecte S , R , M vorstellen.

II. $\mu\nu$ sey die Richtung der Magnetnadel, die man auf dem Meßtische bey Nro. 1. gezogen hatte; es versteht sich, daß man bey Nro. 1, sowohl alle Visirlinien wie $a\rho$, $a\mu$ u. s. w., als auch die Lage der Magnetnadel $\mu\nu$, bey unverrückter Stellung des Meßtisches gezogen haben muß.

III. Es stelle nun Nro. 3. eine dritte Station des Meßtisches vor; um nun die Lage dieser Station, gegen die Objecte S , R , M zu bestimmen, so lege man an die Richtung der Magnetnadel $\mu\nu$, das Diopterlinial, drehe den Meßtisch so lange horizontal herum, bis die Magnetnadel über der Nordlinie einspielt. — In dem Augenblicke, da dieses geschieht, erhält der Meßtisch bey Nro. 3. eine Lage, die mit der bey Nro. 1. und Nro. 2. gehaltenen, parallel ist. — In dieser Lage bleibe nun der Meßtisch unverrückt; man lege an r , s , m , das Diopterlinial, und visire nach den zugehörigen Objecten R , S , M , so werden die rückwärts verlängerten Richtungslinien Rr , Ss , Mm , sich insgesamt, auf dem Meßtische in einem und denselben Punkte c schneiden, wie im 130. S., und dieser Punkt c wird auf dem Papiere die Station des Meßtisches bey Nro. 3. vorstellen, dergestalt, daß wenn C ,
loth

lothrecht unter c angenommen wird (welches, nachdem sich c auf dem Meßtische ergeben hat, vermittelst einer Gabel bewerkstelligt werden kann), die Lage der Punkte C, R, M, S auf dem Felde, durch die c, r, m, s auf dem Meßtische angegeben wird. Dies erhellet daraus.

IV. Weil bey Nro 3. der Meßtisch eine parallele Lage mit Nro. 2. erhalten hat, so sind bey Nro. 3., sowohl die Linien br, bm, bs , als auch sm, rm, sr , den entsprechenden Linien BR, BM, BS, SM, RM, SR , parallel,

V. Weil also sr parallel mit SR , und rm parallel mit RM , und die Punkte S, s, c so wie M, m, c , in geraden Linien liegen, so ist das Dreyeck src , dem Dreyecke SCR , oder eigentlich SCR ähnlich, und auf eben die Art das Dreyeck rcm dem Dreyeck RCM ähnlich. Uebrigens ist auch das Dreyeck $sr m$ dem SRM ähnlich; dies giebt also die Proportionen.

$$SC : sc = SR : sr = RM : rm$$

$$RC : rc = RM : rm$$

$$MC : mc = RM : rm$$

$$\text{also } SC : sc = RC : rc = MC : mc$$

d. h.

d. h. die Weiten SC, RC, MC, sind denen sc, rc, mc, proportional; da nun auch die Winkel SCR = scr, RCM = rcm, so siehet man leicht, daß die Punkte s, r, m, gegen c eben die Lage haben müssen, die S, R, M, gegen C haben.

VI. Auf gleiche Weise erhellet, daß wenn in der Station bey Nro. 4. der Meßtisch wieder nach der Magnetnadel gestellet, hierauf an r, m, s, das Diopterlinial gelegt wird, sich die verlängerten Richtungslinien Rr, Mm, Ss, in d durchschneiden, und solchergestalt durch d, den Stand des Meßtisches bey Nro. 4. auf demselben bestimmen werden.

Und so kann man auf dem Felde jeden Ort, wo man den Meßtisch hinstellet auf dem Meßtische bestimmen, und solchergestalt auch auf eine gar leichte Art, Figuren aus ihrem Umfange zu Papiere bringen, ohne daß man nöthig hat, wie bey den Aufgaben des 222. und 230. Ses, den Meßtisch durchs Zurückvisiren nach den vorhergehenden Stationen einzurichten, d. h. einen zusammenhängenden Faden der Vermessung zu befolgen.

Anmerkungen.

S. 234. I. Es erhellet, daß bey'm Fortgange einer Messung, selbst die Punkte wie
B,

B, C, wieder zu neuen Richtpunkten dienen können. Hätte man z. B. bey der Station Nro. 4. die Gegenstände S, R, M aus dem Gesichte verlohren, könnte aber nur einige der vorhergehenden Stationen, z. B. B, C, in welchen man Stäbe zurückgelassen hätte, sehen, so würde man den Punkt d demohnerachtet bestimmen können; denn man dürfte, nachdem der Meßtisch nach der Magnetenadel gestellet worden, die dioptrische Regel nur an b, c, legen, und nach B, C, visiren, so würden die verlängerten Richtungen Bb, Cc, gleichfalls den Punkt d bestimmen.

II. Auf diese Art erhellet, daß man eine Messung sehr weit ausdehnen kann, ohne daß es nöthig ist, sehr viele Stand- und andere Linien unmittelbar zu messen — und so hat man den Vortheil, daß sich an jedem Orte, wo man den Meßtisch hinbringt, und wo man zwey oder mehrere von den bereits auf dem Meßtische bestimmten Objecten sehen kann, die Messung weiter fortsetzen läßt.

III. Ein anderer Vortheil bey dieser Vermessungsart, ist, daß, wenn nur die aus der Standlinie AB nach (S. 231.) festgelegten Objecte R, S, M, ihre gehörig richtige Lage auf dem Meßtische erhalten haben, man nicht so leicht besorgen darf, daß sich bey dem Fortgange der Messung die Fehler häufen, oder sich

sich von einer Station, auf die nächstfolgende fortpflanzen. — Man vergleiche hiemit nur die gewöhnliche Art, eine Figur aus ihrem Umfange zu entwerfen. Ein Fehler, den man z. E. in der Station B im Visiren begangen hat, pflanzt sich, wenn man bey C den Meßtisch durchs Zurückvisiren nach B einrichtet, auf den Gegenstand C, und von da weiter auf D fort, weil man einen beständigen Faden der Vermessung verfolgt. — Allein wenn man die Punkte C, D, nach der Methode des 233. S. entwirft, so pflanzt sich der etwa bey C begangene Fehler nicht auf D fort, auffer nur in dem Falle, wenn man C zu einem neuen Richtpunkte, wie in (I) gebrauchen wollte; so lange man sich aber blos der richtig entworfenen Objecte S, R, M, zu Richtpunkten bedienet, hat man keine Anhäufung der Fehler zu besorgen.

Wenn R, M, S, Gegenstände sind, die man auf eine beträchtliche Weite sehen kann, so wird man vermittelst derselben, eine große, Strecke Landes aufnehmen können, und so erhellet, daß die gewiesene Methode bey Landesvermessungen von vorzüglichem Nutzen ist.

Uebrigens ist es vortheilhaft, anfangs aus der Standlinie AB, so viel Objecte zu Papiere zu bringen, als möglich, weil doch beym Fortgange einer Messung, immer einige sich
wie:

wieder aus dem Gesichte verlihren. — Und wenn man aus Besorgniß, daß sich die Fehler anhäufen mögten, sich nicht der bereits entworfenen Stationen, wie C, B, wieder zu neuen Richtpunkten bedienen will, so kann man ja immer eine neue Standlinie messen, und aus ihr Objecte zu fernern Richtpunkten, auf dem Meßtische entwerfen.

Nöthige Erfordernisse bey dieser Messungsart, und Mittel die Magnetnadel zu entbehren.

S. 235. I. Die wichtigste Voraussetzung ist bey dieser Messungsart, wie leicht erhellet, diese: daß die Magnetnadel ihre gehörige Vollkommenheit und Empfindlichkeit habe (S. 120). Denn wenn dieselbe z. E. träge wäre, so würden auf dem Meßtische, welchen man nach einer solchen Nadel richten wollte, die Linien, wie rs, rm (Nor. 3.) nicht den zugehörigen Linien auf dem Felde, RS, RM, parallel werden, und darauf gründet sich doch das wesentliche dieser Methode. — Da nun sowohl wegen dieser Unvollkommenheit der Magnetnadel, als auch durch allerley zufällige Ursachen, gar leicht die wahre Richtung der Magnetnadel geändert wird, auch selbst bey Forttragen der dioptrischen Regel von einer Station zur andern, wenn man nicht sehr vorsich-

sichtig zu Werke gehet, gar leicht der Stift, auf dem sich die Nadel drehet, etwas schadhast werden kann, so sind in so ferne, bey dieser Methode, freylich auch Unbequemlichkeiten und Irrthümer zu besorgen, die insgesammt wegfallen würden, wenn man Mittel hätte, die Magnetnadel völlig zu entbehren.

II. Dieses Mittel wäre nun selbst dasjenige, welches wir oben bey Gelegenheit der Branderschen Auflösung der Aufgabe des 187. Ses beygebracht haben. Nur kann man vermittelst dieser Aufgabe, eine ganze Figur, nicht sogleich auf dem Mestische selbst in ihrem Zusammenhange erhalten, sondern man muß ein anderes mit Papier überspanntes Reisbrett mit sich führen, wo man die jedesmahl einzeln auf dem Mestische bestimmten Punkte, von dem Mestische abträgt, und sie in gehörige Verbindung mit den übrigen bringt.

Die Art, dieses zu bewerkstelligen, ist kurz diese.

III. Es stelle Q, Ffg. LXXVI, ein Reisbrett vor. — So bald nun aus der Standlinie AB, die Objecte S, R, M, durch s, r, m auf dem Mestische entworfen worden, so trage man die auf dem Mestische bey Nro. 2. befindliche Standlinie ab, auf das Reisbrett Q, fasse hierauf von dem Mestische die

die Weiten am , bm , und bestimme, mit denselben auf dem Reisbrette Q , den Punkt m , indem man mit am , bm , aus den Punkten a , b , ein paar sich bey m durchschneidende Kreisbogen beschreibt; auf gleiche Weise werden die Punkte s , r , von dem Meßtische auf das Reisbrett Q getragen.

Nun begeben sich mit dem Meßtische und Reisbrette nach der Station Nro. 3; und ohne sich um etwas weiter zu bekümmern, ziehe man aus einem willkürlich auf dem Meßtische angenommenen Punkt c , nach S , R , M , Richtungslinien cv , cp , cq ; fasse nun mit einem drehfüßigten Zirkel von dem Reisbrette das Dreyeck $sr m$, und trage es nach der Branderischen Methode S. 187. auf den Meßtisch Nro. 3. dergestalt, daß jeder Punkt s , r , m , auf die den Objecten S , R , M entsprechende Richtungslinie cv , cp , cq zu liegen komme, so wird die Lage des Punktes c , gegen s , r , m , vollkommen bestimmt seyn, wenn man die Bemerkung (S. 188. IV. 12.) dabey nicht vergißt. Man fasse nun von dem Meßtische Nro. 3, zwey solchergestalt bestimmte Entfernungen sq , mc , und beschreibe damit, aus den zugehörigen Punkten s , m , auf dem Reisbrette Q , ein paar sich bey c durchschneidende Kreisbogen, so hat man den Punkt c von dem Meßtische, auf das Reisbrett getragen, und c auf dem Reisbrette,

wird

wird dadurch auch zugleich seine richtige Lage gegen die Standlinie ab , bekommen. Nachdem auf eben die Art bey Nro. 4. aus einem willkürlichen Punkte d , nach den Objecten S, R, M , Richtungslinien gezogen, und auf dieselben, vermittelst des dreyfüßigten Zirkels, die Punkte s, r, m , getragen, und folglich die Weiten sd, rd, md , dadurch bestimmt worden, so beschreibe man wieder z. E. mit md, rd , auf dem Reiskbrette, aus den Punkten m, r , ein paar sich bey d durchschneidende Kreisbogen, so wird auf eben die Art d auf dem Reiskbrette, nicht allein seine richtige Lage gegen r, s, m , sondern auch gegen die bereits festgelegten Stationen a, b, c erhalten.

Und so erhellet, wie man nach und nach, die Lage aller Punkte S, R, M, A, B, C, D , auf das Reiskbrett Q , bringen könne; wenn man gleich bey jeder einzeln Station, auf dem Meßtische nur diese Station für sich, und ohne Verbindung mit den übrigen erhält.

Es ist klar, daß man bey dieser Methode weiter gar keine Richtung und Wendung des Meßtisches vonnöthen hat, als bloß die Horizontalstellung desselben, und daß man dabey allen zufälligen Unrichtigkeiten der Magnetnadel ausweicht. Es scheint zwar das wechselseitige Abtragen, der Richtungspunkte r, s, m von dem Reiskbrette auf den Meßtisch, und dann

dann des bestimmten Punktes, z. E. c, von dem Meßtische auf das Reisbrett, einigermaßen weitläufig zu seyn, allein ich kann versichern, daß dieses Verfahren einem einigermaßen geübten, nicht viel weitläufiger vorkommen wird, als die Richtung des Meßtisches nach der Magnetnadel, wo doch auch immer einige Zeit verfließet, ehe die Magnetnadel gehörig einspielet, und in Ruhe kömmt. — Auch werden einem geübten leicht verschiedene Vortheile und Vorsichten einfallen, die ich der Kürze halber übergehen muß.

Sollen also Objecte oder Stationen auf dem Felde mit ungleich größerer Richtigkeit zu Papiere gebracht werden, als es vermittelst des Gebrauchs der Magnetnadel geschehen kann, so wird man sich immer lieber der Brandersischen Methode bedienen. Indessen, wo die auf dem Meßtische entworfenen Stationen nicht wieder zu neuen Richtpunkten dienen sollen, da ist der Gebrauch der Magnetnadel bequem und zureichend.

Anmerkung.

IV. Man sieht leicht, daß die Aufgabe (S. 233.) von der (S. 229.) im Wesentlichen nicht unterschieden ist, nur daß in (S. 233.) der Parallelismus des Meßtisches, z. E. bey C, mit seinem Stande bey B, vermittelst der

M a g

Magnetnadel, in §. 229. aber durchs Zurückvisiren nach B erhalten wird.

V. Die Auflösung (§. 233.) ist also auf die Fälle anwendbar, wo kein Zurückvisiren nach B geschehen kann, z. E. wenn zwischen B und C eine Anhöhe, oder sonst ein Hinderniß sich befände; Wenn man alsdann nur S, R, M, sehen kann, so kann jeder Standort wie C festgelegt werden.

VI. Läßt sich indessen von B nach C visiren, so wird man lieber, um sich den zufälligen Fehlern der Magnetnadel nicht auszusetzen, die Auflösung nach §. 229. vornehmen.

VII. Am allgemeinsten bleibt aber immer die Auflösung nach (III), weil hier weder Zurückvisiren noch Magnetnadel nöthig sind, und sie selbst für den Fall angewandt werden kann, wenn die drey Objecte S, R, M gar nicht aus einer Standlinie wie AB aufgenommen wären, sondern ihre Lage gegeneinander, oder die Figur des Triangels SRM sonst irgendwoher als bekannt angenommen würde, z. E. wenn er von einem etwa schon vorhandenen Plane abgenommen würde, oder die drey Seiten desselben unmittelbar gemessen worden wären u. d. gl. Auch könnte diese Auflösung angewandt werden, wenn die Standpunkte A, B, aus welchen S, R, M. festgelegt worden, verloren gegangen wären u. d. gl.

VIII. Auch Hr. Conrector Voigt beschäftigt sich in seinem oben angeführten Buche II. Abschn. II. Kap. S. 77 u. f. mit diesen Aufgaben, und lehrt, wie seine Art, den Meßtisch zu richten, dabey angewandt werden müsse. Was ich oben gegen das Ziehen der Parallellinien bey diesem Verfahren erinnert habe, giebt auch hier. Will man indessen ja den Meßtisch so gebrauchen, daß man allemahl durch Visirlinien aus dem Mittelpunkte, den Parallelismus desselben an jeder Station erhalte, so würde ich, um das Ziehen der vielen Parallellinien nach Hrn. Voigts Methode zu vermeiden, auf folgende Art z. E. die Aufgabe des 229. Ges bewerkstelligen (Fig. LXXVI).

1. Bey Nro. 1. würde ich durch den Mittelpunkt n des horizontalgestellten Meßtisches, eine gerade Linie λs , nach der Gegend hinziehen, wo ohngefähr bey Nro. 2. der zweyte Standpunkt des Meßtisches angenommen werden soll, und würde bey Nro. 2. in die Richtung λs (die hier auf dem Meßtische aber nicht ausgezogen worden ist, damit die gegenwärtige Figur durch zu viel Linien nicht undeutlich werde) bey t einen Stab abstecken lassen.

2. Nun würde ich bey (Nro. 1.) a willkührlich auf dem Meßtische annehmen, $a\beta$ mit λs parallel ziehen, aus a nach den festzulegenden

legenden Objecten S, R, M, hinvisiren, und die zugehörigen Visirlinien ziehen.

3. Dann würde ich, vermittelst der Gabel, A auf dem Boden lothrecht unter a bestimmen, hierauf den Meßtisch nach Nro. 2. tragen, so daß sein Mittelpunkt über t (I), und $\epsilon\lambda$ wieder zurück nach einem bey n eingesteckten Stabe gerichtet sey, so ist nunmehr der Meßtisch bey Nro. 2. parallel mit Nro. 1.

4. Hierauf würde ich bey Nro. 2. in a β , einen zweyten Punkt b, willkührlich annehmen, und aus ihm wieder nach R, M und S visiren, und solchergestalt in s, r, m die Objecte S, R, M, wie gewöhnlich, auf den Meßtisch bringen.

5. Die Standlinie, aus der S, R, M, auf dem Meßtische entworfen worden, wäre also ab; damit diese der wahren AB gemäß werde, (wo B lothrecht unter b (4) bestimmt worden seyn muß) so messe man AB mit der Kette, und verzeichne nach (§. 232. III.) einen verjüngten Maasstab, nach welchem ab gerade so viel Ruthen, Schuhe &c. fasse, als man für AB mit der Kette gefunden hat, so ist dieß der Maasstab zu dem Risse.

6. Nun ziehe man über (Nro. 2.), wo ich den Meßtisch noch immer in unverrückter

Lage annehme, nach der Gegend, wo bey Nr. 3. der dritte Standort des Meßtisches angenommen werden soll, eine Linie $x\rho$ durch den Mittelpunkt des Meßtisches, und lasse in die Verlängerung von $x\rho$, in τ bey Nro. 3. einen Stab abstecken, bringe hierauf des Meßtisches Mittelpunkt über τ , und richte $p\alpha$ wieder zurück, nach einem in t bey Nro. 2. zurückgelassenen Stabe, so ist nunmehr bey Nro. 3. der Meßtisch wieder parallel mit Nro. 2. Nun legt man an die bereits bestimmten Punkte s, r, m , das Dioptralinial, und visiret nach den zugehörigen Gegenständen, so werden die Visirlinien sich bey c auf dem Meßtische schneiden, und C lothrecht unter c , wird alsdann für den wahren Standpunkt des Meßtisches bey Nro. 3. angenommen.

7. So kann man nun bey allen folgenden Stationen verfahren, wenn nemlich bey jedem Standpunkte nach dem folgenden und vorhergehenden visirt werden kann.

8. Soll bey Nro. 3. der Punkt τ unter dem Mittelpunkte des Meßtisches selbst, und nicht also der in (6) gefundene C , für den wahren Standpunkt angenommen werden, so ist es leicht, auf dem Meßtische einen Punkt zu finden, der gegen s, r, m , eben so liege, als τ gegen S, R, M ; Man ziehe aus c (6) nach

nach dem Mittelpunkte des Meßtisches eine gerade Linie $c\tau$, und trage auf sie nach dem verjüngten Maasstab (5) von c nach τ' , so viel Zolle, als auf dem Boden die wirkliche Entfernung $C\tau$ fasset, so ist τ' auf dem Meßtische der verlangte Standort.

9. Es werden aber τ' und c , immer so nahe zusammenfallen, daß c ohne merklichen Irrthum für τ' angenommen werden kann, und so kann man überhaupt c für jeden andern Punkt unter dem Meßtische annehmen. Es müßte denn der verjüngte Maasstab so groß seyn, daß Zolle von ihm noch abgetragen werden könnten. Wie übrigens mit τ in (8) verfahren worden ist, kann man mit jedem andern Punkt, den man für den wahren Standort des Meßtisches annehmen wollte, verfahren.

10. Vergleicht man hier gelegentlich das Verfahren (1 — 4), die Objecte R, S, M aus einer Standlinie festzulegen, mit dem obigen (S. 232), so sieht man leicht, daß bey dem letztern die Stationslinie FG , Fig. LXXVII, gleich anfangs abgesteckt, gemessen, und nach einem angenommenen verjüngten Maasstabe aufgetragen wurde, in (1 — 4) ist hingegen die wahre Stationslinie AB erst durch Herabfällung eines Lothes von den Punkten a Nro. 1. und b Nro. 2. bestimmt, und

der

der verjüngte Maasstab berechnet, also nicht willkürlich angenommen worden.

Fehler, welche daher entstehen, wenn man die Richtungen der Magnetnadel, an unterschiedenen Orten, als parallel annimmt.

§. 236. 1. Die Voraussetzung, worauf sich das Verfahren (§. 233.) gründet, nemlich, daß die Richtungen der Magnetnadel völlig genau parallel sind, ist eigentlich nur beynabe wahr, kann aber ohne großen Fehler angenommen werden, sobald die Derter auf der Erdofläche nicht gar zu weit von einander liegen. Hingegen, je mehr die Derter auf der Erdofläche von einander entfernt sind, oder vielmehr, je größer der Unterschied ihrer Mittagskreise ist (§. 117. IV.) desto mehr müssen auch die Richtungen der Magnetnadel von der parallelen Lage abweichen. — Wenn daher, an einer gewissen Station, auf dem Messtische die Richtung der Magnetnadel gezogen worden ist, und man an einer andern, von der erstern ziemlich weit entfernten Station, den Messtisch nach der darauf gezogenen Richtung wieder stellen wollte, so würde solcher an der letztern Station, nicht mehr, ohne einigen Fehler zu begehen, eine parallele Lage, mit der am ersten Orte gehabten erhalten; —
mit:

mithin würden auch die aus letzterer Station entworfenen Punkte, nicht mehr ihre richtige Lage, gegen die aus der ersten Station des Meßtisches entworfenen Punkte erhalten.

2. Um das bisherige mehr ins Licht zu setzen, und zu zeigen, auf welche Art man, erforderlichen Falles, verfahren müßte, den Fehler zu verbessern, der aus der Voraussetzung, daß die Richtungen der Magnetnadel gleichlaufend sind, herrührte, so wollen wir noch kürzlich folgende Betrachtungen beifügen.

3. Es seyen Fig. LXXVIII. A, D, zwey Orter auf der Erdoberfläche, und Aa, Dd, deren Mittagslinien, die man ohne merklichen Fehler, in einer einzigen Ebene annehmen kann, so lange das Stück Erdoberfläche zwischen A und D, keine merkliche Krümmung hat.

4. Weil nun die Erfahrung lehret, daß die Declination der Magnetnadel, auch an Orten, die z. E. 10 und mehrere Meilen von einander liegen, ohne großen Irrthum einerley ist, so werden, wenn A μ , D ν , die Richtungen der Magnetnadel an solchen Orten vorstellen, die Winkel oder Abweichungen aA μ , dD ν , ohne Irrthum einander gleich seyn.

5. Unter welchen Umständen man also die Mittagslinien Aa , Dd , als parallel ansehen kann, unter eben den Umständen kann man auch, wegen der gleich großen Winkel μAa , νDd , die Richtungen der Magnetnadel $A\mu$, $D\nu$, als gleichlaufend betrachten. —

6. Diese Umstände sind, wenn A , D , ziemlich nahe neben einander liegen.

7. Nun ist aber aus der Geographie bekannt, und es läßt sich durch eine leichte Rechnung zeigen, daß, wenn der Abstand der beyden Mittagslinien Aa , Dd , nur wenige Meilen beträgt, die Abweichung derselben von der parallelen Lage, schon merklich wird, und dieß rühret daher, weil sich dieselben gegen den Pol zu neigen.

8. Man stelle sich durch D , mit $A\mu$, Aa , die parallelen $D\lambda$, $D\alpha$, vor, so ist klar, daß der kleine Winkel $dD\alpha$, die Abweichung der beyden Mittagslinien Aa , Dd , von der parallelen Lage, ausdrücken wird.

9. Auch erhellet, daß, wegen der gleich großen Winkel νDd , $\lambda D\alpha$, der kleine Winkel $\nu D\lambda = dD\alpha$ seyn wird, mithin die beyden Richtungen der Magnetnadel $A\mu$, $D\nu$, von der parallelen Lage so viel abweichen werden,

den, als die beyden Richtungen der Mittagslinien Aa , Dd , davon abweichen.

10. Gesezt nun, an dem Orte A , sey die Messung einer Gegend angefangen, und auf dem Meßtische daselbst, die Richtung der Magnetnadel $A\mu$ gezogen worden, so wird diese $A\mu$ in die Lage $D\nu$ kommen, wenn man an dem Orte D , die Magnetnadel über der bey A auf dem Meßtische erhaltenen Nordlinie einspielen läßt. — Aber der solchergestalt nach $D\nu$ eingerichtete Meßtisch, wird keinen Parallelismus, mit der bey der Station A gehaltenen Lage erhalten, weil $D\nu$, nicht mit $A\mu$ gleichlaufend ist. Man müßte eigentlich an $D\nu$, oder an die bey der ersten Station des Meßtisches gezogene Nordlinie, erst den kleinen Winkel $\nu D\lambda$ setzen, der so groß wäre, als der $dD\alpha$, oder als die Neigung der beyden Mittagslinien Aa , Dd , gegeneinander, und müßte alsdann die Magnetnadel über der Linie $D\lambda$ einspielen lassen, um den Meßtisch bey D , mit dessen gehaltenen Stande bey A , parallel zu stellen.

11. So ließe sich demnach an jedem Orte D gar leicht der correcte Stand des Meßtisches erhalten, wenn man nur den kleinen Winkel $\nu D\lambda$, oder $dD\alpha$ wüßte.

Diesen in jedem Falle zu berechnen, dient folgendes.

12. Man fälle von D auf die Mittagslinie durch A , eine Perpendicularäre $D\delta$, und ziehe durch A , AL mit $D\delta$ parallel, so sind $D\delta$, AL als Stücke von Parallelkreisen anzusehen, in denen die Orte A , D liegen, und $A\delta$ ist der Abstand dieser Parallelkreise, mithin der Unterschied der Breiten (S. 117. VI.) der Orte A , D .

Man nenne $A\delta = b$, $D\delta = a$; man kann, wie ich hernach zeigen werde, b , a , als gegebene Größen ansehen.

AK , $D\delta$, sind Stücke von Parallelkreisen, zwischen zweyen Mittagskreisen; weil nun A näher beym Pole, als D angenommen wird, oder weil die geographische Breite von A um $A\delta$, größer ist, als die geographische Breite von D , so ist aus der Natur der Parallelkreise leicht einzusehen, daß AK kleiner seyn müsse als $D\delta$, und zwar in dem Verhältnisse, in welchem der Halbmesser des Parallels AK , kleiner ist als der Halbmesser des Parallels $D\delta$.

Aber aus einer zu dieser Absicht entworfenen Figur läßt sich gar leicht darthun, daß die Halbmesser der Parallelkreise, sich wie die

Cos:

Cosinusse der Breiten verhalten. — Nennt man also die Breite des Orts $A = \beta$, mithin die Breite des Orts $D = \beta - b$ (wo man die Entfernung b (12) in einen Bogen verwandeln muß), so ist.

$$AK : D\delta = \cos \beta : \cos (\beta - b) \text{ also}$$

$$AK = \frac{\cos \beta \cdot D\delta}{\cos (\beta - b)}$$

13. Hat man nun, vermittelt dieser Proportion, AK gefunden, so hat man auch den Unterschied $D\delta - AK = AL - AK = KL$, und in dem kleinen rechtwinklichten Dreiecke KDL findet man aus der berechneten KL , und der gegebenen LD , oder $A\delta$ (12), gar leicht den kleinen Winkel KDL , also die Abweichung der beyden Mittagslinten $D\delta$, Aa , von der parallelen Lage, mithin auch die Abweichung der Nordlinien $A\mu$, Dv von der parallelen Lage.

14. Man braucht aber, um bey D den correcten Stand des Nestisches zu erhalten, den kleinen Winkel KDL nicht wirklich zu berechnen, sondern verfährt kurz auf folgende Art. Man nehme auf der Nordlinie Dv des Orts D , eine Länge $Dr = DL = A\delta$, und setze durch r , auf Dv , eine kleine Perpendicularärlinie ri , so groß, als die berechnete KL ,

KL, (13), ziehe durch D und i eine gerade Linie DL , so ist auf dem Meßtische diese DL diejenige Richtung, über der man die Magnetnadel einspielen lassen muß, um bey D den Meßtisch, mit der bey A gehaltenen Lage, parallel zu stellen.

15. Wir müssen nun noch zeigen, wie man die in obiger Rechnung gebrauchten Größen, $A\delta$, $D\delta$, wenigstens so genau, als zu gegenwärtiger Absicht nöthig ist, bestimmen könne.

16. Man stelle sich vor, A, D seyen mit den Orten A, D der LXXVI. Figur einerley, a, d Fig. LXXVI. Nro. 4., seyen die nach dem 233. §. entworfenen Orter A, D.

Ob nun zwar gleich die Station d (§. 233. VI.) nicht ihre vollkommen richtige Lage auf dem Meßtische haben wird, weil man bey Nro. 4. den Meßtisch nach der bey Nro. 1. gezogenen Richtung der Magnetnadel $\mu\nu$ eingerichtet hat, mithin der Meßtisch bey Nro. 4. keine vollkommen parallele Lage mit Nro. 1. hatte, so wird doch der Punkt d, so genau auf dem Meßtische Nro. 4. bestimmt seyn, als zu gegenwärtiger Absicht nöthig ist.

Man stelle sich also durch a mit der an dem Orte A gezogenen Nordlinie $\mu\nu$, eine parallele ai vor, (welches bloß deswegen geschieht

schiehet, damit die Nordlinie des Orts A, selbst durch den, den Ort A vorstellenden Punkt a gehe). Man setze an ai die Abweichung der Magnetnadel des Ort A, dergestalt, daß ap die Mittagslinie des Orts a vorstelle. Man fälle nun von d auf ap eine Perpendicularlinie do, so werden die Entfernungen ao, do, auf dem Meßtische, nach dem verjüngten Maasstabe gemessen, die Weiten Ad, Dd der LXXVIIIsten Figur so genau, als nöthig ist, ausdrücken.

17. Nur ist nöthig, daß man die gemessene ao, oder Ad, (12) als den Unterschied der geographischen Breiten beyder Orter A, D, in einen Bogen verwandele.

Dies geschieht auf folgende Art:

Weil ein Grad auf dem Mittagskreise Aa, Fig. LXXVIII, nach (S. 117.) 57107,5 pariser Toisen hält, so schliesse man, wie 57107,5 Toisen zu der gemessenen Weite Ad in Toisen, so verhält sich 1 Grad, oder 60 Minuten, zu der Anzahl von Minuten, welche auf die gemessene Weite Ad gehen, und diese gefundene Zahl von Minuten wird alsdenn bey der Berechnung (12) statt des Werthes b gesetzt.

18. Die geographische Breite, oder Polhöhe des Orts A, von dem die Messung angefangen:

gefangen wird, muß übrigens auch ohngefähr aus einer guten Landkarte, oder sonst irgendwoher bekannt seyn.

19. Es verstehet sich übrigens, daß man auch wissen muß, ob in (14) das Perpendikel r_i nach Osten zu, wie hier in der Figur, oder nach Westen zu, an die Nordlinie Dv gesetzt werden müsse; dieß entscheidet sich aber gar leicht daraus, ob der Ort D östlicher oder westlicher als A liegt.

20. Auf diese Art würde es in jedem Falle nicht schwer seyn, die correcte Stellung Meßtisches zu erhalten.

Im Grunde glaube ich aber immer, daß es unnöthig ist, beim Gebrauche der Magnetnadel, auf die Abweichung derselben von der parallelen Lage zu sehen. — Denn im Ernste wird man doch wohl nicht mit dem Meßtische, sich so weit von dem ersten Standorte A , wo man auf demselben die Richtung der Magnetnadel gezogen hatte, entfernen, daß es nöthig seyn sollte, die im gegenwärtigen S. betrachteten Correctionen in Erwägung zu ziehen, da ohnedem aus andern Ursachen der bloße Gebrauch der Magnetnadel zu größern Fehlern Gelegenheit geben kann, als diejenigen sind, die etwa aus den parallel angenommenen Richtungen der Magnetnadel zu befürchten

ten stehen. Es ist also am besten, daß man die an einer gewissen Station auf dem Westische gezogene Richtung der Magnetnadel nicht länger gebraucht, als es ohne einen merklichen Fehler zu begehen, verstattet ist, d. h. daß man sich von der ersten Station etwa nicht weiter, als höchstens um eine Meile entfernt, und alsdann, statt daß man an jedem über diese Gränze hinausliegenden Orte eine Correction nach (14) vornehmen müßte, lieber eine neue Standlinie annimmt, an ihr eine neue Richtung der Magnetnadel zieht, und vermittelst derselben die Messung weiter fortsetzt. Auf solche Art kann man theils die Rechnungen ersparen, die man sonst nach (15) vornehmen müßte, theils hat man sich auch mehrere Richtigkeit zu versprechen, als wenn man sich nur an eine einzige Standlinie binden, und der an ihr gezogenen Richtung der Magnetnadel auf eine große Strecke bedienen wollte.

Uebrigens werde ich in der Folge mit mehrerem erwähnen, unter welchen Umständen man sich des bisher gelehrten Gebrauchs der Magnetnadel vorzüglich zu bedienen habe.

21. Den Gebrauch der Magnetnadel zur topographischen Aufnahme eines Landes, hat vorzüglich Hr. Obr. Hogreve in seiner Anweisung zur topographischen Vermessung

messung eines Landes, bekannt gemacht, und durch gut gewählte Beyspiele erläutert. — Er hat in dieser nützlichen Schrift eine gute Probe seiner nicht gemeinen Einsichten in die ausübende Geometrie abgelegt, und auch auf die bisher erwähnte Correction Rücksicht genommen.

Aufgabe.

§. 237. Eine Figur zu Papiere zu bringen, wenn man sich der bey dem Gebrauche der Zollmannischen Scheibe gewöhnlichen Methode dazu bedienen will.

Aufl. Um von dieser Methode kurz einen Begriff bezubringen, so sey Fig. LXXIX. das Viereck ABCD aus dessen Umfange zu entwerfen.

I. Man bringe den Meßtisch über A, und bestimme auf demselben den Punkt m, der lothrecht über A liegt. Am besten, man stellt den Meßtisch so, daß sein Mittelpunkt über A, und so überhaupt über jeder folgenden Station zu liegen komme. Man lege an m genau das Dioptrical, visire nach den Objecten B, D, ziehe durch m die dahin gehenden Linien qx, py, und bezeichne dieselben, mit den dabey geschriebenen Zahlen 1, 1; 2, 2.

Man

Man mache auch auf die gezogenen Richtungen 1,1; 2,2; bey x, y , ein paar Merkmale, um anzudeuten, daß von den gezogenen Richtungen qx, py , es eigentlich die Stücke mx, my , sind, die aus m nach den Objecten D, B , hinlaufen, oder daß die Objecte D, B eigentlich nicht auf den Schenkeln mq, mp , sondern auf denen mx, my liegen; diese Vorschriften beobachte man an jeder folgenden Station.

Nun messe man die Weite AB , die der Richtungslinie 2,2, zugehört, und schreibe sie in ein bey sich zu führendes Protocoll.

II. Man bringe ferner den Meßtisch über B , so, daß der Punkt m (I) über B , und die Linie 2,2, wieder längs BA zu liegen komme, lege hierauf an m wieder das Dioptrical, visire nach C , die dahin gehende, mit den Zahlen 3,3 zu bemerkende Richtung, und mache auf dieselbe bey v ein Zeichen, nach der Vorschrift (I).

III. Nachdem nun die Weite BC gemessen worden, so bringe man den Meßtisch über C , und verfare wie in (II) an der Station B , dergestalt, daß vermittelst der mit 4,4, bezeichneten Richtung, der Winkel DCB auf dem Meßtische erhalten werde.

IV. Es erhellet leicht, daß man durch Fortsetzung dieser Arbeit eigentlich jeden Winkel am Umkreise der Figur, auf den Meßtisch an den Punkt m bringt.

Es kömmt nun darauf an, aus den Winkeln auf dem Meßtische, und den gemessenen Seiten der Figur $ABCD$, diese Figur vollkommen auszuzeichnen.

Dieses geschiehet am bequemsten auf folgende Art.

V. Man schneide das Papier behutsam von dem Meßtische herunter, und klebe es etwa an vier Stellen sorgfältig mit Mundleim, auf das Blatt Papier Q , worauf die Figur $ABCD$ entworfen werden soll, dergestalt, daß das von dem Meßtische abgenommene Papier so straff als möglich, auf das untere Blatt Papier Q zu liegen komme.

a sey nun auf diesem Papiere der Punkt, der den A auf dem Felde vorstellen soll.

VI. Man ziehe durch a mit denen auf dem angeklebten Blatt Papiere befindlichen Richtungen $1,1$; $2,2$; ein paar Parallellinien ad , ab , nach der (S. 64.) gewiesenen Methode, vermittelt eines Linials und rechtwinklichten Dreyecks; dergestalt aber, daß ad , ab , aus dem

dem Punkte a nach eben den Richtungen laufen, wie die aus dem Punkte m ausgehenden Stücke mx , my , (I); wozu die auf den Richtungen $1,1$; $2,2$; bezeichneten Punkte x , y , dienen, so ist der Winkel DAB auf dem Felde, durch dab auf dem Riße entworfen, oder $DAB = dab$;

Anm. Hr. Voigt (neueste Vers. zur pract. Geometrie S. 297.) hält diese Merkmale oder Strichelchen x , y , auf den gezogenen Richtungen $1,1$; $2,2$; u. s. w. für überflüssig, und meint S. 199, wer so grob fehlen könnte, beim Einrichten der Mensel z. E. über B , diejenige Hälfte der Linie $1,1$, wo x steht, mit derjenigen, wo q steht, zu verwechseln (und also auch beim Abschieben dieser Linien auf das Blatt Papier bey Q , diesen Fehler zu begehen), der verdiene nicht ein mathematisches Instrument in die Hände zu nehmen.

Daß aus dem Unterlassen dieser Vorsicht, Irrthümer, zumahl beim Auftragen zu Hause, entstanden sind, davon könnte ich Beispiele anführen. — Es ist aber ohnehin klar, daß, wenn ich z. E. beim Abschieben der Linie $2,2$ auf das Blatt Papier bey Q , mittelst des Parallelinials, nicht weiß, ob ich die Parallele mit $2,2$ von a nach b , oder von a nach β ziehen soll, ich immer in Gefahr stehe,

statt des wahren Winkels dab , seinen Nebenwinkel dab zu erhalten. Die Gefahr dieser Verwechslung ist desto größer, je mehr Winkel rechts und links nach allen Gegenden aufgenommen worden sind, wie z. E. bey Gränzvermessungen der Fall ist. Hier muß ich nothwendig wissen, nach welcher Richtung ich die Parallelen mit den auf dem Tischblatte erhaltenen Visirlinien ziehen soll, und die Vorsicht, dies durch die Zeichen wie x , y , u . s. w. angegeben zu haben, wird daher bey genauerer Betrachtung wohl nicht für überflüssig gehalten werden.

VII. Die gemessene Weite AB (I) trage man auf den mit 2,2, parallel gezogenen Schenkel des Winkels dab , von a nach b ;

Hierauf ziehe man mit 3,3, durch b eine Parallele bc , nach der Richtung, nach welcher der auf 3,3; bezeichnete Punkt (II) es ausweist, so hat man den Winkel ABC auf dem Felde, durch abc auf dem Papiere.

Nachdem man endlich die gemessene Weite BC von b nach c getragen, und durch c , mit 4,4, nach der bisherigen Vorschrift eine Parallele gezogen, so erhält man auf dem Papiere die Figur $abcd$, welche der $ABCD$ auf dem Felde ähnlich seyn wird.

VIII. So unterscheidet sich dieses Verfahren von dem (§. 222.) durch weiter gar nichts, als daß man zu Hause erst die Figur zu Papiere bringt, anstatt daß man sie dorten unmittelbar auf dem Mestische erhielt.

IX. Es ist die Bequemlichkeit dabei, daß man zu Hause die Figur nach einem ziemlich großen, und der Absicht gemäßen Maaßstabe verzeichnen kann, anstatt daß man, wenn die Figur sogleich auf den Mestisch kommen soll, oft genöthigt ist, einen sehr kleinen Maaßstab anzunehmen, wenn nicht Punkte ausserhalb des Mestisches fallen sollen.

X. Wenn der Punkt m ohngefähr in der Mitte des Mestisches angenommen wird (I), so erhalten die an m gezeichneten Winkel, ziemlich lange Schenkel, welches allemahl der Wichtigkeit im Abschieben der Parallellinien 1,1; 2,2; u. s. w. vortheilhaft ist.

XI. Wenn es der Raum auf dem Papiere Q, welches eigentlich auf einem großen Reißbrette aufgezogen seyn muß, nicht gestattet, das ganze Papier von dem Mestische auf dies Reißbrett zu kleben, so kann man nur ein Stück von dem Papiere des Mestisches, das man aus der Mitte m , von etwa 5 Zollen im Durchmesser, ausschneidet, auf das Reißbrett Q kleben, und an einer schicklichen Stelle

bese:

befestigen. Man muß aber dabey sorgfältig seyn, daß die an die Schenkel geschriebenen Zahlen und Zeichen nicht verlohren gehen.

XII. Das geschickte und fertige Abschieben der Linien von dem aufgeklebtem Blatt Papiere, an die Winkelpunkte der zu entwerfenden Figur *abcd*, erfordert einige Uebung und Aufmerksamkeit, wenn man dabey nicht irren will.

Uebrigens müssen das Dreyeck und Linial, womit die Parallellinien abgeschoben werden, ziemlich groß seyn, wenn die Arbeit geschwind von statten gehen soll.

XIII. Das Verfahren in dieser Aufgabe ist völlig dasjenige, dessen man sich beyu Gebrauche der sogenannten Zollmannischen Meßscheibe bedient; und da die runde Gestalt der Scheibe dabey nichts ändert, so habe ich gezeigt, wie der bloße Meßtisch zu eben der Absicht diene. — Ich glaube aber, daß der Meßtisch weit geschickter dazu ist, weil sich das Papier ungleich fester und besser auf demselben aufziehen läßt, als auf einer runden Scheibe.

XIV. Uebrigens ist es mir sehr gleichgültig, daß, wie Hr. Voigt a. a. D. S. 235. erwähnt, schon in Schwenters practischer

— o —

cher Geometrie die Aufgabe, statt der runden Scheibe den Meßtisch zu gebrauchen, als eine vortrefliche Erfindung des Mathematikers Prätorius angeführt wird. Die Sache ist von einer viel zu geringen Erheblichkeit, als daß ich diese Erfindung nicht gerne einem jeden andern überlassen will. Aber wie? wenn ich nun auch sagte, daß Alles, was Hr. Voigt im II. Kapitel des II. Abschnitts seines Buchs lehrt, im wesentlichen weiter nichts, als das gewöhnliche Verfahren mit der Zollmannischen Scheibe ist, nur mit dem Unterschiede, daß Hr. V. die Parallelen mit den gezogenen Richtungslinien, gleich auf dem Meßtische zieht, Zollmann hingegen sie erst zu Hause auf ein besonderes Blatt Papier abschiebt — dann mögte das Neue, was sich Hr. V. vorgetragen zu haben anmaßt — doch wohl auch so neu nicht seyn.

XV. Was sonst noch die Scheibe betrifft, habe ich schon im ersten Theile (S. 116.) gebracht.

Wie man die Aufgaben des 220., 222. und 231. §. vermittelst des Astrolabii auflösen könne.

§. 238. Wenn man die in diesen Aufgaben vorkommenden Winkel mit dem Astrolabio gemes-

gemessen hat, so können dadurch ebenfalls die Figuren zu Hause aufgetragen werden. Die Umstände müssen aber entscheiden, in welchen Fällen der Gebrauch des Meßtisches, oder des Astrolabii zu empfehlen ist. Bequemer lassen sich freylich die Aufgaben, z. E. des 220ten und 222ten Ges, vermittelst des Meßtisches auflösen, zumahl wenn eine Messung so beschaffen ist, daß das Astrolabium ein sehr weitläufiges Diarium, von allerley Dingen, die man bequem auf dem Meßtische aufzeichnen kann, erfordern würde. Allein nicht allemahl verschafft der Meßtisch die nöthige Genauigkeit, zumahl wenn man den verjüngten Maasstab etwas klein annimmt, um ein großes Stück Land auf eine einzige Platte bringen zu können. Auch ist das unangenehm, daß das Papier auf dem Meßtische bey etwas feuchter oder neblichter Witterung schlaff wird, welches allemahl der Richtigkeit der darauf vorzunehmenden Operation nachtheilig ist. Fällt daher eine Messung im Frühjahre oder Herbst vor, so sind oft nur wenige Stunden des Tages zum Aufnehmen tauglich, welches die Kosten vermehrt, und das Geschäfte aufhält. Einige z. E. Penther, empfehlen daher, eine etwa $\frac{1}{2}$ Linie dicke bleyerne Platte in den Meßtisch einzulegen, oder sonst auf ihm zu befestigen, und auf dieser Platte mit der Spitze eines Stiftes zu arbeiten. Nachdem man den Riß zu Hause copirt hat, kann man
das

das Bley mit einem Polierstahle überfahren, und wieder von neuem darauf zeichnen. Andere wollen das Papier ganz auf den Mestisch kleistern, andere in den Rand des Mestisches etwa 1 Zoll breite Marmorplatten einlassen, und auf diesen wenigstens die Verlängerungen von den Hauptvisirlinien bemerken u. d. gl. Aber alle diese Vorschläge haben auch wieder sehr große Unbequemlichkeiten, und man wird es demnach wohl bey dem gewöhnlichen Aufziehen des Papiers bewenden lassen. Ist das Papier, während man es aufzog, nur stark genug angezogen worden, so liegt es, wenn es trocken geworden, so straff an, daß nachher die Witterung sehr feucht seyn müßte, wenn es sich merklich in die Höhe ziehen sollte. Auch wird einiges Papier leichter schlaff, als anderes. Holländisches Regal-Papier am wenigsten. Ueberdem kann sich ja der Feldmesser bey nicht vollkommen günstiger Witterung immer andere Beschäftigungen auf dem Felde machen, und wenn ja die Arbeit dringend ist, unterdessen z. E. Punkte abstecken, Pfähle einschlagen, Linien messen lassen u. d. gl., wodurch denn nachher die mit dem Mestische vorzunehmende Arbeit desto mehr gefördert wird. Uebrigens dient es zur Vorsicht, ein hinlänglich großes Stück Wachstuch mit sich zu führen, womit man den Mestisch, wenigstens bey einem schnell einfallenden Regenschauer, bedecken kann. Zu den Unbequemlichkeiten:

lichkeiten des Meßtisches rechnet man auch, daß die schickliche Größe des verjüngten Maßstabes unterweilen schwer zu errathen ist, z. E. bey einem großen, der Figur nach unbekanntem Walde, wo man keine Diagonalen wie (S. 227. I) messen kann. Aus allem folgt denn wohl hinlänglich, daß, sobald eine Messung ins Große geht, man mit dem Meßtische auch noch das Astrolabium wird verbinden müssen, damit wenigstens diejenigen Punkte und Linien mit vorzüglicher Genauigkeit bestimmt werden können, an welche sich nachher das kleinere, mit dem Meßtische aufgenommene Detail anschließt. So ist denn auch bey der Aufgabe des 231. Ses das Astrolabium in dem Falle unumgänglich nothwendig, wenn man sich derselben zur Entwerfung der Hauptpunkte, oder auch des sogenannten Nezes einer Landschaft bedienen, wenn man z. E. die Lagen, von Dörfern, Städten, u. d. gl. entwerfen will. Bey diesem Geschäfte ist man oft genöthigt, sehr große Standlinien, also weit von einander liegende Standpunkte anzunehmen, damit die Dreyecke, wie FBG, FCG, (Fig. LXXVII.) in deren Winkelpunkten F, C u. s. w. die zu entwerfenden Objecte sich befinden, nicht zu spitz: oder stumpfwinklicht ausfallen. Der Raum des Meßtisches würde dann nicht ausreichen, diese Dreyecke zu fassen, oder man müßte den verjüngten Maßstab sehr klein annehmen:

nehmen, welches wieder andere unangenehme Folgen hätte. Also mißt man die Winkel lieber mit dem Astrolabio, und trägt die Dreyecke zu Hause auf, wo man denn eher die schickliche Größe des verjüngten Maasstabes auswählen kann. Auch hat die unmittelbare Ausmessung der Winkel, den Vortheil, daß man trigonometrische Rechnung anwenden, und die aufzutragenden Dreyecke aus ihren berechneten Seiten konstruiren kann. Ich werde daher in der nächsten Aufgabe noch einige Bemerkungen, die insbesondere bey der Aufgabe des 231. Ses dem Gebrauche des Astrolabii eigen sind, beyfügen.

Aufgabe.

§. 239. Die Aufgabe des 231. Ses vermittelst des Astrolabii aufzulösen.

Aufl. Man verfähret mit mehreren Objecten A, B, C, D, E Fig. LXXX. auf eine ähnliche Art, wie in §. 184. mit zwey Objecten verfahren worden ist.

Wenn nemlich F, G, die Standpunkte sind, mithin FG, die Standlinie bezeichnet, aus der die Objecte A, B, u. s. w. entworfen werden sollen, so bringe man den Mittelpunkt des Astrolabiums erstlich über G, stelle es horizontal, und den Index des Vernier auf 0° .
Wende

Wende demnächst das ganze Werkzeug, bis das auf 0° gestellte Fernrohr, genau nach dem Standpunkte F. hingerrichtet ist.

In dieser Lage befestige man das Werkzeug, lasse es unverrückt, und fange nun an, durch bloße Umdrehung der Alhidadenregel, der Ordnung nach, das Fernrohr nach den Objecten A, E, D, C. B zu richten.

Man bemerke, bey jeder Richtung des Fernrohres, die Anzahl von Graden und Minuten, die der Index auf dem Rande weist, und schreibe sowohl den Nahmen der Objecte, als auch die Anzahl von Graden u. s. w. auf, welche man bey jeder Richtung des Fernrohres gefunden hat, völlig so, wie (S. 132.) gezeigt worden ist.

Man zeichne übrigens auch die Nahmen der beyden Stationen G, F auf, und bemerke in dem Diario, daß der Index des Vernier, bey der Richtung des Fernrohres nach F, auf 0° gestellet war.

Es verstehet sich: daß während der ganzen Arbeit, die Ebene des Randes, in unverrückter Lage erhalten werden muß, daher man also die Prüfungs- und Versicherungsmethoden des 231. Ses VIII. zu beobachten hat.

An der Station F verfähret man nun auf dieselbe Art, wie bey der Station G geschehen ist. Man stellet das Werkzeug wieder so, daß das nach G gerichtete Fernrohr abermahls 0° weist. — Visiret nun nach D, C, B, A, E, und schreibt in dem Diario neben die Nahmen dieser Objecte, die jedem Objecte entsprechende Anzahl von Graden und Minuten;

Die Standlinie FG, kann nun entweder unmittelbar, oder aus einer anderen Standlinie (S. 184.) bestimmt worden seyn.

Um das bisher beygebrachte, und das folgende desto besser zu übersehen, so will ich sehen, in das Verzeichniß sehen die Winkel auf folgende Art eingetragen worden..

Station G		Station F	
Gegenstände	der Index weist	Gegenstände	der Index weist
F	$0^{\circ} \cdot 0'$	G	$0^{\circ} \cdot 0'$
A	24 \cdot 18	D	38 \cdot 21
E	138 \cdot 18	C	63 \cdot 2
D	251 \cdot 40	B	104 \cdot 4
C	288 \cdot 56	A	238 \cdot 10
B	325 \cdot 28	E	342 \cdot 25

In diesem Verzeichnisse, folgen die Gegenstände, nebst dem zugehörigen Stand des Index,

der, in der Ordnung auf einander, wie sie nach und nach, bey Umdrehung der Alhidadenregel, in das Fernrohr kommen. Es ist dabey zum vorausgesetzt, daß nach der Einrichtung des S. 99. beschriebenen Winkelmessers, die Gradabtheilungen, von der linken Hand gegen die rechte gezählet werden, und daß an jeder Station die Alhidadenregel so gedrehet wird, daß der Index sich auf dem Rande, nach der Ordnung der Grade fortbewege.

Wenn also z. E. bey G, das nach F gerichtete Fernrohr ϕf , bey ϕ auf 0° steht, so werden die Grade auf dem Rande, nach der Richtung $\phi d c b f a e \phi$ gezählet, und wenn folglich das Fernrohr ϕf nach dieser Richtung gedrehet wird, so werden die Gegenstände, nach folgender Ordnung F, A, E, D, C, B, in dasselbe kommen, und der Index wird bey jeder Richtung des Fernrohrs, die in dem Verzeichnisse angegebenen Grade und Min. weisen.

Auf eben die Art verhält sich die Sache bey der Station F, wo das nach G gerichtete Fernrohr γg , nach der Richtung $\gamma a e d c b \gamma$ gedrehet wird.

Zus. I. Hieraus wird also erhellen, wie man aus den in dem Verzeichnisse angegebenen Datis, die spizen oder stumpfen Winkel finden

finden könne, die in den Dreiecken FGD , FCG u. s. w. sich an der Standlinie FG befinden.

Ex. Für das Object D zeigt der Index

an der Station G ; $251^{\circ} . 40'$

an der Station F ; $38^{\circ} . 21'$.

Dies heißt soviel: Anfänglich bey des Fernrohrs φ Richtung nach F , stand der Index bey φ auf 0° ; nachdem nun das Fernrohr nach der Richtung $\varphi c b a d$ herumgedrehet worden, und die Richtung δd nach dem Objecte D erhalten hat, so hat der Index des Vernier auf dem Rande, den Bogen $\varphi c b a d = 251^{\circ} . 40'$ durchlaufen. Also ist $360^{\circ} - 251^{\circ} . 40' =$ dem Bogen $\delta e \varphi =$ dem Maße des Winkels $\delta G \varphi$ oder FGD . Also $FGD = 108^{\circ} . 20'$.

Auf eben die Art stand an der Station F der Index bey γ auf 0° , das Fernrohr wurde nach der Richtung $\gamma a g d c b$ gedrehet, und nachdem es aus der Richtung γg , in die Richtung $\delta d D$ gebracht worden, so zeigte der Index bey δ , den durchlaufenen Bogen $\gamma \delta = 38^{\circ} . 21'$, $=$ dem Maße des Winkels $\gamma F \delta = DFG$.

Solchergestalt hätte man also in dem Drey-
ecke FGD, die Winkel DFG, FGD, an der
Standlinie. Auf gleiche Weise ist bey
den Dreyecken FCG, FAG u. s. w. zu
verfahren.

Zus. II. Es erhellet also, daß in dem
obigen Verzeichnisse der Stand des Index
nur in dem Falle, sogleich den Winkel geben
wird, den an jeder Station, ein Object mit
der Standlinie macht, wenn der Index weni-
ger als 180° weiset; zeigt er darüber, so
muß man, um den Winkel zu erhalten, die
Ergänzung zu 360° nehmen. Also wären für
das Object E, die beyden Winkel an der
Standlinie $138^\circ 18'$, und $360^\circ - 342^\circ$
 $25'$ oder $17^\circ . 35'$; wo $FGE = 138^\circ 18'$;
 $GFE = 17^\circ . 35'$;

Zus. III. Wenn man sich bey der Sta-
tion G einen Beobachter vorstellet, der durchs
Fernrohr ϕf nach der Station F visiret, so
liegen diesem Beobachter, die Gegenstände A,
E, linker Hand der Standlinie GF. Wenn
nun, wie bisher zum vorausgesetzt worden,
das Fernrohr nach der Richtung $\phi e b f$ ge-
drehet wird, so kommen diejenigen Gegenstände
A, E, die sich linker Hand der Standlinie be-
finden, zuerst in das Fernrohr, und für alle
diese Gegenstände, zeigt der Index weniger,
als 180° . Für Gegenstände, die rechter Hand
der

der Standlinie liegen, wie D, C, B; zeigt der Index über 180° .

Eben so verhält sich die Sache für einen Beobachter, der am Stande F, durchs Fernrohr γg , nach G zurückvisirt. Dem liegen aber alsdann die Gegenstände D, C, B, linker Hand der Standlinie FG, und A, E, rechter Hand desselben.

Zus. IV. Diese Betrachtungen (Zus. III.) dienen, in jedem Falle, aus dem Verzeichnungsregister zu sehen, welche Objecte, in Absicht eines Beobachters, der nach der Richtung GF, oder FG sähe, linker oder rechter Hand der Standlinie FG liegen.

Ex. Für den Punkt E, sind in dem Dreyecke FGE (II. Zus.) die beyden Winkel an der Standlinie $138^\circ 18'$ und $17^\circ 35'$ gefunden worden. Aber dieses Dreyeck liegt für einen Beobachter, der bey G nach der Richtung GF visirte, linker Hand der Standlinie, weil an der Station G, in dem Verzeichnungsregister, für das Object E, der Stand des Index $= 138^\circ 18'$ ist, also weniger als 180° beträgt (III. Zus.).

Zus. V. Diese Betrachtungen sind nothwendig, wenn man sich, bey Verzeichnung der Objecte, vermittelst der Dreyecke FGE, FGD

u. s. w. nicht irren will, und alle Objecte A, E, D u. s. w. ihre richtige Lage, sowohl gegen die Standlinie, als auch unter sich, erhalten sollen.

Zus. VI. Nach diesen Vorbereitungen wird es nun nicht schwer seyn, mittelst der nach (Zus. II.) an der Standlinie FG gefundenen Winkel eines jeden Dreyecks, und der gemessenen Standlinie FG, diese Dreyecke FBG, FCG u. s. w. auf dem Papiere selbst, zu verzeichnen, mithin die Objecte B, C, u. s. w. gehörig zu entwerfen.

Man kann sich, je nachdem man mehr oder weniger genau verfahren will, entweder des Transporteurs bedienen, mittelst dessen man z. E. für den Gegenstand E die Winkel GFE, FGE, an die Standlinie trägt, oder man sucht aus diesen Winkeln und der Standlinie die Seiten FE, GE, durch Rechnung, und beschreibt mittelst ihrer das Dreyeck FGE, oder man berechnet aus diesen Größen die Perpendicularen GL, EL, (S. 184. IV. Aufl.) und trägt sie gehörig aufs Papier. Da ich alles hieher gehörige bereits im vorhergehenden, bey Gelegenheit der Aufgabe (S. 184.) aus einander gesetzt habe, so würde ich meinen Lesern beschwerlich fallen, alles dieses noch einmahl zu wiederholen. Uebrigens erinnere ich hier nur noch dieses, daß es, um
der

der Einbildungskraft desto mehr zu Hülfe zu kommen, immer vortheilhaft ist, vermittelt der gefundenen Winkel an der Standlinie, nur erst einen rohen Entwurf, von der Lage der Objecte B, C, u. s. w. auf dem Papiere zu verfertigen, und sich allenfalls nur des gemeinen Transporteurs dazu zu bedienen. — Man wird durch dieses Hülfsmittel einen desto deutlichern Begriff von allem erhalten, bey der Berechnung der Seiten, oder Perpendicularlinien, wie GL, EL, in Absicht ihrer Lage u. vieles Nachdenken ersparen, und den richtigern Entwurf mit desto leichter Mühe verfertigen können.

②

