

XII. Kapitel.

Einen Winkel, dessen Ebene vertical ist, vermittelst des Winkelmessers, auf dem Felde auszumessen.

§. 151.

Die im ersten Theile gegebenen Vorschriften (S. 128 u. f.) die Größe eines Winkels zu erfahren, beziehen sich nur auf solche Winkel, deren Schenkel horizontal sind, oder wenigstens auf die Horizontalfläche projectirt werden.

Nun kommt es aber in der praktischen Geometrie auch oft vor, daß man Höhen oder Tiefen messen muß. In diesem Falle stellt man sich (Fig. IX.) durchs Auge O und das Object P , eine Verticalebene vor, gedenket sich in derselben eine Horizontallinie Or durchs Auge gezogen, und von dem Objecte P auf dieselbe eine perpendiculäre Pa herabfällt; dann heißt Pa die Höhe des Objects über der Horizontallinie durchs Auge, und wenn das Object p unter der Linie Or liegt, so wird ap die Tiefe des Objects genannt, Um diese Höhe Pa oder Tiefe zu pa bestimmen,

so muß auſſer andern gegebenen Stücken, auch der Winkel POa , oder poa bekannt ſeyn; davon erſterer POa , der Elevationswinkel heißt, wenn das Object über der Horizontallinie Or liegt, der andere poa aber der Depreſſionswinkel, wenn das Object p ſich unter der Horizontallinie Or befindet.

Es ſind alſo hier POa , poa , ein paar Winkel, die ſich in einer Verticalebene befinden, und man ſiehet leicht, daß, wenn dieſe Winkel ausgemeffen werden ſollen, folgende Bedingungen in Erfüllung gebracht werden müſſen. 1) Den eingetheilten Rand, oder die Ebene des Winkelmeyſſers genau in die Verticalebene POa einzurichten. 2) Die Aſe des Fernrohres, welche hier in der Figur durch die Linie LOt bezeichnet iſt, genau in die horizontale Richtung $LOar$ zu bringen.

Wenn dieſe beyden Bedingungen erfüllt ſind, ſo erhellet, daß man, um die Größe des Elevationswinkels POa zu erfahren, nur nöthig habe, das Fernrohr aus der horizontalen Richtung Ot , in die Richtung On nach dem Objecte P zu erheben, und dann den auf dem verticalgeſtellten Rande des Winkelmeyſſers beſchriebenen Bogen tn , oder Lm in Graden und Minuten zu beſtimmen;

Die wichtigſte Erforderniß hiebey iſt immer dieſe: das Fernrohr ſo genau als möglich in die

die

die horizontale Stellung Lt zu bringen; Da nun hierzu die Kenntniß einer Libelle erfordert wird, so muß ich erstlich hievon einige Begriffe beizubringen suchen.

Verbindung der Libelle mit dem Fernrohre.

§. 152. Wenn man überlegt, daß wir uns schon im vorhergehenden eines mit Wasser angefüllten Gefäßes bedienet haben, den horizontalen Stand einer Ebene zu erfahren, so wird man auch leicht darauf verfallen, sich einer ähnlichen Einrichtung zu bedienen, um eine vorgegebene Linie, z. E. die Axe eines Fernrohres in eine horizontale Lage zu bringen.

Die Art nun, wie eine Libelle (d. h. eine solche Vorrichtung, wodurch man, vermittelst der Oberfläche des Wassers den horizontalen Stand einer Linie erfahren kann) mit dem Fernrohre zu dieser Absicht verbunden werden müßte, läßt sich im wesentlichen aus der Xten Figur ansehen.

I. Man gedenke sich in dieser Figur das Fernrohr so, wie es bey dem verticalen Stande eines Winkelmessers erscheinen würde. OO sey also die um den Mittelpunkt des Winkelmessers bewegliche Alhidadenregel, und H, H, ein paar Hülsen durch Schrauben auf sie befestigt,

festigt, dergestalt, daß das durchgesteckte Fernrohr XX, der Ebene des Werkzeugs parallel sey*); m, m, sind Schrauben, die man nach Gefallen anziehen und nachlassen kann;

II. Um die Ase des Fernrohrs genau horizontal stellen zu können, so sey P eine gläserne, etwa 6 Zoll lange cylindrische Röhre, die an beyden Enden genau verschlossen, und mit Weingeist gefüllt sey, doch so, daß eine Luftblase, oder vielmehr ein wasserleerer Raum $\alpha\beta$, darinn bleibe, wodurch die horizontale Lage, oder die Oberfläche des Wassers abgebildet wird. Ich will nun erstlich zeigen, wie diese Libelle P gehörig mit dem Fernrohre verbunden seyn muß, und um die Beschreibung nicht zu unterbrechen, die nöthigen Erfordernisse einer guten Libelle hernach nachfolgen lassen.

III. N, Q sind ein paar messingene Hülßen, die die cylindrische Röhre des Fernrohrs genau

*) Ich habe schon im vorhergehenden (S. 100) erinnert, daß bey Höhenmessungen die Rippregel nicht mit Vortheil zu gebrauchen ist, sondern man in solchem Falle die Vorrichtung K T Z (I Theil Tab V. Fig. LXVI.) lieber von der Alhidadenregel wegnimmt, und statt ihrer ein paar Hülßen auf die Alhidadenregel befestigt, damit das durchgesteckte Fernrohr der Ebene des Nans parallel werde, und nicht, wie bey der Rippregel, auf und nieder beweglich sey.

nau umfassen, und auch durch ein paar Schrauben n, n , nach Gefallen festgehalten werden können.

IV. An der Hülse Q , ist eine Vorrichtung angelöthet, die bey c ein Zirkelgewinde hat, woran sich eine messingene Hülse R befindet, wodurch das eine Ende der Libelle gesteckt ist.

V. Die Libelle um das Zirkelgewinde auf- und nieder zu bewegen, dienet die Stellschraube Kr , welche völlig von eben der Beschaffenheit und Zusammensetzung ist, wie die (S. 99. 10.) beschriebene Micrometerschraube, daher ich weiter keine Erläuterungen beizufügen habe, und auch alles aus der Zeichnung deutlich zu ersehen ist. — Die messingene Hülse M , in die das andere Ende der Libelle verküttet oder sonst gut befestigt ist, trägt einen Ansatz v , welcher für die Stellschraube Kr die Mutter abgiebt — an dem Ansatz v , befindet sich aber, wie aus Fig. XI. deutlicher zu ersehen ist, ein etwas dünneres prismatisches Stück s , welches bey Wendung der Stellschraube Kr sich in einem Schlitze auf- und niederschiebt, welcher in der aufrechtstehenden Wand, des auf die Hülse N gelötheten Kniees dpq , eingeschnitten ist, wie aus Fig. XII. deutlicher erhellet. Die Absicht davon ist, daß bey Umwendung der Stellschraube, nicht die geringste Wankung zu befürchten sey,

sey, und die Libelle sich desto genauere in einer einzigen Ebene auf: und nieder treiben lasse.

VI. Dieß ist die ganze Vorrichtung, wie eine Libelle mit dem Fernrohre ohngefähr verbunden seyn muß, wenn sie sich soll gegen des Fernrohres Ase verrücken lassen. Wenn man die Libelle von dem Fernrohre abnehmen will, so darf man nur die Röhre V, worinn sich das Ocularglas des Fernrohres befindet, abnehmen, und dann das Fernrohr nach der Richtung XXN durch die Hülsen H, H, schieben; Hierauf werden sich gar leicht die beyden Hülsen N, Q, woran sich die Vorrichtung für die Libelle befindet, von der Röhre des Fernrohres nach der Richtung NXQ abschieben lassen.

VII. Uebrigens sehen wir bey dem Gebrauche, den wir in der Folge von der Libelle machen, immer voraus, daß die Ase $\nu\mu$ der Libelle, so genau als möglich, sich mit der Ase des Fernrohres, in einer und derselben Ebene befinde; Eine Forderung, welche von dem Mechanico gar leicht bewerkstelliget werden kann; unter der Ase des Fernrohres verstehe ich hier die Ase, um die sich das Fernrohr drehet, wenn man es in den Hülsen H, H herumwendet.

Nöthige Eigenschaften einer guten Libelle.

§. 153. I. Die innere Höhlung der Glasröhre muß so genau als möglich, cylindrisch seyn, und daher mit besonderer Vorsicht ausgeschliffen und poliret werden; Eine Bedingung, welche zwar so gar leicht nicht zu erfüllen stehet, aber von einem geschickten Künstler doch immer erhalten werden kann. Glasröhren, so wie sie aus der Hütte kommen, werden selten die erwähnte Eigenschaft besitzen, indem dieselben bald eine kegelförmige Höhlung, bald andere Ungleichheiten und Beulen haben; daher ist das Ausschleifen, vermittelst eines metallenen cylindrischen Kolbens und feinen Schmirgels, sehr zu empfehlen, wenn die Libelle gut seyn soll. Der Mechanicus Brandt (Siehe Picards Abhandl. vom Wasserwägen, übers. durch Hrn. Lambert pag. 295.) machte Glasröhren durchs Ausschleifen so gerade, daß sie auf die geringste Neigung einen Ausschlag gaben. (Hieher gehört auch das Verfahren des Hrn. Chezy (DE LA LANDE *Astronomie* Tom. II. §. 2399.) welcher sich zum Ausschleifen eines gläsernen Kolbens bedient, der nachher bey der Politur mit Papier überzogen wird, wodurch Hr. Chezy versichert, eine Libelle von 1 Schuh Länge fertig zu haben; welche auch bey einer Neigung von einer Secunde einen Ausschlag gab). Man kann zwar konische Röhren, wenn sie nur rein
von

von Beulen sind, auch zu Libellen gebrauchen, allein ihre Prüfung und Berichtigung erfordert besondere Kunstgriffe, die zwar sehr gut in Meisters Abhandlung von Libellen *Comment. Soc. Reg. Goetting. T. VII.* vorgetragen, aber doch für die Ausübung immer sehr beschwerlich sind. Die Libelle, von der ich in diesem Kapitel rede, wird als vollkommen cylindrisch angenommen, oder ihre Abweichung von der cylindrischen Gestalt wenigstens so geringe gesetzt, daß man keinen merklichen Fehler zu befürchten hat.

A n m e r k u n g.

Wenn man Glasröhren, deren man sich allezeit mehrere von einer Glashütte kommen lassen kann, um darunter die Wahl zu einer schicklichen Libelle treffen zu können, prüfen will, ob sie vollkommen cylindrisch sind, oder doch so wenig davon abweichen, daß sich die Abweichung durch das Ausschleifen vollkommen verbessern läßt, so können sie nach einem Verfahren, welches Hr. Lutz (Anweisung das Eudiometer des Hrn. Abt von Fontana zu verfertigen, und zum Gebrauche bequemer zu machen. Nürnberg. und Leipz. 1784.) bey Eudiometerrohren anwendet, auf folgende Art kalibriert, d. h. in Ansehung ihrer durchgehends gleichen Weite untersucht werden. Erstlich prüfet man

man eine Glasröhre mit einem guten Lasterzirkel (einem Zirkel, dessen Spitzen in einen Bogen gekrümmt sind) von aussen, und untersucht, ob man nicht ein Stück (z. E. von 6 bis 8 Zollen) von gleicher Dicke an ihr finde. Denn wenn die Röhren aussen eine gleiche Weite haben, so sind sie auch gewöhnlich innen gleich weit. Nachdem verstopfet man die Glasröhre an dem Orte, wo man ihre innere Weite noch genauer untersuchen will, mit einem Korkstößel auf das beste, und gießet eine abgemessene Portion Quecksilber in sie. Das Quecksilber misset man am leichtesten, wenn man eine ohngefähr zwey Linien weite und an einem Ende zugeschmolzene Glasröhre mit Quecksilber so weit anfüllt, daß es überläuft. Man muß aber das Maas so groß machen, daß das Quecksilber in der zu untersuchenden weiten Röhre etwa eine anderthalb Zoll hohe Säule einnehmen würde. Nun stellet man die weite Röhre, nachdem aus der obgedachten engeren das Quecksilber in sie hineingegossen worden, senkrecht auf einen Tisch, setzt einen etwas starken und großen hölzernen Winkelhaaken auch auf den Tisch neben sie an, und bezeichnet an dem Winkelhaaken den Stand des Quecksilbers, (woben man sich allemahl nach dem scharfen Rande, womit die Oberfläche des Quecksilbers die innere Fläche der Glasröhre schneidet, richten muß). Nach diesem füllt man

man auf diese erstere Quecksilberportion in der weiten Röhre, wieder eben so viel Quecksilber, als das erstere mahl, und bemerkt abermahl an dem Winkelhaaken den Quecksilberstand in der Röhre. Dies Verfahren setzt man so lange fort, als man es für nöthig findet. Stehen nun die Punkte, die man an den Winkelhaaken gemacht hat, gleich weit von einander ab, so hat die Röhre, so weit man sie untersucht hat, gleiche Weite. Sollte die Röhre nur um sehr wenig weiter oder enger werden (wie man sehen kann, je nachdem die Punkte auf dem Winkelhaaken näher zusammen, oder weiter von einander kommen) so schadet dieses nichts, indem dieser Fehler (durch das Ausschleifen) verbessert werden kann." Man schneidet nun die Röhre, so weit man sie für gut befunden (und zur Libelle anwenden will) vermittelst des Einschnitts einer scharfen dreyeckigten Feile, ab, und schleift sie aus.

Dieses Ausschleifen scheint bey dem ersten Anblicke ein schweres Geschäfte zu seyn. Allein nach Hrn. L. Versicherung kann es durch eine Vorrichtung, die er a. a. O. beschreibt, ohne große Mühe bewerkstelligt werden. Ich habe den Versuch gleichfalls gemacht, und kann versichern, daß es mir sehr gelungen ist.

Nicht selten findet man durch das eben erwähnte Kalibrieren, vermittelst des Quecksilbers,

bers, Stücke an einer ganzen Glasröhre, die keines weitem Ausschleifens bedürfen, und für vollkommen cylindrisch angenommen werden können. Das Ausschleifen ist indessen immer gut, weil die Glasröhre im innern kleine Ungleichheiten haben kann, die das Kalibrieren nicht entdeckt, durch das Schleifen aber weggebracht werden. Auch gewinnt die Beweglichkeit des Flüssigen in der Libelle, wenn sie ausgeschliffen worden ist. Indessen sind unausgeschliffene zum gewöhnlichen Gebrauche in der praktischen Geometrie doch auch gut. Das Füllen und Zublasen der Libelle kann man sich von einem Barometermacher weisen lassen.

II. Die Länge der Glasröhre muß wenigstens 5 bis 6 Zoll betragen, wenn sie die gehörige Empfindlichkeit haben soll; indessen kommt es hauptsächlich auch

III. Auf die Länge $\alpha\beta$ der Luftblase an, die gegen die ganze Länge der Röhre ein bestimmtes Verhältniß haben muß, wenn die Libelle ihre gehörige Empfindlichkeit haben soll. Ist nemlich die Blase allzuklein, so hängt sie sich gar zu leicht an, und verursacht eine Trägheit der Libelle. Ist aber die Blase zu groß, so wird die Libelle zu empfindlich, und es hält schwer, sie in den gehörigen Stand zu bringen.

Die Erfahrung hat mich gelehrt, daß, wenn die Röhre 5 bis 6 Zoll lang ist, die schicklichste Größe der Luftblase etwa $\frac{3}{4}$ oder 1 Zoll betragen muß, und wenn bey diesen Umständen die Libelle gut ausgeschliffen ist, so muß sie auf eine Erhöhung oder Vertiefung von einigen Secunden schon einen merklichen Ausschlag geben, welches eine Genauigkeit ist, die man bey gewöhnlichen Höhenmessungen in der praktischen Geometrie selten vonnöthen hat.

IV. Der Weingeist, womit die Röhre gefüllet wird, muß sehr rein und gut, auch nicht gefärbt seyn, und in der Folge der Zeit keinen Saß von Unreinigkeiten in der Röhre zurücklassen. Auch dürfen sich innen an die Röhre nicht Fettigkeit, Staub, oder andere Unreinigkeiten angelegt haben.

Wie man eine cylindrische Libelle mit dem Fernrohre parallel machen könne.

§. 154. Grundf. I. Wenn die Röhre der Libelle (Fig. X.) cylindrisch, und ihre Ase $\nu\mu$, mithin auch ihre Seitenlinien ef , $\varepsilon\varphi$, der Ase des Fernrohres gleichlaufend sind, so erhellet, daß, wenn beyde Axen sich in einer gemeinschaftlichen Verticalebene befinden, und die Luftblase $\alpha\beta$, oder die Wasserfläche der Libelle in der Mitte der Seitenlinie ef erscheint, also ef horizontal steht, alsdann auch die
mit

mit ef oder $\varepsilon\phi$ parallele Ase des Fernrohrs die Horizontallage haben werde, und daß umgekehrt, wenn die Ase des Fernrohrs horizontal ist, auch nothwendig die Luftblase $\alpha\beta$ in der Mitte von ef erscheinen müsse, so bald ef mit der Ase des Fernrohrs gleichlaufend ist. Ist sie es nicht, so kann bey der Horizontallage des Fernrohrs, $\alpha\beta$ nicht in der Mitte von ef erscheinen, oder wenn sie in der Mitte von ef erscheint, so wäre alsdann des Fernrohrs Ase nicht horizontal.

Grunds. II. Sind die (I) erwähnten Linien und Axen gleichlaufend, und die Libelle ef horizontal, so wird sie auch die Horizontallage behalten, wenn man das Fernrohr innerhalb der Hülfsen H, H , um seine Ase drehet, so daß die daran befestigte Libelle nunmehr unterhalb des Fernrohrs in die umgekehrte Lage $e' \phi' e' f'$ kommt. Alsdann wird sich nemlich die Luftblase in der Mitte der Linie $e' \phi'$ (welche bey der erstern Lage der Libelle die untere Seitenlinie war) zeigen, und die Libelle wird nun auch in der Lage $e' \phi' e, f'$ horizontal seyn, vorausgesetzt, daß das Fernrohr horizontal blieb, und nicht, während daß man es in den Hülfsen H, H , wendete, durch einige Verückung der Alhidadenregel, aus seiner Lage gekommen ist.

III. Diese beyden Sätze sind so klar, daß sie keines Beweises bedürfen, und geben ein sicheres Mittel ab, zu untersuchen, ob die Wasserfläche $\alpha\beta$, oder die Seitenlinien ef , $\varepsilon\varphi$, mithin auch die Aze der Libelle, der Aze des Fernrohres parallel sind, oder nicht.

IV. Ist nemlich die Luftblase $\alpha\beta$ bey der Lage der Libelle ef $\varepsilon\varphi$, zwar in der Mitte von ef , aber nicht in der Mitte von $\varepsilon\varphi$, nachdem durch Umwendung des Fernrohres die Libelle in die Lage $\varepsilon'\varphi'$ $e'f'$ gebracht worden, (II) so zeigt dieses an, daß die Aze des Fernrohres nicht mit der Wasserfläche $\alpha\beta$, mithin auch nicht mit der Aze, und mit den Seitenlinien ef , $\varepsilon\varphi$, der Libelle, parallel sey, sondern daß dieselbe mit der Aze der Libelle einen gewissen Winkel mache.

V. Es sey (Fig. XIII.) ef die Libelle, und nx die Aze des Fernrohres, welche mit der Libelle einen Winkel $eyn = \alpha$ mache; Die Linien ne , fx , die auf nx senkrecht gezogen worden, mögen die Verbindungslinien der Libelle mit dem Fernrohre ausdrücken. — Nun sey die Ebene $enfx$ vertical, und die Luftblase $\alpha\beta$ erscheine in der Mitte von ef , so ist die Richtung ef horizontal, und die verlängerte Aze des Fernrohres macht mit der Horizontallinie ey einen Winkel $= \alpha$.

VI. Man stelle sich nun vor, die Aze $n x$ bleibe unverrückt, um dieselbe werde aber die Ebene $n e f x$ dergestalt gedrehet, daß sie in die Lage $n e \phi x$ komme, und abermahls vertical sey, so wird die Libelle $e f$ in die Lage $e \phi$ kommen, und mit der in der Ebene $e n \phi x$ durch e gezogenen Horizontallinie $p e t$ einen Winkel $y e t = 2. f y x = 2. \alpha$ machen. Die Luftblase würde also nicht in der Mitte von $e \phi$ stehen bleiben, sondern hier von e nach ϕ heraufsteigen und bey ϕ hängen bleiben.

VII. Dieser Satz nun, daß, wenn bey der ersten Richtung $e f$ die Libelle horizontal ist, dieselbe nach der geschehenen Umwendung des Fernrohres, in der Lage e, ϕ , mit dem Horizonte einen Winkel macht, der doppelt so groß ist, als der, welchen die Aze des Fernrohres mit der Libelle macht, wird uns ein leichtes Mittel an die Hand geben, die Aze des Fernrohres sehr genau in eine horizontale Stellung zu bringen, und der Libelle parallel zu machen; das Verfahren bestehet in folgendem.

VIII. I. Man stelle den Winkelmesser gehörig auf sein Stativ, und bringe die Ebene desselben in eine verticale Lage, welches dadurch geschieht, daß man das Werkzeug so lange in der zugehörigen Nuß herumwendet, bis ein Loth $w z$ (Fig. XIV.), welches man längst der Ebene des Randes herabhängen läßt,

läßt, den Rand bey a, b frey berührt, ohne sich an demselben zu reiben.

Die XIV. Figur stelle also solchergestalt den Winkelmesser in einer verticalen Lage vor; nx dessen Fernrohr, und ef die daran angebrachte Libelle; MK die Micrometerschraube, die die Alhidadenregel, mithin auch das Fernrohr regiert.

2. Ich setze nun, daß man die Libelle ef, mittelst der Hülsen N, Q (Fig. X,) in eine solche Lage gebracht habe, daß sie sich oberhalb des Fernrohres befinde, und wenigstens so genau, als es nach dem Augenmaasse geschehen kann, mit der Ase des Fernrohres in einer und derselben Verticalebene liege.

3. Wenn dieß geschehen ist, mache man, mittelst der Stellschraube kr, Fig. XIV, wenigstens nach dem Augenmaasse die Libelle ef, dem Fernrohre nx parallel, und bringe demnächst, durch Umdrehung der Alhidadenregel, das Fernrohr in eine solche Richtung, daß die daran befestigte Libelle ef genau horizontal stehe, und folglich die Luftblase $\alpha\beta$, in der Mitte erscheine.

5. In dieser Lage bleibe das Fernrohr unverrückt, und man befestige daher die Alhidadenregel an den Rand.

6. Da nun die Libelle bereits nach dem Augenmaasse mit dem Fernrohre parallel ist, so wird die Ase des Fernrohres mit der horizontalen Richtung der Libelle nur einen sehr kleinen Winkel $= \alpha$ (V) machen.

7. Um den Werth von α zu finden, lasse man die Ebene des Werkzeugs, und die Alhidadenregel in unverrückter Stellung, löse die beiden Schrauben m, die das Fernrohr in den Hülfsen H, H Fig. X. festhalten, und wende hierauf nach (VI) das Fernrohr n x (Fig. XIV) mit der daran befestigten Libelle, um seine unbewegliche Ase, bis die Libelle unterhalb des Fernrohres in die Lage $\varepsilon \phi$, und zwar nach dem Augenmaasse mit der Ase des Fernrohres in einer und derselben Verticalebene zu liegen komme.

8. In dieser Lage $\varepsilon \phi$ wird die Luftblase nicht in der Mitte stehen bleiben, (es müßte denn durch einen sehr seltenen Zufall, die Libelle mit dem Fernrohre, nach dem Augenmaasse, genau parallel geworden seyn) sondern hier z. E. von ε nach ϕ heraufsteigen, und

9. Die jetzige Richtung $\varepsilon \phi$, wird mit der Horizontallinie εt einen Winkel $= 2 \cdot \alpha$ machen (VII).

10. Es ist klar, daß, wenn man jetzt die geneigte Libelle $\varepsilon \phi$ in eine horizontale Lage bringen wollte, solches durch Umdrehung der Alhidaden:

dadenregel geschehen könnte; Man müßte nemlich, durch Umdrehung der Alhidadenregel, die Lage des Fernrohres, mithin auch zugleich die Richtung der Libelle $\varepsilon\phi$ um den Winkel $2 \cdot \alpha$ verändern, und weil hier in der Figur die Luftblase bey ϕ hängen bleibt, also ϕ höher liegt, als ε , so müßte man die Alhidadenregel so drehen, daß das Ende ϕ , niedriger zu liegen, das entgegengesetzte ε aber in die Höhe käme, bis ε, ϕ beyde in einer Horizontallinie lägen.

11. Da nun der Winkel $\phi\varepsilon t = 2 \alpha$ nur klein seyn wird, so kann man die Wendung der Alhidadenregel bloß vermittlest der Micrometerschraube MK bewerkstelligen. Man wende also MK herum, bis die Alhidadenregel so viel verrücket worden, daß $\varepsilon\phi$ in eine horizontale Richtung gekommen ist, so werden die gezählten Umdrehungen der Micrometerschraube den kleinen Winkel $\phi\varepsilon t = 2 \alpha$ geben, den die geneigte Richtung der Libelle $\varepsilon\phi$ mit der Horizontallinie εt machte.

12. Die Hälfte der gefundenen Umdrehungen giebt den Winkel α , oder die Neigung der Libelle gegen die Axe des Fernrohres (VII).

13. Wenn man sich in Fig. XIII. die Lage der Libelle $\varepsilon\phi$ vorstellet, wie sie mit der Horizontallinie εt den Winkel $\phi\varepsilon t = 2 \alpha$ macht, so wird hingegen das Fernrohr $n x$ mit der
Hori:

Horizontallinie $t \varepsilon p$ nur einen Winkel $n p \varepsilon = \frac{1}{2} \varphi \varepsilon t = \alpha$ machen. Wird daher nach dem Verfahren (II) das Fernrohr $n x$ mit der daran befestigten Libelle, um das Centrum o , mittelst Umwendung der Micrometerschraube, gedrehet, bis die Libelle $\varepsilon \varphi$ horizontal geworden ist, so hätte man nur halb so viel Umdrehungen nöthig gehabt, das Fernrohr $n x$ in die horizontale Richtung zu bringen, weil die Libelle $\varepsilon \varphi$ gegen die Horizontallinie um einen Winkel $\varphi \varepsilon t$ geneigt ist, der doppelt so groß ist, als der $n p \varepsilon$, welchen des Fernrohrs Richtung mit der Horizontallinie macht. Hätte man also, um der Libelle $\varepsilon \varphi$ die horizontale Lage zu verschaffen, die Micrometerschraube $M K$ (Fig. XIV.) 3. E. 8 mahl herum drehen müssen, so drehe man, nachdem die Libelle horizontal geworden, wieder 4 Umdrehungen rückwärts, so wird demnächst das Fernrohr $n x$ horizontal seyn, die Libelle aber nur einen Winkel $= \alpha$ mit der Horizontallinie machen.

14. Nachdem nun solchergestalt in (13) das Fernrohr einmahl eine horizontale Lage bekommen hat, so wird man demnächst auch gar leicht die Libelle $\varepsilon \varphi$ dem Fernrohre parallel machen können; Man lasse nemlich das Fernrohr unverrückt in seiner horizontalen Lage, und drehe ganz sanft die Stellschraube $k r$, welche sich jekzo bey z befinden wird, herum, bis die Luftblase in der Mitte von $\varepsilon \varphi$ ruhig stehen

stehen bleibt, so ist auch in dem Augenblicke die Libelle horizontal, folglich dem horizontalen Fernrohre parallel.

15. Auf diese Art kann man also sehr sicher die Libelle mit dem Fernrohre parallel machen, besonders wenn man die Vorschrift wiederholt, und die Libelle aus ihrer untern Lage, wieder oberhalb des Fernrohres, in die Lage *ef* bringt, in der sie auch noch horizontal seyn muß, wenn bey dem bisherigen Verfahren nicht kleine Fehler begangen worden sind. Entdeckt man solchergestalt einige Unrichtigkeit, so muß man die Arbeit (10 — 14) von neuem vornehmen, bis endlich die Luftblase immer in der Mitte der Libelle ruhig stehen bleibt, man mag die Libelle um das Fernrohr drehen, wie man will. — Die wichtigste Vorsicht, die man übrigens noch dabey zu beobachten hat, ist, daß die Ebene des Werkzeugs während der Operation in einer unverrückten Lage bleibe.

16. Wenn nun ein für allemahl die Libelle mit dem Fernrohre parallel gemacht worden ist, so ist es demnächst leicht, an jedem Orte, wo man das Werkzeug hinbringt, sogleich die horizontale Lage des Fernrohres zu erhalten. Man darf nemlich die Alhidadenregel nur so lange herumwenden, bis die Luftblase in der Mitte der Libelle ruhig stehen bleibt, so ist in dem Augenblicke auch das Fernrohr horizontal.

Beym

Beim Forttragen des Werkzeugs von einer Station auf dem Felde, zur andern, muß man aber davor sorgen, daß sich unterdessen die Libelle an dem Fernrohre nicht verrücke, und folglich aus ihrer parallelen Lage komme.

17. Das bisherige Verfahren, eine cylindrische Libelle dem Fernrohre parallel zu machen, wird man bey wirklicher Handanlegung sehr leicht und bequem finden. — Sonst giebt es aber auch noch andere Methoden, die aber im wesentlichen alle auf einer Umkehrung des Fernrohrs, oder der Libelle beruhen. Das Brandersische Verfahren sehe man in Picards Abhandl. vom Wasserwägen, mit Lamberts Beyträgen, S. 294.

Ich wende mich nun nach den bisherigen Vorbereitungen zu folgender

Aufgabe.

§. 155. Einen Winkel pOa (Fig. IX) der sich in einer Verticalebene befindet, auszumessen. Der eine Schenkel desselben Oa wird horizontal angenommen (§. 151.).

Auflösung.

I. Man setze den Winkelmesser (§. 99) gehörig auf den Zapfen S seines Stativs, (§. 99.

99. 17.) und bringe die Ebene des eingetheilten Randes, durch Hülfe der Nuß, in eine verticale Lage, wie oben (S. 154. VIII.).

II. Ich setze nun zum voraus, daß durch einen Versuch die Libelle bereits mit dem Fernrohre in eine parallele Lage gebracht worden ist.

III. Man drehe zugleich in (I) das Werkzeug auf dem Zapfen des Stativs so lange, bis der verticalgestellte Rand des Winkelmessers so stehet, daß, wenn man das Fernrohr nach dem Objecte P hinrichtet, solches in dem Durchschnitte der beyden Kreuzlinien, oder in der Aze des Fernrohres (S. 104.) erscheint. Wenn dieses bewerkstelliget ist, so sagt man, die Ebene des Winkelmessers sey in die Verticalebene des auszumessenden Winkels POa eingerichtet worden.

IV. Nach dieser Operation bringe man den Index des Vernier genau an den Punkt 0° der Eintheilungen des Randes, und befestige die Alhidadenregel an den Rand.

V. Man löse an dem Werkzeuge die S. 99. 16. und I. Zhl. Tab. V. Fig. LIX. mit L bezeichnete Schraube, so wird man das verticalgestellte Werkzeug um den Zapfen der Nuß, der jetzt horizontal ist, herum wenden können, so, daß die Ebene des Werkzeugs beständig vertical bleibt. Man kann solchergestalt durch Wendung des ganzen

ganzen Werkzeuges es dahin bringen, daß das auf 0° gestellte Fernrohr (IV) genau in eine horizontale Lage Lt Fig. IX. zu liegen kommt. Dies wird nemlich geschehen, wenn die Luftblase der Libelle in der Mitte derselben einspielt. In dem Augenblicke, da dieses geschieht, ziehe man die Schraube L wieder an, damit das Fernrohr unverrückt in seiner horizontalen Lage bleibe. Sollte, w^{er}d daß man die Schraube L anziehet, das Fernrohr wieder etwas aus der horizontalen Lage kommen, so bediene man sich der (§. 99. ^{12.}) genannten Stellschraube Wz, so wird man, durch eine sanfte Bewegung des vertical gestellten Winkelmessers, dem Fernrohre wieder völlig genau die horizontale Stellung verschaffen können.

VI. Es ist also durch das bisherige Verfahren der Winkelmesser genau vertical gestellt worden, und das Fernrohr tOL Fig. IX. hat eine horizontale Lage, bey der zugleich der Index des Vernier auf 0° stehet.

VII. Man lasse also an dem Werkzeuge alles in unverrückter Stellung, löse die Alhidadenregel, und drehe dieselbe, bis man in des Fernrohres Axe mOn, (in welcher sich der Durchschnitt der beyden Kreuzlinien im Brennpunkte des Fernrohres (§. 104) befinden muß) das erhabene Object P erblicket, und in dem Augenblicke befestige man die Alhidadenregel wieder

wieder an den Rand, so wird man demnächst aus dem Bogen Lm , welchen der Index des Vernier beschrieben hat, das Maasß des Winkels LOm oder nOt , mithin die Elevation des Objects P über der Horizontallinie Ota erfahren.

VIII. Man kann hierauf, um sich von der Richtigkeit der Arbeit zu versichern, den Index des Vernier wieder zurück auf 0° führen, und untersuchen, ob in dieser Lage die Libelle noch horizontal stehet, ob folglich, während daß man das Fernrohr aus der horizontalen Richtung Lt in die mn brachte, sich die Ebene des Werkzeugs nicht verrücket hat; ein gleiches könnte man, vermittelst eines Probierfernrohres (S. 131. VIII.) erfahren, wenn das Werkzeug mit einem versehen wäre.

IX. Da von den beyden Kreuzlinien, welche sich im Brennpunkte des Fernrohres durchschneiden, die eine allemahl horizontal, die andere vertical ist, so ist es in (VII) eben nicht nöthig, daß das Object P gerade ganz genau in dem Durchschnitte dieser beyden Kreuzlinien selbst erscheine. Es ist ohne beträchtlichen Fehler hinreichend, wenn das Object nur in der horizontalen der beyden Kreuzlinien wahrgenommen wird, nahe um die Gegend, wo sie von der verticalen durchschnitten wird.

Anmerkungen.

§. 156. I. Der Winkelmesser, dessen Beschreibung wir in dem ersten Theile S. 99. gegeben haben, ist von der Beschaffenheit, daß die Grade von der linken Hand gegen die rechte gezählet werden — also auf dem verticalen Kreise Fig. IX. nach der Richtung LvntmL, Wenn folglich bey L, 0° stehet, und das Fernrohr hier aus der horizontalen Lage Lt in die elevirte mn gebracht wird, so durchläuft der Index des Vernier den Bogen Lm, aber nicht nach der Richtung, nach welcher die Grade gezählet werden, sondern rückwärts. Damit man nun die richtige Größe des Bogens Lm erfahre, so untersuche man, was nach der Richtung, nach der die Grade gezählet werden, der Index des Vernier bey m weist; Gesetzt, er wiese den Bogen von Lvntm = $355^{\circ} 10^{\prime}$, so ziehe man diesen Bogen von 360° ab, so erhält man die richtige Größe des Bogens Lm = $4^{\circ} 50^{\prime}$, das Maaß des gesuchten Winkels POa.

Man darf indessen nur die Ebene des Winkelmessers gehörig stellen, so wird man auch sogleich den Erhöhungswinkel, nach der Ordnung, nach welcher die Grade gezählet werden, erhalten können: wie wenn man z. E. die Ebene des Winkelmessers in der Lage betrachtete, in der die LVIII. Figur auf der V. Kupfer:

Kupferplatte des ersten Theiles dieser practischen Geom. erscheinen würde, wenn man sie vertical, aber umgekehrt, vor sich hätte, so daß der Kopf M der Micrometerschraube zu unterst wäre. Dann erhellet, daß, wenn man die Alhidadenregel OO aus der Horizontallage erhebe, der Index auf dem Rande nach der Ordnung der Grade gehen würde.

II. 1. Eine der wichtigsten Eigenschaften bey Messung der Verticalwinkel, ist, daß der Durchschnitt der beyden Kreuzlinien im Brennpunkte des Fernrohres (§ 104) ganz genau in der Aze desselben (§. 152. VII) liege und folglich auch die horizontale der beyden Kreuzlinien durch des Fernrohres Aze gehe. Man kann sich davon gehörig versichern, wenn man das Fernrohr nach einem gewissen Objecte so richtet, daß der erwähnte Durchschnitt einen gewissen kennlichen Punkt des Objects decket, hierauf das Fernrohr innerhalb der Hülsen H, H, Fig X. herumwendet, und untersucht, ob der erwähnte Durchschnitt den bemerkten Punkt des Objects nicht verläßt. Da nemlich bey Umwendung des Fernrohres dieser Durchschnitt um die wahre Umdrehungsaxe des Fernrohres einen Kreis beschreiben muß, wenn er nicht in des Fernrohres Aze selbst fällt, so wird er also auch nicht bey der Umdrehung des Fernrohres um seine Aze, immer einerley Punkt eines

eines Objects decken können. Um nun die Abweichung desselben von der Umdrehungsaxe des Fernrohrs zu finden, richte man das Fernrohr an dem vertical gestellten Winkelmesser, vermittelst der Libelle, horizontal, und lasse an einem in der Ferne abgesteckten Stabe einen Punkt bezeichnen, welchen der obgedachte Durchschnitt der Kreuzlinien (oder die horizontale der beyden Kreuzlinien) deckt. α , Tab. VII. Fig. LXXXII. sey im Brennpunkte des Fernrohrs dieser Durchschnittspunkt, no des Fernrohrs Umdrehungsaxe, horizontal nach der mit no parallelen Libelle ef (welche ich jetzt oberhalb des Fernrohrs annehme) gestellt. Bey o sey in der Ase no vor des Fernrohrs Ocularglase, das Auge, also oa die Visirlinie, welche bey i , an dem entfernten Stabe iy , den Punkt i , decke.

2. Nun drehe man das Fernrohr um seine unbeweglich bleibende Ase on , so, daß die mit on parallele Libelle in die untere Lage $\varepsilon' \varphi'$ komme, so wird alsdann α in dem Fernrohre nach α' kommen, und die Visirlinie oa' , wird nunmehr auf den Punkt g des Stabes treffen, wo denn der Winkel $io'g$ dem doppelten Abweichungswinkel ion oder αon des Durchschnittspunktes α von der Ase on des Fernrohrs, gleich seyn wird.

3. Um

3. Um diesen Abweichungswinkel nunmehr zu finden, lasse man die Libelle unterhalb des Fernrohrs, und drehe die Alhidadenregel, vermittelst der an ihr befindlichen Micrometerschraube, bis die Visirlinie wiederum den Punkt i bedeckt, und zähle die Umdrehungen der Micrometerschraube, so hat man, wenn solche in Minuten und Secunden verwandelt werden, das Maasß des Winkels $\alpha' \text{ o } \alpha$ dessen Hälfte, den Abweichungswinkel oder den Collimationsfehler $\alpha \text{ o } n$ geben wird.

4. Dieser Abweichungswinkel ist nun die Correction, welche man in jedem Falle, bey Messung eines Elevationswinkels, in Betrachtung ziehen muß, um aus dem gemessenen Elevationswinkel den wahren zu finden.

5. Ob diese Correction additiv oder subtractiv ist, entscheidet sich so:

In gegenwärtiger Figur ist angenommen worden, daß, wenn die Libelle ef oberhalb des Fernrohrs ist, auch der Visirpunkt α oberhalb der Aze on liege.

6. Kommt nun die Libelle in die untere Lage $\epsilon' \phi' (2)$, so liegt auch der Visirpunkt α' nunmehr unter on , und wenn man daher das Fernrohr, vermittelst der Micrometerschraube, drehet, daß die Visirlinie wieder den Punkt i deckt, also α' in die Lage α kömmt, so wird

wird sich zugleich die mit dem Fernrohre verbundene Libelle aus der Horizontallage erheben, und die Luftblase wird nach der Richtung $\varphi' \varepsilon'$, also hier von der rechten Hand gegen die linke in die Höhe steigen.

7. Umgekehrt wird also, wenn dieß geschieht, dieß ein Merkmal seyn, daß bey der Lage $\varepsilon' \varphi'$ der Libelle, der Visirpunkt unterhalb der Axe des Fernrohres, bey der Lage $\varepsilon \varphi$ der Libelle hingegen, oberhalb der Axe sich befinden werde.

8. Nähme man hingegen an, daß der Visirpunkt unterhalb on falle, wenn die Libelle oberhalb on ist, so würde, nachdem das Fernrohr um seine Axe gedreht wird, und $\varepsilon \varphi$ die Lage $\varepsilon' \varphi'$ bekommt, der Visirpunkt alsdann über der Axe on liegen, und bey dem Verfahren (2 — 4) müßte alsdann die Luftblase der Libelle von ε' nach φ' , also nach der entgegengesetzten Richtung, heraufsteigen.

9. Also bloß an der Bewegung der Luftblase bey dem bisherigen Verfahren (1 — 8) kann man sehen, ob bey der Lage $\varepsilon \varphi$ der Libelle, der Visirpunkt z im Fernrohre ober- oder unterhalb der Axe on liegen wird.

Bei Ausmessung eines Elevationswinkels hat man nun gewöhnlich die Libelle oberhalb dem Fernrohre, also in der Lage $\varepsilon \varphi$.

10. Wenn demnach unter diesen Umständen α über $\alpha_0 n$ fällt, so ist klar, daß ein gemessener Elevationswinkel allemahl um den Abweichungswinkel $\alpha_0 n$ zu klein seyn wird, und daß also $\alpha_0 n$ zu dem beobachteten Elevationswinkel addiret werden muß, um den wahren zu erhalten. Und so erhellet demnach, unter welchen Umständen die Correction subtractiv seyn werde.

II. Da es etwas schwer hält, den Visirpunkt in einem Fernrohre genau in der Umdrehungsaxe desselben zu erhalten, so wird man das bisherige Verfahren, den Abweichungswinkel zu finden, wohl nicht für überflüssig halten.

III. Alles bisherige setzt zum voraus, daß die Libelle cylindrisch, und der Axe des Fernrohres gleichlaufend sey. Da zumahl die erstere Bedingung nicht immer in der gehörigen Schärfe statt finden möchte, auch überhaupt die Untersuchung, ob eine Libelle, deren Röhre man nicht selbst hat kalibrieren können, vollkommen cylindrisch sey, etwas beschwerlich seyn möchte, so will ich jetzt zeigen

Wie man den wahren Elevationswinkel eines Gegenstandes über der Horizontalfläche finden könne, die Libelle sey beschaffen, wie man wolle, cylindrisch oder konisch, der Aye des Fernrohrs gleichlaufend oder nicht, und der Visirpunkt im Fernrohre falle in die Aye des Fernrohres oder ausserhalb derselben.

1. Ich setze voraus, das winkelmessende Werkzeug bestehe aus einem ganzen Kreise, oder wenigstens doch aus einem Bogen, der einige Grade mehr 180 messe.

2. Begreiflich wird das Fehlerhafte in Ansehung der Libelle und des Visirpunktes im Fernrohre, doch nicht so beträchtlich seyn, daß die Correction eines mit einem solchen Werkzeuge gemessenen Elevationswinkels mehrere Grade betragen sollte.

3. Eine Libelle sey nun beschaffen, wie man will, so ist klar, daß wenn die Luftblase $\alpha\beta$ xx (Fig. X. Tab. I.) sich irgendwo an einer Stelle $\alpha\beta$ der Libelle ruhig befindet, diese Stelle, oder vielmehr der Theil der Wasserfläche xx, wodurch die Luftblase von dem Flüssigen in der Libelle getrennt ist, so weit er gerade fortläuft, allemahl horizontal seyn wird. — Auf die untere Seitenlinie $\varepsilon\phi$ der Libelle kömmt in dem Folgenden gar nichts an, ob sie mit

ef gleichlaufend ist oder nicht, die Libelle also cylindrisch, oder wie man sonst will, gestaltet sey. Wenn ich bey den folgenden Untersuchungen von der Wasserfläche in der Libelle rede, so verstehe ich darunter allemahl die Oberfläche xx des Flüssigen in der Libelle, so weit als sie ohne merklichen Irrthum gerade fortläuft, oder eben ist, wie hier zwischen den Punkten x und x ; auf die Krümmungen $x\alpha$, $x\beta$ nehme ich hier keine Rücksicht. So ist demnach diese Wasserfläche xx , oder eine längs ihr gezogene gerade Linie allemahl horizontal, wie auch übrigens die Gestalt der Libelle seyn mag, vorausgesetzt, daß die Luftblase ruhig steht.

4. Wenn $\alpha xx\beta$ ohngefähr in der Mitte von ef steht, so bezeichne man auf ef die Stellen α und β , wo sich die Luftblase endigt, mit ein paar auf dem Glase eingerissenen Linien, damit man allemahl bey der Stellung des Fernrohres nach der Libelle, sich nach diesem Merkmale richten könne.

5. Es ist nemlich klar, daß, so oft die Luftblase wieder unter den bemerkten Stellen α , β , einspielet, die Aze, oder auch die Visirlinie des mit der Libelle fest verbundenen Fernrohres, mit der Wasserfläche xx , d. h. mit der Horizontalfläche, auch wieder denselben Winkel machen wird.

6. Nun

6. Nun sey (Fig. LXXXIV.) O der Mittelpunkt eines Winkelmessers, dessen vertical gestellte Ebene (§. 155. I.) erweitert durch den über der Horizontalfläche, erhabenen Gegenstand P gehe.

7. Man stelle den Index der Alhidadenregel auf 0° , wende die ganze Verticalebene des Werkzeuges um den horizontalen Zapfen der Nuß, und vermittelst der Schraube Wz (§. 99. 12), (welche jetzt dem Werkzeuge eine sanfte Bewegung in einer Verticalebene geben wird), bis die Wasserfläche der mit dem Fernrohre verbundenen Libelle zwischen den bemerkten Zeichen (4) einspielt, so wird hiedurch eine Horizontalfläche abgebildet, welche mit des Fernrohres Visirlinie, in dieser Lage einen Winkel mache, den ich $= \alpha$ nennen will.

xx stelle diese Wasser- oder Horizontalfläche vor, und oOn sey durch den Mittelpunkt des Werkzeuges eine gerade Linie, gleichlaufend mit der Visirlinie des Fernrohres, so wie $\rho O \tau$, gleichlaufend mit xx, eine durch den Mittelpunkt gehende Horizontalfläche abbilde.

8. So ist $\tau O n = \alpha$

POT der wahre Erhöhungswinkel des Gegenstandes über der Horizontalfläche, nOP aber derjenige, den das Werkzeug angiebt, indem durch Drehung der Alhidadenregel, des Fernrohres

rohres Visirlinie aus der Lage on , in die nach P kömmt.

9. Es sey $nOP = \phi$, so ist in gegenwärtiger Figur $\tau OP = \phi - \alpha$.

10. Nun werde auf eine ähnliche Art des Erhöhungswinkels Ergänzung zu 180° gemessen.

11. Man führe den Index der Alhidadenregel wieder auf 0° zurück, befestige sie an den Rand, und wende nun die ganze Ebene des Werkzeugs, so daß sie immer vertical bleibe, um den Zapfen S des Stativs (S. 155 I.), dergestalt, daß wenn man z. E. bey der bisherigen Operation, die Ebene des eingetheilten Randes zur linken Hand gehabt hätte, man sie jetzt, indem man durchs Fernrohr visirt, zur Rechten habe, so wird, wenn man alsdann auch zugleich, wie in (7) die Libelle wiederum einspielen läßt, das Fernrohr, oder die mit demselben parallele Linie on , jetzt die Lage ωv bekommen, dergestalt, daß wie zuvor bey o das Ocularglas, und on die Ziellinie war, jetzt bey ω das Ocular und ωv die Ziellinie seyn wird.

12. So wie nun zuvor (8), als das Fernrohr aus der Lage on in die nach P gedreht wurde, die Alhidadenregel auf dem Rande den Bogen $n\gamma$, oder den Winkel $nO\gamma = \phi$ beschrieb, so wird, wenn nunmehr das Fernrohr

rohr aus der Lage ωv in die Richtung nach P, bey der man den Gegenstand zum zweytenmahl in des Fernrohres Visirlinie wahrnimmt, kommen soll, die Alhidadenregel um den stumpfen Winkel $\nu O \gamma$, den man für die Ergänzung des spitzigen Winkels $n O \gamma$ zu 180° , nehmen wird, gedreht werden müssen, und so wie zuvor n den Bogen $n \gamma$ auf dem Rande beschrieb, so wird der gleichnamigte Punkt ν jetzt den Bogen $\nu o \gamma$ beschreiben.

13. Der Winkel $\rho O \gamma$ ist die Ergänzung des wahren Elevationswinkels $\tau O \gamma$ zu 180° , aber $\nu O \gamma = \psi$ derjenige, den das Werkzeug dafür angiebt, wo denn wiederum $\rho O \gamma = \psi - \alpha$ wie (9), weil ich voraus setze, daß die Libelle so mit dem Fernrohre verbunden sey, daß sie ihren Winkel α mit des Fernrohres Zielinie nicht ändere.

14. Da nun solchergestalt die Größen ϕ (9) und ψ (13) sich auf dem Rande des Werkzeugs unmittelbar ergeben, so wird sich hieraus der Abweichungswinkel α bestimmen lassen. Denn wegen

$$\tau O \gamma + \rho O \gamma = 180^\circ \text{ ist}$$

$$\phi - \alpha + \psi - \alpha \text{ oder } \phi + \psi - 2\alpha = 180^\circ$$

$$\text{Mithin } \frac{1}{2} (\phi + \psi) - 90^\circ = \alpha$$

D. h. Man ziehe von der halben Summe des observirten Elevationswinkels ϕ , und sei:
ner

ner angeblichen (13) Ergänzung ψ zu 180° , 90° ab, so hat man den Winkel, welchen des Fernrohrs Ziellinie mit der Wasserfläche der Libelle, also mit der Horizontalfläche, machen würde, in dem Augenblicke, da solche unter den bemerkten Zeichen (4) einspielt, und die Alhidadenregel auf 0° steht (7).

15. Für $\frac{1}{2} (\varphi + \psi) = 90^\circ$ wäre $\alpha = 0$, also des Fernrohrs Ziellinie der Wasserfläche gleichlaufend.

16. Wenn $\frac{1}{2} (\varphi + \psi) > 90^\circ$, so ist α bejahend, und also dieß ein Merkmal, daß jederzeit der beobachtete Elevationswinkel φ um die Correction α vermindert werden müsse, um den wahren Elevationswinkel $\tau O \gamma$ zu erhalten (9).

17. Für $\frac{1}{2} (\varphi + \psi) < 90^\circ$ wird α negativ, also $\tau O \gamma = \varphi + \alpha$.

18. So lange die Verbindung der Libelle mit dem Fernrohre ungeändert bleibt, wird der aus irgend einer Beobachtung gefundene Werth von α immer derselbe bleiben, und also für einen jeden gemessenen Elevationswinkel die beständige Correction seyn, die man anbringen muß, den wahren Elevationswinkel zu erhalten.

19. Es ist begreiflich, daß, wenn einmahl diese Correction gefunden ist, man nicht nöthig

thig haben wird, die Verbindung der Libelle mit dem Fernrohre zu ändern, daß sie z. E. der Ziellinie des Fernrohres gleichlaufend werde. Wenn man den Fehler eines Werkzeugs kennt, so kann man ihn immer dem Werkzeuge lassen, wenn man ihn nur bey einer jeden Beobachtung in Rechnung bringt. Man kann demnach auch alle Vorrichtungen ersparen, die Libelle zu verrücken, wie z. E. in (S. 152. V.) die Stellschraube Kr, das Zirkelgewinde c (das. IV.) u. d. gl. Es ist im Gegentheile besser, wenn sich die Libelle gar nicht verrücken läßt, damit die Correction α immer denselben Werth behalte.

20. Uebrigens setzt das bisherige Verfahren auch nicht voraus, daß die Libelle xx, mit dem beweglichen Fernrohre no am Winkelmesser verbunden sey, oder sich eigentlich mit diesem Fernrohre zugleich, um des Werkzeugs Mittelpunkt drehe. Es könnte die Libelle xx, auch an einem unbeweglichen Fernrohre, z. E. an dem Versicherungs-Fernrohre (S. 131. VIII), oder auch sonst nur irgendwo an der hintern Fläche des Werkzeugs angebracht seyn, und es würde das Verfahren, den Winkel zu finden, den die Wasserfläche dieser Libelle, wenn sie unter den bemerkten Zeichen einspielt, und der Index der Alhidadenregel auf 0° steht, mit der Ziellinie des beweglichen Fernrohres machen

chen würde, noch immer dasselbe bleiben, so wie auch das Verfahren, jeden gemessenen Elevationswinkel zu verbessern, wenn die Abweichung der Ziellinie einmahl gefunden ist.

21. Die Libelle an dem unbeweglichen Versicherung: Fernrohre, oder sonst an der Fläche des Werkzeugs anzubringen, hat in der Ausübung des Höhenmessens unter andern den Vortheil, daß, wenn man das bewegliche Fernrohr nach einem Gegenstande erhoben hat, die unbewegliche Libelle durch den unverrückten Stand ihrer Luftblase zugleich wahrnehmen läßt, ob beim Drehen des beweglichen Fernrohres das ganze Werkzeug in unverrückter Lage geblieben ist; drehte sich die Libelle mit dem Fernrohre zugleich, so würde dieser Vortheil offenbar wegfallen, und man müßte das Fernrohr allemahl wieder auf 0° zurückführen, um zu sehen, ob alles übrige einen ungeänderten Stand behalten habe, während man das Fernrohr nach dem Gegenstande erhoben hatte.

22. Damit der Winkel α ungeändert bleibe, so ist ausser der festen Verbindung der Libelle (19) auch noch erforderlich, daß des Fernrohres Ziellinie immer dieselbe bleibe. Es ist daher gut, wenn man sowohl an den Hülsen, durch welche das Fernrohr gesteckt wird (S. 154. VII), als auch an der Objectiv- und Ocularröhre, da, wo beyde in einander eingehen, ein Zeichen mache,

make, damit man versichert seyn kann, daß, wenn man etwa einmahl die Ocularröhre herausnehmen müßte, solche völlig auf die vorige Art wieder an die Objectivröhre gesteckt werden könne. Ein gleiches gilt von den Hülfsen, durch welche die Libelle gesteckt wird, von dem Ringe, in welchem die Kreuzfäden des Fernrohres (S. 104.) ausgespannt sind u. d. gl. Wenn ein Werkzeug einmahl geprüft ist, so ist es immer gut, daß, wenn Theile desselben auseinander genommen werden müssen, alles nachher auf eben die Art wieder unter einander verbunden werden kann.

Ich werde nun das bisherige mit einem Beispiele an einem Winkelmesser erläutern, welchen ich vom Hrn. Prof. Späth in München besitze.

Dieser ist mit einem doppelten Fernrohre versehen, wo sowohl das bewegliche an der Alhidadenregel, als das unbewegliche an der hintern Fläche des Werkzeugs, mit einer Libelle versehen ist. Ich bediene mich bey Höhenmessungen aber immer der unbeweglichen Libelle, deren Winkel mit der Ziellinie des beweglichen Fernrohres, wenn die Alhidadenregel auf 0° Grad steht, ich aus folgenden Datis bestimmt habe.

Nachdem die Ebene des Werkzeugs vertical nach der Spitze eines entlegenen Kirchturms
einge-

eingerrichtet worden, die unbewegliche Libelle einspielte, und der Index der Alhidadenregel auf 0° gestellt worden, wurde nun das bewegliche Fernrohr nach der Spitze des Kirchturms erhoben, so daß die horizontale der beiden Kreuzlinien im Brennpunkte des Fernrohrs, jene Spitze durchschnitt; der von dem Index der Alhidadenregel durchlaufene Bogen gab für den Erhöhungswinkel jener Spitze über der Wasserfläche der unbeweglichen Libelle

$$\begin{array}{r} \text{nach } \frac{1}{2} \text{ der } 90 \text{ Theilung } \varphi = 2^\circ . 8' . 2'' \\ \text{ : } \quad \text{ : } \quad 96 \text{ Theilung } \varphi = 2 . 9 . 15 \\ \text{Mittel } \varphi = \underline{2^\circ . 8' . 38''} , 5 \end{array}$$

Nun wurde das Werkzeug umgekehrt, um die Ergänzung dieses Erhöhungswinkels zu 180° zu messen. Nachdem wieder, die Alhidadenregel auf 0° gestellt war, die unbewegliche Libelle einspielte, und hierauf das Fernrohr zum zweitenmale von 0° nach dem Gegenstande erhoben wurde, fand sich auf dem Rande des Werkzeugs der von der Alhidadenregel beschriebene Bogen

$$\begin{array}{r} \text{nach der } 90 \text{ Theilung } \psi = 175^\circ . 34' . 32'' \\ \text{ : } \quad \text{ : } \quad 96 \text{ Theilung } \psi = 175 . 36 . 0 \\ \text{Mittel } \psi = \underline{175 . 35 . 16} \\ \text{oben } \varphi = \underline{2 . 8 . 38} \end{array}$$

$$\text{also } \frac{1}{2} (\varphi + \psi) = 88^\circ . 51' . 57''$$

$$\text{Demnach } \frac{1}{2} (\varphi + \psi) - 90^\circ = -1^\circ . 8' 3'' = \alpha$$

Also

Also würde nach dieser Beobachtung, des beweglichen Fernrohrs Ziellinie, wenn die Alhidadenregel auf 0° Grad steht, mit der Wasserfläche der unbeweglichen Libelle (also mit der Horizontalfläche) einen Winkel von $1^{\circ} 8' . 3''$ machen, welcher in jedem Falle wegen $\frac{1}{2}(\varphi + \psi) < 90^{\circ}$, zu dem beobachteten Elevationswinkel zu addiren ist, um den wahren zu erhalten.

So wäre z. E. des Kirchturms wahrer Elevationswinkel $= 2^{\circ} . 8' . 38'' + 1^{\circ} . 8' . 3'' = 3^{\circ} . 16' . 41''$, und so würde jeder andere gemessene Elevationswinkel diese Verbesserung erfahren müssen, wenn man beim Stande des Fernrohrs auf 0° , die unbewegliche Libelle hätte einspielen lassen.

Liesse man die Libelle des beweglichen Fernrohrs, wenn dasselbe auf 0° steht, einspielen, so würde, wie ich nach einem ähnlichen Verfahren gefunden habe, die Correction des gemessenen Elevationswinkels nur $= + 26' . 25''$.

Begreiflich wird man es bey einer Bestimmung des Werthes von α nicht bewenden lassen, sondern aus mehreren derselben ein Mittel nehmen. Ich habe solchergestalt das Mittel $= 1^{\circ} . 8' . 14''$ gefunden, die einzeln Bestimmungen weichen nur in Secunden von einander ab.

Dieses

Dieses von mir angegebene Verfahren, die Abweichung der Wasserfläche einer Libelle von der Ziellinie des Fernrohrs zu finden, halte ich für das leichteste und zuverlässigste, weil jedes andere, woben das Fernrohr um seine Aze, oder gar die Libelle um eine Aze gedreht wird, befürchten läßt, daß der Winkel, den die Ziellinie des Fernrohrs mit der Libelle macht, während des Versuchs nicht ungeändert bleibt, wie mich auch Erfahrungen belehrt haben.

Freylich muß man dabey sich auf die Eintheilungen des Randes verlassen. Allein, da man aus mehreren Beobachtungen ein Mittel nehmen kann, so wird sich α immer mit hinlänglicher Schärfe bestimmen lassen. Außerdem kommt bey diesem Verfahren gar nicht die mühsame Untersuchung der Gestalt der Libelle in Betracht (wovon man in Hrn. Prof. Meisters oben angeführten Abhandlung Proben finden kann), welches allerdings ein sehr erheblicher Vortheil ist.

Daß endlich das erwähnte Verfahren sich nur anwenden läßt, wenn der Winkelmesser wenigstens aus einem halben Kreise, oder etwas darüber besteht, (wie gewöhnlich Feldmesserwerkzeuge) bedarf keiner weitem Erinnerung. Hätte man daher nur einen Quadranten, so müßte die Prüfung der Libelle nach (S. 154), oder anderen Methoden vorgenommen werden, woben

woben man denn die obigen Untersuchungen (S. 154. I — 12) immer sehr nützlich finden wird, weil fast alle Prüfungsarten der Libelle in der Hauptsache damit überein kommen.

Endlich muß ich noch erinnern, daß die Länge der Luftblase in einer Libelle sich etwas ändert, wenn sie in eine größere oder geringere Temperatur kömmt. In diesem Falle muß man bey dem Einspielen der Luftblase nach den auf der Libelle bemerkten Zeichen (4) immer darauf sehen, daß beyde Enden der Luftblase, je nachdem sie länger oder kürzer wird, entweder gleichviel über beyde Zeichen hinaus stehen, oder beyde Zeichen gleichviel über die Enden der Luftblase, so daß eigentlich die Mitte der Luftblase immer der Mitte zwischen beyden Zeichen entspreche.

Libellen um ebene Flächen horizontal zu stellen.

IV. 1. Um ebene Flächen genauer horizontal zu stellen, als vermittelst der gewöhnlichen Wasserwaage (S. 113.) die man höchstens 3 Zoll im Durchmesser zu machen pflegt, bedient man sich ebenfalls der Libellen, und zwar auf folgende Art.

2. A B (Fig. LXXXIII) ist einⁿ messingenes Liniyal, dessen untere Fläche durch Abschleifen möglichst

lichst eben gemacht worden. C ein viereckigtes Stück Messing, auf AB befestigt, und in der Mitte mit einer kleinen halbkugelförmigen Vertiefung n versehen, in welche genau ein Zapfen paßt, der bey E an dem Ende einer die Libelle großen Theils umgebenden messingenen Fassung EMF befindlich ist, und welcher Zapfen sich gleichfalls in eine Kugelfläche endigt, welche in jener kugelförmigen Höhlung des Stücks C, wie die Nuß in einer Hülse beweglich ist, so daß jener Zapfen, und und die Höhlung in die er paßt, gleichsam eine sehr kleine Nuß darstellen.

3. An dem andern Ende F der Libelle EF befindet sich an der messingenen Fassung derselben ein viereckiger Ansatz e , durch welchen eine stählerne Stellschraube i hindurch geht, wodurch die Libelle nicht allein auf das Linial befestigt, sondern auch etwas auf und nieder getrieben werden kann, um die obere Seite $\alpha\beta$ der Libelle, wo die Luftblase $\alpha x x \beta$ hin und her spielt, der Grundfläche des Linials parallel machen zu können. Die bequemste Einrichtung dieser Stellschraube ist dem Künstler überlassen, und bedarf hier keiner weiteren Beschreibung. Es versteht sich, daß die Libelle schon nach dem Augenmaße so parallel mit der Grundfläche AB angebracht werden kann, daß man zum völligen Parallelismus die Stellschraube nur noch wenig zu drehen nöthig haben wird.

4. Um nun diese Libelle zu justiren, d. h. völlig genau ihrer Grundfläche AB (2) parallel zu machen, so bediene ich mich folgenden Verfahrens.

5. Ich bringe die Ebene AAA meines Winkelmessers (Fig. LVIII. des ersten Theiles dies. prakt. Geom.) in eine Verticallage, und schraube ein paar viereckigte Stücken Messing ohngefähr da wo die Buchstaben OO stehen, senkrecht auf die Alhidadenregel. Auf diese Stücken Messing befestige ich durch ein paar Schraubchen, ein möglichst ebenes Linial dessen Ebene ohngefähr auf der Ebene der Alhidadenregel senkrecht stehe.

6. Auf dieses Linial setze ich die bisher beschriebene Libelle, so daß die Grundfläche AB derselben auf diesem Linial ruhe, und drehe nun die Alhidadenregel um ihr Centrum, bis die Libelle einspielt, also die Luftblase $\alpha\beta$ in der Mitte derselben erscheine, lasse hierauf alles unverrückt, hebe die Libelle ab und kehre sie um, so daß das Ende derselben was man zuvor zur rechten Hand hatte, nunmehr nach der linken zugekehrt ist. Wenn nun die Libelle wieder einspielt, so ist dies ein Beweis, daß ihre obere Seite $\alpha\beta$ genau der Grundfläche von AB parallel, und also die Libelle richtig ist.

7. Geschieht dieß aber nicht, so drehe man sanft die Micrometerschraube der Alhidadenregel.

denregel, und zähle die Umdrehungen derselben bis die Libelle wieder einspielt.

Hierauf drehe man die Micrometerschraube wieder um die Hälfte der gefundenen Umdrehungen rückwärts, so ist dadurch die Richtung des Nivals, worauf die Libelle gesetzt worden, horizontal.

Nunmehr drehe man die Stellschraube in der Libelle bis die Luftblase $\alpha\beta$ wieder in der Mitte der Libelle erscheint, so wird die Libelle justirt seyn, und die Luftblase wird in der Mitte von EF erscheinen, man mag die Libelle auf das Nival (4) so aufsetzen, daß man ihr Ende F zur linken oder zur rechten Hand hat, wenn anders bey dem gewiesenen Verfahren nicht kleine Fehler vorgefallen sind.

Sollte man aber durch diese erste Justirung nicht ganz seinen Zweck erreicht haben, so läßt sich leicht durch eine zweite oder dritte Justirung alle mögliche Genauigkeit erhalten.

8. Um nun eine ebene Fläche vermittelst einer solchen Libelle horizontal zu stellen, so verrücke man diese ebene Fläche durch Schrauben oder andere Vorrichtungen so lange, bis die Libelle nach zwey verschiedenen Richtungen (die am besten ohngefähr einen rechten Winkel mit einander machen) aufgesetzt, alle-mahl einspielt, so wird die Fläche horizontal seyn.

Am besten ist es aber, mit zwey solchen Libellen versehen zu seyn, und sie zugleich, ohngefähr unter einem rechten Winkel auf die Fläche zu stellen, und einspielen zu lassen. Die Libellen, deren ich mich zu einem solchen Geschäfte bediene, sind ohngefähr 5 Zoll lang und sehr schön von Nairne in England gearbeitet. Die Stellschrauben daran sind aber etwas anders eingerichtet.

V. Man kann nunmehr durch Hülfe solcher Libellen, auch eine Wasserwaage wie (S. 113.) berichtigen. Nachdem nemlich eine ebene Fläche z. B. die Oberfläche eines Mestisches, auf die angeführte Art durch Libellen horizontal gestellt worden ist, so setze man auf diesen Tisch auch die Wasserwaage (S. 113.) und sehe zu, ob die Luftblase derselben unter der Mitte des Glasdeckels einspielt. Ist dies der Fall, so ist auch diese Wasserwaage justirt, also der Glasdeckel parallel mit der Grundfläche der cylindrischen Büchse. Spielet aber die Luftblase nicht ein, so muß der Künstler die Grundfläche der Büchse, durch vorsichtiges Abschleifen an der fehlerhaftesten Stelle, so lange verbessern, bis die Luftblase gehörig einspielet.

VI. Es entstehen auch kleine Fehler bey Ausmessung eines Verticalwinkels 1) wenn die Ebene

Ebene des Werkzeugs nicht genau in eine verticale Lage gebracht worden ist, 2) wenn die Visirlinie des Fernrohres der Ebene des Winkelmessers nicht genau parallel ist, oder auch wenn man den Gegenstand nicht genau in dem Durchschnitte der beyden Kreuzlinien sondern nur überhaupt in der horizontalen der beyden Kreuzlinien beobachtet, wo denn die Richtung, nach der man den Gegenstand visirt, mit der Ebene des eingetheilten Randes gleichfalls einen Winkel machen würde. Obgleich die erwähnten Ursachen bey Höhenmessungen selten von großen Folgen sind, so erfordert es doch die Einsicht eines Feldmessers, wenigstens einen ohngefährten Ueberschlag zu machen, wie groß etwa die daher entstehenden Fehler seyn mögen, und dazu wird folgendes dienlich seyn.

Fehler, welche aus den beyden Ursachen (VI) zusammengenommen, bey Ausmessung eines Verticalwinkels zu befürchten sind.

§. 157. I. Es sey $BCcN$, Fig. XV., ein Stück von dem eingetheilten Bogen des Winkelmessers; A dessen Mittelpunkt, um welchen sich die Alhidadenregel, und folglich das Fernrohr drehet. Man gedenke sich durch A eine Horizontalebene, die die Ebene des Werkzeugs $BCcN$ in der geraden Linie BA durchschneide; Mit dem Halbmesser des Instruments AB beschreibe man

man in der Horizontalfläche den Bogen BM . Weil ich nun annehme, der Winkelmesser stehe nicht vertical, mithin nicht auf der Horizontalfläche senkrecht, so wird auch der sphärische Winkel NBM , als der Neigungswinkel des Werkzeugs gegen die Horizontalfläche, nicht genau $= 90^\circ$ seyn. Ich will also $NBM = 90^\circ - \gamma$ setzen, wo also γ des Werkzeugs Neigung gegen die Verticalfläche bedeutet; ABL sey eine Ebene durch BA , auf das Werkzeug senkrecht; also der sphärische Winkel $NBL = 90^\circ$, folglich der kleine Winkel $MBL = NBL - NBM = \gamma$.

II. Man nehme nun an, die Linie AE in der Horizontalfläche stelle das nach der Libelle horizontal gerichtete Fernrohr vor, und da ich voraussetze, des Fernrohrs Bisirlinie (wofür ich der Kürze halber in der Folge bloß Fernrohr sagen werde) mache mit der Ebene des Werkzeugs einen kleinen Winkel, so lege man durch AE eine Ebene CAE auf das Werkzeug senkrecht, welche die Ebene des Winkelmessers, oder auch die Alhidadenregel in der geraden Linie AC schneide, so wird der Winkel CAE des Fernrohrs Neigung gegen das Werkzeug, und ein Bogen CE , mit dem Halbmesser $CA = BA$ beschrieben, dieses Winkels CAE Maas seyn. Ich will CAE oder den Bogen $CE = \beta$ nennen.

III. Gesetzt nun, die Alhidadenregel AC , bey deren Lage das Fernrohr AE horizontal ist,

ist, werde in die Richtung Ac gebracht, beyder man durch das Fernrohr, welches aus der horizontalen Lage AE in die Ae gekommen seyn wird, das über die horizontale Ebene erhöhetete Object sehe. Hier muß man sich nun gleichsam vorstellen, durch Erhebung der Alhidadenregel komme der Winkel CAE in die Lage cAe ; wo die Ebene cAe noch auf der Ebene des Werkzeugs senkrecht stehen, und der Bogen $ce = CE = \beta$ (II) seyn wird.

Durch Ae lege man nun eine auf die Horizontalfläche BDM senkrechte Ebene eAD , die die Horizontalfläche in AD durchschneide, so ist eigentlich der Verticalwinkel eAD , der wahre Elevationswinkel des Objects über der Horizontalfläche, und eD dessen Maas.

Der Winkel CAc , oder der Bogen Cc ist aber derjenige, welchen die Alhidadenregel, mit hin der Index des Vernier auf dem Werkzeuge, beschrieben hat, indem das Fernrohr aus der horizontalen Richtung AE , in die Richtung Ae gebracht worden ist. Wollte man also diesen Bogen Cc , den ich $= \alpha$ nennen will, für des Winkels eAD Maas annehmen, so würde man offenbar einen Fehler begehen, weil Cc nicht dem Bogen De gleich seyn kann.

Aus den gegebenen Größen α , β , γ , wird man aber gar leicht den Bogen $eD = x$, mit hin

Hin den wahren auszumessenden Elevationswinkel eAD bestimmen.

IV. Man nehme die Bogen BcN , DeO , BL , BM Quadranten gleich, so wird L des Kreises BcN , N des Kreises BL , und O des Kreises BM Pol. ML aber des Winkels $LBM = \gamma$, Maasß.

V. Ferner ist der Bogen cN , das Maasß des Winkels cLN am Pole des Kreises BcN . Man nenne den kleinen Bogen $BC = \psi$, so ist $cN = 90^\circ - cB = 90^\circ - (\alpha + \psi)$.

VI. Der Bogen $eO = 90^\circ - De = 90^\circ - x$ (III).

VII. $LO = MO + ML = 90^\circ + \gamma$ (IV).

VIII. Weil ferner auch $cL = 90^\circ$, so hat man $eL = 90^\circ - ce = 90^\circ - \beta$ (III).

IX. Man suche nun in dem sphärischen Dreiecke eOL aus den beyden Seiten eL , OL , und dem eingeschlossenen Winkel $eLO = cLN$, die dritte Seite eO , nach (Trig. S. LII. 2.) so wird $\cos eO = \sin eL \sin LO \cos eLO + \cos eL \cos OL$ oder aus (IV. V. VI. VII. VIII.) die gehörigen Werthe substituirt

$$\sin x = \cos \beta \cos \gamma \sin (\alpha + \psi) - \sin \beta \sin \gamma.$$

X. Vermittelt dieses Ausdrucks findet man also aus den bekannten Größen β , γ , α , ψ , den wahren Elevationswinkel $eAD = x$.

Das

Daß ψ eine bekannte Größe in dieser Formel sey, erhellet so.

Wenn in der Figur der Bogen $cC = \alpha = 0$ wird, d. h. der Punkt c auf C fällt, so fällt das Fernrohr Ae in die Horizontalfläche, und hat in ihr die Lage AE .

Also ist für diesen Fall auch $x = 0$; Setzt man demnach in die Formel IX, sowohl α als auch $x = 0$, so erhält man

$$0 = \operatorname{col} \beta \operatorname{col} \gamma \sin \psi - \sin \beta \sin \gamma$$

$$\text{also } \sin \psi = \frac{\sin \beta \sin \gamma}{\operatorname{col} \beta \operatorname{col} \gamma} = \operatorname{tang} \beta \operatorname{tang} \gamma.$$

Es ist also ψ eine bekannte Größe, indem sie durch die beiden Größen β , γ , bestimmt ist.

XI. Weil aus (X)

$$\sin \beta \sin \gamma = \sin \psi \operatorname{col} \beta \operatorname{col} \gamma$$

so substituirt man diesen Werth in die Gleichung (IX), dann wird.

$$\text{XII. } \sin x = \operatorname{col} \beta \operatorname{col} \gamma (\sin (\alpha + \psi) - \sin \psi).$$

XIII. Aber aus (Trig. S. XIII. 12.) (das dortige $\phi = \alpha + \psi$ gesetzt) folgt $\sin (\alpha + \psi) - \sin \psi = 2 \operatorname{col} (\frac{1}{2} \alpha + \psi) \sin \frac{1}{2} \alpha$

Also wird

sin

$\sin x = 2 \cos \beta \cos \gamma \sin \frac{1}{2} \alpha \cos (\frac{1}{2} \alpha + \psi)$,
welche Formel sehr bequem ist, den wahren Winkel x durch Logarithmen zu berechnen.

XIV. Wenn die Größen β , γ , wie gewöhnlich nur sehr klein sind, so wird auch ψ in (X) sehr klein seyn; dieses verstattet demnach bloß $\psi = \beta \cdot \gamma$ zu setzen, wo ψ , β , γ Decimaltheile des Sinus totus bedeuten; sind aber ψ , β , γ in Secunden ausgedrückt, so hat man

$$\frac{\psi}{206264} = \frac{\beta}{206264} \cdot \frac{\gamma}{206264} \quad \text{mithin in}$$

$$\text{Secunden } \psi = \frac{\beta \cdot \gamma}{206264}.$$

XV. Er. Man setze die Abweichung des Werkzeugs von der Verticalfläche, $\gamma = 10^{\text{I}} = 600''$; des Fernrohrs Neigung gegen das Werkzeug, oder $\beta = 8^{\text{I}} = 480''$, den Bogen α , den die Alhidadenregel auf dem Werkzeuge beschrieben hat $= 20^{\circ} \cdot 30^{\text{I}}$; so hat man erstlich für den Bogen ψ

$$\log \beta = 2,6812412$$

$$\log \gamma = 2,7781512$$

$$\log \beta \gamma = 5,4593924$$

$$\log 206264 = 5,3144252 \quad (\text{Trig. S. V.})$$

$$\log \psi = 0,1449672$$

$$\psi = 1'', 5$$

Es erhellet also, daß man in diesem Exempel den Bogen ψ ganz bey der folgenden Rechnung weglassen kann, da er nur etwas über eine Sekunde beträgt. Also wird für x

$$\begin{aligned} \log 2 &= 0,3010300 \\ \log \operatorname{col} \beta &= 9,9999988 - 10 \\ \log \operatorname{col} \gamma &= 9,9999982 - 10 \\ \log \sin \frac{1}{2} \alpha &= 9,2502822 - 10 \\ \log \operatorname{col} \frac{1}{2} \alpha &= 9,9930131 - 10 \\ \log \sin x &= 9,5443223 \\ x &= 20^\circ 29' . 56''; \text{ also } \alpha - x = 4''. \end{aligned}$$

Es wäre also für die angenommenen Größen der wahre Verticalwinkel x nur um $4''$ kleiner, als der, welchen die Alhidadenregel beschrieben hat, indem das Fernrohr aus dem horizontalen Stande nach dem erhöhten Objecte gerichtet wurde. Dieses ist in der That ein Fehler, welcher in der praktischen Geometrie immer für Nichts angesehen werden kann.

XVI. Auch wenn man die Größen β , α , γ merklich größer, als in (XV) annähme, wird dennoch der Fehler, welcher aus der Neigung des Fernrohrs gegen die Ebene des Werkzeugs, und dem schiefen Stande des Icktern, zu befürchten steht, unerheblich seyn. Selbst wenn man β und γ zu einem Grade, und α zu 60° Graden annähme, würde der Fehler noch nicht 2 Minuten betragen. Also kann der Feldmesser,

fer, dem doch äusserst selten Erhöhungswinkel von 60 Graden vorkommen, immer unbeforgt seyn, daß ihm die (S. 156. VI.) angeführten Umstände schaden; er müßte denn gar zu nachlässig in der Verticalstellung des Werkzeugs seyn, oder auch zu vermuthen Ursache haben, daß die Abweichung β des Fernrohrs größer sey, als man von einem guten Werkzeuge erwarten darf.

Nur bey sehr großen Erhöhungswinkeln, dergleichen in der Astronomie vorkommen, und überhaupt in Fällen, wo man die größte Schärfe verlangt, hat man Ursache, die Fehler in Betrachtung zu ziehen, welche aus den erwähnten Umständen entstehen können. Daher denn in der Astronomie Vorschriften vorkommen, z. E. die Neigung eines Fernrohrs gegen die Ebene des Werkzeugs zu bestimmen, das Fernrohr dem Werkzeuge parallel zu machen, u. d. gl. (Man s. DE LA LANDE *Astronomie* S. 2569. 2594.). Allein diese kann der Feldmesser alle entbehren, weil ihm nie Fälle vorkommen, wo er sie nöthig hätte. Hat man z. E. die Höhe eines Thurmes u. d. gl. aus dem Elevationswinkel zu bestimmen, so könnte derselbe vielleicht auf 40 bis 50 Grade steigen, allein wenn dieser Winkel wegen (S. 156. VI.) auch um einige Minuten falsch gemessen würde, so wäre dieß dennoch von keinem beträchtlichen Erfolge, in Ansehung der daraus herzuleitenden Bestimmung, weil der Triangel wohl nicht groß

groß seyn kann, aus welchem man eine Thurm-
Höhe zu berechnen hat. Hätte man hingegen
die Höhe eines entlegenen Bergs zu bestimmen,
so geht der Erhöhungswinkel selten über 10
Grade; dann ist aber der Fehler unmerklich,
welcher wegen (S. 156. VI.) zu befürchten ist,
und wird durch andere weit größere, z. E. in
den Eintheilungen des Randes, verstellt. Wich-
tiger sind dem Feldmesser diejenigen Fehler
und Correctionen, welche die Libelle betref-
fen, und oben (S. 156. I.) untersucht wor-
den sind.

XVII. Da die Größe ψ' (XV) immer
nur wenige Secunden betragen wird, so lange
 β und γ nicht größer, als etwa $\frac{1}{2}$ Grad sind,
wie man wohl gewöhnlich wird annehmen dür-
fen, so kann man die Berechnung dieses Bo-
gens ψ ganz ersparen, und in der Formel für
 x (IX) schlechtweg $\psi = 0$ setzen, wodurch sie
sich demnach in folgende weit kürzere

$$\sin x = 2 \cos \beta \cos \gamma \sin \frac{1}{2} \alpha \cos \frac{1}{2} \alpha$$

oder wegen $2 \sin \frac{1}{2} \alpha \cos \frac{1}{2} \alpha = \sin \alpha$ (Trig.
S. XIII. 21.) in $\sin x = \cos \beta \cos \gamma \sin \alpha$
zusammen ziehet, und sehr leicht durch Logarith-
men berechnen läßt.

XVIII. Wenn das Fernrohr dem Werkzeuge
parallel, also $\beta = 0$ ist, das Werkzeug aber
um

um den Winkel γ von der Verticalebene abzuweichen, so hat man bloß

$$\sin x = \cos \gamma \sin \alpha.$$

XIX. Wäre aber das Werkzeug genau vertical, also $\gamma = 0$, das Fernrohr aber um den Winkel β gegen das Werkzeug geneigt, so hätte man

$$\sin x = \cos \beta \sin \alpha.$$

XX. Wenn endlich sowohl $\beta = 0$, als auch $\gamma = 0$ wäre, so würde

$$\begin{aligned} \sin x &= \sin \alpha \text{ mithin} \\ x &= \alpha \end{aligned}$$

d. h. der wahre Winkel, demjenigen gleich, welchen das Werkzeug anzeigt.

Gebrauch der Quadranten, Verticalwinkel zu messen, und Ersparung einer Libelle dabey.

§. 158. Bey Höhenmessungen pflegt man sich sonst auch der Quadranten ohngefähr auf folgende Art zu bedienen.

1. Es sey (Tab. II. Fig. XVI.) ba der eingetheilte Rand eines solchen Werkzeugs, und der Bogen von o bis 90 einem Quadranten gleich. c dessen Mittelpunkt, um den das Fern-

Fernrohr de , mit der daran befindlichen Ver-
nierplatte rm beweglich ist. i, k , ein paar
Punkte auf der Ebene des Werkzeugs, welche
so liegen, daß eine Linie durch sie, wie ik ,
mit der Linie $c90^\circ$ genau parallel ist, welche
durch das Centrum c , und den Theilpunkt 90
geht. — Wenn nun die Ebene des Qua-
dranten genau vertical gestellet, und so gerich-
tet worden, daß ein Loth in , durch die beyden
Punkte i, k , geht, mithin ik dadurch eine
verticale Lage erhalten hat, so wird auch der
Halbmesser $c90^\circ$ vertical, mithin der Halb-
messer $c0^\circ$ horizontal seyn. Wenn nun von
dem Mechanico die Einrichtung so getroffen
worden, daß die Linie cr , die man sich durch
das Centrum c , und den Index r des Ver-
nier einbildet, genau der Aze des Fernrohrs de
parallel ist, so erhellet, daß wenn $c0^\circ$ hori-
zontal gestellet worden, und durch Umdrehung
des Fernrohrs, der Index r des Vernier an
den ersten Theilpunkt 0° gebracht wird, mit-
hin die Linie cr , in den horizontalen Halbmes-
ser $c0^\circ$ zu liegen kömmt, alsdann auch die
Aze des Fernrohres eine horizontale Lage haben
werde. Wird demnächst das Fernrohr aus die-
ser horizontalen Lage in die Richtung de ge-
bracht, so ist der Bogen $0^\circ r$, das Maas
des Winkels, um den das Object, nach wel-
chem das Fernrohr de ziele, über der Hori-
zontallinie $c0^\circ$ elevirt ist.

So erhellet also, daß bloß vermittelst des Lothes in , die horizontale Lage des Fernrohres erhalten werden kann, und man also zu dieser Absicht eine Libelle ersparen könne.

Allein, wenn man überlegt, daß die gewöhnlichen geometrischen Werkzeuge nicht sehr groß seyn dürfen, so wird die Linie ik nicht die gehörige Länge haben, welche erfordert wird, wenn vermittelst des Lothes in , der Halbmesser c 90° sehr genau eine verticale Lage erhalten soll. Denn es ist klar, je weiter die Punkte i , k , durch welche das Loth gehet, von einander entfernt sind, desto sicherer wird auch die Verticalstellung der Linie ik ausfallen. Wenn man ferner in Erwägung ziehet, wie nothwendig es sey, daß ik genau mit c 90° , und cr genau mit der Aze des Fernrohres parallel gemacht worden sey, und wie viele, oft beschwerliche Prüfungen nöthig sind, sich davon gehörig zu versichern, so wird man, wenigstens bey geometrischen Werkzeugen, sich immer lieber einer Libelle bedienen, die horizontale Richtung des Fernrohres zu erhalten, weil 1) ihre Prüfung nicht mit so vielen Umständen verkünstet ist, und 2) weil sie, wenn sie eine Länge von 5 bis 6 Zollen hat, und überdem ausgeschliffen ist, weit sicherer den horizontalen Stand des Fernrohres geben wird, als es vermittelst eines Lothes an einem kleinen Quadranten geschehen kann. Hat aber der Qua-

drant

drant eine beträchtliche Größe, z. E. von 2 oder $2\frac{1}{2}$ Fußsen im Halbmesser, dann mag man sich immer eines Lothes bedienen.

2. Die Art, wie übrigens einem Quadranten die gehörige verticale und horizontale Wendung gegeben werden kann, muß man aus andern Schriftstellern, z. E. aus DE LA LANDE *Astronomie* Tom. II. S. 2311. (a Paris 1771), Bions mathematischer Werkschule VI. B. I. Kap. und aus den Schriften kennen lernen, die von Messung eines Grades auf der Erdofläche handeln. Man sehe auch G. M. Lowitz Beschreibung eines Quadranten, der zur Sternkunde, und zu den Erdmessungen brauchbar ist, in den *actis societatis cosmographicae, seu minorum scriptorum etc.* welche die ehemalige cosmographische Societät in Nürnberg im J. 1754. zusammen in einem Bande herausgegeben hat.
