

II. K a p i t e l.

Von der Verwandlung und Vergleichung der Fußmaasse untereinander.

§. 14. **E**he wir die Ausmessung gerader Linien auf dem Felde zeigen können, müssen wir erstlich von den hierzu gehörigen Maassen, ihrer verschiedenen Größe und Eintheilung, reden.

Was nun erstlich die Größe derselben anbelangt, so ist darinnen bis jetzt nichts allgemeines festgesetzt, es herrscht vielmehr bey dieser Bestimmung eine unendliche Verschiedenheit, selbst in einem und demselben Lande.

Jedes Maas ist an sich willkührlich, und eben daher rührt es, daß die Längenmaasse fast an allen Orten von einander abweichen. Schon in den ältesten Zeiten wurden Längenmaasse von der Größe gewisser Körper, oder ihrer Theile hergenommen. Z. E. von dem menschlichen Körper, die Spanne, der Schritt, der Fuß, der Zoll oder Daumen, die Klafter u. d. gl. Allein die Veränderlichkeit dieser

Des

Bestimmungen erregte bey dem mancherley Verkehr der Menschen täglich große Verwirrung, und man fand sich daher in die Nothwendigkeit versetzt, Vergleichen, oder Verhältnisse zwischen den an verschiedenen Orten, und bey verschiedenen Völkern eingeführten Längenmaßen zu suchen, und auch mit diesen müssen wir uns gegenwärtig behelfen, so lange nicht überall einerley Längenmaaß festgesetzt und eingeführt ist. Wegen des so großen Vortheils, den menschliche Geschäfte, durch ein allgemein übereinstimmendes Längenmaaß erhalten würden, haben in der That schon mehrere berühmte Männer, Vorschläge zu dergleichen bekannt gemacht, und gesucht, ein solches von einem Gegenstande herzunehmen, welcher keiner Veränderlichkeit unterworfen ist. Schon Christoph Wren, Huyghens, Bouguer (*Fig. de la Terre* p. 300) und Condamine (*Voy. de la Rivière des Amazons* p. 202. *suiv.*) haben dazu die Länge eines Secunden-Pendels unter dem Aequator, oder sonst einem bestimmten Orte auf der Erde, empfohlen; Allein, sowohl die ganz genaue Bestimmung, als auch Mittheilung eines solchen Normalmaasses hat eigene Schwierigkeiten, worüber in folgender Schrift: Versuch, durch Zeitmessung unveränderliche Längen-Körper und Gewichtmaasse zu erhalten, ohne dabey der zur Bestimmung des Mittelpunkts der Schwingung, oder der

wahr

wahren Länge der Pendel erforderlichen mechanischen Vorrichtungen zu bedürfen, von Joh. Whitehurst . . . aus dem engl. mit Anmerkungen, von J. H. Wiedmann. Nürnberg, im Verlage der Kaspschen Buchh. 1790. mit mehrerem nachgesehen werden kann. Diese Schwierigkeiten mögen zum Theil Ursache seyn, daß man den so nützlichen Vorschlag eines allgemeinen Fuß: oder Längenmaaßes noch nicht hat befolgen können.

Indessen hat man doch nunmehr in Frankreich ein solches allgemeines Längenmaaß eingeführt, und dafür den Zehnmillionsten Theil des aus den neusten Gradmessungen von Dünkirchen bis Barcellona, welche durch die Hrn. Mechain und Delambre bewerkstelligt worden, abgeleiteten Meridianquadranten angenommen. Diesen angeführten Theil des Meridianquadranten nennt man den Metre und es beträgt diese Längen: Einheit 443,29 Duodecimallinien des sonst in Frankreich üblich gewesenem, und bey den Gradmessungen in Peru gebrauchten Pariser oder Königlichen Fußes, wenn dieser Fuß die mittlere Temperatur von $16\frac{1}{4}$ Graden eines Centesimal-Quecksilberthermometers (= 13 Grad Reaum.) hat. Decimetre, Centimetre bedeuten Zehnthelchen, Hunderttheilchen jener Längen: Einheit, so wie denn überhaupt das so bequeme

queme Decimalsystem durchaus bey allen Einheiten in Frankreich jetzt eingeführt ist. Ein Normal: Metre von Platina ist in dem Nationalarchiv niedergelegt. Wenn es verlohren gienge, so kann man es auf alle Fälle wieder durch die Länge des Secunden: Pendels finden, mit dessen genauester Bestimmung die Astronomen auf der Nationalstermwarte noch beschäftigt sind. Zwanzig sorgfältig angestellte Pendelversuche haben vorläufig die Länge des Secunden: Pendels in Paris, auf den Eispunkt reducirt, = 0,99385 Metre gegeben.

v. Zachs Allg. Geograph. Ephemeriden Jul. 1799 in dem Vorberichte S. XXXVI. Sept. 1799. S. 256. Man s. auch die *connoiss. de Tems.* An. X.

Ueber den Metre jenachdem er auf Messing oder Eisen abgetragen wird, einige Bemerkungen von Cammerer in v. Zachs Monatl. Corresp. März 1804. S. 220 u.

Für einen Geometer ist es wichtig, die verschiedene Größe des Längenmaaßes, welches man einen Schuh oder einen Fuß nennt, an diesem oder jenem Orte zu kennen, d. h. das Verhältniß desselben, zu dem Maaße, dessen er sich gewöhnlich bedient, zu wissen, um erforderlichen Falles, Messungen auf einander

ander reduciren zu können. Folgende Tafel stellet die verschiedenen Verhältnisse der Fußmaasse, in Ansehung des ehemaligen Pariser Fußes, der einer der größten ist, vor Augen. Man gedenkt sich hiebei den Pariser Fuß in 12 Zoll, den Zoll in 12 Linien, und jede Linie in 100 Theile, also den Fuß in $12 \cdot 12 \cdot 100 = 14400$ gleiche Theilchen abgetheilt.

Wenn man den Pariser Fuß (Pied du Roi) in 14400 gleiche Theile theilt, so hält von dergleichen Theilen

| d. Amsterdammer Fuß | Theile | | Logarithmen |
|---------------------|--------|--|-------------|
| Anspacher | 12570 | Nach Krusens Kontoristen p. 362. | 4, 0993353 |
| Augsburger | 13200 | Nach Tob. Mayer Math. Atlas Tab. II. | 4, 1205739 |
| Baseler | 13129 | | 4, 1182316 |
| Baseler | 13260 | | 4, 1225435 |
| Berliner | 13730 | Rr. (13913 nach Eytelwein). | 4, 1376705 |
| Bayerischer | 12938 | Helfenzrieders Geodäsie S. 7. | 4, 1118671 |
| Berner | 13150 | | 4, 1189257 |
| Bologneser | 16860 | Nach Auzout (De la Lande Astron. S. 26, 39. | 4, 2268576 |
| Braunschweiger | 12650 | Rr. | 4, 1020905 |
| Bremer | 12820 | Rr. | 4, 1078880 |
| Breslauer | 12600 | 12765 n. Scheibels ökon. Nachr. 1778 p. 369. | 4, 1003705 |
| Brüssler | 12900 | Rr. | 4, 1105897 |
| Calenberger | 12016 | Hogreve Landesvermessungen p. 157. | 4, 1111279 |
| = = = | 12990 | Münchhausens Hausvater I. Th. p. 536. | 4, 1136091 |
| = = = | 12953 | | 4, 1123703 |
| Eblner | 12190 | (12740 nach Hrn. Prof. Benzenberg.) | 4, 0860037 |
| Constantinopel. | 31400 | Rr. | 4, 4969296 |
| Cracauer | 15800 | Rr. | 4, 1986571 |
| Dänische | 14034 | Eisenschmid de Pond. et Mens. p. 96. | 4, 1471814 |
| Danziger | 12715 | Hevel. in praef. ad Selenogr. | 4, 1043163 |
| Erfurth'er | 12510 | Münchhausen a. a. D. | 4, 0972573 |
| Eßlinger | | | |
| = Stadtschuh | 12800 | Nach Tob. Mayer | 4, 1072100 |
| = Feldschuh | 12203 | Nach Tob. Mayer Math. Atlas Tab. II. | 4, 0864665 |
| Florentinische | | | |
| = Bracci | 25845 | Nach P. Ximenez (De la Lande Astr. a. a. D.) | 4, 4123766 |
| Frankfurth'er | 12700 | Rr. | 4, 1038037 |
| Genever | 21630 | Rr. | 4, 3350565 |
| Giesensche | 13200 | Rr. | 4, 1205739 |
| Griechische | 13656 | Nach le Roy (De la Lande Astr. a. a. D.) | 4, 1353234 |
| Haager | 14400 | | 4, 1583625 |
| Hällische | 13200 | (12795 Meinerts Feldmesskunst. S. 38. | 4, 1215598 |
| Hamburger | 12700 | Rr. | 4, 1038037 |
| Hannövrerischer | 12953 | | 4, 1123703 |
| Harlemer | 12670 | Rr. | 4, 1027766 |
| Heydelberger | 12275 | | 4, 0890215 |
| Hildesheimer | 12445 | | 4, 0949948 |
| Holsteiner | 13376 | | 4, 1263262 |
| Königberger | 13640 | | 4, 1348144 |

| | |
|-------------------|-----------|
| der Leipziger Fuß | 12520 |
| Leiden. | 13913 |
| Lissabonner | 13875 |
| Londner | 13511, 54 |
| = = = | 13515, 80 |
| = = = | 13513, 00 |
| Lübecker | 12870 |
| Manheimer | 12865 |
| Mecklenburger | 12890 |
| München. | 12825 |
| Neapolitaner | 11615 |
| Nürnbergger | 13467 |
| Osnabrügg. | 12375 |
| Padua. | 18990 |
| Pariser | 14400 |
| Prager | 13360 |
| Regensburger | 13900 |
| Rheinländische | 13913 |
| = = = | 13920 |
| = = = | 13918, 30 |
| = = = | 14146 |
| Riga. | 12160 |
| Römisch. alter | 13090 |
| = = = | 13060 |
| = neuer Palmo | 9903 |
| Rostocker | 12820 |
| Rotterdammer | 13835 |
| Russische | 23856 |
| Schwedische | 13165 |
| = = = | 13160 |
| = = = | 13175 |
| = = = | 13159 |
| Stettiner | 12530 |
| Strasburg. | 12820, 8 |
| Turiner | 22770 |
| Ulmer | 12953 |
| Venetianische | 15400 |
| = = = | 15396 |
| Wiener | 14011 7 |
| = = = | 14012 |
| Württemberg. | 12780 |
| Zürcher | 13300 |

| | |
|---|-------------|
| Eisenschmid a. a. D. S. 94. | 4, 0976043 |
| Münchhausen a. a. D. | 4, 1434207 |
| Phil. Transact. 1768. pag. 326. | 4, 1422330 |
| Nach Graham (Phil. Trans. V. 52. p. 541) | 4, 1307048 |
| Nach Celsius (Schwed. Abh. 1740. p. 253) | 4, 1308417 |
| | 4, 1307417 |
| | 4, 1095785 |
| | 4, 1094097 |
| | 4, 1102529 |
| | 4, 1080573 |
| 12938 nach Hrn. Prof. Heinrich. | 4, 0650191 |
| Nach Auzout (De la Lande Astr. a. a. D.) | 4, 1292708 |
| Nach Wurzelbau (Vid. Eisenschmid p. 95) | 4, 0925451 |
| Christiani delle Misure d'ogni Genere 1760 | 4, 2785250 |
| | 4, 1583625 |
| D'Anville Tr. de Mesures itiner p. 116. | 4, 1258065 |
| n. H. Prof. Heinrich (v. Zachs M. C. 1809 lun.) | 4, 1430148 |
| Eisenschm. de Pond. et Mensf. a. a. D. | 4, 1434207 |
| Nach Picard. Ouvrag. adopt. T. IV. p. 313. | 4, 1436392 |
| Nach Lulofs (De la Lande Astr. a. a. D.) | 4, 1435861 |
| Nach Celsius Schwed. Abh. 1740. p. 255. | 4, 1506336 |
| | 4, 0849336 |
| Mem. de l'Ac. de Paris an. 1757. | 4, 1169396 |
| Nach Cassini (d'Anville Mesf. it. p. 12.) | 4, 1159432 |
| Nach Boscowich (de la Lande Ar. a. a. D.) | 4, 9957668 |
| Kr. | 4, 1078880 |
| | 4, 1409791 |
| | 4, 3775976 |
| Eisenschmidt de P. et Mensf. | 4, 1194208 |
| d'Anville Mesf. Itin. p. 120. | 4, 1192559 |
| Memoir. de l'Ac. Paris (an. 1714.) | 4, 1197496 |
| Nach Celsius Schwed. Abh. 1740. p. 255. | 4, 1192229 |
| | 4, 0929511 |
| Eisenschm. a. a. D. pag. 95. | 4, 1079150 |
| Nach P. Beccaria (de la Lande Astr.) | 4, 3573630 |
| | 4, 1123703 |
| Christiani delle Misure d'ogni Genere. | 4, 1875207. |
| Nach Celsius Schwed. Abhandl. 1740. | 4, 1874078 |
| Nach P. Hell (de la Lande) | 4, 1464907 |
| Nach Liesganig Dimensf. Grad. p. 18. | 4, 1465000 |
| Nach Tob. Mayer Math. Atlas T. II. | 4, 1065309 |
| | 4, 1238516 |

Dieses sind die Verhältnisse der Fußmaasse, so wie ich sie aus angeführten Schriftstellern insgesamt aufs Pariser Maass reducirt habe. Die mit Kr. bezeichnet sind, habe ich aus Krusens Kontoristen genommen. Bey denen gar kein Schriftsteller angeführt ist, die sind als arithmetische Mittel zwischen solchen Angaben, die ich bey verschiedenen andern Schriftstellern für die wahrscheinlichsten und übereinstimmendsten hielte, zu betrachten. Ich glaube daher, daß meine Zahlen von der Wahrheit nicht sehr abweichen werden.

Es ist klar, daß, wenn man von jeder Zahl dieser Tafel die zwen äußersten Ziffern zur Rechten als Decimalstellen abschneidet, die übrigen Ziffern alsdann andeuten, wie viel ganze Pariser Linien auf jeden Fuß gehen. Z. B. der Keimländische = 139, 13 Paris. Lin, = 11 Zoll 7, 13 Lin. Par.

Schriftsteller, die außer den angeführten noch von Verhältnissen der Fußmaasse reden, sind folgende:

C. Arbuthnot's Tables of ancient Coins, Wheigts and Measures (London 1727). Snellii Erathostenes Batavus. Lib. 2. Riccioli Geographia reformata. Lib. 2. Ed. Bernard de mensuris et ponderibus antiquis. Lib. 1. u. f. w.

Auch körperliche Maaße hängen von der genauen Bestimmung der Längenmaaße ab. Sehr umständlich hievon, so wie auch von den Maaßen der Alten handelt *Pauctons Metrologie*, à Paris 1789. Hieher gehört auch eine Einladungsschrift des Hrn. Prof. Joh. Phil. Ostertags in Regensburg, Ueber das Verhältniß der Maaße der Alten zu den heutigen Maaßen, und ein bey allen Nationen einzuführendes Eichmaaß nach *Pauctons Metrologie*. mit erläuternden Anmerkungen. 1791.

Romé de l'Isle Metrologie à Paris 1789.
4. Metrologische Tabellen über die alten Maaße, Gewichte Roms und Griechenlands nebst dem Verhalten derselben zu den bekannten französischen und deutschen, nach dem franz. des Hrn. Romé de l'Isle von G. Große. Braunschw. 1790.

Vergleichungen der in den Königl. Preuß. Staaten eingeführten Maaße und Gewichte von J. A. Eytelwein. Berl. 1798. In den Preuß. Staaten ist seit 1771 der Reintl. Fuß = 13913 allgemein eingeführt worden, daher die für einige Preussische Städte in obiger Tafel angegebenen Fußmaaße die vormaligen sind, die man in verschiedenen Rücksichten doch auch kennen muß.

On-

Ondericht over de Fransche en Hollandsche Maaten en derzelve Vergelyking, met de notige Tafels door *J. H. van Swinden* Amsterd. 1810.

Verhandlung over volmaakte Maaten en Gewichten 2 Deelen door *J. H. van Swinden*, Amsterd. 1802.

Heinrich Bestimmung der Maaße und Gewichte von Regensburg in Hrn. v. Zachs Monatl. Corresp. Jun. 1809. (Regensburger Fuß = 129, 38 Paris. Lin.)

Chelins Vergleichung der Frankfurter Maaße und Gewichte. Frankf. a. M. 1805.

Gebrauch dieser Tafel.

S. 15. Die Zahlen dieser Tafel, drücken die verschiedenen Größen der Fußmaaße in Absicht des Pariser Fußes aus.

So ist z. B. Paris. Fuß: Reintl. F. = 14400 : 13918, 30

Bermittelt der angegebenen Verhältnisse läßt sich nun leicht ein Fußmaaß in das andere verwandeln; Ich werde die Art dieser Berechnung jetzt durch ein Exempel erläutern.

Er. Man frägt, wie viel betragen 125
Reinländische Fuß an Londner Füßen?

Weil aus der Tafel der Reinländische Fuß,
sich zum Londner Fuß verhält, wie

13918,30 : 13511,54 so sind

13918,30 Londn. F. = 13511,54 Reintl. F.
also

$$\frac{13918,30}{13511,54} \text{ Londn. F.} = 1 \text{ Reintl. F.}$$

folglich

$$\frac{13918,30}{13511,54} \cdot 125 \text{ Londn. F.} = 125 \text{ Reintl. F.}$$

Um nun dieses zu berechnen, kann man mit
Vorthheil die Logarithmen gebrauchen,

Die Berechnung wird folgendergestalt ge-
führt:

$$\log 13918,30 = 4,1435861$$

$$\log 125 = 2,0969100$$

$$6,2404961$$

$$\log 13511,54 = 4,1307048$$

$$2,1097913 \text{ hierzu ge-}$$

hört die Zahl 128,763; also so viel Londner
Fuß machen 125 Reinländische.

Z u s a ß.

§. 16. Bequemerer Rechnung wegen,
habe ich den Zahlen obiger Tafel ihre Loga-
rith:

rithmen beygefügt, damit man nicht nöthig habe, sie erst in jedem besondern Falle aufzusuchen.

Z u s a z.

§. 17. Diese Verwandlung der Fußmaasse in einander ist nöthig, wenn man eine Messkette, oder einen Maasstab gebraucht, dessen Füße, an dem Orte, wo man misst, nicht gewöhnlich sind; denn jedes Land verlangt allemal die Ausmessungen in dem daselbst eingeführten Maasse.

Eintheilungen der Fußmaasse.

§. 18. Um Abmessungen noch in kleinern Theilen als Füßen angeben zu können, theilet der Geometer den Fuß ferner in 10 gleiche Theile, und nennet sie Zolle; der zehnte Theil eines Zolles wird eine Linie, der zehnte Theil einer Linie, ein Scrupel u. s. w. genannt.

Diese Decimaleintheilung hat man durchgängig in der practischen Geometrie eingeführt, und man erhält dadurch besondere Bequemlichkeiten und Vortheile.

Im gemeinen Leben pflegt man sonst auch die zwölftheiligte Eintheilung zu gebrauchen, daß z. E. bey dieser

der Fuß in 12 Zolle
der Zoll in 12 Linien
u. s. w.

eingetheilt wird. Allein diese Eintheilung ist in der Ausübung mehreren Unbequemlichkeiten unterworfen.

Wenn nämlich 1 Fuß = 12 Zoll = 144 Linien = $144 \cdot 12 = 1728$ Scrupel ist, so muß man mit den Zahlen 12; 144; 1728 multipliciren, um Fuße auf Zolle, Linien oder Scrupel zu bringen: und umgekehrt muß man mit diesen Zahlen dividiren, um die niedrigeren Einheiten auf die höhern zu bringen.

Ueberhaupt muß man bey der Reduction der höhern Einheiten auf die nächst niedrigeren, oder umgekehrt, allemal mit 12 multipliciren oder dividiren, und dieses ist etwas beschwerlich.

Hingegen hat man bey der zehntheiligten Eintheilung der Feldmesser, nur die Multiplication oder Division mit 10 zu verrichten; und dieses ist weit bequemer, als mit 12 solches vorzunehmen. Auch ist die Decimaleintheilung deswegen sehr vortheilhaft, weil die niedrigeren Einheiten als Decimalbrüche der höhern ausgedrückt werden können.

$$\begin{aligned} \text{Ex. } 3 \text{ Zoll} &= \frac{3}{10} \text{ Fuß} = 0,3 \text{ Fuß} \\ 253 \text{ Lin.} &= 25,3 \text{ Zoll} = 2,53 \text{ Fuß.} \end{aligned}$$

Man bedient sich bey Vermessungen auch der Ruthe, welche von dem Geometer allemahl nach dem Decimalgesetz abgetheilt wird.

An

An einigen Orten werden 12, 15, 16, und mehrere landesübliche Fuße auf eine Ruthe gerechnet.

Ehe also ein Feldmesser an irgend einem Orte Vermessungen anstellt, muß er sich vorher genau erkundigen, was für Fußmaße daselbst gebräuchlich sind, und wie viel solcher Fuße auf eine Ruthe gerechnet werden. Der Geometer theilt dann eine solche Ruthe allemahl in 10 gleiche Theile, oder Decimalsfüße ab.

Die Ruthen, Fuße, Zolle, Linien u. s. w. werden durch die Zeichen, 0, I, II, III u. s. w. angedeutet.

Z u s a z.

§. 19. 1) Da bey der Decimaleintheilung der Fuß in 10 Theile; bey der Duodecimal-Eintheilung aber dieselbe Länge, in 12 Theile getheilet wird, so muß man wissen, beyde Eintheilungen auf einander zu reduciren.

2) Da nemlich ein Decimalzoll $\frac{1}{10}$ eines Fußes, und ein Duodecimalzoll $= \frac{1}{12}$ eines Fußes ist; so erhellet von selbst, daß der Decimalzoll größer seyn muß, als der zwölftheiligte, und man kann daher fragen; was eine gewisse Anzahl von Duode-

eimalzollen, an Decimalzollen beträgt und umgekehrt.

- 3) Diese Aufgabe bequem aufzulösen, dienen folgende Betrachtungen.

Man bezeichne bey dem Decimalmaasse, die Zolle, Linien, Scrupel, Quarten u. s. w. mit den großen Buchstaben Z, L, S, Q, bey dem Duodecimalmaasse aber, die ähnlichen Dinge mit den kleinen Buchstaben, z, l, s, q u. s. w.

- 4) So hat man aus dem vorhergehenden erstlich folgende Gleichungen.

$$1 \text{ Fuß} = 10 \cdot Z = 12 \cdot z$$

$$1 \text{ Fuß} = 100 \cdot L = 144 \cdot l$$

$$1 \text{ Fuß} = 1000 \cdot S = 1728 \cdot s$$

u. s. w.

- 5) Also $Z = \frac{12}{10} z = z + \frac{2}{10} z$;

Weil aber $z = 12 l$ ist, so wird

$$Z = z + \frac{2}{10} 12 l = z + \frac{24}{10} l = z + 2 l + \frac{4}{10} l$$

und eben so wegen $l = 12 s$; wird ferner

$$Z = z + 2 l + 4 s + \frac{8}{10} s$$

also endlich, wenn man nur bis auf Quarten gehen will

$$Z = z + 2 l + 4 s + 9, 6 q$$

6) Nach eben dem Verfahren, wird aus der Gleichung $100 L = 144 l$; gefunden

$$L = 1 + 5 l + 3, 3 \cdot q$$

Und aus $1000 S = 1728 l$

7) $S = l + 8, 7 q$.

8) So drücken also die gefundenen Formeln, für Z, L, S, u. s. w. das Decimalmaaß in Theilen des Duodecimalmaaßes aus.

Will man demnach eine gewisse Menge von Decimalzollen, u. s. w. in Duodecimaltheile verwandeln, so braucht man nur, die Ausdrücke rechter Hand der Gleichheitszeichen in den Formeln für Z, L, S, mit der gegebenen Zahl von Decimalzollen u. s. w. zu multipliciren.

Ex. Man soll $9Z + 8L + 4S$ auf die Duodecimal: Eintheilung bringen: so ist

$$9Z = 10z + 9l + 7f + 2, 4 \cdot q \text{ aus (5)}$$

$$8L = 11l + 6f + 2, 4 \cdot q \text{ aus (6)}$$

$$4S = 6f + 10, 8 \cdot q \text{ aus (7)}$$

also

$$9Z + 8L + 4S = 11z + 9l + 8f + 3, 6 \cdot q$$

oder

9 Dec. Zoll + 8 Dec. l. + 4 Dec. S. machen
 11 Duod. z. + 9 Duod. l. + 8 Duod. S. + 3, 6
 Duod. q

Dies

Dies ist die bequemste Methode die Decimal: Eintheilung auf die zwölfttheiligte zu bringen.

Z u s a z.

§. 20. Man kann sich aber auch folgender Methode bedienen:

Weil 1000 Decimal Sc. = 1728 Duodecimal: Scrup. so schliesse man nach der Regel detri für die Zahlen des vorigen Exempels

$$1000 \text{ S} : 1728. \text{ l} = 984 \text{ S} : x. \text{ l}$$

also

$$x = \frac{1728 \cdot 984}{1000}$$

Man muß also hier im Zähler die beyden Zahlen 1728; 984 mit einander multipliciren, und vom Produkte drey Decimalstellen abschneiden. — Man kann aber auch, um den Werth x zu berechnen, sich der Logarithmen bedienen

$$\log 1728 = 3,2375437$$

$$\log 984 = 2,9929951$$

$$6,2305388$$

$$\log 1000 = 3.$$

$$\log x = 3,2305388$$

$$\text{also } x = 1700$$

folglich

$984 \text{ S} = 1700 \text{ l} = 112 + 91 + 8 \text{ l}$; wie vorhin (S. 19) wenn man nämlich die 1700 l durch eine

eine fortgesetzte Division mit 12 auf die höhern Einheiten bringt.

Z u s a z.

§. 21. So kann man auch umgekehrt die Duodecimal-Eintheilung auf die Zehntheilige bringen.

Denn aus 10. Z = 12. z folgt

$$\frac{10}{12}. Z = z \text{ oder}$$

$\frac{10}{12}. 10 L = z$. Wenn man nun so weiter fortgeht und L durch 10 S; S durch 10 Q u. s. w. ausdrückt, so findet sich endlich

$$z = 8L + 3S + 3,3Q$$

$$\text{und aus } 100 L = 144 l$$

$$\text{wird } l = 6S + 9,4Q$$

und aus 1000 S = 1728 l findet sich

$$l = 5,7Q \text{ u. s. w.}$$

Der Gebrauch dieser Formeln ist der nemliche, wie in §. 19.

Ex. Gesezt man habe $8z + 3l + 5l$ ins Decimalmaaß zu verwandeln, so wird

$$8z = 6Z + 6L + 6S + 6,4Q$$

$$3l = \quad \quad 2L + 0S + 8,2Q$$

$$5l = \quad \quad \quad 2S + 8,5Q$$

$$\text{also } 8z + 3l + 5l = 6Z + 9L + 0S + 3,1Q$$

3₁₀

Z u s a ß.

§. 22. So erhellet, wie man sich überhaupt Formeln, für jede beliebige Eintheilung des Fußmaafes verfertigen könne. Es würde aber sehr überflüssig seyn, auch die Reduction anderer Eintheilungen auf die Zehntheiligte hieher zu setzen.

Z u s a ß.

§. 23. Es kann vorkommen, daß an einem gewissen Orte, wo ein Feldmesser misset, nicht allein die Eintheilung, sondern auch die Größe des Fußmaafes, von demjenigen unterschieden ist, dessen sich der Feldmesser gewöhnlich zu bedienen pflegt. Wie man also in solchem Falle die Reduction anstellen müsse, wird folgendes Beispiel weisen.

Gesetzt man soll finden, was 5' 1" 2''' reinländisches Decimalmaaf, an Londner Duodecimalmaaf beträgt. Hier verwandele man also erstlich, die 5' 1" 2''' oder 5,12 Reinländische Fuß in Londner nach §. 15.

$$\log 13918,30 = 4,1435861$$

$$\log 5,12 = 0,7075702$$

$$\text{Summa} = 4,8511563$$

$$\text{abzuziehen } \log 13511,54 = 4,1307048$$

$$\text{Rest} = 0,7204515$$

Zu

Zu diesem Logarithmen 0,7204515 gehört nun die Zahl 5,253 oder so viel Londner Fuß betragen 5,12 Rheinländische.

Diese gefundenen 5,253 Londner Fuß sind aber Decimaltheile, und bedeuten, wenn man den Londner Fuß in 10 Zoll, den Zoll in 10 Linien u. s. w. eintheilt, soviel als, 5 Fuß 2 Zoll 5 Lin. 3 Sc. oder nach der bisherigen Bezeichnung 5 F + 2 Z + 5 L + 3 S. Diese Größe muß nun noch nach §. 19 ins Duodecimalmaas verwandelt werden, wie folget.

$$5F = 5f$$

$$2Z = 2z + 4l + 9.l + 7,2. q$$

$$5L = 7l + 2.l + 4,5 q$$

$$3S = 5.l + 2,1 q$$

also

$$5F + 2Z + 5L + 3S = 5f + 2z + 11l + 16l + 13,8. q$$

weil man aber für jede 12 q ein l, für jede 12 l ein 1 u. s. w. setzen kann, so wird auch

$$5F + 2Z + 5L + 3S = 5f + 3z + 0.1 + 5.l + 18. q$$

folglich sind 5' 1" 2''' Rheinl. Dec. =

$$5' 2'' 5''' 3'''' Londn. Dec. Maas oder =$$

$$5' 3'' 0''' 5'''' 1''''', 8 Londner Duodec. M.$$

Anmerkung.

§. 24. In §. 19. I. waren sowohl bey der zehen- als zwölftheiligten Eintheilung, die Fuße gleich groß angenommen worden; und dadurch wurden bey der zwölftheiligten Eintheilung

lung blos die Zolle, Linien, u. s. w. kleiner, als bey der Zehnthheiligten.

Nähme man aber die Ruthen gleich groß, und theilte diese einmal in 10 und dann in 12 Theile oder Fuße, so würden bey der zwölftheiligten Eintheilung, selbst schon die Fuße kleiner seyn, als bey der Zehnthheiligten.

In diesem Falle würde also schon für die Fuße eine Reduction nöthig seyn. Indessen werden die obigen Formeln S. 19. mit einer kleinen Veränderung auch alsdann noch gelten. Denn nennet man iht den Decimalsfuß = F den Duodecimalsfuß = f, so wird, weil die Ruthen gleich groß angenommen werden,

$$1 \text{ Ruth} = 10 F = 12 f$$

$$100 \text{ Z} = 144 z$$

$$1000 \text{ L} = 1728 l$$

u. s. w.

Mithin nach eben dem Verfahren S. 19.

$$F = f + 2z + 4l + 9,6 \cdot f$$

$$Z = \quad z + 5l + 3,3 \cdot f$$

$$L = \quad \quad 1 + 8,7 \cdot f$$

u. s. w.

Anmerkung.

S. 25. Da wir iht gerade mit Verwandlung der Längenmaße beschäftigt sind, so wird es Zusammenhangs wegen nicht undienlich seyn, auch

auch die Verwandlung der Flächenmaasse in einander, hier kurz zu erläutern.

Es ist bekannt, daß zu Ausmessung der Flächen auch eine gewisse Fläche zum Maas angenommen werden müsse, und daß dieses Maas die Fläche eines Quadrats sey, dessen Seitenlinie von einem bekannten Längenmaasse ist. Ist sie nur einen Fuß lang, so heißt dieses Quadrat alsdann ein Quadratfuß. Ein Quadrat, dessen Seite eine Ruthe lang ist, wird eine Quadratruthe genannt, und so erhellt die Bedeutung der Quadratzolle, Quadratlinien u. s. w. Ist ferner eines Quadrats Seite = 1 Duodecimalsfuß, so heißt das Quadrat ein Duodecimalquadratfuß. Ist aber die Seite desselben = 1 Decimalsfuß, so wird das Quadrat dieser Seite ein Decimalquadratfuß genannt. Und so wird man leicht verstehen, was Duodecimalquadratzolle, Duodecimalquadratlinien u. s. w. bedeuten. Nun erhellet, wenn die Seitenlinie einer Quadratruthe in 10 Decimalsfüße getheilet wird, daß die Quadratruthe 10 . 10 oder 100 Decimalquadratfüße und eben so der Quadratfuß 10 . 10 oder 100 Quadratzolle u. s. w. enthalten müsse.

Hingegen bey der zwölftheiligten Eintheilung wird die Quadratruthe 12 . 12 oder 144 Duodecimalquadratfuß, der Duodecimalqua-

dratz

dratsfuß 144 Duodecimalquadratzoße u. s. w. enthalten.

Z u s a ß.

§. 26. 1) Bezeichnet man daher die Decimalquadratfüße, Zoße, Linien zc. mit F^2 , Z^2 , L^2 , u. s. w. Beim Duodecimalmaße aber die ähnlichen Dinge mit f^2 , z^2 , l^2 u. s. w. so hat man nach dem vorhergehenden §. folgende Ausdrückungen.

$$2) 1 \text{ Quadratruthe} = 100 F^2 = 144 f^2 \\ \text{oder (wegen } F^2 = 100 Z^2; f^2 = 144 z^2) \\ 100 \cdot 100 Z^2 = 144 \cdot 144 z^2$$

$$3) \text{ und (wegen } Z^2 = 100 L^2; z^2 = 144 l^2) \\ 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot L^2 = 144 \cdot 144 \cdot 144 l^2 \\ \text{u. s. w.}$$

4) Mit hin wenn man wirklich multipliciret

$$100 F^2 = 144 \cdot f^2 \\ 10000 Z^2 = 20736 \cdot z^2 \\ 1000000 L^2 = 2985984 \cdot l^2 \\ 100000000 S^2 = 429981696 \cdot s^2 \\ \text{u. s. w.}$$

$$5) \text{ Daher aus } 100 F^2 = 144 f^2 \text{ erhält man} \\ F^2 = \frac{144}{100} f^2 = f^2 + \frac{44}{100} f^2 = f^2 + \frac{44}{100} \cdot 144 z^2 \\ = f^2 + 63 z^2 + \frac{36}{100} z^2 \\ = f^2 + 63 z^2 + \frac{36}{100} \cdot 144 l^2 = \\ f^2 + 63 z^2 + 51 l^2 + \frac{84}{100} l^2 \\ = f^2 + 63 z^2 + 51 l^2 + \frac{84}{100} \cdot 144 f^2 = \\ f^2 + 63 z^2 + 51 l^2 + 120,9 f^2$$

Völlig nach eben dem Verfahren findet sich aus den übrigen Gleichungen in (4)

$$Z^2 = 2z^2 + 10l^2 + 86,1 \dots f^2$$

$$L^2 = \quad \quad 2l^2 + 141,9 \dots f^2$$

$$S^2 = \quad \quad \quad 4,3 \dots f^2$$

Wenn es nöthig ist, kann man die Zahlen, womit die Duodecimalquadratscrupel multipliciret sind, noch weiter, als bis auf die erste Decimalstelle berechnen.

Er. Gesezt man wolle nun z. E.

$4F^2 + 9Z^2 + 20L^2$ ins Duodecimalquadratmaaß verwandeln; Um dieses zu finden, multipliciret man in der Gleichung $F^2 = f^2 + 63z^2 + 51l^2 + 120,9f^2$ auf beyden Seiten mit 4; Hierauf die folgende Gleichung $Z^2 = 2z^2 + 10l^2 + 86,1f^2$ auf beyden Seiten mit 9, u. s. w. so giebt dieses folgende Werthe:

$$4F^2 = 4f^2 + 252z^2 + 204l^2 + 483,6f^2$$

$$9Z^2 = \quad \quad 18z^2 + 90l^2 + 774,9f^2$$

$$20L^2 = \quad \quad \quad 40l^2 + 2838,0f^2$$

Die Zahlen, die nun rechter Hand unter einander zu stehen gekommen, zusammenaddirt, und für jede $144f^2$ ein l^2 , für jede $144l^2$ ein z^2 für jede $144z^2$ ein f^2 gesezt, geben $4F^2 + 9Z^2 + 20L^2 = 5f^2 + 128z^2 + 74l^2 + 64,1f^2$ und so erhellet, wie überhaupt eine vorgegebene Anzahl von Decimalquadratsfussen, Zollen, Linien,

nien, in Theile des Duodecimalmaaßes verwandelt werden könne.

Anmerkung.

§. 27. Mit etwas weitläufigerer Rechnung ließen sich die $4F^2 + 9Z^2 + 20L^2$, auch auf folgende Art ins Duodecimalmaaß verwandeln.

Man überlege, daß $4F^2 + 9Z^2 + 20L^2 = 40920L^2 = 4092000S^2$ ist; Weil nun §. 26. $100000000S^2 = 429981696.L^2$ so schliesse man nach der Regel Detri $100000000S^2$ geben $429981696.L^2$, was geben $4092000S^2$ an Duodecimalquadratscrupeln; Man setze die 4te Proportionalzahl $= x.L^2$ oder x Duodecimalquadratsc. so wird x durch Logarithmen auf folgende Art gefunden:

| | |
|---|------------|
| $\log 4092000 = 6,6119356$ | |
| $\log 429981696 = 4 \log 144 = 8,6334500$ | |
| | 15,2453856 |
| Subtr. $\log 100000000$ | 8,0000000 |
| gibt $\log x =$ | 7,2453856 |

Da nun dieser Logarithme nicht unmittelbar in den gewöhnlichen Tafeln steht, so vermindere man die Characteristik um 4 Einheiten, und suche in den Tafeln die Zahl, deren Logarithme 3,2453856 ist. Die zugehörige Zahl multiplicire

plicire man alsdann mit einer 1 mit 4 Nullen, oder mit der Zahl 10000 so hat man x.

Wenn ich nun nach den gewöhnlichen Regeln die dem Logarithmen 3,2453856 zugehörige Zahl suche, so finde ich sie = 1759,4850; also mit 10000 multiplieirt, x = 17594850. Also 4092000 Decimalquadratfc. = 17594850 Duodecimalquadratfc. Diese letztere Anzahl von Duodecimalquadratfc. kann man nun durch fortgesetzte Divisionen mit 144 auf Quadratlinien, Zolle und Fuße reduciren.

Z u s a z.

§. 28. Weil $100 F^2 = 144 f^2$ ist, so wird $f^2 = \frac{100}{144} F^2 = 0,694444 F^2 = \frac{69}{100} F^2 + \frac{44}{10000} F^2 + \frac{44}{1000000} F^2 = 69 Z^2 + 44 L^2 + 44,4 S^2$;

wenn man nämlich statt

$$\frac{1}{100} F^2; \frac{1}{10000} F^2; \frac{1}{1000000} F^2$$

die gleichgültigen Werthe, Z^2 ; L^2 ; S^2 sezet.

Völlig eben so wird, wegen

$\frac{100000}{20736} Z^2 = z^2$, oder wegen $0,482253 Z^2 = z^2$ der Werth von

$$z^2 = 48 L^2 + 22 S^2$$

und endlich wegen $\frac{100000000}{2983984} L^2 = l^2$ erhält man $l^2 = 33 S^2$

Die gefundenen Formeln dienen, umgekehrt das Duodecimalquadratmaaß ins zehntheiligte zu verwandeln.

Un:

— o —

A n m e r k u n g

§. 29. Das bisherige mag von Verwandlung der Maaße genug seyn. In der Folge werden wir Gelegenheit haben, mehreres von andern im gemeinen Leben eingeführten Maaßen zu reden, nach denen man die Flächeninhalte der Länderen, Holzungen u. s. w. anzugeben pflegt.

M e i l e n m a a ß e .

Da geometrische Charten sehr oft zur Verrfertigung der geographischen mit gebraucht werden, und überhaupt Vergleichen von Längenmaaßen mit zur practischen Geometrie gehören, so ist es nützlich, auch von den in der Geographie und im gemeinen Leben eingeführten Meilenmaaßen, Kenntnisse zu haben.

Daß die sogenannte Meile römischen Ursprungs sey, zeigt schon die Benennung Milliare. Dies Längenmaaß begriff 1000 Schritte, jeden zu 5 alten römischen Schuhen, oder auch 8 Stadien, jede zu 125 Schritten, in sich. Dies giebt nach dem Verhältnisse des alten römischen Schuhs zum Pariser (S. obige Tafel) nemlich 1309 : 1440 für diese Meile 4545,13 paris. Fuß, oder 757,52 Toisen. (de la Lande Astron. L. XV. 2639). Nach Strabo's Angaben bestimmt Hr. Cassini diese Meile

Meile auf 766 Toisen. (Mem. de l'Ac. de Paris. 1702.)

Die neuern Europäer haben ihre Meilen viel größer angefekt, und bald diesen bald jenen aliquoten Theil des mittleren Meridian: Grades auf der Erde dafür angenommen. Die vermuthlich nach den Niederdeutschen Schiff: fern. oder Geographen so genannte deutsche oder auch geographische Meile macht den 15ten Theil eines mittleren Meridiangrades, also 3807,2 Toisen, oder nach Hrn. Dr. Klügels Bestimmung (S. unten S. 117) 3811,6 Toisen. Diese geographischen oder deutschen Meilen werden aber fast nirgends im gemeinen Leben gebraucht, und die in Deutschland üblichen Meilen, weichen insbesondere bald mehr bald weniger von jenen ab. Man scheint so viel auf eine Meile gerechnet zu haben, als ein guter Fußgänger in zwey Stunden gehen kann (Kepler Tab. Rudolph. Cap. 16) woher denn die so große Verschiedenheit der Meilen in den deutschen Provinzen entstanden seyn mag. Die italienische Meile ist der 6oste Theil eines Meridiangrades. Die französischen Schiffer nehmen den 20sten Theil eines Grades für eine Seemeile, zu Lande bedient man sich in Frankreich der Lieue, deren 25 auf einen Grad gehen. Englische Meilen gehen beynabe 69 auf einen Grad. Hier ist im Zusammenhange eine Tafel für die vorzüglichsten Meilenmaße, wobey die mittlere

Meridianmeile zu 2811,6 Toisen, oder zu 23611
Reinl. Schuhen, oder zu 4000 geogr. oder geo:
metrischen Schritten, angenommen worden ist
(S. 117. I.)

| Meilen, deren Benennung und Grundmaasse. | Enthal: ten reinl. Schuhe | Sehen auf 1 Grad od. 15 geogr. M. |
|--|---------------------------------|--|
| Arabische - - - | 6263 | 56,67 |
| Armenische, Farsang = 30 grie: chischen Stadien = 3 Röm. Meil. - - - | 14197 | 25,00 |
| Bayrische, kleine Meile | 25000 | 14,15 |
| : : große - - - | 40800 | 8,69 |
| Böhmische zu 3545 Tois. | 22017 | 16,12 |
| Burgundische zu 1500 reinl. Rut | 18016 | 19,70 |
| Chinesische neue Li - | 1835 | 193,40 |
| Churbraunsch. Polizen: M. = 2811,4 reinl. Ruthen | 33737 | 10,52 |
| Dänische = 12000 dän. Ell. à 2 reinl. Schuhen - | 24000 | 14,79 |
| Deutsche, alte, Rasta = 3 röm: Meilen - - - | 14197 | 25,00 |
| neue kleine - - - | 20000 | 17,74 |
| geographische zu 4000 Schritt | 23661 | 15,00 |
| Egyptische Schönus zu 60 egypt. Stadien - - - | 18779 | 18,90 |
| Flandrische - - - | 20000 | 17,74 |

Franc

| | | |
|--|-------|--------|
| Frantzösische, alte gallische Leuka oder Lewa = 1, 5 röm. M. | 7042 | 50,50 |
| neue Lieue = 2400 geogr. Schr | 14197 | 25,00 |
| Seemeile = 3000 Schritte | 17745 | 20,00 |
| Grosbrittann. alte brittische = 12 Quarantena = | 7456 | 47,60 |
| neue engl. zu 1760 Yard - | 5135 | 69,12 |
| Seemeilen - - - | 5915 | 60,00 |
| Leagues - - - | 17445 | 20,00 |
| Hamburgische - - - | 24000 | 14,79 |
| Hessische - - - | 31440 | 11,29 |
| Holländische - - - | 18680 | 19,00 |
| Irreländische = 1500 geog. Schr | 6536 | 54,30 |
| Italienische = 1000 geogr. Schr | 5915 | 60,00 |
| Jüdische, alte, Sabatherweg zu 2000 jüdisch : biblische Ellen | 3521 | 100,80 |
| Litthauische - - - | 28530 | 12,44 |
| Londner von 1666 $\frac{2}{3}$ Yards | 4862 | 73,00 |
| Niederländische, Stunden - | 18043 | 19,67 |
| " " " Seemeilen | 17745 | 20,00 |
| Nürnbergische - - - | 27000 | 13,10 |
| Oesterreichische - - - | 47500 | 7,48 |
| Persische, Farlang, - - - | 15774 | 22,50 |
| Polnische = 1 Seemeile | 17745 | 20,00 |
| Portugiesische - - - | 19717 | 18,00 |
| Preussische zu 1800 Danz. Ruth. | 24700 | 14,37 |
| Römische, gewöhnl. zu 8 olymp: pischen Stadien - | 4701 | 75,50 |
| Russische, Wersta, = 1500 Archinen - - - | 3402 | 104,3 |

| | | |
|-----------------------------------|-------|-------|
| Sächsische, Polizen M. zu 16000 | | |
| Dresdner Ellen - | 28878 | 12,29 |
| Schlesische zu 11250 Schles. Ell. | 20658 | 17,18 |
| Schottländische zu 1147 Tois. | 7119 | 49,85 |
| Schwäbische - - - | 29560 | 12,00 |
| Schwedische zu 18000 Ell. | 34094 | 10,41 |
| Schweizerische - - - | 26688 | 13,30 |
| Spanische, zu 5000 Varas oder | | |
| 2147 Toisen - - - | 13328 | 26,63 |
| Stadien, oder Feldwege | | |
| 1) griechische, olympische = | | |
| 100 Orgy - - - | 591 | 600,0 |
| 2) See: Stadien - - - | 473 | 750,0 |
| 3) egyptische - - - | 315 | 1125 |
| Türkische, Berri, - - - | 5323 | 66,67 |
| : : Seemeile - - - | 4179 | 86,40 |
| Ungarische - - - | 26625 | 13,33 |
| Westphälische - - - | 36300 | 9,77 |

Schriften, in welchen noch mehrere Meilenmaasse vorkommen, sind, ausser den oben angeführten, noch

Gatters Abriß der Geographie.
Göttingen, 1775. S. 21.

J. Elert Bode Anleitung zur allgemeinen Kenntniß der Erdkugel.
Berlin, 1786. S. 244.

Anleitung zum Aufnehmen und Zeichnen der Gegenden, verfertigt

tigt von einem Officier. Göttingen,
1783. S. 302.

Der allgemeine kleine Contorist,
oder tabellarisches Verzeichniß
und Vergleichung aller, besons-
ders Europäischen Maaße und
Gewichte. Erfurt, 1791. S. 292.

Schulzens elementarische Erläus-
terung der Meilencharte. Halle,
1785.

Vergleichung der gewöhnlichsten
Maaße, Gewichte und Münzfor-
ten v. J. C. W. Dresden, 1787. u. a.

Auch kann in diesen Schriften noch meh-
reres von Fußmaaßen nachgelesen werden.