

Die  
 practische Geometrie.

---

Erster Theil.

---

I. Kapitel.

Allgemeine Betrachtungen über den Gegenstand der  
 practischen Feldmessenkunst, und über die nöthigsten  
 Kenntnisse eines Feldmessers.

---

§. 1.

Erklärung.

Die Feldmessenkunst (Geodaesia) ist eine  
 Wissenschaft, die Figur eines kleinen Stückes  
 unrerer Erdofläche auf dem Papiere zu entwer-  
 fen, und zeigt überhaupt, wie man die theo-  
 retischen Lehren der Geometrie anwenden könne,  
 Mes-

Messungen auf unserer Erdofläche aufs leichteste und vortheilhafteste zu bewerkstelligen und mit einander zu vergleichen.

Die nähere Vorstellung davon ist diese:

Man gedenke sich z. B. auf dem Felde die Krümmung eines Flusses, oder die Gränzen einer Waldung, eines Gebürges, die Lage einer gewissen Menge von Dörtern u. d. g. so geben diese Dinge allemahl eine gewisse Figur,

Gesezt es seyen die Punkte A, B, C, D, E, F, fig. I Dörter auf der Erdofläche. Man verbinde solche in Gedanken durch gerade Linien mit einander, so ergiebt sich auf dem Felde die Figur ABCDEF. Diese Figur nun auf dem Papiere zu entwerfen, das will sagen, auf dem Papiere eine kleinere Figur abcdef Fig. II zu verzeichnen, die der ABCDEF sowohl im ganzen als in ihren Theilen, so viel als möglich, und der jedesmahligen Absicht gemäß, ähnlich ist, auch alle Abmessungen, die dabey vorkommen, aufs leichteste und vortheilhafteste zu bewerkstelligen, dieses ist der Gegenstand der Feldmessenkunst. Die hiezu erforderlichen Lehren aus der theoretischen Geometrie, verbunden mit einer genauen Kenntniß und Behandlung der practischen Werkzeuge, machen die Wissenschaft eines Feldmessers aus.

## E r k l ä r u n g.

Wenn eine Figur  $abcdef$  auf dem Papiere der  $ABCDEF$  auf dem Felde, völlig ähnlich ist, folglich die Punkte  $a, b, c, d, e, f$ , eben die Lage gegen einander haben, welche den Winkelpunkten  $A, B, C, D, E, F$  der Figur auf dem Felde zukömmt, also nicht allein die Seiten  $ab, bc$  u. s. w. sich untereinander verhalten, wie die  $AB, BC$ , u. s. w., sondern auch der Ordnung nach die Winkel  $a = A; b = B; c = C$  u. s. w., kurz, wenn alle Theile der Figur auf dem Felde, sich in eben der Ordnung, Verhältniß und Lage, auch im kleinen bey der Figur auf dem Papiere vorfinden, dann sagt man, letztere sey ein Grundriß, ein topographischer Entwurf, oder auch eine Karte von der Figur auf dem Felde, oder von dem kleinen Stücke der Erdofläche.

## A n m e r k u n g.

§. 2. Eine solche geometrische Karte unterscheidet sich von einer geographischen darinn, daß erstere sich nur mit einem kleinen Stücke der Erdofläche beschäftigt, und sowohl die Figur desselben im Ganzen, als auch die innerhalb derselben fallenden einzelnen Theile, als Städte, Dörfer, Flecken, Wege, Flüsse, Waldungen, Gebürge, Felder, Wiesen, mit allen Abtheilungen und Gränzen, kurz alle  
merk:

merkwürdigen Punkte, welche in Lagerbüchern angemerkt zu werden pflegen, und zur genauern Kenntniß eines Landes, oder sonst zu einer Absicht dienlich seyn können, nach einem verjüngten Maasstabe, so genau als möglich in Absicht auf Grösse, Lage und Figur, abbildet.

Hingegen stellt eine geographische Karte meistens ein sehr großes Stück der Erdoberfläche dar, ohne Angabe aller kleinen einzelnen merkwürdigen Punkte, die sich darauf befinden: So z. E. nur die Figur eines ganzen Landes, die Hauptrichtung der Flüsse, die Lage der Städte u. s. w.

### Z u s a z.

§. 3. Hieraus erhellet, daß man in der Feldmessenkunst, die Lehre von der Ähnlichkeit der Figuren im Großen ausübt. Allein die gehörige Anwendung derselben hat auf dem Felde oft große Schwierigkeiten, weil die Stücke, welche an der Figur auf dem Felde gemessen werden müssen, um eine ihr ähnliche auf dem Papiere zeichnen zu können, wegen allerley Hindernisse oft keine unmittelbare Ausmessung, d. h. durch wirkliche Anlegung des Maasstabes, Aufstellung eines Winkelmessers, u. dgl. verstaten, oder die unmittelbare Messung doch sonst mit Weitläufigkeiten oder Beschwerlichkeiten verknüpft seyn würde. So kann man

z. B. das Verfahren eine Figur aus ihren Seiten und Diagonallinien zu entwerfen, auf kein Stück Feld anwenden, das gerade in vollen Früchten stände, auf keinen Wald, in welchem die Bäume und Gebüsche welche der Messung der Diagonallinien im Wege stehen, sich nicht wegräumen lassen u. s. w. Man würde also in diesem Falle auf eine andere Methode, das Stück Feld zu entwerfen, bedacht nehmen müssen, aber unter den verschiedenen Methoden welche sich darbieten, muß der Feldmesser doch immer die leichteste und zweckmäßigste auszuwählen wissen, wozu denn eine vorhergegangene genaue Untersuchung des zu vermessenden Stückes, nicht wenig behülfflich ist.

Zugleich müssen dann auch in der Feldmesskunst die Mittel angegeben werden, aus gewissen bekannten, oder willkührlich angenommenen Datis, diejenigen Umstände und Abmessungen einer Figur zu bestimmen, die man entweder gar nicht, oder nur sehr mühsam und mit viel Zeitaufwand unmittelbar erhalten könnte.

Die Auflösung solcher schweren Fälle, er giebt sich durch eine gehörige Anwendung der theoretischen Geometrie, wo gezeigt wird, wie man Größen durch Schlüsse herausbringen, und mit einander vergleichen könne. In sol:

solchen Fällen unterscheidet sich nun der wissenschaftliche Feldmesser, von dem sogenannten handwerksmäßigen, welcher aus Mangel nöthiger Kenntnisse, oft entweder gar nichts, oder mit unbeschreiblicher Mühe nur etwas sehr unvollkommenes leistet.

### U n m e r k u n g.

§. 4. Das Papier, worauf man eine gewisse Figur auf dem Felde zu entwerfen hat, ist eine ebene Fläche; Nun aber liegen die Theile einer Figur auf dem Felde, sehr selten in einer einzigen Ebene. Es fragt sich daher, wie man in solchen Fällen sich verhalten müsse. Denn das läßt sich leicht übersehen, daß es unmöglich ist, auf einer ebenen Fläche eine Figur einer andern ähnlich zu machen, deren Theile nicht alle in einer einzigen Ebene liegen.

Um diese Schwierigkeit gehörig ins Licht zu setzen, und zu zeigen, wie man bey ihr zu verfahren habe, muß ich vorher einige Sätze, die in der Feldmestkunst überall gebraucht werden, zum voraus schicken.

Es lehret die Erfahrung, daß die Richtungen zweyer oder mehrerer Fäden, an denen man schwere Körper z. E. Bleykugeln herabhängt

hängen läßt, so genau, als man es bemerken kann, mit einander gleichlaufend sind. Eine ebene Fläche, die man sich auf die Richtungen dieser Fäden, welche man Verticallinien nennet, senkrecht gedenkt, heißt eine Horizontalebene, Horizontalfläche, und jede andere Fläche eine schiefe.

So sind z. B. die schrägen Abdachungen der Berge keine Horizontalflächen, denn jeder Versuch wird zeigen, daß die Richtung eines Fadens, woran ein Körper hängt, mit der Anhöhe eines Bergs schiefe Winkel macht.

Hingegen wird die Oberfläche eines stillstehenden Wassers, auch die Ebene des sogenannten platten oder flachen Landes horizontal seyn.

So kann man sich an jedem Orte, wo man ist, eine Horizontalfläche gedenken, und solche nach allen Gegenden, soweit man will, erweitert vorstellen.

Auch werden alle Horizontalflächen mit einander parallel seyn, weil sie insgesammt auf den parallelen Richtungen der Verticallinien senkrecht stehen.

Diese Horizontalflächen sind in der practischen Geometrie von unendlichem Gebrauche, weil man sie in jedem Falle, vermittelst eines  
mit

mit Wasser angefüllten Gefäßes, sinnlich machen kann.

Nach diesen Betrachtungen werde ich nun die im Anfange dieses §. gedachte Schwierigkeit zu heben, und eine richtige Vorstellung von einem geometrischen Grundrisse zu geben suchen.

Man stelle sich demnach vor, die Punkte  $a, b, c, d, e$ , (fig. III) auf dem Felde, seyen nicht alle in einer einzigen Ebene, sondern nach Gefallen einer über den andern erhöht, (wie z. E. die Spizen verschiedener Gebürge, oder ein ganzes Gebürge, wie es sich über dem platten Lande erhebt) und gedenke sich nun auf dem Felde, wo man will, eine Horizontalfläche.

Die Ebene des Papiers, worauf sich die III Figur befindet, mag die Horizontalfläche vorstellen, und die Punkte  $a, b, c, d, e$  seyen also nach Gefallen über dieselbe erhoben.

Man fälle von den Punkten  $a, b, c, d, e$  auf die Horizontalfläche die Perpendicular- oder Verticallinien  $a\alpha, b\beta, c\gamma, d\delta, e\epsilon$ , herab.

Die Punkte  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$ , wo diese Perpendicularlinien in die Horizontalfläche eintreffen, nennet man die Projectionen der Punkte  $a, b, c, d, e$ , auf die Horizontalfläche,

che, oder man sagt,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$ , seyen die auf den Horizont reducirten Punkte  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ . Die Linien  $a\beta$ ,  $\beta\gamma$  u. s. w. heißen die auf den Horizont reducirten Linien  $ab$ ,  $bc$  u. s. w.

Und so ist klar, wie man sich überhaupt eine ganze Figur auf dem Felde mit allen ihren Theilen, auf die Horizontalfläche reducirt vorstellen könne.

Eine solche auf den Horizont gebrachte Figur  $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ , deren Theile nun alle in einer einzigen Ebene liegen, ist es eigentlich, um die man sich in der Feldmessenkunst bekümmert, und von der man auf dem Papiere einen Grundriß verfertigen kann.

Eine Figur auf dem Papiere, die nemlich der auf den Horizont reducirten Figur  $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$  ähnlich ist, heißt eigentlich der Grundriß der Figur  $abcde$ .

So würde also der Grundriß eines Gebürges diejenige Figur auf dem Papiere vorstellen, welche derjenigen ähnlich wäre, welche man erhielte, wenn man die Gränzen und die ganze Oberfläche des Bergs auf die Horizontalfläche reducirt hätte.

Und so erhellet denn ferner, was z. B. unter dem Grundriß eines ganzen Landes zu verstehen seyn würde.

## Z u s a t z.

§. 5. Ein Grundriß kann also nicht die verschiedenen Erhöhungen der einzelnen Theile einer Figur über der Horizontalfläche, angeben, sondern er bestimmt blos den Raum, den eine gegebene Figur auf der Horizontalfläche einnimmt.

Von den Grundrissen unterscheidet man im Gegentheil die Profilrisse, Figuren, welche man erhielte, wenn man z. B. eine bergigte Gegend, mit einer auf der Horizontalfläche senkrechten Ebene, mit einer Vertical-Ebene, durchschnitte und abbildete. Auf solchen Profilrissen werden also eigentlich die Erhöhungen dieser oder jener Punkte über der Horizontalfläche angegeben.

## Z u s a t z.

§. 6. Man setze, es werde (fig. III.) durch den über der Horizontalfläche  $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$  erhabenen Punkt  $e$ , die Linie  $en$  mit  $\epsilon\gamma$  und  $ei$  mit  $\epsilon\delta$  parallel gezogen, so sind die Linien  $en$ ,  $ei$ , horizontal, und der Winkel  $ien = \delta\epsilon\gamma$ . Auch liegt  $en$  in der Verticalebene durch  $e\epsilon$ ,  $c\gamma$ ; und  $ei$  in der durch  $e\epsilon$ ,  $\delta\delta$ .

Es ist daher der Winkel  $ien = \delta\epsilon\gamma$  das Maaf des Neigungswinkels, den die Verticalebene durch die beyden Gegenstände  $e$ ,  $d$ , mit

mit der Verticalebene macht, in der die Gegenstände  $e$  und  $c$  liegen.

Wenn man also im Stande ist, auf dem Felde bey  $e$  den Winkel  $ien$  zu messen, den ein paar Horizontallinien  $ei$ ,  $en$  in den erwähnten Verticalebenen durch  $e$  und  $d$ , und durch  $e$  und  $c$ , mit einander machen, so hat man den Winkel  $\delta e \gamma$ , den die drey Gegenstände  $d$ ,  $e$ ,  $c$  im Grundrisse mit einander machen müssen.

Wenn  $e$ ,  $d$ , ein paar Punkte sind, durch welche eine Verticalebene gelegt ist, so werde ich in der Folge diese Verticalebene bloß durch  $ed$  bezeichnen, nemlich bloß durch zwey Buchstaben, die sich auf die Punkte oder Gegenstände  $e$ ,  $d$ , beziehen, durch welche man sich eine Verticalebene vorstelllet.

### Z u s a z.

§. 7. Man verlängere die horizontale  $ei$  bis sie bey  $m$  in die Verticallinie  $dd$  einschneidet, so ist  $em = \varepsilon d$ .

Es ist also  $ed$  die wahre Entfernung der beyden Gegenstände  $e$ ,  $d$ .

$em = \varepsilon d$  ist aber die Entfernung der beyden Punkte  $e$ ,  $d$ , nach der Horizontal-

linie gerechnet, oder ihr Horizontal-Abstand, und diese  $em$  oder  $\varepsilon d$  ist es eigentlich, die man im Grundrisse für den Abstand der beyden Verter  $e$  und  $d$  angiebt.

### Zusatz.

§. 8. Der Triangel  $dme$  ist bey  $m$  rechtwinklicht, und eine Ebene durch ihn, stehet auf der Horizontalfläche senkrecht:

Auch drückt das Stück  $dm$  aus, um wie viel der Ort  $d$  niedriger als  $e$ , oder um wie viel  $e$  höher liegt als  $d$ .

Wäre also in dem Dreyecke  $dme$ , die wahre Entfernung  $ed$ , (§. 7) und die Tiefe des Punkts  $d$  unter  $e$ , oder  $dm$  gegeben, so könnte man daraus  $em = \varepsilon d$ , oder die auf den Horizont reducirte Entfernung der beyden Gegenstände  $e$ ,  $d$  berechnen, denn es wäre

$$em = \varepsilon d = \sqrt{(ed^2 - md^2)}$$

Auch ließe sich der Winkel  $dem$  berechnen; für ihn wäre

$$\sin dem = \frac{md}{de}$$

Es ist aber  $dem$  die Neigung des Schenkels  $ed$ , oder der wahren Weite beyder Objecte  $e$ ,  $d$ , gegen die Horizontallinie  $em$ .

Hat

Hat man eben so, auch die Neigung des Schenkels  $ec$  gegen die Horizontallinie  $en$ , so kann man aus den gegebenen Neigungen der beyden Schenkel  $ec$ ,  $ed$ , nebst dem Winkel  $dec$ , den sie mit einander machen, den Horizontalwinkel  $men = \delta \varepsilon \gamma$ , durch die sphärische Trigonometrie finden. Von dieser Auflösung aber, die in der practischen Feldmefskunst von großer Wichtigkeit ist, werde ich in der Folge reden.

### Anmerkung.

§. 9. Die bisherigen Betrachtungen zeigen den Grund von verschiedenen Aufgaben und Operationen auf dem Felde.

Die Ursache aber, warum man eine Figur auf die Horizontalfläche reduciret, ist:

I) Weil sich die Lage und Richtung einer horizontalen Ebene, weit leichter angeben, und sinnlich machen läßt, als jede andere, die gegen den Horizont geneigt wäre. Denn man darf sich an einem gewissen Orte nur eine Wasserfläche, oder die Oberfläche des Wassers in einem Gefäße gedenken, so hat man sogleich daselbst eine horizontale Ebene.

II) Weil man den natürlichen Werth eines Grundstückes, oder überhaupt eines Landes, mit nach dem Raume beurtheilt, den solches

ches auf der Horizontalfläche einnimmt; Da nämlich die Erfahrung lehret, daß fast alle Früchte und Gewächse nach verticalen, oder auf der Horizontalebene senkrechten Richtungen wachsen, so schließt man, daß auf den erhabenen, gewölbten und ungleichen Flächen einer bergigten Gegend nicht mehr Gewächse stehen können, als auf dem ebenen Lande.

In wie ferne dieser Schluß gegründet ist, will ich hier nicht untersuchen. Man kann mehreres davon in Wilkens Landesvermessungen S. 229. Penthers practischer Geom. und andern Schriftstellern nachlesen. In den Abhandl. der Holländ. Gesch. d. Wissenschaften zu Harlem 1774, sucht besonders Hr. Carrard in einer Abhandlung das Gegentheil der gewöhnlichen Voraussetzung darzuthun.

Einen hieher gehörigen interessanten Aufsatz s. m. auch in der Berliner Monatschrift. Jun. 1793. S. 563.

Bergigte Gegenden sind ohnstreitig für gewisse Arten von Producten z. E. für Wein und Hopfen fruchtbarer und ergiebiger, als flache; die Bestimmung des natürlichen Werthes eines Grundstücks, in so fern er bloß von dem Horizontalraume des Grundstückes abhängt, gehört aber bloß für den Geometer; was sonst

sonst auf dessen Werth Einfluß hat, muß durch physicalische und ökonomische Gründe entschieden werden, und gehört nicht hieher.

### Z u s a z.

§. 10. Eine der nöthigsten Vorschriften eines Feldmessers bestehet also darinnen, alle Abmessungen der Theile einer Figur, auf den Horizont zu reduciren; Je unebener das Stück der Erdofläche ist, auf dem man misset, desto wichtiger ist diese Vorschrift.

### Die Gränzen der gemeinen Feldmestkunst.

§. 11. Diese erstrecken sich eigentlich nur über einen so großen Theil der Erdofläche, als für welchen es ohne merklichen Fehler verstattet ist, die Richtungen der Verticallinien, und folglich auch die auf ihnen senkrecht stehenden Horizontalebene nach §. 4. für parallel anzunehmen.

Nun wissen wir aber, daß unser Erdkörper sehr nahe die Gestalt einer Kugel hat, gegen deren Größe die Erhöhungen und Vertiefungen, die wir Berge und Thäler nennen, sehr unbeträchtlich sind. Wir wollen uns die Oberfläche der Erde als eine vollkommen glatte Kugelgestalt gedenken, und sehen, was diese kugelförmige Gestalt auf die Erfahrungen §. 4. für einen Einfluß habe.

Es sey demnach  $\alpha\beta$  (Fig. IV) ein kleines Stückchen der eigentlichen kugelförmigen Oberfläche, und  $e$  ein Punkt nach Gefallen über dieselbe erhoben z. E.  $e$  die Spitze eines Berges. Man kann die Krümmung dieses Stückchens  $\alpha\beta$  bey Seite setzen, und es ohne merklichen Fehler für eine ebene Fläche annehmen. Je kleiner man sich  $\alpha\beta$  gedenkt, desto weniger wird die Krümmung von  $\alpha\beta$  für unsere Sinne merklich seyn.

Nun gedenke man sich bey  $e$  eine Wasserfläche (S. 9. I.) so wird  $de$  auf ihr senkrecht des Orts  $e$  Verticallinie vorstellen.

Weil nun aber die Wasserfläche an jedem Orte  $e$  auf der Erde, wie die Physik lehrt, allemahl mit dem kleinen Stückchen  $\alpha\beta$  der eigentlichen Kugeloberfläche, über dem sich der Ort befindet, parallel läuft, so wird  $de$  auch auf  $\alpha\beta$  senkrecht stehen, und es ist daher ein jedes sehr kleines Stückchen der kugelförmigen Erdoberfläche, wie die Wasserfläche, selbst eine Horizontalebene.

Nun sey an einem andern Orte  $i$ , welcher sich über dem Stückchen  $\gamma\delta$  der Erdoberfläche befinde, ebenfalls  $ik$ , eine auf der Wasserfläche, und folglich auf  $\gamma\delta$  senkrechte Linie. Weil also  $de$ , auf  $\alpha\beta$ , und  $ik$  auf  $\gamma\delta$  senkrecht stehen, so müssen offenbar beyde Verticallinien

$de$ ,

de, ik, nach dem Mittelpunkte o der Erdkugel hinlaufen.

Auf diese Art kommen eigentlich alle Verticallinien in dem Mittelpunkte der Erdkugel zusammen, und sind daher wie oben S. 4 zum voraus gesetzt worden, nicht parallel. Weil aber der Mittelpunkt der Erde von der Oberfläche derselben, ohngefähr um 860 deutsche Meilen entfernt ist, und man Linien, die sich in einem so weit entlegenen Punkte, und unter einem sehr kleinen Winkel durchschneiden, ohne großen Fehler als parallel ansehen kann, so erhellet, daß, wenn die beyden Orter e, und i, nicht sehr weit von einander entfernt sind, und folglich ihre Verticallinien ed, ik, bey c nur unter einem sehr kleinen Winkel eci zusammentreffen, man auch ohne merklichen Irrthum berechtigt ist, die Richtungen dieser Verticallinien selbst, so weit man es durch die Sinne bemerken kann, folglich auch die auf ihnen senkrecht stehenden Horizontalflächen, als gleichlaufend, und den Theil der kugelförmigen Erdoberfläche, oder auch der sogenannten scheinbaren Horizontalfläche zwischen e, und i, als eben, oder ohne merkliche Krümmung zu betrachten. In so ferne ist also die Erfahrung S. 4 richtig und so weit gehen auch nur die Gränzen der gemeinen Feldmeßkunst.

Sie erstrecket sich also nur auf ein sehr kleines Stückchen der Erdoberfläche, in soferne es keine merkliche Krümmung hat, und lehret, wie die Figur desselben, auf dem Papiere entworfen werden könne.

Hätte man ein sehr großes Stück der Erdoberfläche auf dem Papiere zu entwerfen, so gehören dazu Kenntnisse der höheren Mathematik und Astronomie, die aber, so lange man nur ein kleines Stück der Erdoberfläche betrachtet, nicht unumgänglich nothwendig sind. Man könnte indessen denken, weil sich nach den Regeln der gemeinen Feldmessenkunst, ein jedes kleines Stückchen der Erdoberfläche entwerfen läßt, so dürfte man nur alle diese kleinen Stückchen zusammensetzen, um den Grundriß oder die Projection eines sehr großen Theils der Erdoberfläche zu erhalten.

Allein wegen der Krümmung unserer Erdoberfläche gehet auch dieses so geradezu nicht an. Denn ein solches aus einzeln gemessenen Theilen zusammengesetztes und gleichsam in eine ebene Fläche ausgebreitetes Stück der Erdoberfläche, kann niemals dem Urbilde auf der Kugel ähnlich seyn. Auch kann überhaupt kein großes Stück der Erdoberfläche auf irgend eine andere Art, so auf dem Papiere entworfen werden, daß es dem Originale auf der Kugel vollkommen entspräche. Man begnügt sich daher

her in der mathematischen Geographie mit perspectivischen Entwürfen der Erdoberfläche, oder mit anderen, wodurch sonst gewisse Absichten erreicht werden können, und befriedigt sich, wenn die Charten nur nicht zu sehr von dem Urbilde abweichen. Es ist aber hier der Ort nicht, mich in das weitere Detail der geographischen Charten einzulassen, da hier nur von den Gränzen der gemeinen Feldmefskunst die Rede ist.

Indessen erstreckt sich aber diese doch schon auf eine beträchtliche Weite. Denn unsere Erde ist so groß, daß man einen Distrikt von 12 bis 15 Quadratmeilen wohl ohne merklichen Irrthum als eben ansehen, und ihn also nach den Regeln der gemeinen Feldmefskunst vermessen, und auf eine einzige etwa durch die Mitte des Landes gehende Horizontalfläche entwerfen kann. Wenigstens läßt sich alsdann der von der sphärischen Gestalt der Erdoberfläche herrührende Fehler, sehr leicht beurtheilen, wie in der Folge näher erhellen wird.

Von den Zeichnungen sehr großer Stücke der Erdoberfläche s. m. den IVten Theil dieser praktischen Geometrie, welcher auch unter dem Titel: Vollständige und gründliche Anweisung zur Verzeichnung der Land- See- und Himmelscharten (Erlangen 1794) erschienen ist. (Zweite Auflage 1804).

Die

## Die nothwendigsten Kenntnisse eines Feldmesseners.

§. 12. Diese sind:

- 1) Eine vollständige Kenntniß der theoretischen Elementargeometrie, und insbesondere der Lehre von der Aehnlichkeit der Figuren.
- 2) Kenntniß trigonometrischer Rechnungen; ohne welche bey Vermessungen, die nur einigermaßen ins Große gehen, wenig oder gar nichts geleistet werden kann. Hauptsächlich verschaffen die oben benzebrachten trigonometrischen Formeln, viel wichtige Abkürzungen und Vortheile bey allerley in der Feldmestkunst vorkommenden Rechnungen und Untersuchungen.
- 3) Werden auch die ersten Gründe der Algebra von sehr großem Nutzen seyn.
- 4) Da bey geodätischen Arbeiten immer gewisse Linien und Winkel unmittelbar gemessen werden müssen, um andere unbekante Stücke daraus herleiten zu können, so erfordern jene Messungen eine vorzügliche Sorgfalt und Genauigkeit, wenn die daraus hergeleiteten Bestimmungen nicht öfters sehr unrichtig ausfallen sollen. Dazu gehört nicht nur eine gewisse natürliche oder

oder durch Uebung erlangte Fertigkeit in der Behandlung der dazu erforderlichen Werkzeuge, wenn grobe Fehler vermieden werden sollen, sondern es muß

- 5) der Feldmesser auch genau die Natur und Einrichtung der Werkzeuge kennen, mit denen er Messungen anstellt: Er muß ihre Fehler zu beurtheilen und zu prüfen wissen.

Fehler, die eine ungeschickte Behandlung der Werkzeuge zum Grunde haben, werden allemal auf Rechnung des Feldmessers gesetzt: Hingegen solche Fehler, die aus der Unvollkommenheit der Werkzeuge (z. E. bey einem Winkelmesser, aus der Unmöglichkeit, einen Kreis völlig genau einzutheilen u. s. w.) entspringen, kann wohl kein Feldmesser vermeiden: Er muß aber doch wenigstens aus der Natur eines Instruments mit einiger Wahrscheinlichkeit zu beurtheilen wissen, wie genau er mit demselben messen könne, und ob die unvermeidlichen Fehler in den gemessenen Stücken, auf die Bestimmung der unbekanntes, einen beträchtlichen Einfluß haben, oder nicht.

Eine vorzügliche Sorgfalt erfordern die Winkelmessenden Werkzeuge.

Mit

Mit einem Worte, er muß den Grad der Zuverlässigkeit einer Vermessung, wenn es verlangt wird, anzugeben wissen.

- 6) Bey einer jeden Messung ist es Pflicht des Geometers, die Arbeit baldmöglichst zu beendigen. Er muß also mit Plan und Ordnung zu Werke gehen, nichts überflüssiges messen, und eine gute Auswahl der unmittelbar zu messenden Linien und Winkel zu treffen wissen. Die Stücke, die man unmittelbar mißt, müssen ein schickliches Verhältniß gegen die daraus herzuleitenden Bestimmungen haben, sich bequem messen lassen, und den möglichsten Grad der Genauigkeit beym Fortgange der Messung gewähren, damit man nicht nöthig habe, immer wieder viel andere Stücke zu messen, blos um vorgefallene Fehler aufzusuchen und zu verbessern, welches oft eine sehr mißliche Sache ist, und einen unnützen Zeit- und Kostenaufwand verursacht. Noch unverzeihlicher ist es, wenn eine Arbeit aus eigennütigen Absichten nicht gefördert wird, wie leider sehr oft der Fall ist.
- 7) Da eine genaue Messung der Linien und Winkel immer die Hauptsache in der praktischen Geometrie ist, so muß der Feldmesser nicht

allein die Fehler kennen, welche von der Unvollkommenheit der Werkzeuge herrühren, sondern sich auch um allerley physikalische Ursachen bekümmern, welche unsere Messungen unsicher machen, und besonders bey wichtigen Vermessungen alle Aufmerksamkeit verdienen.

Dahin gehören z. B.

- a) Fehler, die von der Undeutlichkeit entfernter Gegenstände herühren: Daß weit wegliegende Gegenstände uns undeutlich erscheinen, liegt theils in der innern Beschaffenheit unseres Auges (wovon die weitere Erklärung in die Optik gehört) theils in der geringen Größe des Winkels, unter welchem entfernte Gegenstände oder Theile derselben dem Auge erscheinen (des optischen oder Sehwinkels) theils in der Schwächung des von ihnen herkommenden Lichtes in der Atmosphäre, und in mehr andern Umständen, die hier nicht alle erklärt werden können.

Die Folge aber hieraus, ist diese:

Wenn man in einer gewissen Entfernung ein kleines Object, das z. B. unter einem Winkel von einer Minute ins Auge fällt,

fällt, nicht mehr deutlich erkennen kann, so mögen z. B. die Dioptern eines Winkelmessers oder Nestisches, nach dem Augenmaasse zu urtheilen, noch so genau nach einem solchen Gegenstande gerichtet zu seyn scheinen, so bleibt es dennoch mit der Ungewißheit einer Minute unentschieden, ob man die Dioptern nicht noch um etwas verrücken soll.

- b) Fehler, die von den Strahlensbrechungen herrühren. Ein Lichtstrahl, der nemlich von einem erhabenen Objecte durch die Luft in unser Auge kömmt, geht in keiner geraden Linie fort; und daher erfordern besonders Winkel, die solche Gegenstände an unserm Auge machen, einige Verbesserungen. (m. s. unten S. 200.)
- c) Fehler, die von der Voraussetzung herrühren, daß alle Mittagslinien, wie auch die Richtungen der Magnetnadel, sich beständig parallel sind. Doch hierüber werde ich mich erst in der Folge näher erklären können. (S. 117 u.)
- g) Ueberhaupt sind aber auch aus der Ursache einem Geometer die vornehmsten Kenntniße der Naturlehre wichtig, weil verschiedene Vorrichtungen an den Werkzeugen, wie auch einige praktische Arbeiten selbst, ohne sie nicht gehörig verstanden werden können.

Insbefondere sind die optischen Wissenschaften von sehr grossem Gebrauche in der Feldmesskunst. Auf ihnen beruht die Vervollkommnung der Winkelmessenden Werkzeuge durch Fernröhre und durch Micrometer die man in denselben anbringt, der so nützliche Gebrauch der Spiegelfertanten und ähnlicher catoptrisch: dioptrischen Werkzeuge, wie in der Folge mit mehreren erschellen wird.

Auf andern physischen Lehren beruhen oft nützliche Ausmessungsmethoden z. B. das Höhenmessen vermittelst des Barometers, die Bestimmung der Weiten durch Hülfe des Schalles, durch Pulversignale u. dergl.

Lambert hat in seinen vortreflichen Beyträgen zur practischen Geometrie nicht nur die Data und Hülfsmittel aufgezählt, die die Feldmesskunst aus der Physik erhält, sondern auch den Grad ihrer Genauigkeit und die Absicht bey ihrem Gebrauche zu bestimmen gesucht. M. s. dessen Beyträge zum Gebrauche der Mathematik. Berlin 1769: 1772. 3 Theile, im ersten Theile S. 87. u. ff.

- 9) In sofern alle geometrischen Werkzeuge nach Beschaffenheit ihrer innern Einrichtung, ih:  
Mayer's pr. Geometr. I. Th. D rer

rer Abtheilungen u. s. w. bey den Messungen grössere oder kleinere Fehler zulassen, muß der Geometer immer dasjenige Werkzeug auszuwählen wissen, welches dem Zwecke und dem Grade der Genauigkeit der damit vorzunehmenden Messungen am angemessensten, nicht zu zusammengesetzt, im ganzen sowohl, als in allen seinen Theilen fleißig ausgearbeitet, dauerhaft, und wo möglich, zu mehreren als einem Endzwecke, dienlich ist.

- 10) Denn es ist klar, daß man bey jeder Vermessung sich allemal nach dem Grade ihrer Wichtigkeit verhalten müsse. Man muß zu beurtheilen wissen, in welchen Fällen es sich der Mühe verlohnt, mehr oder weniger Genauigkeit zu beobachten, und in wie ferne man dadurch unnöthige Arbeit und Kosten ersparen könne.

Wenn z. B. ein Feldmesser bey der Ausmessung eines kleinen Ackers oder Wiesenstücks so angstlich in der haarscharfen Messung aller Linien und Winkel verfahren, und dabey so kostbare Werkzeuge anwenden wollte, als bey weitläufigen Landesvermessungen oft nöthig ist, so würde dies eine Mühe seyn, die ihm Niemand belohnen würde. Ja es würde eine Thorheit seyn, wenn er hiebey so viel Sorgfalt und Genauigkeit anwenden wollte. Aber

Aber je mehr eine Messung ins Große geht, desto mehr hat er Ursache, auf alle Fehler Rücksicht zu nehmen, die vom Visiren, von der Unvollkommenheit der Werkzeuge u. d. gl. herrühren können, und desto weniger darf er sich vorsehlich kleine Fehlerchen erlauben, deren Folge oft sehr beträchtlich ist.

### Noch einige nothwendige Erinnerungen.

§. 13. I) Ich habe schon im vorhergehenden gesagt, daß man auf dem Felde nicht mehrere Stücke unmittelbar zu messen braucht, als zur Bestimmung der unbekanntenen, unzugänglich erfordert werden.

Indessen pflegt man doch unterweilen einige Stücke auszumessen, die zwar an sich überflüssig sind; aber aus welchen man den Grad der Zuverlässigkeit einer Vermessung beurtheilen will.

Hätte man z. B. in einem Dreiecke auf dem Felde, zwei Seiten nebst dem eingeschlossenen Winkel gemessen, so reichen zwar diese Data zu, um den ganzen Triangel auf dem Papiere zu verzeichnen, und die übrigen unbekanntenen Theile desselben entweder durch Zeichnung oder Rechnung zu finden.

Wäre aber in Messung der erwähnten drey Stücke irgendwo ein Fehler begangen worden, so würde sich dieses zeigen, wenn man in dem Dreyecke noch ein viertes Stück mässe, und solches mit eben dem Stücke vergliche, wie es sich aus den erstern drey ergebenen nach der Construction oder Rechnung ergäbe. Zeigte sich, daß dieses zum Ueberflus gemessene vierte Stück des Dreyecks, mit der Berechnung nicht übereinstimmt, so sind folgende drey Fälle möglich.

Entweder ist bloß in den drey ersten Datis, die zur Bestimmung des Dreyecks nothwendig waren, ein Fehler vorgefallen.

Oder: Die ersten drey Data sind richtig gemessen worden, und es ist nur ein Fehler in dem zur Prüfung der Arbeit gemessenen Stücke begangen worden.

Oder: man hat, sowohl in der Messung der erstern drey, als auch des vierten Stück's gefehlet.

Findet der erste Fall statt, so würde freylich das vierte richtig gemessene Stück, die fehlerhafte Bestimmung der erstern drey anzeigen.

Ben dem zweyten und dritten Falle würde sich aber aus dem zur Prüfung gemessenen

senen Stücke, nichts auf die Richtigkeit der ganzen Arbeit schliessen lassen. Wir folgern also hieraus, daß, wenn man aus einigen zum Ueberflus gemessenen Dingen, über die Richtigkeit einer ganzen Vermessung soll urtheilen können, man solche Stücke selbst mit aller möglichen Sorgfalt bestimmen müsse. Die Vergleichung des zur Prüfung einer Arbeit gemessenen Stückes, mit eben demselben, wie es sich durch Rechnung oder Zeichnung ergeben hat, zeigt nun zwar gewöhnlich, ob ein Fehler in der Vermessung vorgefallen, aber nicht, wo derselbe begangen worden. Daher oft mehrere Stücke zur Prüfung einer Arbeit gemessen werden müssen.

II) Es läßt sich leicht zeigen, daß ein Fehler, der in Messung der gegebenen, oder willkürlichen Theile einer Figur vorgefallen ist, nicht durchgehends auf jedes der daraus herzuleitenden Stücke gleich großen Einfluß hat: sondern daß die Folge eines Fehlers, bald größer bald kleiner ausfällt, je nachdem die Theile einer Figur diese oder jene Lage gegen einander haben. Es kann sich also zutragen, daß man gerade ein Stück zur Prüfung misset, auf welches die begangenen Fehler, gar keinen Einfluß gehabt. — Wie würde sich also aus einem solchen Stücke beurtheilen lassen, ob irgendwo in der Figur eine Unrichtigkeit stecke?

Ue:

Ueberhaupt muß also ein Feldmesser ohn-  
gefähr wissen, dasjenige Stück zur Prü-  
fung auszuwählen, auf welchem die Folge  
der begangenen Fehler am sichtbar-  
sten ist, und woraus sich am meisten etwas  
auf die Richtigkeit des Ganzen schliessen  
läßt.

III) Ließe sich in jedem Falle, wirklich die  
wahre Größe des Fehlers angeben, den man  
bey der Ausmessung eines gewissen Stückes  
begangen hätte, so würde man ohne Schwier-  
igkeit die auf die ganze Figur ersorgende  
Verbesserung berechnen können, und es  
würde so gut seyn, als wenn man gar kei-  
nen Fehler begangen hätte, wenn man des-  
sen Größe kenne.

Allein da eben diese, bey allen practi-  
schen Arbeiten vorkommenden, und nicht zu  
vermeidenden Fehler bald größer bald klei-  
ner seyn können, so bleibt weiter kein  
Hilfsmittel als folgendes übrig:

Man nimmt an, daß man einen Feh-  
ler begangen hat, beurtheilt dessen Mög-  
lichkeit, und wahrscheinliche Größe, aus  
der Einrichtung und Schärfe der Werkzeug-  
ge, mit denen man gemessen hat, und schätzt  
daraus dessen Folge, in Absicht auf die  
ganze Figur: das will sagen: Wenn man  
sich z. B. eines Winkelmessers bediente,  
bey dem man für einen Fehler von 2'  
nicht

nicht gut stehen könnte, so nimmt man an, man begehe bey der Messung eines jeden Winkels einen Fehler von 2', berechnet nun, was daraus in Absicht der unbekanntten Stücke und der ganzen Figur für eine Unrichtigkeit erfolgen kann, und schätzt also daraus die größte mögliche Zuverlässigkeit einer Vermessung. Denn ob man gleich vielleicht einen kleinern Fehler als von 2' begehen kann, so ist man doch darinnen ungewiß, wenn das Werkzeug keine größere Genauigkeit zuläßt. Aus der Möglichkeit, einen solchen Fehler zu begehen, muß man also den Grad der Zuverlässigkeit beurtheilen.

IV) Die Theorie von den Folgen der Fehler ist daher unstreitig für jeden Feldmesser der sich nur etwas über die gemeinsten Kenntnisse erheben will, von der größten Wichtigkeit, indem er daraus beurtheilen lernt, auf welche Stücke einer Figur er seine besondere Aufmerksamkeit zu richten hat, um der ganzen Messung den erforderlichen Grad der Zuverlässigkeit zu verschaffen, und den Einfluß der unvermeidlichen Fehler möglichst zu vermindern. Von diesen und mehreren hiermit in Verbindung stehenden Betrachtungen, wird in der Folge ebenfalls das Nöthige bengebracht werden.