



Thomas Glanzer-Unterscheider, BSc

## **Schnittgrößenumlagerungen bei Rahmenbrücken**

### **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften – Konstruktiver Ingenieurbau

eingereicht an der

**Technischen Universität Graz**

Betreuer

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue

Dipl.-Ing. Dipl.-Ing. Michael Mayer, BSc

Institut für Betonbau

Lessingstraße 25, 8010 Graz

## **EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

---

Datum

---

Unterschrift

# Danksagung

An dieser Stelle bedanke ich mich bei den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts für Betonbau der TU Graz für die Unterstützung beim Verfassen dieser Arbeit. Besonderer Dank gilt Herrn Prof. Nguyen Viet Tue, der mein Interesse am Betonbau durch zahlreiche interessante Lehrveranstaltungen geweckt hat und mir schlussendlich ermöglichte, eine Masterarbeit in diesem Gebiet zu verfassen.

Besonders hervorheben möchte ich ebenso meinen Betreuer Michael Mayer. Danke für die vielen aufschlussreichen Diskussionen und Deine kompetente Unterstützung beim Erstellen dieser Arbeit.

Des Weiteren bedanke ich mich bei meiner Familie, die mich während meiner gesamten Studienzeit unterstützte.

Ebenfalls danke ich meiner Freundin Melanie, die mir stets zur Seite stand und mich in allen Belangen unterstützte.

Abschließend gilt mein Dank auch allen Freunden, die ich im Laufe meines Studiums kennenlernen durfte. Dank ihnen bleibt dieser Lebensabschnitt in sehr schöner Erinnerung.

# Kurzfassung

**Titel:** Schnittgrößenumlagerungen bei Rahmenbrücken

**Stichworte:** Umlagerung, Rahmentragwerk, Integralbrücke, ATENA

Im Brückenbau ist seit geraumer Zeit ein wachsendes Interesse an der Integralbauweise zu beobachten. Da bezüglich des Tragverhaltens von Rahmenbrücken Forschungsbedarf besteht, zielt diese Arbeit auf eine detaillierte Untersuchung dessen ab.

Das Augenmerk wird zum einen auf die Auswirkungen unterschiedlicher Bewehrungsgrade und zum anderen auf die Boden-Bauwerksinteraktion gelegt. Dazu werden mehrere nichtlineare Berechnungen mit der FE-Software ATENA 2D durchgeführt und die Ergebnisse gegenübergestellt. Zur Analyse von Schnittgrößenumlagerungen und deren Entstehung werden zudem umfangreiche Vergleiche mit linear elastischen Berechnungen angestellt.

Im Vergleich zu linear elastischen Berechnungen ist eine Erhöhung der Normalkraft im Rahmenriegel bei nichtlinearen Berechnungen feststellbar. Diese resultiert aus der behinderten Schwerachsendehnung des Überbaus. Der Normkraftzuwachs zieht einen betragsmäßigen Anstieg des Stützmoments nach sich. Dies hat zur Folge, dass bei der Bemessung der Rahmenecke mit linear elastischen Schnittgrößen das Stützmoment unterschätzt wird. Die Tragsicherheit ist jedoch weiterhin gegeben, da die zusätzliche Normalkraft das aufnehmbare Moment erhöht. Momentenumlagerungen, die sich aufgrund von Steifigkeitsänderungen im System ergeben, können anhand einer Bereinigung ermittelt und mit der plastischen Rotation der Rahmenecke in Verbindung gebracht werden. Ergänzend wird mit den nichtlinear ermittelten Schnittgrößen die Dehnsteifigkeit im Rahmenriegel abgeschätzt.

# Abstract

**Title:** Load redistributions in frame bridges

**Keywords:** load redistribution, frame construction, integral concrete bridges, ATENA

In recent years, a growing interest in the integral construction method has developed. Due to a need for research regarding the load-bearing behavior of frame bridges, this thesis aims at a detailed investigation into this topic.

On the one hand, the focus is on the impacts of different reinforcement ratios and, on the other hand, on the interaction between the bridge and the foundation ground. For this purpose, the results, which have been computed with the FE-software ATENA 2D, are evaluated and compared. By using linear elastic calculations, extensive comparisons are performed in order to analyze the redistribution of internal forces and their origin.

By comparing non-linear and linear elastic calculations, an increase in the normal force of the frame beam is identifiable. It occurs due to the restrained elongation of the system axis. This increase causes a rise of the bending moment. Consequently, a design of the frame corner with linear elastic internal forces is underestimating the realistic bending moment. However, the bearing capacity is still given, as the additional normal force increases the bending resistance. Due to changes in the stiffness of the system, moment redistributions are determined by means of an adjustment. These adjusted redistributions can be associated with the plastic rotation of the frame corner. Additionally, the non-linearly determined internal forces are used to estimate the extensional stiffness of the superstructure.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Stand der Technik</b>	<b>3</b>
2.1. Berechnungsverfahren zur Schnittgrößenermittlung . . . . .	3
2.1.1. Lineare Schnittgrößenermittlung . . . . .	3
2.1.2. Nichtlineare Schnittgrößenermittlung . . . . .	4
2.1.3. Verfahren auf Grundlage der Plastizitätstheorie . . . . .	4
2.2. Schnittgrößenumlagerungen . . . . .	5
2.2.1. Vorgang der Schnittgrößenumlagerung . . . . .	5
2.2.2. Schnittgrößenumlagerungen nach [OEN 1992-1-1; 2015] . . . . .	6
2.2.3. Schnittgrößenumlagerungen nach [DIN 1045-1; 2008] . . . . .	7
2.3. Plastische Rotation . . . . .	8
2.3.1. Biegeanteil der plastischen Rotation . . . . .	9
2.3.2. Schubanteil der plastischen Rotation . . . . .	10
2.3.3. Einflussparameter auf die plastische Rotationsfähigkeit . . . . .	11
2.3.4. Vereinfachter Nachweis der plastischen Rotation nach Norm . . . . .	13
2.4. Verformungsberechnungen im Stahlbetonbau . . . . .	14
2.4.1. Vereinfachte Methoden zur Verformungsberechnung . . . . .	15
2.4.2. Verformungsberechnung mit nichtlinearer FE-Software . . . . .	19
2.5. Konstruktive Vorgaben . . . . .	19
2.5.1. Betondeckung gemäß [OEN1992-1-1; 2015] . . . . .	20
2.5.2. Biegerollendurchmesser . . . . .	20
2.5.3. Konstruktive Bewehrung im Rahmeneck . . . . .	21
<b>3. Systembildung für nichtlineare Berechnungen</b>	<b>22</b>
3.1. Statisches System . . . . .	23
3.1.1. Konstruktive Durchbildung . . . . .	23
3.1.2. Querschnittsabmessungen . . . . .	24
3.1.3. Längsbewehrung . . . . .	24
3.1.4. Querkraftbewehrung . . . . .	26
3.1.5. Auflagerabbildung . . . . .	27
3.2. Materialmodell Beton . . . . .	28
3.2.1. SBETA Betonmodell ATENA . . . . .	28
3.2.2. Effektive Betondruckfestigkeit unter mehraxialer Druckbeanspruchung	32
3.2.3. Grenzdehnung unter mehraxialer Druckbeanspruchung . . . . .	34

3.3.	Materialmodell Bewehrungsstahl . . . . .	36
3.3.1.	Multi-line Stahlmodell . . . . .	36
3.3.2.	Verbundgesetz . . . . .	37
<b>4.</b>	<b>Numerische Untersuchungen</b>	<b>38</b>
4.1.	Modellkalibrierung anhand einer Versuchsnachrechnung . . . . .	38
4.1.1.	Kalibrierung des Betonmodells gemäß [Schroeckmayr; 2019] . . . . .	38
4.1.2.	Nachkalibrierung weiterer Parameter . . . . .	39
4.2.	Festlegung von Versagenskriterien . . . . .	39
4.2.1.	Betonversagen durch Erreichen der Grenzstauchung . . . . .	40
4.2.2.	Stahlversagen durch Erreichen der Grenzdehnung . . . . .	40
4.3.	Auswertung . . . . .	41
4.3.1.	Momente . . . . .	42
4.3.2.	Normalkräfte . . . . .	42
4.3.3.	Rotation . . . . .	43
4.4.	Ergebnisse . . . . .	44
4.4.1.	Vergleich der Systemtraglast . . . . .	44
4.4.2.	Fließbeginn und Versagen . . . . .	45
4.4.3.	Rahmeneckbereich . . . . .	47
4.4.4.	Vergleich der Verformungsfiguren . . . . .	48
4.4.5.	Auswirkungen der Horizontalfedersteifigkeiten in nichtlinearen Berechnungen . . . . .	51
4.4.6.	Vergleich der Schnittgrößen zwischen nichtlinearen und linear elastischen Berechnungen . . . . .	54
4.4.7.	Momentenentwicklung und Momentenumlagerungen . . . . .	56
4.4.8.	Bereinigung der Momente . . . . .	59
4.4.9.	Schnittgrößenumlagerung mit bereinigten Momenten . . . . .	61
4.4.10.	Steigerung der Normalkraft bei nichtlinearen Berechnungen . . . . .	63
4.4.11.	Plastisches Rotationsvermögen der Rahmenecke . . . . .	66
<b>5.</b>	<b>Abschätzung der Schnittgrößen bei unterschiedlicher Stielhöhe</b>	<b>70</b>
5.1.	Systembildung zur Abschätzung der Schnittgrößen . . . . .	70
5.1.1.	Materialmodelle . . . . .	71
5.1.2.	Durchführung . . . . .	71
5.2.	Ergebnisse . . . . .	71
<b>6.</b>	<b>Abschätzung der Dehnsteifigkeit im Rahmenriegel</b>	<b>73</b>
6.1.	Systembildung: Nichtlineare Querschnittsbetrachtung . . . . .	73
6.1.1.	Materialmodell Beton INCA2 . . . . .	73
6.1.2.	Materialmodell Stahl INCA2 . . . . .	74
6.2.	Numerische Querschnittsberechnungen . . . . .	75
6.2.1.	Durchführung . . . . .	75

6.3. Ergebnisse . . . . .	76
6.3.1. Unterschied der Systemlängen . . . . .	76
6.3.2. Dehnsteifigkeiten . . . . .	77
<b>7. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>80</b>
<b>Anhang</b>	<b>89</b>
A. Querkraftbemessung gemäß [OEN1992-1-1; 2015] . . . . .	89
B. Berechnungsergebnisse aller Modelle . . . . .	90
B.1. Modell $\rho_l = 0.4\%$ , $k_h = 22.5\text{MN/m}$ . . . . .	90
B.2. Modell $\rho_l = 0.6\%$ , $k_h = 22.5\text{MN/m}$ . . . . .	91
B.3. Modell $\rho_l = 0.8\%$ , $k_h = 22.5\text{MN/m}$ . . . . .	91
B.4. Modell $\rho_l = 1.0\%$ , $k_h = 22.5\text{MN/m}$ . . . . .	92
B.5. Modell $\rho_l = 1.2\%$ , $k_h = 22.5\text{MN/m}$ . . . . .	93
B.6. Modell $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ , $k_h = 22.5\text{MN/m}$ . . . . .	93
B.7. Modell $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ , $k_h = 22.5\text{MN/m}$ . . . . .	94
B.8. Modell $\rho_l = 0.8\% - 1.2\%$ , $k_h = 22.5\text{MN/m}$ . . . . .	95
B.9. Modell $\rho_l = 1.2\% - 0.8\%$ , $k_h = 22.5\text{MN/m}$ . . . . .	95
B.10. Modell $\rho_l = 0.4\%$ , $k_h = 45\text{MN/m}$ . . . . .	96
B.11. Modell $\rho_l = 0.6\%$ , $k_h = 45\text{MN/m}$ . . . . .	97
B.12. Modell $\rho_l = 0.8\%$ , $k_h = 45\text{MN/m}$ . . . . .	97
B.13. Modell $\rho_l = 1.0\%$ , $k_h = 45\text{MN/m}$ . . . . .	98
B.14. Modell $\rho_l = 1.2\%$ , $k_h = 45\text{MN/m}$ . . . . .	99
B.15. Modell $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ , $k_h = 45\text{MN/m}$ . . . . .	99
B.16. Modell $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ , $k_h = 45\text{MN/m}$ . . . . .	100
B.17. Modell $\rho_l = 0.8\% - 1.2\%$ , $k_h = 45\text{MN/m}$ . . . . .	101
B.18. Modell $\rho_l = 1.2\% - 0.8\%$ , $k_h = 45\text{MN/m}$ . . . . .	101
B.19. Modell $\rho_l = 0.8\%$ , $k_h = 90\text{MN/m}$ . . . . .	102
B.20. Modell $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ , $k_h = 90\text{MN/m}$ . . . . .	103
B.21. Modell $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ , $k_h = 90\text{MN/m}$ . . . . .	103
B.22. Modell $\rho_l = 0.8\%$ , $k_h \gg$ . . . . .	104
B.23. Modell $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ , $k_h \gg$ . . . . .	105
B.24. Modell $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ , $k_h \gg$ . . . . .	105

# 1. Einleitung

Die Entwicklung des Brückenbaus der letzten Jahre zeigt, dass vermehrt integrale Brückentragwerke zum Einsatz kommen. Als Integralbrücken werden jene bezeichnet, bei denen der Überbau monolithisch mit dem Unterbau verbunden ist. Im Gegensatz zu konventionellen Brückentragwerken besteht bei einer solchen Ausführung der Vorteil, dass die wartungsinintensiven Lager- und Übergangskonstruktionen entfallen. Die Ausführung einer Brücke als Rahmentragwerk bedingt jedoch eine Boden-Bauwerksinteraktion, die sich in weiterer Folge auf die Schnittgrößen auswirkt. Ebenso beeinflusst werden diese Schnittgrößen vom Risszustand des statisch unbestimmten Rahmentragwerks und den daraus resultierenden Biegesteifigkeiten.

Am Institut für Betonbau der Technischen Universität Graz wurden bereits umfangreiche Studien und Forschungsprojekte zur Integralbauweise durchgeführt. In Bezug auf Schnittgrößenumlagerungen wird angenommen, dass Rahmensysteme ein ähnliches Verhalten wie Durchlaufträger aufweisen. Dies würde bedeuten, dass bei Rahmensystemen entsprechende Tragreserven ausgenutzt werden könnten und dadurch eine wirtschaftlichere Bemessung möglich wäre.

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführte Literaturrecherche zeigt jedoch, dass Schnittgrößenumlagerungen bei Rahmensystemen zumeist nicht erwähnt werden. Lediglich in der [DIN 1045-1; 2008] wird eine Begrenzung der Umlagerung der Schnittgrößen bei Rahmenbrücken mit  $\delta = 0.9$  angegeben.

Einen Vergleich des plastischen Rotations- und Umlagerungsvermögens stellt [Schroeckmayr; 2019] an. Darauf aufbauend wird in der vorliegenden Arbeit das Ziel verfolgt, die Einflüsse der Boden-Bauwerksinteraktion zu verifizieren. Gleichzeitig wird auf eine Analyse des Tragverhaltens bei unterschiedlichen Bewehrungsgraden abgezielt. Die Auswirkungen verschiedener Bodensteifigkeiten und Bewehrungsgrade auf die Schnittgrößen werden dabei in den Fokus der Untersuchungen gestellt. Ebenso wird das Augenmerk auf die Rissbildung, die eine Reduzierung der Biegesteifigkeiten zur Folge hat, und die daraus resultierenden Schnittgrößenumlagerungen bei Rahmensystemen gelegt.

Das in der vorliegenden Arbeit untersuchte Bauwerk stellt eine als Vollplatte modellierte Rahmenbrücke dar. Um eine entsprechende Analyse dieses Rahmensystems vornehmen zu können, werden linear elastische und nichtlineare Systemberechnungen sowie nichtlineare Querschnittsbetrachtungen durchgeführt.

Im Zuge der Analyse kommen fünf verschiedene Programme zur Anwendung. Für linear elastische Systemberechnungen wird die Software RuckZuck eingesetzt, die der Berechnung von Stabstatiken dient. Des Weiteren wird zur nichtlinearen Systemberechnung ATENA 2D herangezogen. Dieses Finite Elemente-Programm wurde speziell für die Untersuchung von Stahlbetonstrukturen entwickelt. ATENA ermöglicht eine explizite Abbildung der Risse auf Basis eines in der Bruchmechanik hergeleiteten Modells. Darüber hinaus wird zur nichtlinearen Querschnittsberechnung das Programm INCA 2 genutzt, mit dem beliebig zusammengesetzte Massivbauquerschnitte interaktiv berechnet werden können. Ebenso kommt die Programmierungssoftware MATLAB zum Einsatz, mit der die Daten verarbeitet, aufbereitet und ausgewertet werden. Zur Nachbearbeitung der dargestellten Abbildungen wird schließlich die CAD-Software AUTOCAD 2021 verwendet.

Die vorliegende Arbeit ist in sieben Kapitel gegliedert. Um die oben definierte Zielsetzung verfolgen zu können, werden im nachfolgenden Kapitel 2 zunächst die Grundlagen unterschiedlicher Berechnungsverfahren zur Schnittgrößenermittlung erläutert, der Hintergrund der Schnittgrößenumlagerungen beschrieben und die normativen Anwendungsregeln dargestellt. Ebenso werden die Grundlagen zur plastischen Rotation aufbereitet, welche als Voraussetzung für die Umlagerungen der Schnittgrößen gelten. Darauffolgend werden Verformungsberechnungen im Bereich des Stahlbetonbaus thematisiert und konstruktive Vorgaben dargelegt. Im Zentrum des dritten Kapitels steht die Auseinandersetzung mit der gewählten Modellabbildung sowie den verwendeten Materialgesetzen und deren Besonderheiten. Im folgenden Kapitel 4 wird zuerst eine Kalibrierung des Betonmodells vorgenommen, ehe Versagenskriterien definiert werden und auf die Auswertung der Daten eingegangen wird. Die Berechnungsergebnisse werden anschließend gegenübergestellt und interpretiert. In Kapitel 5 werden basierend auf den Ergebnissen aus Kapitel 4 die Schnittgrößen bei weiteren Rahmensystemen abgeschätzt. Anschließend beinhaltet Kapitel 6 eine Abschätzung der Dehnsteifigkeit im gerissenen Zustand. Den Abschluss dieser Arbeit bildet Kapitel 7, das der zusammenfassenden Darstellung der in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse dient.

## 2. Stand der Technik

Um entsprechende Untersuchungen zu den eingangs erwähnten Themen durchführen zu können, werden in diesem Kapitel die erforderlichen Grundlagen aufbereitet. Zunächst werden die Berechnungsverfahren zur Schnittgrößenermittlung erläutert. Anschließend werden Schnittgrößenumlagerungen und die plastische Rotation thematisiert. Darauffolgend wird ebenso auf die Verformungsberechnung im Stahlbetonbau und auf wesentliche konstruktive Vorgaben eingegangen.

### 2.1. Berechnungsverfahren zur Schnittgrößenermittlung

Im Allgemeinen können drei unterschiedliche Verfahren zur Berechnung von Schnittgrößen bzw. Systemtraglasten angewendet werden. Diese Verfahren bilden die Grundlage dieser Arbeit und werden nachfolgend kurz erläutert.

#### 2.1.1. Lineare Schnittgrößenermittlung

Bei der linearen Schnittgrößenermittlung gilt die lineare Elastizitätstheorie, was bedeutet, dass Verschiebungen, Dehnungen und Verzerrungen am Körper so klein bleiben, dass die einwirkenden Kräfte am unverformten Körper angesetzt werden (geometrische Linearität). Des Weiteren werden auch lineare Stoffgesetze (physikalische Linearität) angewendet und die Werkstoffe sind homogen und isotrop. Damit kann auch das Hook'sche Gesetz ( $\sigma = E \cdot \epsilon$ ) angewandt werden. Der Zusammenhang von Schnittgrößen und Spannungen wird gemäß den Gleichungen Glg. (2.1), Glg. (2.2) und Glg. (2.3) beschrieben.

$$N = \int_A \sigma_x \cdot dA \quad (2.1)$$

$$Q_z = \int_A \tau_{xz} \cdot dA \quad (2.2)$$

$$M_y = \int_A z \cdot \sigma_x \cdot dA \quad (2.3)$$

Darüber hinaus gilt ebenso die Bernoulli Hypothese, welche besagt, dass die Querschnitte eben und senkrecht zur Stabachse bleiben. Mit der allgemeinen Bestimmungsgleichung gemäß Glg. (2.4) wird eine lastunabhängige Steifigkeit angenommen und daher ist das Superpositionsprinzip anwendbar [Koenig & Tue; 2003].

$$E = K \cdot V \quad (2.4)$$

- $E$  Beanspruchung  
 $K$  Proportionalitätsfaktor (Steifigkeit der Querschnitte)  
 $V$  Verschiebung

### 2.1.2. Nichtlineare Schnittgrößenermittlung

Bei der nichtlinearen Schnittgrößenermittlung wird sowohl ein nichtlineares Werkstoffmodell als auch eine geometrische Nichtlinearität in den Berechnungen berücksichtigt. Die Mittelwerte der jeweiligen Materialeigenschaften werden herangezogen und die Arbeitslinien von Beton und Stahl sowie ein Verbundgesetz mit Spannungs-Dehnungsbeziehungen im Berechnungsmodell abgebildet. Im Stahlbeton- und Spannbetonbau ist die Nichtlinearität von sehr großer Bedeutung, da für nichtlineare Untersuchungen bereits vor Beginn der Berechnungen die Lage und Menge der Bewehrung bekannt sein muss. Eine Vorbemessung ist daher unumgänglich. Die allgemeine Bestimmungsgleichung gemäß Glg. (2.5) enthält nun einen Proportionalitätsfaktor  $K_{(V)}$ , der von den Verschiebungen  $V$  abhängig ist. Das Superpositionsprinzip kann dadurch nicht mehr angewandt werden. Dies hat zur Folge, dass jede Lastkombination gesondert berechnet werden muss [Koenig & Tue; 2003].

$$E = K_{(V)} \cdot V \quad (2.5)$$

### 2.1.3. Verfahren auf Grundlage der Plastizitätstheorie

Bei auf der Plastizitätstheorie basierenden Verfahren werden die elastischen Verformungen vernachlässigt. Nach Erreichen der Fließgrenze wird ein plastisches Gelenk mit uneingeschränkter Verformungskapazität ausgebildet. Die Vorgehensweise erfolgt analog zum Kraftgrößenverfahren, jedoch werden anstatt der Verträglichkeitsbedingungen die Einhaltung der Fließbedingung (Statischer Grenzwertsatz) bzw. die Einhaltung der Bruchbedingung (Kinematischer Grenzwertsatz) vorausgesetzt. Bei Flächentragwerken kann mit diesen Verfahren eine realistische Abschätzung der Systemtraglast erzielt werden, jedoch müssen die Schnittgrößen im Gebrauchszustand mit linearen oder nichtlinearen Verfahren ermittelt werden [Koenig & Tue; 2003].

**Bestimmungen nach [OEN 1992-1-1; 2015]:** Für Balken, Rahmen und Platten dürfen Berechnungen nach der Plastizitätstheorie im GZT ohne Nachweis der plastischen Rotation unter Einhaltung der unten angeführten Bedingungen durchgeführt werden. Voraussetzung dafür ist, dass die Duktilität der kritischen Querschnitte für die geplante Plastifizierung ausreicht. Dazu dienen die nachfolgend angeführten Bedingungen.

- Die Zugbewehrungsfläche wird begrenzt, damit das Verhältnis von Druckzonenhöhe zu statischer Nutzhöhe gemäß Glg. (2.6) und Glg. (2.7) eingehalten wird.

$$x_u/d \leq 0,25 \quad \text{für } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (2.6)$$

$$x_u/d \leq 0,15 \quad \text{für } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (2.7)$$

- Bewehrungsstahl der Klasse B oder C muss verwendet werden.
- Das Momentenverhältnis von Stütz- und Feldbereich sollte zwischen 0.5 und 2 liegen.

In Bezug auf Rahmenecken, als kritische Querschnitte bei Rahmensystemen, stellt sich jedoch die Frage, ob eine ausreichende Plastifizierung erreicht werden kann.

## 2.2. Schnittgrößenumlagerungen

Aufgrund der nichtlinearen Materialeigenschaften von Beton und Bewehrungsstahl verändern sich die Steifigkeiten eines Querschnitts lastabhängig. Um die lastabhängigen Steifigkeiten in einem Modell abbilden zu können, sind nichtlineare Berechnungen erforderlich. Da nichtlineare Berechnungen oftmals sehr aufwändig sind, werden Schnittgrößenumlagerungen, welche die Differenz zwischen den linear elastisch ermittelten Schnittgrößen und den tatsächlich vorhandenen Schnittgrößen beschreiben, definiert. Hierzu werden der Umlagerungsfaktor gemäß Glg. (2.8) und der Umlagerungsgrad gemäß Glg. (2.9) eingeführt.

$$\delta = \frac{M_{\text{vorh}}}{M_{\text{el}}} \quad (2.8)$$

$$1 - \delta = \frac{M_{\text{el}} - M_{\text{vorh}}}{M_{\text{el}}} = \frac{\Delta M}{M_{\text{el}}} \quad (2.9)$$

Bei statisch bestimmten Systemen lassen sich die Schnittgrößen durch Bildung des Kräftegleichgewichts, ohne Berücksichtigung der Querschnittssteifigkeiten, bestimmen. Das bedeutet, dass sich bei statisch bestimmten Systemen auch unter Berücksichtigung der nichtlinearen Materialeigenschaften die Schnittgrößen nicht verändern und keine Schnittgrößenumlagerungen möglich sind. Bei statisch unbestimmten Systemen hingegen müssen auch die Querschnittssteifigkeiten für die Berechnung der Schnittgrößen herangezogen werden, da neben den Gleichgewichtsbedingungen auch die Verträglichkeit der Verformung benötigt wird. Daher sind bei statisch unbestimmten Systemen Schnittgrößenumlagerungen möglich. Es ist jedoch immer darauf zu achten, dass sich die umgelagerten Schnittgrößen mit den einwirkenden Lasten im Gleichgewicht befinden.

### 2.2.1. Vorgang der Schnittgrößenumlagerung

Bei der Umlagerung von Schnittgrößen treten mehrere unterschiedliche Phasen auf. Diese werden nachfolgend anhand eines zweifeldrigen Durchlaufträgers gemäß Abb. 2.1 erläutert. Im ungerissenen Zustand I liegt - abgesehen von geringen Unterschieden - bei Berücksichtigung der ideellen Querschnittswerte eine konstante Steifigkeit über die gesamte Trägerlänge vor (a). Mit Beginn der Rissbildung im stärker beanspruchten Stützbereich verringert sich auch dort die Steifigkeit (b). Durch die verringerte Steifigkeit bekommt der schwächer beanspruchte Bereich ‚mehr Last‘ und es kommt zur Umlagerung vom Stütz- in den Feldbereich. Beginnt die Rissbildung auch im schwächer beanspruchten Bereich, so verringert sich auch dort die Steifigkeit (c). Die Umlagerung der Momente sind vom Verhältnis der Biegesteifigkeiten im gerissenen Zustand II abhängig. Bei Fließbeginn im Stützbereich nimmt die Umlagerung von Stütze zu Feld weiter zu, da sich die Steifigkeit im Stützbereich weiter reduziert (d). Die Umlagerung nimmt so lange zu, bis das Verformungsvermögen im stärker beanspruchten

Stützbereich ausgeschöpft ist oder das Fließmoment im weniger beanspruchten Feldbereich erreicht wird.

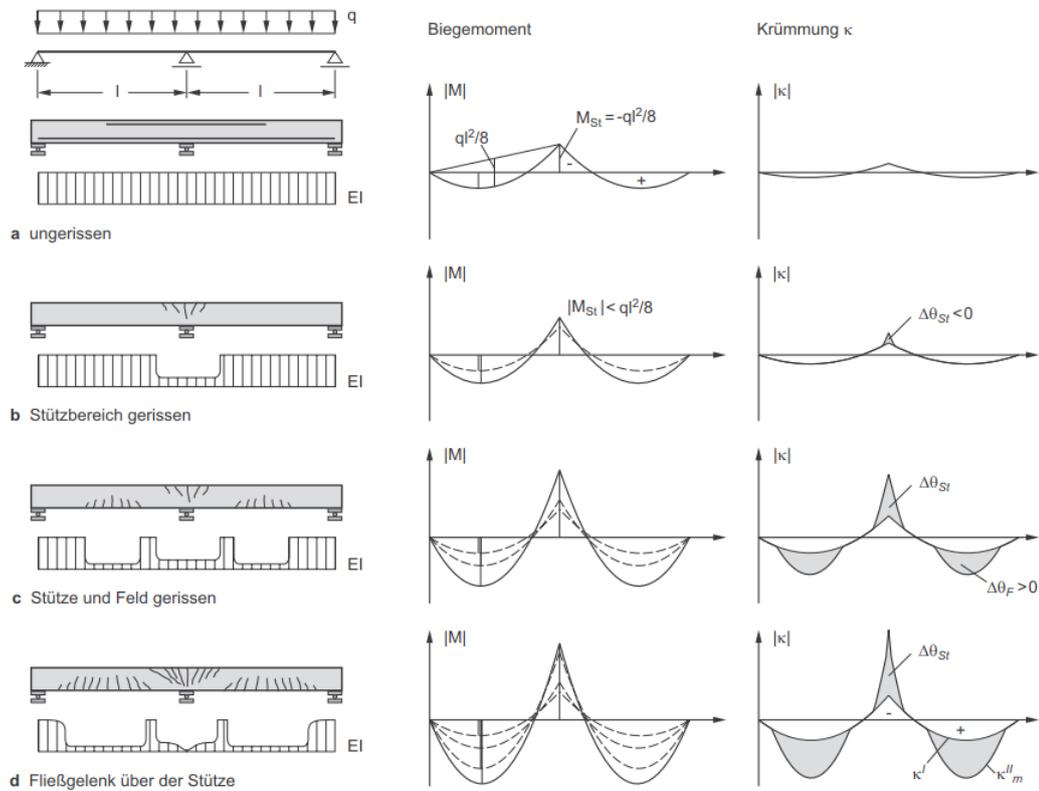


Abb. 2.1.: Tragverhalten eines Zweifeldträgers [Zilch & Zehetmaier; 2008]

Für eine gerechtfertigte Annahme einer Schnittgrößenumlagerung muss das Verformungsvermögen anhand der plastischen Rotation überprüft werden. Eine Möglichkeit, Umlagerungen auch ohne Nachweis der erforderlichen plastischen Rotation ansetzen zu dürfen, wird durch die Einhaltung der Anforderungen aus den jeweils gültigen technischen Normen gemäß Abschnitt 2.2.2 bzw. 2.2.3 gewährt. Die Grundlagen, die Ermittlung und die Einflussparameter der plastischen Rotation werden in Abschnitt 2.3 ausführlich beschrieben.

### 2.2.2. Schnittgrößenumlagerungen nach [OEN 1992-1-1; 2015]

Die ÖNorm gewährt eine begrenzte Umlagerung ohne Nachweis der Rotationsfähigkeit für durchlaufende Balken oder Platten, die vorwiegend biegebeansprucht werden und deren Stützweitenverhältnis benachbarter Felder mit ungefähr gleicher Steifigkeit zwischen 0.5 und 2.0 liegt. Unter Einhaltung der landesspezifischen Werte gemäß [ONB 1992-1-1; 2011] wird der Umlagerungsfaktor gemäß Glg. (2.10) und Glg. (2.11) berechnet. Diese Umlagerung wird gemäß Glg. (2.12) und Glg. (2.13) unter Berücksichtigung der eingesetzten Bewehrungsstahlklasse begrenzt.  $x_u$  beschreibt hier die Druckzonenhöhe im GZT nach der Umlagerung. Umlagerungen bei Ecken von Rahmen aus Spannbeton werden ausgeschlossen. Ebenso werden gemäß [ONB 1992-1-1; 2011] keine Umlagerungen bei verschieblichen Rahmen ohne

Nachweis der Stabilität des Gesamtsystems zugelassen.

$$\delta = 0.44 + 1.25 \cdot \frac{x_u}{d} \quad \text{für } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (2.10)$$

$$\delta = 0.54 + k_4 \cdot \frac{x_u}{d} \quad \text{für } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (2.11)$$

$$\delta \geq 0.8 \quad \text{Bei Verwendung von Betonstahl der Klasse A} \quad (2.12)$$

$$\delta \geq 0.7 \quad \text{Bei Verwendung von Betonstahl der Klasse B und C} \quad (2.13)$$

### 2.2.3. Schnittgrößenumlagerungen nach [DIN 1045-1; 2008]

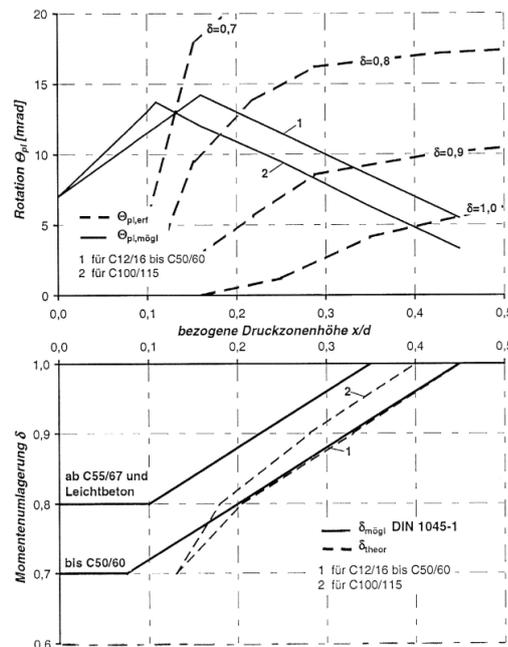
Die in der DIN als zulässig angegebenen Umlagerungen gemäß Glg. (2.14), Glg. (2.15) und Glg. (2.16) gelten für Durchlaufträger mit einem Stützweitenverhältnis zwischen 0.5 und 2.0 bei annähernd gleicher Steifigkeit, für Riegel von unverschieblichen Rahmen und für sonstige vorwiegend biegebeanspruchte Bauteile. Für Eckknoten von unverschieblichen Rahmensystemen ist die Umlagerung mit  $\delta = 0.9$  begrenzt.

$$\delta \geq 0.64 + 0.8 \cdot \frac{x_u}{d} \geq 0.7 \quad \text{für Klasse B und C, bis C50/60} \quad (2.14)$$

$$\delta \geq 0.72 + 0.8 \cdot \frac{x_u}{d} \geq 0.8 \quad \text{für Klasse B und C, ab C55/67} \quad (2.15)$$

$$\delta \geq 0.64 + 0.8 \cdot \frac{x_u}{d} \geq 0.85 \quad \text{für Klasse A, bis C50/60} \quad (2.16)$$

Diese Grenzwerte für die Momentenumlagerung sind aus den Grenzdehnungen von Beton und Bewehrungsstahl abgeleitet. Die maximal mögliche Momentenumlagerung wird gemäß Abb. 2.2 aus dem Schnittpunkt der möglichen Rotation  $\Theta_{pl,mögl}$  und der erforderlichen Rotation  $\Theta_{pl,erf}$  in Abhängigkeit von der bezogenen Druckzonenhöhe  $x/d$  bestimmt.



**Abb. 2.2.:** Vergleich zwischen  $\Theta_{pl,mögl}$  und  $\Theta_{pl,erf}$ , sowie  $\delta$  in Abhängigkeit von der bezogenen Druckzonenhöhe [DAfStb; 2003]

## 2.3. Plastische Rotation

Als plastische Rotation wird gemäß [Koenig & Tue; 2003] das Verformungsvermögen zwischen zwei Momentennullpunkten ab Fließbeginn im höchstbeanspruchten Querschnitt bis zum Erreichen des Bauteilversagens bezeichnet. Das Bauteilversagen kann entweder durch das Erreichen der Grenzdehnung der Bewehrung im Zuggurt oder aber durch das Erreichen der Grenzstauchung des Betons im Druckgurt hervorgerufen werden. Auf die Grenzwerte der Dehnung und Stauchung wird in Abschnitt 3.2 und 3.3 näher eingegangen. Um die plastische Rotation bestimmen zu können, stehen im Wesentlichen zwei Ansätze gemäß Abb. 2.3 zur Verfügung:

- Geometrischer Ansatz: Es werden zwei Sekanten mit einem Abstand von  $\pm x$  durch den Drehpunkt gelegt und deren Differenzwinkel  $\Theta_{\text{geo}}$  bestimmt.
- Differentieller Ansatz:  $\Theta_{\text{diff}}$  wird aus dem Differenzwinkel zwischen zwei Tangenten der Bauteilachse, die bei einem Abstand von  $\pm x$  ihren Ursprung haben, bestimmt. Dieser Winkel entspricht dem Integral der Krümmung von  $-x$  bis  $+x$ .

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird zur Auswertung der plastischen Rotation aus den nicht-linearen Berechnungen lediglich die einfachere Variante des geometrischen Ansatzes verwendet, obwohl der differentielle Ansatz der mechanisch korrekte wäre. Dieser Ansatz wurde auch von [Akkermann & Eibl; 2002] und von [Schroeckmayr; 2019] gewählt. Der Grund dafür liegt darin, dass die plastische Rotation im Rahmeneck ausgewertet werden soll. Da hier jedoch starke Diskontinuitätsbereiche auftreten, stellt die Definition der Querschnittsverkrümmung bei nichtlinearen FE-Berechnungen mit expliziter Rissabbildung ein Problem dar.

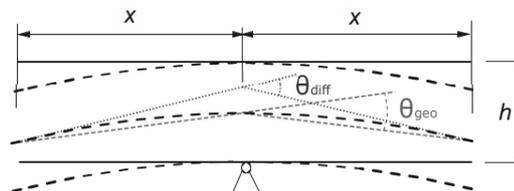


Abb. 2.3.: Ansätze zur Ermittlung der Rotation [Schroeckmayr; 2019]

In weiterer Folge wird auf Parameter eingegangen, die einen Einfluss auf das plastische Rotationsvermögen nehmen.

Mit der Definition des Versatzmaßes ist es möglich, das plastische Rotationsvermögen getrennt nach Biege- und Schubanteil gemäß Glg. (2.17) zu ermitteln. Die Anteile werden anhand der Definition des Biege- und Schubrissgelenks gemäß Abb. 2.4 verdeutlicht.

$$\Theta_{\text{pl,ges}} = \Theta_{\text{pl,Bieg}} + \Theta_{\text{pl,Schub}} \quad (2.17)$$

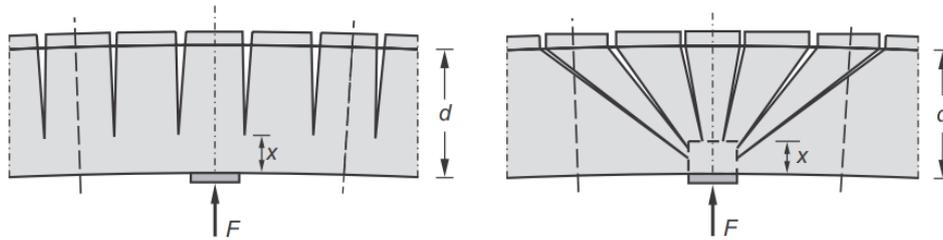


Abb. 2.4.: Biege- und Schubrissgelenk lt. Bachmann [Zilch & Zehetmaier; 2008]

### 2.3.1. Biegeanteil der plastischen Rotation

Der Biegeanteil der plastischen Rotation gemäß Glg. (2.18) ergibt sich aus der Integration der Verkrümmungsdifferenzen zwischen Fließbeginn und Versagen über den Bereich, den die Momentennullpunkte einschließen. Zur Vereinfachung gemäß Abb. 2.5 wird ein Ersatzinfeldträger mit einer Einzellast im Auflager eingeführt, mit dem der Momentenverlauf linearisiert werden kann. Darüber hinaus wird ebenso die Momenten-Krümmungsbeziehung vereinfacht, indem sie polygonal angenähert wird.

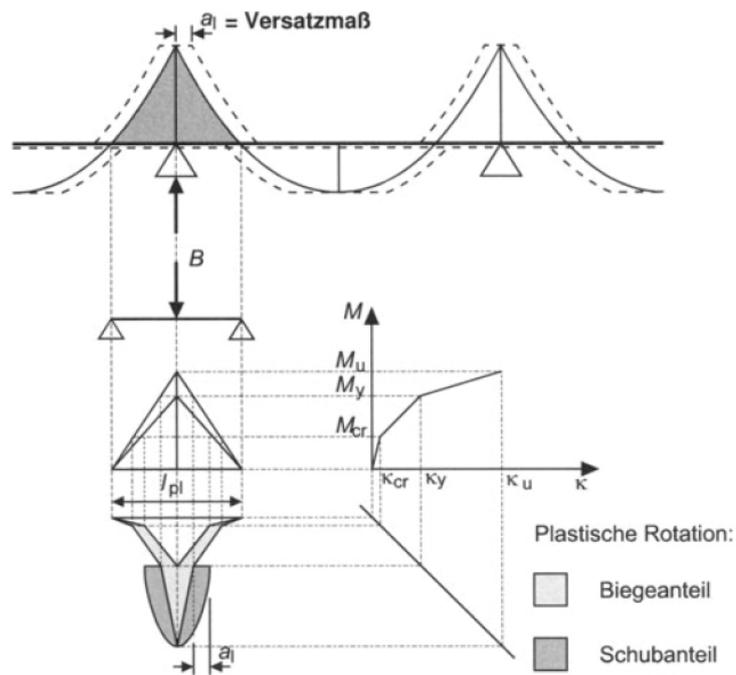


Abb. 2.5.: Modell zur Ermittlung der plastischen Rotation [Koenig & Tue; 2003]

$$\Theta_{\text{pl,Bieg}} = \int_{a_{ql}}^{a_{gr}} \Delta\kappa \cdot dx \quad (2.18)$$

### 2.3.2. Schubanteil der plastischen Rotation

Die Auswirkung der Schrägrissbildung wird durch ein Fachwerkmodell mit geneigten Druckstreben abgebildet. Aus diesem Ansatz resultiert ein Anwachsen der Kraft im Zuggurt, welches mit dem Versatzmaß  $\nu$  gemäß Abb. 2.6 berücksichtigt wird. Dieser Ansatz führt zu einer Vergrößerung der plastischen Bereiche und dadurch zum Anstieg der plastischen Rotation gemäß Abb. 2.5. Sobald die Schubspannung  $\tau_0$  gemäß Glg. (2.19) den Grenzwert  $\tau_{0R}$  gemäß Glg. (2.20) lt. [Dilger; 1966] bzw. Glg. (2.21) lt. [CEB-Manual; 1982] übersteigt, ist davon auszugehen, dass sich fächerförmige Schubrisse bilden. Um den Einfluss der Schubbeanspruchung auf die plastische Rotation zu berücksichtigen, wird die Verkrümmungslinie um das Versatzmaß  $\nu$  verschoben. Das Versatzmaß  $\nu$  gemäß Glg. (2.22) ist abhängig von dem inneren Hebelarm der Gurtkräfte ( $z$ ), der Betondruckstrebenneigung ( $\beta$ ) und der Neigung der Zugstrebe ( $\alpha$ ), welche der Bügelneigung entspricht. In [Koenig et al.; 1999] wird beschrieben, dass bis zum Erreichen des Fließmoments die Rotationsanteile aus Schrägrissbildung nur sehr gering sind. Wird jedoch das Fließmoment erreicht, genügt eine unwesentliche Steigerung der Querkraft zur Bildung von Schrägrissen. Daher wird der Schubanteil erst ab Erreichen des Fließmoments gemäß Abb. 2.5 angesetzt.

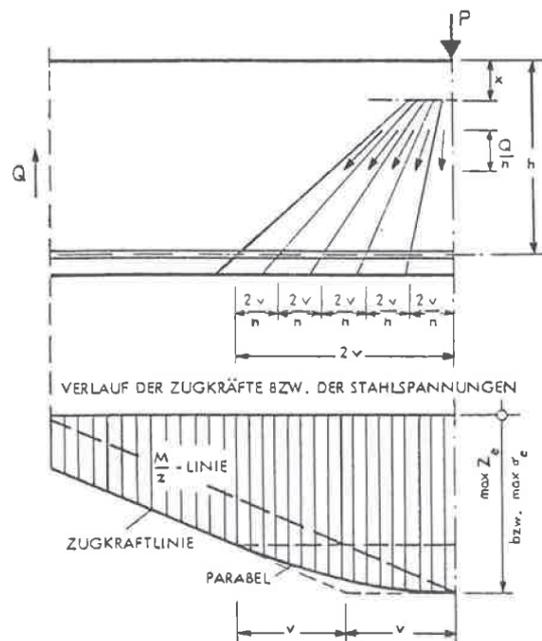


Abb. 2.6.: Entwicklung der Schubrisse nach [Dilger; 1966] aus [Koenig et al.; 1999]

$$\tau_0 = \frac{V}{b_w \cdot z} \quad (2.19)$$

$$\tau_{0R} = \frac{\beta}{30} \quad (2.20)$$

$$\tau_{0R} = 0.05 \cdot f_{cm}^{2/3} \cdot k \cdot (1 + 50 \cdot \rho_l) \cdot (1 + M_0/M_{scht}) \quad (2.21)$$

$$\nu = \frac{z}{2} \cdot (\cot(\beta) - \cot(\alpha)) \quad (2.22)$$

### 2.3.3. Einflussparameter auf die plastische Rotationsfähigkeit

Die plastische Rotationsfähigkeit wird von diversen Parametern beeinflusst. Nachfolgend wird beschrieben, inwiefern sich die Schubslankheit, der mechanische Bewehrungsgrad und die bezogene Druckzonenhöhe auf das plastische Rotationsvermögen auswirken.

Die **Schubslankheit**  $\lambda$  ist bei einem Einfeldträger, der mit einer Einzellast beansprucht wird, als Verhältnis des Abstandes der Einzellast vom Auflager ( $a$ ) zur statischen Nutzhöhe ( $d$ ) gemäß Glg. (2.23) definiert. Der Abstand vom Auflager ( $a$ ) beschreibt gleichzeitig das Verhältnis von Biegemoment und Querkraft, dadurch kann ein äquivalenter Abstand für Gleichstreckenlasten gemäß Glg. (2.24) und Abb. 2.7 ermittelt werden.

Gemäß [Koenig & Tue; 2003] ist die Schubslankheit  $\lambda$  ein Maß für die Länge des plastizierenden Bereichs. Mit größer werdender Schubslankheit nimmt auch die Rotationsfähigkeit des plastischen Gelenks zu.

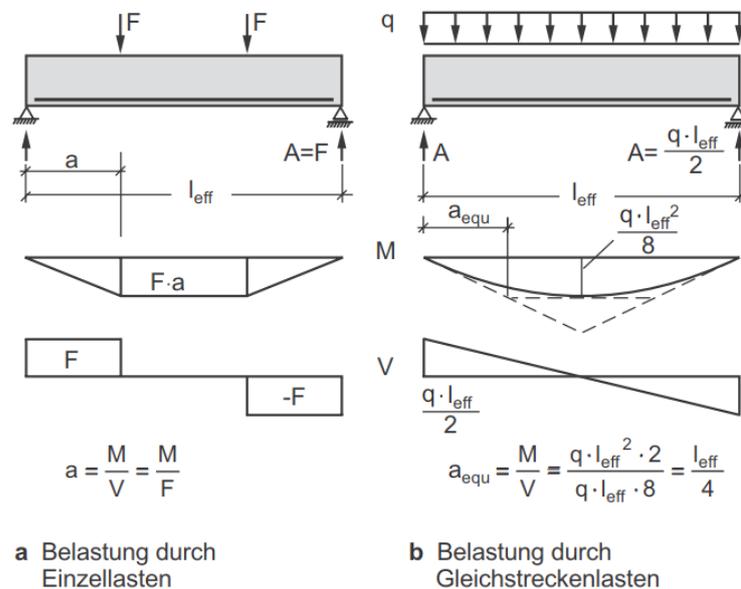


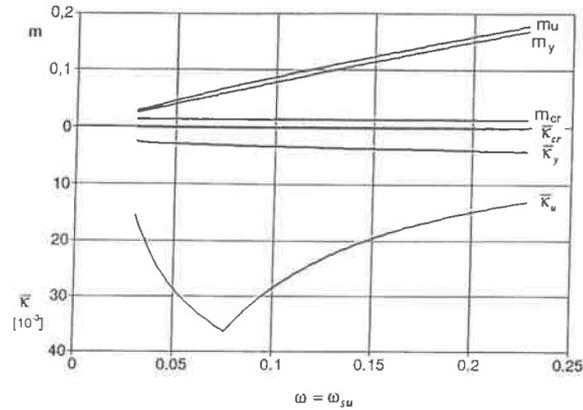
Abb. 2.7.: Definition der Schubslankheit [Zilch & Zehetmaier; 2008]

$$\lambda = \frac{a}{d} \tag{2.23}$$

$$\lambda = \frac{a_{\text{equ}}}{d} = \frac{l_{\text{eff}}}{4 \cdot d} \quad \text{bzw.} \quad \lambda = \frac{M_{\text{ed}}}{V_{\text{ed}} \cdot d} \tag{2.24}$$

Der **mechanische Bewehrungsgrad**  $\omega$  gemäß Glg. (2.25) beschreibt das Verhältnis der Flächen der Längsbewehrung zur Betonfläche oberhalb der Zugbewehrung multipliziert mit dem Festigkeitsverhältnis der Materialien. Nach [Koenig et al.; 1999] ist dieser ein Maß für die Ausnutzung der Betondruckzone. Der optimale Bewehrungsgrad  $\omega^*$  beschreibt den Zustand, bei dem sowohl die Grenzstauchung der Betondruckzone als auch die Grenzdehnung der Bewehrung ausgenutzt werden. In Abb. 2.8 beschreibt genau jener mechanische Bewehrungsgrad den optimalen mechanischen Bewehrungsgrad, bei dem die maximale Quer-

schnittskrümmung erreicht wird. Der optimale mechanische Bewehrungsgrad für einen einfach bewehrten Stahlbeton-Rechteckquerschnitt liegt demnach bei  $\omega^* = 0.08$  bis  $0.09$ . Ist der mechanische Bewehrungsgrad eines betrachteten Querschnitts kleiner als der optimale mechanische Bewehrungsgrad, stellt sich Stahlversagen im Querschnitt ein. Bei Überschreitung von  $\omega^*$  kommt es zum Betonversagen bei maximaler Beanspruchung.



**Abb. 2.8.:** Riss-, Fließ- und Bruchmoment mit zugehöriger Verkrümmung als Funktion des mechanischen Bewehrungsgrades  $\omega$  [Koenig et al.; 1999]

$$\omega = \frac{A_{sl} \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \quad (2.25)$$

Die **bezogene Druckzonenhöhe  $\xi$**  gemäß Glg. (2.26) ist ein Maß für die Ausnutzung des Stahlbetonquerschnitts und wird unter Ansatz der Bemessungswerte von Beton  $f_{cd}$  und Stahl  $f_{yd}$  ermittelt [Koenig & Tue; 2003]. Um das Fließen der Zugbewehrung und die damit verbundene Duktilität gewährleisten zu können, wird die bezogene Druckzonenhöhe gemäß [DIN 1045-1; 2008] in der Bemessung lt. Glg. (2.27) beschränkt.

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{|\epsilon_c|}{|\epsilon_c| + \epsilon_s} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \xi = \frac{x}{d} &\leq 0.45 && \text{für C12/15 bis C50/60} \\ \xi = \frac{x}{d} &\leq 0.35 && \text{für C55/67 und höher} \\ \xi = \frac{x}{d} &\leq 0.617 && \text{mit Mindestumschnürungsbewehrung} \end{aligned} \quad (2.27)$$

### 2.3.4. Vereinfachter Nachweis der plastischen Rotation nach Norm

Beim vereinfachten Nachweis der plastischen Rotation wird sowohl nach [OEN 1992-1-1; 2015] als auch nach [DIN 1045-1; 2008] überprüft, ob die vorhandene Rotation  $\Theta_s$  die zulässige plastische Rotation  $\Theta_{pl,d}$  gemäß Glg. (2.28) nicht überschreitet. Die vorhandene Rotation wird gemäß Abb. 2.5 mit der trilinearen Momenten-Krümmungsbeziehung unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug über die 1.2-fache Bauteilhöhe gemäß Abb. 2.9 ermittelt. Der Grundwert der zulässigen plastischen Rotation kann in Abb. 2.10 abgelesen werden. Die zulässige plastische Rotation ergibt sich aus der Multiplikation des abgelesenen Wertes mit dem Korrekturfaktor  $k_\lambda$ , der gemäß Glg. (2.29) bestimmt wird. Der in Abb. 2.10 abgebildete Grundwert der plastischen Rotation ist über der bezogenen Druckzonenhöhe  $\xi$  aufgetragen. Bei Stahlversagen, das im linken ansteigenden Bereich vorherrscht, nimmt die zulässige plastische Rotation mit größer werdender bezogener Druckzonenhöhe zu. Die Gründe dafür sind gemäß [DafStb; 2003] die höheren Dehnungen in der Betondruckzone und die Abnahme des mittleren Rissabstandes. Nach Erreichen des Maximums tritt im rechten Bereich Betonversagen ein. Für den abfallenden Ast mit steigender bezogener Druckzonenhöhe ist die Abnahme der Querschnittskrümmung und die daraus resultierende Abnahme der Stahldehnungen verantwortlich.

$$\Theta_s \leq \Theta_{pl,d} \quad (2.28)$$

$$k_\lambda = \sqrt{\frac{\lambda}{3}} \quad (2.29)$$

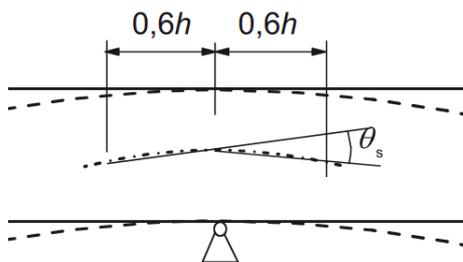


Abb. 2.9.: Plastische Rotation [OEN 1992-1-1; 2015]

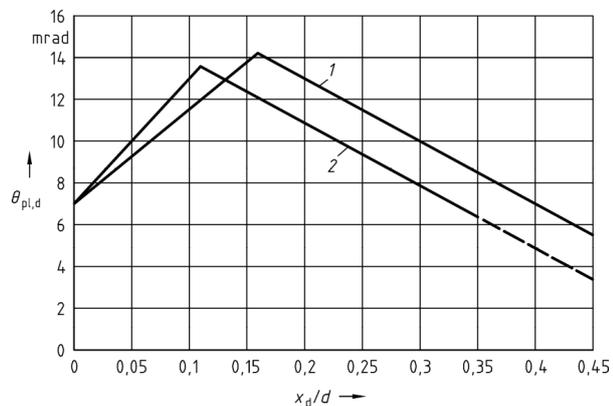


Abb. 2.10.: Grundwert der plastischen Rotation [DIN 1045-1; 2008]

## 2.4. Verformungsberechnungen im Stahlbetonbau

Wie bereits in Abschnitt 2.1.2 beschrieben, sind Verformungen im Stahlbetonbau aufgrund der nichtlinearen Werkstoffeigenschaften maßgeblich vom Risszustand eines Tragwerks abhängig. Weiterführend werden die Grundlagen zur Abschätzung der Verformung bei biegebeanspruchten Bauteilen erläutert.

Bei eintretender Rissbildung wird die Biegesteifigkeit des Querschnitts und somit die Verformung erheblich von der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen beeinflusst. Im ungerissenen Zustand I errechnet sich die Biegesteifigkeit gemäß Glg. (2.30) aus dem E-Modul des Betons und den Querschnittsabmessungen. Der geringe Einfluss der Bewehrung wird im Stahlbetonbau zumeist vernachlässigt. Im gerissenen Zustand II kann die Biegesteifigkeit gemäß Glg. (2.31) berechnet werden, vorausgesetzt es befindet sich keine Druckbewehrung im Querschnitt, die Streckgrenze im Bewehrungsstahl ist noch nicht erreicht worden und es wirken keine zusätzlichen Normalkräfte. Bei Biegebauteilen schreitet die Rissbildung mit zunehmender Beanspruchung fort, daher treten gleichzeitig mehrere Stadien der Rissbildung auf. Einen weiteren großen Einfluss auf die Verformungen haben das Kriechen und Schwinden, deren Ausmaß wiederum stark von der Ausdehnung der gerissenen Teile des Bauteils beeinflusst wird. Wegen der Komplexität der nichtlinearen Berechnungen wird der Einfluss des Kriechens und Schwindens in dieser Arbeit jedoch nicht berücksichtigt.

$$EI_I = E_c \cdot I_c \quad (2.30)$$

$$EI_{II} = E_s \cdot A_s \cdot z_{II} \cdot (d - x_{II}) \quad (2.31)$$

Mit der Anwendung einer geometrisch linearen Theorie wird zudem der Schubeinfluss auf die Verformung gemäß Glg. (2.32) vernachlässigt, da die Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte herangezogen wird.

$$-w'' = \kappa; \quad \gamma' = 0 \quad (2.32)$$

Bei Verformungsberechnungen ist vor allem die Betonzugfestigkeit von großer Bedeutung, diese wird jedoch zumeist nur von der Druckfestigkeit abgeleitet. Es sei hier angemerkt die vergleichsweise geringe Zugfestigkeit bereits durch Eigenspannungen überschritten werden kann. Einen weiteren großen Einflussfaktor stellt die realistische Abbildung des statischen Systems dar, da die Übergangs- und Randbedingungen oftmals schwierig zu modellieren sind. Aus diesen Gründen ist die Verformungsberechnung mit großen Unsicherheiten bzw. Streuungen behaftet. Die Grenzen der zu erwartenden Biegeverformung können gemäß Abb. 2.12 mit dem unteren Verformungsgrenzwert  $w^I$  des ungerissenen Bauteils (ZSI) und dem oberen Verformungsgrenzwert  $w^{II}$  des vollständig gerissenen Bauteils (ZSII ohne Mitwirkung des Betons auf Zug) definiert werden. Betrachtet man die Momenten-Krümmungsbeziehung gemäß Abb. 2.11, so wird deutlich, dass die wirksame Biegesteifigkeit (Steigung der durchgezogenen Linie) belastungsabhängig ist.

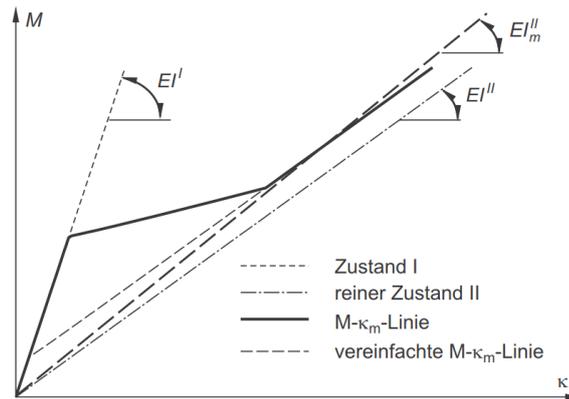


Abb. 2.11.: Momenten-Krümmungsbeziehung eines Stahlbetonbalkens [Zilch & Zehetmaier; 2008]

### 2.4.1. Vereinfachte Methoden zur Verformungsberechnung

Zur Abschätzung der Verformungen werden in der Literatur verschiedene Ansätze zur Verfügung gestellt. Im Folgendem werden zwei dieser Vorgehensweisen näher beschrieben.

Bei der **Interpolation zwischen Zustand I und Zustand II** werden die o.g. Ober- und Untergrenzen der Verformung ermittelt. Anschließend wird die Verformung über die Interpolation mit dem Interpolationsfaktor  $\zeta$ , der das Verhältnis der Länge des gerissenen Bereichs zur Gesamtlänge des Bauteils abbildet, gemäß Glg. (2.33) berechnet. Die Länge des gerissenen Bereichs ist in Abhängigkeit des Rissmoments gemäß Glg. (2.37) zu ermitteln.

$$w_{ges} = \zeta \cdot w^{II} + (1 - \zeta) \cdot w^I \quad \text{mit} \quad \zeta = l_{cr}/l \quad (2.33)$$

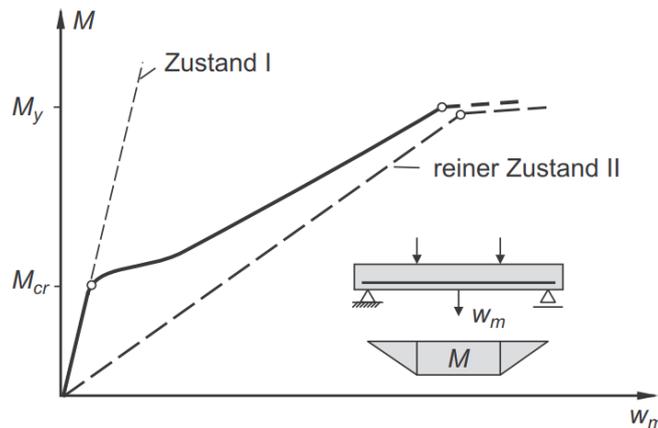


Abb. 2.12.: Last-Verformungslinie eines Stahlbetonbalkens [Zilch & Zehetmaier; 2008]

Die zweite Methode zur **Verformungsberechnung erfolgt anhand der Integration der Momenten-Krümmungsbeziehung**. Im ungerissenen Zustand I ist die Krümmung  $\kappa$  linear mit dem Moment verknüpft und wird gemäß Glg. (2.34) berechnet. Im gerissenen Zustand II hängt die Momenten-Krümmungsbeziehung von den E-Moduli der Werkstoffe sowie der Betonzugfestigkeit, der Bewehrungsmenge und dem Stadium der Rissbildung ab.

Durch die Momenten-Krümmungsbeziehung erfährt jeder Abschnitt ( $dx$ ) eines Balkens eine Winkeländerung ( $d\phi$ ), die durch eine lastabhängige Krümmung ( $\kappa_m$ ) hervorgerufen wird. Durch diese Winkeländerung ( $d\phi$ ) ergibt sich ein Verformungsanteil ( $dw$ ). Um die Momenten-Krümmungsbeziehung abbilden zu können, muss zunächst ein Ansatz zur Berücksichtigung des *Tension Stiffening* Effekts herangezogen werden. Dazu stehen im Wesentlichen zwei Vorgehensweisen, die unten angeführt sind, zur Verfügung.

$$\kappa = \frac{M}{E \cdot I} \tag{2.34}$$

Den ersten Ansatz bildet jener der **modifizierten Stahlarbeitslinie** gemäß Abb. 2.13. Mit der modifizierten Stahlarbeitslinie wird die Betonzugfestigkeit der aktivierten Betonfläche im Zuggurt ( $A_{c,eff}$ ) mit einem erhöhten E-Modul des Stahls abgebildet (1). Dieser Bereich endet mit dem Erreichen der Erstrisskraft im fiktiven Zugstab, der sich aus der Zugbewehrung und der effektiven Betonfläche zusammensetzt. Der darauffolgende Bereich (2) bildet die Rissbildung bis zum Erreichen des abgeschlossenen Rissbildes ab. Dieser Zustand wird ungefähr bei einer Spannung von  $1.3 \cdot f_{ctm}$  erreicht. Der Versatz der modifizierten zur nackten Stahlarbeitslinie im nächsten Bereich (3) wird mit  $\Delta\epsilon_{sr} \cdot \beta$  abgebildet. Der Dehnungsunterschied  $\Delta\epsilon_{sr}$  bezieht sich auf die Differenz der Dehnung zwischen modifizierter und nackter Stahlarbeitslinie auf dem Niveau des Erstrisses im fiktiven Zugstab. Für die  $\beta$ -Werte gibt es in der Literatur unterschiedliche Ansätze, die in Tab. 2.1 angeführt sind. In dieser Arbeit wird zur Abschätzung der Dehnsteifigkeit in Kapitel 6 der Ansatz nach [Illich; 2015] von  $\beta = \frac{2}{3} \cdot 0.4$  herangezogen. Ab dem Erreichen der Fließspannung im Stahl (4) kann die Mitwirkung des Betons auf Zug ebenfalls noch angesetzt werden. Die Berechnung der in Abb. 2.13 angeführten Eckpunkte erfolgt gemäß Glg. (2.35).

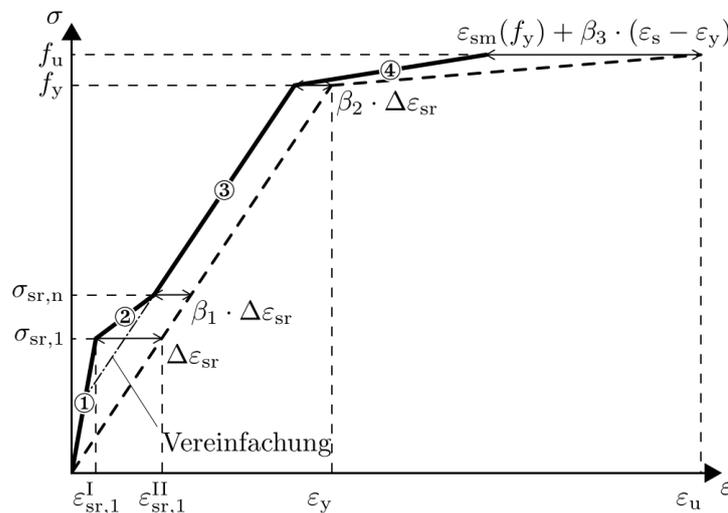
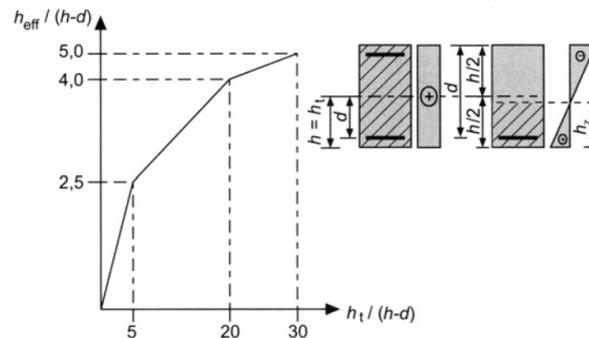


Abb. 2.13.: Modifizierte Stahlarbeitslinie [Illich; 2015]

$$\begin{aligned}
 h_{c,eff} &= \min\left[k \cdot (h - d); \frac{h - x_{II}}{3}; \frac{h}{2}\right] \quad \text{mit } k \text{ lt. Abb. 2.14} \\
 A_{c,eff} &= b \cdot h_{c,eff} \\
 N_{cr,1} &= f_{ctm} \cdot (A_{c,eff} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s) \quad \text{mit: } \alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} \\
 \sigma_{sr,1} &= \frac{N_{cr,1}}{A_s} \\
 \epsilon_{sr,1}^I &= \frac{N_{cr,1}}{E_c \cdot A_{c,eff,id}} = \frac{f_{ctm}}{E_c} \\
 \sigma_{sr,n} &= 1.3 \cdot \sigma_{sr,1} \\
 \epsilon_{sr,1}^{II} &= \frac{\sigma_{sr,1}}{E_s} \\
 \Delta\epsilon_{sr} &= \epsilon_{sr,1}^{II} - \epsilon_{sr,1}^I
 \end{aligned} \tag{2.35}$$



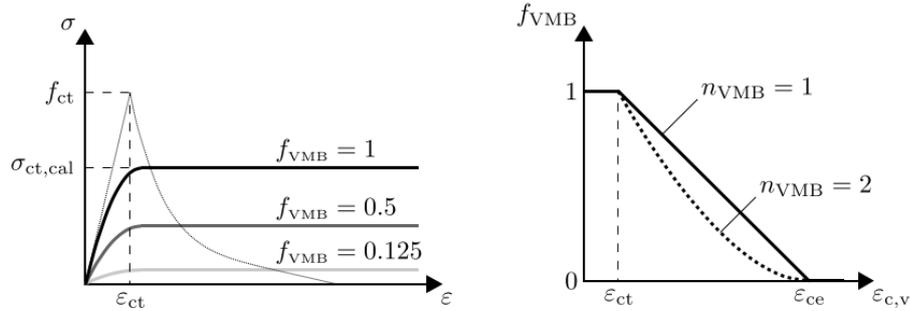
**Abb. 2.14.:** Ermittlung der effektiven Zugzone [Koenig&Tue; 2003]

**Tab. 2.1.:**  $\beta$ -Werte bei Kurzzeitbeanspruchungen gemäß [Illich; 2015]

Ansatz nach	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
[Kreller; 1990]	0.4	0.2	$0.8 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{sr,1}}{f_y}\right)$
[DAfStb; 2003]	0.4	0.4	$0.6 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{sr,1}}{f_y}\right)$ für Klasse A $0.8 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{sr,1}}{f_y}\right)$ für Klasse B
[MC90; 1993]	0.4	0.4	$0.8 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{sr,1}}{f_y}\right)$

Die zweite Vorgehensweise stellt der **Ansatz zur Berücksichtigung der Zugversteifung des Betons** nach [Quast; 1981] dar. Die Betonarbeitslinie auf der Zugseite wird durch eine Parabel-Rechteckfunktion gemäß Abb. 2.15 abgebildet. Die maximal aufnehmbare Zugspannung wird mit  $\sigma_{ct,cal}$  gemäß Glg. (2.36) festgelegt. Um die Mitwirkung des Betons nicht zu überschätzen, wird ein Multiplikator  $f_{VMB}$ , der sich abhängig vom Dehnungszustand gemäß Abb. 2.15 verändert, eingeführt. Die Grenzdehnung  $\epsilon_{ce}$  beschreibt den Dehnungszustand, ab dem der Beton keine Spannungen mehr übertragen kann, und liegt zwischen 2‰ bis 3‰.

$$\begin{aligned}\sigma_{ct,cal} &\approx \frac{f_{cm}}{20} \quad [\text{Quast; 1981}] \\ \sigma_{ct,cal} &\approx 0.6 \cdot f_{ctm} \quad [\text{Pfeiffer; 2004}]\end{aligned}\tag{2.36}$$



**Abb. 2.15.:** Modifikation der Betonarbeitslinie [Illich; 2015]

Wird der zweite Ansatz zur Berechnung der Verformungen herangezogen, kann die Querschnittskrümmung  $\kappa$  nur durch Iteration ermittelt werden. Daher kommt dieser Ansatz oft in Verbindung mit einer Berechnungssoftware zur Anwendung. Bei Verwendung des ersten Ansatzes kann die Momenten-Krümmungsbeziehung mit den in Glg. (2.37) angegebenen Formeln ermittelt werden.

1. M- $\kappa$  bei Erreichen des Rissmoments

$$\kappa_{cr,1} = \frac{M_{cr}}{I_{y,id}} \quad \text{mit:} \quad M_{cr} = \frac{f_{ctm} \cdot I_{y,id}}{e_{z,id}}$$

2. M- $\kappa$  bei abgeschlossener Rissbildung

$$\alpha_{e,eff} = \frac{E_{s,eff}}{E_{c,eff}} \quad \text{mit:} \quad E_{s,eff} = \frac{\sigma_{sr,n}}{\epsilon_{sr,n}}$$

$$x_{II} = \frac{\alpha_{e,eff} \cdot A_{s,prov}}{b} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot d}{\alpha_{e,eff} \cdot A_{s,prov}}}\right)$$

$$\kappa_{sr,n} = \frac{\epsilon_{sr,n}}{d - x_{II}}\tag{2.37}$$

$$M_{sr,n} = \frac{1}{2} \cdot |\epsilon_{c,0}| \cdot E_c \cdot x_{II} \cdot b \cdot \left(d - \frac{x_{II}}{3}\right) \quad \text{mit:} \quad |\epsilon_{c,0}| = x_{II} \cdot \frac{\epsilon_{sr,n}}{d - x_{II}}$$

3. M- $\kappa$  bei Fließen der Bewehrung

$$x_{II,y} \quad \text{mit:} \quad \alpha_{e,eff} = \frac{E_{s,eff}}{E_{c,eff}} \quad \text{mit:} \quad E_{s,eff} = \frac{f_y}{\epsilon_y - \beta_2 \cdot \Delta\epsilon_{sr}}$$

$$\kappa_{sy} = \frac{\epsilon_y - \beta_2 \cdot \Delta\epsilon_{sr}}{d - x_{II,y}}$$

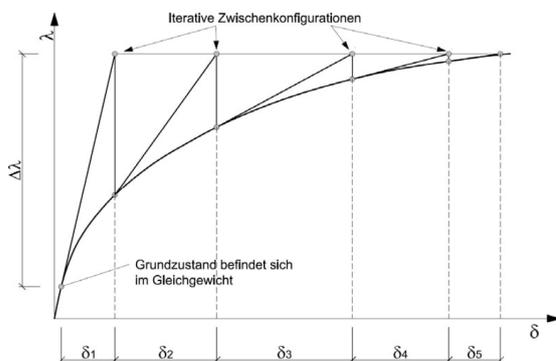
$$M_{sy} = \frac{1}{2} \cdot |\epsilon_{c,0}| \cdot E_{c,eff} \cdot x_{II} \cdot b \cdot \left(d - \frac{x_{II}}{3}\right) \quad \text{mit:} \quad |\epsilon_{c,0}| = x_{II} \cdot \frac{\epsilon_y - \beta_2 \cdot \Delta\epsilon_{sr}}{d - x_{II}}$$

### 2.4.2. Verformungsberechnung mit nichtlinearer FE-Software

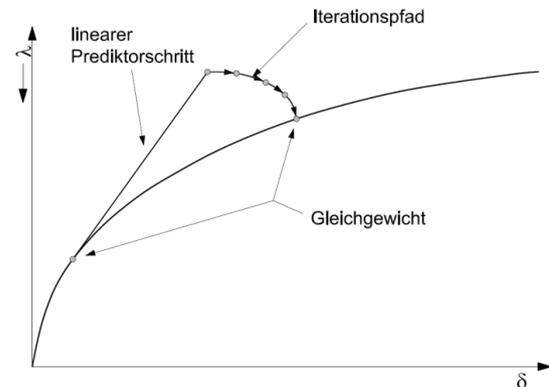
Es stehen bereits einige leistungsfähige FE-Programme am Markt zur Verfügung, die es ermöglichen, die Rissbildung, Zugversteifung und das zeitabhängige Verhalten zu berücksichtigen. Das in dieser Arbeit verwendete Programm ATENA umfasst zahlreiche Funktionen und wurde speziell für die Berechnung von Beton- und Stahlbetonstrukturen entwickelt. Im genutzten Programm werden sowohl nichtlineare Materialgesetze als auch die geometrische Nichtlinearität abgebildet. Aus diesem Grund ist es nicht möglich, die gesamte Last in einem Lastschritt aufzubringen. Vielmehr müssen mehrere Lastschritte definiert werden. Als Lösungsverfahren stehen das Standard Newton-Raphson Verfahren, das Bogenlängenverfahren sowie modifizierte Varianten dieser Verfahren zur Verfügung. Angaben zu den verwendeten Werkstoffen und den berücksichtigten Materialeigenschaften werden im nächsten Kapitel ausführlich erläutert. Die Funktionsweise der Iterationsverfahren wird nachfolgend beschrieben.

Beim Standard **Newton-Raphson Verfahren** gemäß Abb. 2.16 wird mit Hilfe der Tangentensteifigkeit versucht, das Gleichgewicht zwischen Last und Verformung zu finden. Dieses Verfahren führt im Normalfall rasch zu einer Konvergenz, weil die Fehler zwischen den Iterationen quadratisch abnehmen. Jedoch kann der absteigende Ast nach dem Erreichen eines Hochpunkts nicht ermittelt werden, da das NR-Verfahren über das Lastniveau gesteuert wird und die Verformung iteriert wird.

Beim **Bogenlängenverfahren** gemäß Abb. 2.17 werden die Iteration über die Verformung und das Lastniveau entlang eines vorgegebenen Pfades durchgeführt. Dadurch können auch Extremwerte überwunden und ein absteigender Ast einer Last-Verformungskurve ermittelt werden. Dieses Verfahren kann jedoch nicht mehr über ein genaues Lastniveau gesteuert werden, da auch dieses iteriert wird.



**Abb. 2.16.:** Standard Newton-Raphson Verfahren aus [Wischenbart; 2012]



**Abb. 2.17.:** Bogenlängenverfahren aus [Wischenbart; 2012]

## 2.5. Konstruktive Vorgaben

Die in diesem Abschnitt erläuterten normativen Vorgaben und Vorschläge dienen in weiterer Folge der Abbildung eines dem Stand der Technik entsprechenden Tragwerks.

### 2.5.1. Betondeckung gemäß [OEN1992-1-1; 2015]

Die Betondeckung  $c_{nom}$  gemäß Glg. (2.38) ist von mehreren Parametern, die zum Teil im Vorfeld definiert werden müssen, abhängig. Eine große Rolle spielen hier vor allem die Anforderungen an die Dauerhaftigkeit welche unter Berücksichtigung der Expositionsklassen (Anforderungsklassen) mit  $c_{min,dur}$  angesetzt werden. Die Mindestbetondeckung zur Sicherstellung des Verbundes  $c_{min,b}$  ist bis zu einem Stabdurchmesser von  $\varnothing 32$  mm mit dessen Nenndurchmesser definiert. Das Vorhaltemaß  $\Delta c_{dev}$  beträgt 5 mm.  $\Delta c_{dur,\gamma}$  beschreibt ein additives Sicherheitselement, welches gemäß [ONB 1992-1-1; 2011] 0 mm beträgt. Bei der Verwendung von korrosionsgeschützter Bewehrung und rostfreiem Stahl oder aufgrund anderer besonderer Maßnahmen dürfen  $\Delta c_{dur,st}$  bzw.  $\Delta c_{dur,add}$  gemäß Glg. (2.39) abgezogen werden. Die empfohlenen Werte gemäß [ONB 1992-1-1; 2011] betragen jedoch 0 mm.

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \quad (2.38)$$

$$c_{min} = \max(c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10\text{mm}) \quad (2.39)$$

### 2.5.2. Biegerollendurchmesser

Der Mindest-Biegerollendurchmesser zur Vermeidung von Schäden an der Bewehrung ist lt. [OEN1992-1-1; 2015] gemäß Glg. (2.40) und Glg. (2.41) festgelegt. Im Hinblick auf den Eckbereich eines Rahmens wird in [Akkermann & Eibl; 2002] beschrieben, dass die Stahldehnungen vom inneren Hebelarm, der vom Biegerollendurchmesser bestimmt wird, gemäß Abb. 2.18 abhängen. Es wurde ebenso beobachtet, dass sich die Gefahr von Spaltzugrissen bei größer werdendem Biegerollendurchmesser verringert. Der optimale Biegerollendurchmesser für plastische Verformungen liegt laut Versuchserkenntnissen bei  $\varnothing_{br} = 1.0 \cdot d$ , während  $d$  die kleinere Nutzhöhe des Riegels und Stiels beschreibt.

$$\varnothing_{br,min} = 4 \cdot \varnothing \quad \text{für} \quad \varnothing \leq 16\text{mm} \quad (2.40)$$

$$\varnothing_{br,min} = 7 \cdot \varnothing \quad \text{für} \quad \varnothing > 16\text{mm} \quad (2.41)$$

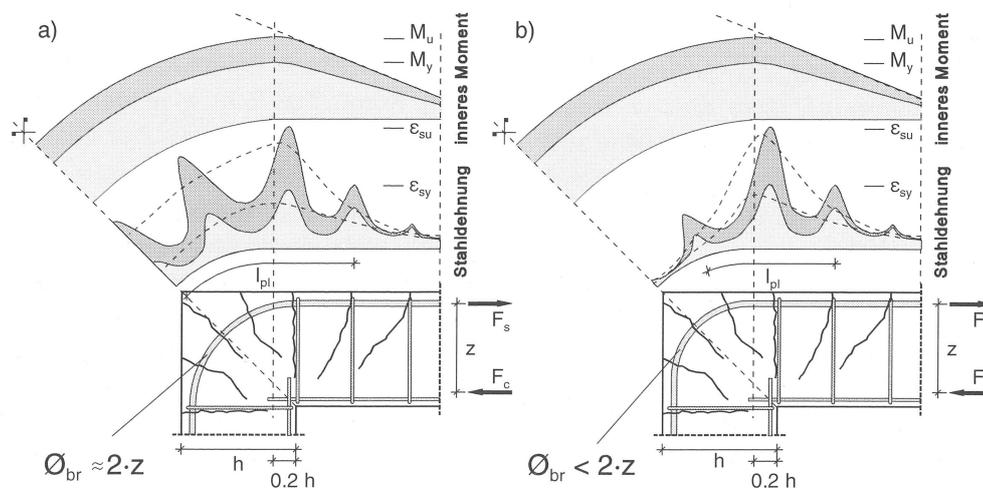
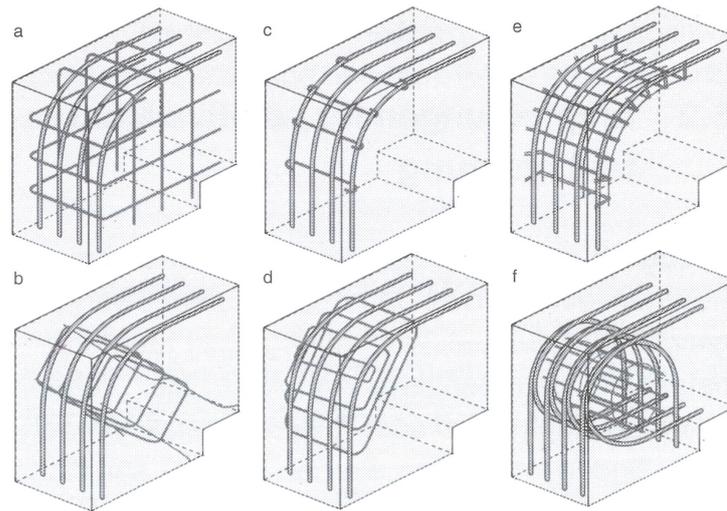


Abb. 2.18.: Stahldehnungen im Rahmeneck nach Kordina [Akkermann & Eibl; 2002]

### 2.5.3. Konstruktive Bewehrung im Rahmeneck

In [Akkermann & Eibl; 2002] wird in Bezug auf die konstruktive Ausführung von Rahmen-ecken speziell auf die Gefahr des Spaltzugversagens hingewiesen, das durch die Umlenkung der Zugkräfte im Rahmeneck hervorgerufen wird. Die Spaltzugkräfte entstehen senkrecht zur Rahmenebene und bewirken ein sprödes Versagen. Zur Vermeidung des Spaltzugversagens werden konstruktive Varianten gemäß Abb. 2.19 vorgeschlagen.



**Abb. 2.19.:** Konstruktive Ausbildung der Rahmenecke zur Vermeidung von Spaltzugversagen unter negativer Momentenbelastung [Akkermann & Eibl; 2002]

### 3. Systembildung für nichtlineare Berechnungen

In diesem Kapitel wird auf die Ansätze zur Modellbildung der zu untersuchenden Rahmenbrücke eingegangen. Das System und dessen Eigenschaften sind gemäß dem Stand der Technik für Brückentragwerke, wie in weiterer Folge beschrieben wird, gewählt. Um eine Aussage darüber treffen zu können, inwiefern sich unterschiedliche Längsbewehrungsgrade und verschiedene Horizontalfedersteifigkeiten als Vereinfachung der Boden-Bauwerks-Interaktion auf die Schnittgrößen im Bauwerk auswirken, werden insgesamt 27 nichtlineare Modelle gemäß Tab. 3.1 untersucht. Die betrachteten Modelle sind mit den jeweiligen Modellbezeichnungen angeführt. Leere Zellen bedeuten, dass diese Konfiguration nicht behandelt wird.

Die letzten vier Zeilen der unten angeführten Tabelle zeigen, dass auch unterschiedliche Bewehrungsgrade für den Feld- und Stützbereich untersucht werden, wobei  $\rho_{l,St}$  den Längsbewehrungsgrad im Stützbereich (Rahmeneck) und  $\rho_{l,Fe}$  den Längsbewehrungsgrad im Feldbereich beschreiben. Um eine mögliche Schnittgrößenumlagerung feststellen zu können, werden auch fünf linear-elastische Modelle, die jeweils verschiedene Horizontalfedersteifigkeiten abbilden, erstellt. Die Berechnungen erfolgen im ebenen Verzerrungszustand unter Anwendung der FE-Software ATENA 2D für einen ein Meter breiten Brückenabschnitt.

**Tab. 3.1.:** Übersicht über die berechneten Modelle und die Modellbezeichnung

Längsbewehrungsgrad $\rho_l$	Horizontalfedersteifigkeit in MN/m				
	$k_h = \ll$	$k_h = 22.5$	$k_h = 45$	$k_h = 90$	$k_h = \gg$
linear elastisch	lin, $k_h \ll$	lin, $k_h 22.5$	lin, $k_h 45$	lin, $k_h 90$	lin, $k_h \gg$
$\rho_l = 0.4\%$		0.4, $k_h 22.5$	0.4, $k_h 45$		
$\rho_l = 0.6\%$		0.6, $k_h 22.5$	0.6, $k_h 45$		
$\rho_l = 0.8\%$	0.8, $k_h \ll$	0.8, $k_h 22.5$	0.8, $k_h 45$	0.8, $k_h 90$	0.8, $k_h \gg$
$\rho_l = 1.0\%$		1.0, $k_h 22.5$	1.0, $k_h 45$		
$\rho_l = 1.2\%$		1.0, $k_h 22.5$	1.0, $k_h 45$		
$\rho_{l,St} = 0.4\%, \rho_{l,Fe} = 0.8\%$	0.4 – 0.8, $k_h \ll$	0.4 – 0.8, $k_h 22.5$	0.4 – 0.8, $k_h 45$	0.4 – 0.8, $k_h 90$	0.4 – 0.8, $k_h \gg$
$\rho_{l,St} = 0.8\%, \rho_{l,Fe} = 0.4\%$	0.8 – 0.4, $k_h \ll$	0.8 – 0.4, $k_h 22.5$	0.8 – 0.4, $k_h 45$	0.8 – 0.4, $k_h 90$	0.8 – 0.4, $k_h \gg$
$\rho_{l,St} = 0.8\%, \rho_{l,Fe} = 1.2\%$		0.8 – 1.2, $k_h 22.5$	0.8 – 1.2, $k_h 45$		
$\rho_{l,St} = 1.2\%, \rho_{l,Fe} = 0.8\%$		1.2 – 0.8, $k_h 22.5$	1.2 – 0.8, $k_h 45$		

### 3.1. Statisches System

Als statisches System wird ein symmetrischer Rahmen zur Abbildung einer Integralbrücke gemäß Abb. 3.1 gewählt. Um das Modell möglichst klein zu halten und Rechenzeit zu sparen, wird in Rahmenmitte ein Symmetriehlager definiert. Die Spannweite der Rahmenbrücke beträgt 20 m und die Stielhöhe beträgt 7.5 m.

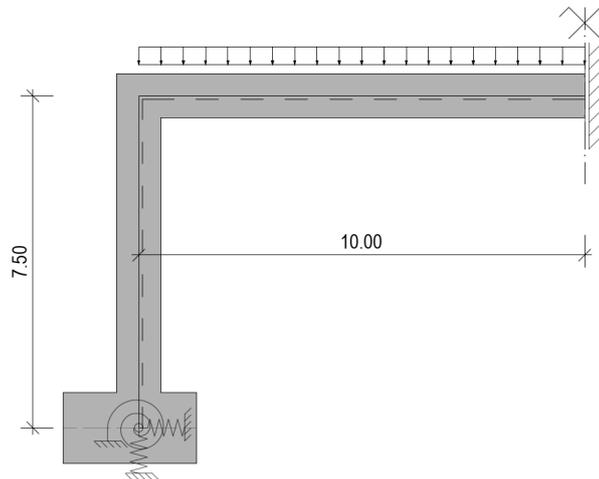


Abb. 3.1.: Statisches System

#### 3.1.1. Konstruktive Durchbildung

Für die Längsbewehrung sollten Bewehrungsstäbe mit einem maximalen Nenndurchmesser von  $\varnothing 26$  mm zur Anwendung kommen. Die Bügelbewehrung wird mit einem Nenndurchmesser von  $\varnothing 16$  mm ausgeführt. Die erforderliche **Betondeckung**  $c_{nom}$  errechnet sich unter der Annahme der Expositionsklassen XC2, XD3 und XF4 gemäß Abschnitt 2.5.1 zu:

$$c_{nom} = 40\text{mm} + 5\text{mm} = 45\text{mm}$$

*Anmerkung: Da hier kein konkretes Bauvorhaben vorliegt, wird auf die Erhöhung der Betondeckung aufgrund der Nutzungsdauer und auf die Reduzierung für plattenförmige Bauteile verzichtet.*

Der **Biegerollendurchmesser der Bewehrung im Rahmeneck** wird mit  $\varnothing_{br} = 0.90$  m gewählt. Damit sollte das größtmögliche plastische Rotationsvermögen gemäß Abschnitt 2.5.2 im Modell abgebildet werden können.

Die Auswirkungen verschiedener Biegerollendurchmesser auf die plastische Rotation wurden auch überprüft. Hierzu wurden drei gleiche Modelle, bei denen nur der Biegerollendurchmesser gemäß Abb. 3.2 geändert wurde, miteinander verglichen. Erwartungsgemäß kann beim kleinsten Biegerollendurchmesser ( $\varnothing_{br} = 52 \text{ cm} \hat{=} 20 \cdot \varnothing \approx \frac{d}{2}$ ) die geringste plastische Rotation gemäß Abb. 3.3 erzielt werden. Die größte plastische Rotation konnte mit einem Biegerollen-

durchmesser von  $\varnothing_{br} = 0.90 \text{ m} \approx d$  festgestellt werden. Dieser Vergleich bestätigt somit die Versuchserkenntnisse von [Akkermann & Eibl; 2002]. Erläuterungen zur Auswertung der plastischen Rotation folgen im Abschnitt 4.3.3.

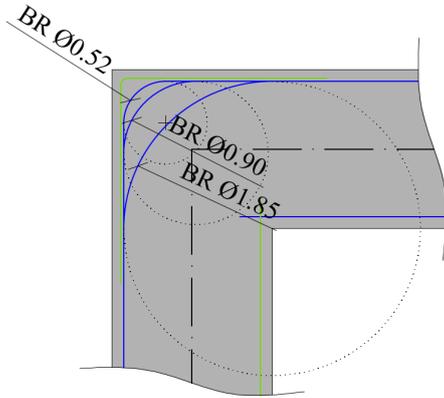


Abb. 3.2.: Biegerollendurchmesser im Rahmeneckbereich

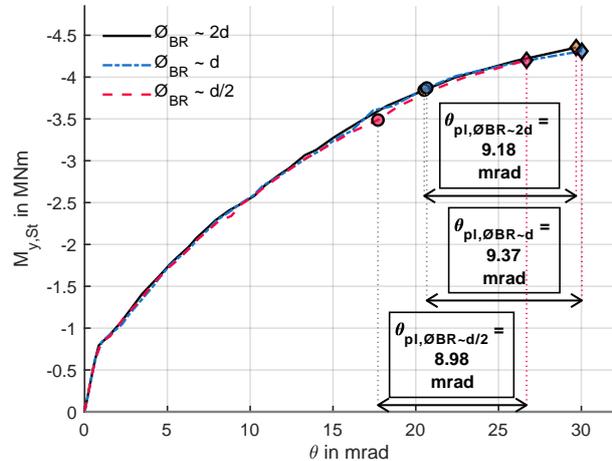


Abb. 3.3.: Vergleich der plastischen Rotation bei unterschiedlichem Biegerollendurchmesser

Die **konstruktive Bewehrungsführung** im Rahmeneck aller berechneten Modelle wird nach der Empfehlung von [Akkermann & Eibl; 2002] gemäß Abb. 2.19 ‚Variante a‘ mit 4  $\varnothing 16$  je Meter in Querrichtung und einem Abstand von 15 cm gewählt. Die Gefahr der Bildung von Spaltzugrissen kann aufgrund der großen Tiefenausdehnung auf die Randbereiche begrenzt werden. Dieser Effekt wird mit Hilfe der zweidimensionalen Modellabbildung jedoch nicht erfasst, da hier ein ebener Verzerrungszustand zu Grunde gelegt ist.

### 3.1.2. Querschnittsabmessungen

Die Querschnittshöhe der Rahmenbrücke wurde mit  $h = 1.0 \text{ m}$  über das Verhältnis der Biegeschlankheit  $\lambda = l/d$  bei Straßenbrücken mit 20 bis 25 gemäß [Tue et al.; 2021] angenommen. Die statische Nutzhöhe ergibt sich gemäß Glg. (3.1) zu  $d = 0.925 \text{ m}$ . Die Biegeschlankheit  $\lambda$  liegt damit bei 21.6. Für den Fall einer zweilagigen Biegebewehrung beträgt die statische Nutzhöhe  $d = 0.902 \text{ m}$ , woraus sich die Biegeschlankheit  $\lambda$  zu 22.8 ergibt.

$$d = h - c_{nom} - \varnothing_{Bügel} - \frac{\varnothing_{Längs}}{2} = 1000 - 45 - 16 - \frac{26}{2} = 926 \text{ mm} \approx 925 \text{ mm} \quad (3.1)$$

### 3.1.3. Längsbewehrung

Wie in Tab. 3.1 angeführt, werden unterschiedliche Bewehrungsgrade untersucht. Die daraus ermittelten Bewehrungsdurchmesser und die Anzahl der Stäbe sind in Abb. 3.4 dargestellt. Auf einen Stoß der Längsbewehrung im Rahmeneck wird in der Modellabbildung verzichtet, damit erhöhte Biegesteifigkeiten im Stoßbereich die Ergebnisse nicht verfälschen. Der mechanische Bewehrungsgrad errechnet sich mit den in Abschnitt 3.2 und 3.3 angeführten Materialeigenschaften zu den in Tab. 3.2 dargestellten Werten. Die Hauptzugbewehrung wird

entsprechend den in Abschnitt 4.1 gewonnenen Erkenntnissen mit schlechtem Verbund gemäß Abschnitt 3.3.2 implementiert.

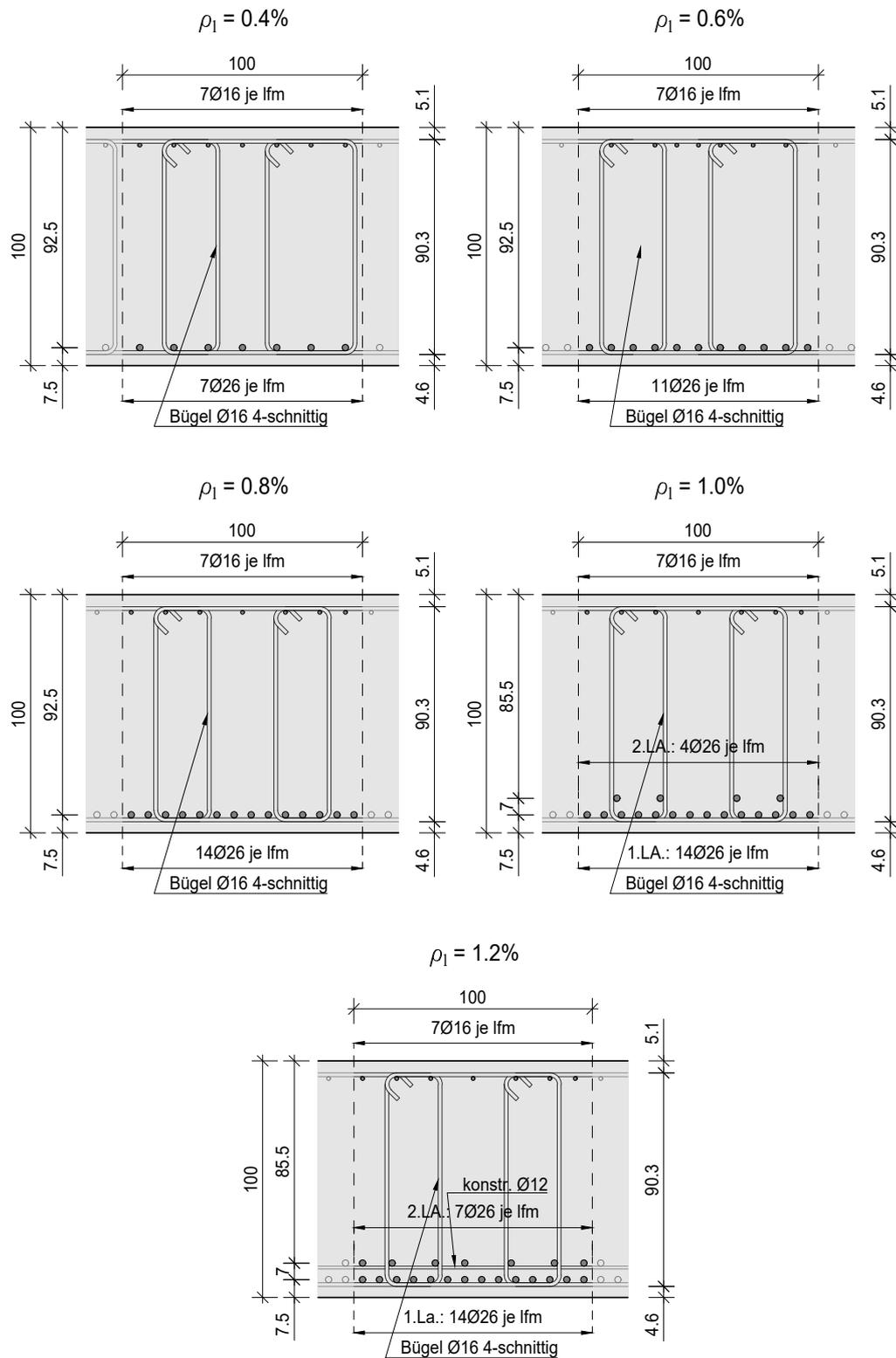


Abb. 3.4.: Bewehrungsskizzen der untersuchten Bewehrungsgrade, dargestellt für den Feldbereich



### 3.1.5. Auflagerabbildung

Wie bereits in Kapitel 3.1 erwähnt, wird in Rahmenmitte ein Symmetrielaager angeordnet. Zur Abbildung einer vereinfachten Boden-Bauwerks-Interaktion wurden am Fußpunkt zwei lineare Wegfedern und eine lineare Drehfeder verwendet. Die Federsteifigkeiten werden anhand des in [Tue et al.; 2021] beschriebenen Bettungsmodulverfahrens mit der Annahme einer vereinfachten Modellierung für einen 1-Meter-Streifen des Bauwerks mit einer Fundamentbreite von  $b = 3$  m berechnet. Die vertikale Bettungssteifigkeit  $k_v$  wird gemäß Glg. (3.2) mit den Annahmen einer zulässigen Sohlpressung von  $\sigma_{s,zul} = 300$  kN/m<sup>2</sup> und einer Setzung von  $s = 0,01$  m zu 90.000 kN/m ermittelt. Die symmetrische Abbildung der Brücke bedingt an beiden Seiten die gleichen Bodenverhältnisse und Auflagerbedingungen. Daher nimmt die vertikale Federsteifigkeit keinen direkten Einfluss auf die Betonstruktur und kann im Modell als vertikales Festlager abgebildet werden. Die horizontale Bettungssteifigkeit hingegen hat vor allem beim Rahmensystem einen großen Einfluss auf die Entwicklung der Normalkraft im System, daher wurden die in Tab. 3.1 angeführten Horizontalfedersteifigkeiten untersucht. Die Federsteifigkeiten ergeben sich aus der in Glg. (3.3) ermittelten horizontalen Bettungssteifigkeit in Brückenlängsrichtung  $k_h$ , der halben Bettungssteifigkeit, der doppelten Bettungssteifigkeit sowie einer nahezu starren und einer nahezu beweglichen Horizontallagerung. Die Drehfedersteifigkeit  $k_\phi$  errechnet sich gemäß Glg. (3.4) zu 67.500 kNm/rad und wird bei allen Berechnungsmodellen mit gleicher Höhe angesetzt, damit beim Vergleich der Auswirkungen der Horizontalfedersteifigkeit keine Verfälschung entsteht. Außerdem ist in vorhergehenden Berechnungen ein nur sehr geringer Einfluss der Drehfedersteifigkeit auf die Entwicklung der Schnittgrößen im Rahmensystem festgestellt worden.

$$k_v = \frac{\sigma_{s,zul} \cdot b \cdot a}{s} = \frac{300 \cdot 3 \cdot 1}{0,01} = 90.000 \text{ kN/m} \quad (3.2)$$

$$k_h = \frac{k_v}{2} = \frac{90000}{2} = 45.000 \text{ kN/m} \quad (3.3)$$

$$k_\phi = \frac{\sigma_{s,zul}}{s} \cdot \frac{a \cdot b^3}{12} = \frac{300}{0,01} \cdot \frac{1 \cdot 3^3}{12} = 67.500 \text{ kNm/rad} \quad (3.4)$$

Um die eben beschriebenen Auflagerbedingungen im FE-Modell abbilden zu können, wird der Fußpunkt gemäß Abb. 3.6 als Stahlschuh modelliert. Die Ersatzdrehfedersteifigkeit  $k_{v,ersatz}$  ergibt sich gemäß Glg. (3.5) und Abb. 3.7 zu 124.930 kN/m.

$$k_{v,ersatz} = \frac{k_\phi}{\cos 1} = \frac{67.500}{\cos 1} = 124.930 \text{ kN/m} \quad (3.5)$$

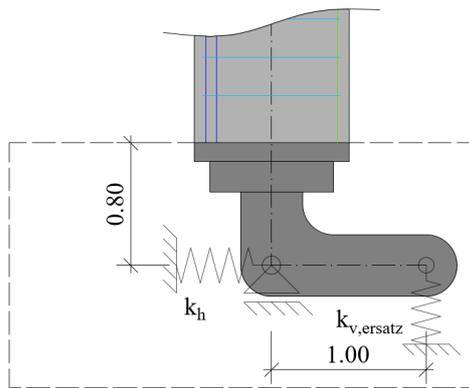


Abb. 3.6.: Modellabbildung des Auflagers

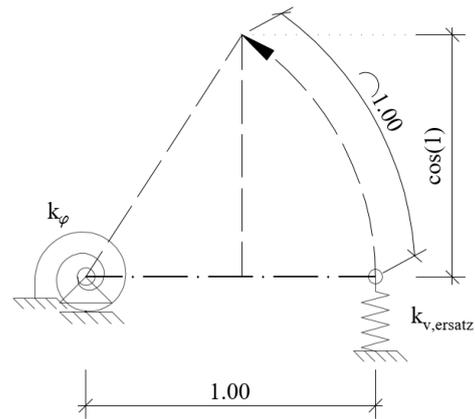


Abb. 3.7.: Ermittlung der Ersatzdrehfedersteifigkeit

## 3.2. Materialmodell Beton

Im Gegensatz zu linear elastischen Berechnungen besteht bei nichtlinearen Berechnungen die Möglichkeit, zahlreiche Effekte zur Abschätzung eines realitätsnahen Materialverhaltens zu erfassen. Die tatsächliche Materialabbildung in ATENA wird im nachfolgenden Abschnitt 3.2.1 erläutert. Dabei wird die Betongüte anhand der derzeit üblichen Betongüten für Brückenbau mit C35/45 gemäß [OEN1992-1-1; 2015] festgelegt. Die Materialeigenschaften sind in Tab. 3.3 angeführt.

Tab. 3.3.: Materialeigenschaften C35/45 gemäß [OEN1992-1-1; 2015]

$f_{ck}$	= 35.0 MPa	...	charakteristische Zylinderdruckfestigkeit
$f_{ck,cube}$	= 45.0 MPa	...	charakteristische Würfeldruckfestigkeit
$f_{cm}$	= 43.0 MPa	...	mittlere Betondruckfestigkeit
$E_{cm}$	= 34.0 GPa	...	mittlerer E-Modul
$\epsilon_{c1}$	= 2.25 ‰	...	Dehnung bei Erreichen der Festigkeitsgrenze
$\epsilon_{cu2,c}$	= 7.0 ‰	...	modifizierte Maximaldehnung gemäß Kapitel 4.1
$f_{ctm}$	= 3.2 MPa	...	mittlere Betonzugfestigkeit

### 3.2.1. SBETA Betonmodell ATENA

Für die nichtlinearen Berechnungen in ATENA wird das dafür im Programm vorgesehene Betonmodell SBETA verwendet. Die Spannungs-Dehnungsbeziehung wird in Abb. 3.8 dargestellt. Mit der ‚Material state number‘ wird der Schadenszustand des Betons angezeigt. Für die Betondruck- und Betonzugfestigkeit wurden jeweils die o.g. Mittelwerte herangezogen. Die effektive Betondruckfestigkeit  $f_c^{ef}$  und die effektive Betonzugfestigkeit  $f_t^{ef}$  berücksichtigen zusätzlich einen mehraxialen Spannungszustand, der aufgrund des ebenen Verzerrungszustands

auftritt. Ein Vergleich der effektiven Betondruckfestigkeit in ATENA und anderen Regelwerken ist im Abschnitt 3.2.2 angeführt.

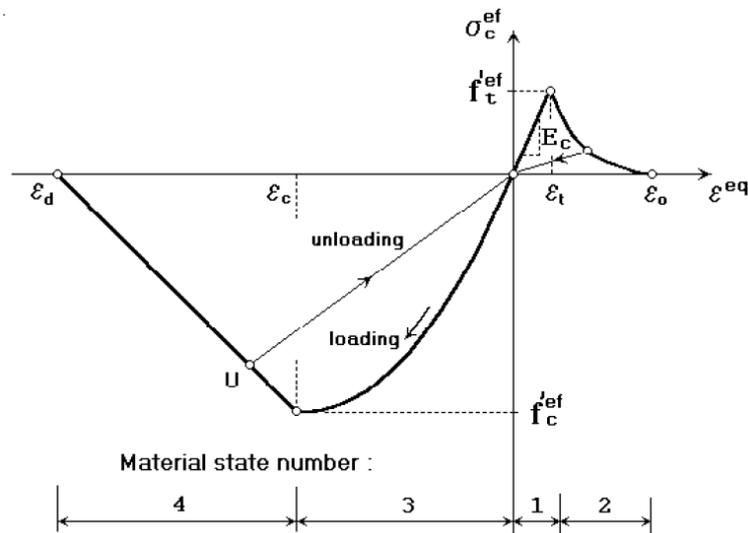


Abb. 3.8.: Spannungs-Dehnungsbeziehung im SBETA-Modell [Cervenka et al.; 2018]

Anhand der Modellkalibrierung gemäß Abschnitt 4.1 ergibt sich die theoretisch erreichbare Betonstauchung mit  $\epsilon_d = 802.25\text{‰}$ . Die daraus resultierende Spannungs-Dehnungsbeziehung für den Druckbereich ist in Abb. 3.9 dargestellt. Zusätzlich wird auch die Arbeitslinie für einen mehraxialen Spannungszustand mit  $\sigma_2 = 3\% \cdot \sigma_1$  gezeigt.

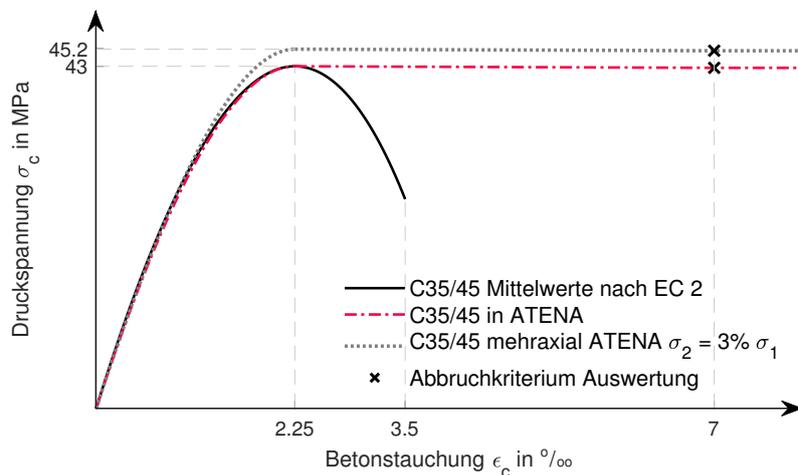
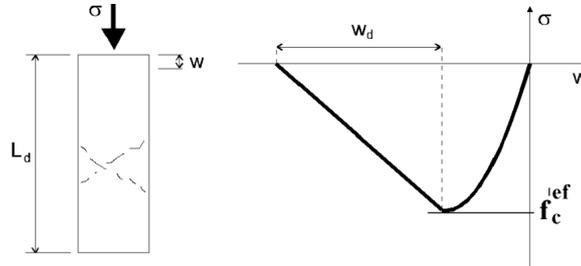


Abb. 3.9.: Betonarbeitslinien für Druckbeanspruchung

Mit dem SBETA-Betonmodell werden nicht nur mehraxiale Spannungszustände, sondern auch die nachfolgend angeführten Effekte des Betonverhaltens berücksichtigt. Dazu zählen das nichtlineare Druckverhalten, das Betonversagen auf Zug und die Reduzierung der Druck- und Schubfestigkeit sowie der *Tension-Stiffening-Effekt* und die Abbildung von expliziten Rissen. Die für die jeweiligen Effekte verwendeten Parameter werden im Folgenden erläutert.

Das **nichtlineare Druckverhalten** unter Berücksichtigung des Softening-Effekts wird über das plastische Nachbruchverhalten des Betons mit der plastischen Verformung  $w_d$  gemäß Abb. 3.10 definiert. Dieser Parameter wurde im Zuge der Kalibrierung durch die Versuchsnachrechnung gemäß Kapitel 4.1 mit  $w_d = 20$  mm festgelegt.



**Abb. 3.10.:** Nachbruchverhalten unter Druck [Cervenka et al.; 2018]

Ein weiter berücksichtigter Effekt ist das **Versagen des Betons auf Zug**, der auf der nichtlinearen Bruchmechanik basiert. Vor Beginn der Rissbildung wird die Spannungs-Dehnungsbeziehung gemäß Abb. 3.8 Bereich 1 linear elastisch mit dem mittleren E-Modul  $E_{cm}$  abgebildet. Im Bereich 2 wird ein exponentielles Rissöffnungsgesetz gemäß Abb. 3.11 verwendet. Dieses Modell entspricht dem experimentell ermittelten, exponentiellen Rissöffnungsgesetz nach [Hordijk; 1991] gemäß Abb. 3.12, das mit Glg. (3.6) definiert ist. Die Rissbreite  $w_c$  basiert auf der Bruchenergie und wird gemäß Glg. (3.7) ermittelt. In [Shi; 2009] wird angegeben, dass sich die am besten kalibrierte Kurve aus den Konstanten  $c_1 = 3$ ,  $c_2 = 6.93$  und der Bruchenergie  $G_f = 100$  N/m ergibt. Entgegen dieser Angaben wurde hier jedoch die Bruchenergie nach [MC10; 2013] gemäß Glg. (3.8), die sich zu  $G_f = 143,66$  N/m ergibt, verwendet. Somit kann die Rissbreite, ab der keine kohäsiven Spannungen zwischen den Rissen mehr wirken, mit  $w_c = 0.23$  mm ermittelt werden. Mit der Annahme von  $G_f = 100$  N/m ergibt sich diese Rissbreite zu  $w_c = 0.16$  mm.

$$\frac{\sigma}{f_t} = \left[1 + \left(c_1 \cdot \frac{w}{w_c}\right)^3\right] \cdot \exp -c_2 \cdot \frac{w}{w_c} - \frac{w}{w_c} \cdot (1 + c_1^3) \cdot \exp -c_n \quad (3.6)$$

$$w_c = 5.14 \cdot \frac{G_f}{f_t^{ef}} \quad (3.7)$$

$$G_f = 73 \cdot f_{cm}^{0.18} \quad (3.8)$$

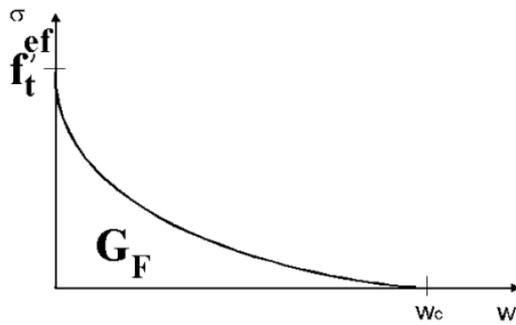


Abb. 3.11.: Exponentielles Rissöffnungsgesetz in ATENA [Cervenka et al.; 2018]

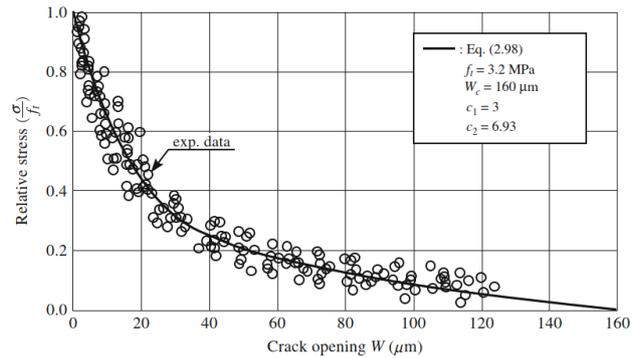


Abb. 3.12.: Rissöffnungsgesetz nach [Hordijk; 1991] in [Shi; 2009]

Zusätzlich zum nichtlinearen Druckverhalten und dem Betonversagen auf Zug wird im SBETA-Betonmodell die **Reduzierung der Druck- und Schubfestigkeit** aufgrund der Rissbildung berücksichtigt. Die Abminderung der Druckfestigkeit parallel zu den Rissen wird gemäß Abb. 3.13 über eine Funktion, die aus experimentell ermittelten Daten von [Kollegger; 1988] stammt, asymptotisch an  $c \cdot f'_c$  gemäß Glg. (3.9) angenähert. Der Abminderungsfaktor  $c$  wurde hier von den Standardeinstellungen mit  $C = 0.8$  übernommen. Es wird auch die Schersteifigkeit aufgrund der Rissbildung gemäß Abb. 3.14 mit einem abgeleitetem Gesetz von [Kolmar; 1986] gemäß Glg. (3.10) reduziert. Die Konstanten  $c_1$  und  $c_2$  werden durch risskreuzende Bewehrung beeinflusst und die Konstanten  $c_3$  wird als benutzerdefinierter Skalierfaktor zur Verfügung gestellt.

$$f_c^{ef} = f'_c \cdot (c + (1 - c) \cdot e^{(128\epsilon_u)^2}) \quad (3.9)$$

$$G = r_g \cdot G_c; \quad r_g = c_3 \frac{-\ln\left(\frac{1000 \cdot \epsilon_u}{c_1}\right)}{c_2} \quad (3.10)$$

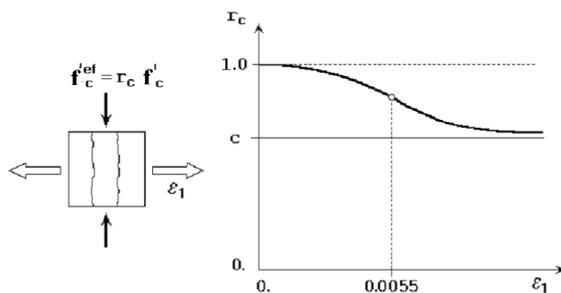


Abb. 3.13.: Reduzierung der Druckfestigkeit aufgrund von Rissbildung [Cervenka et al.; 2018]

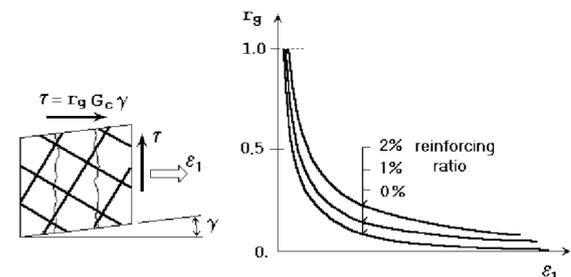


Abb. 3.14.: Reduzierung der Schubsteifigkeit aufgrund von Rissbildung [Cervenka et al.; 2018]

Darüber hinaus wird der **Tension-Stiffening-Effekt** als Beitrag des Betons zur Zugfestigkeit des Bewehrungsstahls berücksichtigt. Dieser Effekt wurde durch Simulationen, die auf Experimente von Hartl 1977 zurückzuführen sind, von Margoldova 1998 verifiziert.

Im SBETA-Betonmodell stehen in Bezug auf das **Rissmodell** zwei unterschiedliche Ansätze zur Verfügung: das fixierte und das rotierte Rissmodell. Sobald die Hauptspannung die Zugfestigkeit überschreitet, wird ein Riss abgebildet. Beim ‚Fixed Crack Model‘ wird die Rissrichtung durch die Hauptspannungsrichtung zum Zeitpunkt der Rissentstehung festgelegt. Im Gegensatz zum ‚Fixed Crack Model‘, wird beim ‚Rotated Crack Model‘ die Rissrichtung laufend an die sich ändernde Hauptspannungsrichtung angepasst. Dadurch treten keine Schubspannungen in der Rissebene auf.

Für die nichtlinearen Berechnungen wird in dieser Arbeit stets das ‚Fixed Crack Model‘ verwendet.

### 3.2.2. Effektive Betondruckfestigkeit unter mehraxialer Druckbeanspruchung

Durch die mehraxiale Druckbeanspruchung des Betons werden höhere Festigkeiten und höhere kritische Dehnungen erzielt. Die Spannungen in Querrichtung können im ebenen Verzerrungszustand mit den bekannten Formeln aus der Mechanik gemäß Glg. (3.11), Glg. (3.12) und Glg. (3.13) ermittelt werden. Die Querkontraktionszahl  $\nu$  für Beton liegt gemäß [MC10; 2013] für Spannungen im Bereich von  $\sigma_c < 0.8 \cdot f_{ctk}$  und  $\sigma_c > -0.6 \cdot f_{ck}$  zwischen 0.14 und 0.26. Mit der Annahme von  $\nu = 0.20$  wird die erforderliche Genauigkeit erreicht. Durch die Anwendung der o.g. Gleichungen und mithilfe des Ansatzes, dass die Spannung  $\sigma_y$  im Randbereich gegen null geht, erhält man den in Glg. (3.14) dargestellten Zusammenhang.

$$\sigma_x = \frac{E}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} \cdot [(1 - \nu) \cdot \epsilon_x + \nu \cdot \epsilon_y] \quad (3.11)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} \cdot [(1 - \nu) \cdot \epsilon_y + \nu \cdot \epsilon_x] \quad (3.12)$$

$$\sigma_z = \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_y) \quad (3.13)$$

$$\sigma_z = 0.2 \cdot \sigma_x \quad (3.14)$$

Zur Abschätzung der Spannungen in Querrichtung, die aufgrund der umschließenden Bügelbewehrung entstehen, sind gemäß [MC10; 2013] die Beziehungen lt. Glg. (3.15) angeführt. Dabei beschreibt  $s_c$  den Bügelabstand in Längsrichtung,  $a_c$  und  $b_c$  die von den Bügeln eingeschlossene Betonfläche und  $b_i$  den Abstand der einzelnen Längsstäbe zur Systemachse. Für die gewählte Bügelbewehrung ermittelt sich die Querdruckspannung zu  $\sigma_2 = 0.028 \cdot f_{ck}$  und stellt damit einen deutlich niedrigeren Wert dar, als aus dem ebenen Verzerrungszustand hervorgeht.

$$\sigma_2 = \omega_c \cdot f_{cd} \cdot \left(1 - \frac{s_c}{a_c}\right) \cdot \left(1 - \frac{s_c}{b_c}\right) \cdot \left(1 - \frac{\sum b_i^2/6}{a_c \cdot b_c}\right) \quad (3.15)$$

$$\omega_c = \min\left[\omega_y = \frac{A_{sy} \cdot f_{yd}}{a_c \cdot s_c \cdot f_{cd}}; \quad \omega_z = \frac{A_{sz} \cdot f_{yd}}{b_c \cdot s_c \cdot f_{cd}}\right]$$

Nachfolgend werden die aus den Querdruckspannungen resultierenden erhöhten Druckfestigkeiten und Grenzdehnungen mit den drei angeführten Berechnungsansätzen ermittelt, um sie anschließend in Tab. 3.4 zu vergleichen.

- Berücksichtigung gemäß [OEN1992-1-1; 2015]

$$\begin{aligned}
 f_{ck,c} &= f_{ck} \cdot \left(1.0 + 5.0 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}}\right) && \text{für: } \sigma_2 \leq 0.05 \cdot f_{ck} \\
 f_{ck,c} &= f_{ck} \cdot \left(1.125 + 2.5 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}}\right) && \text{für: } \sigma_2 \geq 0.05 \cdot f_{ck} \\
 \epsilon_{c2,c} &= \epsilon_{c2} \cdot \left(\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}}\right)^2 \\
 \epsilon_{cu2,c} &= \epsilon_{cu2} + 0.2 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

- Berücksichtigung nach [MC10; 2013]

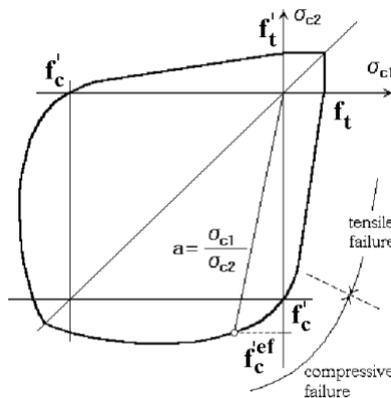
$$\begin{aligned}
 f_{ck,c} &= f_{ck} \cdot \left[1.0 + 3.5 \cdot \left(\frac{\sigma_2}{f_{ck}}\right)^{\frac{3}{4}}\right] \\
 \epsilon_{c2,c} &= \epsilon_{c2} \cdot \left[1 + 5 \cdot \left(\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} - 1\right)\right] \\
 \epsilon_{cu2,c} &= \epsilon_{cu2} + 0.2 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

- Berücksichtigung in nichtlinearen Berechnungen mit **ATENA**

$f'_c$  beschreibt hier die einachsige Zylinderdruckfestigkeit. Die effektive Betondruckfestigkeit  $f_c'^{ef}$  im Druck-Druck-Bereich wird gemäß Glg. (3.18) und im Zug-Druck-Bereich gemäß Glg. (3.19) beschrieben. In Abb. 3.15 sind die Beziehungen grafisch dargestellt.

$$f_c'^{ef} = \frac{1 + 3.65 \cdot a}{(1 + a)^2} \cdot f'_c \quad \text{mit:} \quad a = \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}} \tag{3.18}$$

$$f_c'^{ef} = f'_c \cdot r_{ec}; \quad r_{ec} = \left(1 + 5.3278 \cdot \frac{\sigma_{c1}}{f'_c}\right); \quad 1.0 \geq r_{ec} \geq 0.9 \tag{3.19}$$



**Abb. 3.15.:** Biaxiale Versagensfunktion für Beton nach Kupfer [Cervenka et al.; 2018]

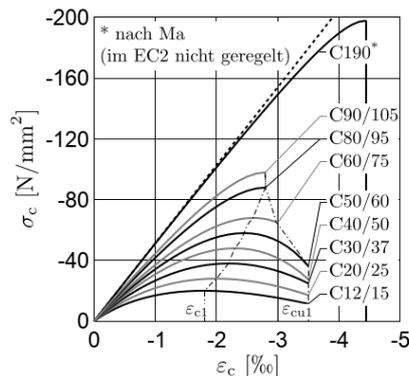
**Tab. 3.4.:** Betoneigenschaften unter mehraxialer Druckbeanspruchung

Ansatz nach	$\sigma_2/\sigma_1$	$f_{ck,c}/f_{ck}$	$\epsilon_{c2,c}$	$\epsilon_{cu2,c}$
<b>Model Code 2021</b>	3%	1,25	4,52‰	9,50‰
	5%	1,37	5,70‰	13,5‰
	10%	1,62	8,22‰	23,5‰
	20%	2,05	12,47‰	43,5‰
<b>OEN 1992-1-1</b>	3%	1,15	2,65‰	9,50‰
	5%	1,25	3,13‰	13,5‰
	10%	1,375	3,78‰	23,5‰
	20%	1,625	5,28‰	43,5‰
<b>ATENA</b>	3%	1,05	2,25‰	*
	5%	1,07	2,25‰	*
	10%	1,13	2,25‰	*
	20%	1,20	2,25‰	*

\* Die maximal ausnutzbare Betondehnung (Grenzdehnung)  $\epsilon_{cu2,c}$  wird in ATENA über das plastische Nachbruchverhalten geregelt. Daher ist es notwendig, ein Versagenskriterium gemäß Abschnitt 4.2 im Nachhinein zu definieren.

### 3.2.3. Grenzdehnung unter mehraxialer Druckbeanspruchung

Die Dehnung des Betons bei Erreichen der Höchstlast  $\epsilon_{c1}$  sowie die Grenzdehnung bei Versagen des Betons  $\epsilon_{cu1}$  können mit dem einaxialen Druckversuch festgestellt werden und ergeben sich für die üblichen Güteklassen von C12/15 bis C50/60 zu  $\epsilon_{c1} = 1.8 - 2.45\text{‰}$  und  $\epsilon_{cu1} = 3.5\text{‰}$ . Für höhere Güteklassen ist allgemein ein spröderes Verhalten feststellbar, daher steigt die Dehnung bei Erreichen der Höchstlast  $\epsilon_{c1}$  und die Grenzdehnung  $\epsilon_{cu1}$  fällt ab. Dies bedeutet, dass das plastische Nachbruchverhalten mit steigender Betongüte gemäß Abb. 3.16 abnimmt.


**Abb. 3.16.:** Betonarbeitslinien von [Illich; 2015] nach [OEN1992-1-1; 2015]

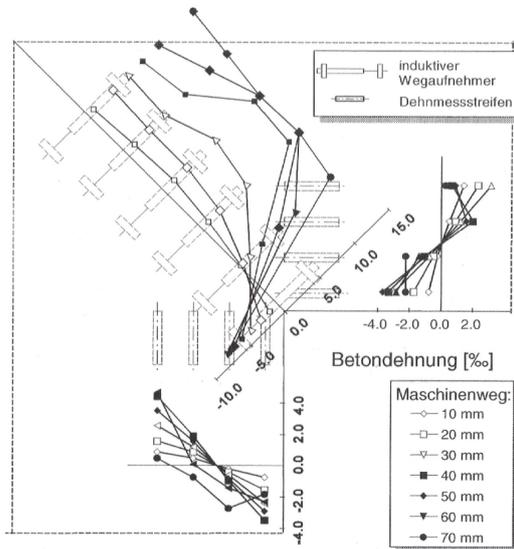
Die größten Betonstauchungen treten beim Modell einer Integralbrücke vor allem im inneren Bereich des Rahmenecks auf. Aufgrund der Plattencharakteristik kann in diesem Bereich jedoch von einem mehraxialen Spannungszustand ausgegangen werden. Um in weiterer Folge eine maximale Grenzstauchung gemäß Abschnitt 4.2.1 festlegen zu können, werden nachfolgend Erkenntnisse aus Versuchen angeführt.

In [Koenig et al.; 1999] wird darauf hingewiesen, dass sich das plastische Verformungsvermögen mit zunehmender Betongrenzstauchung bei größeren Bewehrungsgraden deutlich steigern lässt. Die Zunahme der Betongrenzstauchung kann durch eine Umschnürungsbewehrung realisiert werden. Zur Untersuchung der Spannungs- und Stauchungsverhältnisse werden exzentrische Druckversuche mit bewehrten Probekörpern durchgeführt. Aus diesen Versuchen werden mögliche Randstauchungen gemäß Tab. 3.5 abgeleitet. Die Autoren merken jedoch an, dass ergänzende Untersuchungen an großmaßstäblichen Balken zur Absicherung notwendig sind.

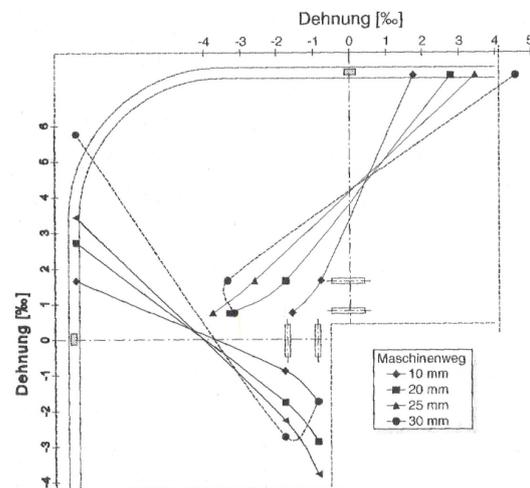
**Tab. 3.5.:** Betonrandstauchungen für Versuche DU36-38 gemäß [Koenig et al.; 1999]

Versuch	Bügelbewehrung	Bügelbewehrungsgehalt	max. Randstauchung $\epsilon_{cu}$
DU 36	$\varnothing 8, a = 10$ cm	$\rho_v = 0.65$ Vol.%	ca. 7.3‰
DU 38	$\varnothing 10, a = 15$ cm	$\rho_v = 0.65$ Vol.%	ca. 8.4‰
DU 37	$\varnothing 10, a = 10$ cm	$\rho_v = 1.00$ Vol.%	ca. 9.6‰

Erkenntnisse in [Akkermann & Eibl; 2002] zeigen bei durchgeführten Versuchen von Rahmenecken mit Rechteckquerschnitten ebenso erhöhte Betonstauchungen. Die Versuche RR3 gemäß Abb. 3.17 und RR4 gemäß Abb. 3.18 weisen Betonstauchungen von bis zu 4‰, gemessen mittels 60 mm langen Dehnmessstreifen auf. Über induktive Wegaufnehmer mit einer Referenzlänge von 100 mm kann in Richtung der Druckdiagonale eine maximale Stauchung von 7.50‰ festgestellt werden.



**Abb. 3.17.:** Betondehnungen an der Oberfläche, Versuch RR3 aus [Akkermann & Eibl; 2002]



**Abb. 3.18.:** Nichtlineare Dehnungsverteilung in den Anschnitten, Versuch RR4 aus [Akkermann & Eibl; 2002]

### 3.3. Materialmodell Bewehrungsstahl

In Österreich wird im Brückenbau hauptsächlich Bewehrungsstahl der Güte 550 und der Duktilitätsklasse B verwendet. Die Güte 550 beschreibt die charakteristische Streckgrenze der Bewehrung. Die Duktilitätsklassen geben Auskunft über das Verhältnis der charakteristischen Zugfestigkeit  $f_{tk}$  zur Streckgrenze  $f_{yk}$  und der daraus ansetzbaren Dehnung bei Höchstlast  $\epsilon_{uk}$  gemäß Tab. 3.6. Für den Fall des Stahlversagens können durch die Verwendung einer höheren Duktilitätsklasse die Querschnittskrümmung und somit das plastische Verformungsvermögen erhöht werden. Die Klasse A wird gemäß [OEN1992-1-1; 2015] für Verfahren nach der Plastizitätstheorie nicht empfohlen.

**Tab. 3.6.:** Duktilitätsklassen Bewehrungsstahl [OEN1992-1-1; 2015]

Klasse	A	B	C
Charakteristische Streckgrenze $f_{yk}$ oder $f_{0,2k}$	400 bis 600 N/mm <sup>2</sup>		
Mindestwert $k = \frac{f_{tk}}{f_{yk}}$	$\geq 1.05$	$\geq 1.08$	$\geq 1.15$ $< 1.35$
Grenzdehnung $\epsilon_{uk}$	25 ‰	50 ‰	75 ‰

In dieser Arbeit wird ein von Versuchen abgeleitetes Materialverhalten der Bewehrung gemäß Abschnitt 3.3.1 verwendet. Für eine realitätsnahe Interaktion der Bewehrung mit dem Beton ist es notwendig, eine Beziehung zwischen Verbundspannung und Schlupf der Bewehrung zu formulieren. Diese Beziehungen können über Verbundgesetze im FE-Programm definiert werden. Das verwendete Verbundmodell wird im Abschnitt 3.3.2 genauer beschrieben.

#### 3.3.1. Multi-line Stahlmodell

Im Rahmen des Forschungsprojekts ‚Real Stress‘, abgewickelt vom Institut für Betonbau der TU Graz, wurden Zugversuche für drei Bewehrungsstäbe  $\varnothing 26$  mm durchgeführt. Die daraus ermittelten Kennwerte wurden gemittelt und als Bewehrungsstahlmodell gemäß Abb. 3.19 BST550B Mittelwerte RealStress in ATENA implementiert. Die Materialeigenschaften wurden gemäß Tab. 3.7 bestimmt.

**Tab. 3.7.:** Materialeigenschaften BST 550B [Mayer; 2021]

$f_{ym}$	= 549.48 MPa	...	Streckgrenze gemittelt
$f_{um}$	= 666.94 MPa	...	Zugfestigkeit gemittelt
$E_{sm}$	= 205034 MPa	...	mittlerer E-Modul
$\epsilon_{uk}$	= 50 ‰	...	Dehnungsgrenze Klasse B
$\epsilon_{ud}$	= 45 ‰	...	Designwert Dehnungsgrenze lt. NAD $0.9 \cdot \epsilon_{uk}$

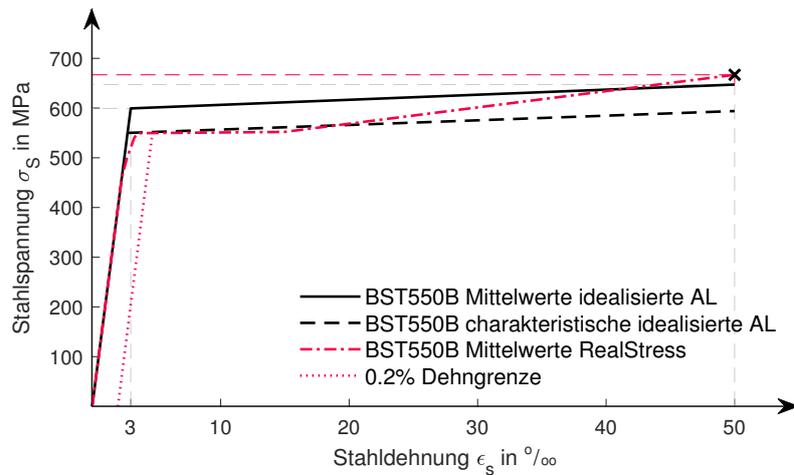


Abb. 3.19.: Stahlarbeitslinien Zugbeanspruchung

### 3.3.2. Verbundgesetz

Mit der im Verbundgesetz festgelegten Spannungs-Schlupfbeziehung werden die Knoten der Bewehrung mit den Knoten der finiten Elemente im Modell gekoppelt. Anhand der im Kapitel 4.1.2 beschriebenen Kalibrierung wurden für die Hauptzugbewehrung das Verbundgesetz für schlechten Verbund und für die Bügelbewehrung das Verbundgesetz für guten Verbund gemäß [MC10; 2013] jeweils für das Ausziehen der Bewehrung gewählt. Je nach Stabdurchmesser ergeben sich unterschiedliche Spannungs-Schlupfbeziehungen, die in Abb. 3.20 dargestellt sind.

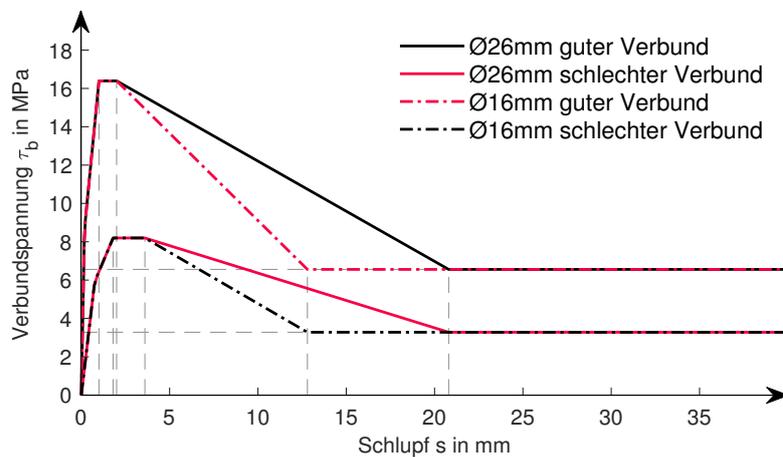


Abb. 3.20.: Verbundspannungs-Schlupfbeziehung für das Ausziehen der Bewehrung gemäß [MC10 2013]

## 4. Numerische Untersuchungen

Die numerischen Untersuchungen werden mit der im ersten Kapitel vorgestellten Finite Elemente Software ATENA durchgeführt. Die Modelle sind als zweidimensionale Scheiben mit einer Breite von einem Meter in der Software erfasst. Die FE-Netzgröße wird anhand der Kalibrierung gemäß Abschnitt 4.1.1 mit 25 mm für den Rahmeneckbereich (1.5 m ausgehend vom Systemknoten) festgelegt. Für die übrigen Bereiche wird eine Netzfeinheit von 50 mm gewählt. Die Berechnung erfolgt durch die schrittweise Steigerung einer Gleichlast am Rahmenriegel. Bei jedem Lastschritt wird eine zusätzliche Gleichlast von  $\Delta q = 2 \text{ kN/m}$  aufgebracht. Zu Beginn wird das in Abschnitt 2.4.2 beschriebene Newton-Raphson Lösungsverfahren angewendet. Kann mit diesem Verfahren kein Gleichgewicht mehr gefunden werden, bedeutet dies, dass ein Hochpunkt der Last-Verformungskurve erreicht wurde. Tritt dies ein, werden die Berechnungen mit dem Bogenlängenverfahren fortgesetzt. Aufgrund der Modellgrößen können nicht alle Lastschritte für die Auswertung herangezogen werden, da dies den Abbruch der Berechnungen zufolge hat. Es werden jeweils nur 4 von 10 Lastschritten abgespeichert und in der Auswertung berücksichtigt.

### 4.1. Modellkalibrierung anhand einer Versuchsnachrechnung

Die Modellkalibrierung mit der Nachrechnung eines von [Akkermann & Eibl; 2002] durchgeführten Versuchs wird im Wesentlichen von [Schroeckmayr; 2019] gemäß 4.1.1 übernommen. Es werden jedoch eine neuerliche Versuchsnachrechnung und eine Nachkalibrierung des Modells vorgenommen.

#### 4.1.1. Kalibrierung des Betonmodells gemäß [Schroeckmayr; 2019]

Als einflussreichster Parameter hat sich das plastische Nachbruchverhalten des Betons  $w_d$ , das im Abschnitt 3.2.1 genau beschrieben wird, herausgestellt. Ein weiterer wesentlicher Einflussparameter wird durch die Referenzlänge des versagenden Betonteils  $L_d$  definiert. In einem FE-Modell wird  $L_d$  durch die Netzgröße bereits vorgegeben. Die beste Übereinstimmung der Momenten-Rotationskurve kann mit  $w_d = 20 \text{ mm}$  und  $L_d = 25 \text{ mm}$  erreicht werden. Die Größenordnung der daraus theoretisch erreichbaren Betonstauchung  $\epsilon_d$  gemäß Glg. (4.1) wurde laut [Schroeckmayr; 2019] von einem Mitarbeiter der Firma Cervenka bestätigt. Aus dieser Beziehung wird deutlich, dass durch die theoretisch erreichbare Betonstauchung nahezu keine Grenze in den nichtlinearen Berechnungen gegeben ist. Daher muss im Zuge der Auswertung ein Versagenskriterium gemäß Abschnitt 4.2.1 definiert werden.

$$\epsilon_d = \epsilon_c + \frac{w_d}{L_d} = 2.25\%_0 + \frac{20 \text{ mm}}{25 \text{ mm}} \cdot 1000 = 802.25\%_0 \quad (4.1)$$

### 4.1.2. Nachkalibrierung weiterer Parameter

Wie bereits erwähnt, wird der Versuch mit den im Abschnitt 4.1.1 festgestellten Eigenschaften erneut nachgerechnet, um weitere Modellparameter definieren zu können. Die Überlagerung der Nachrechnung mit dem Versuch ist in Abb. 4.1 dargestellt. Im Versuch RR4 tritt ungefähr bei einem Moment von  $M = 340$  kNm ein Spaltzugriss, der für das erste Plateau verantwortlich ist, auf. Da dieser Spaltzugriss mit der zweidimensionalen Nachrechnung jedoch nicht abgebildet werden kann, wird in diesem Bereich ein Versatz der Momenten-Rotationsbeziehung angeordnet. Als weitere Einflussparameter befinden sich unten angeführt die verwendeten Einstellungen, welche sinngemäß in die Berechnungsmodelle der Rahmenbrücke übernommen werden.

- Verbundmodell Biegebewehrung: schlechter Verbund gemäß Abb. 3.20 [MC10; 2013]
- Verbundmodell Bügelbewehrung: guter Verbund gemäß Abb. 3.20 [MC10; 2013] ohne Endverankerung, da es bei einer Modellierung der Bügelbewehrung mit Endverankerung zur Überschätzung der Traglast kommt.

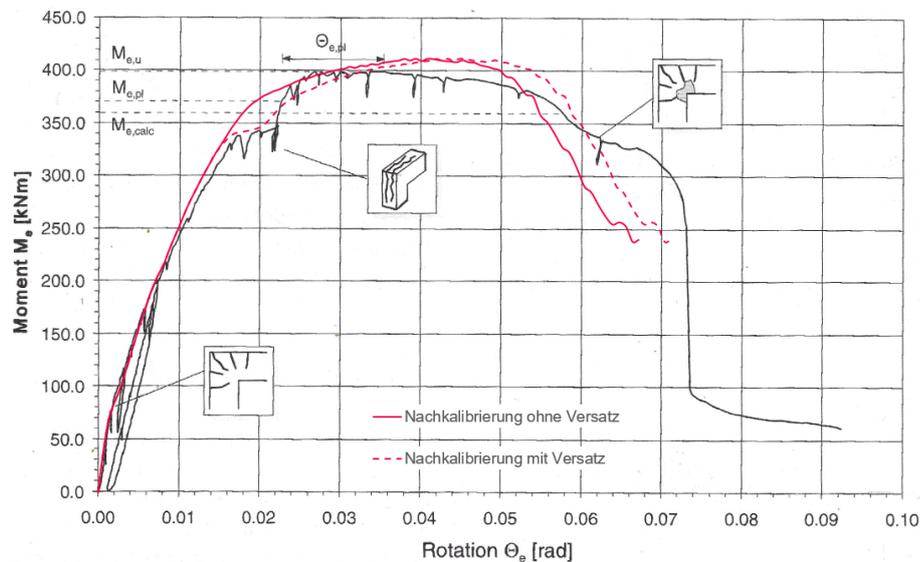


Abb. 4.1.: Momenten-Rotationsbeziehung Versuch RR4 [Akkermann & Eibl; 2002] mit überlagerter Nachkalibrierung

## 4.2. Festlegung von Versagenskriterien

Für das zweidimensionale Scheibenmodell der Rahmenbrücke kann das Bauteilversagen durch zwei Versagensszenarien (Erreichen der zulässigen Betonstauchung und Erreichen der zulässigen Stahldehnung) beschrieben werden. Aufgrund der Plattencharakteristik werden Spaltzugversagen entlang der Biegebewehrung und Druckversagen der Diagonaldruckstrebe ausgeschlossen. Das Ausziehen der Bewehrung, also ein Verbundversagen, kann ebenfalls ausgeschlossen werden, da im hoch beanspruchten Bereich kein Bewehrungsstoß angeordnet ist und eine ausreichende Verankerungslänge für die Endverankerung vorgesehen ist. Für den Fall des Betonversagens muss nachträglich, im Zuge der Auswertung, ein Abbruchkriterium eingeführt

werden, da im Berechnungsmodell aufgrund des großen plastischen Nachbruchbereichs des Betons gemäß Abschnitt 4.1.1 deutlich höhere Betonstauchungen als nachfolgend beschrieben erreicht werden.

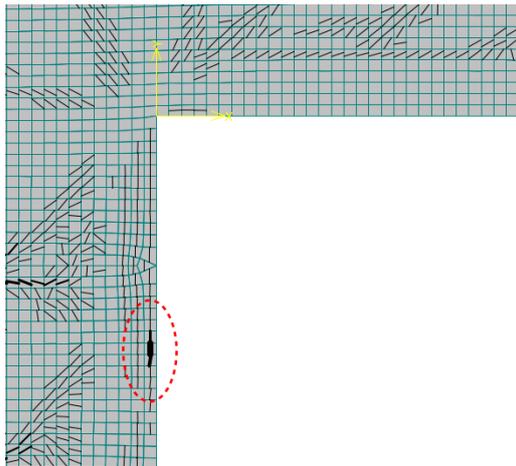
#### 4.2.1. Betonversagen durch Erreichen der Grenzstauchung

Mit den im Abschnitt 3.2.2 vorgestellten Modellen und Versuchserkenntnissen wird beabsichtigt, ein entsprechendes Versagenskriterium zu definieren. Bei den beschriebenen Versuchen von [Akkermann & Eibl; 2002] können Betonstauchungen in den Randbereichen des Riegel- und Stielanschnitts von ca. 4‰ beobachtet werden. Bei diesem Versuch beträgt die Querschnittsbreite jedoch nur 30 cm, daher scheint eine wesentlich höhere Annahme der Grenzstauchung für plattenartige Tragwerke als gerechtfertigt. Die Beobachtungen in [Koenig et al.; 1999] zeigen auch wesentlich höhere maximale Randstauchungen. Wird von einem zweiachsigen Spannungszustand mit einer Querspannung von  $\sigma_2 = 3\%$  ausgegangen, kann gemäß [OEN 1992-1-1; 2015] und [MC10; 2013] bereits eine maximale Betonstauchung von 9.5‰ angesetzt werden. Darum wird die gleiche Annahme wie in [Schroeckmayr; 2019] mit  $\epsilon_{cu} = 7\%$  gewählt. Darüber hinaus wird die Betonstauchung jeweils über drei nebeneinanderliegende FE-Elemente ( $3 \cdot 25 \text{ mm} = 75 \text{ mm}$ ) gemittelt, um den in [Akkermann & Eibl; 2002] gewonnenen Erkenntnissen einer nichtlokalen Schädigung gerecht zu werden. Die Materialdehnungen werden jeweils im Integrationspunkt der Elemente für die Auswertung herangezogen.

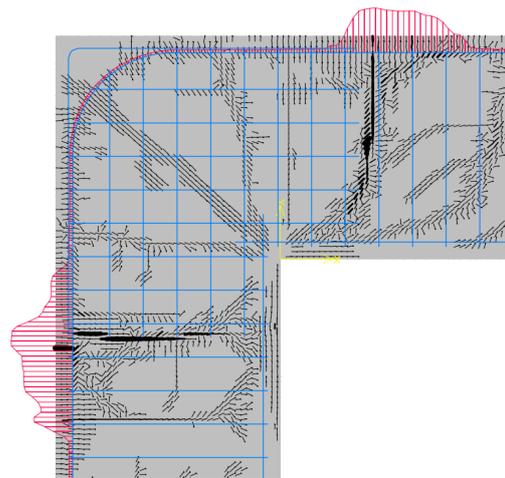
Im Zuge der nichtlinearen Berechnungen stellte sich heraus, dass bei einigen Modellen die festgelegte Grenzstauchung durch Ausbildung eines Spaltzugrisses senkrecht zur Stabachse über zwei bis drei Elemente gemäß Abb. 4.2 sprunghaft erreicht wird.

#### 4.2.2. Stahlversagen durch Erreichen der Grenzdehnung

Die Grenzdehnung der Bewehrung wird im Wesentlichen mit der Arbeitslinie gemäß Abschnitt 3.3.1 bestimmt. Wird in den Berechnungen der festgelegte Grenzwert von  $\epsilon_{uk} = 50\%$  in nur einem Element der Bewehrung überschritten, so bricht die Software die Berechnungen automatisch ab. Es kann jedoch nur bei jenem Modell, das den geringsten Bewehrungsgrad ( $\rho_l = 0.4\%$ ) und eine Horizontalfedersteifigkeit von  $k_h = 22.5 \text{ MN/m}$  aufweist, die Grenzdehnung der Bewehrung erreicht werden. Wie erwartet treten die größten Stahldehnungen gemäß Abb. 4.3 bei stark ausgebildeten Rissen in den Anschnittsbereichen auf.



**Abb. 4.2.:** Erreichen der Grenzstauchung durch Spaltzugversagen senkrecht zur Stabachse



**Abb. 4.3.:** Erreichen der Grenzdehnung der Bewehrung

### 4.3. Auswertung

Um die unterschiedlichen Modelle miteinander und mit der linear elastischen Berechnung vergleichen zu können, werden die Ergebnisse mit der Software MATLAB aufbereitet. Bei den mit Hilfe von ATENA durchgeführten Berechnungen können die nachfolgenden Ergebnisse der Berechnung in Form von einfachen .txt-Dateien ausgelesen werden. Dazu werden in ATENA verschiedene Möglichkeiten zur Verfügung gestellt:

#### Monitoringpoints

Mit den Monitoringpoints können Verschiebungen, externe Kräfte, Auflagerreaktionen, Verzerrungen, Spannungen, Temperaturen und der Verbundschluss in einem einzelnen FE-Element über die gesamten Lastschritte mitverfolgt werden. In den Modellen wurden jeweils 76 Monitoringpoints zur Auswertung gesetzt.

#### Schnitte

Die Schnitte dienen lediglich zur Veranschaulichung der o.g. Größen in der Post-Processing-Oberfläche von ATENA.

#### Momentlines

Mit den Momentlines können das Moment, die Normalkraft und die Querkraft entlang eines vorgegebenen Pfades ausgewertet werden. In der Software werden die Momente, die Normalkraft und die Querkraft sinngemäß nach Glg. (2.1), Glg. (2.2) und Glg. (2.3) über die Elemente, die sich senkrecht zum Pfad der Momentline befinden, aufintegriert. Diese Ausgabe kann nur für abgespeicherte Lastfälle in Anspruch genommen werden. Daher können, wie vorher in diesem Kapitel beschrieben, nur 4 von 10 Lastschritten in der Auswertung berücksichtigt werden.

#### Allgemeine Textausgabe

Mit der allgemeinen Textausgabe können für jeden abgespeicherten Lastschritt sehr umfangreiche Informationen über das gesamte Modell ausgegeben werden. Mit dieser Möglichkeit können unter anderem die Federkräfte ausgelesen werden.

### 4.3.1. Momente

Die Momente werden im Abstand von 10 cm aufintegriert und mit den o.g. Momentenlinien ausgelesen. Im Rahmeneckbereich sowie auch im Anschnitt kommt es jedoch zu nicht nachvollziehbaren Sprüngen gemäß Abb. 4.4. Aus diesem Grund werden für die Auswertung die Momente im Stiel- und Riegelanschnitt über den Verlauf der Momentenlinie bis 10 cm vor den Anschnitten extrapoliert. Die Extrapolation wird im Nachhinein mit MATLAB mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate über die jeweils folgenden fünf ausgewerteten Stellen durchgeführt. In [Kordina et al.; 1998] wird angegeben, dass sich das Momentenmaximum im Abstand von  $0.2 \cdot d$  vom Riegelanschnitt im Rahmeneck befindet. Um jedoch keine weiteren Annäherungen in Form von Extrapolationen treffen zu müssen, wird in dieser Arbeit immer auf die Momente im Stiel- und Riegelanschnitt Bezug genommen.

### 4.3.2. Normalkräfte

Die Normalkräfte im Riegel weisen gemäß Abb. 4.5 ebenfalls Unstetigkeitsstellen auf. Wenn von kleinen Verformungen ausgegangen wird, müsste die Normalkraft im gesamten Riegelbereich annähernd konstant sein. Daher wurde der Mittelwert aus den Einträgen ab dem Riegelanschnitt bis zum Symmetriemittel als repräsentative Größe berechnet. Aufgrund der im Abschnitt 3.1.5 beschriebenen Auflagerabbildung muss der Betrag der Normalkraft auch gleichzeitig dem Betrag der horizontalen Federkraft entsprechen. Die gemittelte Normalkraft steigert sich jedoch im Verhältnis zur horizontalen Federkraft mit ansteigenden Lastschritten gemäß Abb. 4.6 um bis zu 4%. Es wird vermutet, dass aufgrund der expliziten Abbildung der Risse die Normalkraft in ATENA nicht mehr richtig aufintegriert wird. Für die Auswertung wird deshalb im gesamten Riegel die Normalkräfte mit dem Betrag der horizontalen Federkraft herangezogen.

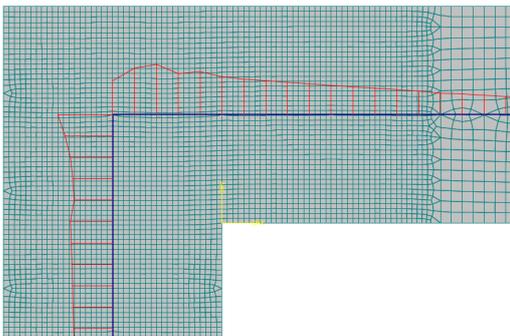


Abb. 4.4.: Momentenverlauf ATENA im Rahmeneckbereich

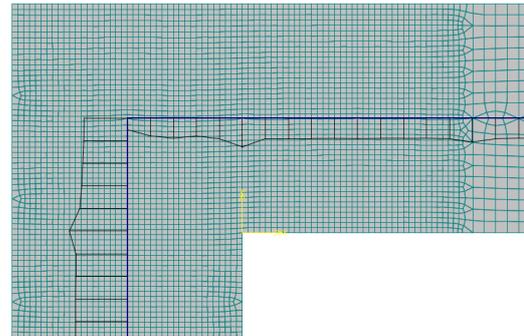


Abb. 4.5.: Normalkraftverlauf ATENA im Rahmeneckbereich

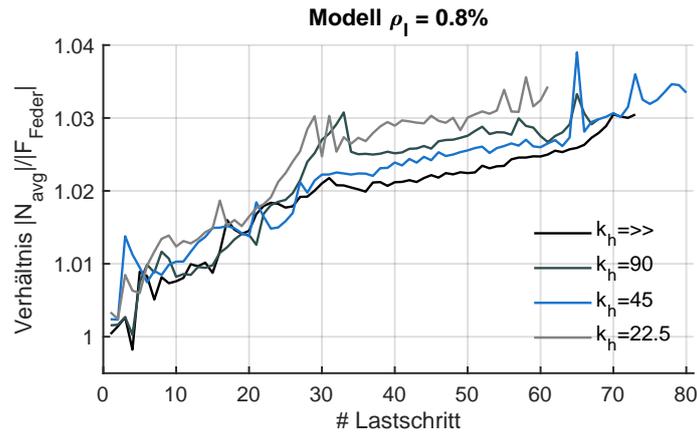


Abb. 4.6.: Verhältnis der gemittelten Normalkraft  $N_{avg}$  zur Horizontalfederkraft  $F_{Feder}$

### 4.3.3. Rotation

Zur Auswertung der Rotation wird der im Abschnitt 2.3 beschriebene geometrische Ansatz verwendet. Der Abstand  $\pm x$  wurde mit 3.0 m gewählt. Das entspricht ungefähr dem Momentennullpunkt im Riegel. In MATLAB wird dazu der Winkel zwischen den Geraden, die sich aus den verfolgten Punkten (MP1, MP2 und MP3) aus ATENA ergeben, über die Lastschritte berechnet.

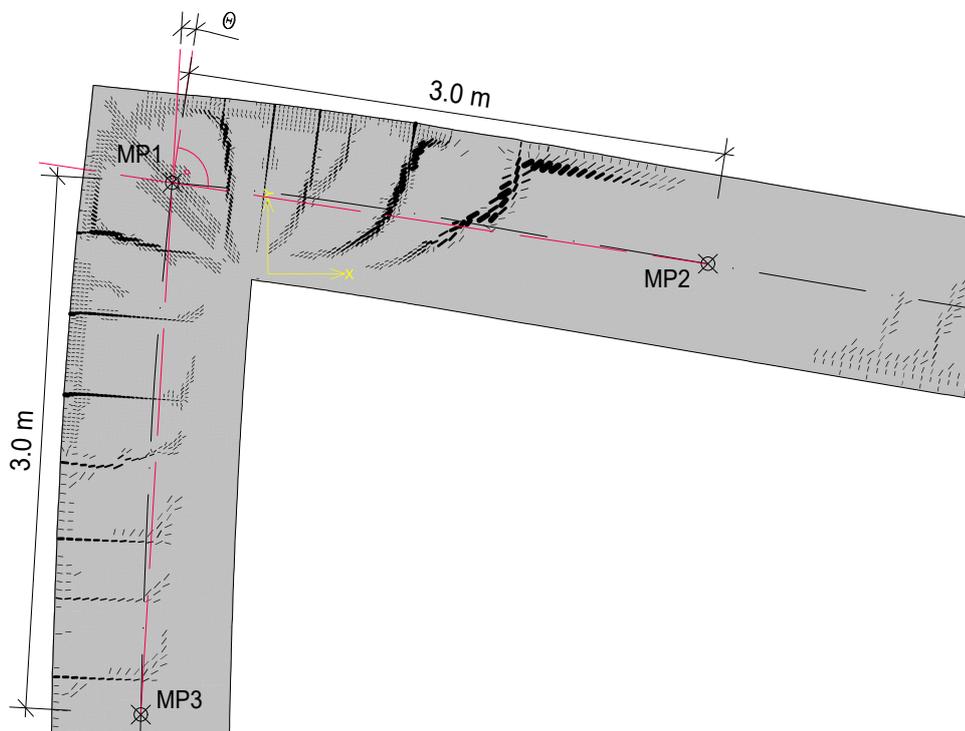


Abb. 4.7.: Bestimmung der Rotation im Rahmeneck

## 4.4. Ergebnisse

Mit den in Abschnitt 4.3 vorgestellten Methoden werden nachfolgend die Ergebnisse der durchgeführten Berechnungen dargelegt. Vorwiegend werden hier Vergleiche zwischen nicht-linearen und linear elastischen Berechnungen geführt. Des weiteren werden die Ergebnisse der nichtlinearen Berechnungen in Bezug auf die unterschiedlichen Bewehrungsgrade und Horizontalfedersteifigkeiten gegenübergestellt.

Die Modelle sind jeweils mit dem Längsbewehrungsgrad  $\rho_l$  und der angesetzten Horizontalfedersteifigkeit  $k_h$  gekennzeichnet. Bei unterschiedlichen Längsbewehrungsgraden im Stütz- und Feldbereich bezieht sich die jeweils erste angeführte Zahl auf den Längsbewehrungsgrad im Stützbereich und die zweite Zahl auf den Längsbewehrungsgrad im Feldbereich. Die Horizontalfedersteifigkeit ist mit der Einheit MN/m festgelegt und wird in weiterer Folge vereinfacht ohne Einheit angeführt.

Im Anhang B sind die Ergebnisse der nichtlinearen Berechnungen für alle Modelle der Reihe nach angeführt.

### 4.4.1. Vergleich der Systemtraglast

Zunächst wird eine Gesamtbetrachtung der Modelle gemäß Abb. 4.8 mit Bezug auf die maximal erreichte Belastung, die in Form einer gleichmäßigen Streckenlast  $q$  aufgebracht wird, angestellt. Hierzu werden die erreichten Belastungen über den berechneten Modellen aufgetragen.

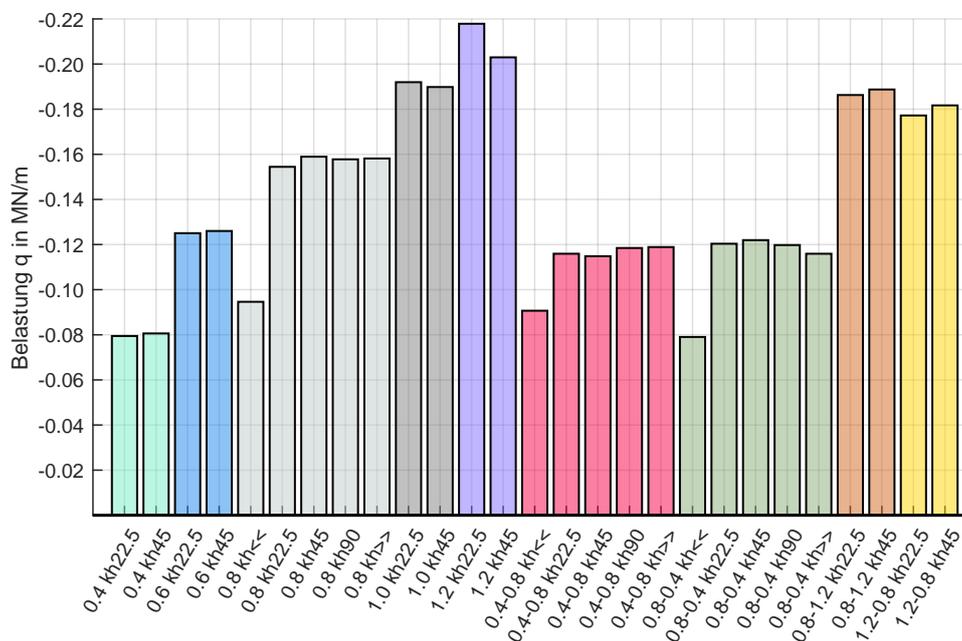


Abb. 4.8.: Systemtraglast aller Modelle

Bei den Modellen mit sehr geringer Horizontalfedersteifigkeit ( $k_h \ll$ ) wird erwartungsgemäß eine deutlich geringere Systemtraglast erreicht. Der Grund dafür liegt darin, dass sich ohne der horizontalen Kraft im Fußpunkt das Moment im Rahmeneck nur teilweise durch den Ansatz

der Drehfeder aufbaut. Im Feldbereich entstehen dadurch bei kleinerer Belastung bereits größere Momente. Im Gegensatz dazu werden bei den restlichen Horizontalfedersteifigkeiten annähernd gleiche Belastungsniveaus für gleiche Bewehrungsgrade erreicht. Das Modell mit dem Längsbewehrungsgrad von  $\rho_l = 1.2\%$  weist mit zunehmender Horizontalfedersteifigkeit bereits früher Betonversagen im Bereich des Riegelanschnitts auf, darum wird eine etwas geringere Systemtraglast erreicht. Das frühere Versagen ist auf die höhere Normalkraft im Riegel, die sich aufgrund der höheren Horizontalfedersteifigkeit ergibt, zurückzuführen. Eine interessante Beobachtung in Bezug auf die Schnittgrößenumlagerungen, welche in weiterer Folge näher betrachtet werden, ist bei den Modellen mit unterschiedlichen Bewehrungsgraden im Stütz- und Feldbereich zu erkennen, da sich kaum Änderungen der Systemtraglasten zeigen.

#### 4.4.2. Fließbeginn und Versagen

Um eine Aussage darüber treffen zu können, inwiefern sich die unterschiedlichen Bewehrungsgrade und Federsteifigkeiten auf die Lage und das Lastniveau des Fließbeginns auswirken, wird die normierte Gleichlast über dem jeweiligen Bewehrungsgrad gemäß Abb. 4.9 bzw. über der jeweiligen Horizontalfedersteifigkeit gemäß Abb. 4.10 aufgetragen. Auf der Ordinate sind der Fließbeginn in Feldmitte, der Riegel- und Stielanschnitt sowie das Versagen markiert. Es sei hier erwähnt, dass Ungenauigkeiten beim Festlegen des Fließbeginns entstehen, da nicht jeder Lastschritt ausgewertet wurde. Als Fließbeginn ist die Überschreitung der Stahldehnung von  $\epsilon_s = 3.5\%$  festgelegt.

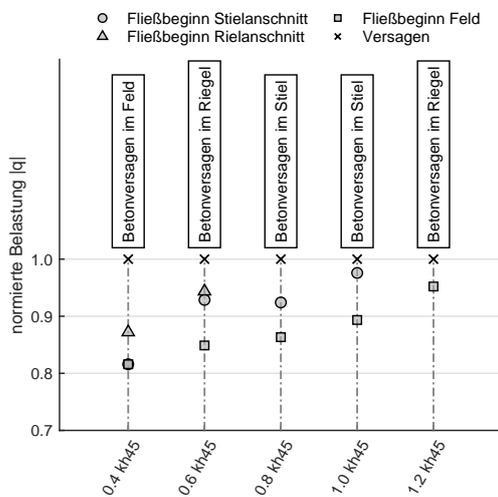


Abb. 4.9.: Bezogene Belastung bei Fließbeginn und Versagen unterschiedlicher Bewehrungsgrade

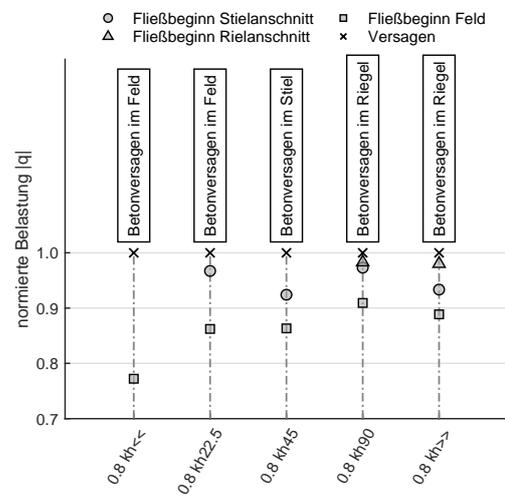


Abb. 4.10.: Bezogene Belastung bei Fließbeginn und Versagen unterschiedlicher Horizontalfedersteifigkeiten

#### Fließen der Bewehrung

Wie in Abb. 4.9 zu erkennen ist, steigt mit höher werdendem Bewehrungsgrad das bezogene Lastniveau des Fließbeginns. Das Fließmoment im Stielanschnitt der berechneten Modelle wird bei einem geringeren Lastniveau als im Riegelanschnitt erreicht. Der früher auftretende Fließbeginn im Stiel kann bei genauerer Betrachtung der Rahmenecke gemäß Abschnitt 4.4.3 nachvollzogen werden. Im Riegelanschnitt kommt es außerdem nicht bei allen Modellen

zum Fließen der Bewehrung, da sich aufgrund der plastischen Stahldehnung im Riss des Stielanschnitts die Stahldehnungen im Riegelanschnitt nicht mehr wesentlich steigern lassen. In Abb. 4.11 sind dazu links das Rahmeneck bei Fließbeginn im Stielanschnitt und rechts bei Versagen mit den zugehörigen Stahldehnungen abgebildet. Der Riss, bei dem die frühesten plastischen Verformungen im Stielanschnitt beobachtet werden können, entsteht ca. 35 cm unter dem Stielanschnitt, da genau dort die konstruktiv gewählte Rahmeneckbewehrung ( $4\phi 12/14$ ) endet.

Mit Ausnahme des Modells mit einem Bewehrungsgrad von  $\rho_l = 0.4\%$  und einer Federsteifigkeit von  $k_h = 45$  MN/m (gleichzeitiger Fließbeginn im Feld- und Stielanschnitt) wird bei allen im Feld- und Stützbereich gleich bewehrten Modellen der frühest auftretende Fließbeginn in Feldmitte beobachtet. Das hängt damit zusammen, dass es im Rahmeneck durch die größere statische Nutzhöhe zu kleineren Stahlspannung kommt und in den Anschnitten bereits betragsmäßig geringere Momente als im Feldbereich anzutreffen sind. In Abb. 4.13 sind dazu die Schnittgrößenkombinationen in einem Momenten-Normalkraft-Interaktionsdiagramm dargestellt.

Bei größer werdender Horizontalfedersteifigkeit kann ebenfalls ein Anstieg des bezogenen Lastniveaus bei Fließbeginn gemäß Abb. 4.10 festgestellt werden.

### Versagensszenarien

Stahlversagen kann nur beim geringsten untersuchten Bewehrungsgrad ( $\rho_l = 0.4\%$ ) und der kleinsten Horizontalfedersteifigkeit ( $k_h = 22.5$  MN/m) gemeinsam mit Betonversagen im Riegel beobachtet werden. Bei allen anderen Modellen kommt es zum Betonversagen. Eine Tendenz von Betonversagen im Feld bei sehr geringen Horizontalfedersteifigkeiten zu Betonversagen im Riegel bei sehr hohen Horizontalfedersteifigkeiten ist gemäß Abb. 4.10 feststellbar. Da es jedoch oftmals zu lokalem Spaltzugversagen gemäß Abschnitt 4.2.1, Abb. 4.2 kommt, ist kein weiterer Zusammenhang mit den unterschiedlichen Bewehrungsgraden bzw. Horizontalfedersteifigkeiten ableitbar.

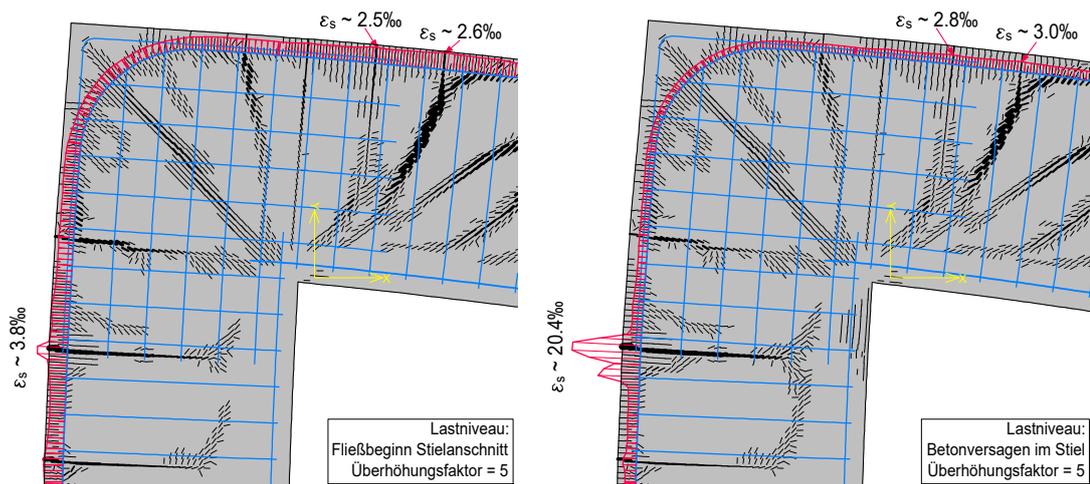
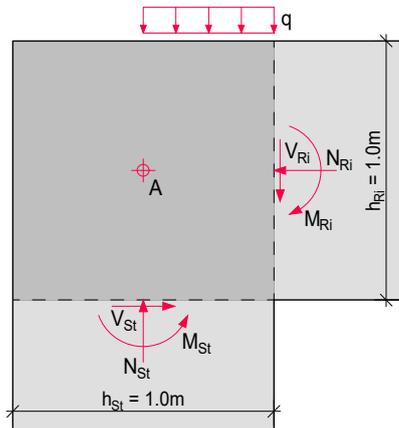


Abb. 4.11.: Stahldehnungen im Stiel- und Riegelanschnitt,  $\rho_l = 0.8\%$

### 4.4.3. Rahmeneckbereich

In diesem Abschnitt wird die Rahmenecke anhand eines starren Scheibenmodelles betrachtet, um die vorliegenden Ergebnisse nachvollziehen zu können. Dazu werden die Kräftegleichgewichte am Rahmeneck mit den Schnittgrößen im Stiel- und Riegelanschnitt gemäß Abb. 4.12 gebildet. Die Schnittgrößen wirken in der angegebenen Richtung und sind somit alle positiv.



$$\sum F_H = 0 : \quad V_{Ri} = N_{St} - q \cdot \frac{h}{2}$$

$$\sum F_V = 0 : \quad N_{Ri} = V_{St}$$

$$\sum M_A = 0 :$$

$$0 = M_{Ri} - M_{St} + V_{Ri} \cdot \frac{h}{2} - V_{St} \cdot \frac{h}{2} + \frac{q \cdot h}{2} \cdot \frac{h}{4}$$

$$M_{St} = M_{Ri} + \frac{h}{2} \cdot (N_{St} - q \cdot \frac{h}{2} - N_{Ri} + q \cdot \frac{h}{4})$$

$$M_{St} = M_{Ri} + \frac{h}{2} \cdot (N_{St} - N_{Ri} - q \cdot \frac{h}{4})$$

**Abb. 4.12.:** Scheibenmodell der Rahmenecke

Die Normalkraft im Stiel  $N_{St}$  lässt sich aus dem Eigengewicht des Riegels und der aufgetragenen Belastung  $q$  ermitteln. Die Normalkraft im Riegel wird nachfolgend aus den Ergebnissen der linear elastischen und nichtlinearen Berechnungen herangezogen. Über die Verhältnisse der Normalkräfte sowie die Verhältnisse der einwirkenden Gleichlast zur Stielnormalkraft gemäß Tab. 4.1 kann gezeigt werden, dass gemäß Glg. (4.2) und Glg. (4.3) das Moment im Stielanschnitt größer ist als das Moment im Riegelanschnitt. Mit dem Scheibenmodell können die Zusammenhänge gemäß Tab. 4.2 relativ genau nachvollzogen werden. Die geringen Abweichungen sind unter anderem auf die Vernachlässigung des Eigengewichts im Stiel zurückzuführen.

Der früher auftretende Fließbeginn im Stielanschnitt wird anschließend mit dem Momenten-Normalkraft-Interaktionsdiagramm für das Modell  $\rho_l = 0.8\%$  und  $k_h = 45 \text{ MN/m}$  gemäß Abb. 4.13 bestätigt. Das dabei verwendete Lastniveau ist auf den Fließbeginn im Stielanschnitt bezogen und beträgt  $q = 136 \text{ kN/m}$ . Auf die höhere Normalkraft im Rahmenriegel bei den nichtlinearen Berechnungen wird in Abschnitt 4.4.4 näher eingegangen.

**Tab. 4.1.:** Verhältnis der Normalkräfte auf Fließlastniveau im Stielanschnitt, Modell  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 45 \text{ MN/m}$

	linear elastisch	nichtlinear
$N_{Ri}/N_{St} =$	$447.09/1610 = 0.278$	$617.6/1610 = 0.384$
$q \cdot \frac{h}{4}/N_{St} =$	$136 \cdot \frac{1}{4}/1610 = 0.021$	0.021

$$M_{St,lin} \approx M_{Ri} + \frac{h}{2} \cdot (N_{St} - 0.278 \cdot N_{St} - 0.021 \cdot N_{St}) \quad (4.2)$$

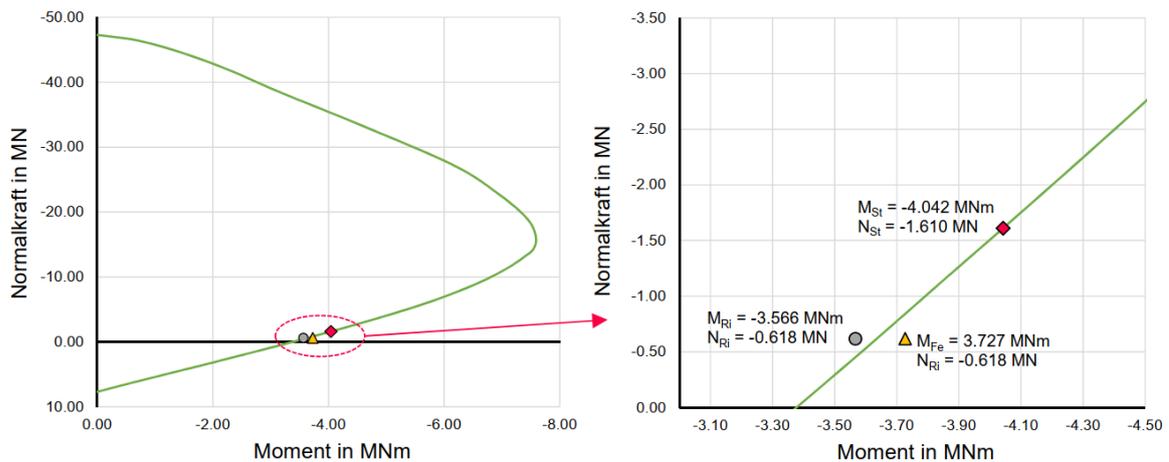
$$M_{St,lin} \approx M_{Ri} + 0.35 \cdot N_{St}$$

$$M_{St,nonlin} \approx M_{Ri} + \frac{h}{2} \cdot (N_{St} - 0.384 \cdot N_{St} - 0.021 \cdot N_{St}) \quad (4.3)$$

$$M_{St,nonlin} \approx M_{Ri} + 0.30 \cdot N_{St}$$

**Tab. 4.2.:** Vergleich der Eckmomente des Scheibenmodells, der linear elastischen Berechnung und der nichtlinearen Berechnung, Modell  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 45$  MN/m

	$M_{Riegelanschnitt}$	$M_{Stielanschnitt}$	Abw. $\Delta$
Linear elastisch		-3.674 MNm	
Scheibenmod. Glg. (4.2)	-3.155 MNm	-3.719 MNm	$\Delta = 1.2\%$
Nichtlinear		-4.042 MNm	
Scheibenmod. Glg. (4.3)	-3.566 MNm	-4.049 MNm	$\Delta = 0.2\%$



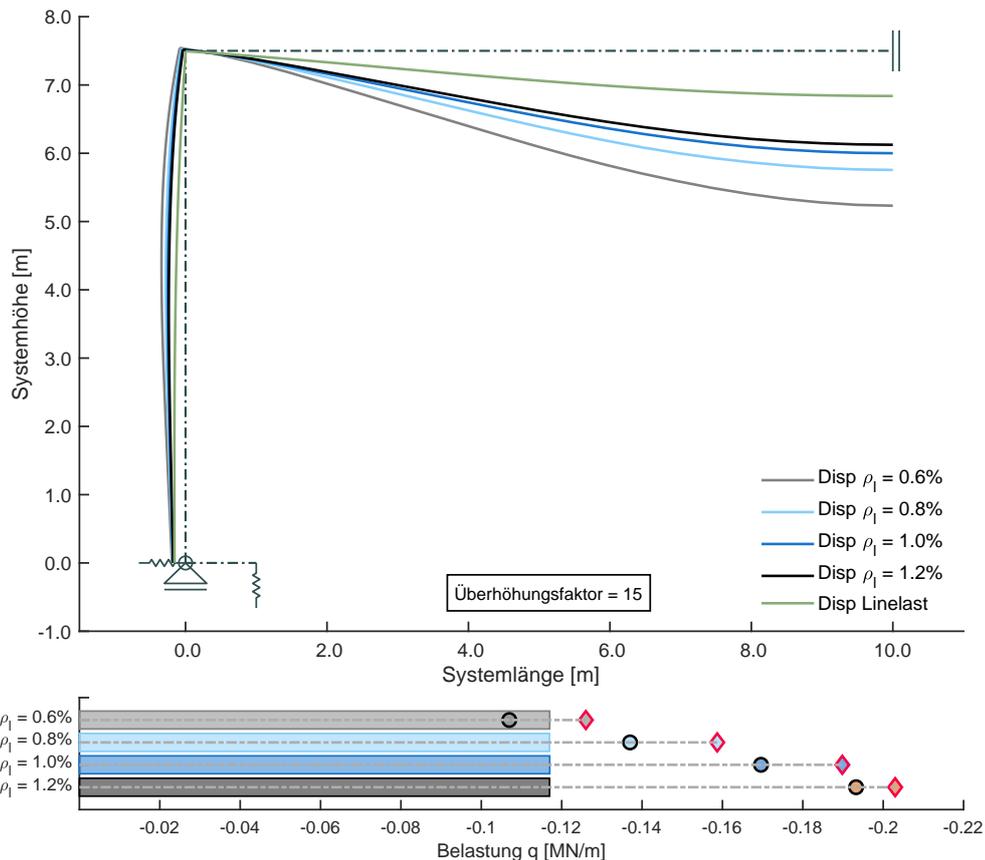
**Abb. 4.13.:** M-N Interaktionsdiagramm bei Fließbeginn im Stielanschnitt,  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $k_h = 45$  MN/m

Als Vergleich ist auch die Schnittgrößenkombination für die Feldmitte, jedoch mit umgekehrtem Vorzeichen des Feldmoments, in Abb. 4.13 angeführt. Aus den genaueren Betrachtungen der Rahmenecke als Scheibenmodell kann festgehalten werden, dass sich bei größer werdender Normalkraft im Riegel der Unterschied zwischen den Momenten in Stiel- und Riegelanschnitt verringert. Allerdings wird in keinem der berechneten Modelle die Fließgrenze im Riegelanschnitt früher als im Stielanschnitt erreicht.

#### 4.4.4. Vergleich der Verformungsfiguren

In diesem Abschnitt werden die Verformungsfiguren unterschiedlich bewehrter Modelle sowie die Verformungsfigur der linear elastischen Berechnung miteinander verglichen. In Abb. 4.14

sind die Verformungsfiguren der Modelle mit den Längsbewehrungsgraden  $\rho_l = 0.6\%$ ,  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $\rho_l = 1.0\%$  und  $\rho_l = 1.2\%$  und die Verformungsfigur der linear elastischen Berechnung jeweils für eine Horizontalfedersteifigkeit von  $k_h = 45 \text{ MN/m}$  dargestellt. Die aufgebrachte Last wurde für alle Modelle mit gleicher Höhe festgelegt und ist darunter angeführt. An den Markierungen im Balkendiagramm ist zu erkennen, bei welcher Last der Fließbeginn und das Versagen auftreten. Die daraus resultierenden Unterschiede dienen nachfolgend dazu, Überlegungen zu den Auswirkungen auf die Schnittgrößen anzustellen.



**Abb. 4.14.:** Verformungsfiguren unterschiedlicher Bewehrungsgrade,  $k_h = 45 \text{ MN/m}$  (oben) und verwendetes Lastniveau mit Markierungen für Fließbeginn und Versagen (unten)

Wie erwartet, zeigt die oben angeführte Abbildung, dass die Verformungen bei den nichtlinearen Modellen deutlich höher ausfallen. Ebenfalls ist eine Erhöhung der Verformungen erkennbar, wenn sich der Längsbewehrungsgrad verringert. Dies bedeutet, dass die Biegesteifigkeit im gerissenen Zustand II stark vom Längsbewehrungsgrad abhängt. Hier sei angemerkt, dass beim Modell  $\rho_l = 0.6\%$  die Fließgrenze bereits überschritten ist und daher ein größerer Sprung im Vergleich zu den anderen Bewehrungsgraden vorhanden ist.

Ein weiterer Unterschied besteht in der Längenänderung der Systemachse, welcher sich im Rahmeneck gemäß Abb. 4.15 bemerkbar macht. Sowohl die Systemlänge des Riegels, als auch die Systemlänge des Stiels verlängern sich bei den nichtlinearen Modellen. Mit geringer werdendem Bewehrungsgrad nimmt die Länge der Systemachse zu. Dieser Effekt ist auf die nichtlinearen Materialgesetze zurückzuführen. Da die Querschnittsverkrümmungen in ATENA aufgrund der Abbildung der Risse nicht eindeutig abgeleitet werden können, ist

zur Bestätigung dieses Effekts ein beliebiger Dehnungszustand gemäß Abb. 4.17 angeführt. Der Dehnungszustand wird mit der nichtlinearen Querschnittsbemessungssoftware INCA2 unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug erstellt. Die Mitwirkung des Betons auf Zug wird gemäß der in Kapitel 2.4.1 vorgestellten modifizierten Stahlarbeitslinie berücksichtigt.

Bei der Betrachtung des in Abb. 4.16 dargestellten Auflagerpunktes zeigt sich, dass bei der linear elastischen Berechnung die Federauslenkung geringer ist als bei den nichtlinearen Modellen. Die größere Federauslenkung bedingt eine größere Horizontalfederkraft und dadurch auch eine höhere Behinderung der Schwerachse des Überbaus, welche wiederum eine erhöhte Normalkraft im Riegel zur Folge hat. Aufgrund des im Modell abgebildeten Angriffpunkts der Horizontalfederkraft im Fußpunkt wirkt sich die höhere Behinderung der Schwerachse auch auf die Momente im System aus. Die größere Auslenkung der Horizontalfeder lässt sich zum einen auf die oben beschriebene Längenänderung der Systemachse zurückführen. Zum anderen wirken sich auch die vom jeweiligen Risszustand abhängigen Biegesteifigkeiten auf die größere Federauslenkung aus.

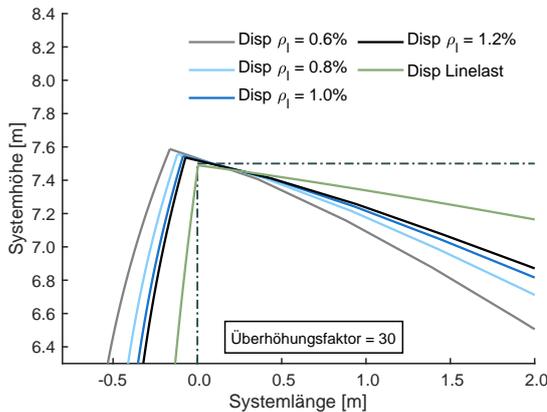


Abb. 4.15.: Verformungsfigur unterschiedlicher Bewehrungsgrade im Eckbereich,  $k_h = 45 \text{ MN/m}$

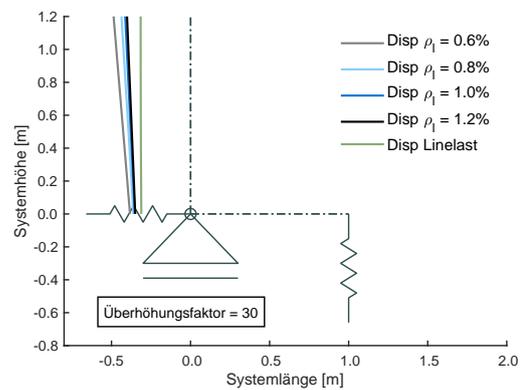


Abb. 4.16.: Verformungsfigur unterschiedlicher Bewehrungsgrade im Bereich des Fußpunktes,  $k_h = 45 \text{ MN/m}$

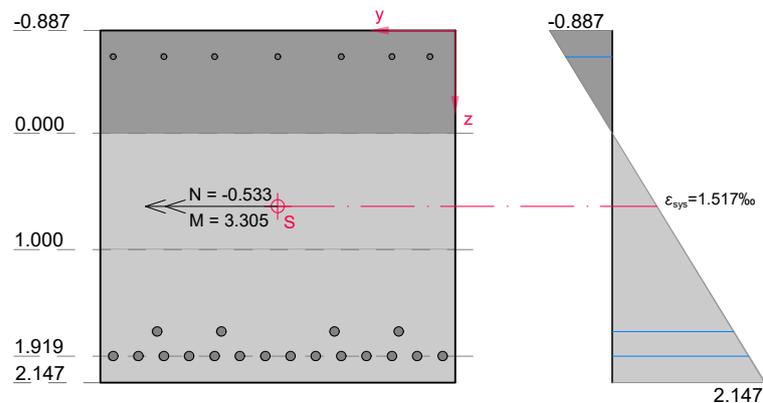


Abb. 4.17.: Dehnungszustand am Querschnitt INCA2,  $\rho_t = 1.0\%$

#### 4.4.5. Auswirkungen der Horizontalfedersteifigkeiten in nichtlinearen Berechnungen

In diesem Abschnitt werden die Auswirkungen der unterschiedlichen Horizontalfedersteifigkeiten auf die Schnittkräfte im Riegel- und Stielanschnitt sowie in Feldmitte miteinander verglichen. Die verschiedenen Horizontalfedersteifigkeiten sollen dabei, wie eingangs erwähnt, vereinfacht die Boden-Bauwerks-Interaktion für unterschiedlich steife Böden abbilden. Dazu werden die Modelle mit gleichem Bewehrungsgrad, aber unterschiedlicher Horizontalfedersteifigkeit gegenübergestellt.

##### Normalkraft

In Abb. 4.18, Abb. 4.19 und Abb. 4.20 ist die Entwicklung der Normalkraft für das jeweilige Modell über der Belastung aufgetragen, der Fließbeginn ist für jedes Modell gekennzeichnet. Erwartungsgemäß erhöht sich die Normalkraft mit höherer Horizontalfedersteifigkeit. Bei sehr geringer Horizontalfedersteifigkeit geht die Normalkraft gegen Null. Die Unterschiede der Normalkraft von  $k_h = 22.5$  bis  $k_h = \gg$  bei Fließbeginn ( $q_y$ ) und bei Erreichen der größten Belastung ( $q_{max}$ ) bezogen auf die Horizontalfedersteifigkeit  $k_h \gg$  sind in Tab. 4.3 angeführt. Die Lage der betrachteten Abweichungen ist in den Abbildungen gekennzeichnet. Für üblich anzutreffende Bodenverhältnisse sollte die horizontale Steifigkeit des Bodens im Bereich zwischen den untersuchten Steifigkeiten von  $k_h = 22.5$  bis  $k_h \gg$  liegen. Daher kann der maximale Einfluss auf die Normalkraft bei ähnlichen Längsbewehrungsgraden, ausgehend von einer sehr großen Horizontalfedersteifigkeit ( $k_h \gg$ ), mit ca. 15% beziffert werden.

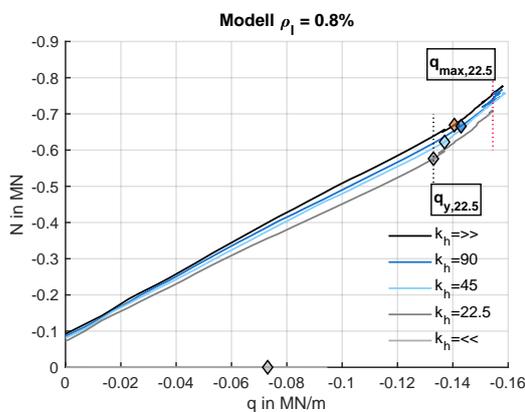


Abb. 4.18.: Vgl. Normalkraft  $\rho_l = 0.8\%$

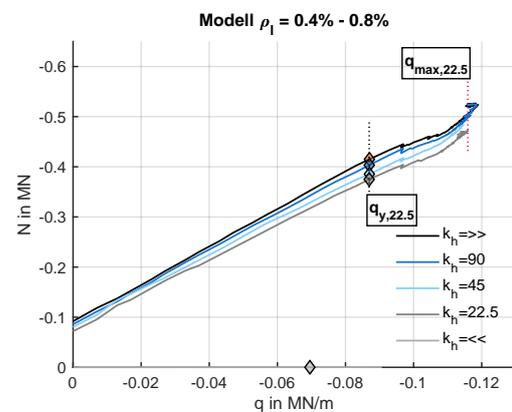


Abb. 4.19.: Vgl. Normalkraft  $\rho_l = 0.4 - 0.8\%$

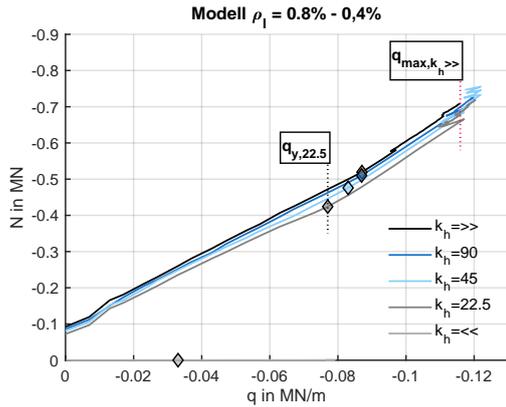


Abb. 4.20.: Vgl. Normalkraft  $\rho_l = 0.8 - 0.4\%$

### Momente

Analog zu den oben angeführten Vergleichen der Normalkraft, werden auch für das Stützmoment im Stiel- und Riegelanschnitt sowie das Feldmoment gemäß Abb. 4.21 bis Abb. 4.26 für die Längsbewehrungsgrade  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$  und  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$  Vergleiche ange stellt. Die Vergleichswerte sind in Tab. 4.3 angeführt. Bei Abb. 4.21, Abb. 4.23 und Abb. 4.25 beziehen sich die durchgezogenen Linien jeweils auf die Stützmomente im Riegelanschnitt und die strichpunktierten Linien auf die Stützmomente im Stielanschnitt. Negative Werte in der angeführten Tabelle bedeuten, dass sich die jeweils betrachtete Schnittgröße bei abnehmender Horizontalfedersteifigkeit bezogen auf  $k_h \gg$  verringert.

Die größten Abweichungen zwischen  $k_h \gg$  und  $k_h = 22.5$  treten bei Fließbeginn auf und betragen bei gleichem Längsbewehrungsgrad ca. 5%. Auffallend ist, dass sich die Unterschiede bei Erreichen der maximalen Belastung ( $q_{max,22.5}$ ) verringern. Beim Modell  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$  treten bei Fließbeginn keine erkennbaren Unterschiede der Stütz- und Feldmomente auf. Das lässt darauf schließen, dass sich die unterschiedlichen Horizontalfedersteifigkeiten bei einem biegesteiferen Stiel als Riegel weniger auf die Momente im Rahmensystem auswirken.

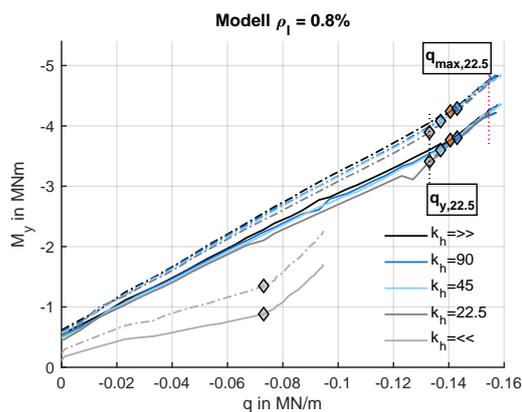


Abb. 4.21.: Vgl. Stützmomente  $\rho_l = 0.8\%$

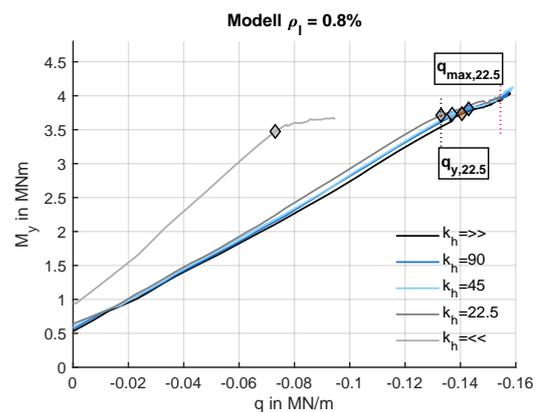


Abb. 4.22.: Vgl. Feldmoment  $\rho_l = 0.8\%$

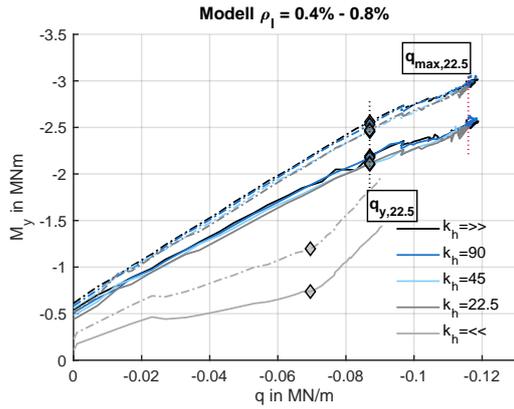


Abb. 4.23.: Vgl. Stützmomente  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$

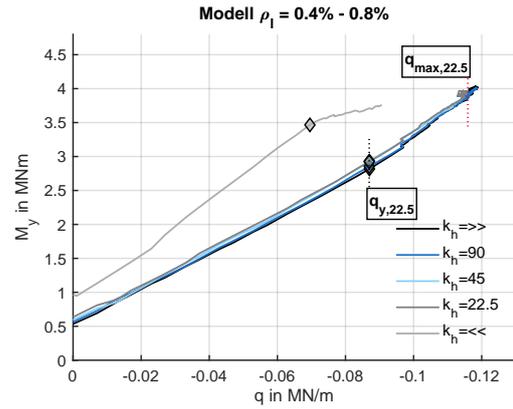


Abb. 4.24.: Vgl. Feldmomente  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$

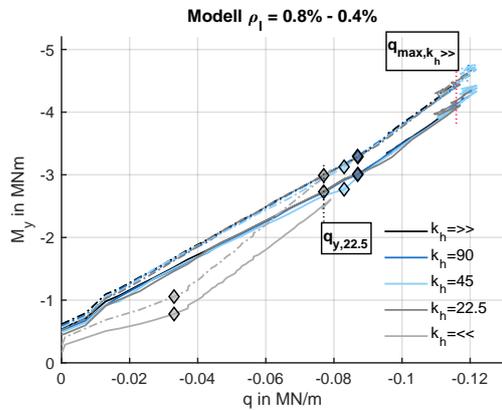


Abb. 4.25.: Vgl. Stützmomente  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$

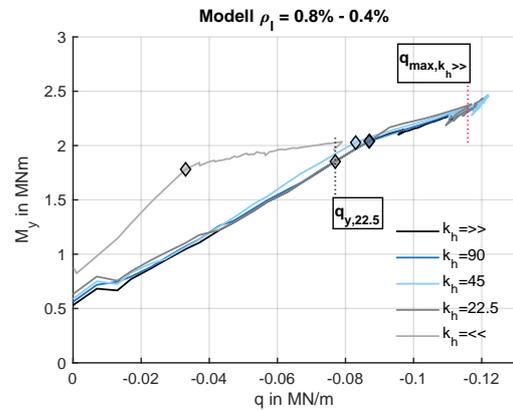


Abb. 4.26.: Vgl. Feldmomente  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$

Tab. 4.3.: Abweichung der nichtlinear ermittelten Schnittgrößen bei unterschiedlichen Horizontalfedersteifigkeiten

Längsbewehrungsgrad $\rho_l$		0.4% - 0.8%	0.8%	0.8% - 0.4%
$\Delta N_{Riegel}$	$q_{y,22.5}$	-15.7%	-9.8%	-10.1%
	$q_{max,22.5}$	-6.3%	-6.1%	-7.1%
$\Delta M_{Stielanschnitt}$	$q_{y,22.5}$	-3.4%	-4.0%	0.0%
	$q_{max,22.5}$	-2.2%	-1.4%	0.2%
$\Delta M_{Riegelanschnitt}$	$q_{y,22.5}$	-3.6%	-5.3%	0%
	$q_{max,22.5}$	-1.6%	-0.7%	0.9%
$\Delta M_{Feld}$	$q_{y,22.5}$	3.8%	4.8%	0%
	$q_{max,22.5}$	2.8%	1.2%	2.2%

### 4.4.6. Vergleich der Schnittgrößen zwischen nichtlinearen und linear elastischen Berechnungen

Die Schnittgrößen, die sich aus den nichtlinearen Berechnungen mit ATENA und den linear elastischen Berechnungen mit RuckZuck ergeben, werden in diesem Abschnitt anhand dreier Modelle mit jeweils gleicher Horizontalfedersteifigkeit von  $k_h = 45 \text{ MN/m}$  gegenüber gestellt. Dazu werden jeweils die Verläufe der Momente in Feldmitte, im Riegel- und Stielanschnitt sowie die Normalkräfte als Funktion der einwirkenden Gleichlast für die nichtlinearen und linear elastischen Berechnungen gemäß Abb. 4.27, Abb. 4.28 und Abb. 4.29 aufgetragen. Die Unterschiede und die Gründe für deren Entstehung werden im Folgenden erläutert.

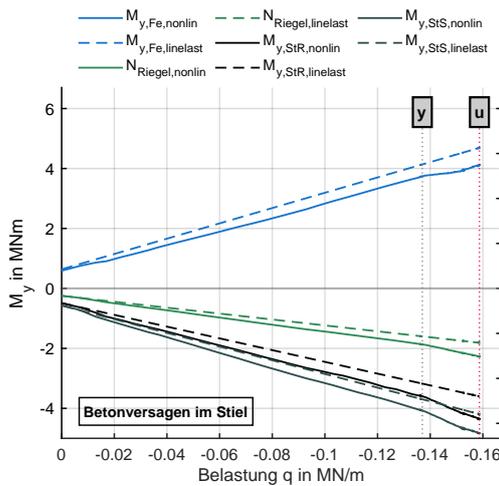


Abb. 4.27.: Vgl. der Momente und der Normalkraft, Modell  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 45$

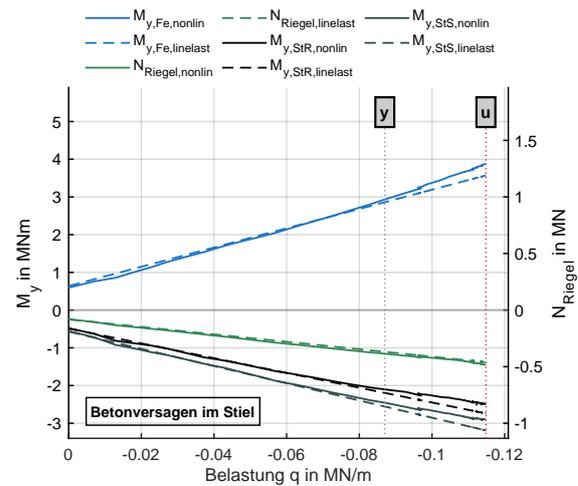


Abb. 4.28.: Vgl. der Momente und der Normalkraft, Modell  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 45$

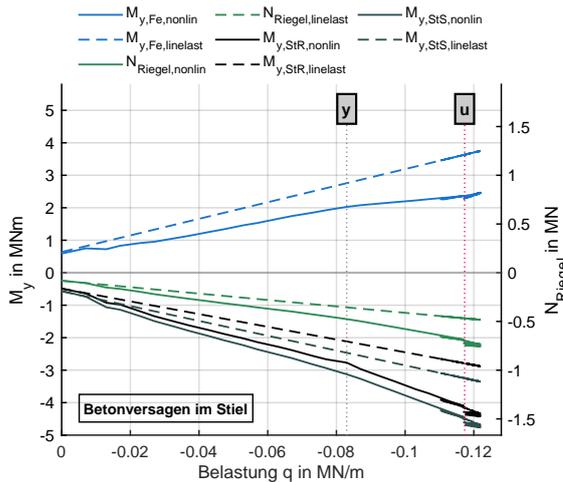


Abb. 4.29.: Vgl. der Momente und der Normalkraft, Modell  $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 45$

### Normalkraft

Im Gegensatz zu den linear elastischen Berechnung, erhöht sich bei den nichtlinearen Berechnungen der Betrag der Normalkraft im Rahmenriegel. Der Zuwachs der Drucknormalkraft ist auf die in Abschnitt 4.4.4 beschriebene Verlängerung der Systemachse und somit größere Auslenkung im Fußpunkt, die eine größere behinderte Schwerachsendehnung nach sich zieht, zurückzuführen.

### Momente

Aus den nichtlinearen Berechnungen geht bei den Modellen mit gleichem Längsbewehrungsgrad im Stütz- und Feldbereich eine betragsmäßige Steigerung der Stützmomente im Stiel- und Riegelanschnitt sowie eine Verminderung des Feldmoments gegenüber den linear elastischen Berechnungen hervor. Dieses Verhalten kann teilweise auf die erhöhte Horizontalfederkraft im Fußpunkt zurückgeführt werden, da durch die erhöhte Horizontalfederkraft ein konstantes negatives Moment entlang des Riegels herbeigeführt wird.

Bei den Modellen mit höherem Bewehrungsgrad im Rahmeneck als im Feld tritt dieses Verhalten noch deutlich verstärkt auf. Da sich durch den geringen Bewehrungsgrad im Riegel die Systemachsenverlängerung vergrößert. Zudem trägt auch der biegesteifere Stiel zum größeren Anstieg der Normalkraft bei.

Bei den Modellen mit geringerem Längsbewehrungsgrad im Rahmeneck als im Feld stellt sich ungefähr ab Erreichen der halben Systemtragfähigkeit ein gegensätzliches Verhalten ein. Dieses ist auf die geringere Biegesteifigkeit im Stiel, die sich im gerissenem Zustand II aufgrund des kleinen Bewehrungsgrades ( $\rho_{l,Stiel} = 0.4\%$ ) ergibt, und die Momentenumlagerungen vom Stütz- in den Feldbereich zurückzuführen.

Die Unterschiede der Momente und Normalkräfte sind in Tab. 4.4 für die drei untersuchten Modelle zusammengefasst. Betragsmäßig zunehmende Schnittgrößen sind mit positiven Prozentwerten bezogen auf die linear elastisch ermittelten Schnittgrößen jeweils für den Zeitpunkt des Fließbeginns  $q_y$  und der größten erreichten Belastung  $q_{max}$  angeführt.

**Tab. 4.4.:** Abweichung der Schnittgrößen zwischen nichtlinearen und linear elastischen Berechnungen

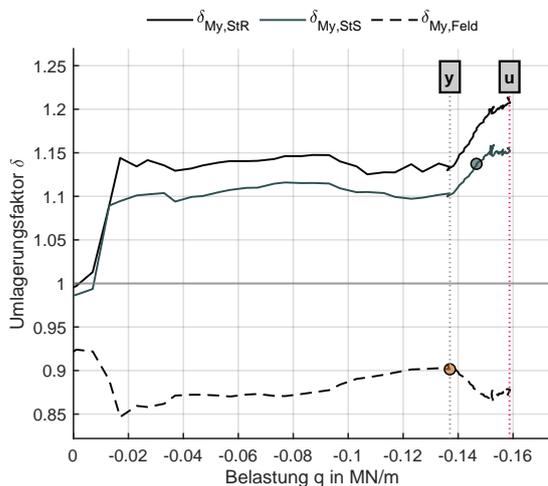
Längsbewehrungsgrad $\rho_l$		0.4% – 0.8%	0.8%	0.8% – 0.4%
$\Delta N_{Riegel}$	$q_y$	4.5%	16.7%	33.9%
	$q_{max}$	5.3%	25.0%	54.3%
$\Delta M_{Stielanschnitt}$	$q_y$	-4.0%	10.3%	26.9%
	$q_{max}$	-8.9%	15.2%	40.8%
$\Delta M_{Riegelanschnitt}$	$q_y$	-4.2%	13.4%	30.8%
	$q_{max}$	-8.7%	20.7%	52.3%
$\Delta M_{Feld}$	$q_y$	2.6%	-9.9%	-26.5%
	$q_{max}$	8.6%	-12.2%	-34.6%

#### 4.4.7. Momentenentwicklung und Momentenumlagerungen

Nachfolgend wird der Umlagerungsfaktor  $\delta$  über der Belastung  $q$  für die in Abschnitt 4.4.6 betrachteten Modelle  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$  und  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$  mit einer Horizontalfedersteifigkeit von  $k_h = 45$  MN/m dargestellt. Ein Umlagerungsfaktor  $\delta > 1.0$  bedeutet einen Anstieg des jeweiligen Moments von der linear elastischen zur nichtlinearen Berechnung. Die Markierungen auf den Umlagerungskurven kennzeichnen den Fließbeginn im jeweiligen Bereich. Entgegen ursprünglicher Erwartungen kann bei allen Modellen mit gleichem Bewehrungsgrad eine Momentenumlagerung vom Feld- in den Stützbereich beobachtet werden. Bei den Modellen mit einem höheren Bewehrungsgrad im Stütz- als im Feldbereich kommt es ebenfalls zu einer Momentenumlagerung vom Feld- in den Stützbereich. Nur bei den Modellen mit höherem Bewehrungsgrad im Feld- als im Stützbereich kann eine Umlagerung in den Feldbereich festgestellt werden.

Aufgrund des in Abschnitt 4.4.6 beschriebenen Einflusses der Normalkraft kann bei den hier beschriebenen Momentenumlagerungen nicht von ‚reinen‘ Umlagerungen, die sich aus Steifigkeitsunterschieden ergeben, ausgegangen werden. Vielmehr beschreiben die Momentenumlagerungen hier eine Kombination aus ‚reinen‘ Umlagerungen und den Auswirkungen des unterschiedlichen Systemtragverhaltens zwischen linear elastischen und nichtlinearen Berechnungen. Grund hierfür ist, dass das Moment, welches aus den linear elastischen Berechnungen resultiert, den zusätzlichen Anteil, der aus der erhöhten Normalkraft zufolge der behinderten Schwerachsendehnung hervorgeht, nicht enthält.

Dieser Abschnitt dient daher lediglich der Vollständigkeit somit sind die hier angeführten Umlagerungen im eigentlichen Sinn nicht zutreffend. Die ‚reinen‘ Umlagerungen, die aus sich ändernden Steifigkeiten hervorgehen, sind nach der in Abschnitt 4.4.8 beschriebenen Bereinigung in Abschnitt 4.4.9 angeführt.



**Abb. 4.30.:** Momentenumlagerungen  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $k_h = 45$

#### Modell $\rho_l = 0.8\%$ , $k_h = 45$

Im Feldbereich ist bereits nach dem Aufbringen des Eigengewichts eine Verringerung des Feldmoments um ca. 8% feststellbar. Dies hängt damit zusammen, dass im Feldbereich das Erstrissmoment bereits aufgrund der Eigenlast überschritten wird. Die Umlagerungen vom Feld- in den Stützbereich nehmen anschließend bis zu einer Belastung von ca. 0.017 MN/m weiter zu. Bis zum Fließbeginn wird nun eine Umlagerung in den Feldbereich beobachtet, jedoch bleibt die Umlagerung im Riegel- und Stielanschnitt annähernd gleich. Nach Erreichen der Fließgrenze im Feldbereich kommt es wieder zu einer Umlagerung vom Feld- in den Stützbereich.

Die Umlagerungen des Moments im Stielanschnitt sind um ca. 4 – 5% kleiner als im Riegelanschnitt. Der Grund dafür ist, dass eine höhere Normalkraft im Riegel eine Verringerung des Stielanschnittmoments bezogen auf das Riegelanschnittmoment, wie im Abschnitt 4.4.3

beschrieben, bewirkt.

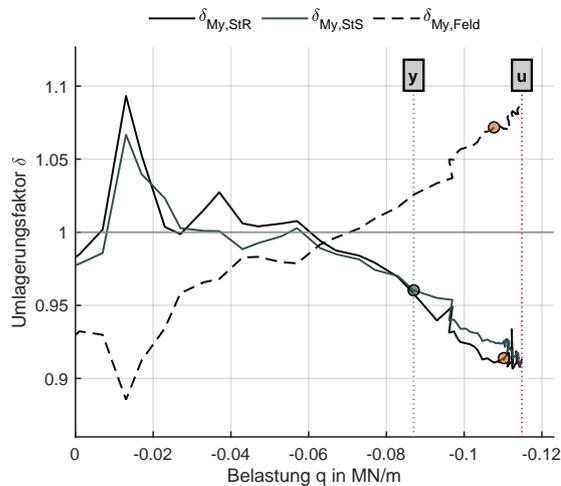


Abb. 4.31.: Momentenumlagerungen  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ ,  $k_h = 45$

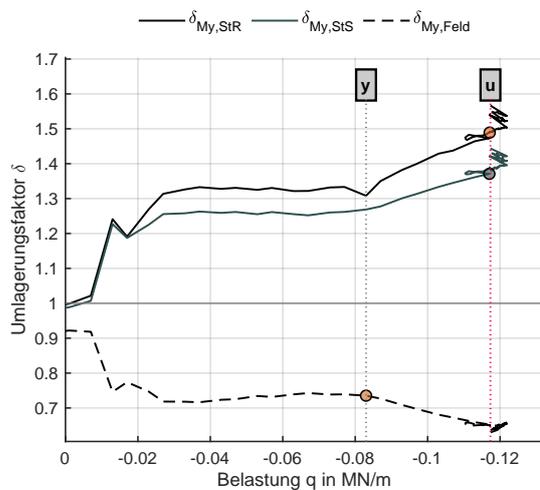


Abb. 4.32.: Momentenumlagerungen  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ ,  $k_h = 45$

**Modell  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ ,  $k_h = 45$**

Wie auch beim o.g. Modell mit gleichem Längsbewehrungsgrad, wird im Feldbereich das Erstrissmoment durch die Eigenlast überschritten und es kommt zu einer Umlagerung vom Feld- in den Stützbereich. Bei einer Belastung von ca. 0.013 MN/m beginnt auch im Stützbereich die Rissbildung und die Momentenumlagerung geht nun vom geringer bewehrten Stütz- in den höher bewehrten Feldbereich.

**Modell  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ ,  $k_h = 45$ :**

Durch die Rissbildung in Feldmitte wird bei diesem Modell ebenfalls eine Umlagerung vom Feld- in den Stützbereich hervorgerufen. Mit Beginn der Rissbildung im Stützbereich (ca. 0.013 MN/m) wird wieder ein kleiner Anteil zurück in den Feldbereich gelagert, jedoch ist die Biegesteifigkeit im Stützbereich aufgrund des größeren Bewehrungsgrades höher und das Moment lagert sich wieder weiter in den Stützbereich um. Bei Erreichen der Fließlast im Feld wird die Biegesteifigkeit nochmals verringert und die Umlagerungen vom Feld- in den Stützbereich nehmen weiter zu.

Zusammenfassend sind in Abb. 4.33 sind die Momentenumlagerungen für die Modelle mit gleichem Bewehrungsgrad im Feld- und Stützbereich (hier nur für den Riegelanschnitt) für die Horizontalfedersteifigkeiten  $k_h = 22.5$  MN/m und  $k_h = 45$  MN/m abgebildet. Die ausgefüllten Markierungen kennzeichnen jeweils die Umlagerung bei Erreichen der Maximalbelastung und die nicht ausgefüllten Markierungen die Umlagerung bei Fließbeginn. Bei den Modellen mit gleichem Bewehrungsgrad wird der Fließbeginn, wie in Abschnitt 4.4.2 beschrieben zuerst immer im Feld erreicht.

Die Momentenumlagerungen erhöhen sich mit sinkendem Bewehrungsgrad, wobei sich der

Anstieg im Stützbereich zwischen 3% und 8% und im Feldbereich zwischen 3% und 5% einstellt.

Bei Betrachtung der unterschiedlichen Horizontalfedersteifigkeiten stellen sich die Unterschiede im Stützbereich zwischen 11% und 16% und im Feldbereich zwischen 5% und 8% ein. In Abb. 4.33 sind auch die Umlagerungen vom Modell  $\rho_l = 0.8\%$  für die Horizontalfedersteifigkeiten  $k_h = 90 \text{ MN/m}$  mit einem Dreieck und für  $k_h \gg$  mit einem Quadrat gekennzeichnet. Der Unterschied zwischen den Horizontalfedersteifigkeiten  $k_h = 45$  zu  $k_h \gg$  beträgt beim Modell  $\rho_l = 0.8\%$  im Stützbereich ca. 7% und im Feldbereich ca. 3%.

Es kann festgehalten werden, dass sich bei sinkender Horizontalfedersteifigkeit die Momentenumlagerungen vom Feld- in den Stützbereich erhöhen. Dieses Verhalten ist darauf zurückzuführen, dass beim linear elastischen Modell aufgrund der hohen Biegesteifigkeiten nur kleine Verschiebungen im Fußpunkt auftreten. Dadurch entsteht bei den Umlagerungen aus den Modellen mit geringerer Horizontalfedersteifigkeit ein größerer Unterschied zwischen den Normalkräften (vgl. linear elastisch - nichtlinear). Diese wirken sich wie bereits beschrieben wiederum auf die Momente aus.

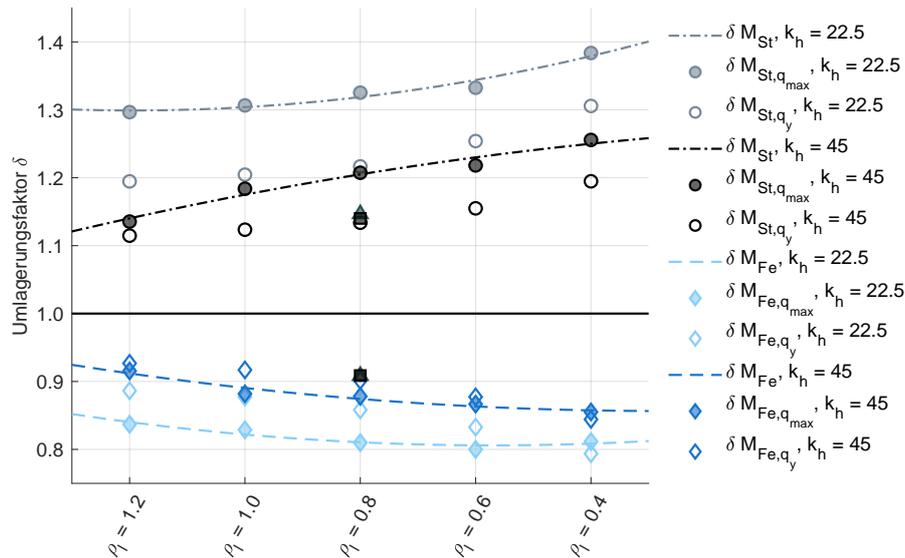
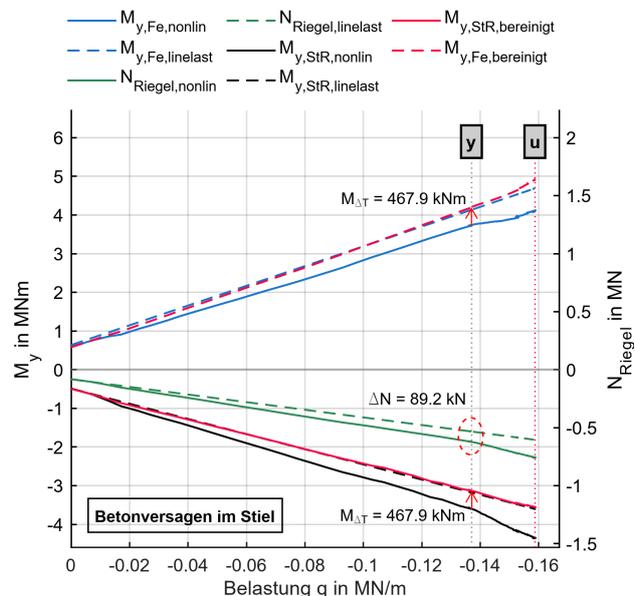
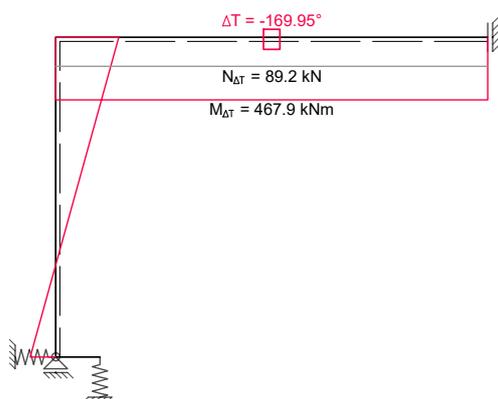


Abb. 4.33.: Übersicht der Momentenumlagerungen bei gleichem Bewehrungsgrad im Stütz- und Feldbereich

### 4.4.8. Bereinigung der Momente

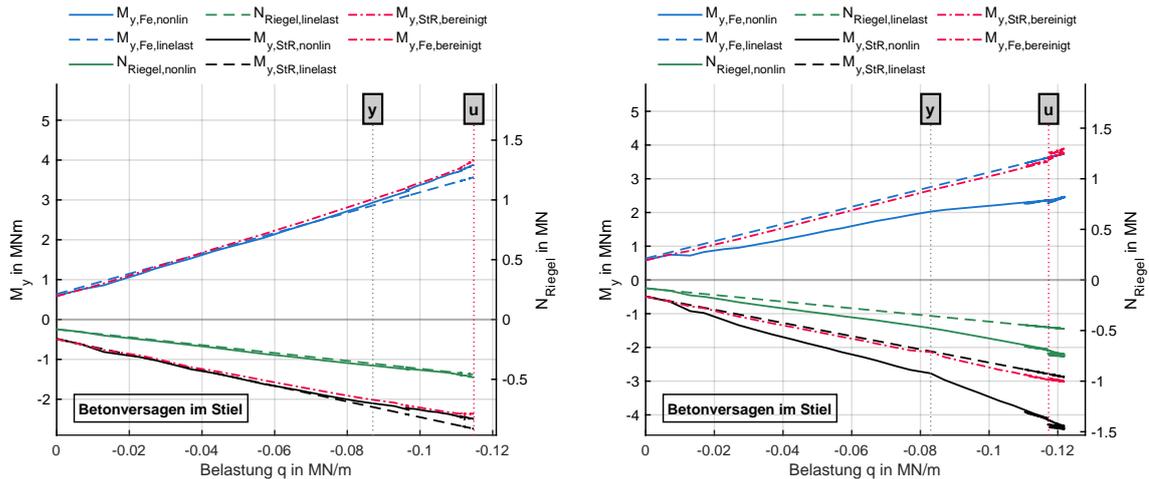
Bei der herkömmlichen linear elastischen Berechnungen kann der in Abschnitt 4.4.4 beschriebene Effekt der Verlängerung der Systemachse nicht erfasst werden und die Normalkräfte zufolge der behinderten Schwerachsendehnung werden somit vernachlässigt. Diese wirken sich jedoch auf die Momente und somit auch maßgeblich auf den Umlagerungsfaktor aus. Eine Vergleichbarkeit mit den nichtlinearen Berechnungen ist somit nicht gegeben. Um dennoch Umlagerungen, die sich aus den Steifigkeitsunterschieden der sich ändernden Rissstadien ergeben, bestimmen zu können, wurde von Mayer (Projektbesprechung, März 2021) eine Vorgehensweise zur Bereinigung der Momente, die nachfolgend beschrieben wird, entwickelt. Im Zuge der Bereinigung wird eine gleichmäßige Temperaturlast am Riegel aufgebracht und dabei das Moment im Riegel abgelesen. Anschließend werden die Momente mit dem jeweils auftretenden Unterschied der Normalkraft skaliert und zu den nichtlinear berechneten Momenten addiert. Die Bereinigung wird am linear elastischen System gemäß Abb. 4.34 durchgeführt. Beispielhaft ist in Abb. 4.35 der Vorgang bei Fließbeginn dargestellt. Der Unterschied der Normalkraft beträgt  $\Delta N = 89.2 \text{ kN}$ . Am linear elastischen System wird eine gleichmäßige Temperaturlast von  $\Delta T = -169.95^\circ$  aufgebracht. Dadurch ergibt sich eine Normalkraft im Riegel, die dem Unterschied der Normalkraft zwischen linear elastischer und nichtlinearer Berechnung entspricht. Das zugehörige Moment von  $M_{\Delta T} = 467.9 \text{ kNm}$  wird anschließend zu den nichtlinear berechneten Momenten im Feld- und Stützbereich addiert.

*Anmerkung: In dieser Arbeit werden die nichtlinear berechneten Momente bereinigt. Die Bereinigung der linear elastischen Momente wäre jedoch eine konsistente Vorgehensweise und wird für künftige Darstellungen empfohlen. Unabhängig vom Prozedere ergeben sich die gleichen Ergebnisse.*



**Abb. 4.34.:** Ansatz der Temperaturlast zur Momentenbereinigung **Abb. 4.35.:** Bereinigung der Momente  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $k_h = 45$

In Abb. 4.36 und Abb. 4.37 sind die bereinigten Momente der Modelle  $\rho_l = 0.4 - 0.8$  und  $\rho_l = 0.8 - 0.4$  mit einer Horizontalfedersteifigkeit von  $k_h = 45$  MN/m aufgetragen. Mit diesen Darstellungen wird der Einfluss der erhöhten Normalkraft im Riegel bzw. der erhöhten Horizontalfederkraft im Fußpunkt ersichtlich. Die erhöhte Horizontalfederkraft im Fußpunkt ist zumindest bei den Modellen mit gleichem Bewehrungsgrad und bei den Modellen mit größerem Bewehrungsgrad im Rahmeneck für den Großteil der in Abschnitt 4.4.7 beschriebenen Umlagerungen verantwortlich.



**Abb. 4.36.:** Bereinigte Momente, Modell  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 45$       **Abb. 4.37.:** Bereinigte Momente, Modell  $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 45$

### 4.4.9. Schnittgrößenumlagerung mit bereinigten Momenten

Analog zu Abschnitt 4.4.7, werden nachfolgend wieder die Umlagerungen der Modelle mit einem Längsbewehrungsgrad von  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$  und  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$  mit einer Horizontalfedersteifigkeit von  $k_h = 45 \text{ MN/m}$ , jedoch mit der durchgeführten Bereinigung, abgebildet.

Gemäß Abb. 4.38 werden beim Modell  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $k_h = 45$  bereinigte Umlagerungen vom Stütz- in den Feldbereich erreicht, wengleich diese nur relativ gering ausfallen. Beim Modell  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ ,  $k_h = 45$  sind die bereinigten Umlagerungen vom Stütz- in den Feldbereich wie erwartet höher, siehe Abb. 4.39. Ebenfalls den Erwartungen entsprechend, können beim Modell  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ ,  $k_h = 45$  bereinigte Umlagerungen vom Feld- in den Stützbereich festgestellt werden.

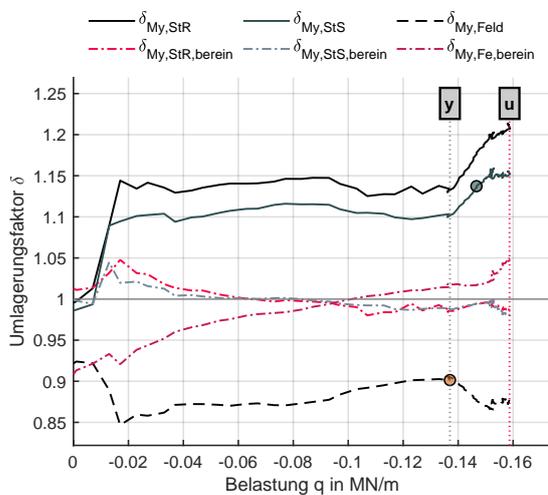


Abb. 4.38.: Momentenumlagerungen mit Bereinigung  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $k_h = 45$

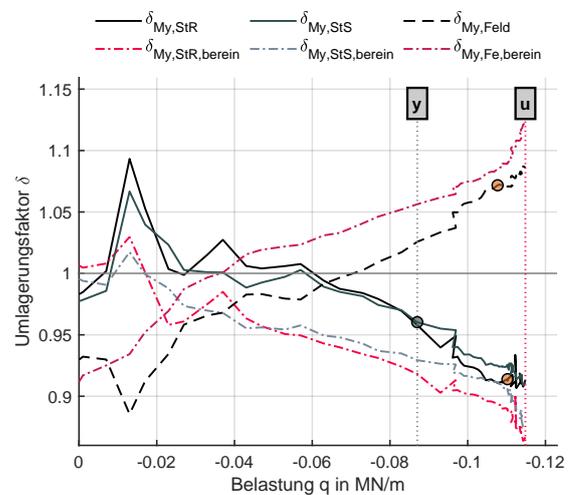


Abb. 4.39.: Momentenumlagerungen mit Bereinigung  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ ,  $k_h = 45$

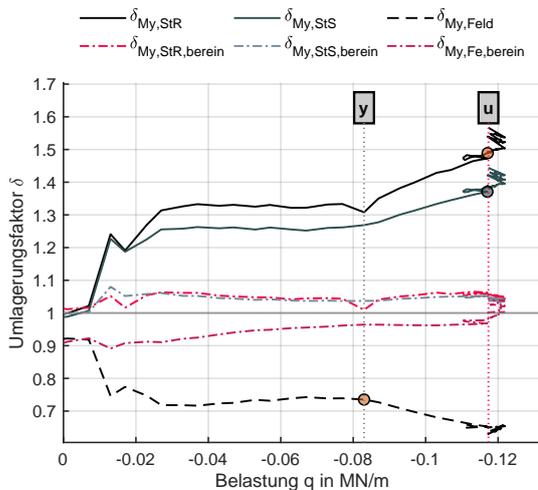


Abb. 4.40.: Momentenumlagerungen mit Bereinigung  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ ,  $k_h = 45$

Eine Übersicht der bereinigten Umlagerungen ist in Abb. 4.41 für gleiche Bewehrungsgrade im Feld- und Stützbereich (hier nur für den Riegelanschnitt) dargestellt. Wie in Abb. 4.33, kennzeichnen gefüllte Markierungen die Umlagerung bei Erreichen der Maximalbelastung und nicht ausgefüllten Markierungen die Umlagerung bei Fließbeginn. Mit der dreieckigen bzw. der rechteckigen Markierung sind die bereinigten Umlagerungen bei Erreichen der Maximalbelastung für das Modell  $\rho_l = 0.8\%$  und  $k_h = 90$  bzw.  $k_h \gg$  ausgewiesen. Die bereinigten Umlagerungen sind gemäß Abb. 4.41 unter anderem von den Horizontalfedersteifigkeiten abhängig. Je größer die Horizontalfedersteifigkeit  $k_h$  ist, desto größer sind die bereinigten Umlagerungen vom Stütz- in den Feldbereich. Jedoch kann bei einer Horizontalfedersteifigkeit von  $k_h = 22.5$  eine bereinigte Umlagerung vom Stütz- in den Feldbereich erst ab einem Längsbewehrungsgrad von  $\rho_l = 0.6\%$  und kleiner beobachtet werden. Eine deutliche Steigerung der bereinigten Umlagerungen abhängig vom Längsbewehrungsgrad ist ebenso erst ab  $\rho_l = 0.6\%$  und kleiner feststellbar. Bei den bereinigten Umlagerungen wird im Feldbereich ab einem Bewehrungsgrad von  $\rho_l = 0.8\%$  und kleiner sowie im Stützbereich ab einem Bewehrungsgrad von  $\rho_l = 0.6\%$  und kleiner ein zunehmender plastischer Anteil erkannt.

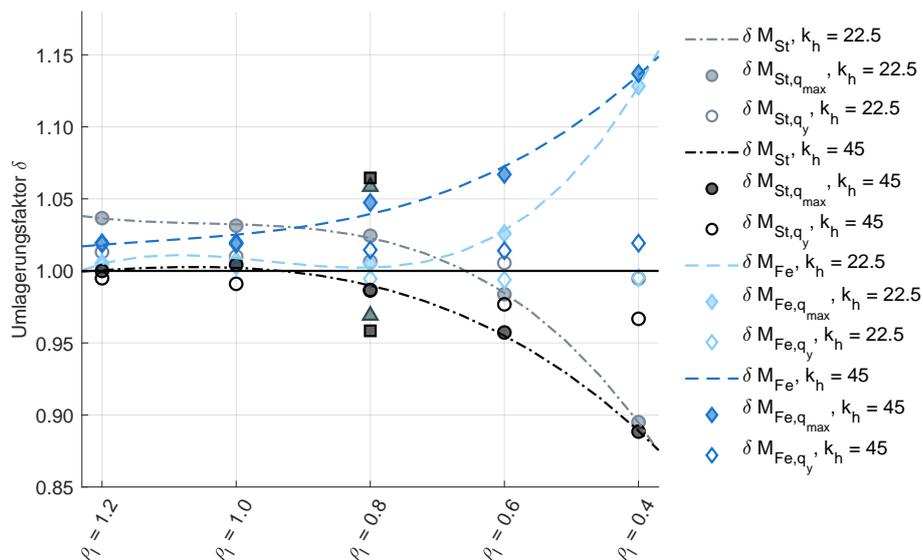


Abb. 4.41.: Übersicht über die bereinigten Momentenumlagerungen bei gleichem Bewehrungsgrad im Stütz- und Feldbereich

### 4.4.10. Steigerung der Normalkraft bei nichtlinearen Berechnungen

Im Zuge der durchgeführten Untersuchungen stellte sich heraus, dass die Steigerung der Normalkraft im Riegel von der linear elastischen zur nichtlinearen Berechnung einen wesentlichen Einfluss auf die Momente im Rahmensystem nach sich zieht. Gemäß Abb. 4.33 wird das Moment im Riegelanschnitt im Gegensatz zur linear elastischen Berechnung um ca. 10% – 25% bei  $k_h = 45$  MN/m abhängig vom Bewehrungsgrad betragsmäßig gesteigert. Nach der Bereinigung werden gemäß Abb. 4.41 Umlagerungen vom Stütz- in den Feldbereich bei  $k_h = 45$  MN/m und einem Bewehrungsgrad von  $\rho_l = 0.8\%$  und kleiner festgestellt. Darum werden in diesem Kapitel Beziehungen zwischen linear elastischer und nichtlinearer Berechnung in Bezug auf Unterschiede der Normalkraft hergestellt. Gleichzeitig werden auch die Verformungen in Feldmitte betrachtet.

In Abb. 4.42, Abb. 4.43 und Abb. 4.44 sind jeweils die Verformungen in Feldmitte sowie die Normalkraft im Riegel über der summierten Auflagerkraft für die in den vorhergehenden Abschnitten betrachteten Modelle dargestellt. Hier wird die summierte Auflagerkraft auf der Abszisse aufgetragen, da das Erstrissmoment bereits durch das Eigengewicht überschritten wird. Die Kennzeichnung „cr“ markiert den mit ideellen Querschnittswerten berechneten Erstriss. Im Bereich zwischen dem Erstriss und dem Fließbeginn ist bei den nichtlinearen Berechnungen sowohl bei den Verformungen in Feldmitte, als auch bei den Normalkräften im Riegel eine nahezu konstante Steigungsänderung, die mit den roten strichlierten Linien angenähert wurden, zu beobachten.

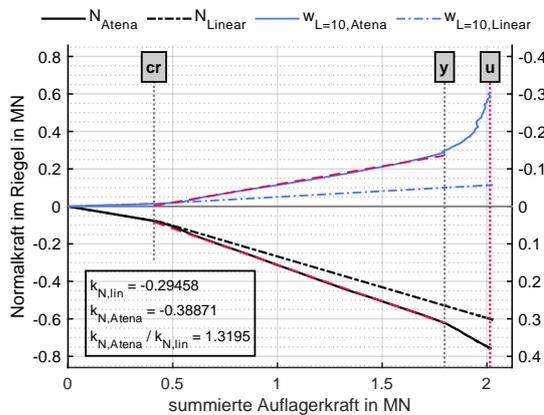


Abb. 4.42.: Vgl. Normalkraft und Verformung in Feldmitte  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 45$

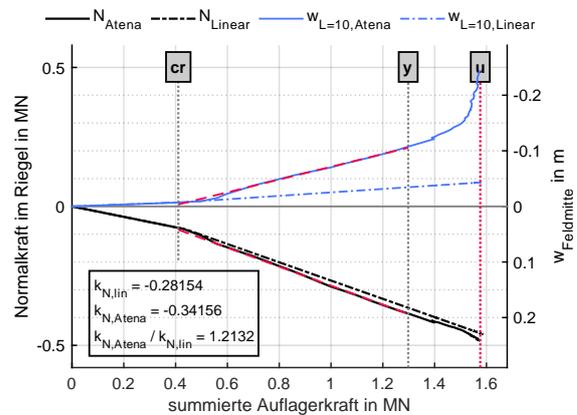
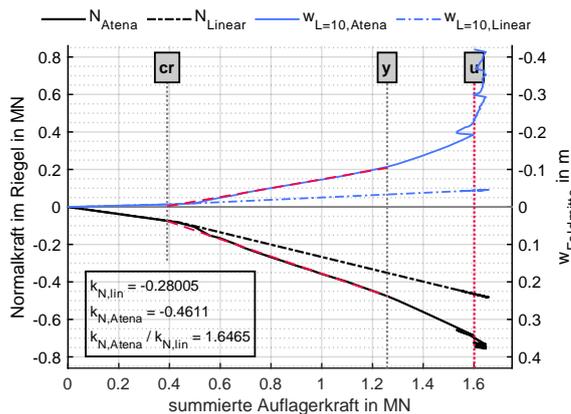


Abb. 4.43.: Vgl. Normalkraft und Verformung in Feldmitte  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 45$



**Abb. 4.44.:** Vgl. Normalkraft und Verformung in Feldmitte  $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 45$

Die Steigungsverhältnisse der Normalkräfte und der Verformungen in Feldmitte für Modelle mit gleicher Horizontalfedersteifigkeit sind in Abb. 4.45 und Abb. 4.46 angeführt.

Die Steigungsverhältnisse der Normalkraft zwischen nichtlinearen und linearen Berechnungen verringern sich mit ansteigender Horizontalfedersteifigkeit. Die absolute Größe der Normalkraft nimmt jedoch bei steigender Horizontalfedersteifigkeit, wie in Abschnitt 4.4.5 ersichtlich, zu. Mit sinkendem Bewehrungsgrad vergrößern sich die Steigungsverhältnisse der Normalkraft ebenfalls.

Die Steigungsverhältnisse der Verformungen in Feldmitte nehmen hingegen mit steigender Horizontalfedersteifigkeit zu. Allerdings sinken die absoluten Werte der Verformungen in Feldmitte mit steigender Horizontalfedersteifigkeit.

Dieses Verhalten wird bereits in Abschnitt 4.4.7 erläutert. Zur besseren Veranschaulichung werden in Abb. 4.47 die Verformungen im Fußpunkt und in Abb. 4.48 die Verformungen in Feldmitte für gleiche Bewehrungsgrade und unterschiedliche Federsteifigkeiten aus den nichtlinearen Berechnungen mit den linear elastischen Ergebnissen gegenübergestellt. Abb. 4.47 zeigt deutlich, dass sich der Unterschied, der gleichzeitig das Steigungsverhältnis beschreibt, bei größer werdender Horizontalfedersteifigkeit verringert. In Abb. 4.48 ist der oben genannte Steigungsunterschied aufgrund der großen Abstände zwischen nichtlinearen und linear elastischen Berechnungen nicht derart ausgeprägt.

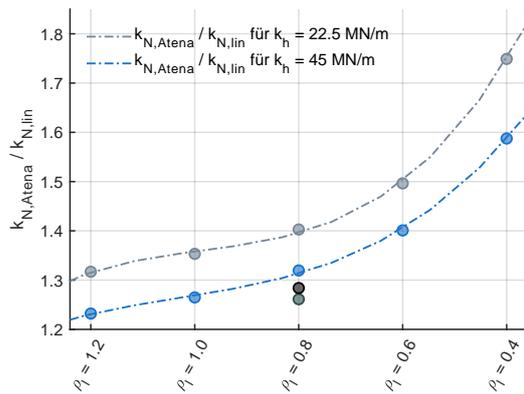


Abb. 4.45.: Steigungsverhältnisse der Normalkraft

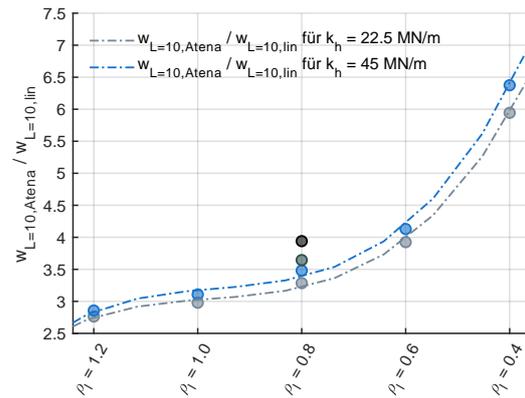


Abb. 4.46.: Steigungsverhältnisse der Verformung in Feldmitte

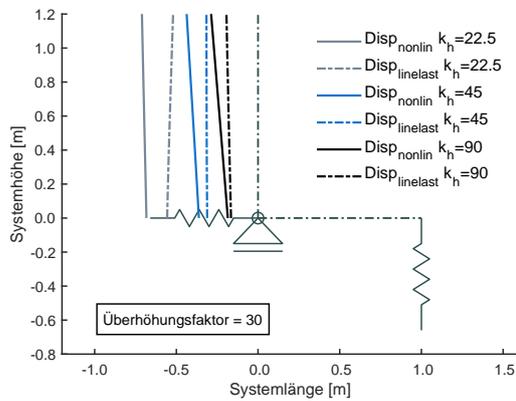


Abb. 4.47.: Verformungen am Fußpunkt Modell,  $\rho = 0.8\%$

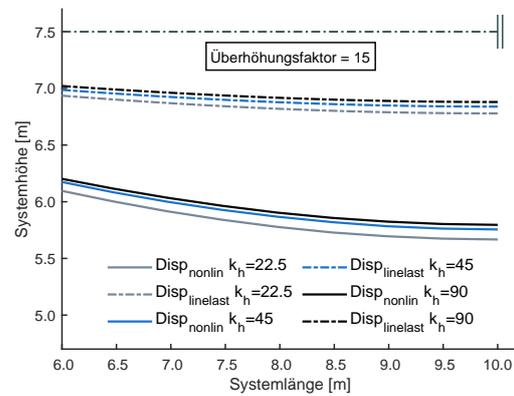


Abb. 4.48.: Verformungen in Feldmitte Modell,  $\rho = 0.8\%$

Mit den berechneten Steigungsverhältnissen können anhand von linear elastischen Berechnungen die Verformung in Feldmitte sowie die Steigerung der Normalkraft für ähnliche Rahmensysteme bis zum Erreichen des Fließbeginns abgeschätzt werden. Dazu werden in Kapitel 5 weitere linear elastisch berechnete Rahmensysteme unter Anwendung der ermittelten Steigungsverhältnisse untersucht.

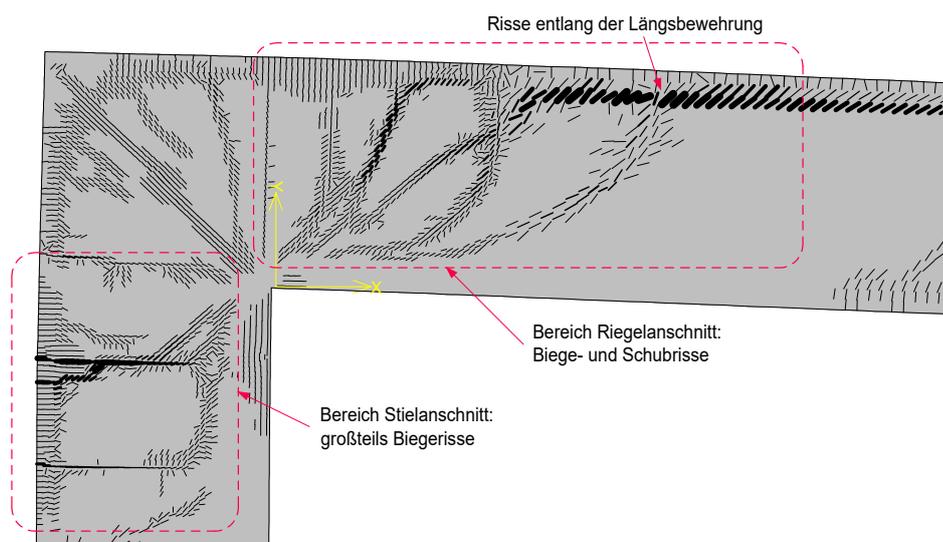
#### 4.4.11. Plastisches Rotationsvermögen der Rahmenecke

In diesem Abschnitt wird auf die erreichten Rotationen im Rahmeneck bei unterschiedlichen Bewehrungsgraden und unterschiedlichen Horizontalfedersteifigkeiten eingegangen. Anschließend wird ein Zusammenhang zwischen der plastischen Rotation und den bereinigten Umlagerungen hergestellt. Um hierzu Vergleiche anstellen zu können, wird in dieser Arbeit die plastische Rotation wie folgt definiert:

Unter der plastischen Rotation wird hier die erreichte Rotation bei Maximallast abzüglich der erreichten Rotation bei Fließbeginn der Bewehrung im Stielanschnitt verstanden, da das Fließen der Bewehrung im Riegelanschnitt gemäß Abschnitt 4.4.2 bei allen Modellen erst später oder überhaupt nicht erreicht wird.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass im Zuge der Auswertung der Rotationen bei einigen Modellen unpassende Verläufe festgestellt wurden. Eine genauere Betrachtung lässt erkennen, dass eine frühere Umstellung des Lösungsverfahrens zu größeren plastischen Rotationen der Rahmenecke führt, während Traglast, Momente und Normalkräfte annähernd gleich groß bleiben. Daher wurden diese Modellen mit früher umgestelltem Bogenlängenverfahren neu berechnet.

Vorab wird die Rissbildung im Bereich der Rahmenecke gemäß Abb. 4.49 betrachtet. Damit sollen die in Kapitel 2.3 erläuterten Anteile der plastischen Rotation gezeigt werden. Im Stielanschnitt bilden sich im Gegensatz zum Riegelanschnitt großteils nur Biegerisse aus. Im Riegelanschnitt hingegen kommt es zu einer Kombination aus Biege- und Schubrisen. Die Querkraft im Bereich des Stielanschnitts entspricht der Normalkraft im Riegel. Diese ist im Vergleich zur Querkraft im Riegelanschnitt deutlich geringer und aus diesem Grund kann dieses Rissbild auch nachvollzogen werden. Die gekennzeichneten Risse entlang bzw. knapp unterhalb der Längsbewehrung beginnen sich ab Fließbeginn auszubilden. Diese Risse sind auf die nicht vorhandene Endverankerung der Bügelbewehrung, die gemäß Abschnitt 4.1.2 im Zuge der Nachkalibrierung festgelegt wurde, zurückzuführen. Diese Risse sind untypisch, aber deren Einfluss auf die Berechnungen wird als eher gering eingeschätzt.

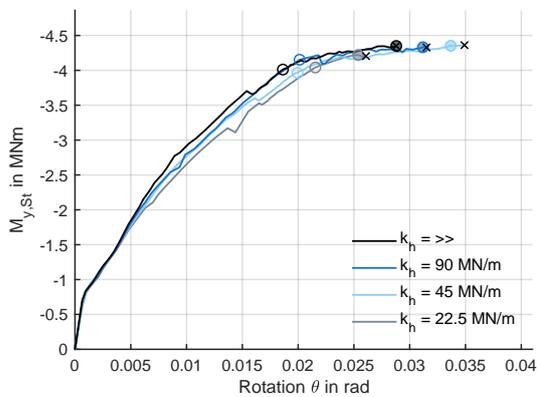


**Abb. 4.49.:** Rissbild der Rahmenecke, Modell  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $k_h = 45$  bei Versagen im Stielanschnitt

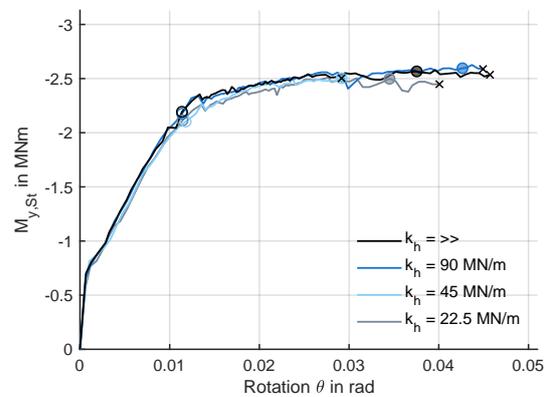
Zunächst wird das **Rotationsvermögen bei unterschiedlicher Horizontalfedersteifigkeit** betrachtet.

In Abb. 4.50, Abb. 4.51 und Abb. 4.52 sind die Stützmente im Riegelanschnitt über der Rotation des Rahmenecks für die Modelle  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$  und  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$  für die untersuchten Horizontalfedersteifigkeiten aufgetragen. Die runden Markierungen ohne Füllung stellen das Stützmoment und die zugehörige Rotation der Rahmenecke bei Fließbeginn im Stielanschnitt dar. Die ausgefüllten Markierungen zeigen dies zum Zeitpunkt der maximal erreichten Belastung. Der Bereich zwischen den Markierungen kennzeichnet somit die plastische Rotation der Rahmenecke. Die Rotation zum Zeitpunkt des Versagens ist mit einem „x“ in den Abbildungen gekennzeichnet.

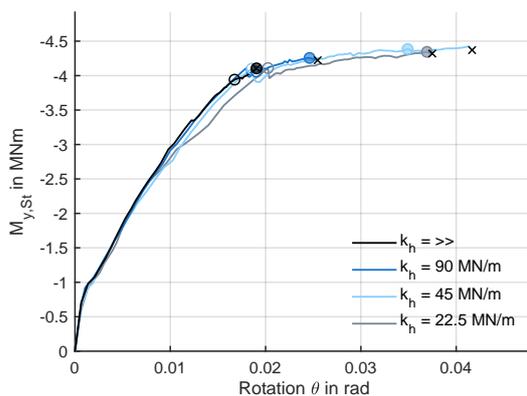
Aus den abgebildeten Graphen lässt sich jedoch kein eindeutiger Zusammenhang mit den untersuchten Horizontalfedersteifigkeiten ableiten.



**Abb. 4.50.:** Momenten-Rotationsdiagramm, Modell  $\rho = 0.8\%$



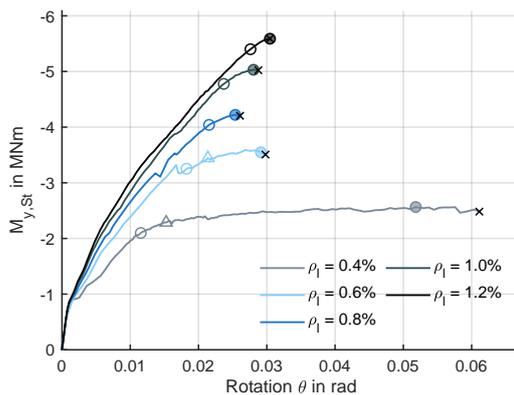
**Abb. 4.51.:** Momenten-Rotationsdiagramm, Modell  $\rho = 0.4\% - 0.8\%$



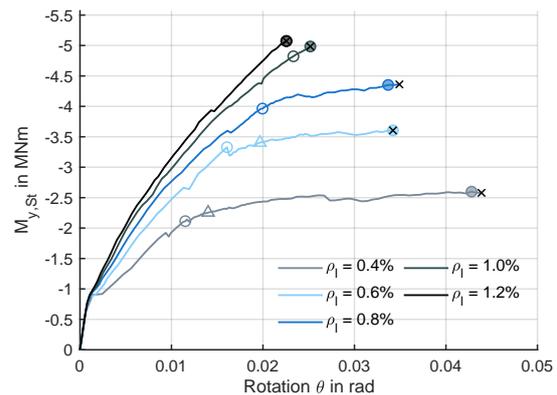
**Abb. 4.52.:** Momenten-Rotationsdiagramm, Modell  $\rho = 0.8\% - 0.4\%$

Nun werden die Auswirkungen von **unterschiedlichen Bewehrungsgraden auf das Rotationsvermögen** untersucht.

Bei Betrachtung der in Abb. 4.53 und Abb. 4.54 dargestellten Momenten-Rotationsdiagramme mit variiertem Bewehrungsgrad kann, wie erwartet, ein größeres plastisches Rotationsvermögen bei sinkendem Bewehrungsgrad festgestellt werden. Der Fließbeginn im Stielanschnitt ist mit einer runden, nicht gefüllten Markierung und der Fließbeginn im Riegelanschnitt mit einer dreieckigen Markierung gekennzeichnet. Die gefüllten runden Markierungen stellen wieder die Rotation mit zugehörigem Moment bei Erreichen der maximalen Belastung dar und die Rotation zum Zeitpunkt des Versagens ist wieder mit einem „x“ kenntlich gemacht. Auffallend ist das große plastische Rotationsvermögen der Rahmenecke bei einem Längsbewehrungsgrad von  $\rho_l = 0.4\%$  und einer Federsteifigkeit von  $k_h = 22.5$  MN/m gemäß Abb. 4.53. Der Grund dafür ist, dass bei diesem Modell, wie in Abschnitt 4.4.2 bereits erwähnt, die Fließgrenze auch im Riegelanschnitt erreicht wird. Ein ähnliches Verhalten kann auch bei den Modellen  $\rho_l = 0.4\%$  und  $\rho_l = 0.6\%$  mit  $k_h = 45$  MN/m beobachtet werden. Kommt es nicht zum Erreichen der Fließgrenze im Riegelanschnitt, so kann die in Abschnitt 2.3.2 beschriebene Auswirkung des Versatzmaßes nicht hervorgerufen werden und die plastische Rotationsfähigkeit fällt geringer aus.



**Abb. 4.53.:** Momenten-Rotationsdiagramm, Modell  $k_h = 22.5$  MN/m



**Abb. 4.54.:** Momenten-Rotationsdiagramm, Modell  $k_h = 45$  MN/m

Da gemäß den in Abschnitt 2.2 beschriebenen Regelwerken bei Schnittgrößenumlagerungen ein ausreichendes plastisches Rotationsvermögen vorausgesetzt wird, sind an dieser Stelle **Vergleiche des plastischen Rotationsvermögens mit der plastischen Umlagerung** angeführt.

In Abb. 4.55 sind die plastischen Umlagerungsgrade und die plastischen Rotationen über den jeweiligen Modellen für die Horizontalfedersteifigkeiten  $k_h = 22.5$  und  $k_h = 45$  MN/m aufgetragen. Als Definition der plastischen Umlagerung wird hier, wie bei der plastischen Rotation im Rahmeneck, die Umlagerung bei Erreichen der maximalen Belastung abzüglich der Umlagerung bei Fließbeginn im Stielanschnitt verwendet. Es kann festgestellt werden, dass sich bei höheren plastischen Rotationen der Umlagerungsgrad verringert. Dies bedeutet, eine Erhöhung des Moments im Riegelanschnitt. Der Grund für das gegensätzliche Verhalten ist, dass sich der Anstieg der Normalkraft ab Erreichen der Fließgrenze je nach Bewehrungsgrad mit größerer Steigung als im Bereich vor dem Fließbeginn ausbildet. Zur Veranschaulichung

sind die Normalkraftverläufe der Modelle  $\rho_l = 0.4\%$  und  $\rho_l = 0.6\%$  für  $k_h = 22.5$  und  $k_h = 45$  MN/m in Abb. 4.56 dargestellt.

Da dieses Verhalten nicht den Erwartungen entspricht, wird in Abb. 4.57 die gleiche Betrachtung, jedoch mit den gemäß Abschnitt 4.4.8 bereinigten plastischen Umlagerungsgraden angestellt. Hier bestätigen sich die Erwartungen, da die plastischen Umlagerungen mit steigender plastischer Rotation anwachsen.

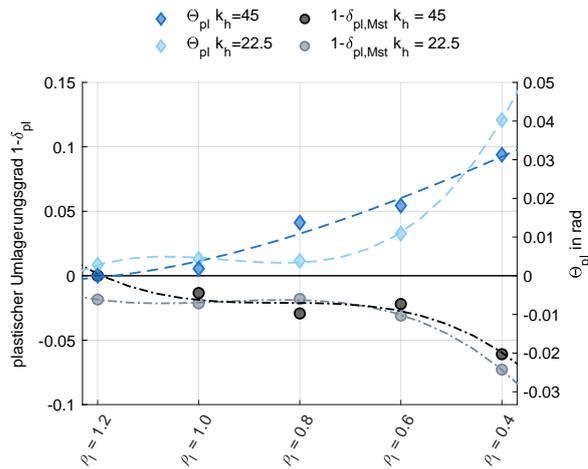


Abb. 4.55.: Vgl. der plastischen Rotation mit dem plastischen Umlagerungsgrad

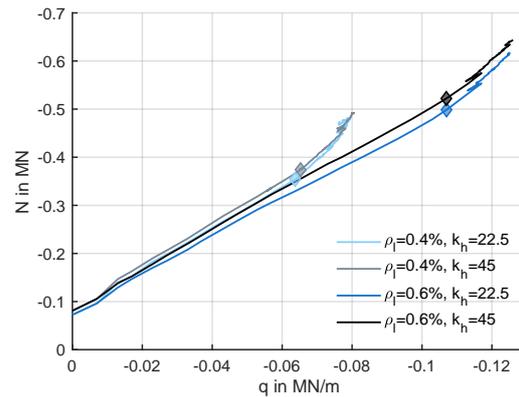


Abb. 4.56.: Normalkräfte über Belastung  $\rho_l = 0.4\%$  und  $0.6\%$  für  $k_h = 22.5$  und  $45$

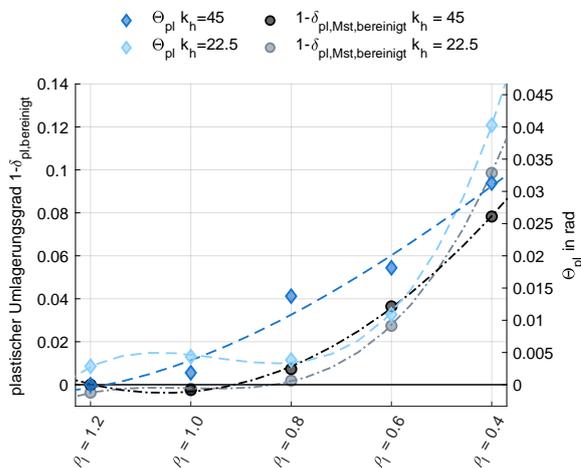


Abb. 4.57.: Vgl. der plastischen Rotation mit dem bereinigten plastischen Umlagerungsgrad

## 5. Abschätzung der Schnittgrößen bei unterschiedlicher Stielhöhe

Anhand der in Kapitel 4 gewonnen Erkenntnisse wird nun eine Abschätzung zur Erhöhung der Riegnormalkraft und der damit verbundenen Änderung der Momente im Rahmenriegel bei unterschiedlicher Systemhöhe angestellt. In weiterer Folge werden die Schnittgrößen im Momenten-Normalkraft-Interaktionsdiagramm dargestellt, um eine Aussage über die Größenordnung der veränderten Schnittgrößen in Bezug auf die Bemessung treffen zu können. Die abgeschätzten Schnittgrößen beziehen sich hier immer auf gleiche Bewehrungsgrade im Stütz- und Feldbereich.

### 5.1. Systembildung zur Abschätzung der Schnittgrößen

Die nichtlinearen Berechnungen wurden jeweils für eine Stielhöhe von 7.50 m durchgeführt. In diesem Abschnitt werden Stielhöhen von  $H_{St} = 5.0$  m bis  $H_{St} = 10.0$  m gemäß Tab. 5.1 angeführt. Die Horizontalfedersteifigkeit ist bei allen Modellen mit  $k_h = 45$  MN/m und die Drehfedersteifigkeit mit  $k_\phi = 67.5$  MNm/rad angesetzt.

Für eine Stielhöhe von  $H_{St} = 7.50$  m entspricht die Abschätzung den Schnittgrößen der nichtlinearen Berechnungen gemäß Kapitel 4. Bei niedriger Rahmenhöhe kann davon ausgegangen werden, dass die Normalkraft im Riegel bzw. die Horizontalfederkraft im Fußpunkt aufgrund des kürzeren Stiels einen größeren Zuwachs zur Folge hat. Jedoch verkürzt sich auch der Hebelsarm zur Riegelachse, was eine geringere Beeinflussung der Momente im Riegel nach sich zieht. Bei größerer Stielhöhe treten diese Effekte genau umgekehrt auf. Zur Abschätzung werden die Faktoren zur Erhöhung der Normalkraft bzw. die in Abschnitt 4.4.10 ermittelten Steigungsverhältnisse je nach Bewehrungsgrad für unterschiedliche Stielhöhen mit dem gleichen Wert angenommen.

**Tab. 5.1.:** Übersicht über die Modelle zur Abschätzung der Schnittgrößen

Längsbewehrungsgrad $\rho_l$	Rahmenstielhöhe in m				
	$H_{St} = 5.00$	$H_{St} = 6.25$	$H_{St} = 7.50$	$H_{St} = 8.75$	$H_{St} = 10.0$
$\rho_l = 0.6\%$	X	X	X	X	X
$\rho_l = 0.8\%$	X	X	X	X	X
$\rho_l = 1.0\%$	X	X	X	X	X

### 5.1.1. Materialmodelle

Für die Berechnung der Momenten-Normalkraft-Interaktionsdiagramme ist für den Beton das Parabel-Rechteckdiagramm gemäß [OEN 1992-1-1; 2015] mit Bemessungswerten zu Grunde gelegt. Für den Bewehrungsstahl wird die bilineare Spannungs-Dehnungsbeziehung mit horizontalem Ast gemäß [OEN 1992-1-1; 2015] verwendet. Die Betongüte wird wie in den vorangegangenen Kapiteln mit C35/45 und die Bewehrungsstahlgüte mit BST 550B gewählt.

### 5.1.2. Durchführung

Die Interaktionsdiagramme werden vorab mit INCA2 unter Verwendung der oben genannten Materialmodelle und der Längsbewehrungsgrade  $\rho_l = 0.6\%$ ,  $\rho_l = 0.8\%$  und  $\rho_l = 1.0\%$  gemäß Abb. 3.4 erstellt. Anschließend werden die Momenten-Normalkraftkombinationen im Riegelanschnitt mit linear elastischen Modellen für die Eigenlast und beliebig gewählten Nutzlasten unter Berücksichtigung der Teilsicherheitsbeiwerte ( $\gamma_g = 1.35$ ,  $\gamma_q = 1.5$ ) erstellt. Der Schnittpunkt im Momenten-Normalkraft-Interaktionsdiagramm ergibt die jeweilige maximal mögliche Momenten-Normalkraftkombination auf Bemessungsniveau und wird weiterführend als Bemessungslastfall betrachtet.

Das ideale Rissmoment  $M_{cr,id}$  wird ungefähr beim Ansatz des Eigengewichts als Designwert erreicht. Daher wird hier vereinfacht nur die Normalkraft, die aus der Nutzlast entsteht, mit den Steigungsverhältnissen gemäß Abb. 4.45 erhöht. Die daraus ermittelte Normalkraftsteigerung  $\Delta N$  wird gemäß der in Abschnitt 4.4.8 beschriebenen Bereinigung in umgekehrter Reihenfolge am jeweiligen linear elastischen Modell als Temperaturlastfall angesetzt. Für den angesetzten Temperaturlastfall ergibt sich ein konstantes Moment am Rahmenriegel, das zum Bemessungslastfall addiert wird.

## 5.2. Ergebnisse

Nachfolgend sind die Momenten-Normalkraft-Interaktionsdiagramme für die untersuchten Bewehrungsgrade gemäß Abb. 5.1, Abb. 5.2 und Abb. 5.3 angeführt. Die ausgefüllten Markierungen kennzeichnen die erhöhten Schnittgrößen des jeweiligen Modells. Unabhängig von der Stielhöhe weisen die untersuchten Modelle ähnliche Steigerungen der Momente auf. Dies hängt unter anderem mit dem gleich hoch angesetzten Steigungsverhältnis zusammen.

Dass die Steigerung der Momenten-Normalkraftkombination nicht unwesentlich ist, wird bei Betrachtung der ebenfalls angeführten Momenten-Normalkraft-Interaktionskurve für einen um 0.2% erhöhten Bewehrungsgrad ersichtlich. Bei Bewehrungsgraden von  $\rho_l = 0.6\%$  und  $\rho_l = 0.8\%$  wird bereits ein um ca. 0.2% erhöhter Bewehrungsgrad benötigt, um die gesteigerten Schnittgrößenverhältnisse nachzuweisen. Bei einem Bewehrungsgrad von  $\rho_l = 1.0\%$  ist sogar eine weitere Steigerung des Bewehrungsgrades erforderlich.

Im Feldbereich tritt dadurch das gegensätzliche Verhalten auf. Es ist allerdings darauf zu achten, dass sich die Auswirkungen auf die Schnittgrößen bei unterschiedlichen Bewehrungsgraden im Stütz- und Feldbereich aufgrund der Umlagerungen gemäß Abb. 4.39 und Abb. 4.40 verringern bzw. verstärken.

Weiterführend könnten die Stützmomente mit den bereinigten Umlagerungen gemäß Abschnitt 4.4.9 verringert werden. Aufgrund der geringen Umlagerungsgrade von 0 bis 4% wird an dieser

Stelle jedoch darauf verzichtet.

Die nachfolgend angeführten Diagramme beziehen sich auf die volle Ausnutzung des betrachteten Stützmoments, ohne dabei die Tragreserven bei gleichen Bewehrungsgraden im Feld- und Stützbereich zu berücksichtigen. Diese Auswirkungen sind somit überspitzt dargestellt und dienen lediglich der Veranschaulichung.

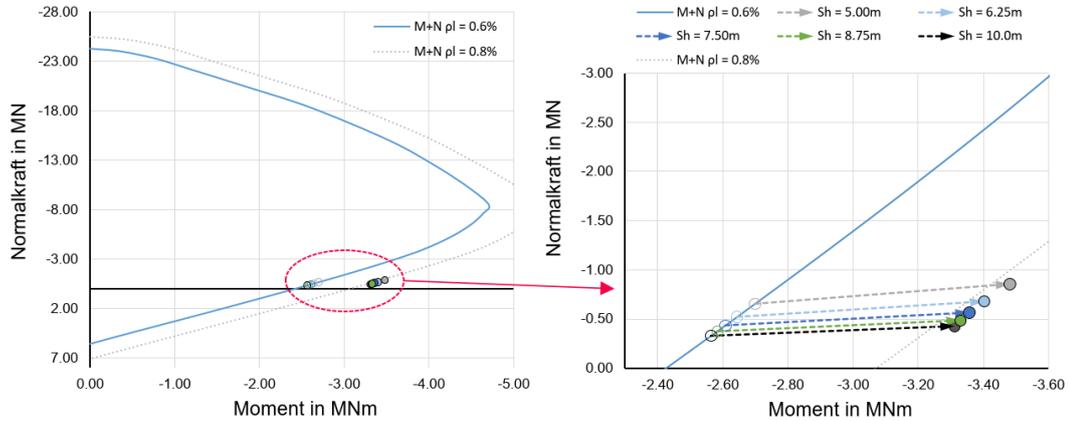


Abb. 5.1.: M-N-Interaktionsdiagramm, Abschätzung der Schnittgrößen  $\rho_l = 0.6\%$

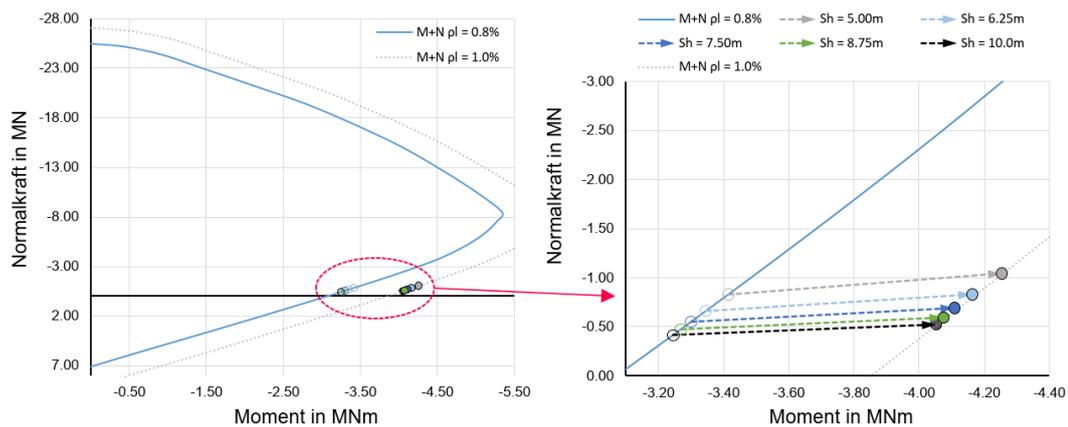


Abb. 5.2.: M-N-Interaktionsdiagramm, Abschätzung der Schnittgrößen  $\rho_l = 0.8\%$

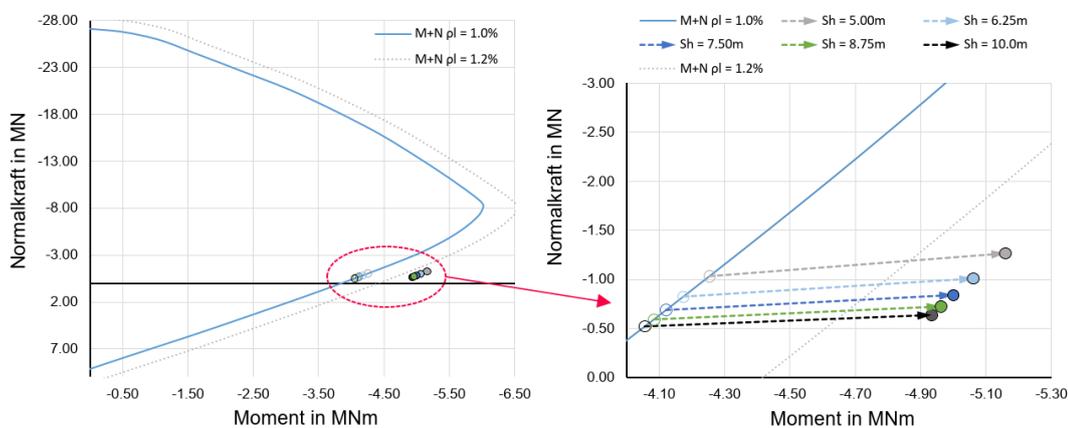


Abb. 5.3.: M-N-Interaktionsdiagramm, Abschätzung der Schnittgrößen  $\rho_l = 1.0\%$

## 6. Abschätzung der Dehnsteifigkeit im Rahmenriegel

Für biegebeanspruchte Bauteile sind in der Literatur gemäß Abschnitt 2.4.1 Beiträge zur modifizierten Stahlarbeitslinie zu finden, mit der eine realitätsnahe Abschätzung der Momenten-Krümmungsbeziehung, die im Wesentlichen die effektive Biegesteifigkeit eines Bauteils beschreibt, möglich ist. Für den Fall einer Kombination aus Moment und Normalkraft treten auch Längsdehnung bzw. -stauchung an gerissenen Querschnitten auf. Es kann auch vorkommen, dass ein unter Biegebeanspruchung bereits gerissenes Bauteil nachträglich mit einer Normalkraft zufolge Zwang beaufschlagt wird. In diesem Fall muss eine effektive Dehnsteifigkeit angesetzt werden, um realitätsnahe Dehnungen oder Stauchungen berechnen zu können.

In diesem Kapitel wird anhand der in Kapitel 4 nichtlinear berechneten Schnittgrößen versucht eine Abschätzung der Dehnsteifigkeit mit Hilfe der nichtlinearen Querschnittsberechnungssoftware INCA2 vorzunehmen. Dabei werden die Schnittgrößen der Modelle  $\rho_l = 0.4\%$ ,  $\rho_l = 0.6\%$ ,  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $\rho_l = 1.0\%$  sowie  $\rho_l = 1.2\%$  mit einer Horizontalfedersteifigkeit von  $kh = 45 \text{ MN/m}$  zur Ermittlung der effektiven Dehnsteifigkeit  $(EA)_{II,ef}$  herangezogen. Die Methodik zur Abschätzung der Dehnsteifigkeiten wurde von Mayer (Projektbesprechung, April 2021) entwickelt.

### 6.1. Systembildung: Nichtlineare Querschnittsbetrachtung

Im Programm INCA2 wird ein quadratischer Betonquerschnitt (1.0 x 1.0 m) mit Bewehrungsstäben in Form von Punkten abgebildet. Für den Stützbereich wird ein Modell mit symmetrischer Bewehrung und für den Feldbereich ein Modell mit asymmetrischer Bewehrung gemäß Abb. 6.1 für die verschiedenen Längsbewehrungsgrade erstellt. Im Zuge der Modellerstellung werden beide in Abschnitt 2.4.1 beschriebenen Varianten, der Ansatz der modifizierten Stahlarbeitslinie sowie der Ansatz zur Berücksichtigung der Zugversteifung des Betons, modelliert. Mit dem Ansatz der modifizierten Stahlarbeitslinie können jedoch besser übereinstimmende Ergebnisse hinsichtlich der Stabachsdehnung erreicht werden. Daher wird der Ansatz der modifizierten Stahlarbeitslinie weiter verfolgt.

#### 6.1.1. Materialmodell Beton INCA2

Wie in den nichtlinearen Berechnungen gemäß Kapitel 4, wird auch hier das Betonmodell ‚C35/45 ATENA‘ gemäß Abb. 3.9 unter Berücksichtigung der Betongrenzstauchung von  $\epsilon_{cu} = 7\%$  angewandt. Die Betonzugfestigkeit wird bis zum Erreichen der mittleren Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  mit der Steigung des mittleren Elastizitätsmodules  $E_{cm}$  mitberücksichtigt.

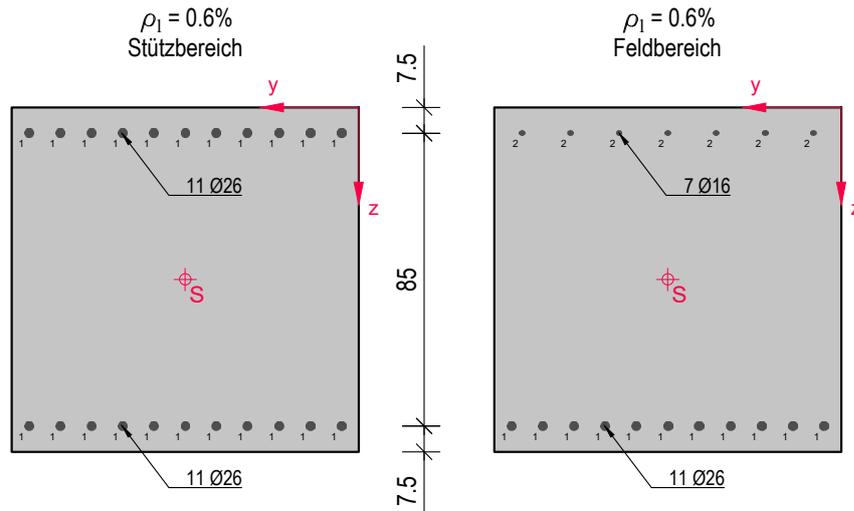


Abb. 6.1.: Querschnitte für  $\rho_l = 0.6\%$  in INCA2

### 6.1.2. Materialmodell Stahl INCA2

Die modifizierte Stahlarbeitslinie wird nach den in Abschnitt 2.4.1 genannten Beziehungen für die Stahlarbeitslinie BST550B Mittelwerte Real Stress gemäß Abb. 3.19 für alle untersuchten Bewehrungsgrade ermittelt. In Abb. 6.2 sind die errechneten modifizierten Stahlarbeitslinien dargestellt. Die Größenunterschiede von  $\sigma_{sr,1}$  zwischen den verschiedenen Bewehrungsgraden resultiert aus der lediglich geringen Änderung der angesetzten effektiven Zugzone ( $A_{c,ef}$ ) gemäß Glg. (2.35). Dadurch sinkt die mitwirkende effektive Zugzone je Bewehrungsstab bei größer werdendem Bewehrungsgrad  $\rho_l$ .

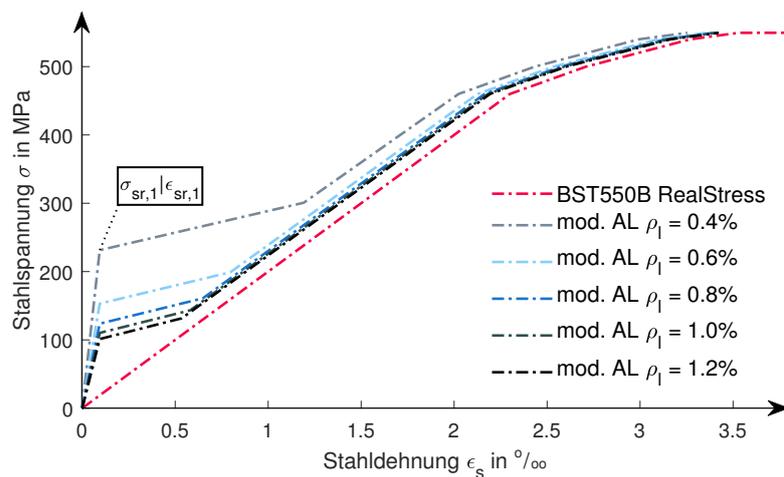


Abb. 6.2.: Modifizierte Stahlarbeitslinien (TS)

## 6.2. Numerische Querschnittsberechnungen

In diesem Abschnitt wird die Vorgehensweise zur Abschätzung der effektiven Dehnsteifigkeit erläutert. Als Obergrenze der effektiven Dehnsteifigkeit kann die Dehnsteifigkeit im ungerissenen Zustand  $(EA)_{I,id}$  gemäß Glg. (6.1) angesetzt werden. Bis zum Fließbeginn kann als Untergrenze zumindest die Dehnsteifigkeit des reinen Bewehrungsstahls  $(E_s A_s)$  angenommen werden.

$$(EA)_{I,id} = E_s \cdot A_s + E_c \cdot (A_c - A_s) \quad (6.1)$$

### 6.2.1. Durchführung

Die Dehnsteifigkeit  $(EA)_{ef}$  steht mit der behinderten Längendehnung der Systemachse  $\epsilon_{sys,beh}$  im direkten Zusammenhang mit der Normalkraft und kann gemäß Glg. (6.2) angeschrieben werden. Zur Ermittlung von  $\epsilon_{sys,beh}$  werden zunächst die Längsdehnungen der Systemachse mit den in Kapitel 4 berechneten Schnittgrößen entlang des Rahmenriegels berechnet. Dazu werden die Querschnittsdehnungen für die Schnittgrößenkombinationen von Normalkraft und Moment im Abstand von 0.5 m gemäß Abb. 6.3 mit INCA2 berechnet. Der Rahmeneckbereich wird aufgrund der beobachteten Rissbildung bis 0.2 m vor Riegelanschnitt mitberücksichtigt. Damit ergibt sich eine betrachtete Ausgangssystemlänge von  $L_{sys} = 9.7$  m. Da in INCA2 das Ebenbleiben der Querschnitte vorausgesetzt wird, können die Krümmungen und somit die Dehnungen im Querschnitt ausgewertet werden. Die ausgewerteten Dehnungen am Druck- und Zugrand werden anschließend addiert und halbiert, um dadurch die Dehnungen der Systemachse zu erhalten. Die Längenänderung  $\Delta L_{sys,M+N}$  ergibt sich durch Multiplikation der Dehnungen der Systemachse mit dem jeweils bezogenen Längenanteil. Dieser Vorgang wird mit den Momenten, jedoch ohne Normalkraft, entlang des Rahmenriegels erneut durchgeführt. Damit ergibt sich die Längenänderung der Systemachse zufolge der reinen Momentenbelastung  $\Delta L_{sys,M}$ . Um die behinderte Längendehnung der Systemachse  $\epsilon_{sys,beh}$  zu ermitteln, wird die Differenz der Längenänderungen von  $\Delta L_{sys,M}$  und  $\Delta L_{sys,M+N}$  durch die Ausgangssystemlänge  $L_{sys} = 9.7$  m dividiert. Die effektive Dehnsteifigkeit wird anschließend gemäß Glg. (6.2) bestimmt.

$$(EA)_{ef} = N_x / \epsilon_{sys,beh} \quad (6.2)$$

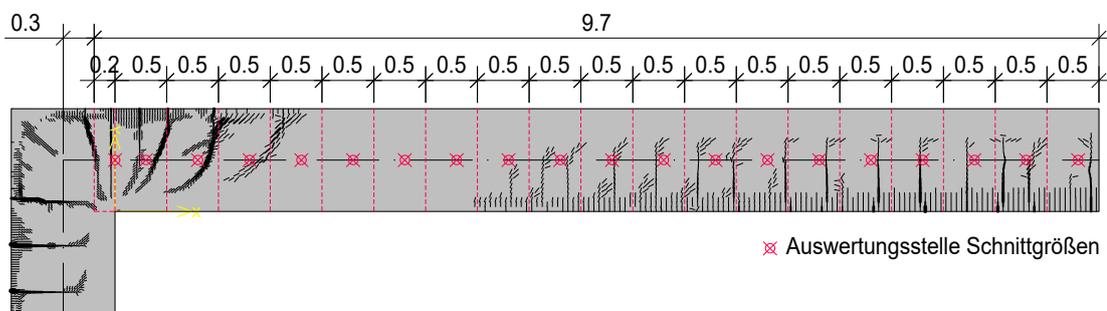


Abb. 6.3.: Auswertungspunkte zur Ermittlung der Dehnsteifigkeit

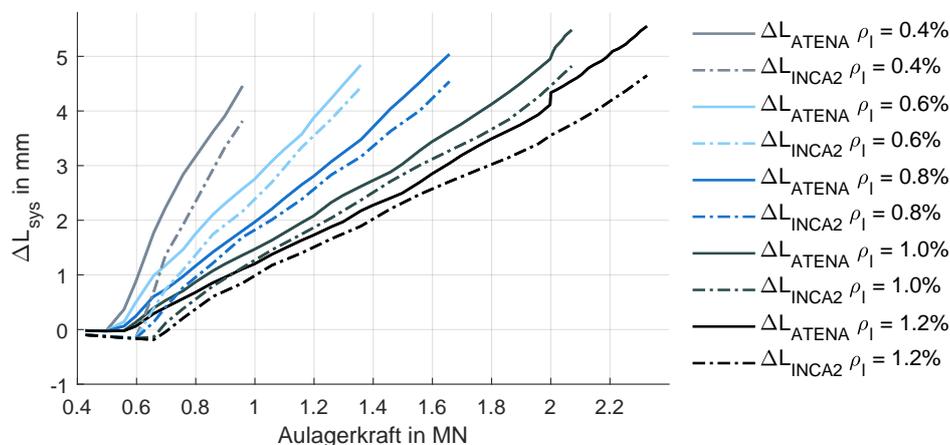
## 6.3. Ergebnisse

### 6.3.1. Unterschied der Systemlängen

Zunächst werden die mit INCA2 ermittelten Verlängerungen der Systemachse mit den Verlängerungen aus ATENA gemäß Kapitel 4 verglichen. Diese Gegenüberstellung soll Aufschluss darüber geben, ob die unterschiedlich erstellten Modelle auch konvergieren. In Abb. 6.4 sind die in ATENA ermittelten Systemachsenverlängerungen mit durchgezogenen und jene aus INCA2 mit strichpunktierten Linien dargestellt.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen ATENA und INCA2 kann beim Erreichen des ersten Knicks, der auf den Erstriss zurückzuführen ist, festgestellt werden. In ATENA entsteht dieser bereits, wenn die Hauptspannungen die mittlere Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  in einem FE-Element überschreiten. Die Biegesteifigkeit wird durch die fortschreitende Rissbildung kontinuierlich verringert. In INCA2 wird der Erstriss bzw. eine Verringerung der Biegesteifigkeit gemäß Abschnitt 2.4.1 bei Erreichen einer Stahlspannung von  $\sigma_{sr,1}$  abgebildet.  $\sigma_{sr,1}$  errechnet sich dabei aus der Erstrisskraft im effektiven Zugstab bezogen auf die Bewehrungsfläche. Daraus kann abgeleitet werden, dass in INCA2 die Rissbildung erst bei größeren Randdehnungen berücksichtigt wird. Ein weiterer Grund für das ‚steifere‘ Verhalten, das durch den später auftretenden Knick der mit INCA2 ermittelten Systemachsensendungen hervorgeht, ist die Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit im Betonmodell. Bei Dehnungen bis  $\epsilon_c = \frac{f_{ctm}}{E_{cm}} = 0.094\text{‰}$  wird die Betonzugfestigkeit im Bereich des effektiven Zugstabs doppelt berücksichtigt, da diese mit der modifizierten Stahlarbeitslinie ebenfalls erfasst ist. Nach Erreichen der Erstrissspannung  $\sigma_{sr,1}$  zeigen die Modelle wieder eine höhere Übereinstimmung, da sich die Unterschiede der Systemachsensendungen aus INCA2 und ATENA wieder verringern. Im späteren Verlauf driften die Systemachsensendungen jedoch wieder etwas ab. Es wird vermutet, dass sich dieses Verhalten aufgrund von lokal auftretenden Spannungsspitzen, die mit der Modellabbildung in INCA2 nicht erfasst werden können, widerspiegelt.

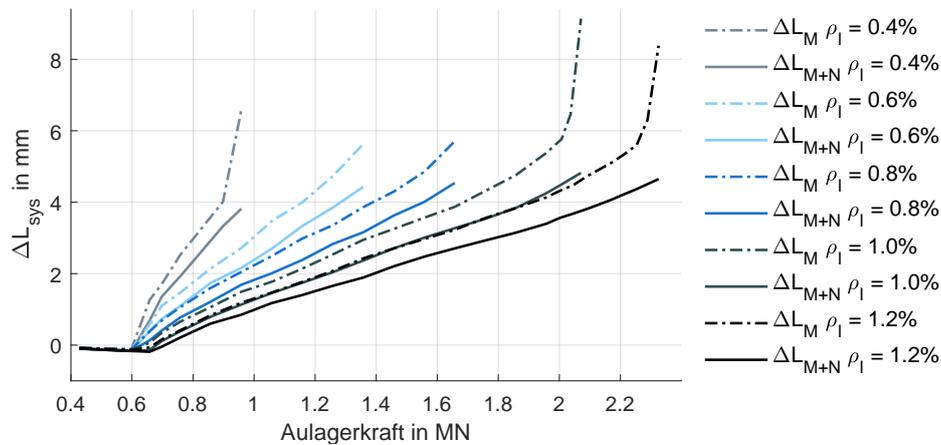
Da die Dehnsteifigkeiten jedoch nur mit den aus INCA2 ermittelten Systemlängenänderungen berechnet werden, ist lediglich das qualitative Verhalten, das weitgehend übereinstimmt, von Bedeutung.



**Abb. 6.4.:** Vgl. Stauchung und Dehnung der Systemachse, INCA2 - ATENA

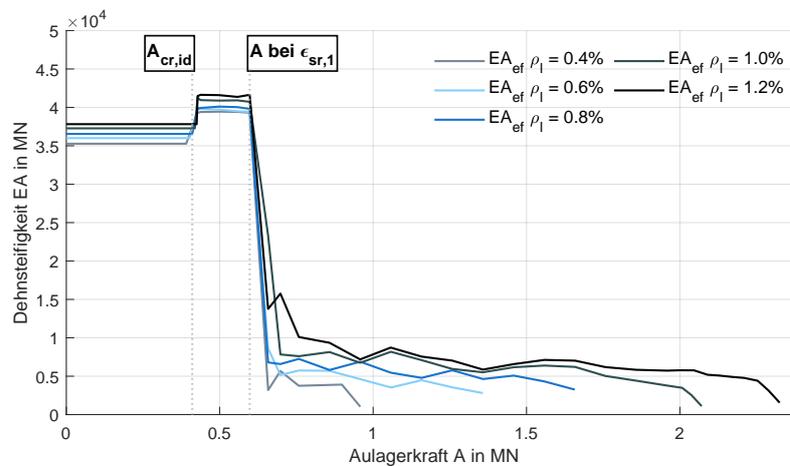
### 6.3.2. Dehnsteifigkeiten

In diesem Abschnitt werden die Dehnsteifigkeiten der untersuchten Modelle jeweils bis kurz vor Erreichen des Fließbeginns im Rahmenriegel dargestellt und deren Verlauf interpretiert. In Abb. 6.5 sind die Dehnungen und Stauchungen der Systemachse bei reiner Momentenbelastung und bei der Kombination aus Moment und Normalkraft dargestellt. Die Differenz der jeweiligen Kurven, geteilt durch die Ausgangssystemlänge  $L_{sys}$ , ergibt gemäß Abschnitt 6.2.1 die behinderte Längendehnung der Systemachse  $\epsilon_{sys,beh}$ . Der überproportionale Anstieg der Systemachsendehnung im hinteren Bereich der strichpunktierten Linien ist auf das frühere Erreichen der Fließspannung im Bewehrungsstahl bei den Berechnungen ohne Berücksichtigung der Normalkraft zurückzuführen.



**Abb. 6.5.:** Vgl. Stauchung und Dehnung der Systemachse bei reinem Moment und Kombination aus Normalkraft und Moment

Die ermittelten effektiven Dehnsteifigkeiten  $(EA)_{ef}$  über der summierten Auflagerkraft  $A$  sind in Abb. 6.6 dargestellt und werden nachfolgend erläutert.

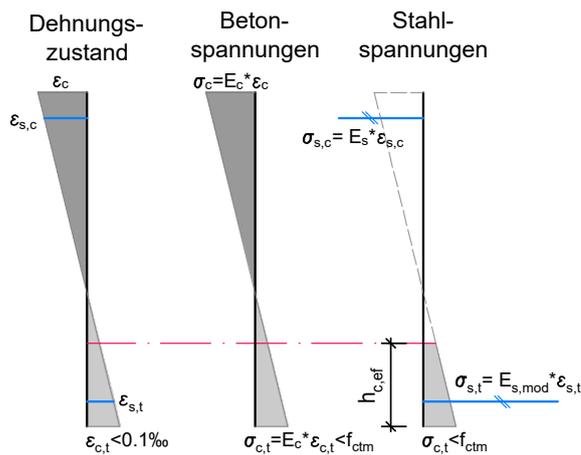


**Abb. 6.6.:** Entwicklung der Dehnsteifigkeiten im Rahmenriegel

Bis zum Erreichen des Erstrissmoments im Rahmenriegel wird die Dehnsteifigkeit im ungerissenen Zustand  $(EA)_{I,id}$  gemäß Glg. (6.1) des jeweiligen Bewehrungsgrades vorausgesetzt. Nach dem Erreichen des Erstrissmoments steigt die Dehnsteifigkeit an. Dieses Verhalten kann jedoch nicht mit dem tatsächlichen Verhalten der Dehnsteifigkeiten übereinstimmen, da die Obergrenze der Dehnsteifigkeit im ungerissenen Zustand  $(EA)_{I,id}$  überschritten wird. Vielmehr ist die erhöhte Dehnsteifigkeit in diesem Bereich auf die in Abschnitt 6.3.1 beschriebene doppelte Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit bei Stahldehnungen bis  $\epsilon_s \approx 0.1\%$  gemäß Abb. 6.7 zurückzuführen.

Ab einer Auflagerkraft von  $A \approx 0.6$  MN wird die Dehnsteifigkeit bei allen Modellen stark abgemindert. Das zeitgleiche Auftreten hängt mit dem Erreichen der Erstrissspannung  $\sigma_{sr,1}$  der modifizierten Stahlarbeitslinie zusammen. Gemäß Abb. 6.2 wird  $\sigma_{sr,1}$  bei allen Bewehrungsgraden mit gleicher Stahldehnung erreicht. Der Zeitpunkt der Abminderung der Dehnsteifigkeit tritt dadurch bei Erreichen der Erstrissdehnung  $\epsilon_{sr,1}^I$  auf halber Höhe der effektiven Zugzone ein.

Das sprunghafte Verhalten der Dehnsteifigkeit im weiteren Verlauf resultiert aus den Schnittgrößenumlagerungen, die sich in ATENA aufgrund der kontinuierlichen Rissbildung mit ansteigender Belastung einstellen.



Die Stahlzugspannung  $\sigma_{s,t}$  beinhaltet mit dem modifizierten E-Modul  $E_{s,mod}$  auch die Betonspannung der effektiven Zugzonenhöhe  $h_{c,ef}$ . Damit wird die Betonzugfestigkeit sowohl bei den Betonspannungen mit  $\sigma_{c,t} = E_c \cdot \epsilon_{c,t}$  als auch bei den Stahlspannungen mit  $\sigma_{s,t} = E_{s,mod} \cdot \epsilon_{s,t}$  berücksichtigt.

**Abb. 6.7.:** Querschnittsdehnungen und -spannungen vor Erreichen der Erstrissdehnung  $\epsilon_{sr,1}^I$

Zur besseren Veranschaulichung sind die Verläufe der Dehnsteifigkeiten gemäß Abb. 6.8 geglättet und im Bereich der Überschreitung bereinigt dargestellt. In Abb. 6.9 sind die bezogenen Dehnsteifigkeitsentwicklungen über der summierten Auflagerkraft angeführt.

Die Dehnsteifigkeiten nach Erreichen der Erstrissdehnung im fiktiven Zugstab  $(EA)_{II,ef}$  verringern sich abhängig vom Bewehrungsgrad auf ca.  $\frac{1}{8}$  bis  $\frac{1}{5}$  der ursprünglichen Dehnsteifigkeit  $(EA)_{I,id}$ .

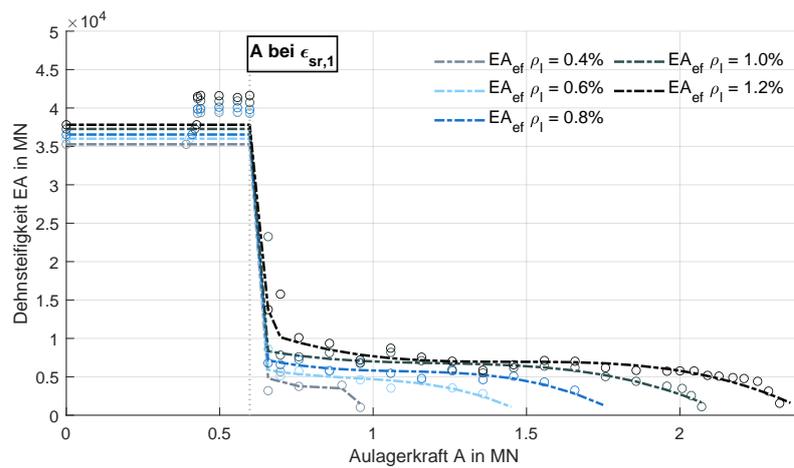


Abb. 6.8.: Entwicklung der Dehnsteifigkeiten im Rahmenriegel, geglättet

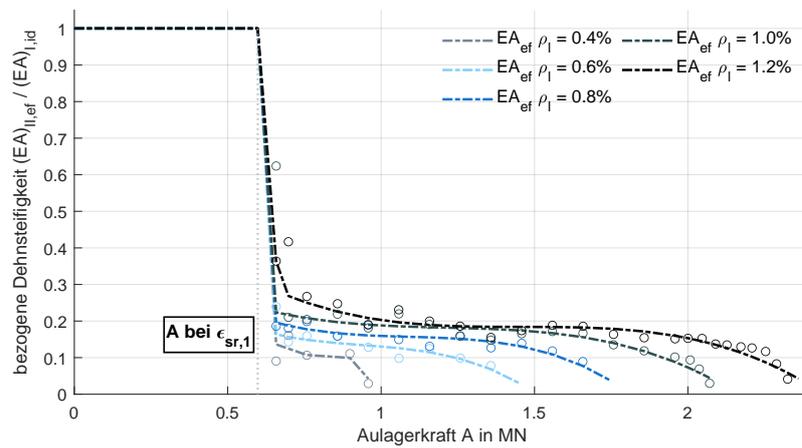


Abb. 6.9.: Entwicklung der bezogenen Dehnsteifigkeiten im Rahmenriegel, geglättet

## 7. Zusammenfassung und Ausblick

Die eingangs erwähnten Ziele sind vor allem die Verifikation der Boden-Bauwerksinteraktion, die Analyse des Tragverhaltens bei unterschiedlichen Bewehrungsgraden sowie die Quantifizierung von Momentenumlagerungen bei Variation der Bodensteifigkeit und der Bewehrungsgrade. Die wesentlichen Erkenntnisse dieser Arbeit in Bezug auf das Tragverhalten von Rahmenbrücken und dessen Auswirkungen auf die Schnittgrößen sind nachfolgend zusammengefasst.

Grundsätzlich können bei den untersuchten nichtlinearen FE-Modellen nachvollziehbare Rissbilder und stabile Berechnungsergebnisse festgestellt werden.

Bei herkömmlichen linear elastischen Berechnungen kann eine Verlängerung der Systemachse, die sich vor allem aufgrund der Rissbildung ausbildet, im Gegensatz zu den durchgeführten nichtlinearen Berechnungen mit ATENA nicht erfasst werden. Im System geht die Verlängerung der Überbauachse mit einer Zunahme der Normalkraft einher. Die festgestellte Systemachsenverlängerung konnte bei Versuchen im Rahmen des Forschungsprojekts ‚Real Stress‘ gemäß [Mayer; 2021] durch eine Normalkraftsteigerung bestätigt werden. Die Steigerung der Normalkraft im Rahmenriegel konnte bereits bei vorhergehenden nichtlinearen Berechnungen von [Schroeckmayr; 2019] festgestellt werden.

Mit den in Abschnitt 4.4.10 ermittelten Steigungsverhältnissen der Normalkraft ab dem Erstriss bis zum Fließbeginn ist es möglich, eine Aussage über die Auswirkungen bei unterschiedlichen Bodensteifigkeiten und Bewehrungsgrade zu treffen. Bei sinkendem Bewehrungsgrad sowie bei kleiner werdender Bodensteifigkeit steigert sich das Verhältnis der Normalkräfte zwischen linear elastischen und nichtlinearen Berechnungen. Die Analyse unterschiedlicher Bewehrungsgrade im Stütz- und Feldbereich zeigt zudem, dass sich die Steigungsverhältnisse bei geringer bewehrtem Stütz- als Feldbereich verringern und bei umgekehrter Bewehrungsanordnung erhöhen.

Mit der in Abschnitt 4.4.8 durchgeführten Bereinigung der Momente nach der Methode von Mayer (Projektbesprechung, März 2021) können die Auswirkungen der Normalkraftsteigerung auf die Momente im Rahmenriegel dargestellt werden. Es kommt zum betragsmäßigen Anstieg der Stütz- und zur Reduktion der Feldmomente. Hinsichtlich der Bemessung im Stützbereich könnte dies für gewisse Konfigurationen bedeuten, dass die Schnittgrößen in diesem Bereich anhand von linear elastischen Berechnungen unterschätzt werden. Zur Verdeutlichung ist in Kapitel 5 eine Abschätzung der Schnittgrößen, basierend auf den in Abschnitt 4.4.10 ermittelten Steigungsverhältnissen der Normalkraft, für unterschiedliche Stielhöhen, angeführt. Diese beziehen sich auf gleiche Längsbewehrungsgrade im Stütz- und Feldbereich bei voller Ausnutzung des Stützquerschnitts. Sie bedingen eine Steigerung des Längsbewehrungsgrades um ca. 0.2% zum Nachweis der erhöhten Stützmomente. In Anbetracht der linear elastischen Momentenverhältnisse zwischen Stütz- und Feldbereich, die bei den untersuchten Systemen abhängig von der angesetzten Bodensteifigkeit bei  $M_{St}/M_{Fe\ k_h=22.5} = 0.65$ ,  $M_{St}/M_{Fe\ k_h=45} = 0.77$ ,

$M_{St}/M_{Fe\ k_h=90} = 0.84$  und  $M_{St}/M_{Fe\ k_h \gg} = 0.94$  liegen, kann jedoch festgehalten werden, dass beim Ansatz von gleichen Bewehrungsgraden die Ausnutzung im Stützbereich zumeist genügend Reserven beinhaltet. Die Momente im Stützbereich beziehen sich dabei auf die Stelle  $0.2 \cdot d$  vom Riegelanschnitt, an der sich gemäß [Kordina et al.; 1998] das Momentenmaximum im Rahmeneck befindet.

Die Umlagerungen, die aufgrund von Steifigkeitsänderungen im System entstehen, werden mit Hilfe der Bereinigung gemäß Abschnitt 4.4.8 herausgefiltert. Bei Bewehrungsgraden von  $\rho_l = 0.8\%$  (im Stütz- und Feldbereich) und höher sind abhängig von der horizontalen Bodensteifigkeit, nahezu keine (bei  $k_h = 45$  MN/m) bzw. bereinigte Umlagerungen von 3 – 4% in den Stützbereich feststellbar. Die bereinigten Umlagerungen weg vom Stützbereich für die Bewehrungsgrade  $\rho_l = 0.6\%$  und  $\rho_l = 0.4\%$  betragen bei  $k_h = 45$  ca. 4% bzw. 11%, wobei der größte Anteil erst ab dem Erreichen der Fließgrenze erzielt wird. Bei höheren Bewehrungsgraden im Stütz- als im Feldbereich werden bereinigte Umlagerungen in den Stützbereich von ca. 3% (bei  $k_h \gg$ ) bis 8% (bei  $k_h = 22.5$ ) festgestellt. Die bereinigten Umlagerungen weg vom Stützbereich bei höheren Bewehrungsgraden im Feld- als im Stützbereich liegen ungefähr zwischen 10% (bei  $k_h = 22.5$ ) und 16% (bei  $k_h \gg$ ).

Das plastische Rotationsvermögen des Rahmenecks wird maßgeblich von dessen Bewehrungsgrad beeinflusst. Bei steiferen Bodenverhältnissen kann aufgrund der ansteigenden Normalkraft und dem damit verbundenen betragsmäßigen Ansteigen der Stützmomente, eine erhöhte plastische Rotation bei den Bewehrungsgraden  $\rho_l = 0.8\%$  und  $\rho_l = 0.6\%$  beobachtet werden. Ein tendenzieller Zusammenhang zwischen der plastischen Rotation und der bereinigten plastischen Umlagerung kann ebenso festgestellt werden.

Die Abschätzung der Dehnsteifigkeiten im Rahmenriegel gemäß Kapitel 6 zeigt eine Verringerung der effektiven Dehnsteifigkeit  $(EA)_{II,ef}$  auf ca.  $\frac{1}{8} \cdot (EA)_{I,id}$  bei  $\rho_l = 0.4\%$  bis ca.  $\frac{1}{5} \cdot (EA)_{I,id}$  bei  $\rho_l = 1.2\%$ . Die Abminderung entsteht bei Überschreitung der Erstrissdehnung auf halber Höhe der in der modifizierten Stahlarbeitslinie angenommenen effektiven Zugzone. Daher hängt diese vom Modellansatz ab. Ob dieses Verhalten auch tatsächlich zutrifft, ist zu verifizieren.

Die vorgestellten Ergebnisse zeigen vor allem für größere Bewehrungsgrade im Stütz- als im Feldbereich eine Momentenumlagerung vom Feld- in den Stützbereich. Dies könnte vor allem bei der Integralisierung von bestehenden Brückentragwerken von großer Bedeutung sein. Um hierzu fundierte Aussagen treffen zu können sind jedoch weitere Untersuchungen notwendig.

Beim Ansatz der mehraxialen Spannungen und der angesetzten Grenzdehnungen sind in dieser Arbeit Erkenntnisse aus Versuchen von Rechteckquerschnitten abgeleitet. Es bleibt jedoch offen, ob und in welcher Größenordnung sich diese bei plattenartigen Bauwerken einstellen.

Die Auswirkungen der Boden-Bauwerksinteraktion sind in dieser Arbeit vereinfacht mit unterschiedlichen Horizontalfedersteifigkeiten im Fußpunkt abgebildet. Eine realistischere

Abschätzung könnte beispielsweise gemäß [Mayer; 2015] mit Federn entlang des Rahmenstiels erzielt werden. Weiterführende Analysen zur Boden-Bauwerksinteraktion sind in jedem Fall erforderlich, um die Gültigkeit der hier beschriebenen Ergebnisse zu untermauern.

# Literaturverzeichnis

[**Akkermann & Eibl; 2002**] Akkermann, Jan, & Eibl, Josef. *Rotationsfähigkeit von Rahmenecken*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag GmbH, 2002.

[**CEB-Manual; 1982**] International Federation for Structural Concrete (fib). *Detailing of Concrete Structures - First Draft of a Design Manual*. Construction Press, 1982.

[**Cervenka et al.; 2018**] Cervenka, Vladimir, Jendele, Libor, & Cervenka, Jan. *ATENA Program Documentation Part 1: Theory*, 2018.

[**DAfStb; 2003**] *Erläuterungen zu DIN 1045-1*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Beuth Verlag GmbH, 2003.

[**Dilger; 1966**] Dilger, Walter. *Veränderlichkeit der Biege- und Schubsteifigkeit bei Stahlbetontragwerken und ihr Einfluss auf Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbestimmter Lagerung*. Ernst & Sohn, 1966.

[**DIN 1045-1; 2008**] DIN Deutsches Institut für Normung e.V. *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion*. Beuth Verlag GmbH, 2008.

[**Hordijk; 1991**] Hordijk, A.A. *Local Approach to Fatigue of Concrete*. Ph.D. thesis, Delft University of Technology, 1991.

[**Illich; 2015**] Illich, Günther Werner. *Ein Beitrag zur allgemeinen Beschreibung des Tragverhaltens von schlanken Betondruckgliedern*. Ph.D. thesis, Technische Universität Graz, 2015.

[**Kollegger; 1988**] Kollegger, A., Mehlhorn, G. *Experimentelle und Analytische Untersuchungen zur Aufstellung eines Materialmodells für gerissene Stahlbetonscheiben, Nr.6 Forschungsbericht, Massivbau*. Ph.D. thesis, Gesamthochschule Kassel, 1988.

[**Kolmar; 1986**] Kolmar, W. *Beschreibung der Kraftübertragung über Risse in nichtlinearen Finite-Element-Berechnungen von Stahlbetontragwerken*. Ph.D. thesis, T.H. Darmstadt, 1986.

[**Koenig & Tue; 2003**] König, Gert, & Tue, Nguyen Viet. *Grundlagen des Stahlbetonbaus*. Springer Verlag, 2003.

[**Koenig et al.; 1999**] König, Gert, Pommerening, Dieter, & Tue, Nguyen Viet. *Nichtlineares Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen, Verformungsvermögen und Schnittgrößenermittlung*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag GmbH, 1999.

[**Kordina et al.; 1998**] Kordina, Karl, Teutsch, Manfred, & Wegener, Erhard. *Trag- und Verformungsverhalten von Rahmenknoten*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag GmbH, 1998.

- [**Kreller; 1990**] Kreller, Helmut. *Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangseinwirkung*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag GmbH, 1990.
- [**Mayer; 2015**] Mayer, Michael. *Numerische Untersuchung der Bettungssteifigkeiten von flach- und pfahlgegründeten Brückenpfeilern*. Master's thesis, Technische Universität Graz, 2015.
- [**Mayer; 2021**] Mayer, Michael, Tue, Nguyen Viet, Schlicke, Dirk, Berger, Johannes, Feix, Jürgen, Freytag, Bernhard. *Zwangsschnittgrößen in Stahlbetontragwerken im SLS und ULS unter Berücksichtigung des tatsächlichen Bauteilverhaltens: RealStress*. Wien: Bundesministerium für Klimaschutz, Abteilung Mobilitäts- und Verkehrstechnologien, 2021.
- [**MC10; 2013**] International Federation for Structural Concrete (fib). *Model Code for Concrete Structures 2010*. Ernst & Sohn, 2013.
- [**MC90; 1993**] International Federation for Structural Concrete (fib). *Model Code 1990, Design Code*. Thomas Telford, 1993.
- [**OEB1992-1-1; 2011**] ÖNORM B 1992-1-1. *Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Nationale Festlegungen zu ÖNORM EN 1992-1-1, nationale Erläuterungen und nationale Ergänzungen*. Austrian Standards plus GmbH, 2011.
- [**OEN1992-1-1; 2015**] ÖNORM EN 1992-1-1. *Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Austrian Standards plus GmbH, 2015.
- [**Pfeiffer; 2004**] Pfeiffer, Uwe. *Die nichtlineare Berechnung ebener Rahmen aus Stahl- oder Spannbeton mit Berücksichtigung der durch das Aufreißen bedingten Achsendehnung*. Cuvillier Verlag Göttingen, 2004.
- [**Quast; 1981**] Quast, Ulrich. *Zur Mitwirkung des Betons in der Zugzone*. Beton- und Stahlbetonbau, Jhg.76, Heft 10, 1981.
- [**Schroeckmayr; 2019**] Schroeckmayr, Tobias. *Plastisches Rotations- und Umlagerungsvermögen von Rahmen im Vergleich zu Durchlaufträgern*. Master's thesis, Technische Universität Graz, 2019.
- [**Shi; 2009**] Shi, Zihai. *Crack Analysis in Structural Concrete - Theory and Applications*. Butterworth-Heinemann, 2009.
- [**Tue et al.; 2021**] Tue, Nguyen Viet, Della Pietra, Regina, & Mayer, Michael. *BetonKalender 2021 - Teil VI Integralbrücken – Tragverhalten, Anregungen zur Bemessung einschließlich Integralisierung von Bestandsbrücken*. Ernst & Sohn, 2021.
- [**Wischenbart; 2012**] Wischenbart, Thomas. *Nichtlineare Finite Elemente Methoden zur Analyse bestehender Brückentragwerke*. Master's thesis, Universität für Bodenkultur Wien, 2012.
- [**Zilch & Zehetmaier; 2008**] Zilch, Konrad, & Zehetmaier, Gerhard. *Bemessung im konstruktiven Betonbau*. Springer Verlag, 2008.

# Abbildungsverzeichnis

2.1. Tragverhalten eines Zweifeldträgers [Zilch & Zehetmaier; 2008] . . . . .	6
2.2. Vergleich zwischen $\Theta_{pl,mögl}$ und $\Theta_{pl,erf}$ , sowie $\delta$ in Abhängigkeit von der bezogenen Druckzonenhöhe [DAfStb; 2003] . . . . .	7
2.3. Ansätze zur Ermittlung der Rotation [Schroeckmayr; 2019] . . . . .	8
2.4. Biege- und Schubrissgelenk lt. Bachmann [Zilch & Zehetmaier; 2008] . . . . .	9
2.5. Modell zur Ermittlung der plastischen Rotation [Koenig & Tue; 2003] . . . . .	9
2.6. Entwicklung der Schubrisseignung nach [Dilger; 1966] aus [Koenig et al.; 1999] . . . . .	10
2.7. Definition der Schubschlankheit [Zilch & Zehetmaier; 2008] . . . . .	11
2.8. Riss-, Fließ- und Bruchmoment mit zugehöriger Verkrümmung als Funktion des mechanischen Bewehrungsgrades $\omega$ [Koenig et al.; 1999] . . . . .	12
2.9. Plastische Rotation [OEN 1992-1-1; 2015] . . . . .	13
2.10. Grundwert der plastischen Rotation [DIN 1045-1; 2008] . . . . .	13
2.11. Momenten-Krümmungsbeziehung eines Stahlbetonbalkens [Zilch & Zehetmaier; 2008] . . . . .	15
2.12. Last-Verformungslinie eines Stahlbetonbalkens [Zilch & Zehetmaier; 2008] . . . . .	15
2.13. Modifizierte Stahlarbeitslinie [Illich; 2015] . . . . .	16
2.14. Ermittlung der effektiven Zugzone [Koenig&Tue; 2003] . . . . .	17
2.15. Modifikation der Betonarbeitslinie [Illich; 2015] . . . . .	18
2.16. Standard Newton-Raphson Verfahren aus [Wischenbart; 2012] . . . . .	19
2.17. Bogenlängenverfahren aus [Wischenbart; 2012] . . . . .	19
2.18. Stahldehnungen im Rahmeneck nach Kordina [Akkermann & Eibl; 2002] . . . . .	20
2.19. Konstruktive Ausbildung der Rahmenecke zur Vermeidung von Spaltzugversagen unter negativer Momentenbelastung [Akkermann & Eibl; 2002] . . . . .	21
3.1. Statisches System . . . . .	23
3.2. Biegerollendurchmesser im Rahmeneckbereich . . . . .	24
3.3. Vergleich der plastischen Rotation bei unterschiedlichem Biegerollendurchmesser . . . . .	24
3.4. Bewehrungsskizzen der untersuchten Bewehrungsgrade, dargestellt für den Feldbereich . . . . .	25
3.5. Bewehrungsskizze der Rahmenbrücke . . . . .	26
3.6. Modellabbildung des Auflagers . . . . .	28
3.7. Ermittlung der Ersatzdrehfedersteifigkeit . . . . .	28
3.8. Spannungs-Dehnungsbeziehung im SBETA-Modell [Cervenka et al.; 2018] . . . . .	29
3.9. Betonarbeitslinien für Druckbeanspruchung . . . . .	29
3.10. Nachbruchverhalten unter Druck [Cervenka et al.; 2018] . . . . .	30
3.11. Exponentielles Rissöffnungsgesetz in ATENA [Cervenka et al.; 2018] . . . . .	31
3.12. Rissöffnungsgesetz nach [Hordijk; 1991] in [Shi; 2009] . . . . .	31
3.13. Reduzierung der Druckfestigkeit aufgrund von Rissbildung [Cervenka et al.; 2018] . . . . .	31
3.14. Reduzierung der Schubsteifigkeit aufgrund von Rissbildung [Cervenka et al.; 2018] . . . . .	31
3.15. Biaxiale Versagensfunktion für Beton nach Kupfer [Cervenka et al.; 2018] . . . . .	33

3.16. Betonarbeitslinien von [Illich; 2015] nach [OEN1992-1-1; 2015] . . . . .	34
3.17. Betondehnungen an der Oberfläche, Versuch RR3 aus [Akkermann & Eibl; 2002] . . . . .	35
3.18. Nichtlineare Dehnungsverteilung in den Anschnitten, Versuch RR4 aus [Akkermann & Eibl; 2002] . . . . .	35
3.19. Stahlarbeitslinien Zugbeanspruchung . . . . .	37
3.20. Verbundspannungs-Schlupfbeziehung für das Ausziehen der Bewehrung gemäß [MC10 2013] . . . . .	37
4.1. Momenten-Rotationsbeziehung Versuch RR4 [Akkermann & Eibl; 2002] mit überlagerter Nachkalibrierung . . . . .	39
4.2. Erreichen der Grenzstauchung durch Spaltzugversagen senkrecht zur Stabachse	41
4.3. Erreichen der Grenzdehnung der Bewehrung . . . . .	41
4.4. Momentenverlauf ATENA im Rahmeneckbereich . . . . .	42
4.5. Normalkraftverlauf ATENA im Rahmeneckbereich . . . . .	42
4.6. Verhältnis der gemittelten Normalkraft $N_{avg}$ zur Horizontalfederkraft $F_{Feder}$	43
4.7. Bestimmung der Rotation im Rahmeneck . . . . .	43
4.8. Systemtraglast aller Modelle . . . . .	44
4.9. Bezogene Belastung bei Fließbeginn und Versagen unterschiedlicher Bewehrungsgrade . . . . .	45
4.10. Bezogene Belastung bei Fließbeginn und Versagen unterschiedlicher Horizontalfedersteifigkeiten . . . . .	45
4.11. Stahldehnungen im Stiel- und Riegelanschnitt, $\rho_l = 0.8\%$ . . . . .	46
4.12. Scheibenmodell der Rahmenecke . . . . .	47
4.13. M-N Interaktionsdiagramm bei Fließbeginn im Stielanschnitt, $\rho_l = 0.8\%$ , $k_h = 45$ MN/m . . . . .	48
4.14. Verformungsfiguren unterschiedlicher Bewehrungsgrade, $k_h = 45$ MN/m (oben) und verwendetes Lastniveau mit Markierungen für Fließbeginn und Versagen (unten) . . . . .	49
4.15. Verformungsfigur unterschiedlicher Bewehrungsgrade im Eckbereich, $k_h = 45$ MN/m . . . . .	50
4.16. Verformungsfigur unterschiedlicher Bewehrungsgrade im Bereich des Fußpunkts, $k_h = 45$ MN/m . . . . .	50
4.17. Dehnungszustand am Querschnitt INCA2, $\rho_l = 1.0\%$ . . . . .	50
4.18. Vgl. Normalkraft $\rho_l = 0.8\%$ . . . . .	51
4.19. Vgl. Normalkraft $\rho_l = 0.4 - 0.8\%$ . . . . .	51
4.20. Vgl. Normalkraft $\rho_l = 0.8 - 0.4\%$ . . . . .	52
4.21. Vgl. Stützmomente $\rho_l = 0.8\%$ . . . . .	52
4.22. Vgl. Feldmoment $\rho_l = 0.8\%$ . . . . .	52
4.23. Vgl. Stützmomente $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ . . . . .	53
4.24. Vgl. Feldmoment $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ . . . . .	53
4.25. Vgl. Stützmomente $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ . . . . .	53
4.26. Vgl. Feldmoment $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ . . . . .	53
4.27. Vgl. der Momente und der Normalkraft, Modell $\rho_l = 0.8$ , $k_h = 45$ . . . . .	54
4.28. Vgl. der Momente und der Normalkraft, Modell $\rho_l = 0.4 - 0.8$ , $k_h = 45$ . . . . .	54
4.29. Vgl. der Momente und der Normalkraft, Modell $\rho_l = 0.8 - 0.4$ , $k_h = 45$ . . . . .	54
4.30. Momentenumlagerungen $\rho_l = 0.8\%$ , $k_h = 45$ . . . . .	56
4.31. Momentenumlagerungen $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ , $k_h = 45$ . . . . .	57
4.32. Momentenumlagerungen $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ , $k_h = 45$ . . . . .	57

4.33. Übersicht der Momentenumlagerungen bei gleichem Bewehrungsgrad im Stütz- und Feldbereich . . . . .	58
4.34. Ansatz der Temperaturlast zur Momentenbereinigung . . . . .	59
4.35. Bereinigung der Momente $\rho_l = 0.8\%$ , $k_h = 45$ . . . . .	59
4.36. Bereinigte Momente, Modell $\rho_l = 0.4 - 0.8$ , $k_h = 45$ . . . . .	60
4.37. Bereinigte Momente, Modell $\rho_l = 0.8 - 0.4$ , $k_h = 45$ . . . . .	60
4.38. Momentenumlagerungen mit Bereinigung $\rho_l = 0.8\%$ , $k_h = 45$ . . . . .	61
4.39. Momentenumlagerungen mit Bereinigung $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ , $k_h = 45$ . . . . .	61
4.40. Momentenumlagerungen mit Bereinigung $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ , $k_h = 45$ . . . . .	61
4.41. Übersicht über die bereinigten Momentenumlagerungen bei gleichem Bewehrungsgrad im Stütz- und Feldbereich . . . . .	62
4.42. Vgl. Normalkraft und Verformung in Feldmitte $\rho_l = 0.8$ , $k_h = 45$ . . . . .	63
4.43. Vgl. Normalkraft und Verformung in Feldmitte $\rho_l = 0.4 - 0.8$ , $k_h = 45$ . . . . .	63
4.44. Vgl. Normalkraft und Verformung in Feldmitte $\rho_l = 0.8 - 0.4$ , $k_h = 45$ . . . . .	64
4.45. Steigungsverhältnisse der Normalkraft . . . . .	65
4.46. Steigungsverhältnisse der Verformung in Feldmitte . . . . .	65
4.47. Verformungen am Fußpunkt Modell, $\rho = 0.8\%$ . . . . .	65
4.48. Verformungen in Feldmitte Modell, $\rho = 0.8\%$ . . . . .	65
4.49. Rissbild der Rahmenecke, Modell $\rho_l = 0.8\%$ , $k_h = 45$ bei Versagen im Stielanschnitt . . . . .	66
4.50. Momenten-Rotationsdiagramm, Modell $\rho = 0.8\%$ . . . . .	67
4.51. Momenten-Rotationsdiagramm, Modell $\rho = 0.4\% - 0.8\%$ . . . . .	67
4.52. Momenten-Rotationsdiagramm, Modell $\rho = 0.8\% - 0.4\%$ . . . . .	67
4.53. Momenten-Rotationsdiagramm, Modell $k_h = 22.5$ MN/m . . . . .	68
4.54. Momenten-Rotationsdiagramm, Modell $k_h = 45$ MN/m . . . . .	68
4.55. Vgl. der plastischen Rotation mit dem plastischen Umlagerungsgrad . . . . .	69
4.56. Normalkräfte über Belastung $\rho_l = 0.4\%$ und $0.6\%$ für $k_h = 22.5$ und $45$ . . . . .	69
4.57. Vgl. der plastischen Rotation mit dem bereinigten plastischen Umlagerungsgrad . . . . .	69
5.1. M-N-Interaktionsdiagramm, Abschätzung der Schnittgrößen $\rho_l = 0.6\%$ . . . . .	72
5.2. M-N-Interaktionsdiagramm, Abschätzung der Schnittgrößen $\rho_l = 0.8\%$ . . . . .	72
5.3. M-N-Interaktionsdiagramm, Abschätzung der Schnittgrößen $\rho_l = 1.0\%$ . . . . .	72
6.1. Querschnitte für $\rho_l = 0.6\%$ in INCA2 . . . . .	74
6.2. Modifizierte Stahlarbeitslinien (TS) . . . . .	74
6.3. Auswertungspunkte zur Ermittlung der Dehnsteifigkeit . . . . .	75
6.4. Vgl. Stauchung und Dehnung der Systemachse, INCA2 - ATENA . . . . .	76
6.5. Vgl. Stauchung und Dehnung der Systemachse bei reinem Moment und Kombination aus Normalkraft und Moment . . . . .	77
6.6. Entwicklung der Dehnsteifigkeiten im Rahmenriegel . . . . .	77
6.7. Querschnittsdehnungen und -spannungen vor Erreichen der Erstrissdehnung $\epsilon_{sr,1}^I$ . . . . .	78
6.8. Entwicklung der Dehnsteifigkeiten im Rahmenriegel, geglättet . . . . .	79
6.9. Entwicklung der bezogenen Dehnsteifigkeiten im Rahmenriegel, geglättet . . . . .	79

# Tabellenverzeichnis

2.1. $\beta$ -Werte bei Kurzzeitbeanspruchungen gemäß [Illich; 2015] . . . . .	17
3.1. Übersicht über die berechneten Modelle und die Modellbezeichnung . . . . .	22
3.2. Mechanischer Bewehrungsgrad der verwendeten Modelle . . . . .	26
3.3. Materialeigenschaften C35/45 gemäß [OEN1992-1-1; 2015] . . . . .	28
3.4. Betoneigenschaften unter mehraxialer Druckbeanspruchung . . . . .	34
3.5. Betonrandstauchungen für Versuche DU36-38 gemäß [Koenig et al.; 1999] .	35
3.6. Duktilitätsklassen Bewehrungsstahl [OEN1992-1-1; 2015] . . . . .	36
3.7. Materialeigenschaften BST 550B [Mayer; 2021] . . . . .	36
4.1. Verhältnis der Normalkräfte auf Fließlastniveau im Stielanschnitt, Modell $\rho_l = 0.8, k_h = 45$ MN/m . . . . .	47
4.2. Vergleich der Eckmomente des Scheibenmodells, der linear elastischen Berechnung und der nichtlinearen Berechnung, Modell $\rho_l = 0.8, k_h = 45$ MN/m . . .	48
4.3. Abweichung der nichtlinear ermittelten Schnittgrößen bei unterschiedlichen Horizontalfedersteifigkeiten . . . . .	53
4.4. Abweichung der Schnittgrößen zwischen nichtlinearen und linear elastischen Berechnungen . . . . .	55
5.1. Übersicht über die Modelle zur Abschätzung der Schnittgrößen . . . . .	70

# Anhang

## A. Querkraftbemessung gemäß [OEN1992-1-1; 2015]

Wie in Abschnitt 3.1.4 beschrieben, wird bei der Querkraftbemessung die erforderliche Bügelbewehrung anhand der aufnehmbaren Kraft bei Versagen der Betondruckstrebe ermittelt.

$$C_{Rdc,1} = \frac{0.18}{\gamma_c} = \frac{0.18}{1.5} = 0.12$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{925}} = 1.465 \leq 2.0$$

$$\rho_l = (0.004 \dots 0.012) \leq 0.02$$

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_v} = \frac{1.0 \cdot 35}{1.5} = 23.3 \text{ MPa}$$

$$\nu_{min} = 0.035 \cdot K^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} = 0.035 \cdot 1.465^{\frac{3}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{2}} = 0.367$$

$$V_{Rd,c} = \max[C_{Rdc,1} \cdot K \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b_w \cdot d; \nu_{min} \cdot b_w \cdot d] = 0.494 \text{ MN}$$

$$\nu_1 = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{35}{250}\right) = 0.516$$

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd}}{\cot \Theta + \tan \Theta} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 0.9 \cdot 0.925 \cdot 0.516 \cdot 23.3}{\cot 30 + \tan 30} = 4.334 \text{ MN}$$

$$V_{Rd,max} = V_{Ed}$$

$$a_{sw,erf} = \frac{V_{Ed}}{f_{ywd} \cdot z \cdot \cot \Theta} = \frac{4.334}{478 \cdot 0.9 \cdot 0.925 \cdot \cot 30} \cdot 10^4 = 62.9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$a_{sw,gewählt} = \emptyset 16/12.5(4\text{-schnittig}) = 64.3 \text{ cm}^2/\text{m}$$

*Anm.: Da es sich nicht um eine explizite Bemessung handelt, wird folgende Querkraftbewehrung für die Berechnungsmodelle gewählt:*

$$a_{sw,vorh} = \emptyset 16/15(4\text{-schnittig}) = 53.6 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Die berechnete Bügelbewehrung wird jeweils im Abstand von 1.5 m ausgehend vom Rahmeneck angeordnet. In den restlichen Bereichen ist die Bügelbewehrung mit  $\emptyset 16/25$  (4-schnittig) festgelegt.

## B. Berechnungsergebnisse aller Modelle

Im Folgenden werden die Berechnungsergebnisse aus Kapitel 4 aller Modelle ausgenommen  $k_h \ll$  gesammelt dargestellt. Zu jedem Modell sind hier die Vergleiche (linear elastisch mit nichtlinear) der Momente und Normalkraft sowie die Umlagerungen jeweils mit und ohne Bereinigung angeführt. Des Weiteren befinden sich die Vergleiche der Steigungsverhältnisse von Normalkraft und Verformungen in Feldmitte sowie die Momenten-Rotationsdiagramme im Anhang.

### B.1. Modell $\rho_l = 0.4\%$ , $k_h = 22.5\text{MN/m}$

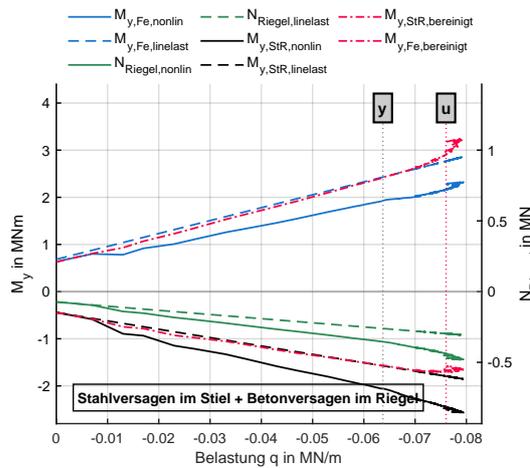


Abb. 1.:  $M + N$   $\rho_l = 0.4$ ,  $k_h = 22.5$

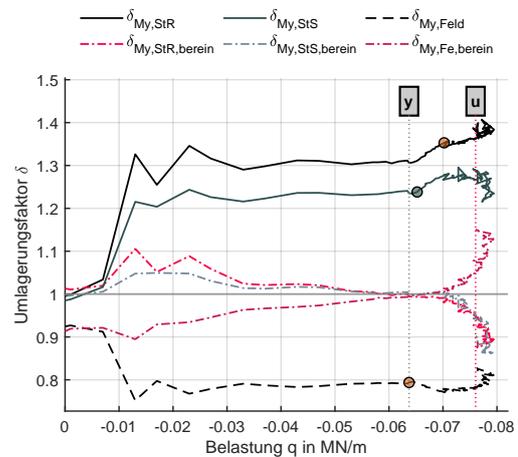


Abb. 2.: Umlagerungen  $\rho_l = 0.4$ ,  $k_h = 22.5$

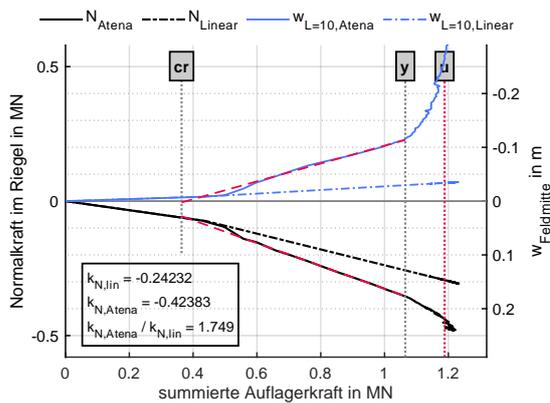


Abb. 3.:  $N$  und  $w_{\text{Feldmitte}}$   $\rho_l = 0.4$ ,  $k_h = 22.5$

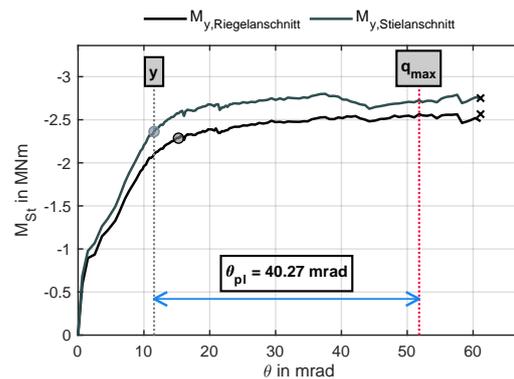
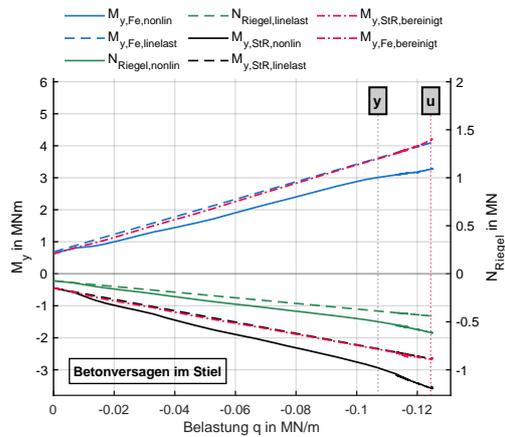
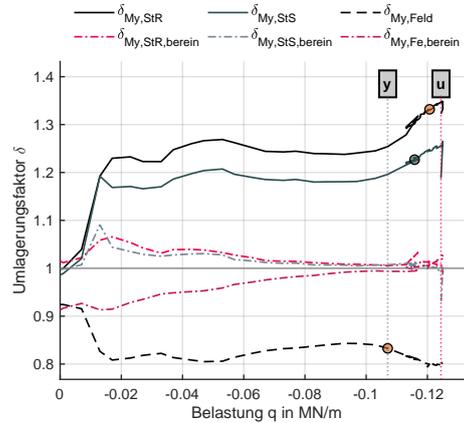


Abb. 4.:  $M-\theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.4$ ,  $k_h = 22.5$

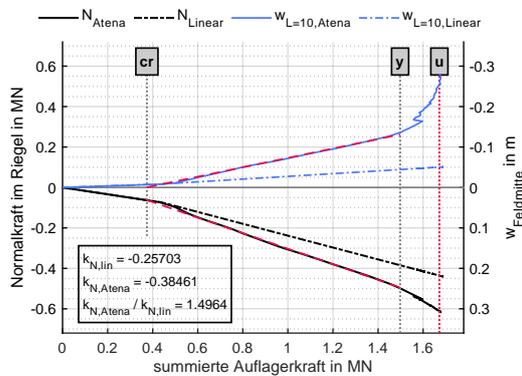
**B.2. Modell  $\rho_l = 0.6\%$ ,  $k_h = 22.5\text{MN/m}$**



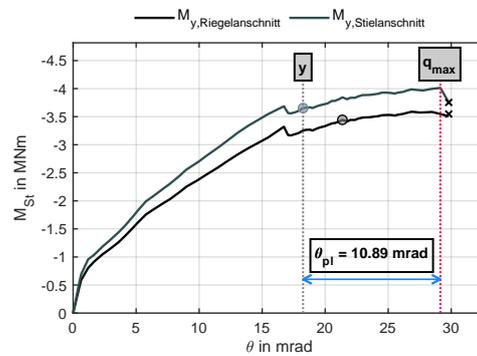
**Abb. 5.:** M + N  $\rho_l = 0.6$ ,  $k_h = 22.5$



**Abb. 6.:** Umlagerungen  $\rho_l = 0.6$ ,  $k_h = 22.5$

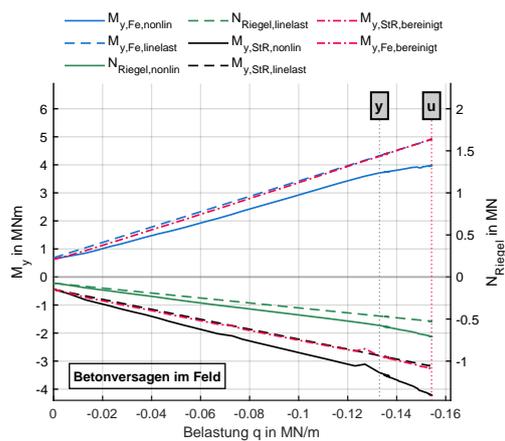


**Abb. 7.:** N und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.6$ ,  $k_h = 22.5$

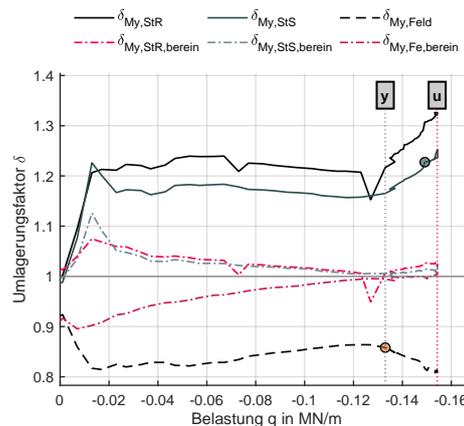


**Abb. 8.:** M- $\Theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.6$ ,  $k_h = 22.5$

**B.3. Modell  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $k_h = 22.5\text{MN/m}$**



**Abb. 9.:** M + N  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 22.5$



**Abb. 10.:** Umlagerungen  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 22.5$

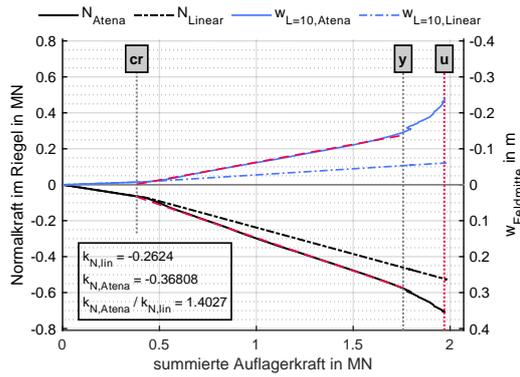


Abb. 11.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 22.5$

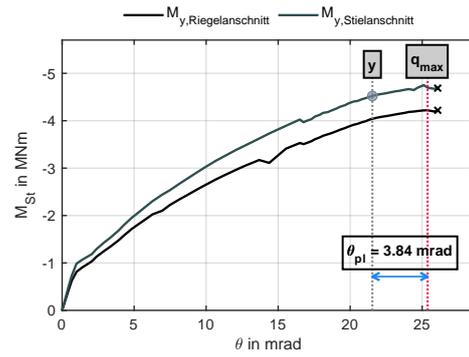


Abb. 12.:  $M$ - $\Theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 22.5$

**B.4. Modell  $\rho_l = 1.0\%$ ,  $k_h = 22.5\text{MN/m}$**

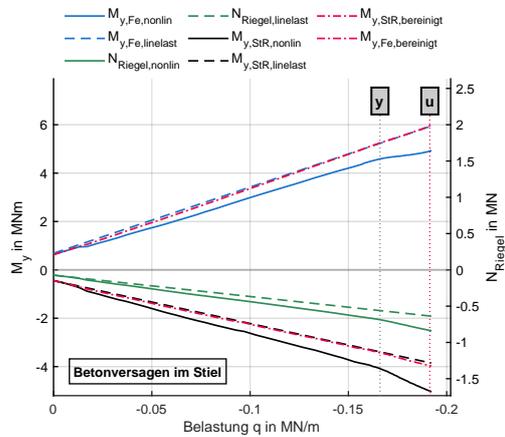


Abb. 13.:  $M + N$   $\rho_l = 1.0$ ,  $k_h = 22.5$

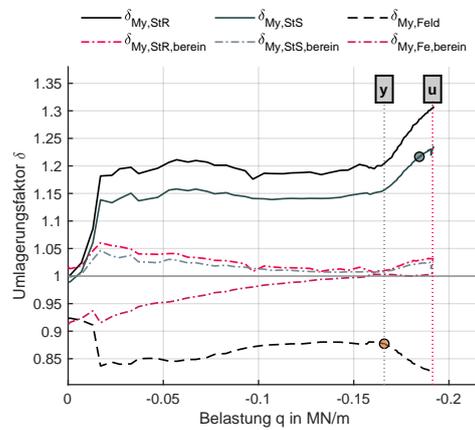


Abb. 14.: Umlagerungen  $\rho_l = 1.0$ ,  $k_h = 22.5$

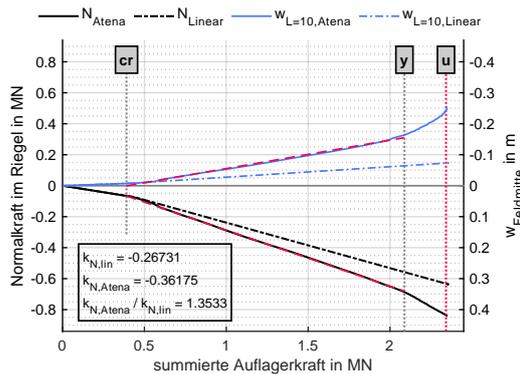


Abb. 15.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 1.0$ ,  $k_h = 22.5$

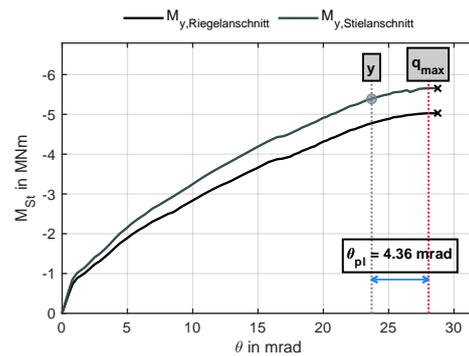
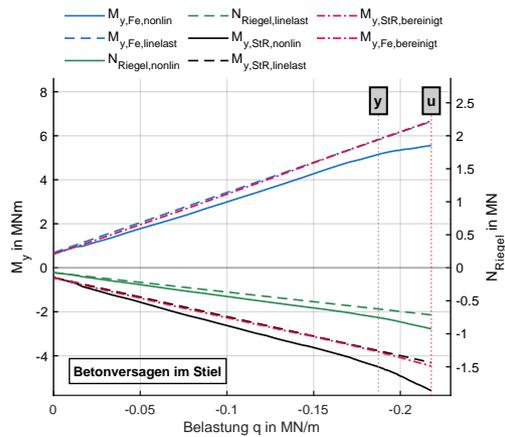
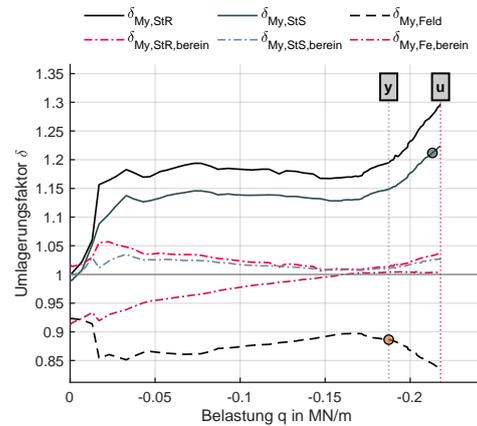


Abb. 16.:  $M$ - $\Theta$ -Diagramm  $\rho_l = 1.0$ ,  $k_h = 22.5$

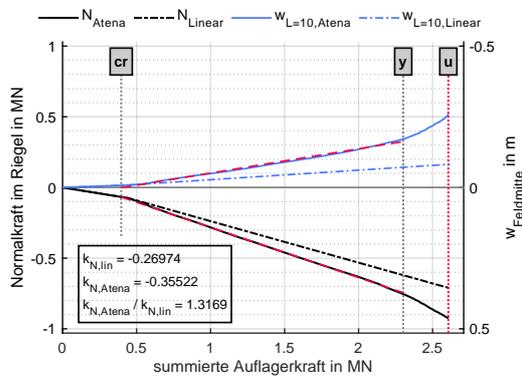
**B.5. Modell  $\rho_l = 1.2\%$ ,  $k_h = 22.5\text{MN/m}$**



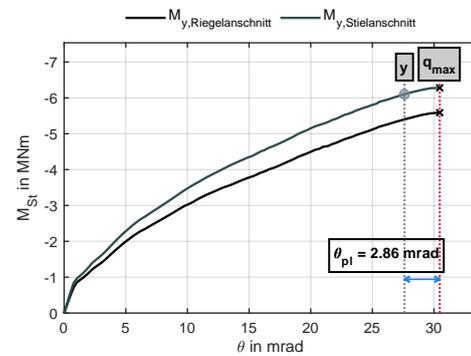
**Abb. 17.:**  $M + N$   $\rho_l = 1.2$ ,  $k_h = 22.5$



**Abb. 18.:** Umlagerungen  $\rho_l = 1.2$ ,  $k_h = 22.5$

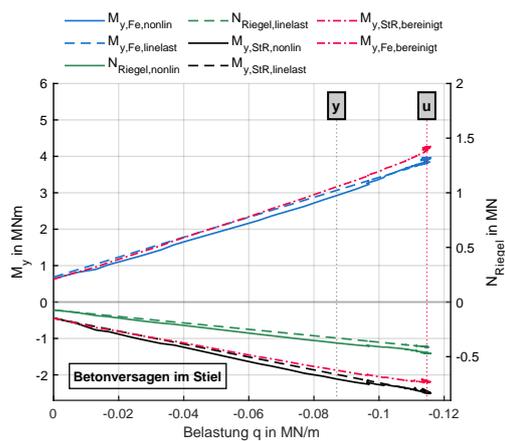


**Abb. 19.:**  $\bar{N}$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 1.2$ ,  $k_h = 22.5$

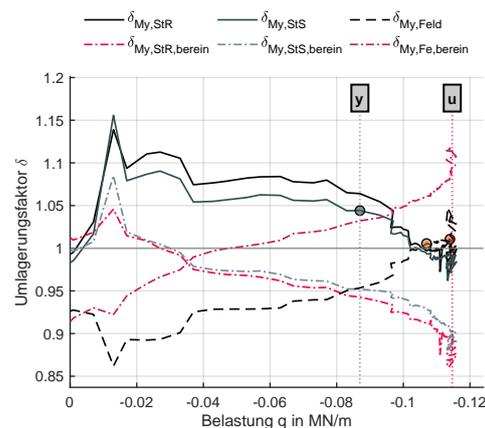


**Abb. 20.:**  $M-\Theta$ -Diagramm  $\rho_l = 1.2$ ,  $k_h = 22.5$

**B.6. Modell  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ ,  $k_h = 22.5\text{MN/m}$**



**Abb. 21.:**  $M + N$   $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 22.5$



**Abb. 22.:** Umlagerungen  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 22.5$

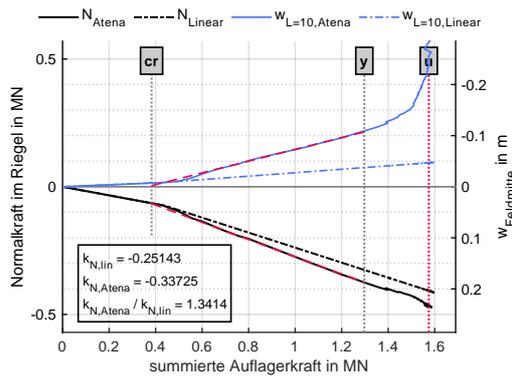


Abb. 23.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 22.5$

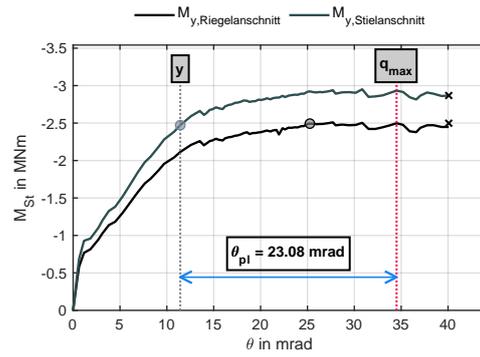


Abb. 24.:  $M-\Theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 22.5$

**B.7. Modell  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ ,  $k_h = 22.5\text{MN/m}$**

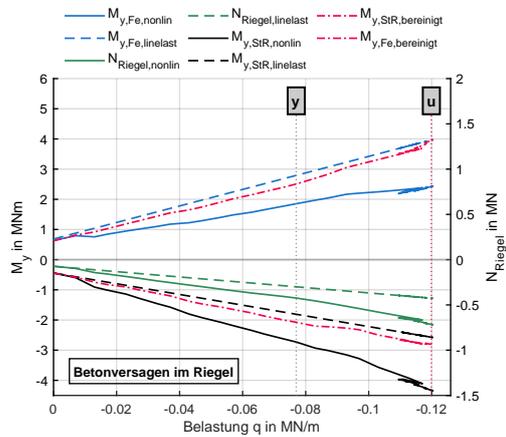


Abb. 25.:  $M + N$   $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 22.5$

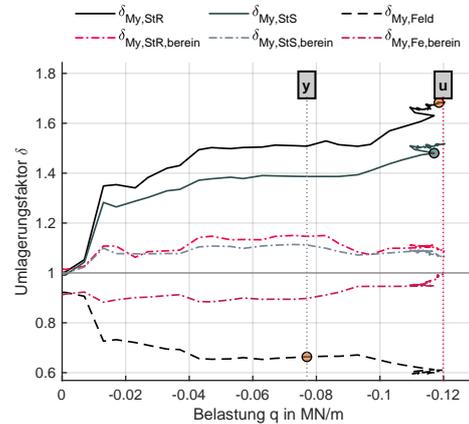


Abb. 26.: Umlagerungen  $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 22.5$

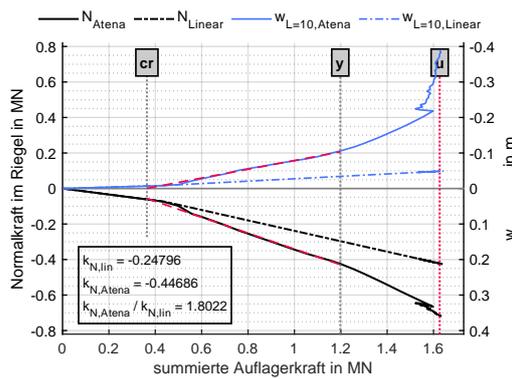


Abb. 27.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 22.5$

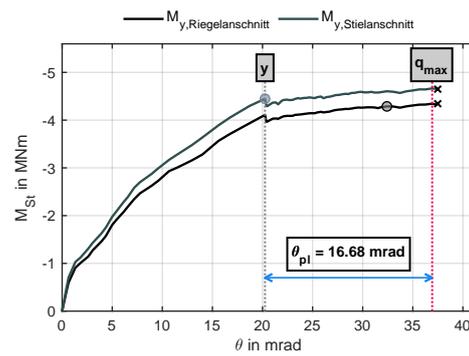
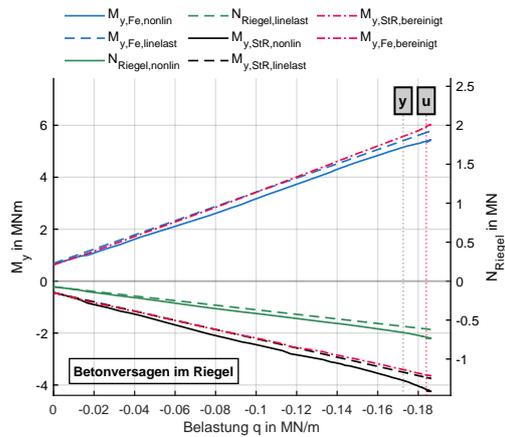
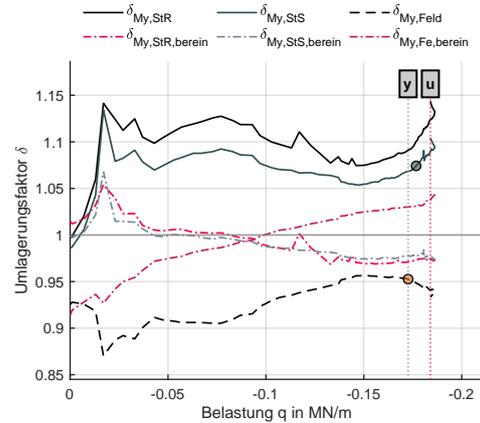


Abb. 28.:  $M-\Theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 22.5$

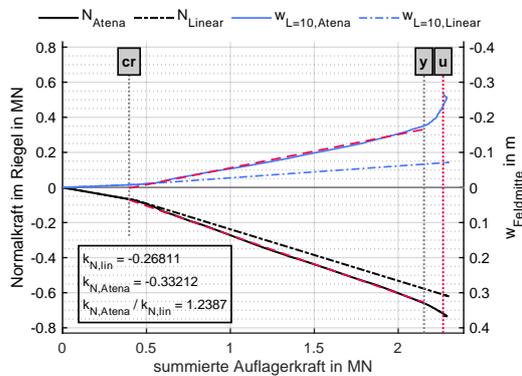
**B.8. Modell  $\rho_l = 0.8\% - 1.2\%$ ,  $k_h = 22.5\text{MN/m}$**



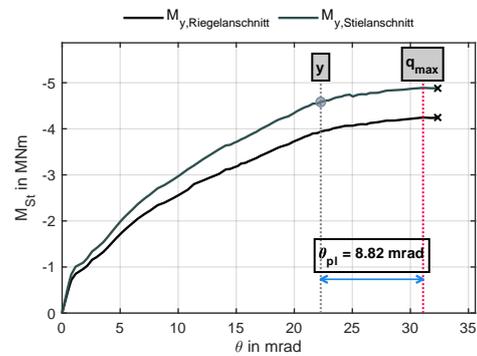
**Abb. 29.:** M + N  $\rho_l = 0.8 - 1.2$ ,  $k_h = 22.5$



**Abb. 30.:** Umlagerungen  $\rho_l = 0.8 - 1.2$ ,  $k_h = 22.5$

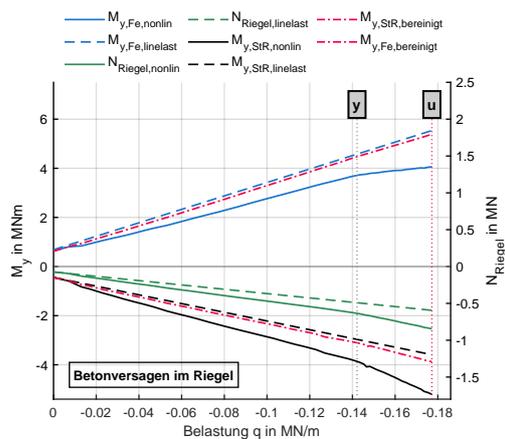


**Abb. 31.:** N und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.8 - 1.2$ ,  $k_h = 22.5$

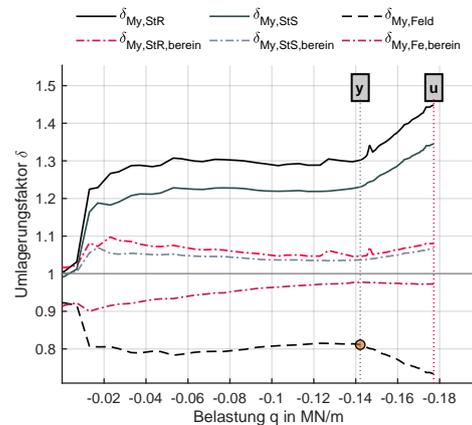


**Abb. 32.:** M- $\Theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.8 - 1.2$ ,  $k_h = 22.5$

**B.9. Modell  $\rho_l = 1.2\% - 0.8\%$ ,  $k_h = 22.5\text{MN/m}$**



**Abb. 33.:** M + N  $\rho_l = 1.2 - 0.8$ ,  $k_h = 22.5$



**Abb. 34.:** Umlagerungen  $\rho_l = 1.2 - 0.8$ ,  $k_h = 22.5$

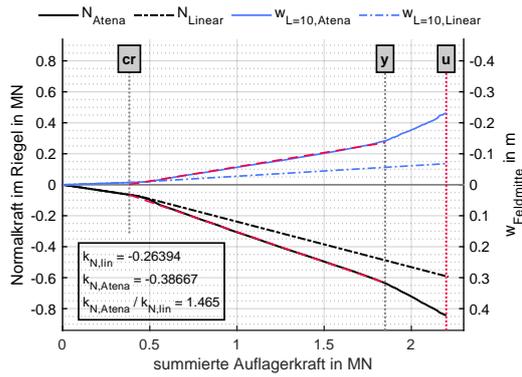


Abb. 35.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 1.2 - 0.8$ ,  $k_h = 22.5$

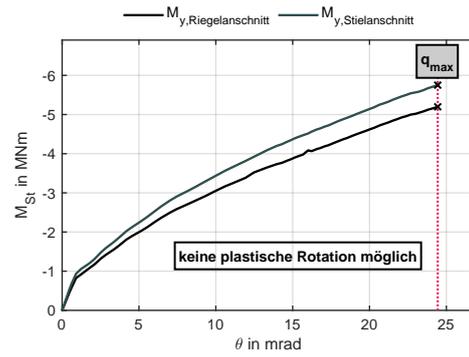


Abb. 36.:  $M-\Theta$ -Diagramm  $\rho_l = 1.2 - 0.8$ ,  $k_h = 22.5$

**B.10. Modell  $\rho_l = 0.4\%$ ,  $k_h = 45\text{MN/m}$**

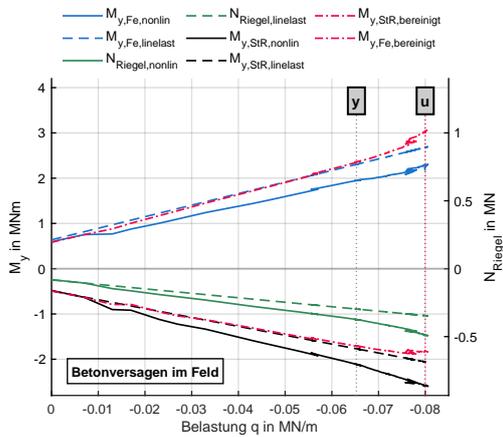


Abb. 37.:  $M + N$   $\rho_l = 0.4$ ,  $k_h = 45$

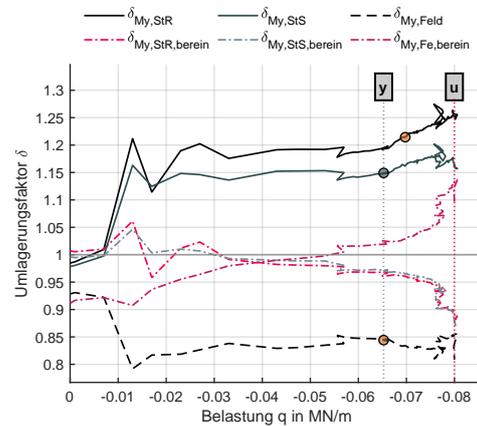


Abb. 38.: Umlagerungen  $\rho_l = 0.4$ ,  $k_h = 45$

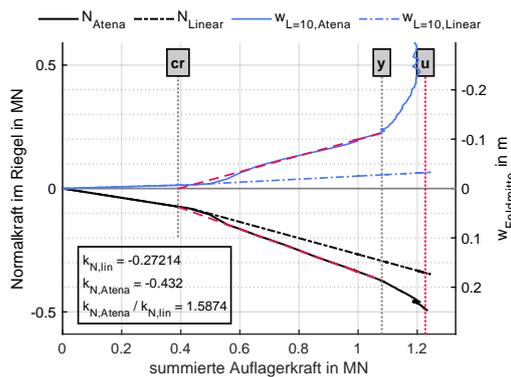


Abb. 39.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.4$ ,  $k_h = 45$

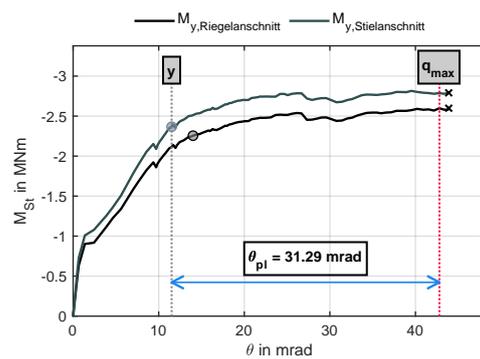
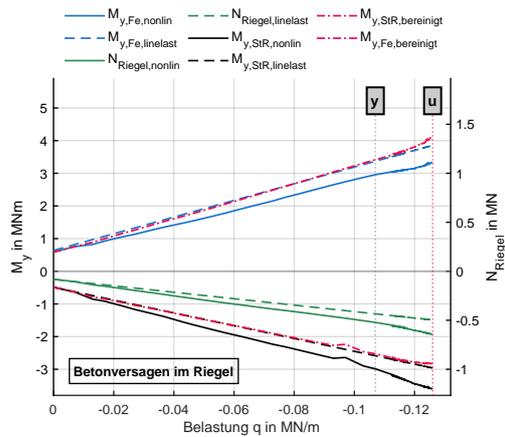
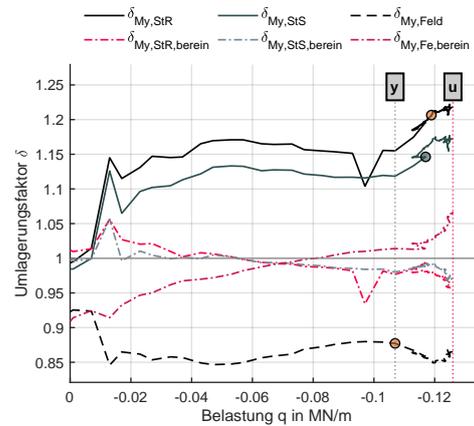


Abb. 40.:  $M-\Theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.4$ ,  $k_h = 45$

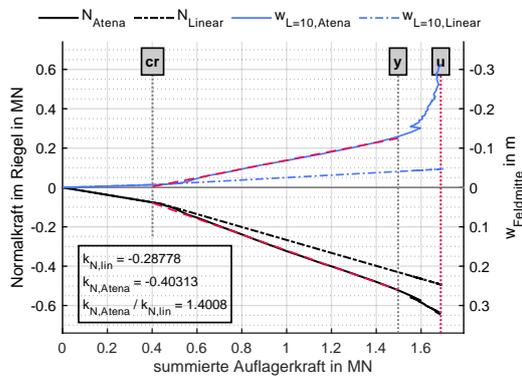
**B.11. Modell  $\rho_l = 0.6\%$ ,  $k_h = 45\text{MN/m}$**



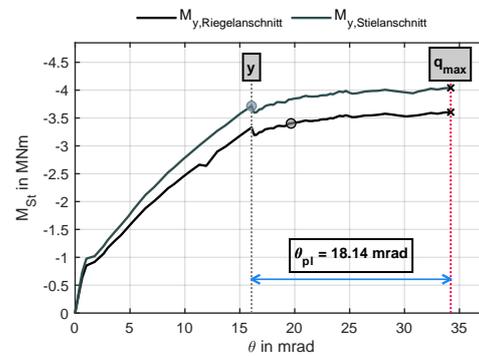
**Abb. 41.:** M + N  $\rho_l = 0.6$ ,  $k_h = 45$



**Abb. 42.:** Umlagerungen  $\rho_l = 0.6$ ,  $k_h = 45$

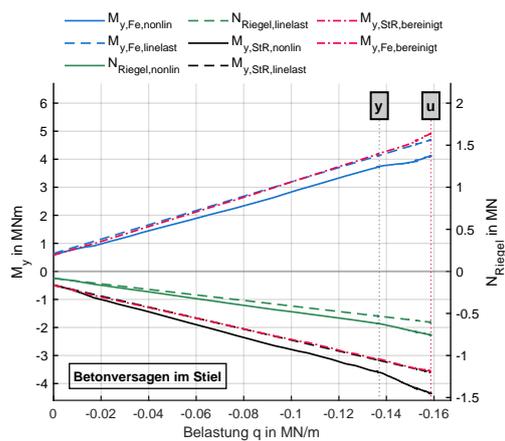


**Abb. 43.:** N und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.6$ ,  $k_h = 45$

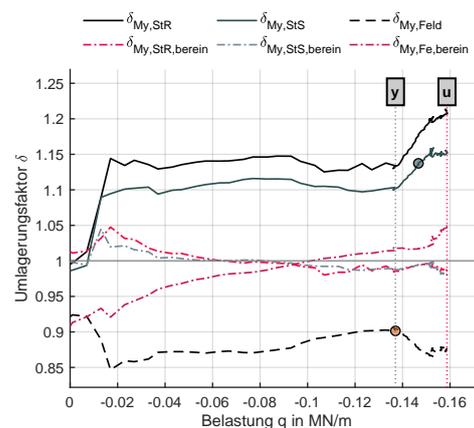


**Abb. 44.:** M- $\theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.6$ ,  $k_h = 45$

**B.12. Modell  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $k_h = 45\text{MN/m}$**



**Abb. 45.:** M + N  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 45$



**Abb. 46.:** Umlagerungen  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 45$

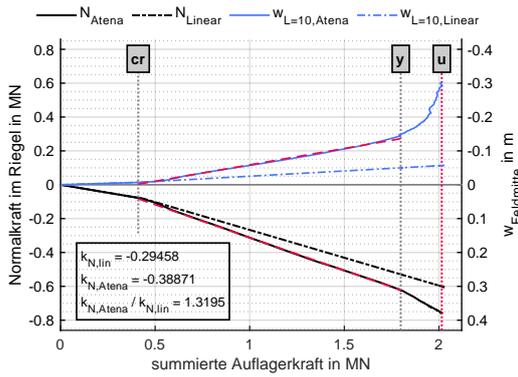


Abb. 47.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.8, k_h = 45$

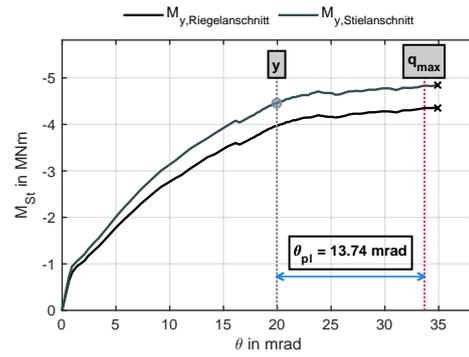


Abb. 48.: M- $\theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.8, k_h = 45$

**B.13. Modell  $\rho_l = 1.0\%$ ,  $k_h = 45$  MN/m**

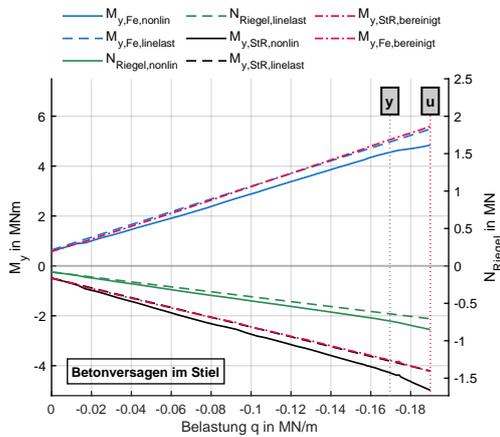


Abb. 49.: M + N  $\rho_l = 1.0, k_h = 45$

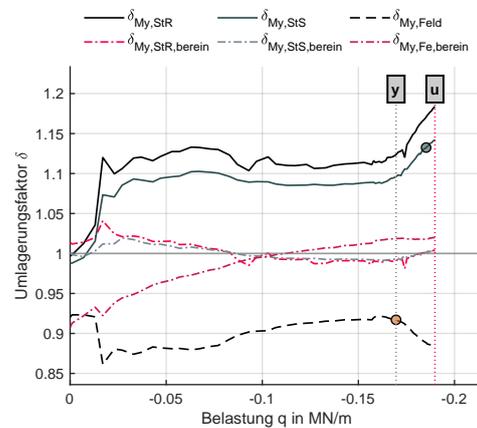


Abb. 50.: Umlagerungen  $\rho_l = 1.0, k_h = 45$

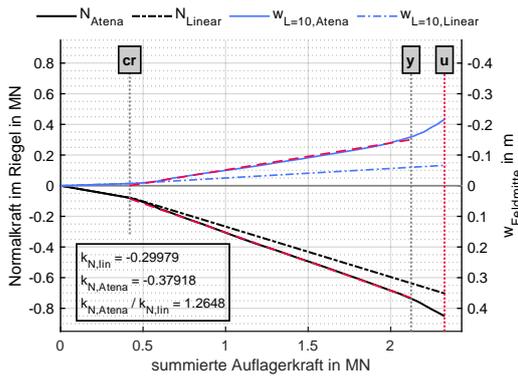


Abb. 51.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 1.0, k_h = 45$

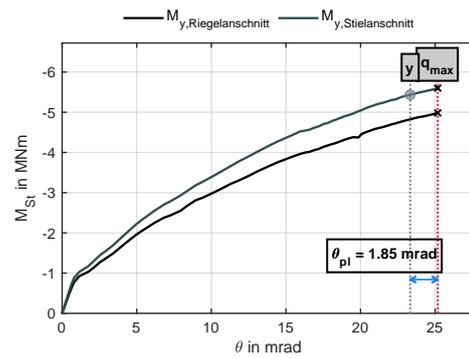
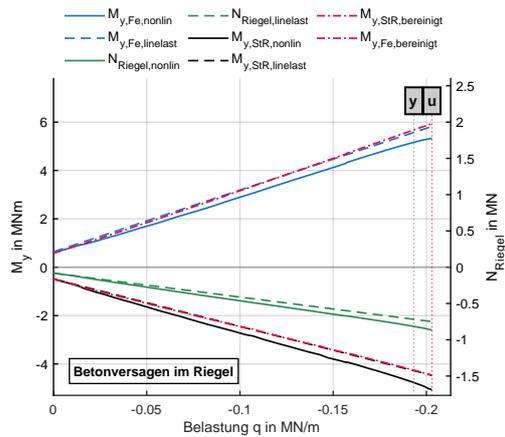
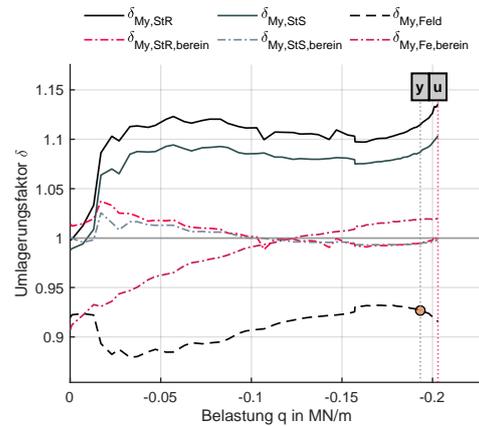


Abb. 52.: M- $\theta$ -Diagramm  $\rho_l = 1.0, k_h = 45$

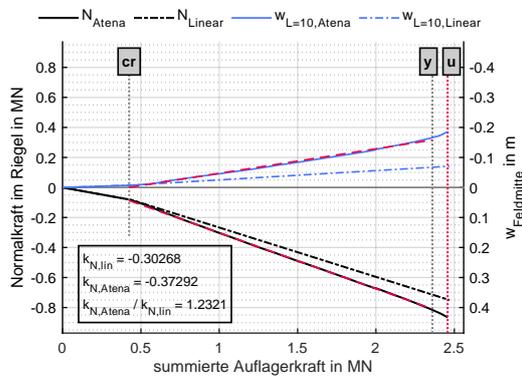
**B.14. Modell  $\rho_l = 1.2\%$ ,  $k_h = 45\text{MN/m}$**



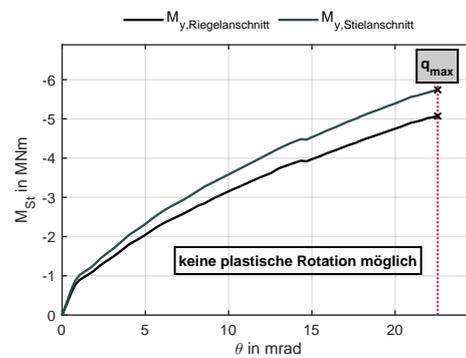
**Abb. 53.:** M + N  $\rho_l = 1.2$ ,  $k_h = 45$



**Abb. 54.:** Umlagerungen  $\rho_l = 1.2$ ,  $k_h = 45$

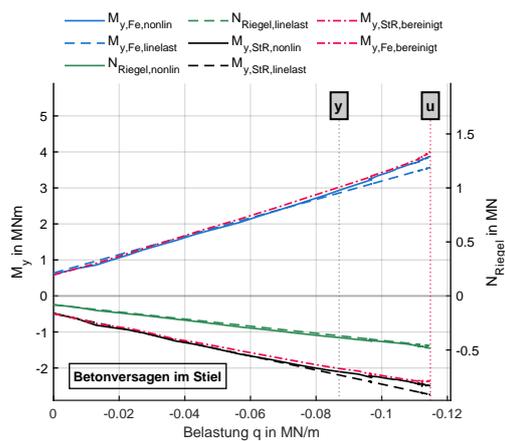


**Abb. 55.:** N und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 1.2$ ,  $k_h = 45$

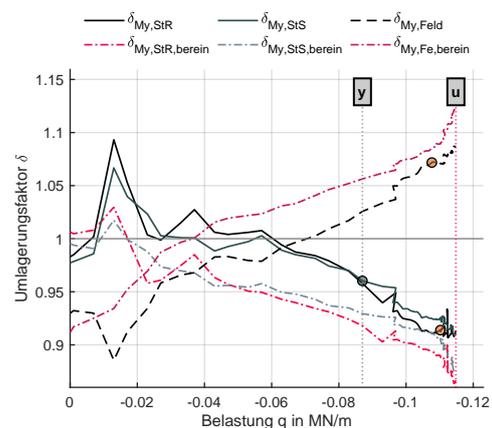


**Abb. 56.:** M- $\theta$ -Diagramm  $\rho_l = 1.2$ ,  $k_h = 45$

**B.15. Modell  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ ,  $k_h = 45\text{MN/m}$**



**Abb. 57.:** M + N  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 45$



**Abb. 58.:** Umlagerungen  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 45$

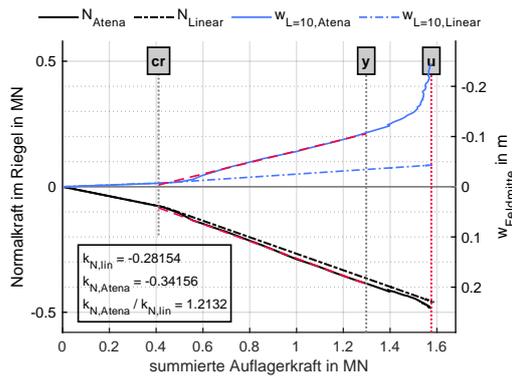


Abb. 59.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 45$

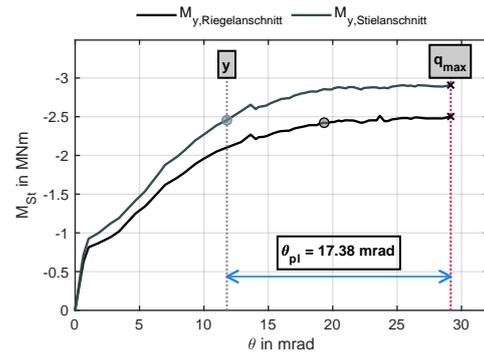


Abb. 60.: M- $\theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 45$

**B.16. Modell  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ ,  $k_h = 45$  MN/m**

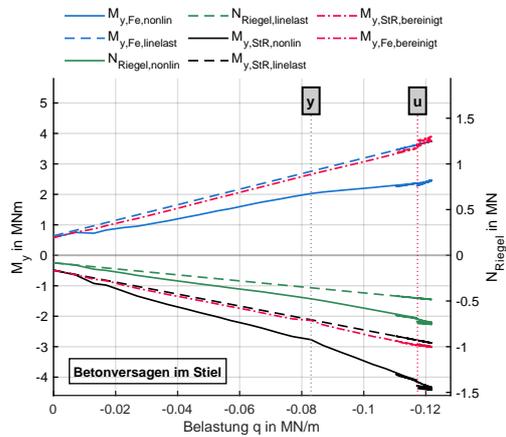


Abb. 61.:  $M + N$   $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 45$

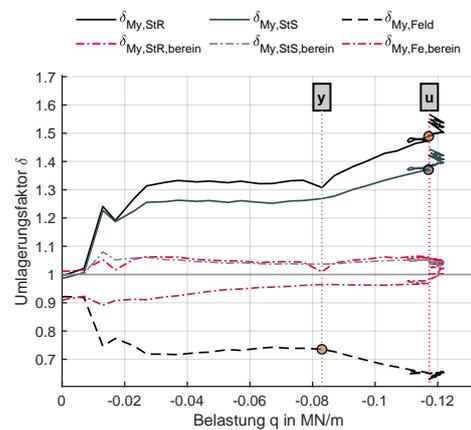


Abb. 62.: Umlagerungen  $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 45$

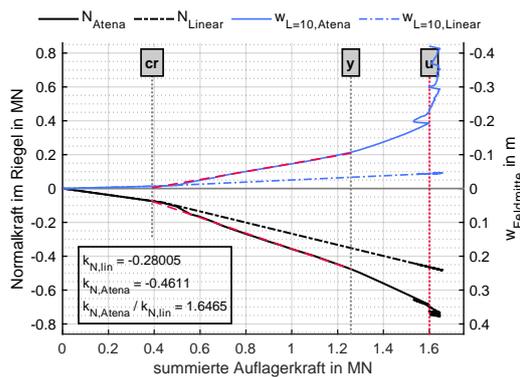


Abb. 63.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 45$

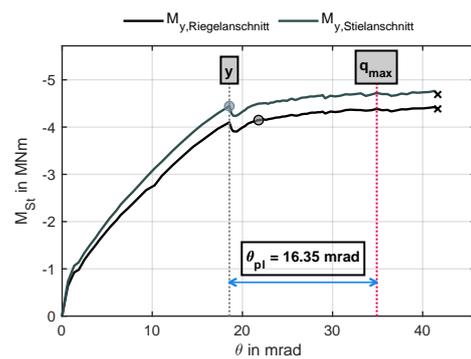
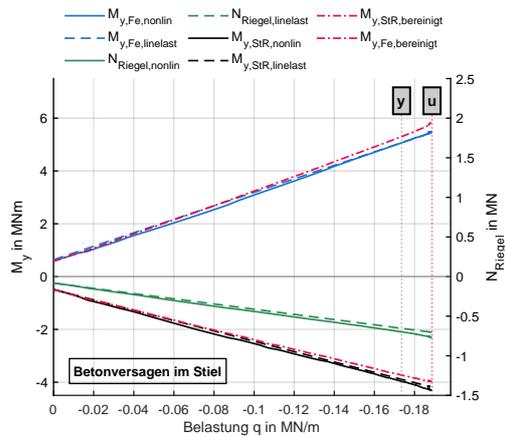
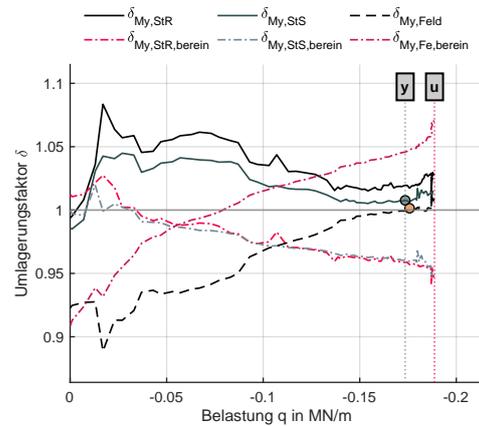


Abb. 64.: M- $\theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 45$

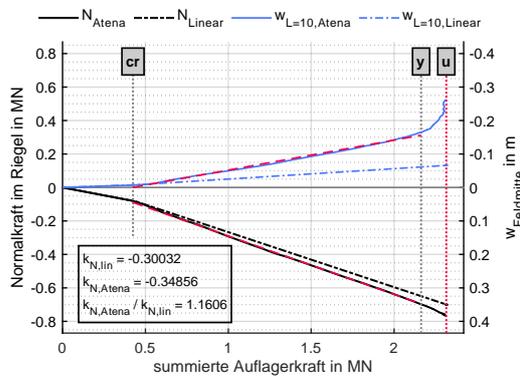
**B.17. Modell  $\rho_l = 0.8\% - 1.2\%$ ,  $k_h = 45\text{MN/m}$**



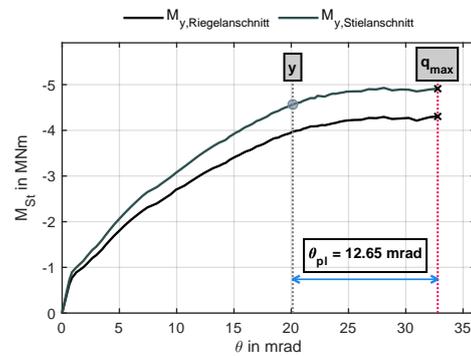
**Abb. 65.:** M + N  $\rho_l = 0.8 - 1.2$ ,  $k_h = 45$



**Abb. 66.:** Umlagerungen  $\rho_l = 0.8 - 1.2$ ,  $k_h = 45$

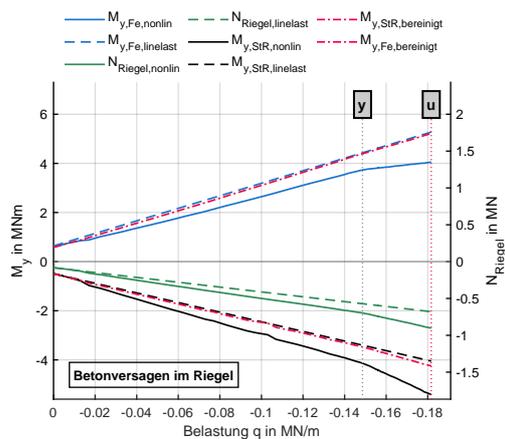


**Abb. 67.:** N und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.8 - 1.2$ ,  $k_h = 45$

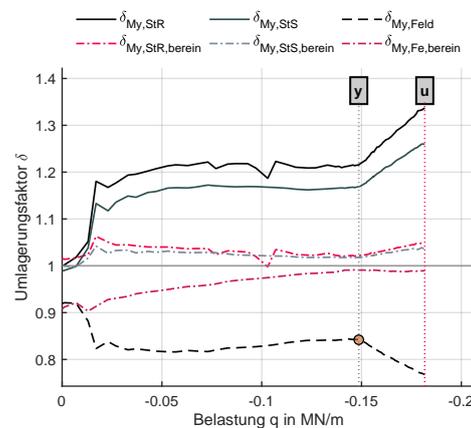


**Abb. 68.:** M- $\Theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.8 - 1.2$ ,  $k_h = 45$

**B.18. Modell  $\rho_l = 1.2\% - 0.8\%$ ,  $k_h = 45\text{MN/m}$**



**Abb. 69.:** M + N  $\rho_l = 1.2 - 0.8$ ,  $k_h = 45$



**Abb. 70.:** Umlagerungen  $\rho_l = 1.2 - 0.8$ ,  $k_h = 45$

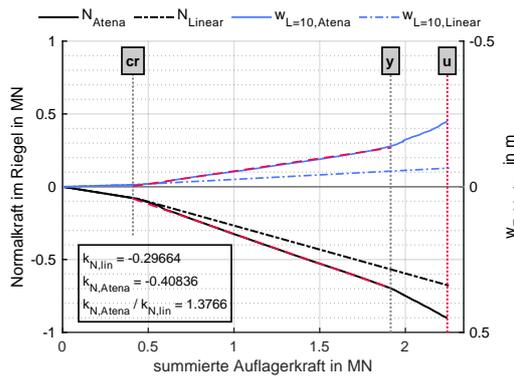


Abb. 71.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 1.2 - 0.8$ ,  $k_h = 45$

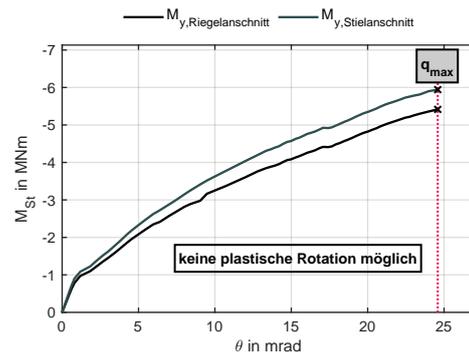


Abb. 72.: M- $\theta$ -Diagramm  $\rho_l = 1.2 - 0.8$ ,  $k_h = 45$

**B.19. Modell  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $k_h = 90$  MN/m**

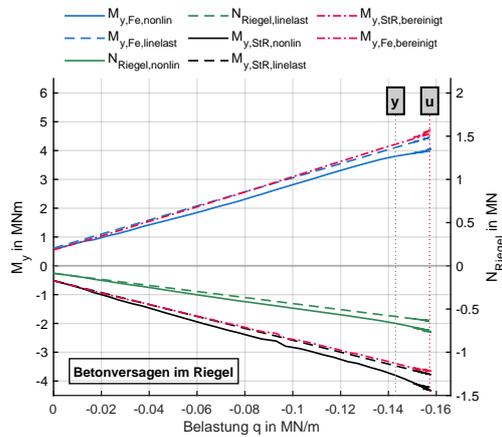


Abb. 73.: M + N  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 90$

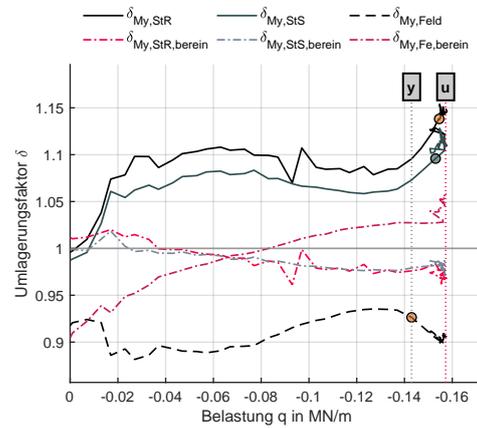


Abb. 74.: Umlagerungen  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 90$

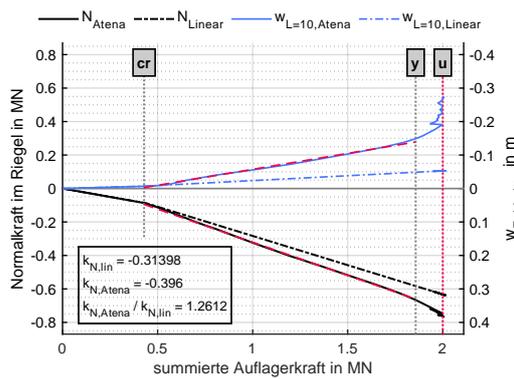


Abb. 75.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 90$

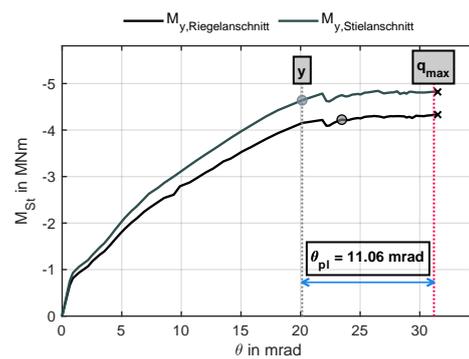
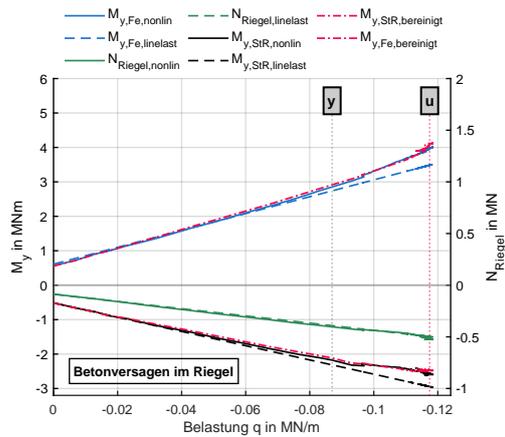
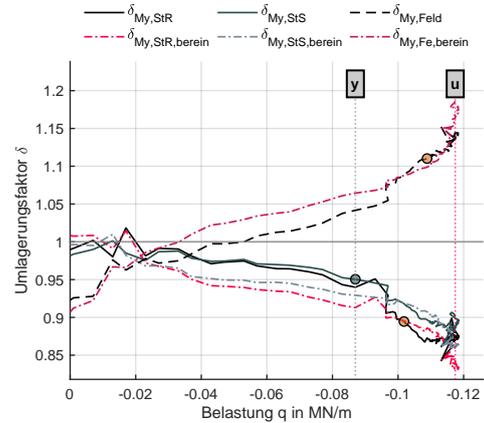


Abb. 76.: M- $\theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h = 90$

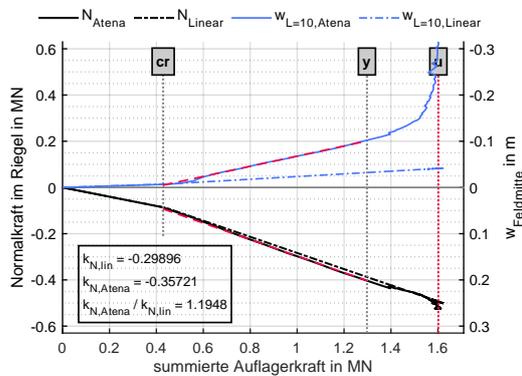
**B.20. Modell  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ ,  $k_h = 90\text{MN/m}$**



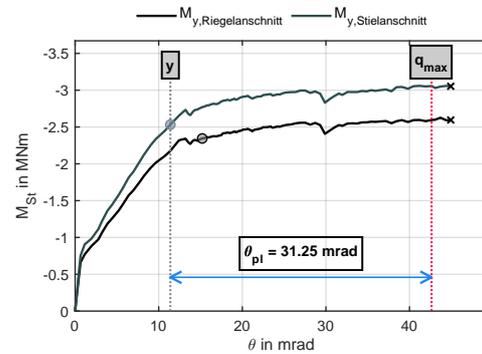
**Abb. 77.:** M + N  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 90$



**Abb. 78.:** Umlagerungen  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 90$

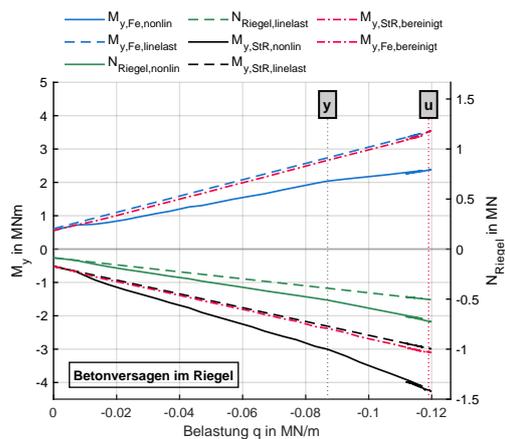


**Abb. 79.:** N und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 90$

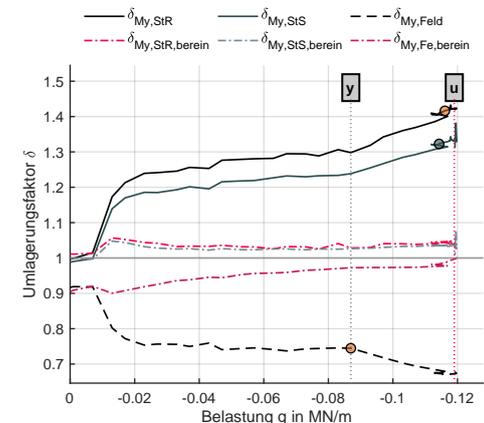


**Abb. 80.:** M- $\Theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h = 90$

**B.21. Modell  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ ,  $k_h = 90\text{MN/m}$**



**Abb. 81.:** M + N  $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 90$



**Abb. 82.:** Umlagerungen  $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 90$

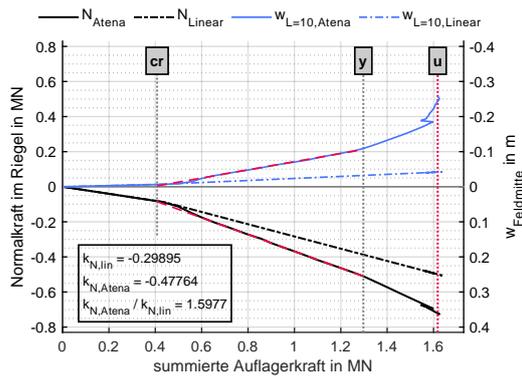


Abb. 83.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 90$

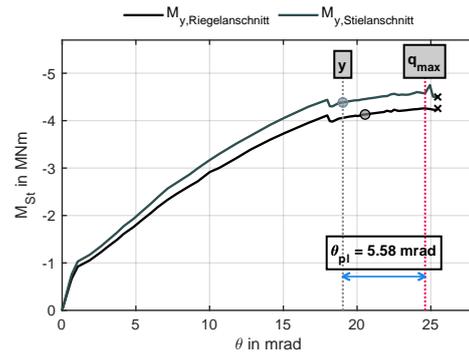


Abb. 84.: M- $\theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h = 90$

B.22. Modell  $\rho_l = 0.8\%$ ,  $k_h \gg$

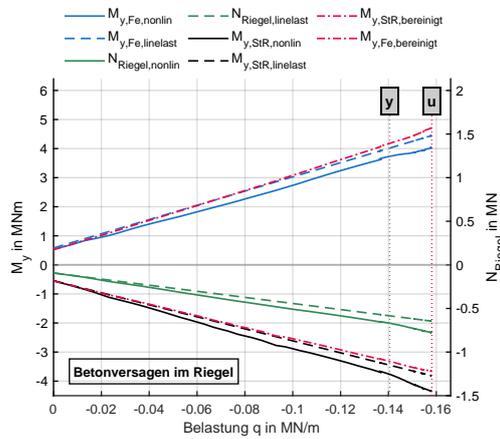


Abb. 85.:  $M + N$   $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h \gg$

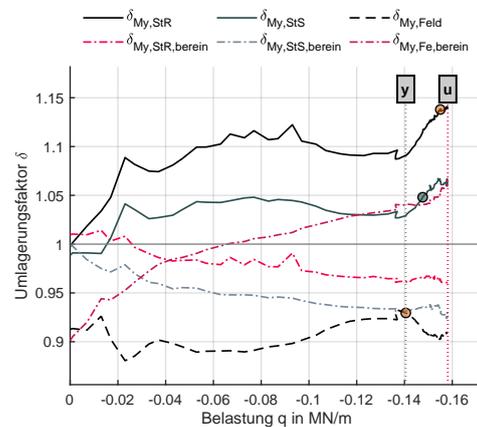


Abb. 86.: Umlagerungen  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h \gg$

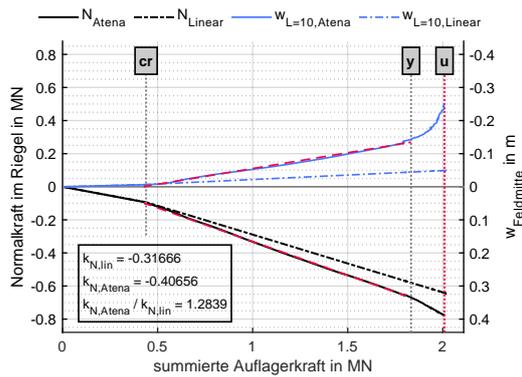


Abb. 87.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h \gg$

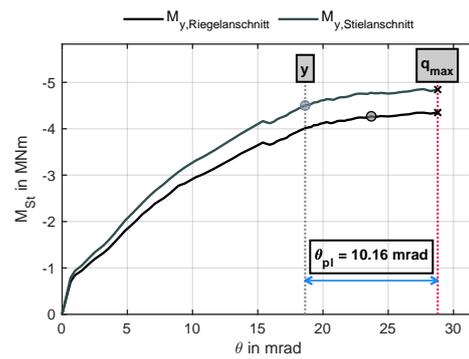
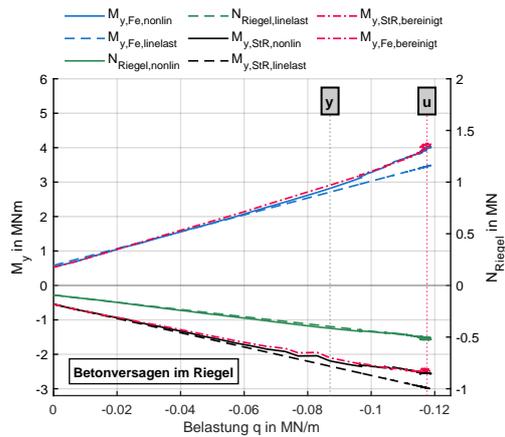
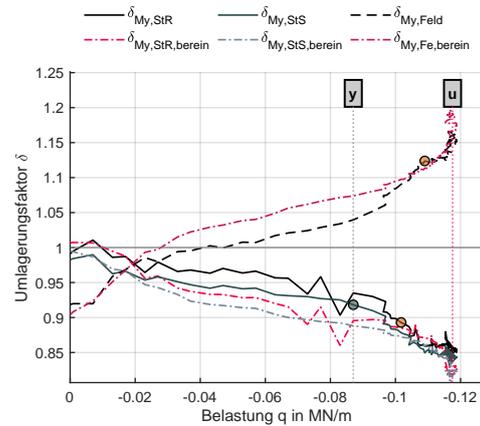


Abb. 88.: M- $\theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.8$ ,  $k_h \gg$

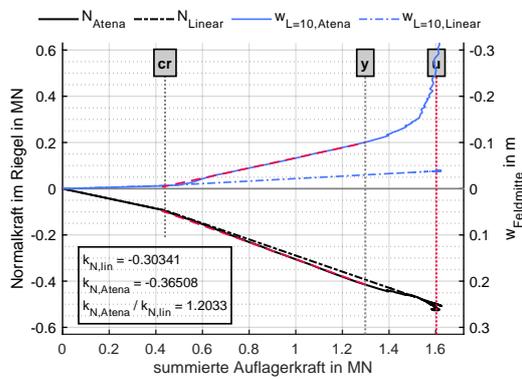
**B.23. Modell  $\rho_l = 0.4\% - 0.8\%$ ,  $k_h \gg$**



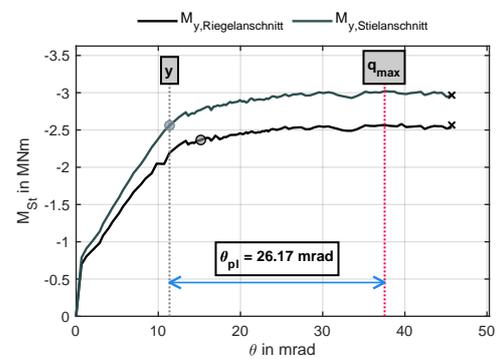
**Abb. 89.:** M + N  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h \gg$



**Abb. 90.:** Umlagerungen  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h \gg$

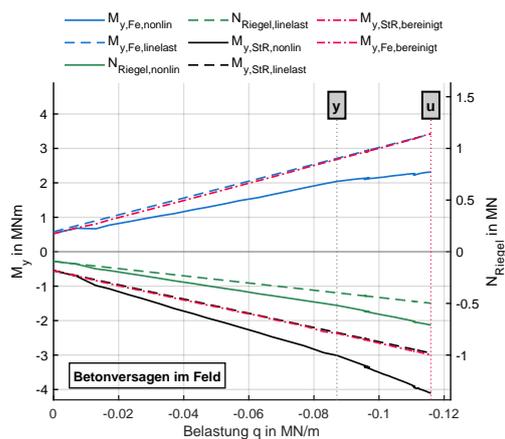


**Abb. 91.:** N und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h \gg$

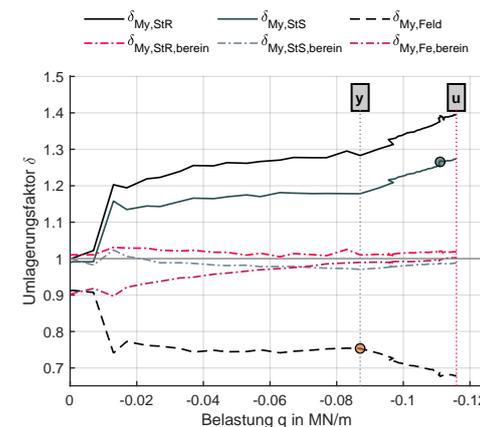


**Abb. 92.:** M- $\Theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.4 - 0.8$ ,  $k_h \gg$

**B.24. Modell  $\rho_l = 0.8\% - 0.4\%$ ,  $k_h \gg$**



**Abb. 93.:** M + N  $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h \gg$



**Abb. 94.:** Umlagerungen  $\rho_l = 0.8 - 0.4$ ,  $k_h \gg$

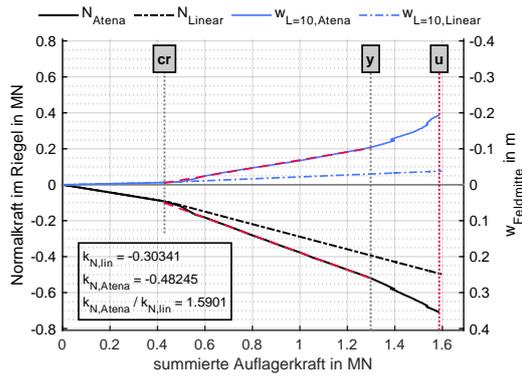


Abb. 95.:  $N$  und  $w_{Feldmitte}$   $\rho_l = 0.8 - 0.4, k_h \gg$

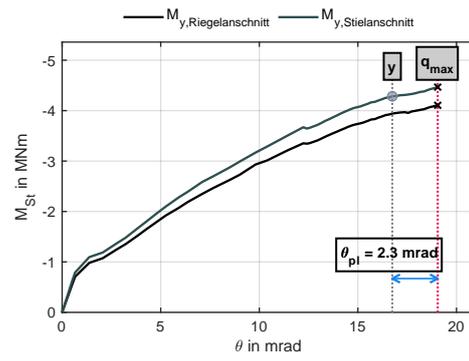


Abb. 96.: M- $\Theta$ -Diagramm  $\rho_l = 0.8 - 0.4, k_h \gg$