XI. Rapitel.

Meber die Fehler, die benm Winkelmessen zu befürchten sind, wenn das Fernrohr, als Kipperegel, nicht genau in einer Sbene beweglich ist, die auf des Werkzeugs Sbene senkrecht stehet.

S. 143.

wendig sen, wird schon aus dem vors bergehenden erhellen. — Mun geschiehet es aber sehr oft, daß derselben diese nothige Vollkommenheit sehlet, und auch keine Vorsrichtungen angebracht sind, vermittelst deren man etwa durch Stellschrauben diese Erforderis einer Kippregel erhalten kann; Man muß daher Mittel haben, demohnerachtet mit einem solchen Werkzeuge richtig zu messen, und den Fehler in der Bewegung des Fernsrohrs aussindig zu machen; dazu werden nun solgende Vetrachtungen dienlich senn.

to a transfer you in our and then a more his

peniba.

Unter welchen Umständen ein Fernrohr sich in einer auf der Ebene des Wertzeugs sent, rechten Ebene auf, und nieder bewege.

S. 144. Lehrs. Es sen (Fig. V.) AAA die Sbene des eingetheilten Randes eines Win: kelmesser; C der Mittelpunkt desselben. Co eine auf der Ebene des Werkzeugs senkrecht stehende Linie; c sen der Punkt, durch welchen die Ure mn gehet, um die sich die Kippregel, oder das Fernrohr Oo drehet. Die Richtung des Fernrohrs Oo mache mit der Umdrehungs: are mn einen rechten Winkel, dergestalt, daß nco = mco = 90° sen. Ich behaupte nun, wenn die Are mn mit der Ebene des Werkzeugs parallel ist, das Fernrohr werde sich um diese Are in einer Ebene auf und nieder bes wegen, welche auf dem Werkzeuge senkrecht stehet.

Bew. Weil Co auf der Ebene des Werk, zeugs senkrecht stehet, und mn mit dieser Ebene parallel ist, so ist der Winkel mcC = 90°; Aber auch mco = 90°; Also stehet mc, auf c. C., co gemeinschaftlich senkrecht, und ist folgelich auch auf die Ebene senkrecht, welche man sich durch die Richtungen co, c. C. gelegt, vorstellet.

Geset nun, das Fernrohr Oo, werde um die Ure mn gedrehet, und in die Lage Ww ges bracht; bracht; so ist der Winkel mcw = 90°, weil das Fernrohr cw auf der Are mn, in jeder tage senkrecht senn wird, wenn es mit der Are ein sür allemahl, rechtwinklicht verbunden ist. Weil nun auch mcC = 90° und mco = 90° war, so wird die Richtung cw, mit den benden Richtungen cC, co, in einer und derselben Ebene liegen (M. s. Käsen. Geom. 45. S. Zus.).

Es wird also die Aremn auf jedweder Richt tung co, cw, des Fernrohrs, das heißt, auf der Sbene, in der sich das Fernrohr auf: und nieder drehet, senkrecht stehen. Aber auch co liegt in der Ebene, in der sich die Richtungen des Fernrohrs co, cw befinden, folglich da co auf der Sbene des Winkelmessers senkrecht stehet, so wird auch die Sbene Coo, in der sich das Fernrohr auf: und nieder beweget, oder die Sbene des Kreises AwoP, auf der Sbene des Wertzeugs Aca ssenkrecht stehen.

I. Zus. Wenn bas Fernrohr Oo mit der Are mn rechtwinklicht verbunden ist, so ist eiz gentlich die Sbene AwoP, in der sich das Fernrohr drehet, immer auf mn senkrecht.

Aber diese Umbrebungsebene Awop stehet nur in dem Falle zugleich auf dem Werkzeuge

ACAA fenkrecht, wenn die Umbrehungsare mn dem Werkzeuge parallel ift, oder wenn mn, mit der Perpendicularlinie cC einen reche ten Winkel macht.

o sta our con the Banachin will

II. Buf. Die Ebene, wie hier AwoP, in ber sich das Fernrohr auf : und nieder bewegt, soll kunftig die Ebene des Fernrohrs, und eine Ebene durch mn, die auf dem Werkzeuge senkrecht stehet, soll der Kurze halber, die Ebene der Umbrehungsare heisen.

III. Zus. Wenn ma dem Werkzeuge par rallel ift, so fiehet oC, oder der gemeinschaft: liche Durchschnitt der Sbenen des Fernrohrs, und der Umdrehungsare, auf der Sbene des Werkzeugs seufrecht.

Und wenn ACA die Durchschnittslinie ber Sbene des Fernrohres mit der Sbene des Rans des, oder der unter dem Fernrohre befindlichen Alhivadenregel, vorstellet, so stehet cC auf ACA senkrecht.

S. 145. I. Wir wollen nun untersuchen, was die bisherigen Sage für Veranderungen leiden, wenn, wie in der VI. Fig. die Umdres hungsare min dem Werkzeuge nicht parallel ist, mithin nicht auf cC senkrecht stebet.

Man setze, die Are mn mache mit der Per: pendicularlinie c C nach w zu, einen spiken Win: kel noc, folglich nach m zu, den ftumpfen Winkel Com.

er o sether Coint obsome & maller the co. ...

II. Weil nun, wenn das Fernrohe mit der Are mn rechtwinklicht verbunden ist, die Umsdrehungsare mn, immer auf der Sbene des Fernrohes senkrecht stehet, und folglich auch auf dem gemeinschaftlichen Durchschnitte der Sbenen des Fernrohes und der Umdrehungsare, (§. 144. II.) so ziehe man in der Sbene der Umsdrehungsare cmCL, die Linie at senkrecht auf am, und lege durch at eine Sbene an ofenkrecht auf die Sbene am CL, so wird an ojeht die Sbene vorstellen, in der sich das Fernsrohr auf und nieder bewegt, wenn die Are mac dem Werkzeuge nicht parallel ist.

III. Es ift also klar, daß jest die Ebene ocat nicht auf dem Werkzeuge senkrecht stehen wird, wie die AwoP im vorhergehenden S.

Sondern, wenn die Umdrehungsare mn gegen das Werkzeug geneigt ist, so wird auch die Sbene des Fernrohrs gegen die Sbene des Werkzeugs geneigt senn.

IV. Da sowohl die Ebene des Randes ACL, als auch die Ebene aoct auf der Ebene der Umdrehungsare, oder auf CL mc senkrecht stehet, so wird auch bender Ebenen aoct, ACL, gemeinschaftlicher Durchschnitt at, auf der

ber Ebene CLmc senkrecht seyn. (Kaftn. Geom. 48. Saß). Mithin werden die Winkel at C. atcrechte Winkel seyn (Kaftn. Geom. 45. S.). Woraus denn weiter folgt, daß der Winkel Ctc, der Neigungswinkel der Ebene des Fernzrohrs atco gegen die Ebene des Werkzeugs ACL, seyn werde.

V. In dem rechtminklichten Drenecke Cto ist Cct+ Ctc = 90° = tcm (II) = nct = Cct+ ncC; also ncC = ctC, oder die Ebene, in der sich das Fernrohr auf: und nieder bewegt, ist gegen die Ebene des Winkelmessers unter eben dem Winkel ge neigt, welchen die Are mn mit der auf das Werkzeug senkrecht gezogenen Lie nie c C macht.

Oder welches auf eins hinausläuft; der Neigungswinkel Gto ist das Complement des jenigen Winkels zu 90°, um welchen die Ums drehungsare mn, gegen die Ebene des Winkels messers geneigt ist.

VI. Man gedenke sich durch die Linie oC eine Sbene ACco, auf die Sbene Com L senkrecht, so wird auch AC oder ihr Durch: schnitt mit der Sbene des Randes, auf der Sbene Com L senkrecht stehen.

Aber auch at stehet auf Com L senkrecht (IV), alfe find AC, at gleichlaufend (Kaftn. Geom. 46. C.).

VII. Wenn zwen Sbenen aoct, ACco, eine britte Acta in parallelen Linien AC, at durch; schneiden, so wird auch der benden Sbenen aoct, ACco, gemeinschaftlicher Durchschnitt co, mit CA, at, oder überhaupt mit der Sbene AC at des Winkelmessers parallel senn. Unch wird co auf der Sbene cm CL senkrecht stehen.

vill. Umgekehrt also, wenn man das Ferne rohr, welches sich in der schiefen Ebene at co auf; und nieder bewegt, in eine solche tage co bringt, ben der es der Ebene des Winkels messers Acat parallel ist, so wird es sich in einer Ebene Aca befinden, welche nicht nur auf der Ebene des Nandes, sondern auch auf der Ebene der Umdrehungsare senkrecht stehes.

1X. Der benden Ebenen A Cco, at co Reis gungswinkel ift Cct = 900 - Ctc.

Folgerungen aus dem bisherigen.

S. 146. 1. Wenn das Fernrohr in einer Ebene beweglich ift, die auf dem Werkzeuge senkrecht stehet, und das Werkzeug horizontat gestellt worden ist, so wird das Fernrohr sich immer in einer und derselben Verticalstäche bes sinden, man mag es hoch oder niedrig richten. Wenn daher das Fernrohr von einem Objecte nach einem andern gerichtet wird, so wird ber Winkel, welchen die Alhibadenregel beschrieben

bat, allemabl ber mabre Reigungswinkel fenn, ben bende Berticalflachen, in benen die Db: jecte liegen, am Mittelpunkte des Werkzeugs mit einander machen, bas Gernrobr mag ubris gens in benden Richtungen nach den Objecten, borigontal fenn ober nicht; Wenn aber bas Kernrohr in einer ichiefen, mithin ben dem horizontalen Stande des Werkzeugs, nicht in einer Berticalebene auf und nieder beweglich ift, fo wurde man fich febr irren, wenn man ben Bogen, welcher ben herumdrebung ber Allhidadenregel auf bem Rande befchrieben worden ift, fur das Maas des Reigungswins fels zwener Berticalebenen, die man fich durch Die Objecte, nach benen bas Fernrohr gerich: tet worden, und ben Mittelpunkt des Winfels meffers vorstellet (6, 132. X.), annehmen wollte. Der Fehler wird defto betrachtlicher fenn, je tie: fer das Fernrohr ben beffen Richtungen nach den Dbjecten, gegen die Gbene des Werfzengs geneigt ift. Um Diefes defto mehr ins licht ju feken, fo überlege man folgendes.

II. Es sen (Fig. VI.) Oo die tage des Fernrohres, wenn es horizontal, und mit der Ebene des Werkzeugs parallel liegt (§. 145. VI. VII.). Eine Verticalebene durch Oo schneiz de die Ebene des Werkzeugs oder die Alhidaz denregel in der geraden tinie ACA, die durch den Mittelpunkt des Winkelmessers gehet.

Mun sen Ooaa die schiese Ebene, in ber sich das Fernrohr auf; und nieder drehet, sie sen unter dem Neigungswinkel at C = na C (S. 145. IV.) gegen die Sbene des Werkzzeugs geneigt.

Coerhellet, daß, wenn das Fernrohr aus feis ner borizontalen Lage Oo, berausgebracht, und 3. E. in die geneigte Lage Ww gebracht wird, dasselbe nicht beständig in der Verticalebene Aop O bleiben werde. — Das geschiehet nur, wenn es fich wurflich in einer Berticals flache auf : und nieder bewegt. - Gine Ber: ticalflache, Die man fich nun burch Diefe gegen Die Borigontalflache geneigte lage bes Fernrob: res W w, oder cw einbildet, wird die Ebene bes Winkelmeffers nicht in der Linie CA, fon: bern in einer gang andern tinie Cg burchfchneis ben, und diese linie Cg, wird mit der erftern CA, Die der borizontalen Lage des Fernrohres gutommt, einen gewiffen Wintel A Cg machen, der offenbar besto großer ift, je mehr bas Fernrohr ow, aus der horizontalen Richtung co gebracht worden ift, b, b. je großer ber Winkel wco ist.

III. Gine Folge hieraus ift nun biefe :

Wenn das Fernrohr, ben der Richtung nach einem gewissen Objecte, das ich Q nennen will, anfangs über der Linke v Cx horizontal gestanden hatte, folglich mit v Cx parallel, mithin

mithin in Unfebung der Linie v Cx eben bas ge: wefen mare, was das Fernrohr Oco in 216: ficht der Linie A CA war (II). und nun die Albidadenregel ober die Linie vCx berumgebres Alhidadenregel oder die Linie v Cx herumgedres het, und in die Lage ACA gebracht worden ware, ben der das nach einem zweiten Obsjecte P gerichtete Fernrohr ow eine geneigte Lage hätte, so würde zwar xCA der Winkel senn, um den die Alhidadenregel herumgedres het worden, allein weil das Fernrohr eine gesneigte Lage hat, so wird eine Verticalebene durch cw, die Alhidadenregel nicht in der Linie ACA, sondern in der Linie Cg durchschneis den und xCg würde der wahre Winkel senn. den, und x Cg wurde der mabre Winkel senn, den die benden Verticalebenen durch die Ob-jecte Q, P, am Mittelpunkte des Werkzeugs mit einander machen. Allein dieser Winkel x Cg ift nicht dem Winkel x CA gleich, um welchen die Regel gedrehet worden; mithin wenn man ben auf dem Rande durchlaufenen Bogen Ax, fur das Maag des mabren Soris zontalmintels g Cx annehmen wollte, fo murde man offenbar einen Fehler begeben, der bem fleinen Bogen Ag, oder bem jugeborigen Winkel ACg gleich mare,

IV. Um die Große dieses kleinen Winkels ACg zu bestimmen, so überlege man, daß ACg der Neigungswinkel der benden Berticals ebenen ACco, gCc w oder der benden größten Kreise Aop, gwp ist.

V. Man beschreibe nun mit dem Halbmesser cw = co, in der Stene aoct, in der sich das Frnrohr drehet, den Kreisbogen owa, so er; halt man ein sphärisches Dreneck opw, darin; nen ist der Bogen op = 90°, als Maaß des rechten Winkels ocp.

Dies erhellet daraus, weil die benden Verticalebenen Aop C, gwp C sich in der Verticale linie p C schneiden mussen, und die Horizone tallinie co mit der verticalen po einen rechten Winkel machen muß.

Ferner ist p des Horizontalkreises Agla Pol, folglich der sphärische Winkel opg der Neigungswinkel der benden Verticalebenen Aop, gwp; Also opg = ACg (IV), welchen Winstel ACg ich = x nennen will.

Der sphärische Winkel powist = 180° — wo A; Aber wo A ist die Reigung der schiesen Seene aoct, gegen die verticale AoCc. Folgslich auch wo A = tcC = 90° — Ctc(\$.145. VII.) Macht also die Are mn nach nzu, den Reigungswinkel = w mit dem Werkzeuge, so ist Ctc = 90° — w (\$. 145. V). Also wo A = tcC = w folglich pow = 180° — w.

Man gedenke sich in der Verticalebene gwCc, durch c eine Horizontallinie ci gezogen, so ist der Winkel ic w die Neigung des Fernrohrs

unter der Horizontallinie, diesen Winkel will ich = ψ nennen.

Also ist der Winkel wcp = icp + wci = 90° + \psi = dem Bogen piw.

Um nun den Winkel opw oder ACg ju fine ben, so wollen wir das spharische Dreneck opw auflosen.

Man laffe in (Trig. S. LIII. 1.) die dor: tigen Größen A, B, b, c, hier in der Figur die Größen opw, pow, pw, po bedeuten, so giebt die dortige Gleichung folgende

Mun ift aber

tang pow = tang $(180^{\circ} - \omega) = - \tan g \omega$ tang pw = tang $(90^{\circ} + \psi) = - \cot \psi$ fin opw = fin x fin po = fin 90° = 1; cof po = 0.

til A Or desta a neuga m

Diese Werthe also substituirt geben tang $\omega = \sin x \cot \psi$ also

Weil aber nun gewiß die Ure mn nur im: mer einen sehr kleinen Winkel w mit der Sbene des des Werkzeugs machen wird, wenn anders das Werkzeug nicht gar zu fehlerhaft senn soll, und überdem auch der Winkelopw = ACg = x immer nur klein senn wird, so kann man ohne merklichen Fehler sin x = x; und tang $\omega = \omega$ mithin

x = ω tang ψ fehen.

Solchergestalt findet man also aus ben ge: gebenen Großen w, V, den Fehler, welchen man megen der geneigten Lage der Ure mn in dem Falle, ben Musmeffung eines Sorizontale winkels zu befürchten bat, wenn nach dem er= ften Objecte Q das Fernrohr über der Linie vx borigontal gerichtet gewesen, nach bem zwenten Objecte P aber in ber Richtung cw um den Winkel & von ber Horizontallinie berabgeneigt gemefen mare. Dann nem: lich erfordert der Winkel ACx = a, welchen Die Allhidadenregel beschrieben bat, die Cors rection A Cg = x = w tang \psi, um den mah: ren Winfel xCg = a + x = a + w. tang \psi ju erhalten, welchen bende Berticalebenen, durch die Dbjecte Q, P, am Mittelpunkte Des Winkelmeffers mit einander machen.

VI. Es ist bisher angenommen worden, daß die Are on mit oc (Fig. VI) nach n zu, ben spisen Winkel noc macht. Einem Beobsachter also, der ben O durchs Fernrohr Oo sabe.

fahe, wurde der Durchschnitt der Ure on mit der Shene des Werkzeugs, rechter Hand der Linie ACA, oder auch rechter Hand des Pers pendickels Co fallen.

Es ist klar, daß wenn die Are nach der entges gengesetzen Richtung om gegen die Ebene des Winkelmessers geneigt ware, alsdann die Are om die Ebene des Werkzeugs in einem Punkte schneiden würde, welcher in Absicht des Beobachters ben O, liufer Hand des Perspendickels oc läge. Man wird also sür den letzen Fall den Werth von w in obiger Formel (V) negativ nehmen müssen. Daher wäre in solchem Falle anch die Correction des Winkels a, welchen die Alhidadenregel bes schrieben hat, negativ, und der wahre Winkel, den die Objecte am Mittelpunkte des Werke zeugs machen $= \alpha - \omega$. tang ψ .

VII. Ferner seht die bisherige Rechnung in Fig. VI. Jum voraus, daß das Fernrohr Ww, ben der Richtung nach dem zwenten Objecte P, nach w zu geneigt ist, und folglich sich untershalb der Horizontallinie ci befinde; Wäre aber nach dem zwenten Objecte das Fernrohr über der Horizontallinie ci erhöhet, so müste man in unseren Formeln auch den Winkel V negaztiv sehen; dann wäre auch tang V negativ, folglich für den Fall (V) der wahre Winkel

a wtang V und für den Fall (VI) ders selbe = a + w tang V.

VIII.

VIII. Ich will nun die bisherige Voraus: fegung, daß das Fernrohr, ben der Richtung nach dem erften Objecte O, borizontal oder pa: rallel über der Albidadenregel vx gestanden habe, andern, und annehmen, bag es ben der Richtung nach dem erften Objecte Q, eben: falls unter Der Borizontallinie um ben Winkel UI , geneigt gewesen mare; Alsdann murde eine Berticalebene, Die durch bas Dbject Q, nach dem das Fernrohr gerichtet ift, und durch den Mittelpunkt des Winkelmeffers gienge, Die Chene des Randes nicht in der Linie Cx, fon: dern in einer andern Linie Cy durchschneiden, bergeftalt, daß bier die Linie Cy, in Absicht der Linie Cx eben das ware, was die Linie Clg in Ubficht der CA war (V). Folglich ware der fleine Winkel x C y = w tang UI, und ber mabre Winkel den bende Verticalflachen durch Die Objecte, am Mittelpunkte des Werkzeugs machen = y Cg; ber aber, welchen die Albiba; benregel beschrieben bat = xCA = a.

Mun ist $\gamma CA = \alpha - \omega \tan \psi^{\text{T}}$, and dasher γCg oder $\gamma CA + ACg$ oder $\gamma Cg = \alpha - \omega \tan g \psi^{\text{T}} + \omega \tan g \psi$ Mithin $\gamma Cg = \alpha + \omega (\tan g \psi - \tan g \psi^{\text{T}})$.

Und folglich ware der Fehler, den man in Bestimmung des verlangten Winkels y Cg bez gehen wurde, wenn man den von der Alhidaz denregel, oder dem Index des Vernier, durcht Maper's pr. Geometr. II. Th. F laufe:

laufenen Bogen x y A für besselben Maaß an: nehmen wollte, der Größe ω (tang ψ - tang ψ 1) gleich.

IX. Wenn $\psi^{\text{I}} = \psi$, also in benden Rich; tungen des Fernrohrs nach den Objecten, das Fernrohr gleichviel über oder unter der Horizzontallinie geneigt gewesen wäre, so würde der Fehler ω (tang ψ — tang ψ^{I}) = 0 und der wahre Winkel γ Cg, dem χ CA, den das Werkzeug angiebt, gleich.

Soll also mit einem Winkelmesser, dessen Fernrohr nicht in einer Verticalebene auf: und nieder beweglich ist, ben Ansmessung eines Winkels kein Fehler entstehen, so muß das Fernrohr ben dessen Nichtung nach den Obsjecten gleichviel über oder unter der Horizonstallinie geneigt seyn.

X. Um das bisherige mit einem Zahl: Erem: pel zu erläutern, so will ich seizen, die Neigung der Are mn, um die sich das Fernrohr dres het, betrage 20¹ = ω . Ben der Nichtung des Fernrohrs nach dem ersten Objecte, sen des sen Neigung unter der Horizontallinie, oder $\psi^{I} = 20^{\circ}$, nach dem zwenten $\psi = 18^{\circ}$; der von dem Inder beschriebene Bogen $\alpha = 80^{\circ}$, der wahre Winkel bender Objecte, oder $\gamma Cg = A$, so ist

 $A = 80^{\circ} + 20^{1} \text{ (tang } 18^{\circ} - \text{tang } 12^{\circ}\text{)}$ $= 80^{\circ} + 20^{1} \text{ (0, } 3249 - 0.2125\text{)}$ $= 80^{\circ} + 20^{1} \cdot 0.1124 = 80^{\circ} \cdot 2^{1} \cdot 16^{\prime\prime}$ Sûr

Für $\psi^1 = -12^\circ$ wäre aber $A = 80^\circ + 20^\circ (tang 18^\circ + tang 12^\circ)$ oder nach gehöriger Rechnung $A = 80^\circ \cdot 10^\circ \cdot 45''$.

Hieraus erhellet also, daß der Fehler sehr beträchtlich werden kann, wenn gleich die Reiz gung der Umdrehungsare nur 201 betrüge, mithin sich durchs bloße Auge schwerlich wurde wahrnehmen lassen.

XI. Wenn man überhaupt ben Fehler $x = \omega$ (tang $\psi - \tan \psi$)

bestimmen will, so muß man die Großen w. U. UI als befannt annehmen, oder Mittel baben, ben einem vorgegebenen Wertzenge Dies felben ausfindig zu machen. Wie man die Reigung der Ure w bestimmen und durch Beob: achtungen finden tonne, zeige ich nachher. Die Werthe von U, Ut, oder Die Reigungen bes Fernrohrs gegen die Borizontalflache ju bestim: men, febe ich fein anderes Mittel, als bag man entweder wiffen muß, wie viel die Db: jecte, nach benen bas Fernrobe gerichtet ift. über oder unter ber Borigontalebene bes Wert: jeugs liegen, oder es muß von dem Dechanico eine Ginrichtung getroffen werden, jugleich ben Winkel ju meffen, um den bas Fernrobe ben ber jedesmaligen Richtung beffelben, über ober unter ber Sorizontallinie geneigt ift, wogu

8 2

ein fleiner, auf der Chene des Werkzeugs fent: recht ftebender Gradbogen hinreichend fenn murde.

Da aber eine solche Vorrichtung, besonders kleine Werkzeuge, deren man sich doch nur ges wöhnlich benm Feldmessen bedient, nur zusammengesetzer machen würde, und übrigens auch keine sehr scharfe Bestimmung der Winkel 4, 4 nothig ist, so habe ich mich immer folgens den Mittels bedient, die Neigung des Fernzrohrs unter der Horizontallinie zu bestimmen.

Es sen Fig. VII. wieder c der Punkt, um den sich in dem Gewinde das Fernrohr aus: und nieder bewegt, oder der Mittelpunkt des Gewindes; c C die Weite desselben von der horizontalen Schene des Werkzeugs. Es wird nicht schwer senn, c C nach einem gewissen Maaßstabe als bekannt anzunehmen. Ich will also c C = a nennen.

wW sen das geneigte Fernrohr, und w das äusserste Ende desselben, wt ein Loth auf die Sbene des Werkzeugs; wi horizontal, und cr senkrecht auf Ww. Ich kann auch die besständigen Größen cw, cr als bekannt annehmen, wo ich cw = b nenne; Des Winkels cwr Sinus ist = $\frac{cr}{cw}$ also der Winkelcwr eine beständige Größe = β .

Des Fernrohrs Ww Neigung gegen die Horrischtallinie wi, ist der Winkel $\psi = Wwi = \beta + \epsilon wi$.

Um cwi zu finden, messe man ben veran: berlichen Abstand wt, welches in jedem Falle nicht schwer senn wird, und nenne' wt = z.

So ist in dem rechtwinklichten Drenecke cwi, ci = Cc - wt = a - z und sin $cwi = \frac{ci}{cw}$ $= \frac{a-z}{b}$. Also ist durch Messung des Abstan:

des wt, auch der Winkel cwi, den ich Pnen: nen will, bekannt.

Dies giebt demnach die Neigung des Ferns rohrs gegen die Horizontallinie, oder den Winzell $\psi = \beta + \varphi$. Wenn wt > Cc oder z > a, so ist des Winkels cw i oder φ Sinus negativ, folglich auch der Winkel φ negativ; In die sem Falle ist demnach $\psi = \beta - \varphi$. Auf solz che Urt kann man nun aus den unveränderlichen Größen β , cw, a, und dem veränderlichen Ubstand z, in jedem Falle gar leicht die Winzell ψ , ψ^1 sinden, und obgleich in der Messung der erwähnten Größen z, cr, cw, a, leicht kleine Fehler vorfallen können, so wird man dennoch ψ hier mit zureichender Genauigskeit sinden.

Auf diese Art erspart man sich eine Vor: richtung, den Winkel V unmittelbar zu messen, und da man die beständigen Größen B, cw, a ein sür allemahl als bekannt ansehen kann, so hat man ben jeder Neigung des Fernrohrs blos den veränderlichen Abstand z zu messen, welches ohne die geringste Weitläuftigkeit jedes: mahl geschehen kann. Den gemessenen Abstand wt = z kann man dann allemahl zugleich mit in diejenige Columne schreiben, in welche die Abmessungen zu stehen kommen, die der Berstimmung desjenigen Objects, wohin das Fernrohr Ww gerichtet ist, zugehören (§. 133. IV.).

XII. Fir z = 0, oder wenn bas Fernrohr ganz bis auf die Sbene des Winkelmeffers ge:

neigt ist, wird fin $\phi = \frac{a}{c \, w}$; diesen Winkel

will ich y nennen, so ist y + \beta ber größte Winkel, um den man das Fernrehr neigen kann. Gewöhnlich pflegt man ihn nicht größer, als etwa 20 bis 25 Grad zu nehmen.

Bu untersuchen, ob das Fernrohr genau in einer auf der Alhidadenregel fentrechten Ebene beweglich sep.

S. 147. Aufl. 1. Man bringe die Sbene des Winkelmessers Fig. Vl. mit aller mögliz chen chen Borficht, vermittelft einer febr guten Wasserwaage in eine horizontale Stellung.

II. Nun laffe man in einiger Entfernung von dem Werkzeuge, an einem Faden MR ein toth herabhangen, welches aber zu gegenwartiger Absicht sehr ruhig hangen muß; Daher man sich eines mit Wasser angefüllten Gefäßes bedienen kann, in welches das Loth hangt.

111. Noch besser ist es, wenn man auf einer entfernten Wand, genau eine Verticallinie verzeichnet.

IV. Man richte nun die Are des Fernroh: res, oder den Durchschnitt der benden Kreuß: linien im Brennpuncte desselben, ganz genau nach der entfernten Verticallinie MR, woben denn das Fernrohr eine mit der Ebene des Werkzeugs parallele, folglich horizontale Lage co habe, die man gar leicht durch Versuche, oder durch andere Mittel erhalten kann.

V. Nun ist klar, wenn das Fernrohr in einer Verticalebene och C auf: und nieder besweglich ist, so wird der Durchschnitt der bens ben Kreuklinien' im Brennpunkte, beständig die erwähnte Verticallinie MR decken, und selbige nie verlassen, man mag das Fernrohr nach Gefallen unter oder über die Horizontallinie neigen.

VI. Man bringe also das Fernrohr aus seinner horizontalen tage Oo, ben der es genau nach MR gerichtet ist, in eine geneigte tage. Verläßt nun der Durchschnitt der benden Kreußlinien, oder die Are des Fernrohrs, die erwähnte Verticallinie MR, so ist zuverlässig das Fernrohr nicht in einer Verticalebene coAR, sondern in einer schiefen coat auf; und nieder beweglich, mithin wird die Umdrehungs; are mn einen gewissen Winkel = w mit der Sbene des Werkzeugs machen (s. 146. V.).

w zu finden.

s. 148. I. Es bleibe alle Zuruftung wie im vorhergehenden s. und die Horizontal: Are Oo des Fernrohrs sen genau nach der Vertis callinie MR gerichtet worden. — Man neige nun das Fernrohr aus der tage Oo in die Ww, so wird, wenn das Fernrohr nicht in einer Verticalebene auf; und nieder beweglich ist, die Visitrlinie Ww in dieser geneigten tage keinen Punkt der Verticallinie MR mehr decken, sondern von ihr um einen gewissen Abstand entfernt senn.

Man stelle' sich burch ow eine Verticalebene Cowg vor, die das Werkzeug in Cg schneide, so wird anjeht die Verticalebene Cowg, in der sich das geneigte Fernrohr befindet, von der Verticalebene ACco, in der es sich ben dem horie borizontalen Stande befand, um den kleinen Winkel ACg = x = w tang ψ (s. 146. V.) abweichen. Diesen kleinen Winkel xzu sinden, lasse man das Fernrohr in seiner Neigung cw, und wende, durch Hulfe der Micrometerzschraube, die Alhidadenregel sanst herum, bis jest die geneigte Are des Fernrohrs cw, nach dem Verticalfaden MR zielet, mithin die Vertizalebene Cowg in die Lage occa gesommen ist; so wird man die Alhidadenregel genau um eiznen Winkel ACg = x verrücket haben, und diesen Winkel werden die Umdrehungen der Micrometerschraube bestimmen.

II. Nachdem auf diese Art durch Beobach: tung der Winkel x gefunden worden, so be: stimme man nach (S. 146. XI.) auch die Neis gung des Fernrohrs unter der Horizontallinie, oder den Winkel ψ .

III. Weil nun x, ψ folchergestalt bekannte Größen sind, so findet man umgekehrt aus der Gleichung $\mathbf{x} = \omega$ tang ψ , den Werth von ω

 $=\frac{x}{\tan y}=x$ cot ψ also die Neigung der Umdrehungsare mn gegen die Sbene des Werk; zeugs.

IV. Ben einem Werkzeuge, bas ich besike, wo gleichfalls bas Fernrohr nicht in der gehör rigen Sbene auf: und nieder beweglich war, fand

fand ich ben einem angestellten Versuche $x=8^{x}$ 30%, und das Fernrohr war so geneigt, daß (b. 146. Xl.) in Theilchen eines versüngten Maaßstades z=85; a=175; b=325 war. Der Wintel β war aber wegen einer besondern Vorrichtung der Kippregel =0. Dieß gab mir $\sin \phi = \frac{a-z}{b} = \frac{90}{325} = 0,2769$. Also $\psi = 16^{\circ}4^{x}$. Weil nun $x=8^{x}$ 30% = 510%, so ist

So betrug also ben diesem Werkzeuge bie Neigung der Are mn, um die sich das Fernrohr drehet, bennahe einen halben Grad; Ich habe nachher die Versuche ben andern Neigungen Pbes Fernrohrs wiederhohlt, und fand für w folgende Werthe.

$$\omega = 29^{\text{T}} \cdot 30^{\text{T}}$$

$$\omega = 28 \cdot 0$$

$$\omega = 27 \cdot 20$$

$$\omega = 29 \cdot 14$$

$$\omega = 28 \cdot 12$$

$$\omega = 29 \cdot 10$$
bas Mittel $\omega = 28^{\text{T}} \cdot 34^{\text{T}}$

Die Unterschiede in den gefundenen Wer; then für w, rühren bloß von den kleinen Feh; lern ber, die ben den Abmessungen, die zur Bestimmung von w nothig waren, begangen worden find.

Uebrigens habe ich hier noch zu erinnern, daß dieser Werth von w negativ ist, weil die unter der Horizontallinie Oco geneigte Ure des Fernrohrs Wow, in Absicht des Beobachters ben O, nach einem Punkte hinzielte, der nicht linker Hand des Verticalfadens MR, sondern rechter Hand desselben lag, wo also die Verticalebene Cowg, nicht wie hier in der Figur angenommen ist, linker Hand der ACco, son; dern rechter Hand derselben, liegen mußte,

Unmerfung.

5. 149. Das bisherige wird also benen, die ein Werkzeug besitzen, wo das Fernrohr nicht in einer Verticalebene auf: und nieder beweglich ist, zeigen, wie sie dennoch mit eis nem solchen Winkelmesser, nach der gehörigen Correction, einen Winkel genau messen kön: nen; Es wird gut senn, wenn sie alsdann sür jede Neigung des Fernrohrs, also sür iedes V. ein sür allemahl den daraus entspringenden Fehler berechnen, und darüber eine Tabelle ver; fertigen, aus der sie sodann nach (§. 146. VIII.) sogleich die nothige Correction heraus; nehmen können,

Ist aber von dem Mechaniko an dem Werkzeinge eine solche Vorrichtung angebracht, daß man etwa durch Stellschrauben die Ure mn, um die sich das Fernrohr drehet, genau der Sbene des Werkzeugs parallel stellen kann, so wird man der disherigen Rechnungen sammtlich überhoben senn können. Wenn man nemlich nach S. 147. auch einen solchen Fehler des Werkzeugs gefunden hätte, so kann man, verz mittelst der Stellschrauben, die erwähnte Umz drehungsare so lange verbessern, die man in der Bewegung des Fernrohrs keinen Fehler mehr entdecket.

Eine Vorrichtung durch Stellschrauben, die Umdrehungsare des Fernrohres, der Ebene des Wertzeugs parallel zu stellen.

S. 150. Es lassen sich bergleichen Mittel sehr viele angeben; Eine Vorrichtung aber, wodurch ich glaube, diese Absicht ben dem S. 99. angegebenen Winkelmesser auf eine leichte Art zu erhalten, ware etwa folgende. Fig. VIII. bedeutet TZ das Stück Messing, welches mit denselben Buchstaben auf der LXVI. Figur der V. Aupserplatte des ersten Theils bezzeichnet ist, und durch 4 Schrauben auf die Alhibadenregel besessigt wird (S. 99. 18.). Vtz ist die Vorrichtung, an der sich das Zirkelgez winde V besindet, um welches sich das Fernzeder

rohr auf; und nieder drehet. Diese Vorrichtung endigt sich in eine runde Platte tz, deren untere Fläche t µz etwas couver ist, oder eine Augele stäche vorstellet; Auf dem Stück Messing TZ ist nun eine kugelförmige oder koncave Verties fung m gedrehet, in welche genan die konvere Fläche tµz passet, welches man durch Einsschmirgeln leicht erhalten kann. Die Einrichtung muß aber so getrossen werden, daß, wenn tµz in die Vertiesung m gesest worden, die obere Fläche der Platte tz, etwa noch um finie über der Ebene des Stücks Messing TZ hervorrage, ohngesähr wie es im Durch; schnitte (Fig. VIII*) zu sehen ist.

Nun sind nahe an dem Umfange der Verstiefung m, 4 Schraubenmutter a, a, a, a, angebracht, in welche 4 stählerne Schrauben, wie ohngefähr ben n zu sehen ist, gehören, die mit ziemlich breiten Köpsen versehen sind, das mit, wenn die Vorrichtung tµz in die Vertiesfung m gelassen wird, alsdann diese Schrausbenköpse ohngefähr mit ihrer Hälfte über die Platte tµz herüberzehen, und wenn sie angeszogen werden, durch ihren Druck die Platte tµz nach Belieben unverrückt erhalten: Zusgleich werden aber diese Schrauben auch dazu dienen, die Platte tz, mithin die ganze Vorzrichtung tVz. um die sich das Fernrohr dreshet, in der Vertiefung m etwas zu verschies ben.

ben, mithin zu machen, bag t Vz in eine foli che Stellung fomme, ben der die Ure, um Die fich in bem Birkelgewinde bas Fernrohr drebet, der Chene des Werkzeugs parallel werde. Denn wenn man g. G. Die Schrau: ben a, a, etwas nachläffet, und bingegen die a. a. anziehet, fo werden lettere burch ihren Druck auf die in der Bertiefung m befind: liche Platte tz, Die Vorrichtung t Vz, nach Der Seite ju neigen, und berfchieben, nach welcher der Druck geschieht; und da, durch das Ungieben der Schrauben aa, und tofung ber aa, Die Borrichtung t Vz auch nach ber ent: gegengefetten Geite geneigt werben fann, fo er: hellet, daß sie, vermittelst dieser Schrauben, in eine solche Stellung gebracht werden kann, daß die Ure des Zirkelgewindes V, genau mit der Sbene des Werkzeugs parallel werde. Hat fie nun einmal ihre geborige Stellung, fo werden die 4 Schrauben a, a, a, a, nachdem fie forgfaltig angezogen worden, Die Borrich: tung t Vz unverrückt in ber angegebenen Ber: tiefung festhalten.

Will man, daß die Platte tz nicht über ber zugehörigen Vertiefung hervorrage, so müßte man dagegen an den Stellen, wo die Schraubenköpfe auf den Umfang der Platte drücken sollen, in das Stück TZ, Vertiefunzgen für die Schraubenköpfe einlassen, welches über:

überhaupt der Borrichtung ein befferes Unfe: ben giebt.

Anmerkung.

- 1. Die Schluffe, worauf fich die Formeln (f. 146. V.) grunden, fegen jum voraus, daß die Umdrehungsare mn Fig. VI. mit dem Fernrohre rechtwinklicht verbunden ift, und folglich die Rippregel feinen andern Fehler habe, als den, daß die Ure mn, ber Gbene des Werkzeugs nicht parallel ift.
- II. Wenn man aber aufferdem noch annimmt, daß das Fernrohr nicht mit ber Are mn recht: winklicht verbunden ift, fondern einen Winkel mit der Are macht, der von einem Rechten um etwas geringes unterschieden ift, fo werden aus biefer zwenten Unvollkommenheit der Ripp: regel, auch noch Fehler ben Meffung ber Wina fel entstehen, weil alsdann das Fernrobr benm Auf: und Miederbewegen, nicht wie bisher eine Chene, fondern eine fegelformige Glache beschreiben murde.
- III. Allein der Fehler, der aus diefer Urfache benm Winkelmessen zu befürchten ift, ift fo unbeträchtlich, daß ich es nicht der Mube werth gehalten habe, ihn mit in Erwägung zu ziehen. — Es läft fich immer ohne merklichen Irrehum annehmen, daß bas Fernrohr, fo

weit als man es bennt Feldmessen auf: und nieder bewegt, eine vollkommene Ebene bes schreibe, ob es gleich nicht völlig genau mit der Umdrehungsare rechtwinklicht verbunden ist. Wenn auch das Fernrohr, mit der Umdrehungs: are mn, einen Winkel von 89 Graden machte, also um 1° von der senkrechten Verbindung abwiche, (welches doch ein Mechanicus gar leicht wird vermeiden können) so habe ich gesfunden, daß in den seltensten Fällen ben Aus; messung der Winkel ein Fehler von 1½ Misnute daraus zu befürchten sen. Weit gefährelicher ist die bisher betrachtete Neigung der Umdrehungsare mn.

IV. Man wird nemlich durch Hulfe der sphär rischen Trigonometrie für den Fall, daß der Winzfel mco, oder mcw (Fig. VI.), nicht wie (5. 144.) ein rechter Winkel ist, also das Ferns rohr nicht rechtwinklicht mit der Are mn verbunz den ist, sondern mit derselben einen Winkel mco = mcw = 90° — ν macht, sinden, daß wenn das Fernrohr aus der horizontalen tage Oco in die geneigte tage Wcw gebracht wird, der Werth des kleinen Winkels ACg nicht niehr wie in (5. 146. V) = ω tang Ψ, sondern vielmehr ohne merklichen Fehler = ν tang ½ ψ tang Ψ + ω tang Ψ senn wird, wo demnach der Theil ν tang ½ ψ tang ψ oder auch ν (sec Ψ — 1) die von (II) herrührende Correction bezeichnet.

Sekte man demnach auch z. V. $v = 1^{\circ} = 3600''$, und $\psi = 10^{\circ}$, welcher lektere Fall gewiß sehr selten senn wird, so wird doch v tang $\frac{1}{2}$ ψ tang ψ nur erst 55'', also noch keine ganze Minute betragen. Gewöhulich gehen die Neigungswinkel wie ψ nicht über ein paar Grazde, und in diesem Fall wird der angeführte Correctionstheil nur wenige Secunden betragen.

V. Um den Werth von v, also den Abweis chungswinkel des Fernrohrs von seiner rechtwinkt lichten Verbindung mit der Umdrehungsare mn zu erhalten, muste man wie in S. 148. verfahren, aber jest um aus der Gleichung

ACg = x = ν tang ½ ψ tang ψ + ω tang ψ bende unbekannte Gröffen ν und ω zu erhalten, für zwen bekannte Werthe von ψ, den Winkel x nach (§. 148- I.) bestimmen.

Ware also z. B. für $\psi = n$, der Winkel x = m, und für $\psi = \zeta$ der Winkel x = n durch Beobachtung gefunden worden, so hatte man die Gleichungen

 $m = v \tan g \frac{1}{2} \eta \tan g \eta + \omega \tan g \eta$ $n = v \tan g \frac{1}{2} \zeta \tan g \zeta + \omega \tan g \zeta$

woraus man v und w finden tonnte, um dems nach aus der allgemeinen Bleichung

 $x = v \tan \frac{1}{2} \psi \tan \psi + \omega \tan \psi$

für jede Reigung ψ den Correctionswirkel x berechnen, und so eine Correctionstafel versertis gen zu können.

VI. Um nicht in jedem Falle nothig zu haben, die Winkel wie ψ erst besonder nach dem Versfahren S. 146. XI. zu bestimmen, so kann man kurzer auch auf solgende Weise ganz empirisch verfahren.

Nachdem man das Fernrohr in der horizonstalen Lage Oo nach einer entfernten Verticallinie IMR S. 147. IV. gerichtet hat, messe man in dieser Lage das Perpendikel wie wt Fig. VII. und S. 146. XI.

Es ist nicht nothig, daß dieses Perpendikel wt = z gerade von dem Endpunkte w des Fern; rohres auf die Sbene des Werkzengs herabgefäl: let und gemessen werde, sondern es kann von je; der Stelle des Fernrohres, die aber an der Nöhre desselben ein für allemahl durch ein Zeichen be; merkt senn muß, herabgefället werden. Das Perpendikel mist man am besten an einem in gleiche Theile getheilten Stäbchen. Ich will sehen, das Perpendikel z halte gerade 12 solcher Theile, für den Fall, daß das Fernrohr die ho: rizontale tage Oo hat.

Mun neige mon das Fernrohr, daß das Pers pendikel der Ordnung nach 11, 10, 9, 8, 2c. sole folche Theile fasset, und bestimme nun fur jede solche Reigung durch Beobachtung die entspreschenden Winkel x = Acg nach (h. 148. 1).

Diese Perpendikel z, mit den zugehörigen Werthen von x, ordne man in ein Täselchen, so kann nunmehr in jedem Falle, wo für eine gewisse Neigung des Fernrohrs Ww, das Perpendikel z gemessen worden ist, aus dem Täselchen sogleich durch Proportionaltheile, der ents sprechende Winkel ACg = x hinlänglich genau gefunden werden.

Begreiflich kann das Tafelchen auch construirt werden für die Falle, daß das Fernrohr über der Horizontalrichtung Oo erhoben wird, in welchem Fall die Winkel xoder ACg den vorigen nur ent: gegengesest genommen werden mussen.

VII. Um besten ist es nun frentich, wenn gar keine Correctionen dieser Urt ben Ausmessung der Winkel erforderlich sind, und also das Fernrohr genau in einer Seene, senkrecht auf derzenigen des Werkzeugs, auf und nieder beweglich ist. Von dem Geometer wird sich diese Bedingung an dem in dieser pract. Geom. beschriebenen Winzkelmaße, durch Huste der Vorrichtung S. 150. und derzenigen S. 136. VI., wodurch das Fernrohr oder auch das Fadenkreuz etwas rechts oder links verschoben werden kann, sehr bald in der nothigen Genauigkeit darstellen lassen. Halt man

(5) 2 aber

aber diese Vorrichtungen für zu weitläuftig, so sind die bisherigen Untersuchungen gewiß nicht ohne Nugen. Nicht alle Feldmesser sind, wie ich schon östers erwähnt habe, mit so kostbaren Werkzeugen versehen, an denen alle einzelnen Theile sich durch Schrauben veristeiren lassen. Sie mussen also wissen, auch mit minder kostbaren Werkzeugen, richtige Messungen anstellen zu können.

cher lagleich diese Phespologosphische 198'erd. Two gende Wholed A. C. g. = x. His Knode, geneu

pos vych posmacy so and