
 VIII. Kapitel.

Von Bestimmung und Ausmessung der Winkel auf dem Felde, besonders mit dem Meßtische, dem Astrolabio, der Bouffole u. s. w., nebst den dabey nöthigen Bemerkungen.

§. 128.

A u f g a b e.

Die Größe eines auf dem Felde vorgegebenen Winkels, auf dem Meßtische zu bestimmen.

A u f l ö s u n g.

I) Es sey Tab. VII. Fig. LXXVIII. C ein Punkt auf dem Felde, durch welchen man sich eine Horizontalfläche gelegt vorstelle. P und Q seyen ein paar Punkte oder Objecte, nach Gefallen über der Horizontalfläche erhaben. Nun gedenke man sich durch P, Q ein paar Verticallinien Pp, Qq, die bey p, q in diese Horizontalfläche eintreffen, und nach p, q die Linien Cp, Cq, hingezogen, so werden die beyden Linien Cp, Cq, Horizontallinien seyn, und der Winkel pCq, wird der Neigungswinkel

fel

kel seyn, den ein paar Verticalebenen PpC , QqC , durch den Punkt C und die Objecte P , Q gelegt, mit einander machen.

Man soll auf dem Papiere des Meßtisches einen Winkel angeben, der dem Horizontalwinkel pCq gleich ist.

II) Um dieses zu leisten, bringe man den Meßtisch Fig. LIV. über den Punkt C Fig. LXXVIII, eröffne die Beine des Stativs so weit, bis das Werkzeug eine bequeme Höhe über den Boden hat, und gebe dem Tischblatt A , indem man es in der Ruß herumwendet, und die Schrauben y , y , y zu Hülfe nimmt, (S. 108. 6), vermittelst einer darauf gesetzten Wasserwaage (S. 113), eine genaue horizontale Stellung.

III) Es stelle also das Viereck $abgd$ Fig. LXXVIII. den Meßtisch in seinem horizontalen Stande über dem Punkte C vor, dann wird die Ebene des Tisches $abgd$ mit der Horizontalfläche pCq parallel seyn.

IV) Man nehme auf dem Meßtische einen Punkt h an, der lothrecht über A liegt. Um dieses zu bewerkstelligen, bedient man sich sehr bequem einer sogenannten Gabel Fig. LXXIX. Diese Vorrichtung besteht aus zwey Armen, oder hölzernen Stäben rs , tv , die durch den Querleisten sv mit einander verbunden sind,
und

und so die Gestalt einer Gabel bilden. Die Längen rs , tv , mögen etwa die halbe Breite des Meßtisches betragen; am Ende des untern Armes vt , muß ein Faden mit einem Lothe herabhängen. Will man nun auf dem Meßtische einen vertical über C liegenden Punkt h angeben, so schiebt man diese Gabel an das Tischblatt, bewegt sie hin und her, so daß rs die obere Fläche des Tischblatts, und tv die untere Fläche desselben beschreibt, und giebt ihr eine solche Lage, daß das an dem Arme vt befindliche Loth, gerade über den Punkt C (II) hängt, so wird der Endpunkt r des Schenkels sr , auf dem Meßtische den Punkt h vertical über C angeben.

V) In diesen Punkt h steckt man eine sehr feine, mit einem Knöpfgen von Siegellack versehenene, Nähnadel ein, und legt die Schärfe ik des Fig. LXVIII. und S. III. I. beschriebenen Diopterlinials an die Nadel.

VI) Wisirt alsdann durch die Oculardioppter, wendet und dreht das angelegte Diopterlinial so lange um die Nadel, bis z. B. das Object P gerade hinter dem in der Objectivdioppter ausgespannten Verticalfaden erscheint, und zieht hierauf längs der an der Nadel liegenden Schärfe des Linials, mit einem wohl zugespitzten Bleystift eine gerade Linie her. Während daß dieses geschieht, muß das Linial in

in unverrückter Lage erhalten, und daher so lange etwas angeedrückt werden. Noch besser ist es, wenn man von einem Gehülffen die Linie ziehen läßt, so kann man unterdessen immer das Auge vor der Sculardioptr behal- ten, nach dem Objecte P visiren, und so die ge- ringste Verrückung der Dioptrregel bemerken.

VII) Es sey also hn die auf dem Meß- tische durch den Punkt h gezogene Linie, so wird hn in der Verticalebene CpP liegen, die man sich durchs Object P, und den Punkt C einbildet. Denn der Punkt h auf dem Meß- tische liegt vertical über C (IV) und folglich in der Verticalebene CpP . Weil nun die Ebene des Meßtisches horizontal gestellet worden, und der Schliß in der Sculardioptr, nebst dem Faden der Objectivdioptr, auf der Ebene des Dioptrkinnials, und folglich hier auf der hori- zontalen Ebene des Meßtisches senkrecht stehen, so werden Schliß und Faden auch beyde in der Verticalebene $hCpP$ liegen, wenn die Dioptrern nach dem Objecte P hingerichtet sind. So ist demnach hn die Durchschnittsline der Vertical- ebene $hCpP$, mit der horizontalen Ebene des Meßtisches, und hn mit Cp parallel.

VIII) Sobald nun die Linie hn gezogen worden, richtet man die Dioptrern auch nach dem Objecte Q, und ziehet abermahls auf dem Meßtische wie in (VI), längs der an der Nas-

del liegenden Schärfe des Linials, eine gerade Linie hc , so wird eben so hc in der Vertical-ebene $hCQq$ liegen, und parallel mit Cq seyn müssen.

IX) Während man aber die Dioptern nach Q hinrichtet, muß man wohl dafür sorgen, daß der Meßtisch sich nicht verrücke, und folglich die zuerst gezogene Linie hn aus ihrer wahren Richtung komme.

X) So erhält man demnach auf dem Meßtische einen Winkel nhc , dessen Schenkel hn , hc , mit den Schenkeln Cp , Cq , des Winkels pCq gleichlaufend sind, und daher muß $nhc = pCq$ seyn. (M. s. Kästners Geometrie, 46 Satz. 2. Zus.)

Dieser Horizontalwinkel $nhc = pCq$ ist nun zugleich der Neigungswinkel der beyden Vertical-ebenen $CphP$, $CqhQ$, welchen man finden wollte.

Z u s a z.

§. 129. Gewöhnlich hat man bey dem Gebrauche des Meßtisches blos die Absicht, den Horizontalwinkel pCq auf dem Felde, zu Papiere zu bringen. Verlangte man aber auch zugleich die wahre Größe dieses Winkels pCq , in Graden und Minuten, so müßte man nhc auf dem Meßtische, etwa mittelst des gerad-

geradlinigten Transporteurs (§. 106. 16) messen. Allein, selten pflegt man diese Absicht bey dem Nestische zu haben; wenn man den Winkel nur zu Papiere gebracht hat, so ist der Zweck erfüllt, und verlangt man den Winkel pCq in Graden und Minuten, so findet man ihn sicherer durch Hülfe des Astrolabii.

Z u s a t z.

§. 130. I. Es pflegt meistens zu geschehen, daß auf dem Nestische eine Linie hv , und ein Punkt h in ihr, schon gegeben sind, man soll den Winkel pCq , auf dem Nestische verzeichnen, so, daß der gegebene Punkt h die Spitze des Winkels, und die gegebene Linie hv den einen Schenkel desselben abgiebt: In diesem Falle verfährt man so:

II. Man bringt erstlich den Nestisch in eine horizontale Lage, und den gegebenen Punkt h , vertical über C nach §. 128. II. IV, und legt hierauf die Schärfe des Diopterlinials an die gegebene Linie hv sehr genau an.

III. Nun muß die Linie hv in die Verticalfläche $hCPp$ eingerichtet werden. Dies geschieht auf folgende Art.

IV. Man löse an dem Nestische die Schraube x Fig LVI, um nach (§. 108. 7.) der ganzen Ebene des Tischblatts eine horizontale Wendung

zung zu geben, lasse an der vorgegebenen Linie $h v$ das Diopterlinial unverrückt liegen, und wende das Tischblatt horizontal herum, bis das an die Linie $h v$ angelegte Diopterlinial in eine solche Lage $h n$ kömmt, bey der der Faden der Objectivdioptr den Gegenstand P deckt. In dem Augenblicke, da dies geschieht, ziehe man die Schraube x wieder an.

V. Hiedurch kann sich aber das Object P sehr leicht wieder etwas aus dem Faden der Objectivdioptr verrücken. Um also die genaue Stellung wieder zu erhalten, bediene man sich der Stellschraube $z e$ (Fig. LVIII.) welche nach S. 108. 7. dem ganzen Tische eine sanfte horizontale Bewegung ertheilt, so wird hiedurch der Faden der Objectivdioptr wieder genau nach dem Objecte P hingerichtet werden können.

VI. Ist nun auf diese Art die gegebene Linie $h v$ durch Herumwendung des ganzen Meßtisches genau in die Lage $h n$ gebracht, d. h. in die Verticalfläche $h C P p$ eingerichtet worden, dann läßt man die Ebene des Tisches in unverrückter Lage, wendet blos das Diopterlinial herum, und richtet es nach dem Objecte Q , so kann man alsdann den andern Schenkel $h c$ des Winkels auf dem Meßtische bestimmen S. 128 VIII, und folglich an die gegebene Linie $h v$ (nachdem sie nämlich in die Richtung $h n$ gebracht worden) und an den gegebenen Punkt

Punkt h , einen Winkel $n h c = p C q$ verzeichnen.

VII. Wenn der lothrecht über C gestellte Punkt h sich während der Horizontalwendung des Tischblatts (IV. V.) nicht wieder verrücken soll, so muß sich h über der Umdrehungsaxe des Tischblattes befinden. Ausserdem beschreibt h während der Umdrehung des Tischblattes einen desto größern Kreis, je weiter h nach dem Rande des Mestisches zu liegt. Wenn also h lothrecht über C gestellt worden (I), so würde sich h aus seiner Lage über C merklich wieder verrücken, wenn man den Mestisch noch viel herumwenden müste, während man $h v$ nach P einrichtet (III). Es ist daher nöthig, daß, ehe man h lothrecht über C stellt (I), man vorher wenigstens nach dem Augenmaße die Linie $h v$ nach P gerichtet habe, damit der Mestisch, bey der völlig genauen Einrichtung (II - V), nicht viel mehr gewendet werden darf. Mehrere hieher gehörige nöthige Bemerkungen s. m. im zweenen Theile dieser pract. Geom. S. 183. 4. Sind die Objecte P, Q sehr weit entfernt, so kommt es übrigens so sehr nicht darauf an, daß h so genau lothrecht über C liege.

Anmerkungen.

S. 131. I) Es ist nothwendig, daß, wenn man mit dem Bleystift neben dem Dioptraliniale her:

herzieht, die gezogene Visirlinie genau durch den Punkt h gehe. Den Bleystift muß man daher beständig geschärft halten, und mit ihm sehr genau längs der an dem Punkt h liegenden Seite des Linials herfahren.

II) Anfängern, die noch nicht geübt sind, ist es freylich bequem, das Diopterlinial um eine in h eingesteckte Nadel zu drehen. Weil aber, zumahl wenn die Nadel nicht recht fein ist, ihre Dicke unterweilen verhindert, die Linie genau durch h zu ziehen, welches bey manchen Feldmesserarbeiten zu erheblichen Fehlern Gelegenheit geben kann, so ist es besser, sich gar keiner Nadel zu bedienen, sondern das Diopterlinial blos an den Punkt zu legen, und so nach den Gegenständen zu richten. Wer den Versuch anstellen will, wird finden, daß dieß so gar schwer nicht ist, und sich durch einige Uebung bald lernen läßt. Ich pflege mich nie einer Nadel zu bedienen, und bringe dennoch das Diopterlinial sehr bald in die Lage, daß, wenn es nach einem Gegenstande hingerichtet worden, auch die Schärfe desselben genau an dem Punkte h anliege.

III) Es versteht sich, daß unter dem bisher gebrauchten Worte Object, vielmehr nur ein gewisser bestimmter Punkt desselben verstanden werden muß. Wären daher die Objecte P, Q z. $E.$ ein paar Thürme, so würde man

man etwa nach den Spitzen derselben hinvisiren.

IV) Ist liegen die Objecte P, Q, so hoch oder tief, daß die Dioptern zu niedrig sind, um nach ihnen hinvisiren zu können. In diesem Falle stecke man zwischen dem Standpunkte C des Meßtisches und den Objecten P, Q, erst Stäbe in die Vertical Ebenen CpP, CqQ, und visire hierauf nach diesen Stäben. Bey diesem Abstecken der Stäbe sind aber alle Vorrichtungen zu beobachten, welche oben (S. 33.) gelehrt worden sind, damit, wenn man auf dem Meßtische die Visirlinien hn, hc nach den Stäben hinzieht, man versichert seyn kann, daß sie auch genau in den wahren Vertical Ebenen CpP, CqQ liegen würden.

V) Wenn man sich auf dem Meßtische der dioptrischen Regel Fig. LXIX. bedient, bey welcher die Visirlinie durch die Mitte des Linials geht, so muß man Sorge tragen, beim Visiren nach verschiedenen Objecten, immer eine und dieselbe Seite des Linials an den Punkt, oder an die Nadel zu legen, weil sonst Fehler zu besorgen sind, wenn man bald die eine, bald die andere Seite des Linials anlegte, und nicht überzeugt wäre, daß beyde genau unter sich, und mit der Visirlinie parallel laufen.

VI) Während man Fig. LXXVIII. das Diopterlinial aus der Lage hn, in die Lage hc bringt,

bringt, und die Linie hc ziehet, muß der Meßtisch in unverrückter Lage erhalten werden, damit hn nicht aus ihrer Richtung komme. Nun kann es aber leicht geschehen, daß durch einen Zufall sich der Meßtisch etwas verrückt. Um also, nachdem man hc gezogen hat, zu untersuchen, ob hn noch in ihrer gehörigen Richtung sich befinde, so legt man das Diopterlinial wieder genau an die Linie hn ; deckt alsdann der Faden der Objectivdiopter noch genau den Gegenstand P , so hat sich der Meßtisch nicht verrückt: erscheint im Gegentheil das Object P nicht genau hinter dem Faden, so ist eine kleine Verrückung des Tisches vorgefallen, und man muß daher die Linie hn wieder einrichten, und hierauf noch einmal nach dem Objecte Q hinvisiren, um den wahren Winkel auf dem Meßtische zu bekommen.

Diese Methode, den unveränderten Stand des Meßtisches zu erfahren, ist ohnstreitig eine der besten und zuverlässigsten.

VII) Einige aber bedienen sich der Magnetnadel zu dieser Prüfung, und verfahren so: Gleich anfangs, ehe sie nach den Objecten P , Q hinvisiren, ziehen sie auf dem Meßtische die Richtung der Magnetnadel. Sie wenden nämlich das Diopterlinial so lange, bis die Magnetnadel genau über der Linie einspielet, die auf dem Boden des Magnetkästgens eingerissen ist,
und

und ziehen hierauf längs des Diopterlinials eine gerade Linie, also die Richtung der Magnetnadel (§. 121.) auf den Mestisch. Nun erst wird nach den Objecten P, Q hinvisirt, und auf dem Mestische, hn, hc gezogen. Um nun zu erfahren, ob während dieser Arbeit sich der Stand des Tisches verändert hat, so legen sie das Diopterlinial wieder genau an die gleich anfangs gezogene Richtung der Magnetnadel, und lassen die Nadel in Ruhe kommen; Spielt sie nun wieder genau über der Linie auf dem Boden des Magnetkästgens ein, so hat sich der Mestisch nicht verrückt, im Gegentheil aber hat sich dessen Lage verändert, und man muß daher hn, hc wieder von neuem bestimmen.

Diese Methode aber, den unverrückten Stand des Mestisches zu erforschen, ist bey weitem nicht so richtig, als die erstere (VI). Denn es kann nur eine sehr geringe Verrückung des Tisches vorgefallen seyn, daß eine Magnetnadel, wenn sie nicht sehr beweglich ist, solche kaum empfindet; Auch können selbst bey der Beobachtung, ob die Nadel über der erwähnten Linie auf dem Boden des Kästgens einspielt, kleine Fehler vorkommen, zumahl wenn man das Auge etwas seitwärts, und nicht gerade über der Linie hält; und endlich mögte ich auch wegen viel zufälliger Umstände welche auf die Richtung der Magnetnadel Einfluß haben

ben können, nicht rathen, sich bey Stellung eines Meßtisches völlig auf die Magnetnadel zu verlassen. Wenn etwas genaues geleistet werden soll, wird die erstere Methode (VI) allerdings den Vorzug verdienen, und nur in besondern Fällen kann die Richtung eines Meßtisches nach der Magnetnadel zugelassen werden.

VIII) Eine dritte Methode, den Stand des Meßtisches, oder überhaupt eines geometrischen Werkzeugs zu prüfen, bestehet in dem Gebrauche der sogenannten Versicherungsdioptern. Diese Vorrichtung bestehet in ein paar Dioptern, welche an die untere Fläche des Meßtisches befestigt, und, um den Stand desselben zu prüfen, auf folgende Art gebraucht werden.

Man untersuche, indem man durch diese Versicherungsdioptern visirt, was hinter dem Faden der Objectivdiopter, in der Ferne etwa für ein kenntlicher Gegenstand erscheint, nachdem man dem Tische die gehörige Stellung gegeben hat: oder, wenn hinter dem Faden nicht gerade ein kenntliches Object erscheint, so lasse man in einiger Entfernung einen Stab abstecken, so daß er von dem Faden der Objectivdiopter bedeckt wird. Will man nun in der Folge den Stand des Tisches prüfen, so darf man nur durch diese Versicherungsdioptern visiren, und nachsehen, ob sie noch genau auf den in der Ferne abgesteckten Stab, oder sonst
be:

merkten Gegenstand, hinweisen. Geschieht dieses, so ist man versichert, daß, während man auf dem Tische handhierte, keine Verrückung desselben vorgefallen ist. Bemerket man aber das Gegentheil, so hat sich derselbe verrückt, und man muß ihn von neuem einrichten. So kann man sich demnach in jedem Augenblicke von dem richtigen und ungeänderten Stande des Werkzeugs versichern.

IX) Zu eben dem Zwecke dient, zumahl an einem Astrolabio, auch ein Versicherungs-Fernrohr, welches gewöhnlich an der untern Fläche des eingetheilten Randes befestigt wird. Es versteht sich, daß ein solches Fernrohr in seinem Brennpunkte ebenfalls mit einem ausgespannten Faden, oder einem ebenen Glase, worauf Kreuzlinien, wie oben (S. 104.) eingerissen sind, versehen seyn muß, um nach einem bestimmten Punkte eines Objects visiren zu können.

X) Damit man aber nicht allemahl nöthig habe, im Falle sich kein kennlicher Punkt eines entfernten Objects sogleich genau hinter dem Faden eines Versicherungs-Fernrohres zeigte, in die Ziellinie desselben einen Stab abzustekken (VIII), (welches offenbar immer einen Aufenthalt bey Ausmessung der Winkel verursachen würde) so ist anzurathen, die Einrichtung so zu machen, daß das Versicherungs-Fernrohr nicht ganz unbeweglich ist, sondern

dern vermittelst einer Stellschraube etwa um ein paar Grade verrückt werden kann, damit man es genau nach einem kenntlichen Punkte eines entfernten Gegenstandes einrichten kann. Vielleicht wäre es zumahl bey sehr hohen Standpunkten z. B. auf Bergen nicht überflüssig, wenn das Versicherungs-Fernrohr, wie eine Kippregel auch um einige Grade gegen die Ebene des Werkzeugs geneigt, und in jeder bestimmten Lage festgestellt werden könnte. Die Vorrichtung dies zu bewerkstelligen, kann leicht von jedem Mechanicus angegeben werden, und bedarf hier kaum einer weitern Erläuterung. Man wird finden, daß diese Einrichtungen des Versicherungs-Fernrohres insbesondere bey der Winkelmessungsmethode S. 135. von sehr großen Nutzen sind. Ist ein Versicherungs-Fernrohr auf die angeführte Art nicht ganz unbeweglich, so wird es dennoch ein unbewegliches genannt, um es von solchen zu unterscheiden welche rings in einem Kreise herum bewegt werden können, wie man sie jetzt zu verschiedenen Zwecken so einrichtet. N. s. unten S. 136. V.

XI) Dieser Gebrauch der Versicherungsdioptern, und Fernrohre, ist bey einem jeden geometrischen Werkzeuge anzurathen, womit man Messungen von Wichtigkeit anzustellen hat.

A u f g a b e.

§. 132. Einen Winkel auf dem Felde vermittelst des (§. 99.) beschriebenen Astrolabii auszumessen.

Aufl. I) Es seyen Fig. LXXX. Tab. VII, P und Q wieder ein paar Gegenstände auf dem Felde. C ein gegebener Punkt, und Pp, Qq Perpendikel auf die horizontalfläche durch C, man verlangt die Größe des Horizontalwinkels pCq, oder des Neigungswinkels der beyden Verticalebenen CpP, CqQ, in Graden und kleinern Theilen.

II) Nachdem man das Werkzeug Fig. LIX. auf die Nuß Fig. LXIV. und diese auf den Zapfen S des Stativs Fig. LXV. gesetzt hat, so bringe man die ganze Vorrichtung über den Punkt C des auszumessenden Winkels pCq Fig. LXXX, so, daß der Mittelpunkt des eingetheilten Randes lothrecht über C zu liegen komme, und gebe dem Stative zugleich eine bequeme Höhe.

III) Man bringe hierauf durch Drehung der Alhidadenregel die Indices oder Anfangsstriche der beyden Verniere (§. 103. I.) genau an die Theilstriche des Randes, wo sich die Abtheilungen desselben anfangen, und befestige die Alhidadenregel in dieser Lage an den Rand, indem man die untere Schraube x (§. 99. 9.) anziehet.

Soll:

Sollten sich, durch dies Anziehen der Schraube x die Indices wieder etwas verrücken, so kann man sie vermittelst der Micrometerschraube MK, wieder genau an die ersten Theilstriche des Randes bringen.

• IV) Auch ziehe man die Schraube U Fig. LXIV. an, wodurch die Nuß auf den Zapfen S des Stativs befestigt, und unbeweglich erhalten wird.

V) Man gebe hierauf dem Werkzeuge, indem man es in der Nuß herumwendet, eine genaue horizontale Stellung, vermittelst einer auf den Rand gesetzten Wasserwaage. Befestige alsdann auch die an der Nuß befindliche Schraube H Fig. LXIV, damit das Werkzeug in seiner horizontalen Stellung unverrückt erhalten werde.

VI) Nach dieser Vorbereitung löse man nun die Schraube L (S. 99. 16. und Fig. LIX.) so wird sich das ganze Werkzeug auf dem Zapfen der Nuß horizontal herumwenden, mithin auch das Fernrohr nach einem jeden Gegenstande hinrichten lassen, ohne daß man nöthig hat die Alhidadenregel selbst um ihr Centrum zu drehn, und sie dadurch aus der Lage (III) zu verrücken, in der man sie an den Rand befestigt hatte. Da ich annehme, daß das Fernrohr, als Kipprohr (S. 99. 18.) in einer auf dem Werkzeuge senkrechter Ebene auf und nieder beweg-

weglich ist, so kann es nach Gegenständen hin- gerichtet werden, wenn sie sich auch nicht in einer Horizontalebene durch den Mittelpunkt des Werkzeugs befinden. Es versteht sich, daß jedes Object, nach welchem das Fernrohr hin- ziele, allemahl genau hinter der in dem Fern- rohre vertical sich darstellenden Linie cd (Fig. LXVII.), wodurch nach (S. 104.) die eigent- liche Dioptrische; oder Visirebene be- stimmt wird, erscheinen muß.

VII) Man wende also das ganze Werk- zeug so lange, bis man durchs Fernrohr das Object Q Fig. LXXX. erblickt. So bald die- ses geschieht, ziehe man die (VI) erwähnte Schraube L wieder an, hemme dadurch die grobe Bewegung des Werkzeugs, und wende hierauf die Stellschraube WZ Fig. LVIII. S. 99. ¹². herum, um der ganzen Ebene des eingetheilten Randes eine sanfte hori- zontale Bewegung zu ertheilen, so wird man dadurch in den Stand gesetzt werden, das Fernrohr völlig genau nach dem Objecte Q hin- zurichten, so daß Q hinter der Linie cd (VI) erscheint, die auf dem in dem Brennpunkte des Fernrohrs eingesetzten Planglase eingerissen ist.

VIII) Es stelle also $l \lambda n c$ Fig. LXXX, den eingetheilten Rand des Winkelmessers vor, und h dessen Mittelpunkt lothrecht über C, or das blos durch die Bewegung des ganzen Werk- zeuges (VI) nach Q gerichtete Fernrohr, und
In

In die Alhidadenregel, mit ihrer Vernierplatte vs, deren beyde Indices noch immer genau an den ersten Theilpunkten des Randes anliegen müssen (III). In gegenwärtiger Figur ist die Vernierplatte, wenn der Beobachter nach Q visirt, rechter Hand der Alhidadenregel gezeichnet. Nach der Einrichtung des Werkzeugs Fig. LVIII. müßte man sich solche eigentlich linker Hand der Alhidadenregel vorstellen. Beydes macht in der Hauptsache keinen Unterschied, so wie es sich denn auch aus der Art, wie die Abtheilungen auf dem Rande gezählt werden, bald ergibt, nach welchem Objecte man in (VII) das Fernrohr zuerst richten muß, damit wenn es nachher nach einem zweyten hingewandt wird, die Alhidadenregel sich nach der Ordnung der auf den Rand geschriebenen Zahlen und nicht rückwärts bewege.

IX) Man löse nun die Schraube x des Alhidadenhalters (S. 99. 9.), wende die Alhidadenregel langsam herum, damit die Ebene des eingetheilten Randes nicht die geringste Verrückung leide, und bringe sie in die Lage ac, bey welcher man durchs Fernrohr den Gegenstand P erblickt. Ziehe hierauf die erwähnte Schraube x wieder an, und bringe vermittelst Umwendung der Micrometerschraube, wodurch man der Alhidadenregel, mithin auch dem Fernrohre eine sanfte Bewegung erteilt, das Fernrohr völlig genau in die Richtung nach dem Objecte P.

X) Wenn dies geschehen, so untersuche man auf beyden Abtheilungen des Randes die Bogen, welche beyde Indices der Verniere, dadurch, daß man die Alhidadenregel aus der erstern Lage ln in die zwenyte λc brachte, beschreiben haben, so findet man nach der S. 103. gegebenen Anleitung den Winkel $lh\lambda$, um welchen die Alhidadenregel gedrehet worden. Eben dieser Winkel $lh\lambda$ ist dem Verticalwinkel chn , mithin auch dem Winkel pCq gleich, den die zwey Verticalebenen durch P und Q , am Standpunkte C des Werkzeugs, mit einander machen.

XI) Wäre das Werkzeug nicht mit einem Kippfernröhre versehen, um auch nach erhöheten oder vertieften Gegenständen visiren zu können, so muß man die Ebene des Werkzeugs selbst, in die Ebene PhQ des auszumessenden Winkels stellen, und nun den schiefen Winkel PhQ messen, in welchem Falle denn die Objecte allemahl in dem Durchschnitte der Kreuzlinien cd , ef . (Fig. LXVII. S. 104.) erscheinen müssen. Um aber aus diesem schiefen Winkel PhQ nunmehr den horizontalen pCq , den man eigentlich verlangt, bestimmen zu können, muß man nach (S. 8.) ausser dem Winkel PhQ , auch noch die Elevations- oder Depressions- Winkel der Gegenstände P , Q , in Ansehung der durch h gehenden Horizontalebene messen. Daß dies alles eine auß-

Mayer's pr. Geometrie L Th. M m serst

serst beschwerliche Sache ist, wird derjenige bald empfinden, welcher mit keinem solchen Kippfernrohre an seinem Werkzeuge versehen ist, und eine Menge von Winkeln, um einen Standpunkt herum zu messen hat.

Anmerkung.

§. 133. I. Weil die Ebene des eingetheilten Randes unverrückt bleiben muß, während man die Alhidadenregel, aus der ersten Lage *Ln*, in die zweyte *lc* drehet, so wird man bey dieser Aufgabe den Nutzen eines Versicherungsfernrohres (§. 131. IX. X.) an dem Astrolabio verspüren, zumahl wenn aus demselben Stande *C* noch mehrere Winkel aufzunehmnen wären.

II. Man kann solchergestalt mit einem Winkelmesser, dessen Rand aus einem ganzen Kreise bestehet, aus einem einzigen Stande *C*, so viel Winkel am Horizonte herum messen, als man will, ohne daß man nöthig hat, das Werkzeug von neuem zu stellen.

Wäre *z*. *E. R* ein drittes Object, und *R p* eine Verticallinie auf die Horizontalfläche, so darf man nur, so bald der Winkel *pCq*, auf dem Werkzeuge bestimmt worden, die Alhidadenregel weiter herumdrehen, das Fernrohre nach dem Objecte *R* hinrichten, und dann eben so die durchlaufenen Bogen auf dem Rande
des

des Werkzeugs untersuchen, so hat man den Horizontalwinkel $q C p$, vorausgesetzt, daß die Ebene des Werkzeugs aus ihrer anfänglichen Lage, wo das Fernrohr nach Q hingichtet war, nicht verrückt worden ist.

Nach hätte man alsdann, wenn es nöthig wäre, den Winkel $p C p = q C p - q C p$.

III. Hat man auf diese Art aus einem einzigen Stande viele Winkel zu messen, so muß man in dem Diario folgende Umstände bemerken.

Erstlich: Die Nahmen der Objecte P , Q , R u. s. w.

Zweitens: Was die Indices der beyden Verniere, nachdem das Fernrohr allemahl nach einem Objecte hingichtet worden, auf den Abtheilungen des Randes für Grade und Minuten weisen. Und endlich

Drittens: Um wie viel Revolutionen der Micrometerschraube, der Index des Vernier, bey jeder Richtung des Fernrohrs, von dem nächsten Theilstriche des Randes abstehet. Dies letztere ist indessen nur nöthig, wenn man die einzeln Minuten, die die Vernierabtheilungen angeben, genauer prüfen, und die Fehler, die bey der Beobachtung des Zusammentreffens der Theilstriche des Vernier mit denen des Randes, vorgefallen seyn möchten, schätzen will. (S. 103. 3.).

IV. Exemp. Bey der anfänglichen Richtung des Fernrohrs nach dem Objecte Q standen beyde Indices der Vernierplatte, genau an den ersten Theilstrichen des Randes, und zeigten also auf beyden Abtheilungen des Randes $0^{\circ}. 0'. 0''$.

Gesetzt nun, nachdem das Fernrohr nach dem Objecte P hingerrichtet worden, wiese der Index des B. der 90 Theilung $46^{\circ}. 56'$; der Index des B. der 96 Theilung aber $50 b + \frac{1}{3} b$. (S. 102. II. und S. 103. 2.) und vermittelst der Micrometerschraube fände man, daß der Index des B. der 90 Thl. von dem Theilstriche des Randes, der zu 46° gehört, um $7\frac{2}{3}$ Revolutionen der Micrometerschraube abstände (S. 101. VII.), so würden diese Data etwa auf folgende Art ins Diarium zu stehen kommen.

Obj.	n. d. 90 Thl.	n. d. 96 Thl.	n. d. Micromschr.
Q	$0^{\circ}. 0'. 0''$	o . o . o	o . o .
P	$46^{\circ}. 56. 0''$	$50 b + \frac{1}{3} b$	$46^{\circ} + 7\frac{2}{3} Rev.$

Und so hätte man demnach für jeden Winkel wie q Cp, 3 Angaben, welche nach gehöriger Berechnung einander zu gegenseitiger Vergleichung und Berichtigung dienen. Wenn man es für gut befindet, so kann man wie (S. 103. 4) ein arithmetisches Mittel daraus nehmen.

Wie man den Kreuzlinien im Brennpunkte des Fernrohrs §. 104. eine solche Lage giebt, daß eine davon in einer auf der Alhidadenregel senkrechten Ebene liege.

§. 134. Es wird bey Ausmessung eines Winkels, den zwey Verticalebenen auf dem Felde mit einander machen, offenbar zum vorausgesetzt, daß die Linie im Brennpunkte des Fernrohrs (nämlich cd Fig. LXVII. und §. 104.) hinter der die Gegenstände erscheinen müssen, in einer auf der Alhidadenregel oder auf der Ebene des eingetheilten Randes senkrechten Ebene liege, damit, wenn die Ebene der Alhidadenregel oder des eingetheilten Randes horizontal gestellet worden, die erwähnte Linie vertical sey.

Um nun dieser Linie ihre gehörige Lage zu geben, so bringe man die Ebene des eingetheilten Randes in eine horizontale Stellung (§. 113.) und lasse in einiger Entfernung an einem Faden ein Loth herabhängen. (Statt dessen auch irgend eine verticale Gränze eines entfernten Gegenstandes dienen kann).

Hierauf löse man die Schraube des Alhidadenhalters, wende die Alhidadenregel herum, und richte das Fernrohr nach diesem Lothe:

Wenn nun die §. 104. erwähnte Linie cd mit der Richtung dieses Lothes zusammenfällt, so hat sie ihre gehörige Stellung.

Ge

Geschiehet dieses nicht, so löse man Fig. LXVI. die Schraubgen d, d , die das Fernrohr in der Hülse K festhalten, und wende das Fernrohr in seiner Hülse herum, bis die erwähnte Linie im Brennpunkte des Fernrohrs mit der Richtung des Loths zusammenfällt.

Sobald dieses geschieht, ziehe man die Schrauben d, d , wieder an, so wird alsdann die erwähnte Linie in ihrer gehörigen Lage unverrückt erhalten werden können.

Ist das Fadenkreuz nicht in der Objectiv:röhre des Fernrohrs (wie S. 104.), sondern in der Ocularröhre selbst angebracht, wie öfters zu geschehen pflegt, so kann die Linie $c d$ des Kreuzes, auch durch Umdrehung der Ocularröhre, in die gehörige Vertical:Lage gebracht werden.

Diese Prüfung und Berichtigung der erwähnten Linie, muß man allemahl vorher anstellen, ehe man zur wirklichen Ausmessung der Winkel schreitet.

Job. Mayers Methode (*comment. Soc. R. Goett. T. II. ad annum 1752.*) einen Winkel auf dem Felde sehr genau auszumessen, wenn gleich der Winkelmesser, dessen man sich hierzu bedient, merkliche Fehler in der Theilung des Randes u. s. w. hätte.

§. 135. Diese Methode kann mit Nutzen auf dem Felde gebraucht werden, wenn man die Größe eines Winkels zu einer gewissen Absicht sehr genau messen will, und ist kürzlich folgende.

I) Es sey der Winkel PgQ Fig. LXXXI. Tab. VII, den ich x nennen will, auszumessen.

Um dieses zu leisten muß man nach der Ordnung folgende Operationen vornehmen.

Erste Operation.

II) Man stelle den Mittelpunkt des Werkzeugs über die Spitze g des auszumessenden Winkels PgQ , bringe die Indices der Berniere genau an die ersten Theilstriche des Randes (§. 132. III.) und wende das ganze Werkzeug horizontal herum, wie in (§. 132. VI. VII.) bis das Fernrohr ln genau nach dem Objecte Q hingerichtet ist.

III) Bey dieser Lage des Fernrohrs sind also bey l die Anfangspunkte beyder Abtheilun:

lungen des Randes, an denen zugleich die Indices der Verniere anliegen.

IV) Nun löse man die Schraube des Alhidadenhalters, und wende blos das Fernrohr herum, ohne daß sich aber die Ebene des eingetheilten Randes verrücke, und bringe das Fernrohr in die Lage λc , nämlich in die Richtung nach dem Objecte P.

V) So wird der Bogen $I\lambda$, den während Herumdrehung des Fernrohrs, der Index des Vernier auf dem Rande durchlaufen hat, das Maasß des Winkels $I g \lambda$ oder $P g Q$ seyn.

Zweite Operation.

VI) Man braucht aber den Bogen $I\lambda$, als das Maasß des Winkels $P g Q$ oder x , nicht zu untersuchen, sondern sängt sogleich eine neue Operation an, die der ersten völlig ähnlich ist. Nämlich, man läßt das Fernrohr, oder vielmehr den Index des Vernier unverrückt an der Stelle des Randes, wo er am Ende der ersten Operation stand, und wendet nun wieder blos das ganze Werkzeug herum, so daß das Fernrohr λc , welches in Fig. LXXXI. nämlich am Ende der ersten Operation, nach dem Objecte P hinzielte, in die Lage λc Fig. LXXXII. oder in die Richtung nach dem Objecte Q komme.

VII)

VII) Hiedurch kömmt aber, weil die Richtung des Fernrohrs vermittelst der Wendung des ganzen Werkzeugs geschah, die Linie ln Fig. LXXXI. in die punktirte Richtung ln Fig. LXXXII, und so ist zwar jetzt das Fernrohr wieder nach Q gerichtet, aber der Index des B . welcher sich bey λ befindet, wird jetzt von dem Punkt l , wo sich auf dem Rande die Abtheilungen anfangen, um den Bogen $l\lambda$ oder um das Maasß des Winkels x abstehen.

VIII) Man lasse nun wieder das ganze Werkzeug, oder die Ebene des Randes unverrückt, wende blos das Fernrohr, und richte es zum zweytenmahl nach dem Objecte P .

IX) So wird, indem das Fernrohr aus der Lage λc in die Lage $\lambda' c'$, gebracht wird, der Index des Vernier, auf dem Rande abermahls den Bogen $\lambda \lambda'$, als das Maasß des Winkels PgQ , beschreiben, und daher ist am Ende dieser zweyten Operation der Index des Vernier bey λ' , und stehet von dem Punkte l , wo sich auf dem Rande die Abtheilungen anfangen, um den Bogen $l\lambda\lambda'$, oder um den Winkel $2x$, ab.

Dritte und fernere Operation.

X) Wenn man nach diesem Verfahren die Arbeit fortsetzt, und immer wechselsweise, erst mit Wendung des ganzen Werkzeugs,
das

das Fernrohr nach dem Objecte Q, und dann durch die bloße Herumdrehung der Alhidadenregel, das Fernrohr nach dem Objecte P hinrichtet, so wird z. E. am Anfange der dritten Operation, zwar das Fernrohr wieder nach dem Objecte Q Fig. LXXXIII. gerichtet seyn, und der Index des Vernier von dem Punkte I noch um den Bogen $I\lambda\lambda' = 2x$ abstehen, aber am Ende der dritten Operation, wird, nachdem das Fernrohr in die Richtung $\lambda''c''$ gebracht worden, sich der Index des Vernier bey λ'' befinden, und abermahls den Bogen $\lambda'\lambda''$ durch Herumdrehung der Alhidadenregel beschrieben haben, dergestalt, daß er alsdann um den Bogen $I\lambda\lambda'\lambda''$ oder um den Winkel $3x$, von dem Punkte I, wo sich auf dem Rande die Abtheilungen anfangen, abstehen wird.

Man siehet hieraus leicht, daß am Ende der 4ten, 5ten, 6ten u. s. Operation, der Index nach der Ordnung um folgende Bogen oder Winkel $4x$, $5x$, $6x$ u. s. w. von dem Punkte I abstehen wird.

XI) Und so wird überhaupt am Ende der nten Operation, der Index des Vernier auf dem Rande einen Bogen beschrieben haben, der eines Winkels $= n \cdot x$ Maas seyn wird.

XII) Wenn auf diese Art die Operationen mehrere mahl wiederholt worden sind, so unter:

tersuche man die Anzahl von Graden und Minuten, die am Ende der letzten (nemlich n ten) Operation, der Index des Vernier auf dem Rande weist, so hat man einen Bogen, der das Maasß des Winkels $n \cdot x$ ist; dieser Bogen heiße A so hat man

$$A = n \cdot x$$

$$\text{Mithin } \frac{A}{n} = x.$$

d. i. die Größe des Bogens durch die Anzahl der Operationen dividiret, giebt den Winkel x oder PgQ , dessen Größe man finden wollte.

Exemp. Am Anfange der ersten Operation stand der Index des Vernier bey 1, und zeigte also auf dem Rande $0^\circ.0'$.

Gesetzt nun, am Ende der dritten Operation stünde der Index auf dem Rande bey dem Punkte λ'' Fig. LXXXIII. und der Bogen $I\lambda\lambda'\lambda''$ wäre $285^\circ + 20'$, so wäre die Anzahl der Operationen oder $n = 3$; $A = 285^\circ + 20'$, mithin

$$x = \frac{285^\circ + 20'}{3} = 95^\circ.6'40'', \text{ also}$$

so groß der Winkel PgQ .

XIII) In diesem Exempel war am Ende der dritten Operation der Bogen A auf dem Rande kleiner als 360° oder der ganze Umkreis. Es kann aber, wie ein kleines Nach-

denz

denken zeigt, bey oftmaliger Wiederholung der Operation, der von dem Index durchlaufene Bogen A auch größer als 360° werden, ja er kann selbst die ganze Peripherie einigemahl enthalten.

So z. E. ist Fig. LXXXIV. $\lambda'' c''$ die Lage des Fernrohrs bey'm Anfange der vierten Operation, und der Bogen $l\lambda\lambda' \lambda''$ das Maasß des Winkels $3x$. Wenn nun die Alhidadenregel herumgedrehet, und das Fernrohr abermahls nach P gerichtet, also aus der Lage $\lambda'' c''$ in die Lage $\lambda''' c'''$ gebracht wird, so ist am Ende dieser 4ten Operation der Index des Vernier bey dem Punkte λ''' , und hat solchergestalt vom Anfange der ersten Operation bis ans Ende der 4ten, den ganzen Umkreis $l\lambda\lambda' \lambda'' l$ und noch überdem den Bogen $l\lambda'''$ durchlaufen, und daher ist jetzt

$A =$ dem Bogen $l\lambda\lambda' \lambda'' \lambda''' = 360^\circ + l\lambda'''$.
Es habe also überhaupt vom Anfange der ersten Operation bis ans Ende der lezten, der Index des Vernier den ganzen Umkreis des Winkelmessers m mahl, und noch überdem den Bogen a durchlaufen, so ist überhaupt

$$A = m \cdot 360^\circ + a.$$

Und daher

$$x = P g Q = \frac{m \cdot 360^\circ + a}{n}.$$

Ex. Gesezt, bey Ausmessung eines gewissen Winkels $P g Q$ habe man 10 Operationen

nen

nen gemacht, der Index des Vernier habe vom Anfange der ersten, bis ans Ende der letzten Operation, nicht nur den ganzen Umkreis 2 mahl, sondern auch noch überdem einen Bogen von 20° durchlaufen, so würde der auszumessende Winkel x oder

$$PgQ = \frac{2 \cdot 360^\circ + 20^\circ}{10} = 74^\circ \text{ seyn.}$$

Weil nämlich für dieses Exempel in obiger Formel $n = 10$; $m = 2$ und $a = 20^\circ$ ist.

XIV) Dies ist nun die Methode, welche mein Vater zur genaueren Ausmessung der Winkel zuerst bekannt gemacht hat, und welche in der Folge sowohl in der practischen Geometrie, als auch in der Astronomie mit dem größten Nutzen angewandt worden ist. Er bediente sich derselben zuerst beim Gebrauche des von ihm erfundenen Recipiangle, nur mit einer geringen Abänderung welche die Natur dieses Werkzeugs erfordert, wie man in dem angeführten IIten Bande der Göttingischen Commentarien S. 336 mit mehreren ersehen kann; sodann ferner bey dem Spiegelkreise, welchen er zu astronomischen Winkelmessungen in der Einleitung zu seinen Mondstafeln beschrieben hat. M. s. dessen Tabulae motuum solis et Lunae novae et correctae, quibus accedit methodus longitudinum promota, editae jussu praefectorum
rei

rei longitudinalariae. Londini 1770. Nunmehr müssen wir noch zeigen, warum dieses Verfahren die Größe eines Winkels dennoch sehr genau giebt, wenn gleich erhebliche Fehler in den Abtheilungen des Werkzeugs vorhanden wären.

XV) Es erhellet nämlich aus der gefundenen Formel (XIII) daß man (1) die Zahl n der Operationen, (2) die Zahl m , wie oft der Index des Vernier den ganzen Umkreis durchlaufen hat, und (3) die Größe des Bogens a , oder die Anzahl von Graden und Minuten, die der Index des V. am Ende der letzten Operation auf dem Rande zeigt, wissen müsse, um die Größe des Winkels x zu erfahren.

Die Werthe von m und n , können nun in jedem Falle sehr leicht, und ohne Fehler angegeben werden, wenn man nur nicht vergißt, am Ende einer jeden Operation etwa ein Zeichen ins Diarium zu machen, und die Anzahl der von dem Index des Vernier vollbrachten Umläufe gehörig zu zählen und anzumerken.

Es wird also nur der Bogen a , dessen Genauigkeit von der Theilung des Werkzeugs, und der Sorgfalt des Beobachters abhängt, den Werth des Winkels x unsicher machen können. Allein es wird sich leicht zeigen, daß, wenn auch in der Bestimmung des Bogens a ,
ein

ein merklicher Fehler enthalten wäre, solcher dennoch auf den Winkel x keinen merklichen Einfluß haben würde, besonders wenn n oder die Anzahl der Operationen groß ist: Gesezt, in dem Exempel XIII. wäre der Bogen a um $5'$ zu klein angegeben, oder der eigentliche wahre Werth von a wäre $20^\circ + 5'$, so beweise man

$$P g Q = \frac{2 \cdot 360^\circ + 20^\circ + 5'}{10}$$

$$= \frac{2 \cdot 360^\circ + 20^\circ}{10} + \frac{5'}{10} = 74^\circ 0' \cdot 30''.$$

also $P g Q$ nur um $30''$ größer als in XIII, d. h. ein Fehler von $5'$ den man in der Bestimmung des Bogens a begangen hätte, würde in dem ausgemessenen Winkel $P g Q$ selbst, nur einen Fehler von $30''$ oder $\frac{1}{2}$ Minute hervorbringen, wenn nämlich $n = 10$ wäre, oder man 10 Operationen gemacht hätte.

Es sey überhaupt der Fehler im Bogen $a = \mu'$, so würde dieses bey n Operationen in dem Winkel $P g Q$, nur einen Fehler von $\frac{\mu}{n}$ Minuten verursachen, wo also $\frac{\mu}{n}$ desto kleiner ist, je größer n , oder die Zahl der wiederholten Operationen ist.

So erhält man demnach vermittelst dieser Methode, die Größe eines Winkels wie PgQ dennoch sehr genau, wenn gleich solche Fehler in den Eintheilungen des Randes vorhanden wären, daß weder der Bogen a auf dem Rande, noch auch derjenige, welcher dem Winkel PgQ unmittelbar entsprechen würde, sich mit einer größern Genauigkeit als von μ Minuten würde erhalten lassen. Das Verfahren Winkel wie PgQ durch die angeführte Repetitionsmethode zu messen, bringt überhaupt die Größe eines möglichen Fehlers $= \mu$ auf $\frac{\mu}{n}$ zurück, wodurch also wenn μ schon an und für sich klein ist, der Fehler $\frac{\mu}{n}$ bald auf wenige Secunden gebracht werden kann.

Anmerkungen über das bisherige Verfahren.

§. 136. Begreiflich setzt diese Repetitionsmethode voraus, daß so oft bey jeder Operation das Fernrohr durch Drehung der Alhidadenregel nach dem Objecte P hingerrichtet wird, die ganze Ebene des Werkzeugs unterdessen keine Verrückung leide. Ist das Werkzeug hinlänglich fest gebaut, und wendet man die gehörigen Vorsichten an, daß sich solches während der Arbeit nicht verrücke, so wird

wird man zwar so leicht von dieser Seite nichts zu befürchten haben. Um indessen doch vollkommen von dem unverrückten Stande des Werkzeugs während jeder Operation versichert zu seyn, ist es immer rathsam dasselbe mit einem Versicherungs-Fernrohre (S. 130. VIII.) zu versehen, wo denn durch Hülfe der Schrauben L und Wz (Fig. LIX. und S. 99. 12. 16.) jede vermittelst dieses Fernrohres etwa entdeckte Verrückung des Winkelmessers sehr leicht wieder hergestellt werden kann. Diese Vorsichten empfiehlt auch schon Kästner in den astron. Abhandl. Zweyte Samml. P. 179.

Ehe man demnach bey jeder Operation von neuen die Alhidadenregel drehet, muß das Versicherungs-Fernrohr allemahl zuvor, vermöge der oben S. 131. X. angegebenen Einrichtung nach einem kenntlichen Punkte eines entlegenen Objects eingerichtet werden, welcher denn zur Versicherung des unverrückten Standes des Werkzeugs dient, während die Alhidadenregel gedreht wird.

II) Auf die genaue Bestimmung des Winkels x (S. 135. XIII.) haben nun ausser den Fehlern des Randes (und also des Bogens a) auch noch diejenigen Fehler Einfluß, welche beym Visiren selbst vorkommen können, und sich darauf gründen, daß unser Auge bestimmte

Mayer's pr. Geometr. I. Th. N n Punkte

Punkte entfernter Objecte nur alsdann deutlich sehen kann, wenn ihr Sehewinkel nicht allzu klein ist. Ich habe hievon schon im 85. §. geredet: Wird nemlich mit bloßen Augen visiret, so kann man an einem entfernten Objecte nur diejenigen Punkte deutlich sehen, die ohngefähr unter einem Winkel von 1' bis 2' ins Auge fallen. Es kann demnach der Faden des Objectivdiopters einen gewissen Punkt eines entfernten Objects noch so genau zu decken scheinen, und man bleibt dennoch innerhalb 2' ungewiß, ob man die Dioptern nicht noch um etwas mehr rechts oder links verrücken soll. Und so entstehen demnach allemahl Fehler im Visiren (*Errores collimationis*), die desto größer sind, je unvollkommenere Augen man hat.

Bedient man sich aber der Fernröhre an Winkelmessern, so werden diese Fehler im Visiren sehr vermindert, und desto unbeträchtlicher, je mehr das Fernrohr vergrößert, und entfernte Gegenstände deutlich darstellt. Mein Vater hat folgendes Täselein berechnet, woraus man sogleich ersehen kann, wie groß etwa der Fehler im Visiren bey einer gegebenen Länge des Fernrohrs seyn mag.

Länge des Fernrohrs
in Pariser Maaß.

Fehler im Visiren.

$\frac{1}{2}$ Fuß.	15''
1	10
2	7
3	6
6	4
12	3
20	2
30	1'', 15.

Ist ein Fernrohr achromatisch wie z. B. an den Ramsdenschen oder Reichensbachischen Repetitionskreisen, so werden diese Fehler noch bey weitem geringer, und bey einem Fernrohre von 1 Fuß sich vielleicht kaum auf 2 bis 3 Secunden belaufen.

III. Wenn sich also bey dem Visiren mit bloßen Augen, der Faden eines Objectivdiopters nur höchstens bis 1 oder 2 Minuten genau nach einem Punkte eines entfernten Objects richten läßt, so würde man hingegen den Faden im Brennpunkte eines einschubigten (gewöhnlichen) Fernrohrs so genau nach dem entfernten Punkte richten können, daß man höchstens nur einen Fehler von 10'' zu befürchten hätte.

So kleine Fehler im Visiren werden aber bey den wiederhohltten Operationen bald auf die

eine, bald auf die andere Seite fallen, und sich daher meistens gegen einander aufheben.

IV) Da demnach durch meines Vaters Methode ein Winkel auf dem Felde immer sehr genau ausgemessen werden kann, wenn gleich die Theilung des Werkzeugs unvollkommen wäre, so lassen sich auch, vermittelt dieser Methode, umgekehrt die Fehler in der Theilung eines Winkelmessers entdecken; wie ich selbst den Versuch an einem Werkzeuge gemacht habe, von dessen unrichtig abgetheilten Rande ich sonst auf andere Arten überzeugt war; doch hievon werde ich erst im folgenden Theile dieses Buchs reden.

V. Werkzeuge aus einem ganzen Kreise bestehend, in so fern man sie zu der eben erklärten Winkelmessungsmethode anwendet, werden Re-
 petitionskreise, Repetitionstheodoliten u. s. w. genannt. Man macht jetzt häufig die Einrichtung an ihnen, daß dies untere Versicherungs-Fernrohr auch rings um den Mittelpunkt des Werkzeugs beweglich ist, weil alsdann die Winkel noch durch eine schnellere Wiederholung, als bey einem unbeweglichen Versicherungs-Fernrohre, gemessen werden können, und bey dieser Anordnung die Mayerische Repetitionsmethode auch bey Höhen-Winkeln, und überhaupt bey Winkelmessungen in der Astronomie angewandt werden kann. Wird das untere Fernrohr an den Rand des Win-
 kel-

kelmessers befestigt, so dient es dem obern, während es herungedreht wird, zur Versicherung, und wird dagegen das obere festgestellt, so vertritt es diese Stelle bey dem untern. So kann, wenn nun zugleich die ganze Ebene des Werkzeugs eine Centralbewegung um einen Zapfen hat, durch den Gebrauch beyder Fernröhre nach n Operationen, sogleich das $2n$ fache des auszumessenden Winkels auf dem obern eingetheilten Rande (die untere Seite des Randes bekommt keine Eintheilung) abgelesen werden. M. s. hierüber, so wie überhaupt über die Mayerische Repetitionsmethode sehr viel nützliche Bemerkungen von dem Hrn. Obristl. v. Zach in dem Hindenburgischen Archiv der reinen und angewandten Mathematik IV. Heft 1795. S. 450 u. zumahl wenn man gedachte Winkelmessungsmethode auch auf die Mayer-Bordaischen Spiegelkreise (m. s. oben S. 126. I.) anwenden will, welche jetzt ebenfalls mit einem beweglichen Versicherungsfernrohre von Le Noir in Paris und andern Künstlern in großer Vollkommenheit verfertigt werden.

Die vollständigste Beschreibung eines Repetitionskreises, mit beweglichen Versicherungsfernrohre, findet man in *Puiffants Traité de Géodesie, ou exposition des méthodes astronomiques et trigonometriques appliquées*

quées soit à la mesure de la Terre, soit à la confection du Canevas des Cartes et des Plans. à Paris 1805. In dieser Schrift ist der Repetitionskreis nach dem Detail aller einzeln Theile, auf 8 großen Kupfertafeln abgebildet, und die Winkelmessungsmethode mit demselben, mit allen dabey erforderlichen Vorschriften umständlich beschrieben. Als eine Fortsetzung des angeführten Werks ist auch des Verf. *Traité de Topographie, d'Arpentage et de Nivellement* à Paris 1807. zu empfehlen.

VI. Es ist auch bey solchen Repetitionskreisen, wie überhaupt bey allen winkelmessenden Werkzeugen, welche zu terrestrischen Messungen gebraucht werden, sehr nützlich, wenn das obere Fernrohr in einer auf das Werkzeug senkrechten Ebene auf- und nieder beweglich ist, kurz wenn es ein Kippfernrohr ist, weil diese Einrichtung die Mühe erspart, auch Höhen- und Tiefenwinkel zu nehmen, um die gemessenen Winkel auf den Horizont zu reduciren. Aber freylich ist dann auch erforderlich, daß sich das Kipprohr auf das allergenaueste in einer solchen senkrechten Ebene auf- und niederbewege. Wie dies zu bewerkstelligen, lehre ich im zweyten Theile dieser pract. Geometrie S. 147. 151. Hr. Reichenbach erhält diese nothwendige Bedingung an seinem Repetitionskreise (M. s. oben S. 89. XIX.) dadurch

durch, daß er das Fernrohr an einer Horizontalaxe befestigt, welche sich in zwey vollkommen cylindrische stählerne Zapfen endigt, die in zwey messingenen Pfannen laufen, wovon die eine vermittelst einer Stellschraube, etwas höher oder tiefer gestellt werden kann. Diese Pfannen befinden sich auf zwey Trägern von Messing, welche auf dem Noniuskreise feststehn, dessen Ebene, wie wir schon oben erwähnt haben, mit derjenigen des eingetheilten Randes genau zusammenfällt. An dieser Horizontalaxe des Fernrohrs befindet sich eine Libelle, welche sich, völlig wie bey einem astronomischen Passageinstrument mittelst zweyer Endhaaken an diese Axe anhängen, umwenden, und rectificiren läßt, wodurch denn diese Axe selbst genau horizontal gestellt werden kann (*De la Lande Astronomie* S. 2600. M. s. das Wesentliche dieses Verfahrens, eine Linie, also auch hier, eine Axe, horizontal zu stellen, eine Libelle mag nun angehängt oder auch aufgesetzt werden im IIten Thl. dieser practischen Geom. S. 156. IV). Aber auch selbst die Axe sammt dem Fernrohr läßt sich bey diesen Werkzeugen von den Pfannen abheben, und in umgekehrter Lage wieder auflegen, um zu prüfen, ob auch das Fernrohr selbst, oder eigentlich dessen Visirebene (*planum collimationis*) (S. 104.) mit der Horizontalaxe, um welche es sich auf- und niederkippet, genau einen rechten Winkel mache, welches bey sehr feinen Mes-

sunz

sungen gleichfalls erforderlich ist. (M. s. hier: über den IIten Thl. dieser pr. Geom. S. 150). Um diese Prüfung anzustellen, richtet man die Bifirebene des Fernrohrs, mittelst Umdrehung desselben um des Werkzeugs Mittelpunkt, genau nach einem gewissen Punkte eines entfernten Gegenstandes, bringt hierauf die auf den Pfannen ruhende Horizontalaxe sammt dem Fernrohr in eine umgekehrte Lage, so daß der Endzapfen, den man zuvor auf der Pfanne linker Hand, liegen hatte, nun auf die Pfanne rechter Hand zu liegen komme, und siehet zu, ob in dieser umgewandten Lage des Fernrohrs, wenn man es auf und nieder bewegt, die Bifirebene desselben, noch immer genau nach dem erwähnten Punkte des Gegenstandes hingerichtet bleibt, und weder rechts noch links davon abweicht. Trifft dies zu, so ist man versichert, daß die Bifirebene auf obgedachter Horizontalaxe senkrecht steht. Zeigt sich aber eine kleine Abweichung (viel wird sie nie betragen, weil ein Kipprohr fast für allen Gebrauch nur um wenige Grade auf und nieder beweglich zu seyn braucht, so ist die Einrichtung gemacht, daß man die Fassung des Fadencreuzes im Brennpunkte des Fernrohrs durch Stellschraubchen etwas rechts oder links verschieben, und dadurch die Bifirebene berichtigen kann. Da nemlich in der erwähnten umgekehrten Lage des Fernrohrs, die Bifirebene um den doppelten Collimationsfehler rechts oder links von dem Punkte des Gegenstandes

stan:

standes abweichen muß, wie sich leicht nach einiger Ueberlegung zeigt, so nähere man mittelst gedachter Schraubchen die Verticallinie des Fadenzweiges dem gedachten Punkte um die Hälfte der gefundenen Abweichung, und lasse hierauf, durch die Bewegung des Fernrohres um den Mittelpunkt des Werkzeugs, die Bifirebene wieder auf den Gegenstand einspielen, so wird man finden, daß wenn nun die Horizontalare auf ihren Pfannen wieder umgewechselt wird, die Bifirebene des Fernrohres berichtigt seyn wird; und sollte sich auch noch eine kleine Abweichung zeigen, so kann man auch diese noch weiter corrigiren, bis endlich das Fernrohr immer nach demselben Punkte des Gegenstandes hinzielet, man mag die obgedachten Endzapfen auf ihren Unterlagen wechseln, wie man will.

Wie man bey einer jeden andern Einrichtung des Kipprohres eine ähnliche Verifikation desselben, wird bewerkstelligen können, läßt sich aus dem angeführten hinlänglich abnehmen. Begreiflich wird es gut seyn, wenn auch die Einrichtung bey dem Fernrohre Fig. LXVII. so beschaffen ist, daß die Fassung des Fadenzweiges Fig. LXVII. nur durch Schraubchen in dem Brennpunkte festgehalten wird, und daher etwas rechts oder links im Brennpunkte verschoben werden kann. Auch ließe sich die Bifirebene dadurch etwas rechts oder links ver-

verrücken, daß man vielmehr dem Fernrohre in der Hülse K durch eine leicht zu erdenkende Vorrichtung eine kleine Seitenbewegung verschaffe.

Selbst an den kleinsten Werkzeugen welche Hr. Reichenbach verfertigt z. B. an Repetitions: Theodoliten welche nur 8 Zoll im Durchmesser haben, sind dennoch alle Vorrichtungen angebracht, welche zur Rectification einzelner Theile eines solchen Werkzeugs erforderlich sind, und dies wird man an so kleinen Kreisen um so weniger überflüssig finden, da sie ohngeachtet dieser geringen Größe, die Winkel dennoch innerhalb bis 10 Secunden genau messen, wie man aus des Frenh. v. Zachs monatlicher Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde im Aprilstück 1812. S. 346. u. 353 mit mehreren ersehen kann. So sind denn dergleichen Theodoliten, wie a. a. D. erwähnt wird, selbst für die allerge nauesten geodätischen Messungen hinlänglich, und zugleich deswegen zu empfehlen, weil sie wegen ihres sehr geringen Gewichtes so transportabel sind, und so wenig Raum einnehmen, daß man sie sehr leicht auf alle Berge und Thürme bringen, und in allen Schall: Löchern, Mauerscharten und Dachfenstern aufstellen kann. Freulich gehören denn zu solchen Werkzeugen auch geübte Beobachter, welche sich auf das genaueste mit den

den gröbern und feinern Stellungen derselben bekannt gemacht haben.

Verschiedene interessante Bemerkungen über den Gebrauch der Repetitionskreise, und der Art damit zu beobachten, hat auch Hr. Prof. Benzenberg nebst einer kurzen Beschreibung dieser Werkzeuge im Berliner Astronomischen Jahrbuche 1813. S. 147 u. mitgetheilt.

A u f g a b e.

§. 137. Einen Winkel P g Q Fig. LXXXI. vermittelst der Bouffsole §. 119. auszumessen.

Aufl. Man bringe die Bouffsole, nachdem sie auf ein zugehöriges Stativ gesetzt worden, über die Spitze g des auszumessenden Winkels P g Q, und gebe ihr eine horizontale Stellung. Hierauf wende man das ganze Werkzeug herum, bis man durch die Dioptern den Gegenstand P wahrnimmt. In dieser Lage der Dioptern lasse man die Magnetnadel zur Ruhe kommen, und bemerke hierauf, was ihre nördliche Spitze auf dem eingetheilten Ringe für Grade und Minuten weist: die Minuten muß man bey der gewöhnlichen Einrichtung der Bouffsole freylich nur nach dem Augenmaasse schätzen. Ich will setzen, die Magnetnadel wiese $30^{\circ} 18'$.

Nun

Nun wende man die ganze Bouffsole weiter herum, bis man durch die Dioptern den Gegenstand Q erblicket, und bemerke, nachdem die Nadel in Ruhe gekommen, abermahls den Stand ihrer nördlichen Spitze. Ich will annehmen, sie wiese jetzt $65^{\circ} 20'$.

Von diesem Stande der Nadel ziehe man den ersteren ab, so hat man den Winkel P g Q beyder Objecte; also wäre hier

$$P g Q = 65^{\circ} . 20' - 30^{\circ} . 18' = 35^{\circ} . 2'$$

Der Beweis dieses Verfahrens ist sehr leicht, denn die zuerst gefundenen $30^{\circ} 18'$ zeigen an, daß der Schenkel P g des Winkels P g Q mit der unveränderlichen Richtung der Magnetnadel einen Winkel von $30^{\circ} 18'$ macht.

Hingegen die zuletzt gefundenen $65^{\circ} 20'$ geben den Winkel des andern Schenkels g Q mit der Richtung der Magnetnadel; daher muß der Unterschied $65^{\circ} 20' - 30^{\circ} 18' = 35^{\circ} 2'$ den Winkel P g Q geben, den die Schenkel P g, g Q, für sich allein mit einander machen. Und so wird man leicht sehen, wie in andern Fällen zu verfahren ist, auch wie der Winkel, den eine Linie wie g Q mit der Richtung der Magnetnadel macht, gefunden werden könne, wenn die Bouffsole die Einrichtung (S. 119. II.) hätte.

Anmerkung.

§. 138. I. Eigentlich kann man wohl nicht verlangen, mit der Bouffsole einen Winkel sehr genau zu messen, selbst wenn sie mit einem Vernier versehen wäre (§. 119. II.), weil es sehr schwer hält, die Nadel in vollkommene Ruhe zu bringen, und die geringste Bewegung der Luft das Werkzeug so erschüttert, daß man in der Beobachtung des Einzspiels der Magnetnadel, um mehrere Theile des Vernier fehlen kann.

Ausser den (§. 120 2c.) angeführten Vorsichten beim Gebrauche der Magnetnadeln, und folglich auch der Bouffsole zu Ausmessung der Winkel empfiehlt Bugge in dem oben (§. 31.) angeführten Buche §. 56. auch die möglichste Verhütung irgend eines Einflusses von Electricität auf die Nadel. Man solle also z. B. den Glasdeckel einer Bouffsole, kurz vor ihrem Gebrauche, nicht mit einer trocknen Hand, oder einem trocknen Tuche abwischen, weil dadurch das Glas leicht electricisch werde, und den Stand der Magnetnadel stören könne. Sollte einige Electricität zu befürchten seyn; so müsse man sie durch etwas Feuchtigkeit, z. B. durch einen Hauch und andere bekannte Mittel wieder wegzuschaffen suchen. Ferner erhalte das Glas selbst etwas Electricität, wenn es nur einige Zeit den Sonnenstrahlen ausgesetzt sey.

sey. Auch weiche die Magnetnadel bey Gewittern, beym Nordlichte u. dgl. oft merklich von ihrer wahren Richtung ab. Man habe demnach Ursache bey dem Gebrauche der Magnetnadeln alle mögliche Vorsichten anzuwenden.

Indessen giebt es doch in der Feldmessenkunst häufig Fälle, wo eben nicht die größte Genauigkeit erforderlich ist, und woben die Magnetnadel den Vortheil verschafft, daß ihre Richtungen Parallellinien darstellen, wodurch die Auflösung mancher Aufgaben sehr erleichtert wird, wie ich in der Folge zeigen werde. Bis dahin verspare ich denn auch noch verschiedene andere, den Gebrauch der Magnetnadel betreffende Anmerkungen.

II) Das bisherige mag demnach zureichen, allgemein zu übersehen, worauf es bey Ausmessung der Winkel auf dem Felde ankomme. Ich habe, so viel als möglich, das praktische Verfahren davon deutlich gewiesen. Uebung ist aber auch hier, wie bey allen Geschäften, nöthig, und ich rathe daher, sich nicht eher an zusammengesetzte Feldmesserarbeiten zu wagen, als bis man es in Ausmessung gerader Linien und Winkel zur gehörigen Fertigkeit gebracht hat.

Ich will nun noch zum Schlusse dieses Kapitels etwas von der Methode beybringen, deren sich einige Feldmesser bedienen, bloß

vermittelst der Meßkette, die Größe eines Winkels auf dem Felde zu bestimmen.

III) Dieses Verfahren beruhet bloß auf den Satz S. 106. die Größe eines Winkels vermittelst seiner Sehne zu erfahren, und wird auf dem Felde auf folgende Art bewerkstelligt.

Es sey Fig. LII. Tab. IV. PgQ der auszumessende Winkel.

Man spanne in die Richtung gQ , mit aller möglichen Sorgfalt von g nach i die Länge einer Meßkette aus, und bemerke den Punkt i vermittelst eines Zeichenstäbchens. Hierauf lasse man den einen Kettenstab unverrückt bey g stehen, und begeben sich mit der ausgespannten Kette aus der Richtung gi , in die gl , so daß gl genau in der geraden Linie gP ausgespannt werde, so hat man von g bis l abermahls eine Kettenlänge, und weil $gi = gl$ gemacht worden, so ist li des Winkels igl oder QgP Chorde.

Man messe also genau die Weite li so wird sich daraus des Winkels PgQ Größe bestimmen.

Gesetzt, es sey die gebrauchte Kettenlänge $= 50^\circ = 5000''$ die gemessene Chorde $li = w$, und der zu bestimmende Winkel $PgQ = \alpha$;

So

So kann man $li = w$, als Chorde des Winkels α für den Halbmesser $gi = 5000''$, betrachten. Man setze den Halbmesser $gi = R$ so ist aus der Gleichung S. 106. 4. die Chorde il oder

$$w = \frac{2 \cdot R \sin \frac{1}{2} \alpha}{10000000}$$

Also umgekehrt

$$\sin \frac{1}{2} \alpha = \frac{w \cdot 10000000}{2 \cdot R}$$

Mithin wegen $R = 5000''$

$$\sin \frac{1}{2} \alpha = w \cdot 1000$$

d. h. die Anzahl von Linien, die auf die gemessene Chorde w gehen, mit der Zahl 1000 multipliciret giebt den Sinus des halben Winkels PgQ ; woraus sich denn der ganze Winkel PgQ ergibt.

Ex. Gesezt die gemessene Chorde $li = w$ sey 4650 Linien gefunden worden, so würde,

$$\sin \frac{1}{2} \alpha = 4650 \cdot 1000 = 4650000$$

Mithin aus den Sinustafeln

$$\frac{1}{2} \alpha = 27^\circ \cdot 42' + \text{also}$$

$$\alpha = 55^\circ \cdot 24' +$$

die Secunden nicht mitgerechnet, auf die man sich bey dieser Methode, doch nicht genau verlassen kann.

Da:

Damit man nicht nöthig habe, in jedem Falle erst die Berechnung anzustellen, so kann man ein für allemal für eine gegebene Kettenlänge, eine Chordentafel berechnen; alsdann braucht man nur die gemessene Chorde in der Tafel aufzusuchen, und man hat sogleich den zugehörigen Winkel.

In verschiedenen Büchern findet man dergleichen Tafeln schon berechnet, z. E. in Branders Beschreibung seines amphidioptrischen Goniometers. Joh. Paul Eberhards Beschreibung einer neuen Meßtafel. Halle 1753. Friedr. Christ. Zehe, gemeinnützige Praxis, auf dem Felde und Papier ohne Winkelinstrumente alle Winkel zu messen, und überzutragen. Bresl. und Leipzig 1776.

In dieser letztern Schrift ist besonders die Aufgabe, vermittelst der Meßkette, Winkel zu bestimmen, weitläufig auseinander gesetzt, und auf verschiedene Fälle in der praktischen Geometrie angewandt.

Auch handelt hievon Fr. Ch. Müllers Beschreibung einer neuen und vollkommenen Art Plans aufzunehmen und zu verzeichnen. Frankf. 1774.

In Willkens Landesvermessungen §. 245. findet man ebenfalls diese Aufgabe auseinander gesetzt.

Im Grunde kann aber das gewiesene Verfahren nur auf einem ebenen Felde mit Zuverlässigkeit ausgeübt werden. In bergichten Gegenden würde es selten anwendbar seyn. Aber auch auf ebenem Felde erfordert es schon besondere Sorgfalt im Anspannen der Messkette, im Einsetzen der Kettenstäbe u. dgl., daher die §. 33 und 46. gegebenen Vorschriften aufs genaueste zu befolgen sind.