III. Kapitel.

Von der würklichen Ausmessung gerader Linien, auf dem Felde.

§. 30. Wenn auf dem Felde zwischen zwey vorgegebenen Punkten eine gerade Linie gemessen werden soll, so ist es nöthig, daß man diese Punkte, wenn sie nicht sonst schon kenntlich sind, vorher durch gewisse Merkmahle bezeichne, oder abstecke, damit die Richtung oder Lage der auszumessenden geraden Linie angegeben werde.

Nun erhellet aber aus demjenigen, was ich oben §. 7 gesagt habe, daß man in der Feldmeßkunst meistens immer, wenn es nicht besondere Absichten erfordern, nur den horizontalen Abstand zweyer Punkte verlangt; das will sagen, man stellet sich durch die beyden Endpunkte einer Linie, ein paar Verticallinien vor, und bestimmt die horizontale Entfernung zwischen beyden.

Da aber auf dem Felde die beyden Punkte, deren Entfernung man wissen will, oft so weit von einander liegen, daß man bey dem einen, den andern entweder nicht deutlich, oder wegen dazwischen liegender Hindernisse gar nicht sehen, und auf ihn geradezu messen kann, so erhellet, daß man nothwendig vorher zwischen den beyden äussersten Punkten einer auszumessenden Linie andere bestimmen müsse, die mit jenen in einer und derselben Verticalfläche liegen. Dieses nennen die Feldmesser eine gerade Linie abstecken.

Bestimmter zu reden, sollte es heißen, eine Vertical-Ebene abstecken, in der sich die beyden Punkte befinden, deren horizontalen Abstand man messen will.

Dies ist also in der Feldmeßkunst nothwendig, ehe man zur unmittelbaren Ausmessung schreiten kann. Ich werde nun zuerst die zur Absteckung der Verticalflächen erforderlichen Werkzeuge kürzlich beschreiben.

Werkzeuge zur Absteckung gerader Linien oder Verticalflächen.

§. 31. Hiezu sind 5 bis 6 Fuß hohe, und ohngefähr 1 bis 2 Zoll dicke, gerade cylindrische Stangen, von guten trockenen und dauerhaften Tannen- oder Buchenholze erforderlich. Sie sind unten mit eisernen Spitzen oder Stacheln versehen, damit man sie in den Boden befestigen könne. Man nennet diese

Stan-

Stangen Absteckstäbe, Fluchtstäbe, oder auch schlechtweg Stäbe. Um sie in der Ferne gut erkennen zu können, kann man sie mit einer weißen Oelfarbe anstreichen lassen.

Bugge in seiner Gründlichen und vollständigen theoretisch-practischen Anweisung zum Feldmessen, oder zur practischen Geometrie aus dem Dänischen von Herrmann Tobiesen Altona 1798. S. 47. räth solche Stäbe mit abwechslenden Streifen oder Zonen von der Länge eines Fußes, schwarz und weiß anzumahlen. Auf grünen Wiesen, gegen Waldungen und niedriges Gebüsch sey dann der weiße Theil des Stabes am sichtbarsten, und gegen weiße Häuser, reife oder bereits abgemähte Aecker und andere helle Gegenstände, sehe man die schwarze Farbe am deutlichsten.

Meßfahnen, sind ebenfalls Stangen von gutem Holze, unten mit einer Spitze beschlagen, und an ihrem oberen Ende mit einer ausgespannten Leinewand oder Fahne versehen. Man macht sie wohl 10 und mehrere Fuß hoch, um sie über niedriges Gebüsche und Anhöhen hervorragen zu lassen, und erkennen zu können.

Zeichenstäbe sind kleine 8 bis 12 Zoll lange und $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Zoll dicke, unten etwas zugegespitzte und mit Eisen beschlagene Stäbchen, um damit Punkte auf dem Felde bezeichnen zu können.

Man kann ihr oberes Ende mit einem Spalt versehen, um in solchen zu gewissen Absichten ein Kartenblatt, oder ein Papier mit einer Nummer stecken zu können.

Der Vorrath von Absteckstäben, und Meßfahnen, richtet sich offenbar nach der Weitläufigkeit einer Vermessung. Indessen darf man doch wohl nicht weniger, als etwa 6 Absteckstäbe, und ein paar Fahnen besitzen.

An einer hinlänglichen Menge von Zeichenstäbchen darf es aber nicht fehlen. Man trägt und verwahrt sie am besten in einem besonders dazu verfertigten ledernen Sacke, oder auch in einer blechernen Kapsel die man umhängen kann.

Aufgabe.

§. 32. **Eine Verticalebene auf dem Felde abzustecken, oder eine bereits abgesteckte so weit man will, zu erweitern.**

Aufl. I) Gesetzt A und E (Fig. V.) seyen auf dem Felde ein paar Punkte, durch die man eine Verticalebene abstecken wolle.

Um

Um dieses zu leisten, hat man weiter nichts nöthig, als nur in A und E ein paar Absteckstäbe vertical in den Boden zu befestigen, welches man vermittelst eines längst sie herabhängenden Lothes oder nach dem Augenmaaße bewerkstelligen kann.

Arbeitet man auf ebenem Lande, so kann die entfernte Horizontgränze sehr gut dazu dienen, die Stäbe vertical zu stecken. Man steckt die Stäbe so, daß sie mit dieser Gränze nach dem Augenmaaße rechte Winkel machen.

Eine ebene Fläche, die man sich solchergestalt durch die Richtung der Stäbe AB, EF gelegt vorstellet, wird eine Verticalfläche seyn.

II) Soll in eine Verticalebene, wie ABEF, bey C zwischen A und E, eine dritte Stange CD eingesetzt werden, so lasse man einen Gehülfen nach C hingehen, mit dem Unterrichte, daß, wenn er in die Gegend von C angekommen, er daselbst einen Absteckstab frey und in verticaler Richtung zwischen zween Fingern herunter hängen lasse, und auf ein gegebenes Zeichen oder Winken, sich rechts oder links bewege.

Ist nun der Gehülfe bey C angekommen, so tritt man zwey bis drey Schritte hinter die erste Stange AB, zielet oder visiret mit dem Auge längst AB und EF vorbey, und untersuchet, ob der in der Gegend bey C von dem Gehülfen senkrecht in der Hand herunter gehaltene Stab, rechts oder links von der durch AB und EF eingebildeten Verticalebene abweiche; Geschieht dieses, welches sich denn in der That sehr leicht erkennen läßt, so giebt man dem Gehülfen ein Zeichen, sich rechts oder links mit seiner frey herabhangenden Stange fortzubewegen, bis er endlich bey C die Stange so hält, daß die längs AB und EF hinausstreichende Ziellinie des Auges auch an CD vorbeygehe, oder nach dem gemeinen Sprachgebrauche der Feldmesser, bis alle drey Stangen AB, CD, EF einander zu decken, d. h. dem Auge, welches sich hinter AB befindet, gleichsam nur eine einzige auszumachen scheinen.

Alsdann liegen AB, CD, EF, wo nicht völlig genau, doch wenigstens ohne großen Fehler, in einer einzigen Verticalebene.

Hierauf giebt man dem Gehülfen, nach der geschehenen Verabredung ein Zeichen, in der letztern verticalen Richtung, die Stange CD senkrecht, vermittelst eines längs ihr herabhängenden Lothes, in den Boden zu befestigen.

III) Soll in eine abgesteckte Verticalebene, wie ABEF, ausserhalb A und E z. E. in der Gegend bey G, ein Stab eingesetzt, d. h. die

die erwähnte Verticalebene bis G verlängert werden, so darf nur der Gehülfe bey G an seinem Stabe GH, den er gerade vor sich hält, hinausvisiren und sehen, ob er die übrigen EF, CD, AB decke, und wenn dieß geschieht, ihn bey G feststecken. Solchergestalt können so viel Stäbe, als man will, in eine und dieselbe Verticalebene gebracht werden, d. h. man kann sie, so weit man will, erweitern, nur muß man, damit die Dicke des Stabes, hinter dem man zunächst steht, nicht im Visiren hinderlich falle, das Auge allemal, so weit man kann, von dem Stabe weghalten.

Wenn eine Verticalebene sehr weit hinaus erweitert werden soll, so geschiehet es oft, daß man mit der vorhandenen Anzahl von Stäben nicht ausreichet; In diesem Falle kann man von den in der Mitte bereits eingesetzten wieder einige ausziehen, und statt ihrer etwa 2 Fuß hohe Pfähle einschlagen lassen. Mit diesen Stäben kann man alsdann die Arbeit weiter fortsetzen, und solchergestalt eine Verticalfläche, so weit man will, erweitern.

Nur verstehet sich, muß man bey diesem Verfahren, von den bereits eingesetzten Stäben wenigstens allemal die beyden letzten EF, GH stehen lassen, damit, wenn man mit dem Abstecken von A bis G gekommen ist, man alsdann durchs Visiren längst EF, GH, und

durch

durch Hülfe der ausgezogenen Stäbe, die Verticalfläche EFGH weiter fortsetzen könne.

IV) Wenn Fig. VI. sich zwischen A und E auf dem Felde ein Hinderniß z. E. ein Hügel befände, oder A wäre von E so weit entfernt, daß man bey A den Punkt E entweder gar nicht, oder nur sehr undeutlich erkennen könnte, so frägt sich, wie man in solchem Falle zwischen A und E Stäbe in die Verticalebene AE bringen könne.

Um diesen und ähnliche Fälle aufzulösen, dient folgender Grundsatz:

Wenn die Buchstaben α, β, γ, δ, ε, η u. s. w. auf dem Felde, nach der Ordnung gewisse Punkte, in die z. E. Stäbe eingesetzt worden, vorstellen, und es sind die Punkte oder Stäbe

α, β, γ,
β, γ, δ,
γ, δ, ε,
δ, ε, η,
u. s. w.

je drey für sich in einer Verticalebene, so müssen auch alle Punkte α, β, γ, δ, ε, η in einer und derselben Verticalebene liegen.

Dieses zum vorausgesetzt, wird man zwischen A und E, auf folgende Art Stäbe in eine Verticalebene bringen können.

Man

Man wähle zwischen A und E einen Punkt C, wo man A und E zugleich sehen kann, und setze daselbst einen Stab senkrecht in den Boden.

Es wird gut seyn, C so anzunehmen, daß der daselbst eingesetzte Stab, wenigstens nach dem Augenmaaße zu schätzen, sich beyläufig in der Verticalebene AE befinde.

Hierauf lasse man von einem Gehülfen zwischen A und C eine Stange B in die Verticalebene AC, und eben so von einem andern Gehülfen auch bey D eine Stange in die Verticalebene CE einsetzen.

So hat man hier 5 Stäbe oder Punkte A, B, C, D, E; von denen sind also

A, B, C

C, D, E

jede drey für sich, in eine Verticalfläche gesetzt worden; wären nun auch die drey mittelsten B, C, D, in einer Ebene, so erhellet aus dem angeführten Grundsatze, daß alsdann alle 5 Stäbe oder Punkte A, B, C, D, E, sich in einer und derselben Vertitalebene befinden würden; und die Aufgabe würde also aufgelöset seyn.

Da aber nicht zu erwarten ist, daß die gleich anfangs bey C ausgesetzte Stange, sich

in

in der That in der Verticalebene BD befinden wird, so lasse man den Gehülfen bey D visiren. Bemerkt dieser, daß die drey Stäbe B, C, D einander nicht decken, so ziehe man die Stange C aus, und bringe sie nach c in die Verticalebene BD.

Weil aber anfangs A, B, C und C, D, E jede drey für sich in einer Ebene lagen, so wird, weil nun der Stab C nach c hingekommen ist, B nicht in der Verticalebene Ac, und eben so D nicht in der Verticalebene Ec sich befinden können.

Man lasse also die Stäbe B, D, ausziehen, und den erstern B nach b in die Verticalebene Ac, den andern D aber nach d in die Verticalebene cE hinbringen.

Durch diese Operation kommen also die Stäbe in folgende Lage A, b, c, d, E, von denen sind itzt wieder

A, b, c,
c, d, E,

jede drey für sich, in einer Ebene. Wären daher itzt auch die drey mittelsten b, c, d in einer Ebene, so würden alle 5 Stäbe oder Punkte A, b, c, d, E, in einer einzigen Verticalebene stehen.

Man visire also bey d: Findet sich, daß am Ende der bisher vorgenommenen Operation

tion, c nicht mit b und d in einer Verticalebene steht, so muß man wieder eine neue Operation anfangen, und nach dem gewiesenen Verfahren wiederum

1) die 3te Stange mit der 2ten und 4ten

2) dann die 2te mit der 1ten und 3ten

3) und hierauf die 4te mit der 2ten und 5ten

jede drey für sich, in eine Verticalebene bringen, und die Arbeit auf diese Art so oft wiederhohlen, bis endlich die Stäbe eine solche Lage, wie A, β, γ, δ, E erhalten, in der nicht allein A, β, γ,
und γ, δ, E
sondern auch die mittelsten β, γ, δ jede drey für sich in einer Ebene zu liegen kommen. Alsdann werden alle 5 Stäbe A, β, γ, δ, E in einer und derselben Verticalebene stehen.

V) Daß man vermittelst dieses Verfahrens endlich seinen Zweck erreiche, erhellet daraus, weil nach einer jeden Operation, die drey mittelsten Stäbe immer näher in die Verticalfläche AE kommen, bis sie sich endlich völlig genau in ihr befinden.

VI) Das bisherige Verfahren würde mit Vortheil in dem Falle gebraucht werden können, wenn zwischen den beyden äussersten Punkten oder Objecten A und E z. E. ein Hügel läge. Dann würde man natürlicherweise mit der Stange C auf die Spitze des Hügels gehen, von der man A und E zugleich sehen kann.

VII)

VII) Wäre der Hügel von C gegen A, und von C gegen E sehr abhängig, so wird man in diesem Falle, die Stäbe B, D, oft sehr nahe bey C annehmen müssen, weil man sonst bey B die Stange D wegen der dazwischen befindlichen Anhöhe nicht würde sehen können.

Bey einem solchen Geschäfte ist es vortheilhaft, einige sehr hohe Absteckstäbe bey der Hand zu haben, damit man nicht nöthig habe, die Stäbe gar zu nahe neben einander abzustecken. Aber dann muß um so mehr auf eine genaue lothrechte Richtung derselben gesehen werden, weil man dann oft genöthigt ist, an ihrem obern Ende vorbey zu visiren. M. s. den folgenden §.

VIII) Läge zwischen A und E eine Holzung, so würde sich zwischen diesen Punkten sehr selten ein Punkt C annehmen lassen, von dem man nach A und E, wie bey dem bisherigen Verfahren zum vorausgesetzt wird, zugleich hinsehen könnte. In diesem Falle würde sich also das bisher gewiesene Verfahren nicht anbringen lassen. Es giebt aber andere Mittel, in diesem und ähnlichen Fällen zwischen A und E eine Verticalfläche abzustecken, von denen ich aber erst in der Folge Unterricht ertheilen kann. Ueberhaupt muß ich hie erinnern, daß verschiedene schwere Fälle, die in der Ausübung beym Abstecken der Verticalflächen vorkommen können, sich ohne Kenntniß des Winkelmessens nicht leicht auflösen lassen.

Nur noch einen, dem in IV ähnlichen Fall will ich hier erläutern.

IX) Gesetzt (Fig. VII.) G, und H seyen auf dem Felde zwey Hügel, über welche man Stäbe mit A und E in eine Verticalfläche bringen sollte. Ich will annehmen, auf G könne man A sehen, aber E nicht, und eben so sey auf H nur E sichtbar, aber A nicht.

In diesem Falle stecke man auf G und H willkürlich zwey Stäbe n und o ab.

Ferner zwischen A und n in die Verticalebene An, den Stab m, und zwischen o und E in die Verticalebene oE den Stab p.

Dann erhellet, daß, wenn man bey m nur die übrigen drey Stäbe n, o, p sehen kann, vermittelst des in IV. angeführten Grundsatzes, alle Stäbe m, n, o, p in die Verticalebene AE gebracht werden können.

Denn gleich beym Anfange stehen A, m, n, und o, p, E, jede drey für sich in einer Verticalebene. Befänden sich nun auch m, n, o, und n, o, p, jede drey für sich, in einer Ebene, so würden alle 6 Punkte oder Stäbe, in einer und derselben Verticalebene seyn.

Ste-

Stehen also n und o nicht in der Verticalebene m p, so müssen sie durch Hülfe einer Person, die bey m oder p visiret, in die Verticalebene m p gebracht werden.

Aber anfangs stand m in der Verticalebene A n und p in der oE; Nachdem also die bey n und o hingesteckten Stäbe wiederum ausgezogen, und in die Verticalebene m p gebracht worden sind, so wird, bey der jetzigen Lage der 4 Stäbe m, n, o, p, der Stab m nicht mehr in der Verticalebene A n; und p nicht mehr in der Verticalebenne oE sich befinden.

Man ziehe also m und p aus, und bringe erstern wieder in die Verticalebene A n, den andern aber in die Verticalebene oE.

Hiedurch kommen aber nun n und o wieder aus der Verticalebene mp. Man ziehe daher n und o wieder aus, und setze sie zum zweitenmahle in die Verticalebene mp.

Hierauf ziehe man m und p wieder aus, und bringe m wieder in die Verticalebene An, p wieder in die oE.

Auf diese Art bringe man wechselsweise immer die dritte und vierte Stange n und o, in die Verticalebene mp der 2ten und 5ten, und darauf wieder den zweiten Stab m mit dem ersten und dritten A und n, den 5ten p aber mit dem 4ten und 6ten o und E, in

eine Verticalebene, so wird man bey Fortse-
tzung dieser Arbeit es endlich dahin bringen, daß die Stäbe

A, m, n,
m, n, o, p
o, p, E

jede für sich in eine Ebene, und folglich insgesammt in die Verticalebene AE zu liegen kommen.

X) Die würkliche Ausübung dieses Verfahrens scheint freylich etwas weitläuftig zu seyn, allein wenn man selbst Hand anlegt, und dem gewiesenen Verfahren Fuß für Fuß folgt, so wird man darinn gar bald eine Fertigkeit erlangen.

Es versteht sich übrigens, daß die Arbeit desto geschwinder von statten geht, wenn bey jedem der mittleren Stäbe m, n, o, p ein gehörig unterrichteter Gehülfe befindlich ist; denn sonst würde das Laufen von einem Orte zum andern, die Arbeit ungemein verzögern.

Auch erhellet, daß, wenn zwischen den beyden äussersten Punkten A und E noch mehrere Hügel lägen, die Arbeit noch zusammengesetzter ausfallen würde. Aber vermittelst gehöriger Anwendung des Grundsatzes IV, wird sich leicht beurtheilen lassen, wie man in einem solchen Falle zu verfahren habe.

Noth-

Nothwendige Vorsichten bey Absteckung der Verticalebenen, nebst Schätzung der Fehler, die man bey diesem Geschäfte leicht begehen kann.

§. 33. I) Bey Absteckung der Verticalebenen, wird man in der Ausübung bemerken, daß diejenige Stange, die sich zunächst vor dem Auge befindet, wegen ihrer Dicke allemal ein merkliches Hinderniß im Visiren verursacht, so daß es einige Schwierigkeit hat, die folgenden Stäbe, mit den erstern genau in eine Verticalfläche zu bringen.

Auch daß dieses Hinderniß desto größer ist, je näher sich das Auge hinter dem Stabe befindet.

Um nun den Fehler, der wegen der Dicke eines Stabes begangen werden kann, einigermaaßen zu bestimmen, überlege man folgendes:

Es sey Fig. VIII, O das Auge. Vor ihm stehe in einer gewissen Entfernung eine Stange vertical, deren Dicke oder Durchmesser die Linie ab sey. cd, mn seyen die Durchmesser von ein paar andern Stäben, und i, l, k, die Mittelpunkte von ab, cd, mn, so werden Verticallinien, die man sich durch i, l, k, einbildet, die Axen der Stäbe vorstellen.

Wenn

Wenn nun die Punkte i, l, k, in einer geraden Linie, oder vielmehr die durch i, l, k, aufgerichteten Verticallinien in einer einzigen Ebene liegen, dan sagt man eigentlich, daß die über ab, cd, mn, aufgerichteten Stäbe sich in einer Verticalfläche befinden, oder Stäbe in eine Verticalfläche abstecken, heißt eigentlich, sie so stellen, daß ihre verticalen Axen in eine einzige Ebene fallen.

Gesetzt nun, das Auge O befände sich in der durch die Mittelpunkte l, i, gezogenen geraden Linie liO, und visirte an dem über ab aufgerichteten Stabe hinaus. Man ziehe die Gesichts- oder Visirlinien Obf, Oah, so ist, wenn mn zu beyden Seiten verlängert wird, die gerade Linie hf der Raum, den die Dicke ab des vor dem Auge befindlichen Stabes, in der Entfernung Om zu bedecken scheint, und alles, was innerhalb des Winkels hOf liegt, wird dem Auge O von ab bedeckt.

Wenn man also beym Abstecken einer Verticalfläche, nach der gemeinen Regel der Feldmesser, nemlich, die Stangen so zu setzen, daß sie einander zu decken scheinen, verfahren wollte, so würde man offenbar Fehler begehen. Denn, wo man auch innerhalb des Winkels hOf irgendwo einen Stab hinsetzte, so würde solcher doch noch immer bey der jetzigen Lage des Auges, von den Stangen

über

über ab und cd, bedeckt zu seyn scheinen, und sich doch nicht immer in einer durch die Mittelpunkte i, l, eingebildeten Verticalfläche befinden.

So würde z. E. eine bey μ hingesetzte Stange, zwar von den Stäben über ab, cd, bedeckt zu seyn scheinen, aber sich doch nicht in der erweiterten Verticalfläche il befinden, und der Winkel μik wäre der Fehler, den man begienge, wenn man die Verticalebenen iμ, und ilk für einerley hielte.

So erhellet also, daß man der gemeinen Regel nicht Wort für Wort folgen darf, wenn man sich nicht Fehlern unterwerfen will, die in einigen Fällen beträchtlich seyn können.

Der Winkel fik wäre aber der größte Fehler, den man begehen könnte.

Wenn nun die Weite Ok mit der Dicke ab verglichen, sehr groß ist, so kann man ohne merklichen Irrthum den Winkel kif = kOf setzen, und da würde

$$\text{tang } kOf = \frac{kf}{Ok} = \frac{ib}{Oi}$$

Man setze also die halbe Dicke der nächsten Stange vor dem Auge, oder ib = L Zoll, die Weite des Auges von ihr, oder Oi = E Zolle, so wird

tang

$$\text{tang}\; kOf = \frac{L}{E}$$

Und wenn die Entfernung Ok, in der ein Stab mit denen über ab, cd, in eine Verticalebene ausgesteckt werden soll = F Zollen ist, so wird der Raum hf, den ab bedeckt, $= 2.kf = \frac{2.Ok.ib}{Oi} = \frac{2F.L}{E}$ Zoll.

Aus dieser Formel $\text{tang}\, kOf = \frac{L}{E}$ erhellet nun, daß der Winkel kOf, und folglich der Fehler, den man bey Absteckung einer dritten Stange in die Verticalfläche der ersten beyden, wegen der Dicke des sich vor dem Auge befindenden Stabes begehen kann, desto grösser ist, je grösser L und je kleiner E ist, d. h. je dicker der Stab ist, und je näher er sich vor dem Auge befindet. Denn tang kOf, oder der Bruch $\frac{L}{E}$ wächst, wenn der Zähler L zunimmt, und der Nenner E kleiner wird.

II) Um den Fehler, der von der Dicke der Stäbe herrührt, zu vermindern, muß man also zum Abstecken sich so dünner Stäbe bedienen, als möglich ist, und beym Visiren jederzeit das Auge weit genug davon halten. Einige rathen, man solle in den Stab, den man zunächst vor dem Auge hat, kleine Löcher der Län=

länge nach herunter bohren lassen, und durch diese Löcher visiren. Hiedurch wird freylich die Gefahr zu fehlen, um ein beträchtliches vermindert.

Andere, wie Marinoni in seinem Werke de re ichnographica, bedienen sich, bey Absteckung der Verticalebenen, des Meßtisches mit dem Diopterliniale. Hievon kann ich aber erst in der Folge nähern Unterricht ertheilen.

III) Das beste Mittel aber, den Fehler wegen der Dicke der Absteckstäbe zu vermindern, kömmt lediglich auf die Lage des Auges O an.

Die Regel ist nemlich diese:

Man muß das Auge nicht gerade hinter die Stange halten, wie hier bey O, denn da wird ihre Dicke ab dem Visiren immer hinderlich seyn, sondern man muß es etwas seitwärts halten, wie in o, dergestalt, daß die Visirlinie obdn an den Seitenflächen der Stäbe hinausstreiche, und sie also in b, d, n berühre; denn es erhellet, daß alsdann die Mittelpuukte i, l, k, mithin auch die über i, l, k aufgerichteten Verticallinien, in eine einzige Ebene zu liegen kommen, so bald man den dritten Stab bey mn so einsetzt, daß die Visirlinie obdn gemeinschaftlich die Seitenflächen der Stäbe berührt, und in diesem Sinne muß man den Ausdruck nehmen, wenn

man

man der Kürze halber sagt: die Stäbe de=cken sich.

IV) Bey Absteckung der Verticalflächen ist es ferner auch nothwendig, die Stangen, so genau als möglich, lothrecht in den Boden zu stecken. Aus welcher Ursache, wie ich schon oben erinnert habe, man sich des Senkbleyes zu bedienen hat, welche Vorschrift hauptsächlich beym Abstecken über Hügel zu empfehlen ist.

Die Fehler, die man sonst zu befürchten hätte, lassen sich aus folgenden beurtheilen:

Wenn Fig. IX die beyden Stäbe AB, CD vertical sind, so hat es keine Schwierigkeit, die folgenden EF, u. s. w. mit AB und CD in eine Ebene zu bringen, wenn man die Vor=schriften (I, II, III) befolgt.

Gesetzt aber, die Stange CD Fig. IX stehe schief auf der Horizontalfläche.

Dann würde ein Beobachter, welcher hinter AB z. E. an dem obersten Ende d, oder nach der Richtung Bd vorbey visirte, die dritte Stan=ge nicht bey E in die erweiterte Verticalfläche AC, sondern bey e einsetzen lassen, wo nem=lich die Stange ef in den Gesichtsstrahl Bdf einträfe. Man würde also statt der Vertical=fläche ACE, die über Ae erhalten.

Bey=

Beyde würden mit einander den Winkel EAe machen, wenn AE, Ae Horizontallinien sind. Die drey Punkte A, C, e, würden also nicht in einer einzigen Verticalebene liegen.

Man fälle von d das Loth dc herab, und von c auf die Horizontallinie AE das Perpendikel cn, so drückt cn aus, wie weit der Punkt d der schiefen Stange, ausserhalb der Verticalfläche ACE liegt.

Weil nun in dem rechtwinklichten Dreyecke Acn

$$\sin cAn = \frac{cn}{Ac}$$ ist

und man, wenn der Stab Cd einigermaaßen weit von A entfernt ist, ohne merklichen Irrthum Ac = AC folglich

$$\sin cAn = \frac{cn}{AC}$$

setzen kann, so erhellet, daß der Winkel CAc, oder der Fehler, den man begienge, wenn man die Verticalfläche über Ac, mit der über AC, für einerley hielte, desto beträchtlicher ist, je größer cn und je kleiner AC ist, d. h. je weiter der Punkt d, nach welchem man visirt, ausserhalb der Verticalfläche AC liegt, und je näher sich die schiefstehende Stange Cd bey der erstern AB befindet.

Wäre

Wäre $cn = o$, das heißt, stände die Stange Cd zwar schief, aber doch in der Verticalfläche AC, so wäre auch $\sin cAn$ oder der Winkel cAn, mithin der Fehler $= o$.

Eine Stange kann also wohl schief stehen, sie muß aber, wenn kein Fehler entstehen soll, ihre schiefe Lage in der Verticalfläche AC selbst haben.

V) Da in manchen Fällen, bey Absteckung der Verticalebenen, besonders in bergigten Gegenden, die Stangen nahe neben einander zu stehen kommen, und man oft gezwungen ist, an ihrem obern Ende vorbey zu visiren, so erhellet, wie nothwendig es sey, in solchem Falle auf ihre lothrechte Stellung zu sehen.

Für die Ausübung sind aber aus dem vorhergehenden auch noch folgende Regeln herzuleiten:

1) Müssen die Absteckstäbe auf dem Felde immer so weit als möglich, und als es die Umstände erlauben, von einander weggesetzt werden, damit, wenn solche ja aus zufälligen Ursachen eine schiefe Lage bekommen sollten, der daraus zu befürchtende Fehler dadurch vermindert werde. (IV)

2) Muß man, wenn es angeht, nie an dem obern Ende eines Stabes, wie Cd (Fig. IX.) vorbey visiren, sondern allemal lieber

lieber bey einem Punkte vorbey, der näher am Boden liegt. Denn das obere Ende eines schiefstehenden Stabes fällt allemal am weitesten ausserhalb der abzusteckenden Verticalebene ACE.

Die Ausmessung gerader Linien.

§. 34. Nach dem Abstecken gerader Linien folgt nun das Ausmessen derselben. Vorher muß ich aber die dazu erforderlichen Werkzeuge beschreiben.

I) Ein Maaßstaab besteht aus einer geraden, ohngefähr zwey Zoll breiten, nnd 1 Zoll dicken, prismatischen viereckigten Stange, von gutem dauerhaftem, wohl ausgetrocknetem Tannen- oder Büchenholze, auf der man eine gewisse Anzahl von Fußen, so genau als möglich, verzeichnet, und solche (oder wenigstens den letzten Fuß) durch zarte Einschnitte in Zolle und Linien eingetheilt hat.

Gewöhnlich macht man sie 5 bis 6 Fuß lang. Zu Ausmessung sehr langer Linien ist es aber vortheilhaft, Maaßstäbe von 10 und mehreren Fußen zu gebrauchen.

So bediente sich Picard bey Gelegenheit der Abmessung eines Meridiangrades in Frankreich, Meßstangen von 12 Fußen.

Ob nun gleich die Messung mit Maaßstäben wohl die genaueste ist, so erhält man doch bey der jedesmaligen Anlegung, nur eine Länge von wenigen Fußen, und die Arbeit geht also nicht sehr geschwind von statten. Man bedient sich daher in Fällen, wo nicht die größte Genauigkeit nöthig ist, mit mehrerem Vortheil der Meßkette, welche gewöhnlich eine Länge von 5 oder 6 Ruthen enthält.

II) Die nähere Einrichtung der Meßkette ersieht man aus Fig. X.

Man läßt von Eisendrathe, etwa in der Dicke eines Federkiels, gleich lange, gerade Stäbe, wie rk, lp, u. s. w. verfertigen, deren Enden umgebogen, und durch Ringe n von geschlagenem Messinge mit einander verbunden sind.

Die Entfernung zwischen jeden nächstaufeinander folgenden Mittelpunkten zweyer Ringe, muß genau einerley Länge, z. E. die Länge eines Fußes betragen; Dergleichen Glieder oder Fuße werden so viel an einander gehängt, bis man genau eine Länge von einigen Ruthen erhält. Gemeiniglich macht man die Kette 5 Ruthen lang.

Die einzelnen Ruthen werden durch etwas größere Ringe angedeutet, durch deren Mittelpunkte, um sie von andern gut unterscheiden zu kön=

können, kleine Quer=Riegel durchgehen, wie Q ausweiset.

An den beyden Enden der solchergestalt eingerichteten Meßkette, werden ein paar große Ringe, wie A, etwa $1\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser, angebracht. Diese Vorrichtung dienet dazu, daß die beyden Enden der Kette an die zugehörigen Kettenstäbe gehängt werden können.

Diese Kettenstäbe sind etwa 4 Fuß hoch und cylindrisch, in der Dicke, daß man die äussersten Ringe der Kette, gedrängt an ihnen herablassen kann.

Den untern Theil eines solchen Kettenstabes, wie man sie gewöhnlich verfertigt, sieht man bey P.

Daselbst ist qn ein eiserner, sich in eine pyramidenförmige Spitze endigender Stift, oder eine Stachel, die fest unten an die Seitenfläche des cylindrischen Kettenstabes angeschuhet ist. qn ist etwa 3 Zoll lang und zu oberst 4 Linien dick.

Das untere Ende des Stabes selbst ist etwa in einer Höhe von 2 Zollen, von der Grundfläche angerechnet, mit Eisen beschlagen, und ohngefähr bey i geht ein Stift durch, der auf beyden Seiten des Stabes hervorragt.

Diese Einrichtung dient dazu, daß, wenn die äussersten Ringe A der Meßkette, an den

Ket=

Kettenstäben heruntergelassen worden, solche auf den hervorragenden Enden dieser Stifte zu ruhen kommen.

Den Anfangspunkt der Meßkette nenne ich denjenigen Punkt, wo die Schuhe angerechnet werden.

Wenn nun, wie gewöhnlich, die Stachel qn an der Seitenfläche des Kettenstabes befestigt ist, und der Ring A an dem Kettenstabe herabgelassen wird, so würde der Anfangspunkt der Meßkette nicht über den Anfangspunkt einer auszumessenden Linie, in welchen der Kettenstab eingesetzt wird, zu liegen kommen, wenn die Fuße der Meßkette, von dem Mittelpunkte des an P steckenden Ringes A angerechnet würden.

Man pflegt daher nicht von dem Mittelpunkte des Ringes A, sondern von dessen äusserstem Ende m den ersten Schuh mn anzurechnen, und dann den Ring A so an den Kettenstab P zu stecken, daß der äusserste Punkt m gerade über der Stachel qn zu ruhen kömmt: damit, wenn die Stachel in den Anfangspunkt einer auszumessenden Länge eingesetzt wird, alsdann der Anfang der Meßkette oder der Punkt m gerade über den Anfangspunkt der auszumessenden Linie zu liegen komme.

Es

Es kann nun während der Messung leicht geschehen, daß sich an dem Kettenstabe der Ring A etwas verrücket, und der Punkt m aus seiner gehörigen Lage kömmt, man muß daher bey jedem neuen Kettenzuge zusehen, ob sich m oder der Anfang der Meßkette noch über der Stachel qn befinde.

Dies ist eine Unbequemlichkeit: Es wäre weit besser, wenn man die Vorrichtung so machte, daß nicht, wie gewöhnlich, die Stachel qn an die Seitenfläche des Kettenstabes befestiget würde, sondern daß qn, wie bey O zu sehen ist, gerade durch den Mittelpunkt der Grundfläche gienge. Alsdann könnte man auch von dem Mittelpunkte des Ringes A die Schuhe anrechnen, und man wäre versichert, daß, wie auch A an den Kettenstab gestecket würde, doch allemal der Anfangspunkt der Meßkette, über den Anfangspunkt der auszumessenden Linie, in welchen die Stachel qn eingesetzet worden, zu liegen käme.

Einige Feldmesser nehmen die Glieder an der Meßkette, nur einen halben Fuß lang. Allein, dann braucht man zur Verbindung der Glieder doppelt soviel messingene Ringe, und hiedurch werden nicht nur die Kosten erhöhet, sondern auch Fehler veranlaßt.

Da ferner der Geometer sich immer der zehntheiligten Eintheilung bedient, so sind die Fuße der Meßkette gewöhnlich Decimalfuße. Rechnete man also an einem gewissen Orte z. E. 16 Fuß auf eine Ruthe, so würde eben diese Länge auf der Kette in 10 Decimalfuße getheilet. Da wären also die Kettenfuße weit größer, als die gewöhnlichen, nemlich in dem Verhältniße 16 : 10 oder 8 : 5.

Gewöhnlich sind die Fuße auf der Kette nicht weiter in Zolle getheilt. — Man muß also die kleinern Theile entweder nach dem Augenmaaße schätzen, oder wenn man genau verfahren will, solche vermittelst eines angelegten Zollstabes bestimmen. Dieser besteht aus einem prismatischen Stäbchen, auf dem der Fuß in Zolle und Linien getheilt ist.

III) Die Meßschnüre sind ehemals auch häufig gebraucht worden. Man verfertigte sie von Hanf oder auch Bast. Allein wegen der großen Unvollkommenheit, daß sich ihre Länge durch mehr oder mindere Spannung, und durch Feuchtigkeiten der Luft, oder des Bodens, auf dem man mißt, bald mehr bald weniger ändert, ist man fast völlig von ihrem Gebrauche abgekommen, ob man gleich gedachten Unvollkommenheiten dadurch in etwas abhelfen kann, daß man die Schnüre in Oel siedet, sie trocknen läßt und dann durch zerflossenes Wachs het, oder auch mit hartem Wachs durch und durch bestreicht. (Schwenters Geom. Pract. p. 481.)

Indessen kann man sich doch in manchen Fällen, mit Vortheil der Meßschnüre bedienen, besonders wenn keine gar zu große Genauigkeit verlangt wird; und dergleichen Fälle kommen häufig vor.

Man kann die Schnüre sehr lang machen, ohne daß sie beym Gebrauche besondere Unbequemlichkeit verursachten, man kann sie um einen Stab oder um eine Rolle wickeln, und bequem mit sich führen. Die Abtheilungen der Schnur werden durch eingebundene Knoten oder durch andere Kennzeichen bemerkt.

Am häufigsten wird die Schnur gebraucht, bloß eine gerade Linie durch sie zu bezeichnen, oder an ihr mit einem Maaßstabe herzumessen, wenn sie auf einem ebenen Boden ausgespannt worden ist.

IV) Bey Messungen über Hügel und Anhöhen läßt sich die Meßkette nicht gut anwenden; die Maaßstäbe sind in solchem Falle weit bequemer. Man gebraucht aber dazu einen verticalen Maaßstab ab (Fig. XI.) der genau von b nach a herauf in Fuße, Zolle und Linien getheilt, und unten bey c mit einer Spitze oder Stachel versehen ist, um ihn in den Boden stecken zu können.

Ferner einen horizontalen mn, der von m nach n in Fuße, Zolle und Linien eingetheilt ist und die Setzlatte heißt.

Wenn der eine Endpunkt m an die Anhöhe gesetzt wird, so kann man mn, um m, als um einen Mittelpunkt an dem verticalen Maaßstabe ab, auf und nieder bewegen.

Man kann auch bey m eine Spitze anbringen, um in weichem Boden das Ausrutschen des Maaßstabes mn zu verhüten.

V) Die Meßketten und Maaßstäbe sind die bequemsten und brauchbarsten Werkzeuge zur Ausmessung gerader Linien.

Man giebt aber in einigen Büchern, die von der Feldmeßkunst handeln, noch andere Werkzeuge an.

So gebrauchen z. B. einige Feldmesser den sogenannten Meßzirkel, welcher wie ein gewöhnlicher Reißzirkel eingerichtet ist, aber nur von Holz, und von der Größe gemacht wird, daß man auf dem Felde füglich zwischen beyden Zirkelspitzen eine Länge von 4 — 5 Fußen fassen kann. Man spannet an die auszumessende Linie eine Schnur, und misset längs sie her, indem man den Zirkel beständig umwendet;

det; Nach vollendeter Messung wird die Zahl der Umwendungen in Fuße verwandelt, indem man für jede Umwendung so viel Fuße rechnet, als die Zirkelspitzen zwischen sich fassen.

VI) Es ist beym Gebrauche der Maaßstäbe, wenn man eine Linie damit sehr genau ausmessen will, nothwendig, daß man mit denselben über die kleinen Ungleichheiten des Bodens wegmessen könne. Deswegen bedienet man sich in solchem Falle kleiner hölzerner, etwa 2 Fuß hoher Schemmel, auf die man die Maaßstäbe legt. Bey Fig. XII zeigt sich die Gestalt eines solchen Schemmels mit 4 Füßen. A ist das Tischchen, worauf man den Stab legt. Die Füße des Schemmels sind bey a und b in Gewinden beweglich. Ein hölzerner Stab cd, welcher unten an das Tischchen A befestigt ist, ist mit Schraubengängen versehen, welche in eine Mutter greifen, die sich an dem untern Bretchen bey m befindet. Hiedurch kann man das Tischchen A sanft erhöhen oder erniedrigen, je nachdem man die Schraube in ihrer Mutter herumbewegt. Noch besser ist es, wenn der Theil cd ohne Schraubengänge ist, und sich bloß in einer hölzernen Röhre auf- und niederschieben, seitwärts aber durch eine Schraube feststellen läßt.

VII) Bey dem Gebrauch solcher Tischchen ist es nicht undienlich, wenn die Maasstäbe wie

Fig.

Fig. XII. P an ihren Enden mit ein paar senkrecht eingeschrobenen etwa 1 Fuß hohen eisernen Stiften m, i versehen werden, an denen man hinausvisiren, und dadurch die Maaßstäbe desto genauer nach bestimmten Punkten hinrichten kann.

VIII) Damit man endlich den Maaßstäben die nach §. 7. erforderliche horizontale Lage geben könne, so mag man sich hiezu blos der gemeinen Setzwaage bedienen.

Man läßt (Fig. XIII) von gutem Lindenholze drey glatt gehobelte Leisten, a b, b c, a c, von denen die beyden a b und b c einander gleich seyn können, verfertigen, und in ein Dreyeck zusammenfügen. Auch geht quer durch noch eine vierte Leiste ef parallel mit ac.

Aus der Spitze b des Dreyeckes läßt man von einem Stifte, an einem feinen Silberfaden oder Pferdehaar, ein Loth b l herabhängen. Wenn nun b l frey hängt, so ist bekanntermaaßen die Richtung des Loths eine Verticallinie, mithin ein Perpendikel auf ihr, eine Horizontallinie. Will man nun auf der Leiste e f den Punkt n finden, welchen der frey herabhängende Faden b l decken muß, damit e f und folglich auch die damit parallele Leiste a c nach Erfordern eine horizontale Lage erhalte, so nehme man einen vorher wohl geprüften Winkelhaaken, lege dessen einen Schenkel genau an die Leiste ac,

und

und lasse den andern durch den Punkt b gehen. Hierauf ziehe man längs des durch b gehenden Schenkels auf ef eine feine Linie, so hat man daselbst die Stelle n, welche der frey herabhängende Faden bl decken muß, wenn die Leiste ac horizontal seyn soll.

Denn alsdann ist die Richtung der Leiste, auf der verticalen Richtung des Loths senkrecht, mithin horizontal.

Man hat noch andere Methoden, den Punkt n zu bestimmen, den das herabhängende Loth decken muß, damit die Linie, nach der die Setzwaage aufgestellt ist, horizontal sey. Man s. davon Kästners Markscheidek. IV. Anm. (24.) Helfenszrieders Geodäsie §. 151. u. f.

Stellt man nun die solchergestalt eingerichtete Setzwaage auf einen Maaßstab, z. E. auf mn Fig. XI, so daß die Leiste ac längs mn zu liegen kömmt, und bewegt alsdann mn so lange auf und nieder, bis das Loth bl die auf ef bezeichnete Stelle n deckt, so ist in dem Augenblicke, die Grundfläche der Leiste ac, und folglich auch der Maaßstab mn auf der Richtung des Lothes bl senkrecht, und also horizontal.

In

In der Ausübung ist aber zu bemerken, daß sich das Loth b l ganz frey bewegen, und nicht an der Leiste e k reiben dürfe.

Man hat noch andere Einrichtungen, den horizontalen Stand einer Fläche oder Linie zu erfahren. Aber die bisher beschriebene gemeine Setzwaage, ist zu der Absicht, einen Maaßstab horizontal zu legen, hinreichend genau.

Anmerkung.

§. 35. Zu gewissen Absichten, wo keine gar zu große Schärfe verlangt wird, kann man sich mit Vortheil der Schritte zur Ausmessung gerader Linien bedienen: Und unter allen Methoden, Längen nur beynahe zu bestimmen, ist diese gewiß die bequemste und geschwindeste in der Ausübung auf dem Felde.

Wenn man nämlich vorher durch einen Versuch, die Anzahl von Schritten bestimmt hat, die auf eine gegebene Länge gehen, so läßt sich nachher jede andere Länge, die in Schritten bekannt ist, auf gewöhnliches Maaß reduciren.

Die Gleichförmigkeit der Schritte ist aber hiebey eine nothwendige Voraussetzung. Man kann sich solche durch einige Uebung leicht verschaffen. Man nehme eine gewisse Länge vor, schreite sie zu wiederholtenmalen ab, und untersuche, ob man immer einerley Anzahl von Schritten bekömmt. Wo nicht? So muß man den Versuch so oft anstellen, bis man eine Fertigkeit erlangt hat, wenigstens nicht viel zu fehlen.

Um nun das Verhältniß eines Schrittes gegen ein bekanntes Maaß ausfindig zu machen, so messe man auf einer horizontalen Ebene, eine gerade Linie mit der Meßkette. Je länger sie ist, desto genauer findet man das Verhältniß. Hierauf untersuche man die Anzahl der Schritte, die auf diese Länge gehen.

So wird man daraus berechnen können, wie viel Fuße auf einen Schritt kommen.

Auf diese Art habe ich gefunden, daß 100 meiner gewöhnlichen Schritte 253 Kalenberger Fuß betragen. Es kommen also auf einen meiner Schritte 2,53 Fuß oder $2' \, 5'' \, 3'''$.

Gewöhnlich rechnet man $2\frac{1}{2}$ Fuß auf einen Schritt, allein, man siehet wohl, daß dieses nur eine ohngefähre Bestimmung ist, und nicht für alle Schritte gelten kann.

Ich habe sehr oft den Versuch gemacht, nämlich eine Länge erstlich abgeschrittet, die gefundene Anzahl von Schritten auf Fuße gebracht, und dann die nemliche Länge mit der

Kette

Kette gemessen. In den meisten Fällen trafen beyde Resultate, ziemlich gut überein, auch selbst bey einer sehr großen Anzahl von Schritten, so daß ich überzeugt bin, auf einem ebenen Boden, auch bey einer Länge von 1000 bis 2000 Schritten, selten um 4 bis 5 Schritte zu fehlen. Beym Zählen der Schritte ist es nöthig, wenigstens für jede 100 in einem Manuale ein Merkmal zu machen.

Man hat indessen, um das Zählen der Schritte zu ersparen, besondere Maschinen erfunden, die man Schrittzähler nennt. — Allein ich halte es hier für überflüssig, eine Beschreibung davon mitzutheilen, da man solche Werkzeuge gar wohl entbehren kann. Indessen kann man in Bions mathematischer Werkschule p. 98 darüber einiges nachlesen. In Nürnberg werden sie gegenwärtig sehr nett verfertigt, so daß man sie bequem, wie eine Taschenuhr, bey sich tragen kann.

Anmerkung.

§. 36. Ehe ich zur Ausmessung der geraden Linien fortgehe, muß ich noch erinnern, daß

1) Ueberhaupt bey den Feldmesserarbeiten immer einige Gehülfen zur Hand seyn müssen, sowohl, um die Werkzeuge zu tragen, als auch selbst, gerade Linien abzustecken, Ketten

zu

zu ziehen, und andere Geschäfte auf Befehl des dirigirenden Feldmessers zu verrichten; damit man aber während der Arbeit nicht aufgehalten werde, so müssen die Gehülfen vorher wohl unterrichtet seyn. Auch müssen keine alte träge Leute, sondern junge muntere, aufmerksame Personen gewählet werden.

2) Muß der Feldmesser immer ein Manual oder Diarium, nebst einem Besteck, bey sich führen, sowohl um die Messungen und Entwürfe, als auch andere bemerkungswürdige Umstände aufzeichnen zu können, und in dem Diario alles nach gewissen Rubriken ordnen, damit nachher zu Hause beym Auftragen und Berechnen keine Verwirrung entstehe.

Aufgabe.

§. 37. Auf einer ebenen Fläche eine gerade Linie mit der Meßkette auszumessen.

Auflösung.

I) Es sey Fig. V. AG die auszumessende Linie. Ist der Punkt A von G so weit entfernt, daß man das bey G abgesteckte Signal, bey A nicht deutlich erkennen kann, so will ich annehmen, nach §. 32. seyen bereits Stäbe AB, CD, EF, u. s. w. in die vorgegebene Verticalfläche AG abgesteckt.

II)

II) Ist dieses geschehen, so werden die beyden äussersten Ringe der Meßkette, an die zugehörigen Kettenstäbe gesteckt, mit der Vorsicht, daß Fig. X. der äusserste Punkt m eines jeden Kettenringes A gerade über die Spitze n des Kettenstabes P zu liegen komme. (§. 34. II.)

Auch werden die Glieder der Meßkette gehörig aus einander gelegt.

III) Nachdem alles in Ordnung ist, so ergreifen zwey Kettenzieher die Kettenstäbe, und der vorwärtsgehende Kettenzieher versiehet sich mit einer gewissen Anzahl von Zeichenstäbchen. (§. 31.)

Ich will den vorwärts gehenden Kettenzieher A nennen, den nachfolgenden aber B.

IV) B begiebt sich nun mit seinem Kettenstabe sogleich nach dem Anfangspunkt A der auszumessenden Linie, zieht die daselbst stehende Fahne oder Stange AB aus, und setzet in das Loch, wo AB gestanden, die Stachel seines Kettenstabes.

V) Der vorwärts gehende Kettenzieher A, begiebt sich aber mit seiner Kettenstange, so weit es die ausgespannte Kette zulässet, nach α und hält daselbst seinen Kettenstab frey in

der

der Hand herunter, so daß er sich vermittelst seiner Schwere von selbst in eine verticale Richtung stellt.

VI) B aber tritt einige Schritte hinter seinen Kettenstab, visirt långs ihn vorbey, und untersucht, ob der Kettenstab des A sich in der abgesteckten Verticalebene ACEG befinde. Wenn solches nicht ist, so giebt B dem A durch Zeichen und Zurufen zu verstehen, den Stab rechts oder links zu stecken, so lange bis derselbe bey α in der abgesteckten Verticalfläche ACEG steht.

VII) Zugleich spannet A die Meßkette gehörig aus, damit sie gerade zu liegen komme, und wenn solche etwa durch kleine Hügel aufgehalten würde, so wird sie etwas in die Höhe gehoben, und geworfen oder geschlenkert, bis sie gerade liegt.

Alsdann hat man von A bis α die Länge einer Meßkette.

VIII) Nun ziehen beyde Kettenzieher ihre Stäbe wiederum aus: B setzt in das Loch, wo sein Kettenstab gestanden, die (IV) ausgezogene Meßfahne oder Stange: A aber stecket da, wo nach gehöriger Einrichtung die Spitze seines Kettenstabes gestanden, ein Zeichenstäbchen ein.

Hier:

Hierauf gehen beyde Kettenzieher mit ausgespannter Kette weiter fort nach G oder auch nach dem nächsten Absteckstabe zu.

IX) Wenn B nach α hinkömmt, wo das Zeichenstäbchen stehet, so ziehet er solches aus, verwahret es wohl, und stecket in das Loch bey α die Stachel seines Kettenstabes.

A aber, der nach β hinkömmt, stecket auf Befehl des B, der längs seines Stabes vorbey visiret, seinen Kettenstab wieder in die abgesteckte Verticalfläche ACEG, oder auch A visiret an seinem eigenen Kettenstabe vorbey, und siehet zu, ob er mit dem Kettenstabe des B, und der bey A zurückgelassenen Fahne in gerader Richtung stehe, spannet die Kette an, und setzet darauf wieder, wie vohrin, ein Zeichenstäbchen ein, so hat man von α bis β abermahls eine Kettenlänge.

X) Auf diese Art gehet die Arbeit immer fort; der vorwärts gehende Kettenzieher setzt allemahl in das Loch, wo sein gehörig eingerichteter Kettenstab gestanden, ein Zeichenstäbchen, und der nachfolgende Kettenzieher sammlet sie ein.

XI) Wenn endlich A nach γ hingekommen ist, und er selbst bemerkt, daß das letzte Stück γG nicht mehr völlig eine ganze Kettenlänge betragen möchte, so begiebt er sich mit seinem

Ket-

Kettenstabe dennoch immer weiter vorwärts, über G hinaus, bis B nach γ hinkömmt. Hierauf spannet A die Kette gehörig aus, B aber geht längs der ausgespannten Kette γs fort, und zählt, wie viel ganze Ruthen und Schuhe noch auf das Stück Gγ gehen. Trifft G nicht gerade auf den Endpunkt eines Schuhes, so schätzt er die noch übrigen Zolle entweder nach dem Augenmaaße, oder bestimmt solche vermittelst eines angelegten Zollstabes.

XII) Ich will setzen, von A bis γ habe B 10 Zeichenstäbchen eingesammlet, und das letzte Stück γG sey $= 3^\circ\ 5'\ 7''$ gefunden worden; Wäre nun die gebrauchte Meßkette 5 Ruthen lang gewesen; so würde also endlich die ganze ausgemessene Länge AG $= 10 . 5^\circ + 3^\circ\ 5'\ 7'' = 53^\circ\ 5'\ 7''$ seyn.

Anmerkung.

§. 38. Solchergestalt läßt sich in kurzer Zeit eine beträchtliche Länge ausmessen. Nur sind hiebey noch folgende Erinnerungen nöthig.

1) Müssen die Kettenstäbe allemal vertical in den Boden gesteckt werden.

2) Kommt man bey einer Messung auf Wiesen, Aengern, mit Moos bewachsenen Gründen u. dergl. an seichte, sumpfigte Stellen, in denen man lange herumwaten müste, so

so ist es, um der Gesundheit nicht zu schaden, rathsam, sich blecherner Wasserstiefel zu bedienen. Diesen Vorschlag thut Helfenszrieder (Anleitung zur Geodäsie §. 245). wo auch die Einrichtung solcher Stiefel nachgelesen werden kann.

Wenn es die Umstände zulassen, so ist es am besten, eine Messung dieser Art auf eine günstigere Jahreszeit zu verschieben, daß solche Plätze entweder austrocknen, oder zufrieren. Denn so lange sie mit Wasser bedeckt sind, ist das Einsetzen der Kettenstäbe und Zeichenstäbchen ohnehin sehr unsicher. Besser ist es noch in solchen Fällen mit Maasstäben auf Schemmeln herzumessen, die man leicht fest genug stellen kann. Wäre aber die unmittelbare Messung in jedem Falle zu beschwerlich, so bediene man sich der in der Folge vorkommenden Hülfsmittel, und suche die Messung entweder durch Hülfe des Meßtisches, oder trigonometrisch aus einer schicklichen Standlinie zu bewerkstelligen.

3) Oft ereignet es sich, daß niedriges Buschwerk oder Gesträuche die Messung unterbrechen. In solchem Falle müssen sie umgebogen, oder, wenn nichts daran gelegen, abgehauen werden.

4) Ueber kleine Gräben und Vertiefungen, die man überschreiten, oder über die man ein Brett legen kann, läßt sich ohne Mühe die Mes-

Messung fortsetzen; ist aber ein Graben sehr breit, so muß man durch andere Kunstgriffe, die ich aber erst in der Folge erklären kann, vorher die Breite desselben messen, ehe man jenseits des Grabens, die Arbeit weiter fortsetzen kann.

5) Wenn kleine Erhöhungen unterwegs vorkommen sollten, so muß man die äussersten Ringe der Meßkette, an ihren Stäben in die Höhe schieben, so daß die Meßkette frey in gerader Linie über die kleinen Ungleichheiten wegstreiche.

6) Wenn die ebene Fläche von A nach G (Fig. V.) abhängig oder nicht horizontal ist, so ist die gemessene Weite AG, eigentlich nicht der Horizontalabstand der beyden Punkte A und G.

Hätte man diesen bestimmen wollen, so wäre es nothwendig gewesen, bey jedem Kettenzuge die Kette horizontal auszuspannen.

Dieses geschiehet, wenn der tiefer stehende Kettenzieher, nachdem er seinen Stab vertical in den Boden gesteckt, den Ring an seinem Kettenstabe ergreift, und solchen in die Höhe schiebt, bis die Richtung der ausgespannten Meßkette, mit der verticalen Richtung des Kettenstabes einen rechten Winkel macht.

Der rechte Winkel wird aber nur nach dem Augenmaaße geschätzt.

Völlig genau, und auf eine andere Art die Meßkette horizontal zu richten, würde ziemliche Schwierigkeiten haben, ja gar nicht möglich seyn. Es kömmt aber auch so sehr nicht darauf an, weil eine kleine Abweichung von der horizontalen Lage keinen merklichen Fehler verursacht.

Wenn man ohngefähr nach dem Augenmaaße, oder sonst auf eine andere Art wüßte, um wie viel Fuße der Punkt A (Fig. XIV.) höher läge als G, so könnte man nur geradehin die schiefe Linie AG messen, und alsdann aus AG, AC, in dem rechtwinklichten Triangel ACG den Horizontalabstand CG berechnen, aus §. 7.

Denn es ist $CG = \sqrt{(AG^2 - AC^2)}$

Gesetzt, man habe gemessen $AG = 300'$ und nach dem Augenmaaße geschätzt oder sonst gefunden $AC = 20'$ so würde $CG = \sqrt{(90000 - 400)} = \sqrt{89600} = 299{,}33'$ oder $299'\ 3''\ 3'''$ mithin der Horizontalabstand der beyden Punkte A und G nur um $6''\ 7'''$ kleiner, als die wahre Weite AG.

Man siehet hieraus, daß wenn die Fläche, auf der man misset, nur sehr wenig gegen die Horizontalfläche geneigt ist, man ohne merkli-

chen

chen Irrthum, die wahre Weite AG der horizontalen CG gleichsetzen könne.

Man könnte auch aus der wahren Weite AG die horizontale CG berechnen, wenn man den Elevationswinkel AGC entweder nach dem Augenmaaße geschätzt, oder unmittelbar gemessen hätte; denn es ist

$$CG = AG . \cos AGC$$

Der Winkel AGC brauchte aber nur ohngefähr in Graden bekannt zu seyn, wenn die Anhöhe nicht sehr steil ist.

Ex. Es sey AGC = 10°; AG = 1000 Fuß, so wird aus den Sinustafeln cos AGC = 0,985, wenn man nämlich die höhern Decimalstellen wegläßt; also AG = 0,985 . 1000 Fuß = 985 Fuß; daher AG — CG = 1000 F. — 985. F. = 15 Fuß; um so viel wäre folglich, bey einer wahren Weite = 1000 F. und einem Elevationswinkel von 10°, die Horizontalweite kleiner, als die wahre.

Ist aber die Fläche von A nach G sehr abhängig, so läßt sich die Horizontalweite auch sehr bequem und richtig durch Hülfe zweyer Maaßstäbe, von denen immer einer vertical gestellt, und der andere horizontal angelegt wird, bestimmen, wie ich hernach zeigen werde.

Aufgabe.

§. 39. Auf einem Boden, der nicht sehr abhängig, und auf dem keine beträchtliche Ungleichheiten vorkommen, eine gerade Linie mit Maaßstäben auszumessen.

Aufl. I) Gesetzt (Fig. XV.) sey der Horizontalabstand der beyden Objecte U und Y zu messen, und von U nach Y sey der Boden nicht sehr abhängig. Ich nehme an, daß zwischen U und Y bereits Stäbe in die Verticalebene UY abgesteckt worden sind.

Um nun den erwähnten Horizontalabstand sehr genau zu bestimmen, so bediene man sich dazu der (§. 34. VI.) angegebenen Maaßstäbe mit Stiften, nebst der daselbst beschriebenen Schemmel, auf folgende Art.

II) Gleich zunächst des Anfangspunktes U setze man einen dergleichen Schemmel (§. 34 VI und Fig. XII.) hin. Ferner bey B und C, einen zweiten und dritten, ohngefähr nach dem Augenmaaße in die gerade Richtung UY, und etwa in der Weite der Maaßstäbe von einander.

Zu der Messung selbst werden nun wenigstens drey Personen, die A, B, C heißen mögen, erfordert; A und B beschäftigen sich mit Legung der Maaßstäbe; C aber führet eine Setzwaage (§. 34. VIII u. Fig. XIII) mit sich.

III)

III) Nachdem nun die Tischchen ohngefähr nach dem Augenmaaße wagerecht gestellet worden, so nimmt A einen von denen §. 34. VII beschriebenen Maaßstäben, und legt ihn auf die beyden Schemmel A und B, so, daß der eine Endpunkt r dieses Maaßstabes n r auf das Tischchen des Schemmels B, das andere Ende n aber lothrecht über den Anfangspunkt U der auszumessenden Linie zu liegen komme.

IV) Hierauf nimmt C eine Setzwaage, stellt solche bey d auf den Maaßstab n r, und läßt von den Gehülfen B und A die Füße der beyden Schemmel so lange verrücken, und die Tischchen, auf denen der Maaßstab ruht, auf und nieder stellen, bis der herabhängende Faden der Setzwaage genau die auf dem Querleisten bezeichnete Stelle §. 34. VIII. bedeckt; Alsdann wird der Maaßstab n r horizontal liegen, und die Ebene der beyden Tischchen, so viel als bey diesem Geschäfte nöthig ist, wagerecht seyn.

Nach dieser Vorbereitung bringt nun der Gehülfe A das Ende n des auf den Tischchen ruhenden Maaßstabes n r völlig genau über den Anfangspunkt U der auszumessenden Linie, und bedienet sich zu dieser Absicht eines von n herabzuhängenden Lothes.

Wenn dieses geschehen ist, so hält A sein Auge hinter den vordersten Stift m, visiret an an beyden Stiften m und i hinaus, nach dem bey Y aufgerichteten Signale, oder nach dem nächsten Absteckstabe zu, und untersuchet, ob die Richtung des Maaßstabes n r sich in der abgesteckten Verticalebene UY befinde. (I)

Wenn solches nicht ist, so verrückt er den Maaßstab n r so lange rechts und links, aber so, daß doch n beständig lothrecht über U bleibe, bis n r in gerader Linie nach dem Gegenstande Y hingerichtet ist.

V) Hierauf nimmt der Gehülfe B einen zweyten eben so langen Maaßstab r s, und legt solchen auf die beyden Schemmel B und C, so daß der eine Endpunkt s auf den Schemmel C, der andere aber genau an den Endpunkt r des erstern Maaßstabes n r zu liegen komme.

VI) Während sich aber B mit der Legung seines Maaßstabes beschäftiget, muß der erste n r in unverrückter Lage erhalten werden. Dieses geschiehet, wenn A den Maaßstab n r an die Tischchen, auf denen er ruhet, sanft andrückt, und allenfalls bey r, wo sich der Maaßstab n r endigt, auf dem Tischchen mit der Spitze eines Federmessers eine zarte Linie reisset, damit, wenn etwa der Endpunkt r etwas aus seiner Lage gekommen seyn sollte, die Verrückung sogleich wieder hergestellet werden könne.

Die-

Diese Vorsicht ist überhaupt bey der Legung eines jeden nächstfolgenden Maaßstabes zu beobachten.

VII) Damit nun die Richtung der zweyten Stange rs ebenfalls in die Verticalebene UY, oder in die gerade Linie mit nr zu liegen komme, so visirt A an den Stiften m und i, oder an dem Maaßstabe nr hinaus, und läßt von dem Gehülfen B den Maaßstab rs nur erst ohngefähr in die gerade Richtung UY bringen.

VIII) Hierauf setzt C auf rs die Setzwaage, und läßt von dem Gehülfen B das dritte Tischchen C erhöhen oder erniedrigen, bis rs genau horizontal liegt. Alsdann visirt A nochmals an den Stiften hinaus, damit, wenn sich die Stange rs, während sie von B in die horizontale Lage gebracht wurde, wieder etwas aus der Verticalfläche UY verrückt haben sollte, sie sogleich wieder gehörigermaaßen eingerichtet werden könne.

IX) Auf diese Art hätte man also am Ende der bisherigen Operation, in der abgesteckten Verticalfläche UY, von n bis s eine gemessene Horizontallinie von 2 Stangenlängen.

X) Um nun die Messung weiter fortzusetzen, so fängt man auf eine ähnliche Art eine neue Operation an. Sobald nämlich B mit

der

der Legung seines Maaßstabes fertig ist, so nimmt A sein Tischchen über U weg, und bringet solches nach α; B aber erhält seinen Maaßstab rs in unverrückter Lage und bedient sich der Vorsicht (VI).

XI) Hierauf legt A den von U zugleich mitgenommenen Maaßstab, auf die beyden Tischchen bey C und α. Nämlich, dessen einen Endpunkt genau an s, den andern t aber auf das Tischchen bey α. Wenn dieß geschehen, so wird st erstlich in die gerade Linie UY gerichtet, und dann horizontal gestellt, völlig nach eben dem Verfahren, dessen sich vorhin B bediente, den Maaßstab rs zu legen.

XII) Solchergestalt geht die Arbeit beständig fort, indem A und B wechselsweise immer ihre Tischchen näher nach Y hinbringen, und ihre Maaßstäbe an einander legen, bis sie an den Endpunkt Y der auszumessenden Linie hinkommen.

XIII) Während der ganzen Messung, versteht sich, müssen die Stangen gezählt werden; Um hiebey nicht zu irren, so zählt A, Eins, sobald der Maaßstab von A nach B gehörig liegt. Ist hierauf B mit der Legung seines Maaßstabes fertig, so zählt B Zwey.

Ist nun A wiederum von C bis α fertig, so zählt er Drey; dann zählt B wiederum

Viere u. s. w. So kommen auf diese Art an A immer ungerade Zahlen, an B aber die geraden.

So bald nun z. E. B einmal eine ungerade Zahl zählen sollte, so zeigt dieses an, daß im Zählen ein Fehler vorgefallen ist, und so wäre dieses Verfahren, die Stangen zu zählen, eine Prüfung, ob richtig gezählet wird. Um übrigens das Gedächtniß nicht zu beschweren, so können A und B ihre Zahlen auch in ein Manual eintragen.

Diese Methode des Zählens wird von verschiedenen Schriftstellern empfohlen. Vielleicht wäre es nicht überflüssig, auch an jeder Station ein kleines Zeichenstäbchen, worauf die Zahl jeder Station geschrieben ist, zurückzulassen. Man kann, um keine Stange zu überzählen, nicht vorsichtig genug seyn.

XIV) Um das Zählen zu ersparen, könnte auch C eine gewisse Menge von Rechenpfennigen bey sich führen, und denen B und A, nach der jedesmaligen Anlegung des Maaßstabes, einen davon zureichen.

So brauchte man nur, wenn die ganze Messung zu Ende ist; die Menge der von A und B eingesammleten Rechenpfennige zusammen zu zählen, um zu erfahren, wie viel ganze Stangenlängen, die ausgemessene Linie enthielte.

Gesetzt bey β endigte sich ein angelegter Maaßstab tβ, und das Stück βg, bis ans völlige Ende, betrage keine ganze Stangenlänge, so fälle man von dem horizontalen Maaßstabe βo, ein Loth auf Y herunter, so bestimmt sich auf βo, die Länge des letzten Stücks βg.

Es verstehet sich aber von selbst, daß für die letzte Stange βo kein Rechenpfennig eingesammlet wird, weil von ihr nur das Stück βg, bis ans völlige Ende der auszumessenden Länge, genommen wird.

Um nun endlich, die ganze Länge ng zu erfahren, so setze man, die Länge der beyden gleich großen Maaßstäbe, deren sich A und B bedient haben, betrage $5'$. Von n bis β habe man 100 Rechenpfennige eingesammlet, und das letzte Stück βg sey $= 3' \; 5'' \; 4'''$ gefunden worden.

So wird der ganze Horizontalabstand ng $= 100 . 5' + 3' \; 5'' \; 4''' = 503' \; 5'' \; 4'''$.

XV) Auf diese Art kann man mit sehr grosser Genauigkeit eine gerade Linie auf dem Felde messen. Allein man siehet leicht, daß eine Mes-

Messung mit Stäben nicht so geschwind als mit der Meßkette von statten gehen kann. Indessen geben die Maaßstäbe die Messungen weit schärfer, und da man in manchen Fällen eine sehr große Genauigkeit verlangen kann, so habe ich zeigen müssen, wie man seine Absicht erreichen könne.

Statt der Schemmel, deren ich mich bisher, bey Ausmessung einer Linie mit Maaßstäben bedient habe, kann man sich noch einer andern, aber etwas weitläuftigern Vorrichtung bedienen, die Hr. v. Osterwald (Abh. der Churfürstl. Bayrischen Acad. der Wissensch. Erst. Band. II. Th. S. 62) vorschlägt. Nämlich, man läßt in die Verticalfläche, in der eine Linie gemessen wird, von 20 zu 20 Schuhen, etwa 4 Schuh hohe viereckigte Pfähle in die Erde schlagen. An diese befestigt man Latten in wagrechtem Stande, und misset auf ihnen, wie auf einer Brücke, her, dergestalt, daß man jeden nächstfolgenden Maaßstab, genau an das Ende des nächst vorhergehenden anlegt. — Man kann etwa nur zehn solcher Pfähle auf einmal einschlagen, und wenn man auf ihnen hergemessen hat, die hintersten wieder ausziehen, eine neue Brücke machen, und so die Messung, so weit man will, fortsetzen, ohne daß man der Gefahr ausgesetzt ist, die Meßstangen während der Arbeit zu verrücken. — Bey diesem Verfahren ist nur zu bemerken,

daß

daß die Stellen, wo die Pfähle zu den Brük-ken gestanden, sorgfältig, vermittelst kleiner Zeichenstäbchen die man hinlänglich tief in den Boden einschlägt, bezeichnet werden müssen, damit, wenn man zur Prüfung der Arbeit, die Messung noch einmal rückwärts vornehmen will, die Brücken wieder auf eben die Art zu stehen kommen, wie sie bey der ersten Messung standen. — Diese Vorrichtung Hrn. von Osterwalds kann allerdings in der practischen Geometrie mit Nutzen gebraucht werden, wenn eine sehr lange Grundlinie mit großer Sorgfalt gemessen werden soll.

In dem zweiten Theile des zweiten Bandes der erwähnten Abhandlungen der Bayerischen Acad. der Wissensch. (S. 365) findet sich noch eine andere Abhandlung des Hrn. v. Osterwald, die einen Bericht über die Messung einer Grundlinie von München bis Dachau enthält, woselbst die erwähnte Methode auf Pfählen herzumessen, noch umständlicher und mit Erwägung aller Punkte auf die man überhaupt bey Messung sehr langer Linien Rücksicht zu nehmen hat, ausgeführt ist. Auch befindet sich daselbst S. 378 eine Tabelle für die Veränderungen der Länge eines zwölfschuhigten Maaßstabes von Tannenholz, bey verschiedenen Graden der Wärme.

Ist kein so hoher Grad der Genauigkeit erforderlich, so ist hinreichend, längs der auszumessenden Linie UY blos eine Meßschnur auszuspannen. Dann nehmen zwey Gehülfen ein paar Maaßstäbe, und legen sie wechselsweise längs der Meßschnur an einander. Aber auf den Ungleichheiten des Bodens, wird sich dann freylich die horizontale Lage der Maaßstäbe so genau nicht erhalten lassen.

XVI) Handwerksmässige Feldmesser spannen oft nicht einmahl eine Schnur in die abgesteckte gerade Linie aus; damit weichen sie alle Augenblicke von der geraden Richtung ab, und begehen aus Nachlässigkeit oft andere, noch weit beträchtlichere Fehler, wie ich in der Folge zeigen werde.

Anmerkung.

§. 40. Wie genau man, vermittelst der Maaßstäbe, gerade Linien ausmessen könne, zeigen die Ausmessungen, die die Pariser Academisten, zur Bestimmung der Figur und Größe unserer Erdkugel angestellt haben.

So wurde in Lappland zwischen Torneo und Kitti eine Grundlinie von 7406 Toisen und 5 Schuhen zu verschiedenen mahlen gemessen, und man fand nur einen Unterschied von 4 Zollen bey wiederholten Messungen; dieses ist bey einer so großen Linie eine Genauigkeit, die man kaum erwarten sollte.

Die

Die Messung einer solchen Linie wurde in 7 Tagen vollendet.

Meistens ist in der practischen Geometrie keine so gar große Schärfe nöthig, und aus dieser Ursache bedienet man sich mit Vortheil der Meßkette.

Daß aber der Gebrauch der Kette, auf einem ebenen Boden, zureichend genau ist, davon hat sich Marinoni (de re ichnog. p. 245) durch mehrere Versuche überzeugt.

Er maaß z. B. auf einem horizontalen Boden, vermittelst zweyer Maaßstäbe von 6 Wiener Fußen, eine gerade Linie von 110 Stangenlängen, oder 660 Wiener Fußen zu wiederholten malen.

Nun maaß er die nämliche Länge mit einer vorher wohl geprüften Kette, und gebrauchte dabey alle nöthigen Vorsichten. Die Meßkette hielt genau 60 Wiener Fuß.

Wie die Messung zu Ende war, so erreichte der 11te Kettenzug, völlig genau den Endpunkt der abgesteckten, und vorher mit Maaßstäben ausgemessenen Länge.

Und so zeigte sich, daß eben diese Linie, vermittelst der Meßkette gemessen, 11. 60′. oder 660′ betrug, zum Beweise, wie genau beyde Messungen mit Stäben und mit der Kette, übereinstimmten.

Die

Die Zeiten aber, in denen die Messungen vollendet wurden, waren sehr von einander unterschieden. Beym Gebrauch der Maaßstäbe wurde immer $\frac{1}{4}$ Stunde Zeit erfordert. Mit der Kette wurde aber eben die Länge innerhalb 5 Minuten gemessen.

Marinoni macht also hieraus den Schluß, daß es in der Feldmeßkunst, bey Messungen auf ebenem Boden, in allem Betrachte vortheilhaft sey, sich der Meßkette zu bedienen.

Aehnliche Versuche findet man in Bugge's oben (§. 31.) angeführter Schrift. Hr. B. schließt aus seinen Versuchen, daß man bey Anwendung der nöthigen Vorsichten den absoluten Fehler der Kettenmessung auf ebenen und horizontalen Boden setzen könne = 1 Elle auf 1000 Ellen. Auf einem wenig steigenden oder fallenden Boden = $1\frac{1}{2}$ Elle und auf einem sehr hügelichten und unebnen Lande = 2 Ellen auf 1000. Die Messung mit der Kette gab immer weniger als die Ausmessung mit Stäben.

Aufgabe.

§. 41. Auf einer sehr abhängigen Fläche, den Horizontalabstand zweyer gegebenen Punkte zu finden.

Auflösung. 1) Gesetzt (Fig. XVI) A und G seyen auf dem Felde ein paar Punkte, zwischen denen sich ein hoher und stark abhängen-

gen-

gender Hügel befinde: Man soll den Horizontalabstand der beyden Punkte A und G finden.

Das will sagen, wenn man sich durch A eine Verticallinie Aα gedenkt, und durch G eine Horizontallinie Gα, welche gedachte Verticallinie in α durchschneidet, so soll man die Länge Gα finden.

II) Um also dieses zu leisten, stecke man zwischen A und G über den Hügel eine Verticalebene ab, vermittelst der bey M, N, R, hinzusetzenden Absteckstäbe (§. 32. IV.)

III) Nun sey erstlich (Fig. XI) die schiefe Linie μ m c ein Stück von der abhängigen Richtung des Hügels. Man setze in c die Spitze des Maaßstabes a b c (§. 34. IV) und bringe solchen, vermittelst des an dem Stift t herabhängenden Lothes, in eine verticale Lage.

Darauf nehme man einen zweiten Maaßstab m n; setze dessen einen Endpunkt m an die Anhöhe, und schiebe m n an a b so lange auf und nieder, bis eine auf m n gestellte Setzwaage, die horizontale Lage des Maaßstabes m n anzeigt.

Auf dem Maaßstabe a b c ist nun, nach der Mitte herunter, eine gerade Linie a b gezogen, auf der sich Abtheilungen von b gegen a, in Fuße, Zolle und Linien befinden; auch liegt die gerade Linie a b in der Verlängerung des Stiftes b c, welcher in dem Boden steckt.

Ferner

Ferner sind auch auf dem horizontalen Maaßstabe, von m gegen n, Abtheilungen in Fuße u. s. w. verzeichnet.

Man untersuche also, wie viel Fuße, Zolle und Linien, die verticale Linie ab, auf dem horizontalen Maaßstabe, von m bis l abschneidet, so hat ml, oder den Horizontalabstand der beyden Punkte m und b.

Und wenn man by horizontal, my vertical sich gedenkt, so ist ml = by.

IV) So wie also hier in der XI. Fig. des schiefen Stücks mc Horizontalweite ml gefunden worden, so wird in Fig. XVI über den ganzen Hügel AwRNMG, die Arbeit fortgesetzt, und die ganze Horizontalweite Gα stückweise gesucht.

Nämlich gleich bey G (Fig. XVI) wird der Maaßstab Ga vertical eingesetzt, der horizontale mn aber, so angelegt, daß er sich in der abgesteckten Verticalebene befinde; dieses kann man leicht bewerkstelligen, wenn man hinter Ga das Auge hält, und an dem Maaßstabe nm hinaus, nach der nächsten Absteckstange M visiret.

Nimmt man darauf, wie in Fig. XI gewiesen, von m nach l, die Anzahl von Fußen, Zollen und Linien, so hat man erstlich die Horizontalweite ml des schiefen Stücks mG.

Nun gehe man weiter: Nachdem vorher genau der Punkt m auf dem Boden bemerkt worden, wo der Endpunkt des horizontalen Maaßstabes hinreichte, so nehme man den verticalen Stab von G weg, und setze ihn in m ein; dann lege man wieder, wie vorhin, den horizontalen an; und bestimme auf ihm die Horizontalweite **k i**, des schiefen Stücks k m.

Auf diese Art setzt man, wie die punktirten Linien ausweisen, die Messung über den ganzen Hügel fort, und bemerkt jedesmal in dem Diario, die gefundene Horizontalweite.

V) So giebt endlich die Summe aller gemessenen horizontalen Stücke ml + ki + xo + Nr + Nv + ts + wy, wie sich leicht übersehen läßt, die ganze Horizontalweite Gα, und die vorgelegte Aufgabe wäre aufgelöset.

Zusatz.

§. 42. Wollte man die wahre Weite von **A** nach G bestimmen, so müßte man ausser der horizontalen Weite Gα, auch noch die Erhöhung des Punkts **A** über G, oder die Linie Aα wissen.

Diese bestimmt sich so:

Da Fig. XI. auch von dem horizontalen Maaßstabe mn, die Abtheilungen auf dem verticalen ba, abgeschnitten werden, so ergiebt sich zu gleicher Zeit dadurch die Linie bl, oder die Erhöhung des Punkts m über c.

Solchergestalt erhält man in Fig. XVI. bey jeder Station, sowohl die Erhöhungen Gl, mi, ko, xr auf der einen Seite des Hügels, als auch die Erhöhungen vs, tw, Ay; auf der andern Seite desselben.

Man ziehe von dem höchsten Punkte N eine Verticallinie Nz auf Gα; und durch A die Linie AX horizontal.

So erhellet folgendes: die Summe der Erhöhungen Gl + mi + ko + xr auf der einen Seite des Hügels, giebt die Erhöhung des Punkts N über G, oder die Linie Nz:

Die Summe vs + tw + Ay giebt aber die Erhöhung des Punkts N über A, oder die Linie NX.

Ziehet man nun von NZ die Linie NX ab, so erhält man XZ oder Aα; folglich die gesuchte Höhe des Punkts A über G.

Hieraus ist endlich, nachdem Aα gefunden worden; die wahre Weite $AG = \sqrt{(G\alpha^2 + A\alpha^2)}$.

Sollten auf dem Wege von G nach N auch Vertiefungen vorkommen, so muß man solche als negative Erhöhungen ansehen.

Zusatz.

§. 43. Die krumme Linie AwRNMG ist die Durchschnittsfigur einer Verticalebene, mit der krummen Fläche des Hügels.

Gedenkt man sich nun, von jedem Punkte dieser krummen Linie, ein Loth auf die Horizontalfläche herab, reducirt man die krumme Linie z. E. auf den Horizont durch G (§. 4.) so erhält man die gerade Linie Gα, für die Projection der krummen Linie auf diese Horizontalfläche.

Begreiflich wird aber die nach der Aufgabe §. 41 gemessene Horizontalweite Gα, auch der Projection der krummen Linie AwRNMG z. E. auf den Horizont durch A, gleich seyn.

Anmerkung.

§. 44. Einige bedienen sich bey Messungen über Anhöhen, nicht der Maaßstäbe, sondern blos der Meßkette, und verfahren dabey auf folgende Art:

Statt Anlegung eines horizontalen Maaßstabes mn (Fig. XVI.) befestigen sie in m den einen Endpunkt der Kette, spannen hierauf ein Stück von ihr horizontal aus, bis an den verticalen Stab Ga, und bestimmen so auf der Kette die Horizontalweite ml.

Ohne Zweifel wird man aber weit bequemer und richtiger sich bey dieser Aufgabe blos der Maaßstäbe bedienen.

Man kann auch, wie in der Folge erhellen wird, die Horizontalweite Gα noch auf andere Arten bestimmen. Dieses setzt aber Kenntnisse des Winkelmessens zum voraus.

Will man die Erhöhung des Punktes A über G, und zwar, wie zu einigen Absichten erfordert wird, mit sehr großer Schärfe bestimmen, so gehört dies ins Kapitel vom Nivelliren, wovon in der Folge ebenfalls der gehörige Unterricht ertheilt werden soll.

Von den Fehlern, die man in der Messung einer geraden Linie begehen kann.

§. 45. Die Fehler, denen man bey diesem Geschäfte ausgesetzt ist, hängen theils von der Unvollkommenheit der Werkzeuge ab, theils aber auch von der Nachlässigkeit des Geometers, und von der Unmöglichkeit, eine völlig mathematische Genauigkeit zu erhalten. Man muß aber solche zu beurtheilen wissen, und dieß soll in folgenden Zusätzen geschehn.

Fehler aus der Unvollkommenheit der Werkzeuge.

1) Diese hängen von der Größe und Eintheilung der Meßketten und Maaßstäbe ab.

Es versteht sich von selbst, daß eine Kette nicht allein die angebliche Größe würklich besitze, sondern auch richtig in Ruthen und Fuße abgetheilt sey. Wenn eine Kette gerade 5 rheinländische Ruthen lang seyn sollte, in der That aber etwas länger oder kürzer wäre, so würde bey jedem Kettenzuge ein Fehler begangen. Man muß daher die angebliche Länge der Kette, das will sagen, die Entfernung ihrer beyden Endpunkte vorher wohl prüfen, ehe man Messungen anstellt.

Die Art, wie diese Prüfung geschehen könnte, wäre etwa folgende:

Man verzeichne auf einem Maaßstabe, mit aller möglichen Sorgfalt, die Länge einer solchen Ruthe, dergleichen die Kette z. E. 5 enthalten soll, und bestimme mit diesem Maaßstabe auf einem ebenen Boden, so genau als möglich, eine Länge von 5 Ruthen. Dann bringe man die Meßkette an diese abgesteckte Länge, und untersuche, ob nach gehöriger Ausspannung derselben, ihre beyden Endpunkte völlig genau die 5 Ruthen zwischen sich enthalten. Den Versuch kann man einigemahle wie-

der-

derholen, und sich so von der eigentlichen Größe der Meßkette versichern. Fände man z. E. die Kette um 2 Zoll länger, als 5 Ruthen, so müßte man in der Folge für jeden Kettenzug nur 5 Ruthen weniger 2 Zoll, oder 4° 9′ 8″ rechnen.

Diese Prüfung der Kette ist besonders in dem Falle nothwendig, wenn sie schon lange gebraucht worden. Denn es lehrt die Erfahrung, daß die Glieder oder Gelenke sich mit der Zeit in ihren Ringen abnutzen und ausschleifen, wodurch die Kette verlängert wird.

Ferner biegen sich auch beym Gebrauch die Glieder etwas krumm, und dieser Umstand verkürzt die Kette; daher muß man beständig darauf sehen, daß die Kettenglieder gehörig gerade sind.

II) Einige rathen, man solle eine sehr lange Linie z. E. von 100°, erst mit Maaßstäben, und dann mit der Kette messen, beyde Messungen mit einander vergleichen, und aus dem gefundenem Unterschiede die wahre Länge der Kette bestimmen. Die Ursache, warum man zur Prüfung der Kette eine sehr lange Linie vorschlägt, ist, weil ein in der Kettenlänge enthaltener Fehler sich bey oft wiederholten Kettenzügen häuft, und daher bey einer sehr langen Linie sichtbarer ausfällt, als bey einer kurzen.

Be-

Begreiflich wird aber eine sehr lange Linie auch sehr genau mit der Kette gemessen werden müssen, wenn der am Ende gefundene Unterschied, den wahren Fehler der Kette bestimmen, und nicht mit denen Fehlern vermischt seyn soll, die der Feldmesser selbst begangen haben könnte, z. E. wenn er während der Messung, die Kette nicht immer gleich stark angezogen, die Kettenstäbe nicht immer gehörig eingesetzt hätte u. d. gl.

Wäre demnach z. E. eine Linie von 1000 Fußen aufs genaueste mit Maaßstäben gemessen worden, und man fände solche, vermittelst der Kette, nur 998 Fuß lang, so könnte vielleicht der Unterschied von 2 Fußen blos von jenen Nachlässigkeiten des Feldmessers herrühren.

Ich rathe also, um recht sicher zu seyn, lieber die Länge von 1000 Fußen zu wiederholtenmalen mit der Kette zu messen. Findet man alsdann immer einen Unterschied von 2 Fußen, dann kann man versichert seyn, daß der Fehler in der eigentlichen Kettenlänge enthalten ist. Auch kann man aus den gefundenen Unterschieden ein arithmetisches Mittel nehmen, um der Wahrheit näher zu kommen.

Um nun aus einem solchergestalt gefundenen Unterschiede von 2 Fußen, die wahre Kettenlänge zu berechnen, so setze man, die Kette

halte

halte 50 Kettenfuße, und schliesse nach der Regel Detri 998 Kettenf. geben 1000 wahre Fuße, (dergleichen nämlich auf den Maaßstäben verzeichnet waren) was geben 50 Kettenfuße? Antw. 50,1 wahre Fuße; das will sagen, die 50 Kettenfuße betragen 0,1 Fuß oder 1 Zoll mehr, als 50 wahre Fuße, und die Kettenlänge ist also um 1″ zu groß. Eine Linie, die man folglich mit dieser Kette mäße, würde man immer kleiner angeben, als sie in der That ist, und man muß daher die gehörige Verbesserung anbringen. Z. E. hätte man mit dieser Kette eine Linie von 625° oder 6250 Kettenfußen gemessen, so würden diese nach obiger Regel de Tri 6262,5 wahre Fuß betragen.

III) Um nun auch die Eintheilung der Kette zu untersuchen, oder zu finden, ob ihre einzeln Glieder durchaus von gleicher Länge sind, so spanne man auf einem ebenen Boden die Kette sehr stark an, lasse sie in dieser Lage liegen, nehme nun einen Maaßstab, worauf man z. E. 5 Kettenfuße verzeichnet hat, und untersuche, ob auf der Kette jede Entfernung von 5 Kettenfußen, der auf dem Maaßstabe verzeichneten Länge gleich ist: durch dieses Verfahren wird man sehr bald entdecken, wo sich in den Abtheilungen der Kette merkliche Ungleichheiten befinden.

Fehler

Fehler aus Unvorsichtigkeit.

§. 46. Diese sind beym Gebrauch der Meßkette hauptsächlich folgende.

I) Wenn man nicht in jedem Falle die Glieder der Meßkette gehörig auseinander legt, und wenn sich einige krumm gebogen, sie wieder in eine gerade Richtung bringt.

II) Wenn man in Einsetzung der Kettenstäbe nachlässig ist, d. h. wenn mau nicht jederzeit die Stachel genau in das Loch setzt, wo ein Zeichenstäbchen gestanden. Aus dieser Quelle entspringen die meisten und beträchtlichsten Fehler. Besonders hat man alle nöthige Vorsicht zu beobachten, wenn man über weiches Erdreich wegmisset. Hier kann es gar leicht geschehen, daß, wenn der vordere Kettenzieher die Kette schlenkert und anzieht, der Kettenstab des nachfolgenden, in dem weichen Boden nachgiebt, große Löcher bohrt, und sich so aus seiner wahren Stelle verrückt; daher muß man in solchem Falle sehr behutsam verfahren.

III) Wenn die Kette nicht gehörig angespannt wird.

IV) Wenn man bey jedem Kettenzuge von der geraden Linie oder Verticalfläche abweicht.

V) Wenn man bey der gewöhnlichen Einrichtung, da sich die Stachel an der Seiten-

fläche

fläche des Kettenstabes befindet (§. 34. II) nicht bey jedem Kettenzuge untersucht, ob sich die Endpunkte der äussersten Ringe noch gehörig über der Stachel der Kettenstäbe befinden.

Etwas über die Beträchtlichkeit des Fehlers, dessen in IV erwähnet worden.

§. 47. Ich will annehmen, es sey auf dem Felde (Fig. XVII) die gerade Linie ah ausgemessen worden, man sey aber während der Messung nicht immer auf der geraden Linie ah geblieben, sondern z. E. bey dem ersten Kettenzuge ac um das Perpendikel bc, bey dem zweyten Kettenzuge um de, bey dem dritten df um gf u. s. w. von der geraden Richtung ah abgewichen. Auch sey fh der letzte Kettenzug. So würde man also für die ausgemessene Länge ah hier z. E. 4 Kettenzüge ac + cd + df + fh oder 4. 5° = 20° rechnen.

Es ist aber, weil man immer von der geraden Richtung abgewichen, in der That ab um etwas kleiner als ac + cd + df + fh, und man giebt also die ausgemessene Linie ah zu groß an, wenn man sie = 20° setzt.

Um nun zu finden, ob der hieraus zu befürchtende Fehler beträchtlich seyn kann, so will ich annehmen: Es seyen die bey jedem Kettenzuge begangenen Abweichungen von der geraden

Rich-

Richtung, oder die Perpendikel bc, de, gf gegeben.

Weil nun gewiß, wenn man auch nur mittelmäßig misset, die Abweichungen von der geraden Richtung, nicht sehr beträchtlich seyn können, so werden die Perpendikel bc, de, gf, in Absicht der ganzen Kettenlänge, sehr klein seyn.

Es sey die Kettenlänge

$$= r = ac = cd = df = fh$$

So ist in dem rechtwinklichten Dreyecke acb

$$ab = \sqrt{(ac^2 - bc^2)} = \sqrt{(r^2 - bc^2)}$$

$= r\sqrt{\left(1 - \frac{bc^2}{r^2}\right)}$; weil nun bc gegen r sehr klein, folglich auch $\frac{bc}{r}$ ein sehr kleiner Bruch ist, so kann man ohne merklichen Fehler setzen $\sqrt{\left(1 - \frac{bc^2}{r^2}\right)} = 1 - \frac{bc^2}{2r^2}$ (Tr. S. IX) und mithin $ab = r - \frac{bc^2}{2r}$.

Nun verlängere man ferner de, und ziehe $c\gamma$ parallel mit be, so ist in dem rechtwinklichten Triangel $cd\gamma$.

$$c\gamma = be = \sqrt{(cd^2 - d\gamma^2)} = \sqrt{(r^2 - (de + bc)^2)} =$$

$$r\sqrt{\left(1 - \frac{(de + bc)^2}{r^2}\right)} = r - \frac{(de + bc)^2}{2r},$$

weil eben so, wie vorhin, der Bruch $\frac{de + bc}{r}$ sehr klein ist.

Völlig eben so wird $eg = r - \frac{(de + gf)^2}{2r}$ und $gh = r - \frac{gf^2}{2r}$ folglich

$$ah = ab + be + eg + gh =$$

$$4r - \frac{bc^2 + (bc + de)^2 + (de + gf)^2 + gf^2}{2r}$$

oder wenn man der Kürze halber die Summe der Quadrate

$$bc^2 + (bc + de)^2 + (de + gf)^2 + gf^2 = C$$

setzet, so wird

$$ah = 4r - \frac{C}{2r}$$

das will sagen, die Linie ah ist hier um die Größe $\frac{C}{2r}$ kleiner, als 4 Kettenlängen, oder $\frac{C}{2r}$ ist der Fehler, den man begehet, wenn man bey der Messung nicht beständig auf der geraden Richtung bleibt.

Ich habe in der Figur angenommen, daß jede zwey nächst aufeinander folgende Abweichungen, wie bc, de auf verschiedenen Seiten der Linie ah liegen. Fielen aber z. E. bc, de auf einerley Seite, so wird ein kleines Nachdenken zeigen, daß man alsdann in dem Werthe von C nur $(bc - de)^2$ statt $(bc + de)^2$ setzen müsse.

Man setze, die Abweichungen, die man bey jedem Kettenzuge begeht, seyen alle gleich groß, oder es sey $bc = de = gf = \varepsilon$ so wird

$$C = \varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 + \varepsilon^2 = 10\varepsilon^2$$

folglich $ah = 4r - \frac{10\varepsilon^2}{2r} = 4r - \frac{5\varepsilon^2}{r}$.

Hätte man überhaupt von a bis h, n Kettenlängen gezählt, so würde, wie leicht erhellet, alsdann

$$C = \varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 + 4\varepsilon^2 \ldots\ldots + \varepsilon^2$$
$$= \varepsilon^2 + 4(n-2)\varepsilon^2 + \varepsilon^2 = (4n-6)\varepsilon^2.$$

Und daher in diesem Falle

$$ah = n.r - \frac{(4n-6)\varepsilon^2}{2r} = n.r - \frac{(2n-3)\varepsilon^2}{r}$$

Um ein Exempel zu geben, so will ich annehmen $r = 5° = 500''$, und setzen, bey jedem Kettenzuge weiche man um $5''$ von der geraden Richtung ab. Dies ist eine Abweichung, die, wenn auch nur mittelmäßig gemessen wird, nicht leicht

leicht statt finden kann. Ferner sey n = 20, so wird der Werth von

$$ah = 20 . 5^{\circ} - \frac{(2.20 - 3)}{500} . 25.$$

In diesem Falle ist also der Fehler, um den man ah zu groß angäbe, wenn man sie 20 Kettenlängen gleich setzte, oder die Größe

$$\frac{C}{2r} = \frac{(2.20 - 3)}{500} . 25 \text{ Zolle} = 1{,}85 \text{ Zoll}.$$

D. h. man begienge in der ganzen Länge nur einen Fehler von 1,85 Zollen, wenn man gleich bey jedem Kettenzuge um 5 Zoll von der geraden Richtung abwiche, und dieses ist ein Fehler, der in Absicht der ganzen Länge von 20 Kettenzügen sehr unbeträchtlich ist.

Noch einige Folgerungen aus dem bisherigen.

§. 48. I) Aus der Formel $\frac{C}{2r} = \frac{(2n - 3) . \varepsilon^2}{r}$ erhellet, daß der Fehler, den man in Messung einer Linie, wegen den Abweichungen von der geraden Richtung, begehen kann, sich bey einerley r und n, d. h. bey gleich großen und gleich vielen Kettenzügen, verhalten würde wie ε^2, oder wie das Quadrat der Abweichung von der geraden Linie;

II)

II) Der Bruch $\frac{C}{2r} = \frac{bc^2 + (bc + de)^2 \ldots}{2r}$ §. 47 wächst, wenn C grösser wird, und r abnimmt, das will sagen: der Fehler, den man in einer ausgemessenen Länge, wegen den Abweichungen von der geraden Richtung, zu befürchten hat, ist desto beträchtlicher, je mehr und öfter man von der geraden Richtung abgewichen, und je kürzer die Meßkette ist.

Daß man überhaupt beym Gebrauche langer Ketten bey weitem nicht so große Fehler, sowohl wegen den Abweichungen von der geraden Richtung, als auch aus andern Ursachen zu befürchten habe, erhellet noch mehr aus folgenden Betrachtungen.

Je länger eine Meßkette ist, desto weiter kommen alsdann die Kettenstäbe von einander wegzustehen, desto geringer sind also die Fehler, die beym Visiren wegen der Dicke der Kettenstäbe etwa begangen werden können, und folglich, desto weniger ist man der Gefahr unterworfen, von der geraden Richtung abzuweichen. Ferner braucht man bey einer längern Kette auch die Kettenstäbe nicht so oft einzusetzen, als bey einer kürzern. Aus dieser Ursache können also auch die Fehler §. 46. II nicht so oft vorfallen. Endlich überhaupt, je kleiner die Ketten sind, desto öfter multipliciren sich die Fehler, die man bey jedem einzelnen Kettenzuge begehen kann.

III) Es würde also vortheilhaft seyn, sich in der Ausübung so langer Ketten zu bedienen, als es Bequemlichkeit und Umstände erlauben. Freylich würden besonders in bergigten Gegenden lange Ketten alsdann einige Beschwerlichkeiten haben, sowohl beym Forttragen, als gehörigem Ausspannen derselben.

IV) Da geringe Abweichungen von der geraden Richtung keine beträchtlichen Folgen nach sich ziehen, so erhellet, daß die Fehler §. 46. IV. am wenigsten dazu beytragen, eine Messung unsicher zu machen. Hingegen sind aber die Vorsichten §. 46. I II. III. V. von desto größerer Wichtigkeit.

V. Wenn man annehmen will, daß in den meisten Fällen bey jedem einzeln Kettenzuge die Fehler §. 46 begangen werden, so erhellet, daß bey n Kettenzügen ein n mahl so großer Fehler begangen werden **kann**, als bey jedem einzelnen. Wenn also der größte Fehler, der bey jedem einzeln Kettenzuge, aus obigen Ursachen §. 46 zusammen genommen, entspringen kann $=$ e gesetzt wird, so ist bey einer ausgemessenen Länge von n Kettenzügen der zu **befürchtende** Fehler $= n.e$ und dieser verhält sich also wie n, oder wie die ausgemessene Linie, wenn man annimmt, daß bey jedem Kettenzuge gleich große Fehler begangen werden. Dieser Satz, daß der Fehler einer ausgemessenen Linie, der

Linie selbst proportional sey, findet sich bey Marinoni de re ichnographica, und ist desto wahrscheinlicher, je mehr die Fehler bey den einzeln Kettenzügen einander gleich und ähnlich sind.

VI) Endlich erhellet auch aus der Art, wie die Fehler §. 46 begangen werden, daß man überhaupt die ausgemessenen Linien gemeiniglich zu groß angiebt, man müßte denn auf weichen Boden messen, in welchem Falle bey einer öftern Wiederhohlung des Fehlers §. 46 II. das Maaß der Linie zu klein ausfällt.

Die gewöhnlichen Fehler, welche bey Messungen mit Maaßstäben begangen werden.

§. 49. Diese sind:

I) Wenn man in der Linie, längs der man hermisset, keine Schnur ausspannt, sondern den Maaßstab nur nach dem Augenmaaße in die gerade Richtung legt.

Dieser Fehler wird von den Feldmessern sehr häufig begangen, und kann bey sehr langen Linien große Unrichtigkeit verursachen, weil man bey der Legung des Maaßstabes nach dem bloßen Augenmaaße, alle Augenblicke der Gefahr unterworfen ist, von der geraden Richtung abzuweichen, und dieses beym Gebrauche der Maaßstäbe weit beträchtlichere Folgen nach sich zie-

ziehen kann, als bey der Kette, weil die Abweichungen öfter begangen werden;

In der Formel $\frac{C}{2r}$ §. 47 bedeute nunmehr r die Länge des Maaßstabes; da diese gewöhnlich nur 5 bis 6 Fuß beträgt, so ist der Nenner des Bruches $\frac{C}{2r}$ beym Gebrauche des Maaßstabes weit kleiner, als bey der Meßkette, wo r gewöhnlich $= 50'$ ist. Daher wird, alles übrige gleich gesetzt, der Bruch $\frac{C}{2r}$, oder der Fehler wegen Abweichungen von der geraden Richtung, weit größer beym Maaßstabe, als bey der Kette.

II) Ein zweyter Fehler, der gewöhnlich vorzufallen pflegt, wenn man nur mit einer Stange misset, ist, wenn man die Umschläge nicht in Betrachtung zieht, die die Stange bey jeder Umwendung auf der Erde mit ihrer Dicke macht. Das will sagen, wenn die Stange die Dicke eines Zolles hätte, und man mit beständiger Umwendung des Stabes, an einer Linie hermäße, so würde man jedesmahl 1 Zoll überschlagen, und dieß betrüge also bey 10 Stangenlängen schon einen Fuß.

III) Auch erhellet leicht, daß man auf diese Art die ausgemessene Linie allezeit zu kurz angeben würde.

IV) Ein dritter Fehler, der von nachlässigen Feldmessern am häufigsten begangen wird, ist, wenn sie sich nicht die Mühe geben, den Maaßstab ganz auf die Erde niederzulegen, sondern, um sich das öftere Bücken zu ersparen, das hinterste Ende des Stabes erheben, ehe noch das vorderste den Boden erreicht hat. Die XVIII Fig. stellt solches vor Augen.

A a ist der Stab, der in c gehalten wird.

Wenn nun der Punkt A unverrückt bleibt, bis man A a auf den Boden niedergelegt hat, und also der Punkt a bey α den Boden erreicht, so ist $A\alpha = Aa =$ der wahren Stangenlänge. Giebt man sich aber nicht die Mühe den Stab ganz niederzulegen, sondern erhebt das Stangen-Ende A, und läßt die Stange um c, wo man sie hält, drehen, bis sie bey β den Boden erreicht, so würde man einen großen Fehler begehen, wenn man $A\beta$ für die Länge der Stange annehmen, und also $A\beta = A\alpha = Aa$ setzen wollte. Es wäre nämlich der Fehler $= \alpha\beta = A\alpha - A\beta = Aa - A\beta$.

Gesetzt, man hielte die Stange in ihrer Mitte so, daß $Ac = ca = c\beta = \frac{1}{2} Aa$ wäre, und das Perpendikel c d sey die Höhe, in der man über dem Boden die Stange zu drehen anfienge, so würde in dem gleichschenklichten Drenecke $Ac\beta$ $A\beta = 2d\beta = 2\sqrt{(c\beta^2 - cd^2)} = 2\sqrt{(\frac{1}{4}Aa^2 - cd^2)}$

folg-

folglich der Fehler $\alpha\beta = Aa - A\beta =$ $Aa - 2\sqrt{(\frac{1}{4}Aa^2 - cd^2)}$.

Ex. Gesetzt, die Stangenlänge Aa sey $= 6'$ und wie man gewöhnlich setzen kann $cd = 1\frac{1}{2}' = \frac{3}{2}'$ so wird $\alpha\beta = 6' - 2\sqrt{(9 - \frac{9}{4})} = 6 - \sqrt{27} = 6 - 3\sqrt{3} = 0{,}84' = 8'' \, 4'''$. Diesen Fehler würde man also bey jeder Stangenlänge begehen, und daher beym Fortgange der Messung sehr beträchtlich irren, wenn man immer $A\beta$ für eine Stangenlänge rechnen wollte.

Anmerkung.

§. 50. Die bisherigen Betrachtungen werden nicht unnütz seyn, in seinem gegebenen Falle, die Genauigkeit einer Messung zu beurtheilen, und sowohl die zufälligen, als vorsetzlichen Fehler zu schätzen.

I) Indessen gehören hieher auch diejenigen Fehler, welche daher rühren, daß fast alle Materien sich durch Wärme ausdehnen, und durch Kälte wieder zusammenziehen, mithin auch Maaßstäbe und Ketten, bey unterschiedenen Graden der Temperatur, nicht ganz genau einerley Länge behalten, welches zumal bey Messung langer Linien von einem nicht ganz unerheblichen Erfolge seyn kann.

II) Eben so lehrt auch die Erfahrung, daß wenn hölzerne Maaßstäbe Feuchtigkeiten einsaugen, sie einige Veränderungen ihrer Länge erfahren, und kürzer werden, so lange diese Feuchtigkeiten in den Zwischenräumen nicht gefrieren. Kommen sie aber in eine große Kälte, so hält es v. Maupertuis (Oeuvres de Mr. Maup. Lyon 1756. T. III. p. 144.) für wahrscheinlich, daß sie sich alsdann nicht, wie andere Materien zusammenzögen, sondern ausdehnten, weil die Feuchtigkeiten in ihnen gefroren, und das Eis einen grössern Raum einnimmt, als das Wasser, woraus es entstanden ist.

So dehnte sich, nach Celsius Versuchen, eine hölzerne Stange, welche einer Temperatur von 14 Reaum. Graden über den Gefrierpunkt ausgesetzt war, um $\frac{1}{8000}$ ihrer Länge aus, als sie in eine Kälte von 14 Graden unter dem Gefrierpunkt gebracht wurde.

III) Wegen (II) ist es daher vortheilhaft, die hölzernen Maaßstäbe, ehe man die Abtheilungen darauf macht, mit einer Oelfarbe anzustreichen, und wenn diese wohl getrocknet, sie noch mit einem Lakfirniß zu überziehen.

IV) Bey Messungen, welche eine sehr große Schärfe erfordern, muß man allerdings die Fehler einigermaaßen kennen, die aus den in (I) erwähnten Ursachen zu befürchten sind, und

aus

aus Versuchen über den Einfluß der Wärme oder Kälte auf diese oder jene Materien, woraus die Maaßstäbe verfertigt werden, die Correction einer gemessenen Linie zu berechnen wissen, wie z. E. von Bouguer und andern geschehen ist, welche Messungen über die Figur der Erde angestellt haben.

V) So hat Condamine gefunden, daß ein eiserner Maaßstab von 6 pariser Fußen, sich ohngefähr um $\frac{1}{87}$ einer Linie verlängert, wenn die Wärme nach dem Reaumürschen Thermometer um 1 Grad zunimmt. Ueberhaupt beträgt, nach Don Juans Versuchen (Voy. hist. de l'Amerique merid. Tom. II. P. II. pag. 90) die Verlängerung einer eisernen Stange für eine Veränderung von 10 Graden des Reaumürschen Therm. ohngefähr 0,0003 ihrer Länge, einer kupfernen Stange 0,00044, einer gläsernen 0,00008 ihrer Länge. Die Versuche anderer weichen hievon etwas ab, wie man aus Lamberts Pyrometrie §. 217 sehen kann. Man sehe auch hierüber Lowizens Gedanken von Ausdehnung der Metalle bey Maaßstäben, im Staatsgeographus II Beylage, und *Berthoud Essai sur l'horlogerie* 1763. T. II. p. 113. Nach den Angaben Bouguers, Smeatons, Hallströms, würden die angeführten Ausdehnungen weit geringer seyn. M. s. meine Anfangsgründe der Naturlehre, 3te Aufl. Gött. 1812. p. 245.

VI)

VI) Werkzeuge zu Versuchen über die Ausdehnung der Metalle findet man in *Musschenbroek Tentam. Exp. nat. Acad. del Cimento* P. II. p. 12 und in dessen *introd. in Phil. naturalem.* §. 1527. Hieher gehört auch *Smeaton's description of a new pyrometer, with a Table of experiments made with them* in den *Phil. Transactions* Vol. XLVIII. P. II. p 598.

VII) Weil metallene Maaßstäbe ihrer Schwere wegen, etwas unbequem sind, so hat sich der Generalmajor William Roy, bey Gelegenheit der Abmessung einer Grundlinie auf Hounslowheath, um eine Reihe von Dreyecken zwischen London und Dower mit den bereits in Frankreich gemessenen zu verbinden, mit großem Vortheil gläserner, 20 Schuh langer vollkommen gerader Stäbe, bedient (*Phil. Trans.* Vol. 75). Auch hatte Ramsden eine Kette zu dieser Arbeit verfertigt, um zu sehen, wie die Messungen mit der Kette und diesen Maaßstäben übereinstimmen würden. Die Einrichtung dieser Kette verdient nachgeahmt zu werden. Die Messungen wurden mit aller ersinnlichen Genauigkeit angestellt, und so übereinstimmend gefunden, daß der Unterschied, wie pyrometrische Versuche auswiesen, blos von der verschiedenen Ausdehnung des Glases und des Metalles der Meßkette herrührte. Ein neuer Beweis, daß man auch mit Ketten, bey gehöriger Vorsicht, sehr genau messen kann.

Borda hat den Meßstangen, welche bey der neuen Gradmessung in Frankreich gebraucht wurden, die Einrichtung gegeben, daß sie zugleich selbst als Thermometer dienen, um nach Verhältniß ihrer verschiedenen Temperatur die Correctionen der gemessenen Grundlinien zu bestimmen. Eine kurze Nachricht hievon in Hrn. v. Zachs G. Ephem. Jul. 1798. S. 77.

VIII) In der gemeinen Feldmeßkunst würde es eine gesuchte und überflüssige Genauigkeit seyn, wenn man so geringe Veränderungen wegen Wärme und Kälte in Betrachtung ziehen wollte, überdem da während einer Messung gewöhnlich Fehler begangen werden, die beträchtlicher sind, als alle Veränderungen, die die Werkzeuge durch Wärme, Kälte und Feuchtigkeit erleiden.

Wenn man nur Meßstangen von gutem trockenem Holze gebraucht, so lehret die Erfahrung, daß sie auch bey beträchtlichen Abwechselungen der Wärme und Kälte dennoch immer sehr gute Dienste leisten.

Einige Methoden, Entfernungen nur ohngefähr zu bestimmen.

§. 51. I) Zu dieser Absicht kann man sich des Schalles bedienen. Solcher legt in einer Zeitsecunde bekanntermaaßen ohngefähr 1040 pari-

pariser Fuß zurück, welches also 20 Sec. auf eine deutsche Meile bringt. Man kann also das Echo, oder auch den Schall bey Lösung eines Geschützes u. d. gl. auf folgende Art gebrauchen:

Da man das Feuer eines entfernten Geschützes in dem Augenblicke siehet, da es gelöset worden, so zähle man nur die Secunden, die verfliessen, bis man den Knall hört, und und rechne für jede Secunde 1040 Fuß, so hat man die Weite von dem Geschütze innerhalb 1040 Fußen. Denn hat man kein Mittel, kleinere Zeittheile als Secunden anzugeben, so wird man auch, vermittelst des Schalles schwerlich eine größere Genauigkeit verlangen können.

Wenn man eine gute Taschenuhr bey der Hand hat, so kann man auch diese gebrauchen, die verflossene Zeit, von dem Augenblicke an, da man das Feuer sieht, bis zu demjenigen, da man den Knall hört, zu bestimmen. Nämlich, man zählt die Schläge der Taschenuhr, und da ohngefähr 150 Schläge eine Minute oder 60 Secunden ausmachen, so läßt sich in diesem Verhältniß jede gefundene Menge von Uhrschlägen, in Secunden ausdrücken.

Auf der göttingischen Sternwarte befindet sich eine Tertienuhr, die man bequem in der Tasche mit sich führen kann, und von dem dasigen

sigen geschickten Uhrmacher Klindworth, verfertiget ist. Sie wird in einem viereckigten Gehäuse durch eine Feder getrieben, und die Vorrichtung ist so gemacht, daß man in dem Augenblicke, da man das Feuer sieht, die Uhr in Bewegung setzen, sie fortgehen lassen kann, und sie in dem Augenblicke, da man den Schall hört, wieder zum Stillstehen bringen, und vermittelst der Zeiger auf dem Zifferblatte, die verflossenen Minuten, Secunden und Tertien zählen kann. Durch Hülfe einer solchen Tertienuhr, die jetzt auch sehr bequem in Form einer Taschenuhr verfertigt werden, würde man also weit genauer, die Weiten vermittelst des Schalles bestimmen können.

Es wird offenbar in vielen Fällen sehr bequem seyn, nach dem gewiesenen Verfahren, Weiten durch den Schall zu finden, besonders wenn keine gar zu große Schärfe verlangt wird.

Um indessen eine Probe zu geben, daß sich auch Weiten, vermittelst des Schalles, sehr genau bestimmen lassen, wenn man mit einer Tertienuhr versehen ist, so führe ich einige Beobachtungen an, welche 1779 auf Veranlassung und in Gegenwart Hrn. Hofr. Kästners auf der göttingischen Sternwarte von mir angestellt worden sind, um die Geschwindigkeit des Schalles zu finden. Ich maaß trigonometrisch die Weite von dem Standpunkt auf der Sternwarte

warte, wo ich die Beobachtungen mit der Tertienuhr anstellte, bis an einen zweyten Standpunkt auf einer Wiese ausserhalb der Stadt, wo ein Geschütz zu verschiedenen malen abgefeuert wurde, und fand sie = 3569 kalenbergischen Schuhen. Der Schall brauchte, um diese Weite zu durchlaufen,

nach der 1sten Beobachtung			3	Sec.	8	Tert.
2ten	=	=	= 3	=	5	=
3ten	=	=	= 3	=	7	=
4ten	=	=	= 3	=	5	=
5ten	=	=	= 3	=	5	=
6ten	=	=	= 3	=	9	=
Mittel			3	=	6,5	

also 3,1 Sec. Hieraus findet sich für die Weite, die der Schall in 1 Sec. zurücklegte

$\frac{3569}{3,1}$ = 1151 Kal. Fuß = 1036 pariser.

Eine andere Reihe von Beobachtungen, wo die gemessene Weite 1638 pariser Fuß war, gab 1038 paris. Schuh, welches bis auf eine Kleinigkeit, mit den Beobachtungen der pariser Academisten, und mit denen, welche in der Folge der Ingenieurmajor Müller in Göttingen mit eben dieser Tertienuhr über die Geschwindigkeit des Schalles angestellt hatte, (Gött. gel. Anz. 1791) übereinstimmt, zu einem Beweise, wie genau sich also auch, bey gehörigen Vorsichten, Weiten durch Hülfe des Schalles bestimmen lassen.

Man

Man sehe übrigens noch mehreres hievon in Lamberts Beyträgen zur Mathematik, I. Theil §. 244 u. s. w.

Auch befindet sich in den Abhandl. der Königl. Schwed. Acad. der Wissenschaften im III. Band p. 82 der Kästnerischen Uebersetz. ein Aufsatz von Melderkreuz, Weiten vermittelst des Schalles, zu bestimmen, und mit einander zu vergleichen, besonders wenn man nach den Oertern, wo der Schall herkömmt, keine freye Aussicht hat; Melderkreuz schlägt vor, man solle sich, um die Zeit in viel kleinern Theilen, als Secunden, zu erhalten, gehörig gefüllter Stundengläser von Quecksilber bedienen, und die Vorrichtung so machen, daß man etwa in dem Augenblicke, da man z. E. das Feuer eines Geschützes sieht, einen Hahn öffnen, das Quecksilber auslaufen lassen, und sobald man den Schall hört, den Hahn wieder verschliessen kann, und solle hierauf aus der Menge oder dem Gewichte des ausgelaufenen Quecksilbers die verflossene Zeit berechnen. Dieser Vorschlag würde aber vielleicht in der Ausübung verschiedenen Schwierigkeiten unterworfen seyn.

Auch von Messung der Weiten, vermittelst der Stückschüsse, steht in dem I. Th. 63 Seite der schwed. Abhandl. eine Vorlesung vom Kapit. Triewald.

II)

II) Das Augenmaaß ist in der practischen Geometrie, um Weiten ohngefähr zu bestimmen, ebenfalls von großem Vortheil. Wir werden in der Folge zeigen, daß zu einer guten und genauen Messung, sehr viel auf die Wahl der Standlinien und anderer festen Punkte ankomme. Diese Auswahl wird aber sehr erleichtert, wenn man von den einzeln Theilen, den Seiten und Winkeln einer Figur auf dem Felde, nur erst eine ohngefähre Bestimmung hat, und ehe man die Messung selbst anstellt, vorher einen rohen Entwurf von der ganzen Gegend nur blos nach dem Augenmaaße macht. Dann wird sich in vielen Fällen entscheiden lassen, wo sich die Messung am bequemsten anfangen läßt, welche Data sich am sichersten bestimmen lassen, und wie solche ausgewählet werden müssen, damit in Absicht der daraus herzuleitenden unbekannten Theile die wenigsten Fehler zu besorgen sind u. s. w. Daher ist ein gutes Augenmaaß sehr brauchbar in der Feldmeßkunst. Ich werde hier kürzlich den Theil der Theorie des Augenmaaßes etwas näher betrachten, welcher sich blos mit Schätzung der Weiten zweyer oder mehrerer Gegenstände von einander beschäftigt, und kurz die Umstände erläutern, die bey diesem Geschäfte in Erwägung gezogen werden müssen, wenn das Augenmaaß etwas von der Wahrheit nicht sehr entferntes geben soll.

Vom Augenmaaße.

§. 52. 1. Wenn wir die Erfahrung zu Rathe ziehen, so ergeben sich leicht einige Mittel, durch deren Hülfe wir einen Begriff von dem ohngefähren Abstande eines Objets von unserm Auge, erlangen; jedermann weiß, daß entfernte Gegenstände bey weitem nicht so kenntlich und deutlich erscheinen, als nahe; Sie kommen unserm Auge nicht nur immer kleiner vor, je weiter wir uns entfernen, sondern sie zeigen sich auch in einer weit blässeren und minder lebhaften Farbe.

2. Mit diesem verschiedenen Eindrucke, den nahe oder entlegene Gegenstände auf unser Auge machen, haben wir uns von Jugend auf gewöhnt, den Begriff von Entfernung oder Abstand zu verbinden, d. h. wir haben uns ein Augenmaaß, ein Vermögen erworben, blos nach diesem Eindrucke Entfernungen zu vergleichen oder zu schätzen, und das mit desto grösserer Genauigkeit, je öfter wir Gelegenheit gehabt haben, Sachen in einer wirklich ausgemessenen, oder auch nur in Zeit oder Schritten angegebenen Entfernung zu sehen, oder aus Vergleichung des Gesichts mit dem Gefühl, und durch andere Mittel, aus dem, was uns das Auge darstellt, Urtheile über die wahren Größen und Lagen der Gegenstände zu fällen.

3. Indessen wird unser Urtheil über die Größe und Entfernung einer Sache unterweilen getäuscht. Das geschieht, wenn wir z. E.

Nach den Objecten, deren Größe und Abstand, sowohl unter sich, als vom Auge, wir aus Vergleichung ihrer scheinbaren Helligkeit, Farbe und Deutlichkeit, schätzen wollen, keine ganz freye Aussicht haben.

Wen lehrt nicht die Erfahrung, daß ein Thurm oder Berg, wenn er über ein näheres Gebäude hervorragt, uns viel näher und größer vorkömmt, als wenn wir nach ihm hin auf dem Horizonte eine ganz freye Aussicht haben. So sind wir denn überhaupt auch gewohnt, die Entfernung eines Gegenstandes von uns, für desto größer zu halten, je mehr der Zwischenraum, von dem Auge bis an den Gegenstand, in kleinere sich von einander unterscheidende Theile zerfällt. Daher erscheinen Entfernungen auf ebenen Flächen größer, als auf unebenen, wo uns Hügel einen Theil der dazwischen liegenden Gegenstände bedecken. Von einem ähnlichen Umstande hängt denn auch die Täuschung ab, daß das scheinbare Gewölbe des Himmels, gegen den Horizont hin, weit entfernter, als gegen den Scheitelpunkt erscheint, und die Scheibe des aufgehenden vollen Mondes für größer gehalhalten wird, als wenn er bereits hoch über dem Horizonte herauf ist, und daß überhaupt Gegenstände in der höhern Luft viel näher scheinen, als gleich entfernte auf dem Horizonte, z. E. Wolken oder die Gipfel der Alpen viel näher, als sie wirklich sind. Täuschungen dieser Art hängen indessen auch mit von dem Orte des Bildes dieser Gegenstände in der Luft, wie Lambert (Beyträge zur pract. Geom. §. 27 u. f.) gezeigt hat, ab, wovon aber die Theorie noch lange nicht ins Reine gebracht ist. Von andern Umständen, welche auf unser Urtheil über Größe und Entfernung Einfluß haben lese man mehreres in Smiths Lehrbegr. der Optik, I. Buch §. 160. und an andern Stellen. Priestleys Geschichte der Optik nach Hrn. Prof. Klügels Uebers. S. 500 ꝛc. und Gehlers physik. Wörterbuch unter dem Artik. Entfernung, scheinbare Größe u. dgl. wo alles hieher gehörige sehr schön erläutert ist.

4. Ohnstreitig kömmt aber die Schätzung des Abstandes entlegener Objecte von einander auch sehr mit auf eine vortheilhafte Lage des Auges an.

Am unsichersten ist der Gebrauch des Augenmaaßes, wenn das Auge gegen die Linie, deren Länge es schätzen will, eine sehr schiefe La-

Lage hat; Um das hieher gehörige zu erläutern, dient folgendes: Es seyen Tab. II. Fig. XIX, a, c, d, e, f, nach Gefallen Gegenstände auf dem Horizonte, und b das Auge.

Man ziehe von a, c, d, e, f nach b gerade Linien, so sieht das Auge b, die Weite ac unter dem Winkel abc, die Weite cd unter dem Winkel cbd u. s. w. Diese Winkel abc, cbd u. s. w. heisen die optischen, sehr oft auch die scheinbaren Weiten der Objecte a, c; c, d; Es lehrt nämlich die Erfahrung, daß uns (einige Täuschungen, wie (3) beyseitegesetzt) Weiten gleich groß zu seyn scheinen, wenn sie an unserem Auge einerley Winkel machen, und daß überhaupt eine Sache desto größer scheint, unter einem je größern Winkel sie ins Auge fällt.

Wären also z. E. die Winkel abc, cbd, dbe, ebf alle gleich groß, so werden dem Auge b, gewöhnlich auch die Weiten ac, cd, de, ef, insgesammt von gleicher Größe zu seyn scheinen.

Man würde aber sehr irren, wenn man die wahren Weiten ac, cd, de, ef in der That einander gleichsetzen wollte. Denn aus der Geometrie wird man leicht übersehen, daß hier cd weit größer, als ac seyn müsse, obgleich cbd = abc ist; Eben so de > cd und ef noch > als de.

Wä-

Wären also z. E. a, c ein paar Objecte auf dem Horizonte, deren Weite ac man wüßte; e, f, ein paar andere Gegenstände mit a, c, in einer geraden Linie, und mit der bekannten Weite ac wollte man die Entfernung ef nach dem Augenmaaße vergleichen, so würde man einen großen Fehler begehen, wenn man in Gedanken die Weite ac auf ef so oft hintragen wollte, als es angienge, und daher in der That ef so vielmal größer als ac schätzen wollte, so vielmal sie nach dem optischen Winkel größer schiene. Dieser Fehler würde desto beträchtlicher seyn, je schiefer die Linie ef gegen das Auge liegt, d. i. je spitziger die Winkel bea, bfe, und je ungleicher der Objecte e, f, Entfernungen vom Auge eb, fb, sind, auch je mehr die Weiten eb, fb, von denen ba, be, unterschieden sind.

5. Wenn Fig. XX. der Objecte e, f, Entfernungen vom Auge, fb, eb, einander gleich sind, folglich ebf ein gleichschenklichtes Dreyeck ist, wenn eben so auch der Objecte a, c, Weiten vom Auge ba, bc, gleiche Größe haben, und man die optische Weite, oder den Winkel $ebf = \alpha$, den $abc = \beta$, und die Entfernungen $eb = A$, $ba = B$ setzt, so wird in dem Dreyecke ebf die wahre Weite $ef = 2A \sin \frac{1}{2}\alpha$; In dem Dreyecke abc aber, $ac = 2B \sin \frac{1}{2}\beta$. Mithin

$$ac : ef = B \sin \tfrac{1}{2}\beta : A \sin \tfrac{1}{2}\alpha$$

d. h. die wahren Weiten a c, e f, verhalten sich gegen einander, wie die Producte aus den Entfernungen b a, b e, der Objecte vom Auge, in die Sinusse der halben optischen Weiten oder Winkel a b c, e b f.

6. Wenn man sich also bey b auf dem Felde befände, und wollte aus dem Verhältniß der optischen Weiten a b c, e b f, das Verhältniß der wahren ac : ef finden, so kann dieses nicht geschehen, wenn man nicht zu gleicher Zeit auch weiß, wie der Objecte a, c, e, f, Entfernungen vom Auge b a, b e, sich verhalten.

7. Wenn von dem Auge alle vier Objecte a, c, e, f ohngefähr gleichweit weg zu seyn scheinen, und man also in obiger Formel (5) A = B setzt, so wird

$$ac : ef = \sin \tfrac{1}{2}\beta : \sin \tfrac{1}{2}\alpha$$

8. Endlich, wenn die optischen Weiten oder die Winkel abc, ebf, nicht gar zu groß sind, z. E. nur einige Grade betragen, so kann man ohne merklichen Fehler $\sin \frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2}\alpha$; $\sin \frac{1}{2}\beta = \frac{1}{2}\beta$ setzen; dann wird

$$ac : ef = \tfrac{1}{2}\beta : \tfrac{1}{2}\alpha = \beta : \alpha$$

9. Es erhellet also aus dem bisherigen, unter welchen Umständen man auf dem Felde, aus dem Verhältniß der scheinbaren oder optischen

schen Weiten β, α, verschiedener Gegenstände von einander, sogleich das Verhältniß der wahren ac, ef finden könne. Nämlich, wenn die Gegenstände gleich weit vom Auge wegliegen, und die scheinbaren Weiten β, α, nicht sehr groß sind.

10. Wären also ε, φ, a, c; gleich weit vom Auge entfernt, so untersuche man nach dem Augenmaaße, wie oft etwa die Weite ac, in der εφ enthalten zu seyn scheint; gesetzt dem Auge schiene εφ etwa = 4. ac zu seyn, so wird in der That auch die wahre Weite εφ = 4. ac seyn, vorausgesetzt, daß die Winkel abc, εbφ nicht sehr groß sind.

11. Das wesentliche, was hiebey das Auge zu thun hat, ist, das scheinbare Verhältniß ac: εφ erträglich genau zu schätzen; dieses kann nicht anders, als durch anhaltende Uebung geschehen. Es wird deswegen vortheilhaft seyn, wenn man vorher auf dem Papiere sich in diesem Geschäfte einige Fertigkeit erwirbt, und nur erstlich kleine Weiten schätzen lernt.

12. Man würde, wenn (Fig. XX) auf dem Papiere die Linie ac vorgegeben wäre, ein Stück von ihr z. E. ab, etwa auf folgende Art nach dem Augenmaaße bestimmen.

Erstlich würde ich in Gedanken die Linie ac halbiren. Fände ich nun, daß b näher bey a als

als beym Mittelpunkte läge, so würde ich schließen, daß $ab < \frac{1}{4} ac$ seyn müsse.

Wenn ich mir nun ferner vorstelle, ab würde auf ac so oft getragen, als es angienge, so würde ich hier finden, daß ab mehr als viermal, aber nicht völlig fünfmal auf ac passet, folglich den Schluß machen, daß $ab > \frac{1}{5} ac$ seyn müsse.

Auf diese Art könnte man noch mehr Vergleichungen anstellen, und sich der Gränze des Verhältnisses $ab : ac$ stuffenweise immer mehr nähern; Wollte man mit den Gränzen $ab < \frac{1}{4} ac$ $ab > \frac{1}{5} ac$ hier sich begnügen, so könnte man für ab etwa das Mittel zwischen $\frac{1}{4} ac$ und $\frac{1}{5} ac$ annehmen, mithin setzen $ab = \frac{1}{2} (\frac{1}{4} ac + \frac{1}{5} ac) = \frac{9}{40} ac$.

13. Die Natur der Sache, und anhaltende Uebung werden hiebey allerley Vortheile an die Hand geben, wodurch man in den Stand gesetzt wird, dergleichen Verhältnisse auf dem Papiere sehr geschwind, und gleichsam beym ersten Anblicke, zu schätzen. Auch kann man jederzeit auf dem Papiere die geschätzten Verhältnisse mit dem Zirkel nachmessen, und dadurch finden, wie viel sich das Augenmaaß betrogen habe.

14. Hat man solchergestalt sich erst auf dem Papiere ein fertiges Augenmaaß erworben, so kann

kann man alsdann auf dem Felde desto sicherer die scheinbaren Entfernungen mit einander vergleichen.

15. Je größer auf dem Felde die scheinbaren Weiten sind, desto unsicherer ist die Schätzung derselben, auch wegen allerley Täuschungen, die dabey vorfallen können.

Es wird nämlich beym Augenmaaße zum vorausgesetzt, daß das Auge, eine Weite, die es schätzen, und mit einer andern vergleichen will, ganz übersehen kann. Wären daher die Objecte e, f (Fig. XX.) ziemlich weit von einander entfernt, so hat das Auge Mühe, sie beyde zu gleicher Zeit deutlich zu unterscheiden, und sich folglich die ganze Weite ef, gehörig vorzustellen. Sieht das Auge genau nach f hin, so hat es eine undeutliche Empfindung von e, und wenn es e genau betrachtet, so erscheint ihm f undeutlich. Weil also auf diese Art die ganze Weite ef undeutlich empfunden wird, so wird auch die Vergleichung einer andern Weite ac, mit ihr, sehr unsicher ausfallen.

Eben dieses ist die Ursache, warum man ein paar kleine Linien weit geschwinder und sicherer schätzen kann, als ein paar größere;

Ferner ist die Schätzung desto sicherer, durch je kleinere Zahlen, ein Verhältniß ausgedrückt werden kann. Unser Auge kann z. B. weit

weit geschwinder und zuverlässiger, die Verhältnisse, 1 : 2; 1 : 3, 2 : 3 u. s. w. empfinden, als z. E. folgende: 1 : 16; 2 : 27 u. s. w. dieses giebt einige Anleitung, die Zuverlässigkeit eines geschätzten Verhältnisses zu beurtheilen.

16. Die bisherigen Betrachtungen werden nun einigermaaßen zeigen, in wie ferne, und unter welchen Umständen, man sich auf das Augenmaaß verlassen könne; ich habe aus dieser Ursache im vorhergehenden die optischen Sätze (5 — 9) beygebracht, die zu gleicher Zeit in der Folge von anderer Brauchbarkeit seyn werden.

17. Das bisherige betraf bloß den Gebrauch des Augenmaaßes bey Schätzung der Weiten. Man kann es aber auch gebrauchen, die ohngefähre Größe eines vorgegebenen Winkels zu bestimmen, wenn man sich vorher auf dem Papiere darin geübt hat. Es kömmt hiebey vieles auf eine vortheilhafte Lage des Auges gegen die Ebene des Winkels an.

18. In den meisten Fällen, pflegt man die Weite eines Gegenstandes von unserm Auge bloß nach dem E i n d r u c k e zu beurtheilen, die des entfernten Objects, mehr oder minder lebhafte Farbe, dessen Deutlichkeit und Klarheit u. s. w. auf unser Auge macht: und nach Verhältniß dieses Eindrucks, werden die Weiten verschiedener Gegenstände von unserm Auge,

ge, mit einander verglichen. Man kann sich in diesem Geschäfte offenbar durch anhaltende Uebung eine Fertigkeit verschaffen. Man nehme anfangs nur kleine Weiten vor, schätze sie nach der Empfindung, die unser Auge von ihnen hat; man vergleiche die geschätzte Weite mit der wahren, die man etwa durch Schritte finden, oder auf eine andere Art bestimmen kann, so findet man, wie viel sich das Augenmaaß betrogen: hierauf übe man das Auge immer in größern Entfernungen, so wird man endlich eine ziemliche Fertigkeit erlangen, kleine Weiten sogleich beym ersten Anblick, ohne großen Irrthum, größere aber wenigstens erträglich zu schätzen. Insbesondere wird bey der Uebung des Augenmaaßes in größern Entfernungen, eine Karte dienen, die man von der umliegenden Gegend hat, wo man diese Uebung anstellet. Man schätze die Entfernung eines Orts von dem Standpunkte, wo man sich befindet, und den man auch auf der Karte hat, messe alsdann auf der Karte die wahre Weite, und vergleiche sie mit der geschätzten, so findet man den Fehler des Augenmaaßes: dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man die Fertigkeit erlangt hat, in Schätzung einer vorgegebenen Weite der Wahrheit ziemlich nahe zu kommen.

Verschiedene neue und brauchbare Bemerkungen über das Augenmaaß findet man noch

in

in einem Aufsatze des Hrn. Prof. Jetze im Leipziger Magazin zur Naturkunde und Mathematik 1783. I. Stück.

Anmerkung.

Die Kettenlinie.

§. 53. Ehe ich dieses Kapitel schließe, muß ich auch noch kürzlich der Kettenlinie erwähnen.

Wenn a. b. Fig. XXI. auf dem Felde ein paar Punkte sind, zwischen denen sich eine Vertiefung, z. E. ein Fluß oder Graben befände, über den man von a nach b die Kette ausspannen und messen wollte, so wird sich die Kette, aller angewandten Kraft ohngeachtet, nie völlig in eine gerade Richtung a b ausspannen lassen, sondern sich allemal, gegen die Mitte zu, etwas senken, so daß die Glieder derselben, wie b c, c d, d e, u. s. w. insgesammt gegen den Horizont eine gewisse Neigung bekommen.

Diese Senkung der Meßkette, oder die Tiefe ihres untersten Punktes f, unter der Horizontallinie a b, ist desto merklicher, je mehr Glieder zwischen a und b ausgespannt sind.

Die Ursache, warum sich die Kette gegen ihre Mitte zu senkt, liegt offenbar in den gegengenseitigen Wirkungen der Schwere, mit welcher jedes Glied in einer Verticallinie herabsinken will; die zwischen a und b herabhängenden Glieder erhalten aber nicht eher ihre gehörige Stellung als bis ihr gemeinschaftlicher Mittelpunkt der Schwere, seine größte Tiefe unter der Horizontallinie erreicht hat. Eben das gesagte gilt auch von einer Schnur, die man zwischen a und b ausspannen wollte, nur mit dem Unterschiede, daß sich die Schnur in eine wirkliche zusammenhängende krumme Linie beugt, bey der Kette hingegen, die Stellung ihrer einzeln Glieder bc, cd, de u. s. w. mehr den Umfang eines gewissen Vielecks ausmacht.

Ueber die Krümmung einer Schnur haben verschiedene Mathematiker Untersuchungen angestellt. Allgemeine Auflösungen davon findet man z. B. in Ioh. Bernoulli Opp. T. IV. n. 173.

Es erhellet leicht, daß man einigen Fehler begehen würde, wenn man, um die Horizontalweite ab zu wissen, die Menge der zwischen a und b herabhängenden Kettenglieder oder Fuße, dafür annehmen wollte.

Denn die Summe bc + cd + de u. s. w. beträgt allemal etwas mehr, als die ganze Horizontalweite ab, welche die kürzeste Entfernung der beyden Punkte a und b ist.

Da aber in den meisten Fällen, wenn nämlich, wie ich voraussetze, die Kette stark ausgespannt wird, die größte Tiefe hf nur klein ist, in Vergleichung der ganzen Weite ab, so wird auch der Fehler so gar beträchtlich nicht seyn.

Indessen könnte man doch hier, um völlig überzeugt zu seyn, einige Anweisung verlangen, um wie viel man, bey einer gegebenen größten Tiefe hf, wohl fehlen würde, wenn man für ab, die Länge der zwischen a und b ausgespannten Kette annähme.

Dieses zu bestimmen, setzt Kenntnisse der höhern Mathematik und Mechanik zum voraus, die ich hier nicht vortragen kann, die auch die wenigsten meiner Leser verstehen würden. Auch kömmt es hier auf eine sehr genaue Bestimmung nicht an.

Hier ist indessen eine Formel, wie ich sie nach der Theorie gefunden habe, um ohngefähr den Fehler zu bestimmen, den man begehet, wenn für ab, die Länge der herabhängenden Kette bdfha genommen wird.

Ich nehme an, daß die beyden Punkte a und b in einer Horizontallinie liegen, die Glieder der Kette durchgehends gleich lang und schwer sind, und folglich der unterste Punkt f in die Mitte zwischen a und b falle. Setzt man nun die größte Tiefe $hf = a$, die Länge eines Gliedes an der Kette $= e$, und die Anzahl der zwischen b und f herabhängenden Glieder $= n$, so ist der Unterschied zwischen der halben Länge der Kette, und dem halben Horizontalabstande oder $bc + cd + de \ldots + ef - bh$ beynahe $= \frac{(2n+1)(2n-1)a^2}{6.n^3 e}$. Mithin der Unterschied der ganzen Horizontalweite ab, und der zwischen a und b herabhängenden Kettenlänge $= \frac{(2n+1)(2n-1)a^2}{3n^3 e}$, vorausgesetzt, daß die größte Tiefe $hf = a$, nicht sehr groß in Vergleichnng der ganzen zwischen a und b herabhängenden Länge ist, welches auch meistens bey geodätischem Gebrauche, statt finden wird.

Den Gebrauch dieser Formel durch ein Beyspiel zu erläutern, so sey die halbe Länge der zwischen a und b ausgespannten Kette oder $n.e = 25'$; oder $n = 25$, $e = 1' = 1000''''$. die größte Tiefe $a = 1' = 1000''''$ so wird

$$\frac{(2n+1).(2n-1)}{3.n^3.e}.a^2 = \frac{51.49.1000^2}{3.25^3 1000} \text{ Scr.}$$

$= \frac{17.49}{25^3}.1000$ Scr. dieses kann man durch Logarithmen berechnen.

$$
\begin{aligned}
\log\ 17 &= 1{,}2304489\\
\log\ 49 &= 1{,}6901961\\
\log\ 1000 &= 3{,}0000000
\end{aligned}
$$

Logarith. des Zählers $= 5{,}9206450$
Log. d. Nenn. $= 3. \log 25 = 4{,}1938200$

$\log. \dfrac{17 \cdot 49 \cdot 1000}{25^3} = 1{,}7268250$ dieser Logarithme, unter der Characteristik 3 aufgesucht, giebt die zugehörige Zahl $\dfrac{17 \cdot 49 \cdot 1000''''}{25^3}$ $= 53'''' \, 31$ od. $5''' \, 3''''$, 31 od. 0,05331 Fuß. Es ist also die Horizontalweite a b Fig. XXI, in dem angenommenen Exempel nur um 0,05331 Fuß, oder nicht einmal völlig 0,06 Fuß kleiner, als die Länge der zwischen a und b herabhängenden Kette, welche $= 2 \cdot 25' = 50'$ ist. Daher ist also der Fehler, um den man ab zu groß angäbe, wenn man sie $= 50'$ setzte, fast für nichts anzusehen, wenn gleich die Senkung der Kette einen ganzen Fuß betrüge, und also sehr merklich in die Augen fiele.

Man kann auch, ohne die obige Formel anzunehmen, noch auf eine andere Art, wenigstens die G r ä n z e des g r ö ß t e n Fehlers bestimmen, der sich aus der Krümmung oder Senkung der Kette befürchten ließe.

Man verlängere die beyden äussersten Glieder b c, a i, bis sie sich bey r durchschneiden, so erhält man unter den Umständen, die ich oben angenommen habe, ein gleichschenklichtes

Drey=

Dreyeck a r b, wo h f verlängert, durch r gehen wird.

Nun ist die Summe der beyden Seiten ar + rb gewiß allemal größer, als die ganze Länge der zwischen a und b herabhängenden Kette, folglich auch der Unterschied zwischen dem Horizontalabstande ab und der beyden Linien ar + rb Summe, größer, als der zwischen dem Horizontalabstande ab, und der Ketten-Länge: d. h. wenn zwischen a u. b, m Kettenglieder, jedes = e herabhängen, u. der Horizontalabstand a b = h gesetzt wird, so ist allemal $ar + rb - h > m \cdot e - h$. Ist also der Unterschied $ar + rb - h$ unbeträchtlich, so wird um so viel mehr auch $m \cdot e - h$ unbeträchtlich seyn.

Da ich nun hier zum voraus setze, daß die Kette stark angespannt ist, folglich die äussersten Glieder bc, ai, mit der Horizontallinie ab sehr kleine Winkel machen, so wird nicht allein hf, sondern auch hr in Vergleichung des Horizontalabstandes ab, klein seyn. Dieser Voraussetzung gemäß, berechne ich den Unterschied $ar + rb - h$ auf folgende Art.

In dem gleichschenklichten Dreyecke arb setze man die Tiefe hr = c; so ist $ah = \frac{1}{2}h$, und

$$ar = \sqrt{(\tfrac{1}{4}h^2 + c^2)} = \tfrac{1}{2}h\sqrt{\left(1 + \frac{4c^2}{h^2}\right)}$$

$= \frac{1}{2}h\left(1 + \frac{2c^2}{h^2}\right)$ weil nähmlich c in Vergleichung mit h klein ist. (Tr. S. VIII.) Folglich

auch

auch $= rb = ar = \frac{1}{2}h\left(1 + \frac{2c^2}{h^2}\right)$: Daher $ar + br$ $= h\left(1 + \frac{2c^2}{h^2}\right) = h + \frac{2c^2}{h}$ und $ar + rb - h$ $= \frac{2c^2}{h}$.

Da nun $\frac{2c^2}{h}$ ein sehr kleiner Bruch ist, so ist auch der Unterschied $ar + rb - h$ sehr unbeträchtlich, folglich noch mehr der Unterschied $m.e - h$, zwischen der Kette und dem Horizontalabstande.

Es sey z. E. die Tiefe $hr = c = 1'$ und die Horizontalweite $ab = h = 50'$, so wird

$$ar + rb - h = \frac{2c^2}{h} = \frac{2'}{50} = \frac{1'}{25} = 0{,}04$$

Fuß = 4 Lin.

Um so viel wäre also hier die Horizontalweite ab nur kleiner, als der beyden Linien $ar + rb$ Summe. Es wird folglich der Unterschied zwischen der Kette und dem Horizontalabstande oder $m.e - h$ nicht einmal 4 Linien betragen: und so erhellet, daß man bey einer nicht sehr großen Beugung der Kette, wie hier angenommen ist, ohne merklichen Fehler den Horizontalabstand ab der Länge der zwischen a und b herabhängenden Kette gleich setzen darf, wenn man nicht die größte Schärfe verlangt.