



Manuel Paul Jobst, BSc

Lokale Untersuchungen zu gekrümmten Betonfertigteilträgern

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften – Konstruktiver Ingenieurbau

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue

Dipl.-Ing. Dipl.-Ing. BSc Michael Mayer

Dipl.-Ing. BSc Christoph Betschoga

Institut für Betonbau

Lessingstraße 25, 8010 Graz

Graz, September 2021

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

Datum, Unterschrift

Danksagung

An dieser Stelle ist es mir ein großes Anliegen, mich bei all jenen zu bedanken, die mir während meiner Studienzeit in Graz zur Seite gestanden sind. Zu Beginn möchte ich einen großen Dank an das Institut für Betonbau aussprechen, speziell an Herrn Prof. Tue, der es mir ermöglicht hat, diese Arbeit zu verfassen.

Ein sehr großer Dank gebührt auch meinem Betreuer, Michael Mayer, der mir seit Beginn des 4. Bachelorsemesters zu jeder Zeit mit Rat und Tat zur Seite stand. Seine stetige Motivation und guten Ratschläge haben mich für den Bereich des konstruktiven Ingenieurbaus, vor allem des Brückenbaus, begeistert und dazu geführt, meine Ziele zu fokussieren. Auch wenn unsere Themen nicht immer die einfachsten waren, recht herzlichen Dank für alles, ich werde deine guten Ratschläge stets in Erinnerung behalten. Weiters möchte ich einen Dank an alle Mitarbeiter des Institutes für Betonbau aussprechen, welche mir bei der Verfassung meiner Masterarbeit zur Seite gestanden sind.

Der Weg meines Studiums wurde immer von meiner Familie begleitet. Vielen Dank an dieser Stelle an meine Eltern, Eva und Markus sowie an meine Großmutter Maria. Ihr habt mir auch in schwierigen Zeiten geholfen, die Motivation nicht zu verlieren und meine Ziele zu erreichen.

Besonders bedanken möchte ich mich auch bei meinem Onkel Thomas, welcher mich bei sich in meiner Studienzeit aufgenommen hat. Dank dir war trotz der Entfernung nach Kärnten immer ein Teil meiner Familie in der Nähe. Danke für alles, was du für mich in den letzten Jahren gemacht hast, deine motivierenden Worte nach einem anstrengenden Tag haben mir immer sehr viel Kraft gegeben. Unsere gemeinsame Zeit in Graz werde ich sehr vermissen.

Der Weg meines Studiums wurde auch stets von meiner Freundin Nadja begleitet. Durch deine Unterstützung und aufmunternden Worte war ich jederzeit in der Lage, schwierige Situationen zu meistern und meine Ziele nicht aus den Augen zu verlieren, auch wenn deine Abwesenheit in Graz nicht leicht für mich war.

Abschließend möchte ich mich auch bei allen Personen bedanken, welche ich in Graz durch mein Studium kennenlernen habe dürfen. Speziell möchte ich hier meinen Studienkollegen Daniel Kneissl hervorheben, der mir auch immer mit guten Ratschlägen zur Seite gestanden ist.

Kurzfassung

Lokale Untersuchungen zu gekrümmten Betonfertigteilträgern

Ziel dieser Arbeit ist es, lokale Untersuchungen an im Grundriss gekrümmten Betonbrückenfertigteilen durchzuführen. Hierzu wird das Verhalten eines Endquerträgers detailliert untersucht. Die Ergebnisse sollen Aufschluss über das komplexe Tragverhalten eines Endquerträgers in gekrümmten Brückentragwerken liefern, sowie Vorschläge für die richtige Berücksichtigung der Steifigkeiten (Torsionssteifigkeit und Biegesteifigkeit) des Endquerträgers im Globalsystem hervorbringen.

Für die Untersuchungen der Steifigkeitsänderung des Endquerträgers während dessen Belastung werden lokale FE-Modelle generiert. Hierbei wird der Endquerträger auf Torsion sowie auf Biegung beansprucht.

Die Torsionsbeanspruchung resultiert aus dem im Grundriss gekrümmten Globalsystem, da aufgrund der Krümmung durch das Eigengewicht globale Torsionsbelastungen auftreten, welche unterschiedliche Belastungen der Hauptträger hervorrufen. Durch die unterschiedliche Belastung der Hauptträger wird der Endquerträger tordiert.

Die unterschiedliche Vorspannung der beiden Hauptträger hat eine Biegebeanspruchung des Endquerträgers um die globale z-Achse zur Folge.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen liefern Aufschlüsse über die Steifigkeitsverteilung des Endquerträgers. Im Zuge der Auswertungen werden die Verläufe der Tangentensteifigkeiten sowie der Sekantensteifigkeiten erstellt. Zudem werden jeweils zwei unterschiedliche Bewehrungsgrade berücksichtigt, um die Auswirkungen der Bewehrungsmenge im Endquerträger auf dessen Steifigkeitsverhalten während der Beanspruchung ersichtlich zu machen.

Im Anschluss an die Auswertung der Ergebnisse werden Steifigkeitsansätze des Endquerträgers abgeleitet, welche im Globalsystem für den jeweiligen Beanspruchungsbereich (SLS und ULS) angesetzt werden können.

Abstract

Local investigations of curved precast concrete girders

The aim of this master thesis is to perform local investigations of curved precast bridge girders. The local investigations were performed on the end cross girder of the global system. These investigations should give information about the complex load bearing behaviour of the end cross girder in curved precast bridge girders and suggestions for the right consideration of torsion stiffness and bending stiffness of the end cross girder in global systems.

For the investigations of the stiffness behaviour of the end cross girder during the load period, local FE-models are needed. In those models the end cross girder is loaded with torsion and bending.

The torsional stress follows from the curved precast bridge girders. Because of the high amount of the own weight, torsional stresses occur in the global system. Those global torsional stresses lead to a different loading of the two girders. This is followed by torsional stresses of the end cross girder.

The differential prestressing of the girders tend to result in bending stresses in the global z-direction of the end cross girder.

The results of this research provide explorations about the distribution of the stiffness of the end cross girder. During the evaluation, curve progressions of the tangent-stiffness and the secant-stiffness are carried out. In addition to this, two different types of degrees of reinforcement were differentiated to consider the effect of the amount of reinforcement in the end cross girder.

Subsequent to the evaluation of the results, approaches over the stiffness of the edge beam can be generated. Those stiffness approaches can be used in the global system in the period of the serviceability limit state and the ultimate limit state.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Ziel der Arbeit	2
1.3	Aufbau der Arbeit	3
1.4	Verwendete Software	4
2	Brückenbau allgemein	5
2.1	Tragelemente einer Brücke	6
2.1.1	Unterbau	7
2.1.2	Überbau	15
3	Queraussteifungen im Brückenbau	16
3.1	Allgemein	16
3.1.1	Queraussteifungen bei Betonbrücken	18
3.2	Lastabtragung über den Querträger	21
3.3	Voruntersuchungen des Endquerträgers	28
3.4	Vorbemessung eines Endquerträgers	33
3.4.1	Brückensystem	33
3.4.2	Bauteilabmessungen	35
3.4.3	Materialkennwerte	35
3.4.4	Lastaufstellung - Allgemein	36
3.4.5	Lastaufstellung am Endquerträger	40
3.4.6	Schnittkräfte am Endquerträger	43
3.4.7	Bemessungsergebnisse Endquerträger - ULS	47
3.4.8	Bemessungsergebnisse Endquerträger - SLS	47
3.4.9	Konstruktive Durchbildung des Endquerträgers	48
4	FE-Modellbildung	50
4.1	Allgemeines	50
4.2	Belastungsart	52
4.3	Modellvarianten	55
4.4	Sofistik	60
4.4.1	Allgemein	60
4.4.2	Module	60
4.4.3	Verwendete Befehle	61
4.5	Materialmodell M4L	63

4.6	Modellbildung	63
4.6.1	Verwendete Materialien	63
4.6.2	Systemabmessungen - Bereichsunterteilungen	64
4.6.3	Modellierung des Systems - Lastfall 1 - Modell A	67
4.6.4	Modellierung des Systems - Lastfall 2 - Modell B	78
5	Auswertung der Ergebnisse	84
5.1	Allgemeines	84
5.2	Steifigkeitsermittlung	84
5.3	Bewehrungsgrad	93
5.4	Bereichsabgrenzung SLS zu ULS	95
5.5	Ergebnisse Lastfall 1 - Bewehrungsgrad 1	98
5.6	Ergebnisse Lastfall 1 - Bewehrungsgrad 2	113
5.7	Ergebnisse Lastfall 2 - Bewehrungsgrad 1	126
5.8	Ergebnisse Lastfall 2 - Bewehrungsgrad 2	139
5.9	Zusammenfassung der Ergebnisse	151
6	Zusammenfassung und Ausblick	153
7	Anhang	154
7.1	Bemessung Endquerträger - ULS	154
7.1.1	Bestimmung der Schnittkräfte	154
7.1.2	Berechnung der Betondeckung	154
7.1.3	Biegebemessung	155
7.1.4	Querkraftbemessung	158
7.2	Nachweise im SLS	160
7.2.1	Bestimmung der Schnittkräfte	160
7.2.2	Nachweis der Spannungsbegrenzung	160
7.2.3	Nachweis der Rissbreitenbeschränkung	162

Abbildungsverzeichnis

1.1	Übersicht Globalsystem	2
1.2	Detailausschnitt - Lokalsystem	2
2.1	Übersicht Globalsystem	5
2.2	Detailausschnitt Endquerträger	5
2.3	Brückenbauteile-Längsschnitt	6
2.4	Brückenbauteile-Querschnitt	7
2.5	Kastenwiderlager [5, S. 426]	8
2.6	Brückenlagerung-festes Lager am Widerlager	11
2.7	Brückenlagerung-festes Lager in der Mitte	11
2.8	Brückenlagerung-Tangentiallagerung	12
2.9	Brückenlagerung-Polstrahllagerung	13
3.1	Gekrümmter Brückengrundriss	17
3.2	Vollplattenquerschnitt mit Endquerträger	19
3.3	Einstegiger Plattenbalkenquerschnitt mit Endquerträger	19
3.4	Mehrstegiger Plattenbalkenquerschnitt mit Endquerträger	20
3.5	Hohlkastenquerschnitt mit Querträger	20
3.6	3D-System des Tragmodells	22
3.7	Einflussbereich des Endquerträgers	23
3.8	Einflussbereich des Endquerträgers - verschobene Kraft	24
3.9	Einflussbereich des Endquerträgers - Kraft- und Momentenaufteilung	24
3.10	Belastung des Endquerträgers	25
3.11	Verträglichkeitstorsion-Gleichgewichtstorsion Übersicht [15, S.16]	27
3.12	Endquerträger bzw. Querträger - allgemeine Abmessungen	29
3.13	Endquerträger Widerlagerbereich - einseitiger Plattenbalkenquerschnitt (3D Darstellung)	30
3.14	Endquerträger Widerlagerbereich - Rechteckquerschnitt (3D Darstellung)	31
3.15	Endquerträger Stützbereich - Plattenbalkenquerschnitt (3D Darstellung)	31
3.16	Kraftübertragung zwischen Endquerträger und Hauptträger	32
3.17	Längssystem	33
3.18	Quersystem (Maße in cm)	34
3.19	Lastaufstellung-ständige Lasten	39
3.20	Lastaufstellung-veränderliche Lasten - Gesamtlast	39
3.21	Einheitssystem 1	40
3.22	Einheitssystem 2	42

3.23	Quersystem	42
3.24	Statisches System des Quersystems	42
3.25	Belastung des Endquerträgers zufolge des TS	43
3.26	Belastung des Endquerträgers zufolge ständiger Lasten	44
3.27	Momentenverlauf zufolge ständiger Lasten	44
3.28	Querkraftverlauf zufolge ständiger Lasten	44
3.29	Belastung des Endquerträgers zufolge UDL Last	45
3.30	Momentenverlauf zufolge veränderlicher Lasten (UDL)	45
3.31	Querkraftverlauf zufolge veränderlicher Lasten (UDL)	45
3.32	Belastung des Endquerträgers zufolge des TS	46
3.33	Momentenverlauf zufolge veränderlicher Lasten (TS-System)	46
3.34	Querkraftverlauf zufolge veränderlicher Lasten (TS-System)	46
3.35	Bewehrungsskizze - Teil 1	48
3.36	Bewehrungsskizze - Teil 2	49
4.1	Übersicht - lokaler Ausschnitt aus Globalsystem	50
4.2	Brückenbereich für die Modellierung	51
4.3	Globales Koordinatensystem	51
4.4	Systemübersicht-Torsionsstab	53
4.5	Torsionsmomentenverlauf	54
4.6	Zweistabmodell-Lastfall 1	56
4.7	Zweistabmodell-Lastfall 1	57
4.8	Zweistabmodell-Lastfall 2	57
4.9	Einstabmodell-Übersicht	58
4.10	Einstabmodell-Lastfall 1	59
4.11	Einstabmodell-Lastfall 2	59
4.12	3D-Übersicht	64
4.13	Ansicht x-z	65
4.14	Ansicht y-z	65
4.15	Ansicht x-y	66
4.16	Übersicht Ausgangselement	68
4.17	Bewehrung	70
4.18	Systemlagerung	71
4.19	Schnitt-Elastomerlager	71
4.20	Kopplung Bereich 1 und Bereich 2 (Querschnitt des Stabes aktiviert)	72
4.21	Kopplung Bereich 1 und Bereich 2 (Querschnitt des Stabes deaktiviert)	73
4.22	Veränderung der Auflagerkraft in Abhängigkeit der Länge $l_{yHT1Lin}$	75
4.23	Systemvisualisierung A	76
4.24	Systemvisualisierung B	76
4.25	Systemvisualisierung C	77
4.26	Systemvisualisierung D (Stabquerschnitt deaktiviert)	77
4.27	Lagerung unter dem Endquerträger	79
4.28	Lagerung des Randstabes (Draufsicht)	79
4.29	Lasteinleitungsbereich Modell B	80

4.30	Systemvisualisierung A	81
4.31	Systemvisualisierung B	82
4.32	Systemvisualisierung C	82
4.33	Systemvisualisierung D (Stabquerschnitt deaktiviert)	83
5.1	Tangentenmodul - Sekantenmodul	85
5.2	Systemübersicht	86
5.3	Schnittkraft-Verformungskurve	87
5.4	Modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve	88
5.5	Systemübersicht	90
5.6	Schnittkraft-Verformungskurve	91
5.7	Modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve	92
5.8	Übersicht - Modell A	98
5.9	Zusammenhang φ_x und φ_y	99
5.10	Schnittkraft-Verformungskurve	99
5.11	Modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve	100
5.12	Verlauf der Tangentensteifigkeit GI_T	102
5.13	Verlauf der Sekantensteifigkeit GI_T	103
5.14	Querschnitt für die Ermittlung von I_T	104
5.15	Verlauf der bezogenen Tangentensteifigkeiten $\overline{GI_{T,i}}$	105
5.16	Verlauf der bezogenen Sekantensteifigkeiten $\overline{GI_{T,i}}$	106
5.17	Blickrichtung	107
5.18	Rissbildung (ε_x) - Bereich 1 zu Bereich 2 (LF 106, $\varphi_{x,QT} = 0,086 \text{ mrad}$)	108
5.19	Rissbildung (ε_x) - Bereich 2 zu Bereich 3 (LF 147, $\varphi_{x,QT} = 0,633 \text{ mrad}$)	108
5.20	Rissbildung (ε_x) - Bereich 3 zu Bereich 4 (LF 154, $\varphi_{x,QT} = 0,726 \text{ mrad}$)	109
5.21	Rissbildung (ε_x) - Bereich 4 zu Bereich 5 (LF 174, $\varphi_{x,QT} = 0,993 \text{ mrad}$)	109
5.22	Rissbildung (ε_x) - Bereich 5 zu Bereich 6 (LF 250, $\varphi_{x,QT} = 2,006 \text{ mrad}$)	110
5.23	Rissbildung (ε_x) - Bereich 6 zu Bereich 7 (LF 280, $\varphi_{x,QT} = 2,406 \text{ mrad}$)	110
5.24	Rissbildung (ε_x) - Versagenspunkt (LF 376, $\varphi_{x,QT} = 3,686 \text{ mrad}$)	111
5.25	Schnittkraft-Verformungskurve	113
5.26	Modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve	114
5.27	Verlauf der Tangentensteifigkeit GI_T	116
5.28	Verlauf der Sekantensteifigkeit GI_T	117
5.29	Verlauf der bezogenen Tangentensteifigkeit $\overline{GI_{T,i}}$	118
5.30	Verlauf der bezogenen Sekantensteifigkeit $\overline{GI_{T,i}}$	119
5.31	Blickrichtung	120
5.32	Rissbildung (ε_x) - Bereich 1 zu Bereich 2 (LF 106, $\varphi_{x,QT} = 0,086 \text{ mrad}$)	120
5.33	Rissbildung (ε_x) - Bereich 2 zu Bereich 3 (LF 155, $\varphi_{x,QT} = 0,739 \text{ mrad}$)	121
5.34	Rissbildung (ε_x) - Bereich 3 zu Bereich 4 (LF 171, $\varphi_{x,QT} = 0,953 \text{ mrad}$)	121
5.35	Rissbildung (ε_x) - Bereich 4 zu Bereich 5 (LF 192, $\varphi_{x,QT} = 1,233 \text{ mrad}$)	122
5.36	Rissbildung (ε_x) - Bereich 5 zu Bereich 6 (LF 227, $\varphi_{x,QT} = 1,699 \text{ mrad}$)	122
5.37	Rissbildung (ε_x) - Bereich 6 zu Bereich 7 (LF 250, $\varphi_{x,QT} = 2,006 \text{ mrad}$)	123
5.38	Rissbildung (ε_x) - Versagenspunkt (LF 371, $\varphi_{x,QT} = 3,619 \text{ mrad}$)	123
5.39	Vereinfachte Systemübersicht 1	126

5.40 Vereinfachte Systemübersicht 2	126
5.41 Schnittkraft-Verformungskurve	127
5.42 Modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve	128
5.43 Verlauf der Tangentensteifigkeit EI_z	130
5.44 Verlauf der Sekantensteifigkeit EI_z	131
5.45 Verlauf der bezogenen Tangentensteifigkeit \overline{EI}_Z	132
5.46 Verlauf der bezogenen Sekantensteifigkeit \overline{EI}_Z	133
5.47 Blickrichtung	134
5.48 Rissbildung (ε_x) - Bereich 1 zu Bereich 2 (LF 107, $v_{y,QT} = 0,45 \text{ mm}$) . .	135
5.49 Rissbildung (ε_x) - Bereich 2 zu Bereich 3 (LF 209, $v_{y,QT} = 5,55 \text{ mm}$) . .	135
5.50 Rissbildung (ε_x) - Bereich 3 zu Bereich 4 (LF 252, $v_{y,QT} = 7,70 \text{ mm}$) . .	136
5.51 Rissbildung (ε_x) - Bereich 4 zu Bereich 5 (LF 276, $v_{y,QT} = 8,90 \text{ mm}$) . .	136
5.52 Rissbildung (ε_x) - Bereich 5 zu Bereich 6 (LF 338, $v_{y,QT} = 12,00 \text{ mm}$) . .	137
5.53 Rissbildung (ε_x) - Versagenspunkt (LF 401, $v_{y,QT} = 15,15 \text{ mm}$)	137
5.54 Schnittkraft-Verformungskurve	139
5.55 Modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve	140
5.56 Verlauf der Tangentensteifigkeit EI_z	141
5.57 Verlauf der Sekantensteifigkeit EI_z	142
5.58 Verlauf der bezogenen Tangentensteifigkeit \overline{EI}_Z	144
5.59 Verlauf der bezogenen Sekantensteifigkeit \overline{EI}_Z	145
5.60 Blickrichtung	146
5.61 Rissbildung (ε_x) - Bereich 1 zu Bereich 2 (LF 107, $v_{y,QT} = 0,45 \text{ mm}$) . .	146
5.62 Rissbildung (ε_x) - Bereich 2 zu Bereich 3 (LF 209, $v_{y,QT} = 5,55 \text{ mm}$) . .	147
5.63 Rissbildung (ε_x) - Bereich 3 zu Bereich 4 (LF 252, $v_{y,QT} = 7,70 \text{ mm}$) . .	147
5.64 Rissbildung (ε_x) - Bereich 4 zu Bereich 5 (LF 276, $v_{y,QT} = 8,90 \text{ mm}$) . .	148
5.65 Rissbildung (ε_x) - Bereich 5 zu Bereich 6 (LF 338, $v_{y,QT} = 12,00 \text{ mm}$) . .	148
5.66 Rissbildung (ε_x) - Versagenspunkt (LF 411, $v_{y,QT} = 15,65 \text{ mm}$)	149
7.1 Spannungsblock	155
7.2 Grenzstabdurchmesser ϕ_s^* (TAB 8, ÖNORM B 1992-1-1 [10])	162

Tabellenverzeichnis

1.1	Verwendete Software	4
3.1	Straßenbelag	37
3.2	Biegebemessung	47
3.3	Querkraftbemessung	47
3.4	Spannungsbegrenzung	48
3.5	Rissbreitenbegrenzung	48
4.1	Torsionsverteilung	55
4.2	Systemunterteilung	66
5.1	Ergebnisübersicht	84
5.2	Ergebnisübersicht inklusive Bewehrungsgrade	93
5.3	Bewehrungsübersicht - $\rho_{1,L}$; $\rho_{1,B}$	94
5.4	Bewehrungsübersicht - $\rho_{2,L}$; $\rho_{2,B}$	95
5.5	Funktionen	101
5.6	1. Ableitungen	101
5.7	Berechnung Sekantensteifigkeit	103
5.8	Abgrenzung SLS zu ULS	106
5.9	Funktionen	115
5.10	1. Ableitungen	115
5.11	Berechnung Sekantensteifigkeit	116
5.12	Abgrenzung SLS zu ULS	119
5.13	Funktionen	129
5.14	1. Ableitungen	129
5.15	Berechnung Sekantensteifigkeit	131
5.16	Abgrenzung SLS zu ULS	134
5.17	Funktionen	140
5.18	1. Ableitungen	141
5.19	Berechnung Sekantensteifigkeit	142
5.20	Abgrenzung SLS zu ULS	143
5.21	Empfohlene Tangentensteifigkeiten	151
5.22	Empfohlene Sekantensteifigkeiten	151
5.23	Empfohlene Tangentensteifigkeiten	152
5.24	Empfohlene Sekantensteifigkeiten	152
7.1	Kombinationsbeiwerte	160

1 Einleitung

1.1 Motivation

Das hier vorliegende Globalsystem besteht aus einem im Grundriss gekrümmten Betonbrückenfertigteile mit zwei Hauptträgern und oben liegender Fahrbahnplatte, siehe Abbildung 1.1. Aufgrund der Krümmung des Systems im Grundriss ist die Schnittkraftermittlung im globalen System stark abhängig vom Steifigkeitsverhalten des Endquerträgers.

Ein weiterer Aspekt des gekrümmten Systems ist die aus der Krümmung resultierende Torsionsbeanspruchung. Aufgrund dieser globalen Torsionsbeanspruchung werden die Hauptträger unterschiedlich belastet, was zu einer lokalen Torsionsbeanspruchung des Endquerträgers führt. Zusätzlich entsteht aufgrund der vorhandenen Krümmung im Grundriss eine Momentenbeanspruchung um die globale z -Achse, welcher durch eine unterschiedliche Vorspannung der Hauptträger entgegengewirkt werden kann. Aufgrund dieser aus dem globalen System resultierenden Beanspruchungen werden bei den lokalen Untersuchungen die Torsionsbeanspruchung des Endquerträgers (aufgrund der unterschiedlichen Belastung der Hauptträger) sowie die Biegebeanspruchung dessen (aufgrund der unterschiedlichen Vorspannung beider Hauptträger) untersucht.

Im Zuge dieser Masterarbeit wird das lokale Bauteilverhalten im Grundriss gekrümmter Betonfertigteile untersucht. Die lokalen Untersuchungen werden am Endquerträger des Globalsystems (Detail 1, Abbildung 1.2) durchgeführt. Diese beziehen sich hierbei auf die Veränderung des Steifigkeitsverhaltens des Endquerträgers während des Belastungszeitraumes.

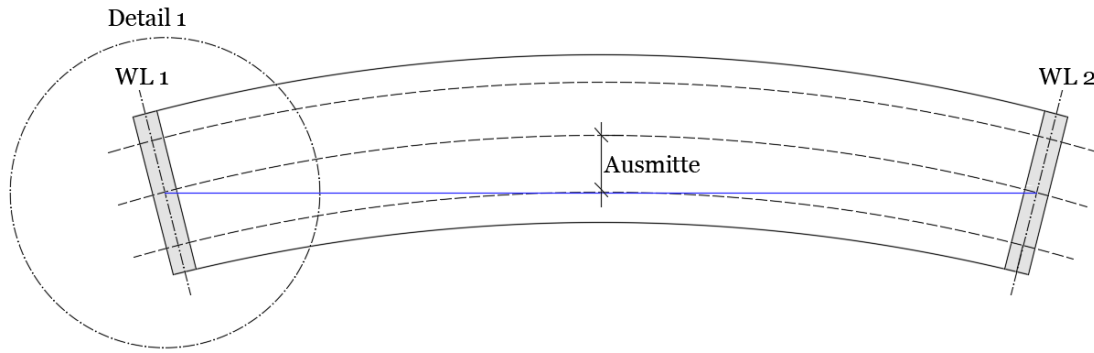


Abbildung 1.1: Übersicht Globalsystem

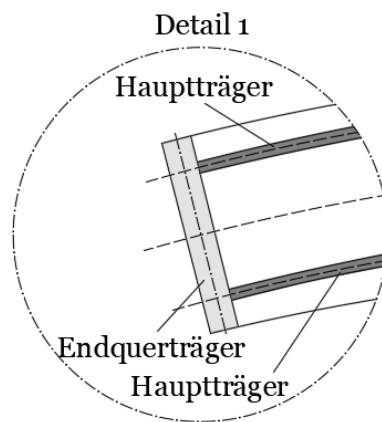


Abbildung 1.2: Detailausschnitt - Lokalsystem

1.2 Ziel der Arbeit

Die Ergebnisse dieser Masterarbeit sollen Aufschluss über das komplexe Tragverhalten des Endquerträgers geben. Des Weiteren sollen vereinfachte Ansätze zur Berücksichtigung der Steifigkeit des Endquerträgers in einem globalen Rechenmodell abgeleitet werden.

Diese lokalen Untersuchungen sollen zudem die Grundlage für das Verständnis des globalen Tragverhaltens gekrümmter Betonfertigteile liefern.

1.3 Aufbau der Arbeit

Zu Beginn der Arbeit wird ein Einblick in die allgemeinen Grundlagen des Brückenbaues gegeben, welche die Grundvoraussetzungen für die späteren Untersuchungen am Endquerträger liefern.

In Kapitel 3 wird über die allgemeine Notwendigkeit von Queraussteifungen im Brückenbau gesprochen. Hier wird zudem erstmals auf die Problemstellung bei im Grundriss gekrümmten Brückentragwerken und die daraus resultierenden Beanspruchungen eingegangen. Nachfolgend wird die Lastabtragung über dem Endquerträger beschrieben. Um die Bemessung eines Endquerträgers ohne die Hilfe von FE-Modellen aufzuzeigen, wird in diesem Kapitel zusätzlich eine händische Bemessung sowie die notwendigen SLS Nachweise durchgeführt.

Die Modellierung des Endquerträgers bzw. die Beschreibung der Modellbildung erfolgt in Kapitel 4. Hier wird auf den Aufbau der jeweiligen FE-Modelle eingegangen, zudem werden Informationen über die Modellbildung im Programm Sofistik geliefert. Ein weiterer Bestandteil dieses Kapitels sind Voruntersuchungen, welche für die Modellbildung und Berechnung benötigt werden.

Die ausgewerteten Ergebnisse der Berechnungen werden in Kapitel 5 angeführt. Hier werden die Steifigkeitsverläufe (Tangentensteifigkeit und Sekantensteifigkeit) für die jeweiligen Beanspruchungen ausgewertet und beschrieben.

Zum Abschluss werden empfohlene Steifigkeitsansätze für die Berücksichtigung der Eigensteifigkeiten des Endquerträgers im Globalsystem aus den Berechnungsergebnissen abgeleitet.

1.4 Verwendete Software

Im Zuge der Erstellung dieser Arbeit wurden verschiedene Softwarepakete verwendet. Eine Auflistung hierzu findet sich in Tabelle 1.1.

Tabelle 1.1: Verwendete Software

Software	Hersteller	Anwendung
RuckZuck	Mursoft	statische Berechnung von 2D-Systemen
Sofistik	Sofistik AG	FE-Modellbildung und Berechnung
Latex	Latex Project	Texterstellung
MS Excel	Microsoft	Tabellenkalkulation, Diagrammerstellung
AutoCAD	Autodesk	Planerstellung

Für das Programm Sofistik wurde das Servicepack 12.01-27 verwendet.

2 Brückenbau allgemein

Im Zuge dieses Kapitels werden die allgemeinen Grundlagen für den Brückenbau aufgezeigt. Diese Informationen liefern die Basis für das Verständnis des Tragverhaltens einer im Grundriss gekrümmten Brücke bzw. des lokalen Tragverhaltens des Endquerträgers im Widerlagerbereich. In Abbildung 2.1 wird das globale System, anschließend in Abbildung 2.2 der Detailausschnitt des Endquerträgers dargestellt, dessen lokales Tragverhalten in dieser Arbeit untersucht wird. Die eigentlichen Untersuchungen des lokalen Tragverhaltens des Endquerträgers werden in diesem Kapitel nicht behandelt, diese erfolgen ab Kapitel 3.

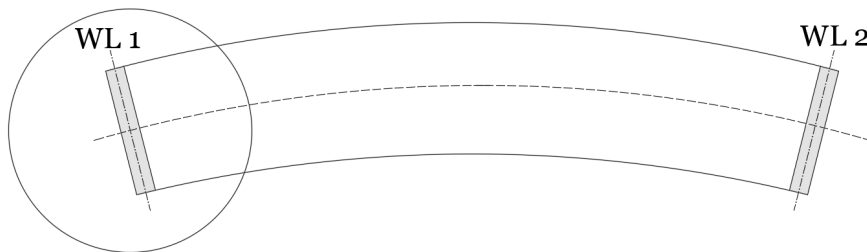


Abbildung 2.1: Übersicht Globalsystem

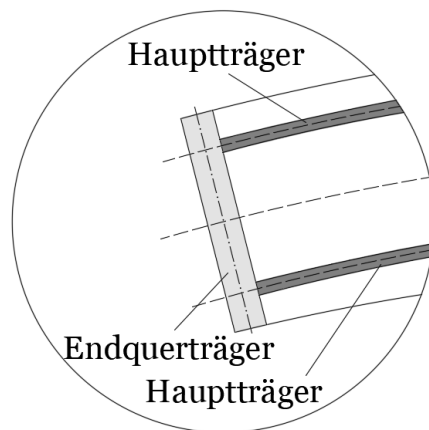


Abbildung 2.2: Detailausschnitt Endquerträger

2.1 Tragelemente einer Brücke

Nachfolgend wird auf die Bauteile einer Brücke eingegangen und dessen jeweilige Funktion näher beschrieben. Hierfür werden die Elemente einer Brücke in zwei Abbildungen dargestellt und in den darauffolgenden Unterkapiteln beschrieben.

Auf eine maßstäbliche Darstellung wird verzichtet, die Proportionen der einzelnen Bauteile untereinander sind eingehalten.

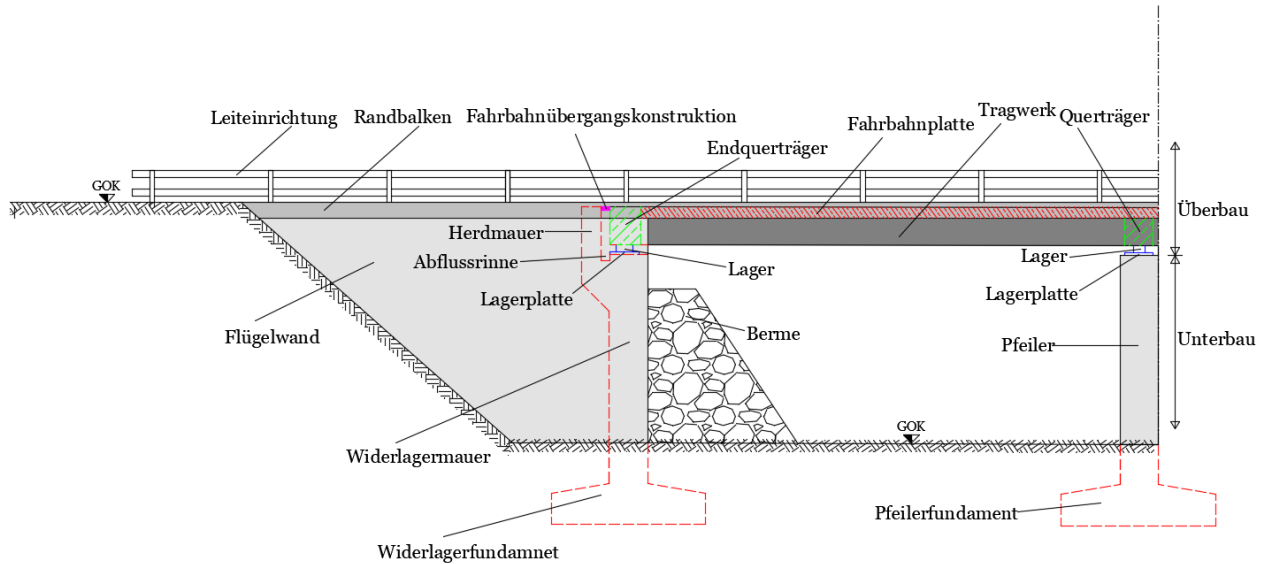


Abbildung 2.3: Brückenbauteile-Längsschnitt

In Abbildung (2.3) ist ein Teil einer Stahlbetonbrücke in einer Längsansicht dargestellt (vergleiche [16, S.1]). Die strichlierten Linien stellen Bauteilelemente hinter der Ansichtsebene dar. Die grau schraffierten Bereiche stellen die Sichtbereiche der Ansicht dar.

Um eine bessere Übersicht zu liefern, werden auch Elemente mit einer Betonschraffur (grüne und rote Schraffur) versehen, welche in dieser Ansicht nicht sichtbar sind. Zudem wird auf der rechten Seite der Abbildung die Brücke in Überbau und Unterbau geteilt.

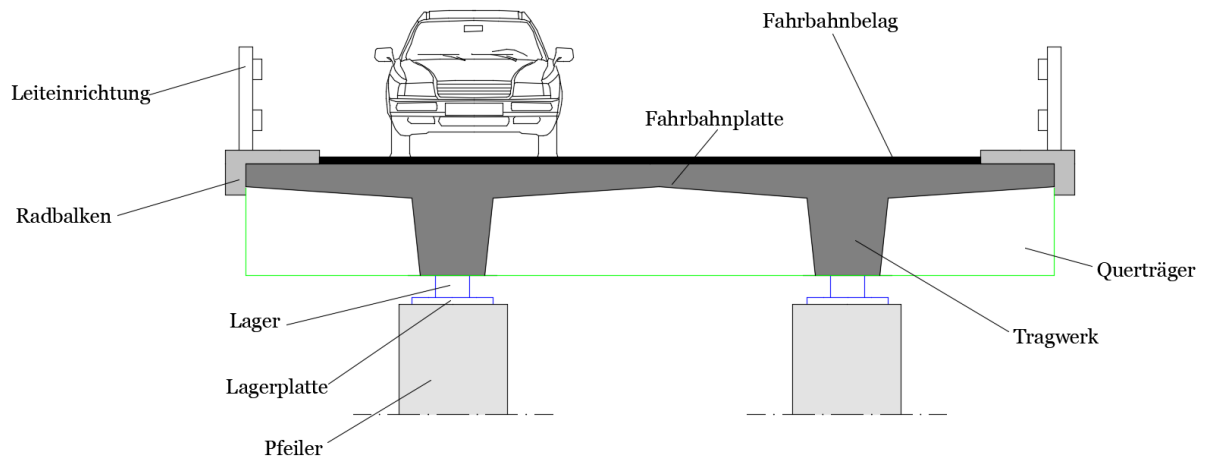


Abbildung 2.4: Brückenbauteile-Querschnitt

Abbildung 2.4 stellt einen Ansichtsbereich vor einer Pfeilerebene dar. Die hier verwendeten Schraffuren sowie die Bauteilbezeichnungen stimmen mit Abbildung 2.3 überein.

2.1.1 Unterbau

Der Unterbau ist die Unterkonstruktion einer Brücke. Die Trennung zwischen Überbau und Unterbau erfolgt in der horizontalen Ebene unter der Lagerplatte. Somit erfolgt die Verbindung von Über- und Unterbau durch die Lager der Brücke.

Die Lastabtragung der Brücke erfolgt vom Überbau hin zum Unterbau, der schließlich die Lasten in die Gründung bzw. Fundierung abgibt. [5, S.425 ff.]

Zum Unterbau gehören somit folgende Bauteilelemente einer Brücke:

- Widerlagermauer
- Flügelwand
- Herdmauer
- Berme
- Lagerplatte
- Lager

Widerlager

Die Widerlager haben die Aufgabe, die auftretenden Lasten der Brücke aufzunehmen und in den Baugrund abzutragen.

Neben vertikalen Lasten aus Eigengewicht müssen vom Widerlager auch Horizontallasten in Brückenlängsrichtung sowie auch in Brückenquerrichtung aufgenommen werden können. Die Vertikallasten entstehen unter anderem durch die Eigengewichtsbeanspruchung der Brücke, welche bei Betonbrücken aufgrund des hohen Eigengewichtes sehr groß ausfallen. Zudem wird die Brücke durch veränderliche Lasten, wie unter anderem durch Verkehrslasten, beansprucht. Durch die vielen möglichen Laststellungen entstehen mehrere Beanspruchungsvarianten, wie beispielsweise Torsionsbeanspruchungen. Sämtliche Beanspruchungen müssen vom Widerlager aufgenommen werden können.

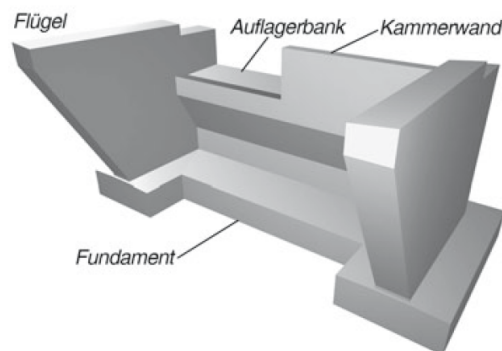


Abbildung 2.5: Kastenwiderlager [5, S. 426]

Das Widerlager besteht immer aus drei Wänden und lagert auf einem Fundament auf, wie in Abbildung 2.5 zu erkennen ist.

Zusätzlich übernimmt das Widerlager bzw. dessen Wände den auftretenden Erddruck, welcher sich aus dem Erddruck des Hinterfüllungsmaterials sowie aus dem mobilisierten Erddruck und dem Erddruck zufolge von Auflast durch den Verkehr einstellt. Hierbei besteht die Möglichkeit einer Flachgründung oder einer Tiefgründung, je nach Baugrundverhältnissen. Die Bauteile des Widerlagers, speziell die Flügelwände, dienen auch der optischen Gestaltung der Brücke. Die Flügelwände können hochgesetzt (meist bei großen Brücken) oder bis zum Böschungsfuß geführt werden. [5, S.426 ff.]

Es gibt unterschiedliche Widerlagertypen, dessen Wahl sich nach den Anforderungen der Brücke und den topographischen Gegebenheiten richtet.

Eines der am meist verwendeten Widerlagertypen ist das Kastenwiderlager. Dieses Widerlager wird in der Form eines Kastens ausgebildet. Je nach Baugrundsituation können die Flügelwände abgeschrägt werden und reichen somit nur einen kleineren Teil unter die Geländeoberkante. Bei sehr großen Widerlagern kann es der Fall sein, dass die

Widerlagerwand als Kastenquerschnitt ausgeführt wird, welche somit hohl ist und für Wartungszwecke bzw. für die Brückeninspektion durch eine Tür betreten werden kann. Ein Kastenwiderlager wird in Abbildung 2.5 dargestellt.

Bei kleineren Brücken, speziell bei Unterführungen, werden oft eingeböschte Widerlager verwendet. Hierbei wird die sonst durchgehende Widerlagerwand durch zwei bis mehrere einzelne Widerlagerwände ersetzt. Ein Vorteil dieser Ausführung ist die verringerte Bauwerksmasse. [16, S.42 ff.]

Brückenlager

Brückenlager sind dafür zuständig, dass die auftretenden Kräfte vom Überbau in den Unterbau geleitet werden, sie können sowohl dem Unterbau als auch der Brückenausrüstung zugeordnet werden. Neben der Lastübertragung beeinflussen Lager auch die dynamischen Eigenschaften der Brücke. Durch eine entsprechende Lagerung der Brücke mittels Isolationselementen ist es möglich eine dynamische Entkopplung zwischen Überbau und Unterbau zu schaffen, was günstige Auswirkungen im Falle einer Erdbebenbeanspruchung zur Folge hat.

[5, S.405 ff.]

Neben der Lastweiterleitung sollen die Brückenlager eine möglichst zwängungsfreie Lagerung ermöglichen, um Zusatzbeanspruchungen zufolge Zwang zu vermeiden. Um dies zu ermöglichen, müssen die Lagerung der Brücke und die auftretenden Kräfte genauer betrachtet werden. Einen wesentlichen Einfluss auf die zwangsfreie Lagerung der Brücke haben die Anordnungspositionen der Lager sowie deren Ausführung. Folgende Lagertypen hinsichtlich der horizontalen Freiheitsgrade können unterschieden werden:

- allseits feste Lager
- längsfeste Lager (fest in Brückenlängsrichtung)
- querfeste Lager (fest in Brückenquerrichtung)

In den meisten Fällen wird auf eine unmittelbare Lagerung zurückgegriffen. Bei dieser Art der Lagerung ist unter jedem Hauptträger ein Lager angeordnet, das Gegenstück zur unmittelbaren Lagerung ist die mittelbare Lagerung. Eine mittelbare Lagerung kommt zur Anwendung, wenn der Abstand der Hauptträger sehr gering ausfällt und es hierdurch zu abhebenden Lagerkräften kommt. Bei der mittelbaren Lagerung werden die Lager an den Außenseiten der jeweiligen Querträger angeordnet.

Um eine optimale Ausnutzung der Lager zu ermöglichen, darf in Brückenlängsrichtung nur ein längsfestes Lager angeordnet werden. Der Grund für diese Wahl der Lageranordnung ist, dass es ansonsten zu sehr großen Zwangsbeanspruchungen aus Torsion zufolge

der verhinderten Verwölbung des Brückenquerschnittes kommt. [16, S.147]

An den Widerlagern der Brücke ist es notwendig, dass keine Verdrehungen des Tragwerks, bezogen auf die Brückenlängsachse, auftreten, um einen zwangfreien Übergang zur anschließenden Fahrbahn zu erhalten. Aus diesem Grund ist es notwendig, im Widerlager mindestens zwei Lager mit senkrechter Kraftaufnahmerichtung anzuordnen. Um eine gleichmäßige Aufnahme der Horizontalkräfte, welche senkrecht zur Brückenlängsrichtung wirken, zu ermöglichen, wird in jeder Lagerachse ein querfestes Lager angeordnet. [5, S.401 ff.]

Im Brückenbau kommen folgende Lagervarianten zum Einsatz:

- Elastomerlager (Verformungslager)
- Verformungsgleitlager (Elastomerlager auf beweglichem Gleitlager)
- Topflager
- Punktkipplager
- Linienkipplager
- Kalottenlager
- Horizontalkraftlager
- Zugkraftlager (bei abhebenden Lagerkräften)

Sämtliche oben angeführten Lager können auch als Gleitlager ausgeführt werden, indem zwischen Lager und Lagerplatte eine Gleitebene aus Polytetrafluorethylen (Teflon) eingelegt wird, da der Reibungskoeffizient zwischen Stahl und Teflon sehr gering ist. Neben den Lagern sind zusätzliche, verstärkte, Bereiche anzuordnen, um im Fall eines Lagerwechsels das Tragwerk mittels Hubpressen anheben zu können. [16, S.155 ff.]

Um einen besseren Überblick über die Lageranordnung ersichtlich zu machen, werden folgend vier Beispiele angeführt, einmal zwei Möglichkeiten der Lagerung einer geraden Brücke, sowie zwei Möglichkeiten der Lagerung einer gekrümmten Brücke.

Lagerplan einer geraden, zweifeldrigen Brücke

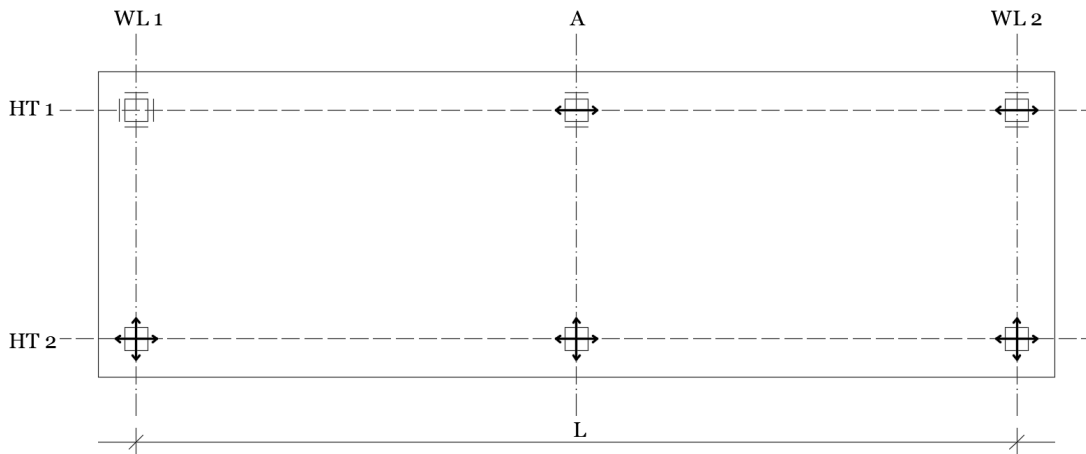


Abbildung 2.6: Brückenlagerung-festes Lager am Widerlager

In Abb. 2.6 ist eine Lagerungsvariante einer zweifeldrigen, geraden Brücke angeführt. Die Bewegungsmöglichkeiten der Lager sind mit Pfeilen dargestellt. Bei dieser Lageranordnung befindet sich das einzige allseits feste Lager im Bereich des ersten Widerlagers. Der vorwiegende Einsatzort einer solchen Lagerung ist bei Brücken mit geringerer Länge, da bei einer Verlängerung der Brücke aufgrund einer Temperaturbeanspruchung die gesamte Brückenlänge zu berücksichtigen ist und somit der Verschiebeweg der beweglichen Lager im Widerlager 2 größer ist.

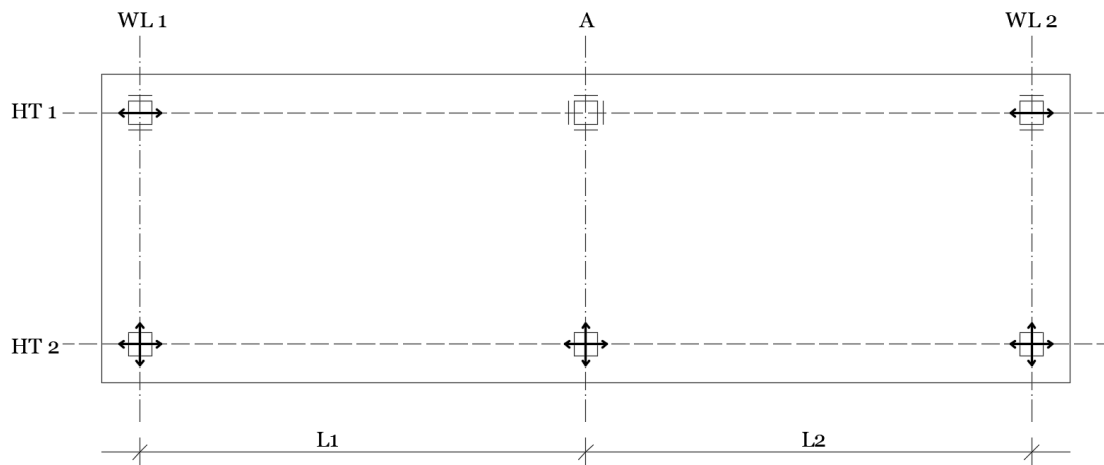


Abbildung 2.7: Brückenlagerung-festes Lager in der Mitte

Neben der in an Abbildung 2.6 dargestellten Lagerung gibt es noch eine andere Möglichkeit, das feste Lager zu platzieren, wie in Abbildung 2.7 zu erkennen ist. Diese Variante der Lageranordnung wird vor allem bei längeren Brücken verwendet. Wie bereits erwähnt, liefert eine Temperaturbeanspruchung eine Längenänderung des Brückentragwerks. Die Längenänderung zufolge einer Temperaturbelastung kann mit folgender Formel leicht abgeschätzt werden:

$$\Delta_L = L_0 * \alpha_T * \Delta_T \quad (2.1)$$

- Δ_L auftretende Längenänderung
- l_0 Bezugslänge
- α_T Temperatureausdehnungskoeffizient-Beton
- Δ_T auftretende Temperaturbeanspruchung

In Formel 2.1 ist zu erkennen, dass die auftretende Längenänderung von der möglichen Bewegungslänge der Brücke abhängig ist. Bei der Lageranordnung in Abbildung 2.7 ist die Bezugslänge (L_1 bzw. L_2) geringer als die Länge (L) bei jener Anordnung der Lager in Abbildung 2.6. Aus diesem Grund tritt bei der Lageranordnung nach Abbildung 2.7 ein geringerer Verschiebeweg der Lager in Achse 2 auf, als bei jener Lageranordnung, welche in Abbildung 2.6 dargestellt ist.

Lagerplan einer gekrümmten, zweifeldrigen Brücke

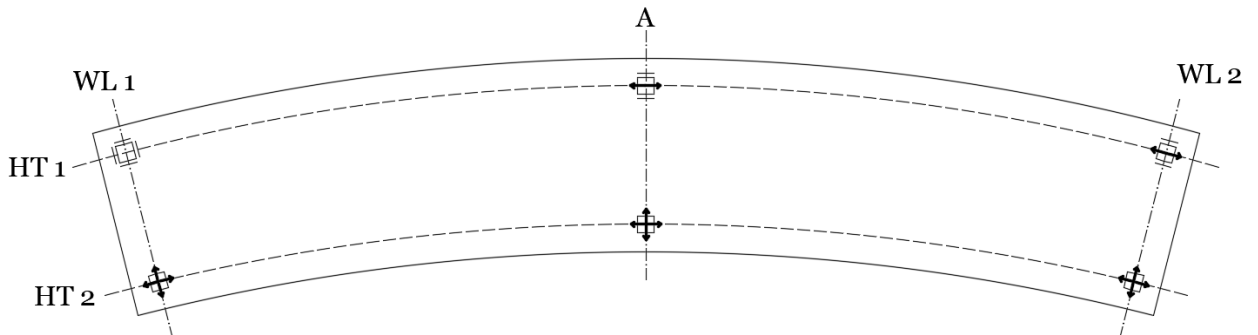


Abbildung 2.8: Brückenlagerung-Tangentiallagerung

Bei im Grundriss gekrümmten Brückentragwerken gibt es zwei verschiedene Möglichkeiten der Lageranordnung, eine davon ist in Abbildung 2.8 dargestellt. Bei dieser Variante

spricht man von einer so genannten Tangentiallagerung. Hier erfolgt die Ausrichtung der Lager tangential in Bogenrichtung, was zur Folge hat, dass es zu größeren Zwangsbeanspruchungen kommt. [16]

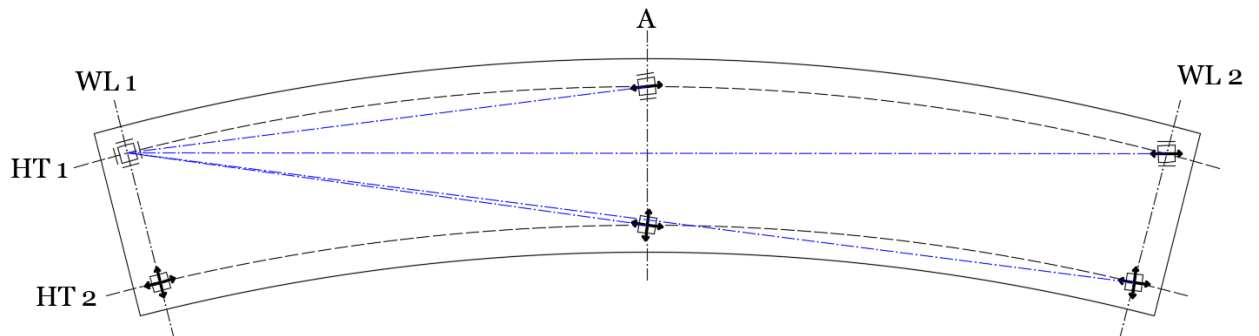


Abbildung 2.9: Brückenlagerung-Polstrahllagerung

Abbildung 2.9 zeigt eine Polstrahllagerung, bei welcher die Lagerausrichtung entsprechend des Pols (allseits festes Lager) angeordnet wird. Der Vorteil dieser Variante ist eine geringere Zwangsbeanspruchung im Brückenquerschnitt. Die Polstrahlen sind in Blau dargestellt.

Ein nicht außer Acht zu lassendes Problem tritt bei schiefwinkligen Brücken auf. Die Lastabtragung schiefwinkliger Brückentragwerke kann zur Folge haben, dass sich abhebbende Kräfte in den Lagern einstellen, zudem sollte das allseits feste Lager immer in der stumpfen Ecke der Brücke angeordnet werden, da es in diesen Bereichen zu abhebenden Lagerkräften kommen kann. [16, S.149]

Brückenpfeiler bzw. Stützen

Neben der Brückenlagerung am Widerlager gibt es zusätzlich die Möglichkeit, die vorhandene Stützweite des Brückentragwerks zu reduzieren, indem Zusatzauflagerungen mittels Pfeilern oder Stützen hergestellt werden.

Die Pfeilerabmessungen in Brückenquerrichtung können über die gesamte Breite des Tragwerks reichen. Für eine bessere Begutachtung der Pfeiler ist oftmals ein Eingang ins Pfeilerinnere vorhanden.

Stützen hingegen sind schlankere Bauelemente und werden vorwiegend dort eingesetzt, wo eine Sichtfreiheit unter dem Brückentragwerk gefordert wird. Hierbei können sich mehrere Stützen in einer zu stützenden Achse befinden.

Die Anordnung der Stützen bzw. der Pfeiler hat einen wesentlichen Einfluss auf das gestalterische Erscheinungsbild einer Brücke. Als Beispiel sei erwähnt, dass es vermieden werden sollte, wenn Stützen bzw. Pfeiler am tiefsten Punkt eines Tales situiert werden, um das optische Erscheinungsbild der Brücke nicht zu beeinträchtigen. Je nach Gründungsverhältnissen werden Flachgründungen oder Tiefgründungen, wie zum Beispiel Bohrpfähle, verwendet. [5, S.437 ff.]

Nachfolgend werden Pfeiler und Stützen vereinfacht als Stützen beschrieben.

Aufgrund ihrer Abmessungen sind Stützen als schlanke Bauteile zu betrachten, aus diesem Grund muss auch als Versagensfall das Stabilitätsproblem betrachtet werden. Neben Normalkräften werden auch Biegemomente und Querkräfte übertragen. Die Knicklänge der Stützen ist abhängig von deren Einspannung im Fußbereich, sowie von deren Verbindung mit dem Tragwerk der Brücke. Werden Stützen starr in das Tragwerk eingespannt, ergibt sich eine geringere Knicklänge als wenn diese mit Lagern mit dem Brückentragwerk verbunden sind. [16, S.152]

Allgemein kann davon ausgegangen werden, dass steife Bauteile mehr Lasten anziehen als weniger steife Bauteile. Wenn es notwendig ist, dass Stützen sehr schlank ausgebildet werden sollen, ist somit darauf zu achten, dass die Zwangskräfte zwischen Stütze und Tragwerk verringert werden.

Bei größeren Stützenlängen wird die Reduktion der Steifigkeit durch die höhere Stützenlänge verursacht, hier ist es möglich, dass Stütze und Tragwerk starr miteinander verbunden werden, ohne dass große Zwangskräfte auftreten.

Bei kleineren bzw. gedrungenen Stützen ist die Steifigkeit aufgrund der geringeren Länge größer als bei langen Stützen. Damit bei kleineren Stützen Zwangskräfte vermieden werden können, ist es notwendig, die Verbindung zwischen Stütze und Tragwerk mittels eines Lagers herzustellen.

2.1.2 Überbau

Der Überbau stellt das eigentliche Tragsystem der Brücke dar. Die Aufgabe des Überbaus ist es, auftretende Lasten (ständige Lasten, veränderliche Lasten und außergewöhnliche Lasten) aufzunehmen und in den Unterbau, speziell in die Widerlager und in die Stützen- bzw. Pfeilerachsen zu, leiten.

Der Überbau kann in folgende Teile gegliedert werden:

- Brückenausrüstung
- Tragwerk bzw. Brückenquerschnitt
- Queraussteifungen (Querträger bzw. Endquerträger)
- Fahrbahnbelag

Brückenausrüstung

Zur Brückenausrüstung gehören sämtliche Bauteile und Gegenstände welche nicht zur Lastabtragung beitragen. Folgende Elemente können der Brückenausrüstung zugeordnet werden (siehe [16, 169 ff.]):

- Absturzsicherungen
- Leiteinrichtungen (Leitschiebe bzw. Schrammbord)
- Entwässerungssysteme (Oberflächenentwässerung bzw. Abdichtungsentwässerung)
- Beleuchtungseinrichtungen
- Fahrbahnbelag
- Fahrbahnübergangskonstruktionen

Querschnittsformen

Im Brückenbau stehen verschiedene Querschnittsvarianten zur Auswahl, deren Wahl von der Belastung der Brücke sowie deren Spannweite abhängig ist. Auf Querschnittsformen von Hängebrücken und Schrägseilbrücken wird in diesem Kapitel nicht eingegangen. Um einen Überblick zu schaffen, werden folgend einige mögliche Querschnittstypen einer Betonbrücke aufgelistet (siehe [16, S.29 ff.]):

- Plattentragwerke
- Walzträger in Beton
- offene Querschnitte mit zwei oder mehreren Hauptträgern
- einzellige oder mehrzellige Kastenquerschnitte

3 Queraussteifungen im Brückenbau

3.1 Allgemein

Queraussteifungen können grundsätzlich in drei verschiedenen Arten ausgeführt werden:

- Querscheiben
- Querrahmen
- Querverbände

Querscheiben werden bei Stahl- und Verbundbrücken sowie bei Betonbrücken eingesetzt. Das Hauptanwendungsgebiet bezieht sich auf den Betonbau, da bei einer Ausführung in Stahlbauweise Beulsteifen an der Stahl- Querscheibe angebracht werden müssen. Damit bei Brückeninspektionsarbeiten der Innenbereich einer Hohlkastenbrücke begutachtet werden kann, ist es notwendig, Querscheiben mit entsprechenden Durchgangsöffnungen zu versehen.

Die Aussteifung bei Querrahmen geht auf die Rahmentragwirkung zurück. Aus diesem Grund ist es unumgänglich, hier einen biegesteifen Rahmen zu verwenden.

[16, S. 41]

Querverbände kommen ausschließlich bei Stahl- und Verbundbrückenbau zum Einsatz. Die Aussteifung des Brückensystems hängt sehr von der gewählten Querschnittsform ab. Beispielsweise ist bei Plattentragwerken nur dann ein Endquerträger erforderlich, wenn große Torsionsbeanspruchungen auftreten oder wenn ein gekrümmtes Tragwerk vorhanden ist. Tragsysteme mit offenen Querschnitten mit zwei oder mehreren Hauptträgern müssen hingegen an bestimmten Stellen mit Queraussteifungen verstärkt werden.

Neben der aussteifenden Wirkung in Brückenquerrichtung bewirken die Querscheiben eine zusätzliche Lastverteilung zwischen den Hauptträgern. Bei sehr großen Hauptträgerabständen kann es mitunter möglich sein, dass große lokale Biegebeanspruchungen in Querrichtung in der Fahrbahnplatte auftreten. Zudem ist die Fahrbahnplatte in diesem Fall nicht mehr in der Lage, eine ausreichend große queraussteifende Wirkung zwischen den Hauptträgern zu erzielen. Damit die Beanspruchungen der Fahrbahnplatte hinsichtlich Biegung lokal verringert werden können und zusätzlich eine queraussteifende Wirkung erzielt wird, werden Querscheiben verwendet.

Die Hauptaufgabe von Queraussteifungen ist die Aufnahme von Querkräften und Torsionskräften sowie die Weiterleitung dieser Kräfte in die Brückenlager. Zudem haben Queraussteifungen eine lastverteilende Wirkung.

Ausführungsart und Positionierung der Querscheiben bzw. Querverbände oder Querträger hängen von mehreren Faktoren ab.

Einerseits spielt das Material der Brücke (Beton-, Holz-, Stahl- und Verbundbrücken) eine wesentliche Rolle.

Neben dem Brückenmaterial fließen auch die Geometrie des Grundrisses (gerade, gekrümmt oder schief bzw. schräg) sowie die gewählte Querschnittsform in die Anordnung der Queraussteifungen mit ein. Tragwerke gekrümmter Brückengrundrisse werden schon alleine durch das Eigengewicht einer großen Torsionsbeanspruchung unterzogen. Damit eine entsprechende Ableitung der Torsionskräfte in die Auflager möglich ist, sind Queraussteifende Bauteile notwendig.

In Abbildung 3.1 wird eine im Grundriss gekrümmte Brücke dargestellt. Wie oben erwähnt, ergibt sich aus der Geometrieform bereits eine große Torsionsbeanspruchung. Diese Torsionsbeanspruchung lässt sich wie folgt bestimmen:

$$M_T = G * e \quad (3.1)$$

M_T Torsionsmoment aufgrund der Ausmitte der resultierenden Eigengewichtskraft

G Eigengewicht der Brücke

e Ausmitte bezogen auf die Brückenachse

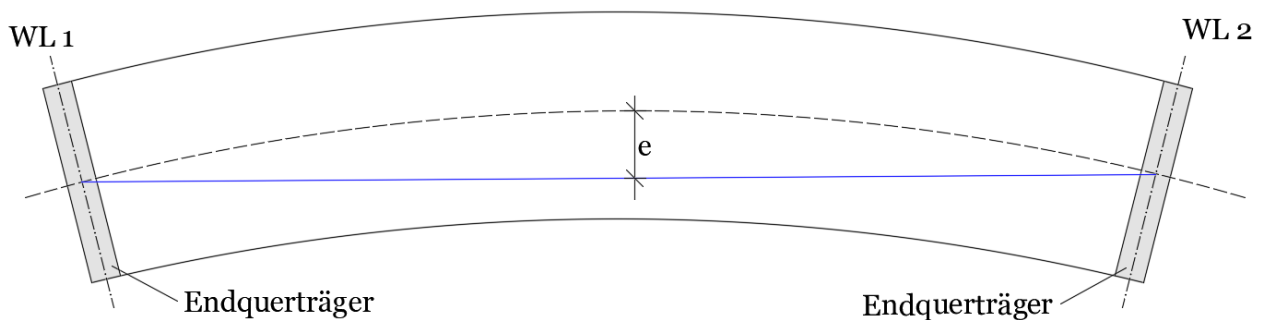


Abbildung 3.1: Gekrümmter Brückengrundriss

3.1.1 Queraussteifungen bei Betonbrücken

Wie in Kapitel 3.1 beschrieben wird, werden im Betonbau fast zur Gänze Querscheiben für die Queraussteifung des Tragwerks verwendet. Im Betonbrückenbau werden die Betonquerscheiben als Querträger bzw. in den Widerlagern als Endquerträger bezeichnet. Die Querscheiben werden in den meisten Fällen in Ortbetonausführung auf der Baustelle hergestellt. Aus diesem Grund ist es notwendig, für jeden Querträger bzw. Endquerträger eine Schalung aufzustellen. Der Schalaufwand sowie der Personalaufwand bei der Herstellung der Schalung ist bei diesen Bauteilen in den meisten Fällen sehr hoch. Aufgrund dessen, dass queraussteifende Bauteile hoch beansprucht sind, ist der Bewehrungsaufwand bzw. die Bewehrungsmenge sehr hoch und somit werden die Baukosten von der Anzahl an Querträgern erheblich beeinflusst.

In den meisten Fällen (bei nicht im Grundriss gekrümmten Systemen) treten in den Feldbereichen einer Brücke geringere Torsionsbeanspruchungen auf als in den Lagerachsen bzw. Stützenachsen. Infolgedessen ist ein im Feld situierter Querträger nicht bzw. nur sehr gering wirksam, was in keiner Relation zum Herstellungsaufwand steht. Angesichts dessen, dass bei sehr vielen Brücken Kabelleitungen bzw. Rohre verlegt werden, ist es notwendig, bei den jeweiligen Querträgern Durchbrüche herzustellen. Die Herstellung solcher Durchbrüche ist sehr kostenintensiv und sollte somit möglichst vermieden werden.

In Kapitel 3.1 wird vermerkt, dass Anordnung bzw. Anzahl sowie Notwendigkeit der Querträger stark von der Wahl des Brückenquerschnitts abhängig ist. Nachfolgend wird kurz auf die Notwendigkeit bzw. auf die Anordnung der Querträger in Abhängigkeit der meist verwendeten Querschnittstypen eingegangen. Die Gemeinsamkeit aller Querschnittstypen liegt in der unumgänglichen Anordnung von Endquerträgern im Widerlagerbereich.

Queraussteifungen bei Vollplatten

Die einzige Ausnahme hinsichtlich der erforderlichen Querverbandsanordnung ist der Vollplattenquerschnitt, bei dieser Querschnittsform werden eigens ausgebildete Endquerträger nur im Falle von großen Torsionsbeanspruchungen, welche meist mit einer Krümmung der Brücke im Grundriss einhergehen, benötigt. [14, S. 5]



Abbildung 3.2: Vollplattenquerschnitt mit Endquerträger

In Abbildung 3.2 ist ein Vollplattenquerschnitt im Feldbereich mit Ansicht auf den Endquerträger im Auflagerbereich dargestellt.

Queraussteifungen bei einsteigigen Plattenbalken

Grundsätzlich werden einsteigige Plattenbalkenquerschnitte (Abbildung 3.3) bei Brücken mit geringer Breite und geringeren Beanspruchungen, beispielsweise bei Fußgängerbrücken, verwendet. Dieser Querschnitt bietet aufgrund seiner Offenheit nur eine sehr geringe Torsionssteifigkeit. Aufgrund dessen ist es zwingend erforderlich, dass massive Endquerträger in den Widerlagerbereichen angeordnet werden, um die auftretende Torsionsbeanspruchung aufnehmen zu können. [14, S. 6]

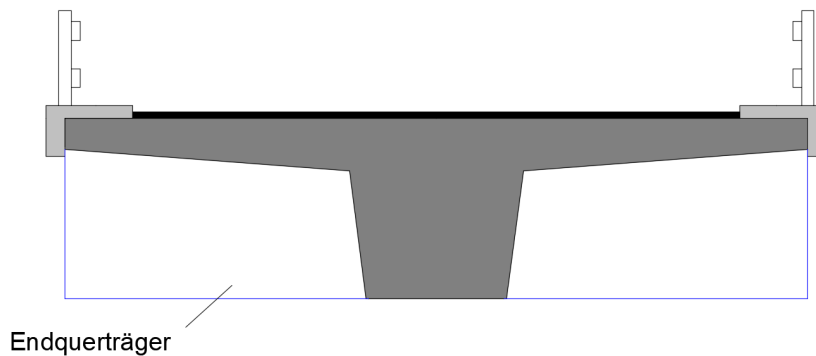


Abbildung 3.3: Einsteiger Plattenbalkenquerschnitt mit Endquerträger

Queraussteifungen bei zwei- und mehrstegigen Plattenbalken

Ein Vorteil mehrstegiger Querschnitte (Abbildung 3.4) ist, dass der Achsabstand der Hauptträger reduziert werden kann. Aufgrund des reduzierten Abstandes der Träger wird die Biegebeanspruchung der Fahrbahnplatte reduziert. Dies hat zur Folge, dass die Fahrbahnplatte in den meisten Fällen in der Lage ist, die Querverteilung der Last ohne

zusätzliche Querträger im Feldbereich zu ermöglichen. Im Auflagerbereich sowie im Stützenquerschnitt sind Querträger bzw. Endquerträger erforderlich.

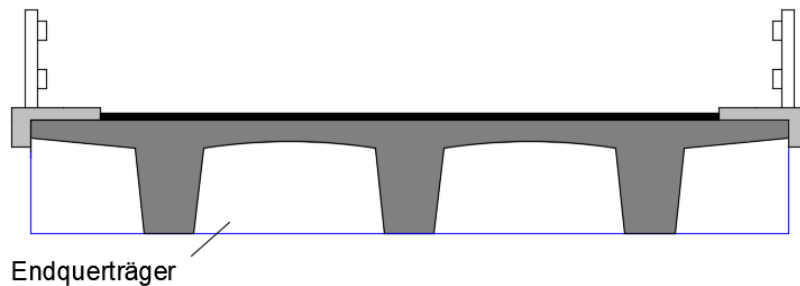


Abbildung 3.4: Mehrstegiger Plattenbalkenquerschnitt mit Endquerträger

Queraussteifungen bei Hohlkastenquerschnitten

Hohlkastenquerschnitte werden bei sehr großen Stützweiten und Beanspruchungen eingesetzt. Aus diesem Grund ist es notwendig, in Bereichen mit großer Lastkonzentration, im Auflagerbereich und über den Stützen bzw. Pfeilern, Querträger in Form von Querscheiben anzuordnen.

Für die Inspektion der Brücke müssen zusätzlich Durchgangsöffnungen in der Querscheibe berücksichtigt werden. [14, S. 11]

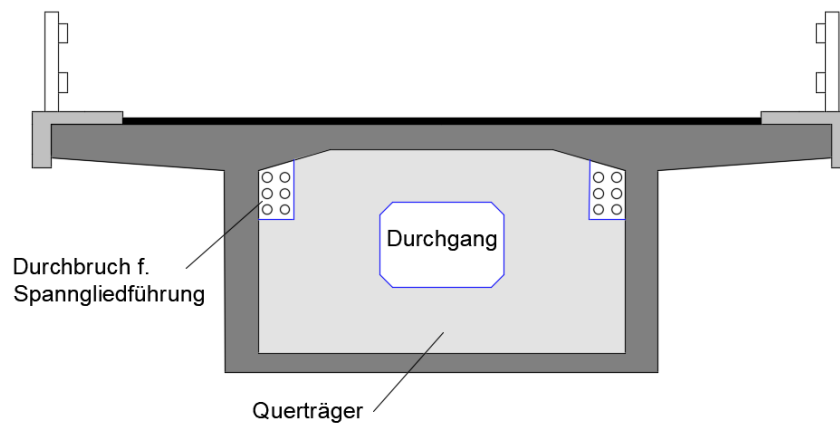


Abbildung 3.5: Hohlkastenquerschnitt mit Querträger

In Abbildung 3.5 ist ein Hohlkastenquerschnitt im Stützbereich der Brückenlängsachse dargestellt. Die hellgrau schraffierten Flächen zeigen den Schnitt durch den Querträger und dessen notwendige Öffnungen bzw. Aussparungen.

3.2 Lastabtragung über den Querträger

In diesem Kapitel wird näher auf die Lastabtragung bzw. auf den Kraftfluss zwischen Last und Querträger eingegangen. Um dies besser erläutern zu können, wird im Anschluss ein allgemeines Beispiel betrachtet.

Für dieses Beispiel wird eine einfeldrige Brücke mit geradem Grundriss gewählt, der Querschnitt wird als zweistegiger Plattenbalken hergestellt. Damit die Lastabtragung von der Stelle der Belastung bis hin zum Querträger bzw. Endquerträger besser dargestellt werden kann, werden vorweg folgende Annahmen getroffen:

- Die Fahrbahnplatte besitzt in Querrichtung eine Biegesteifigkeit, welche gegen unendlich geht.
- Zwischen den Querverbänden übernimmt die Fahrbahnplatte die Lastverteilung zwischen den Hauptträgern.
- Die Steifigkeit der Fahrbahnplatte in Längsrichtung wird mit 0% angesetzt.
- Die Last wird unabhängig von deren Angriffspunkt gleichmäßig auf die beiden Hauptträger verteilt.
- Die Torsionssteifigkeit der Hauptträger wird mit 100 % angesetzt und ist über die Nutzungszeit konstant.
- Die Rissbildung in den Hauptträgern und in den Querverbänden wird vernachlässigt.
- Die Lasteinleitung in die Querverbände erfolgt nur über die Hauptträger.
- Die Torsionsbelastung wird gleichmäßig von beiden Hauptträgern abgetragen.
- Das Eigengewicht des Systems wird vernachlässigt

Um eine bessere Übersicht über das System zu erhalten, werden die Hauptträger sowie die Querträger bzw. Endquerträger als Rechteckquerschnitt modelliert.

Abbildung 3.6 stellt das gesamte System als 3D-Modellierung dar.

Das allseits feste Lager wird am Widerlager 1 angeordnet. Auf eine genaue Darstellung der Widerlager wird verzichtet, da diese für den Lastfluss nicht von Bedeutung sind. Für eine bessere Übersicht wird die Fahrbahnplatte (hier mit blauen Linien dargestellt) durchsichtig dargestellt.

Da es sich hier um ein allgemeines Beispiel handelt, werden keine Zahlenwerte verwendet. Zudem wird auf eine mittelbare Lagerung zurückgegriffen. Für weitere Informationen siehe [6, S.181 ff.].

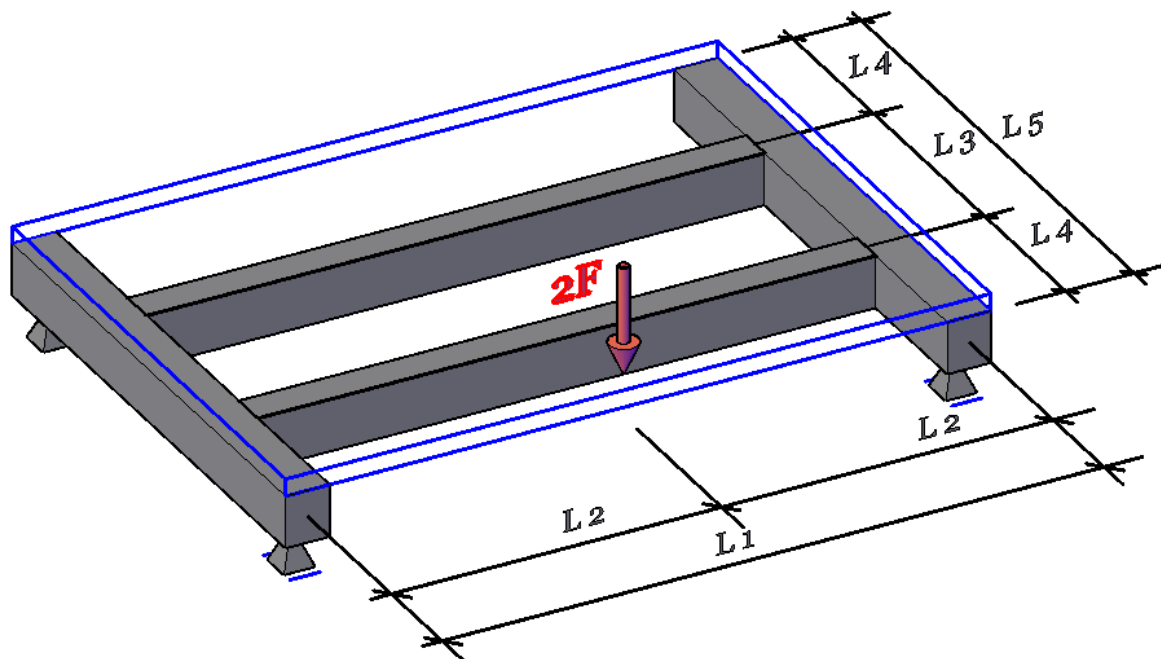


Abbildung 3.6: 3D-System des Tragmodells

Querkraft- und Biegebeanspruchung des Endquerträgers

Das 3D- System (Abbildung 3.6) wird mit einer exzentrischen Belastung versehen, welche eine Querkraftsbeanspruchung sowie eine Torsionsbeanspruchung der Endquerträger hervorruft. Die Belastung wird als Einzelkraft (rot dargestellt) aufgebracht. Wird das in Abbildung 3.6 dargestellte System global betrachtet, so findet keine Torsion der Endquerträger statt, da sich diese auf den Lagern ungehindert verdrehen können. Lokal betrachtet liefert die in Abbildung 3.6 angesetzte, unsymmetrische Last eine unterschiedliche Beanspruchung der Hauptträger und somit eine Torsionsbeanspruchung der Endquerträger.

- L_1 Achsabstand der Queraussteifungen
- L_3 Achsabstand der Hauptträger
- L_4 Randabstand Hauptträger-Endquerträgerrand
- L_5 Querträger- bzw. Endquerträgerlänge
- F ausmittige Belastung

Aufgrund der Symmetrie des Systems werden beide Widerlager mit der gleichen Last beaufschlagt. Der Lasteinflussbereich teilt sich gleichmäßig auf das System auf. Infolgedessen wird nur ein Quersystem betrachtet, da die Vorgehensweise bei allen Queraussteifungen identisch ist. Betrachtet wird der Endquerträger beim Widerlager 1. Im Anschluss wird ein Querschnitt des Systems dargestellt, um den Lastfluss zwischen Belastungspunkt und Hauptträger zu symbolisieren, folgende Bezeichnungen werden hier verwendet.

- e Lastausmitte
- L_3 Achsabstand der Hauptträger
- b_{HT} Breite der Hauptträger
- M_T Torsionsmoment

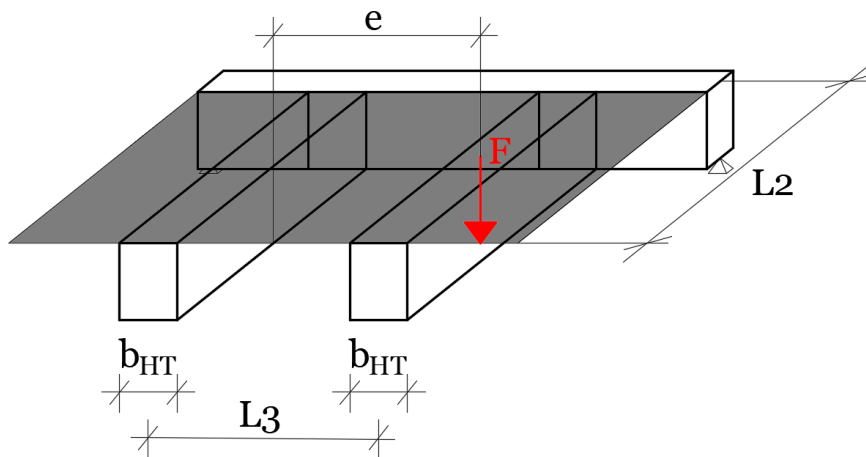


Abbildung 3.7: Einflussbereich des Endquerträgers

Abbildung 3.7 zeigt den Einflussbereich des betrachteten Querträgers. Die ausmittige Last kann um den Abstand e in den Schwerpunkt der beiden Hauptträger verschoben werden, da zu Beginn angenommen wird, dass sich die Last gleichmäßig auf beide Hauptträger verteilt sowie dass die Fahrbahnplatte die Last in Feldmitte gleichmäßig auf beide Hauptträger verteilt. Jedoch ist zu berücksichtigen, dass eine Verschiebung einer Kraft von ihrem Angriffspunkt weg ein zusätzliches Moment erzeugt. In diesem Fall ist dieses Moment ein Torsionsmoment. Diese Vorgehensweise ist in Abbildung 3.8 ersichtlich.

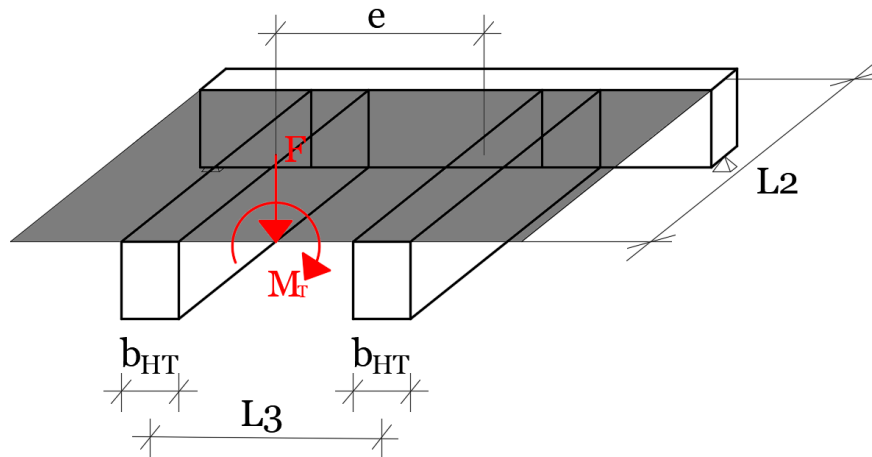


Abbildung 3.8: Einflussbereich des Endquerträgers - verschobene Kraft

Das Torsionsmoment errechnet sich zu $M_T = F * e$. Im nächsten Schritt werden die vertikale Last F sowie das Torsionsmoment M_T auf die beiden Hauptträger aufgeteilt, was in Abbildung 3.9 gezeigt wird. Hierfür wird das Torsionsmoment in ein Kräftepaar zerlegt, dessen Einzelkräfte mit unterschiedlichen Vorzeichen in den Achsen der Hauptträger wirken.

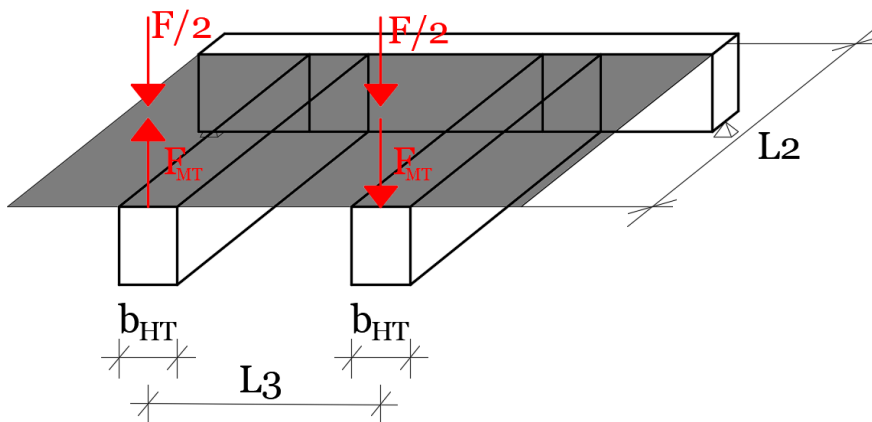


Abbildung 3.9: Einflussbereich des Endquerträgers - Kraft- und Momentenaufteilung

Das Kräftepaar aus dem Torsionsmoment M_T errechnet sich wie folgt:

$$F_{MT} = \frac{M_T}{L_3} = \frac{F * e}{L_3} \quad (3.2)$$

Es kann eine vertikale Kräftesumme gebildet und eine resultieren Kraft errechnet werden, die auf die jeweiligen Hauptträger wirkt:

$$F_{HT1} = -F_{MT} + \frac{F}{2} = -\frac{F * e}{L_3} + \frac{F}{2} = F * \left(-\frac{e}{L_3} + 0,5\right) \quad (3.3)$$

$$F_{HT2} = F_{MT} + \frac{F}{2} = \frac{F * e}{L_3} + \frac{F}{2} = F * \left(\frac{e}{L_3} + 0,5\right) \quad (3.4)$$

Um die Richtung der Kraftwirkung zu fixieren, wird das Verhältnis von $\frac{e}{L_3} > 0,5$ gewählt. Aufgrund der Weiterleitung der Kräfte in den Querträger werden diese jetzt an ihrem Angriffspunkt am Querträger dargestellt. Die endgültige Belastung des Endquerträgers wird in Abbildung 3.10 gezeigt. Die Größe der Lagerkräfte in den Auflagern unter dem Endquerträger sind einerseits von der Belastung abhängig, andererseits auch vom Achsabstand der Lager selber. Je größer die Abstände der Lager sind, desto geringer werden die Lagerkräfte.

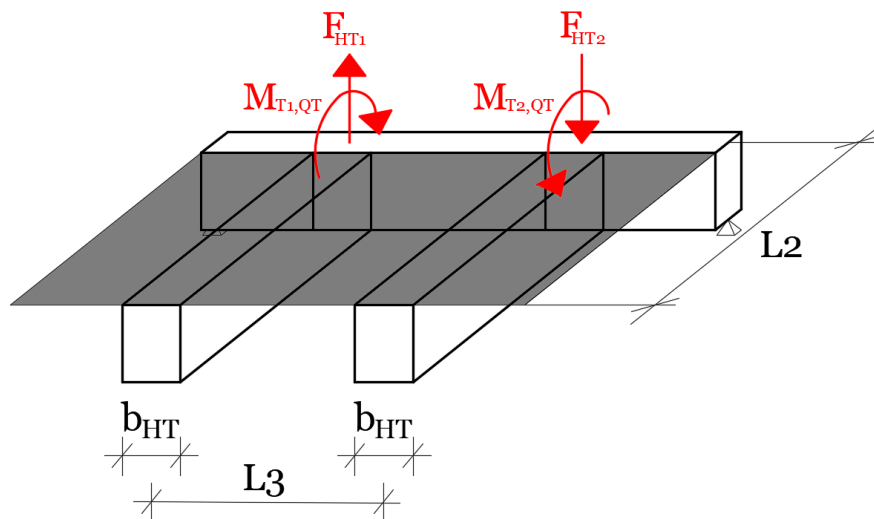


Abbildung 3.10: Belastung des Endquerträgers

Diese idealisierte Belastung liefert nun eine Momentenbeanspruchung, eine Querkraftbeanspruchung sowie eine Torsionsbeanspruchung des Endquerträgers. Der Grund für die Torsionsbeanspruchung wird nachfolgend erläutert.

Torsionsbeanspruchung des Endquerträgers

Betrachtet man Abbildung 3.10, so ist sehr gut zu erkennen, dass die Exzentrizität der in Abbildung 3.6 aufgebrachten Belastung zu einer unterschiedlichen Beanspruchung der Hauptträger führt. Aufgrund dieser unterschiedlichen Beanspruchung wird der Endquerträger durch zwei, an den Anschlussstellen zwischen Endquerträger und Hauptträger auftretenden, Torsionsmomente belastet, welche sich wie folgt berechnen lassen:

$$M_{T1,QT} = F_{HT1} * L_2 = F * \left(-\frac{e}{L_3} + 0,5\right) * L_2 \quad (3.5)$$

$$M_{T2,QT} = F_{HT2} * L_2 = F * \left(\frac{e}{L_3} + 0,5\right) * L_2 \quad (3.6)$$

Grundsätzlich können zwei Arten von Torsionsbeanspruchungen unterschieden werden. Gleichgewichtstorsion und Verträglichkeitstorsion. Für eine bessere Erläuterung werden zwei fiktive Querschnitte, Querschnitt 1 und Querschnitt 2 eingeführt.

Zur Verträglichkeitstorsion kommt es, wenn bei statisch unbestimmten Systemen Torsionsbeanspruchungen auftreten. Wenn die Verdrehung eines Querschnittes (Querschnitt 1) des statisch unbestimmten Systems nur deswegen auftritt, weil sich ein anderer Querschnittsteil (Querschnitt 2) bezüglich seiner Belastung verdreht bzw. verschiebt, so entsteht die Verdrehung des 2. Querschnittes nur aufgrund von Verträglichkeit bzw. Verformungskompatibilität. Aus diesem Grund wird hier von Verträglichkeitstorsion gesprochen. Dies hat zur Folge, dass die Tragfähigkeit eines Systems beim Vernachlässigen der Verträglichkeitstorsion nicht gefährdet wird.

Im Gegensatz zur Verträglichkeitstorsion steht die Gleichgewichtstorsion. Bei der Gleichgewichtstorsion ist das reaktive Torsionsmoment bzw. das Torsionswiderstandsmoment des Querschnittes, welches sich nach einer Beanspruchung dessen als Reaktionsmoment einstellt, zwingend erforderlich, um ein Kollabieren des statischen Systems zu vermeiden.

In dem in Abbildung 3.6 dargestellten System ergibt sich wie oben beschrieben eine Gleichgewichtstorsion in den Endquerträgern aufgrund der unterschiedlichen Belastung der Hauptträger. Nachfolgend in Abbildung 3.11 werden zwei Systeme dargestellt, die den Unterschied zwischen Verträglichkeitstorsion und Gleichgewichtstorsion verdeutlichen.

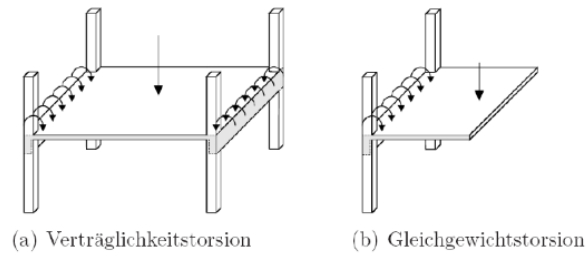


Abbildung 3.11: Verträglichkeitstorsion-Gleichgewichtstorsion Übersicht [15, S.16]

3.3 Voruntersuchungen des Endquerträgers

Allgemeine Grundlagen

Die Grundlage einer Berechnung liefert die Abbildung der Wirklichkeit in ein Modell, an welchem in späterer Folge sämtliche Untersuchungen durchgeführt werden. Je genauer das reale System in einem Modell abgebildet wird, desto besser stimmen die berechneten Ergebnisse mit dem wirklichen Tragverhalten der Bauteile überein, jedoch steigt hiermit auch der erforderliche Zeit- und Wissensaufwand.

Bei der Abbildung allgemeiner Komponenten eines Systems ist darauf zu achten, dass die eigentliche Systeminformation nicht verloren geht bzw. dass alle Informationen des realen Systems auch in das Modellsystem mitübernommen werden, da es sonst nicht möglich ist, die Wirklichkeit detailgetreu abzubilden.

Wird ein reales System abgebildet, indem es in mehrere kleinere Einzelsysteme zerlegt wird, ist zu berücksichtigen, dass die Randbedingungen der Einzelsysteme so gewählt werden, dass das reale Tragverhalten wiedergegeben wird. Die Randbedingungen der einzelnen Systeme werden durch deren Lagerwertigkeiten sowie Beanspruchungen definiert. Um die Grundlagen der Modellbildung besser zu verdeutlichen, wird anschließend ein kurzes Beispiel erläutert. Damit einzelne Systemkomponenten realitätsnah abgebildet werden können, muss unter anderem deren Geometrie mitberücksichtigt werden. In diesem Zusammenhang ist es notwendig zu überprüfen, ob Systeme als 2D- oder 3D Element modelliert werden müssen.

Als einfaches Beispiel wird eine Betonstütze betrachtet, welche an deren Ober- und Unterseite jeweils in einer Stahlbetondecke eingespannt ist.

Diese Stütze wird als losgelöstes Teilsystem eines Gesamtsystems betrachtet. Aufgrund der Stützengeometrie ist es möglich, die Stütze als 2D-Stabsystem abzubilden, was zugleich der Modellbildung des realen Systems entspricht. Um die realen Randbedingungen des modellierten Systems abbilden zu können, wird die modellierte Stütze an beiden Seiten gelagert. Aufgrund der starren Eigenschaften des Betons kann die Stütze an beiden Seiten als eingespannt betrachtet werden, was jedoch nicht das exakte Verhalten dieser Randbedingung widerspiegelt. Wenn ein wirklichkeitsnahes Modell gefordert wird, ist es notwendig, die starre Einspannung durch eine Momentenfeder zu ersetzen, da selbst Beton keine Einspannung der Stütze zu 100% liefert, Grund hierfür ist unter anderem die auftretende Rissbildung.

Die Belastung, welche auf die Stütze übertragen wird, muss als nächste Randbedingung definiert und am modellierten System angesetzt werden. Die Größe der Belastung muss an einem anderen Teilsystem ermittelt werden, dies wird hier nicht weiter behandelt.

Querschnittsabbildung des Endquerträgers

In diesem Kapitel wird auf die Abbildung des Endquerträgers sowie auf die Wahl eines geeigneten statischen Systems eingegangen. Die Randbedingungen hinsichtlich der Lagerung des Endquerträgers sowie dessen Anbindung an das Tragwerk bzw. an die Hauptträger und Fahrbahnplatte werden nachfolgend betrachtet.

Damit die Geometrie des Endquerträgers beschrieben werden kann, werden folgende Abmessungen bzw. Bezeichnungen eingeführt (siehe Abbildung 3.12).

b_{EQT}	Breite des Endquerträgers
h_{EQT}	Höhe des Endquerträgers
l_{EQT}	Gesamtlänge des Endquerträgers
$b_{eff,EQT}$	Mitwirkende Plattenbreite des Endquerträgers
h_{FBP}	Höhe der Fahrbahnplatte
b_{QT}	Breite des Querträgers
h_{QT}	Höhe des Querträgers
l_{QT}	Gesamtlänge des Querträgers
$b_{eff,QT}$	Mitwirkende Plattenbreite des Querträgers

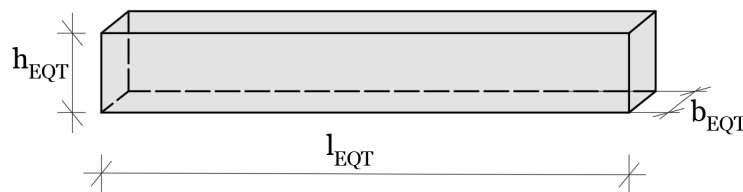


Abbildung 3.12: Endquerträger bzw. Querträger - allgemeine Abmessungen

Damit der Querträger als Einzelbauteil betrachtet werden kann, muss darauf geachtet werden, dass dessen Querschnittsabbildung bzw. die Wahl des Endquerträgerquerschnittes so ausgeführt wird, dass keine Verletzungen der Randbedingungen zu den angrenzenden Systemen auftreten.

Queraussteifende Bauteile stehen im engen Zusammenhang mit der Fahrbahnplatte sowie mit dem Haupttragsystem in Brückenlängsrichtung, wie beispielsweise dem Hauptträger eines offenen Querschnittes. Wird als Beispiel ein offenes Quersystem mit zwei Hauptträgern betrachtet, so liefern Querträger bzw. Endquerträger, Hauptträger und Fahrbahnplatte ein gemeinsames Tragsystem.

Wegen der vorhandenen Anschlussbewehrung zwischen Querträger und Hauptträger bzw. zwischen Querträger und Fahrbahnplatte ist es möglich, den Querträger bzw. Endquerträger als vollkommen integriertes Bauteil im Tragwerk zu betrachten.

Damit das gemeinsame Tragverhalten von Querträger, Haupttragsystem und Fahrbahnplatte korrekt abgebildet werden kann, müssen bei der Modellbildung zwei Bereiche unterschieden werden - Endquerträger im Widerlagerbereich sowie Querträger im Stütz-
bereich. [14, S. 14]

Bei der Modellierung des Endquerträgers wird meistens auf die Wahl eines Plattenbalkenquerschnittes verzichtet und ein rechteckiger Querschnitt gewählt, da dieser Ansatz auf der sicheren Seite liegt. Genau genommen würde sich im Widerlagerbereich nur ein einseitiger Plattenbalkenquerschnitt ausbilden da im Gegensatz zum Feldbereich nur an einer Seite des Endquerträgers die Fahrbahnplatte angeschlossen ist. Die Ausbildung des Plattenbalkenquerschnittes beruht auf der Verbindung zwischen Endquerträger und Fahrbahnplatte. Die Fahrbahnplatte kann mit der mitwirkenden Plattenbreite ($b_{eff,EQT}$) (da nur ein einseitiger Plattenbalkenquerschnitt ausgebildet werden kann) berücksichtigt werden. Abbildung 3.13 zeigt die Modellbildung eines Endquerträgerquerschnittes mittels einseitigem Plattenbalkenquerschnitt im Widerlagerbereich.

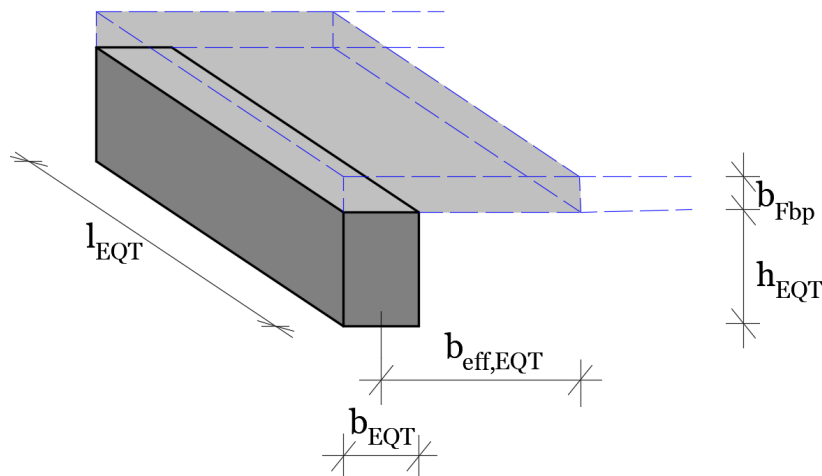


Abbildung 3.13: Endquerträger Widerlagerbereich - einseitiger Plattenbalkenquerschnitt (3D Darstellung)

Den Gegensatz zur Modellierung als einseitiger Plattenbalkenquerschnitt stellt der Ansatz des rechteckigen Balkenquerschnittes dar (siehe Abbildung 3.14). Bei dieser Variante wird die zusätzliche Tragwirkung der anschließenden Fahrbahnplatte nicht berücksichtigt und liefert somit konservative Ergebnisse.

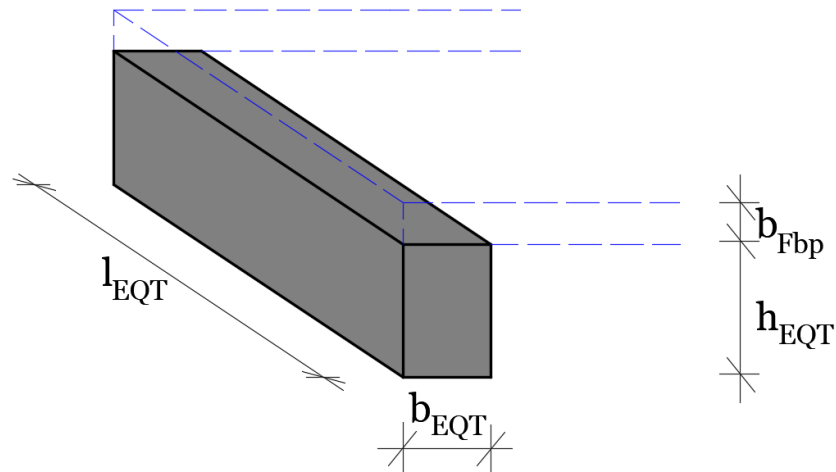


Abbildung 3.14: Endquerträger Widerlagerbereich - Rechteckquerschnitt (3D Darstellung)

Querträger im Feldbereich bzw. im Stützbereich schließen an zwei Seiten an die Fahrbahnplatte an, wie in Abbildung 3.15 gezeigt. Aus diesem Grund wird der Querschnitt eines Querträgers in diesen Bereichen der Brücke als Plattenbalkenquerschnitt modelliert, da dieser das reale Tragverhalten am besten abbildet.

Die Fahrbahnplattenteile, welche bis zum Bereich bis $b_{eff,QT}$ vom Querträger entfernt sind, können bei der Lastabtragung dem Querträger zugeordnet werden.

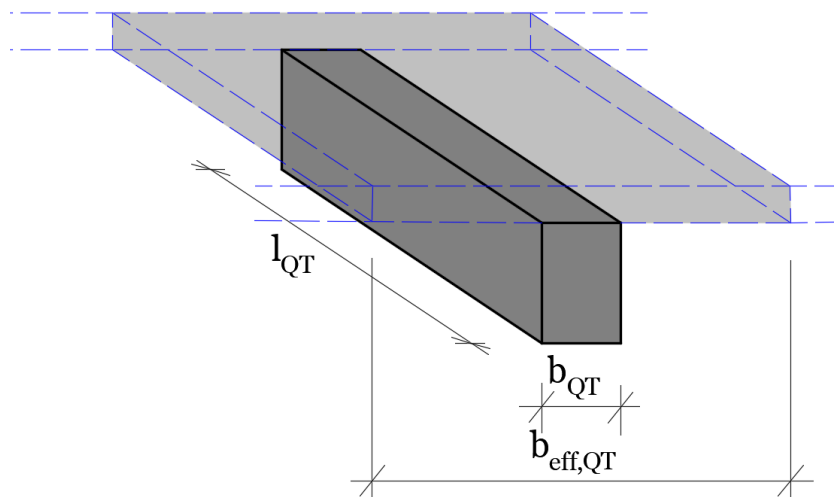


Abbildung 3.15: Endquerträger Stützbereich - Plattenbalkenquerschnitt (3D Darstellung)

Statisches System des Endquerträgers

Querträger sind unter anderem biegebeanspruchte Bauteile, aus diesem Grund ist es sinnvoll, wenn die Beziehung $h_{EQT} > b_{EQT}$ eingehalten wird, zudem kommen in den meisten Fällen folgende Bauteilabmessungen zu tragen: $l_{EQT} > h_{EQT} > b_{EQT}$

Wie bereits erwähnt, ergibt sich aufgrund der vorhandenen Anschlussbewehrung zwischen Endquerträger und Hauptträger eine biegesteife Verbindung zwischen den beiden Bauteilen. Aufgrund dieser Verbindung können Normalkräfte, Querkkräfte sowie Momente übertragen werden, was bei der Berechnung eines einzelnen, rausgelösten, Endquerträgers zu berücksichtigen ist. Nachfolgend wird in Abbildung 3.16 die Kraftübertragung des freigeschnittenen Endquerträgers dargestellt.

h_{HT} Höhe des Hauptträgers

l_{HT} Länge des Hauptträgers

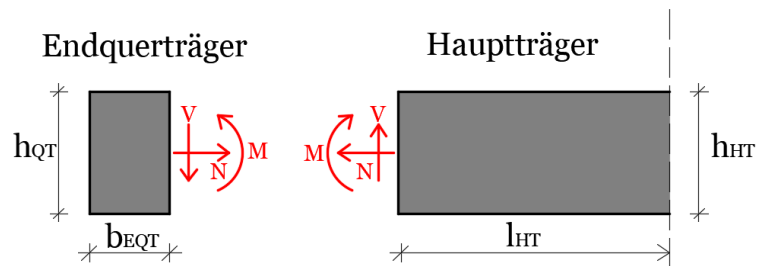


Abbildung 3.16: Kraftübertragung zwischen Endquerträger und Hauptträger

3.4 Vorbemessung eines Endquerträgers

Die Vorbemessung wird in Anlehnung an [6, S.181 ff.] durchgeführt. In diesem Kapitel wird ein Bemessungsbeispiel eines Endquerträgers mittels analytischer Berechnung gezeigt. Die theoretischen Grundlagen der Lastabtragung bzw. des Lastflusses zwischen Belastung und Endquerträger sind bereits in Kapitel 3.2 beschrieben. Dieses Beispiel liefert die Vorgehensweise einer Vorbemessung des Endquerträgers, auf eine Detailbemessung wird hier verzichtet. Die Bemessung erfolgt für den Grenzzustand der Tragfähigkeit, anschließend wird ein Rissbreitennachweis sowie eine Spannungsbegrenzung geführt.

3.4.1 Brückensystem

Als Tragsystem wird ein zweistegiger Plattenbalkenquerschnitt verwendet. In Abbildung 3.17 ist das Längssystem dargestellt, in Abbildung 3.18 das Quersystem. Als Vereinfachung für die Handrechnung wird auf eine Ausrundung der Fahrbahnplatte im Zwischenbereich der Hauptträger bzw. auf eine Abschrägung der Kragträger verzichtet. Das Längssystem wird nur einseitig dargestellt, da es symmetrisch ist.

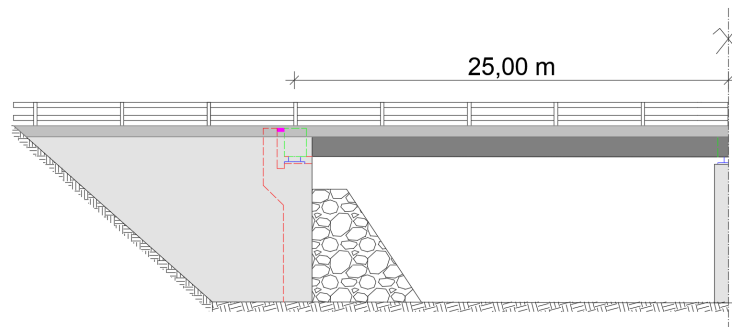


Abbildung 3.17: Längssystem

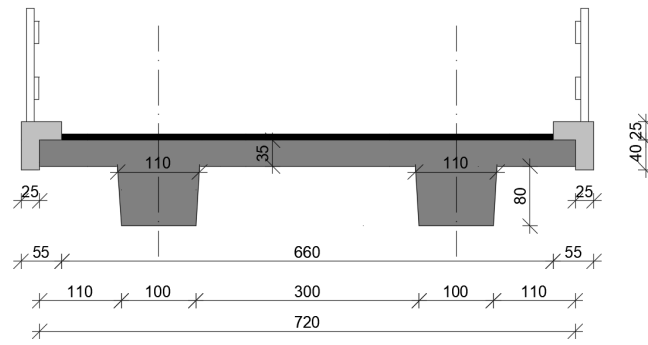


Abbildung 3.18: Quersystem (Maße in cm)

3.4.2 Bauteilabmessungen

$b_{1,RB} = 0,25 \text{ m}$	Breite des ersten Randbalkenabschnitts
$b_{2,RB} = 0,30 \text{ m}$	Breite des zweiten Randbalkenabschnitts
$h_{1,RB} = 0,65 \text{ m}$	Höhe des ersten Randbalkenabschnitts
$h_{2,RB} = 0,25 \text{ m}$	Höhe des zweiten Randbalkenabschnitts
$l_{RB} = 1,00 \text{ m}$	Länge des Randbalkens in Brückenlängsrichtung
$b_{1,HT} = 1,10 \text{ m}$	obere Breite des Hauptträgers
$b_{2,HT} = 1,00 \text{ m}$	untere Breite des Hauptträgers
$h_{HT} = 0,80 \text{ m}$	Höhe des Hauptträgers
$h_{FBP} = 0,35 \text{ m}$	Höhe der Fahrbahnplatte
$b_{FBP} = 1,00 \text{ m}$	Breite der Fahrbahnplatte in Brückenlängsrichtung
$l_{FBP} = 7,20 \text{ m}$	Länge der Fahrbahnplatte in Brückenquerrichtung
$l_{Feld} = 25,00 \text{ m}$	Feldlänge
$b_{FB} = 6,60 \text{ m}$	Breite der Fahrbahn in Brückenquerrichtung
$l_{EQT} = 7,20 \text{ m}$	Länge des Endquerträgers
$b_{EQT} = 1,00 \text{ m}$	Breite des Endquerträgers
$h_{EQT} = 1,15 \text{ m}$	Höhe des Endquerträgers
$l_{FBB} = 6,60 \text{ m}$	Länge des Fahrbahnbelages in Brückenquerrichtung

3.4.3 Materialkennwerte

Beton

- C 35 / 45
- $f_{ck} = 35 \text{ MN/m}^2$
- $\alpha_{cc} = 1,0$
- $\gamma_{Beton} = 1,50$
- $\gamma_c = 25,00 \text{ kN/m}^3$

- $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_{\text{Beton}}} * \alpha_{cc} = \frac{35}{1,5} * 1,0 = 23,34 \text{ MN/m}^2$

Betonstahl

- B 550 B
- $f_{yk} = 550 \text{ MN/m}^2$
- $f_{ctm} = 3,2 \text{ MN/m}^2$
- $\gamma_s = 1,15$
- $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{550}{1,15} = 478 \text{ MN/m}^2$

3.4.4 Lastaufstellung - Allgemein

Ständige Lasten

Randbalken

Für die Berechnung des Randbalkeneigengewichtes wird der Randbalken in zwei separate Flächen aufgeteilt. Das Exzentrische Moment, welches durch die Ausmitte des Schwerpunktes des ersten Randbalkenquerschnittteils entsteht, wird vernachlässigt. Die Belastungen beziehen sich auf die Richtung in Brückenlängsrichtung.

$$g_{1,RB} = h_{1,RB} * b_{1,RB} * l_{RB} * \gamma_c = 0,65 * 0,25 * 1,0 * 25 = 4,06 \text{ kN/m} \quad (3.7)$$

$$g_{2,RB} = h_{2,RB} * b_{2,RB} * l_{RB} * \gamma_c = 0,30 * 0,25 * 1,0 * 25 = 1,88 \text{ kN/m} \quad (3.8)$$

$$g_{RB} = g_{1,RB} + g_{2,RB} = 4,06 + 1,88 = 5,94 \text{ kN/m} \quad (3.9)$$

Geländer

Für die Belastung der Brücke zufolge des Geländereigengewichtes wird eine konstante Streckenlast von $g_{Gel.} = 1,0 \text{ kN/m}$ angenommen. Auch hier wird das Zusatzmoment aufgrund der Lastausmitte des Geländers vernachlässigt.

Straßenbelag

In Tabelle 3.1 ist der Aufbau des Straßenbelages angeführt.

Tabelle 3.1: Straßenbelag

Belag	Belagsstärke [m]	Wichte[kN/m ³]	Flächengewicht [kN/m ²]
Splittmastixasphalt	0,04	22,00	0,88
Gussasphalt	0,04	25,00	1,00
Abdichtung Bitumen	0,05	1,00	0,05
Oberflächenunebenheiten	-	-	0,57

$$g_{Belag} = 0,88 + 1,0 + 0,05 + 0,57 = 2,50 \text{ kN/m}^2 \quad (3.10)$$

Fahrbahnplatte

$$g_{FBP} = \gamma_c * h_{FBP} = 25 * 0,35 = 8,75 \text{ kN/m}^2 \quad (3.11)$$

Hauptträger

Die Belastungen der Hauptträger werden als Linienlast in Brückenlängsrichtung aufgebracht. Für die Querschnittsflächenberechnung der Hauptträger wird mit einer mittleren Breite gerechnet. Auf die Berücksichtigung der Hauptträger als Plattenbalkenquerschnitt wird hier verzichtet, da dies für die Bemessung des Endquerträgers nicht von Bedeutung ist.

$$g_{HT} = \frac{b_{1,HT} + b_{2,HT}}{2} * h_{HT} * \gamma_c = \frac{1,10 + 1,00}{2} * 0,80 * 25,00 = 21,00 \text{ kN/m} \quad (3.12)$$

Veränderliche Lasten

In diesem Beispiel werden ausschließlich Lasten aus dem Lastmodell 1 nach ÖNORM EN 1991-2 [12] und nach ÖNORM B 1991-2 [9] angesetzt. Weitere veränderliche Lasten wie beispielsweise Schneelasten und Windlasten werden nicht berücksichtigt.

Rechnerische Fahrstreifenbreite & Fahrstreifenanzahl

Die Anzahl der Fahrstreifen sowie die Fahrstreifenbreite werden nach ÖNORM EN 1991-2 [12] TAB. 4.1 berechnet.

$$b_{FB} = 6,60 \text{ m} > 6 \text{ m} \rightarrow n_1 = \text{Int}\left(\frac{b_{FB}}{3}\right) = \text{Int}\left(\frac{6,60}{3}\right) = 2$$

Somit ergibt sich eine rechnerische Fahrstreifenbreite von jeweils $b_{FS} = 3,00 \text{ m}$

Die Fahrstreifenrestbreite errechnet sich wie folgt:

$$b_{Rest} = b_{FB} - 3 * n_1 = 6,60 - 3 * 2 = 0,6 \text{ m}$$

$b_{FS} = 3,00 \text{ m}$... Breite des rechnerischen Fahrstreifens

$b_{Rest} = 0,6 \text{ m}$... Fahrstreifenrestbreite

Belastung - Doppelachse (TS) & gleichmäßig verteilte Last UDL

Die Belastung der Doppelachse muss für jeden Fahrstreifen berechnet werden, der Abstand der Doppelachsen beträgt 1,2 m. Der Anpassungsfaktor α_Q darf nach ÖNORM B 1991-2 [9] mit 1,0 angenommen werden, somit ergeben sich folgende Belastungen zufolge des Tandemsystems (TS):

$$Q_{TS,FS1} = \alpha_Q * Q_1, k = 300 * 1,0 = 300 \text{ kN} \quad (3.13)$$

$$Q_{TS,FS2} = \alpha_Q * Q_2, k = 200 * 1,0 = 200 \text{ kN} \quad (3.14)$$

Neben der Belastung aus der Doppelachse wird auch eine gleichmäßig verteilte Last UDL angesetzt. Die UDL Last wird auch im Restbereich der Fahrbahn angesetzt, es ergeben sich folgende Beanspruchungen zufolge der gleichmäßig verteilten Last:

$$q_{UDL,FS1} = \alpha_q * q_1, k = 9,00 * 1,0 = 9,00 \text{ kN/m}^2 \quad (3.15)$$

$$q_{UDL,FS2} = \alpha_q * q_2, k = 2,50 * 1,0 = 2,50 \text{ kN/m}^2 \quad (3.16)$$

$$q_{UDL,Rest} = \alpha_q * q_{Rest}, k = 2,50 * 1,0 = 2,50 \text{ kN/m}^2 \quad (3.17)$$

Lastaufstellung am Quersystem

Die ständigen Lasten zufolge Geländer und Randbalken werden als Vereinfachung nicht in dessen Angriffspunkt angesetzt, sondern am Ende des Kragarmes. Die Lastaufstellungen am Quersystem sind in Abbildung 3.19 und 3.20 angeführt.

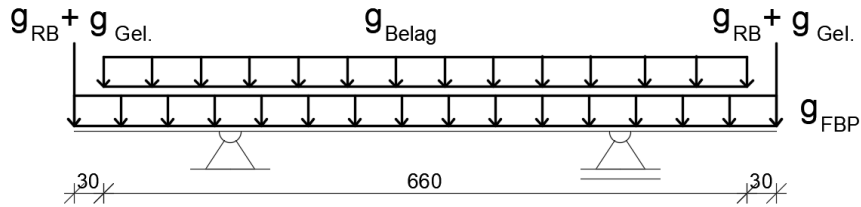


Abbildung 3.19: Lastaufstellung-ständige Lasten

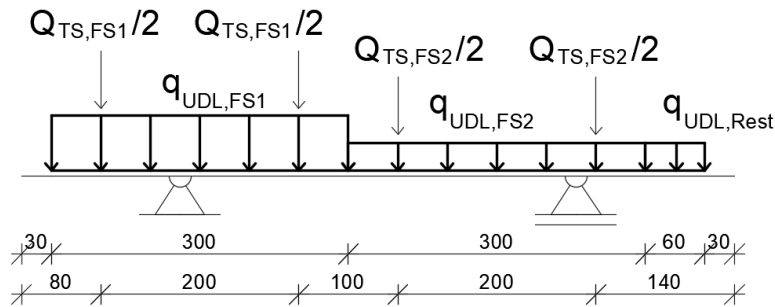


Abbildung 3.20: Lastaufstellung-veränderliche Lasten - Gesamtlast

Der Achsabstand der TS-Achse beträgt in Brückenlängsrichtung 1,2 m, aus diesem Grund wird in Abbildung 3.20 nur die halbe TS-Last dargestellt.

3.4.5 Lastaufstellung am Endquerträger

Um die maßgebenden Schnittgrößen für die Bemessung zu erhalten, müssen sämtliche Lasten berücksichtigt werden, welche auf den Endquerträger einwirken, zudem ist für veränderliche Lasten die ungünstigste Laststellung zu beachten.

In Kapitel 3.4.1 ist das Brückensystem bereits beschrieben. Aufgrund dessen, dass es sich hier um ein zweifeldriges Tragwerk handelt, werden sämtliche Lasten an einem Zweifeldträger angeordnet, welcher der Modellbildung des realen Hauptträgers entspricht.

Global betrachtet können sich beide Endquerträger ungehindert auf den Lagern verdrehen, aus diesem Grund muss eine gelenkige Lagerung an den Enden des Zweifeldträgers angeordnet werden. Die Berechnungen am Zweifeldträger werden mithilfe des 2D-Stabwerkprogrammes RuckZuck durchgeführt. Als weitere Vereinfachung wird angenommen, dass alle Lasten über die Hauptträger zum Endquerträger geleitet werden. Der Endquerträger wird als gelenkig gelagerter Einfeldträger modelliert, als Vereinfachung wird auf seitliche Auskragungen verzichtet.

Für die Berechnung wird ein Einheitssystem (siehe Abbildung 3.21) generiert, welches mit einer Streckenlast von 1,0 kN/m belastet wird. Die Berechnung der Auflagerkräfte aus den einwirkenden Lasten können anschließend mithilfe von Superposition berechnet werden.

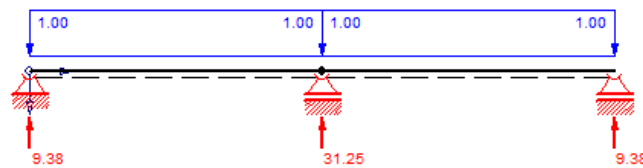


Abbildung 3.21: Einheitssystem 1

Die Auflagerkraft aus Abbildung 3.21 entspricht jener Last, welche am Endquerträger am Schnittpunkt zwischen Hauptträger und Endquerträger anzusetzen ist.

$$F_{Ref} = A_v = 9,25 \text{ kN} \quad (3.18)$$

Ständige Lasten

Da in Kapitel 3.4.5 die Annahme getroffen wird, dass sämtliche Lasten über die Hauptträger zum Endquerträger geleitet werden, ist es möglich, das in Abbildung 3.21 gezeigte System für die Lastabtragung zufolge der Randbalken- und Geländerlast zu verwenden.

$$F_{RB} = F_{Ref} * g_{RB} = 9,25 * 5,94 = 54,95 \text{ kN} \quad (3.19)$$

$$F_{Gel.} = F_{Ref} * g_{Gel.} = 9,25 * 1,00 = 9,25 \text{ kN} \quad (3.20)$$

Hauptträger

$$F_{HT} = F_{Ref} * g_{HT} = 9,25 * 21,0 = 194,25 \text{ kN} \quad (3.21)$$

Fahrbahnplatte & Belag

Die Fahrbahnplatte sowie die Belastung aus dem Fahrbahnbelag werden gleichmäßig über die beiden Hauptträger abgetragen, aus diesem Grund kann als Einflusslänge der Fahrbahnplatte die halbe Fahrbahnplattenlänge $l_{FBP}/2$ angesetzt werden, als Einflusslänge des Fahrbahnbelages wird auch $l_{FBB}/2$ verwendet.

$$F_{FBP} = F_{Ref} * g_{FBP} * \frac{l_{FBP}}{2} = 9,25 * 8,75 * \frac{7,20}{2} = 291,38 \text{ kN} \quad (3.22)$$

$$F_{FBB} = F_{Ref} * g_{FBB} * \frac{l_{FBB}}{2} = 9,25 * 2,50 * \frac{6,60}{2} = 76,32 \text{ kN} \quad (3.23)$$

Eigengewicht Endquerträger

$$g_{EQT} = b_{EQT} * h_{EQT} + \gamma_c = 1,0 * 1,15 * 25,00 = 28,75 \text{ kN/m} \quad (3.24)$$

Veränderliche Lasten

Gleichmäßig verteilte Last (UDL)

Die größte Belastung des Endquerträgers zufolge der UDL-Last liefert eine feldweise Aufstellung dieser. Hierfür wird für die maximale Belastung des ersten Endquerträgers das erste Brückenfeld belastet. Aus diesem Grund ist es nicht mehr möglich, die in Abbildung 3.21 dargestellte Laststellung zu verwenden. Nachfolgend wird ein neues Einheitssystem mit der jetzt notwendigen Laststellung erzeugt, welches in Abbildung 3.22 dargestellt wird.

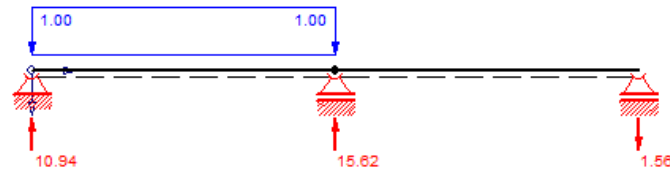


Abbildung 3.22: Einheitssystem 2

$$F_{Ref,2} = A_v = 10,94 \text{ kN} \quad (3.25)$$

Die UDL Belastung wird über die Fahrbahnplatte zu den Hauptträgern geleitet. Als Rechenvereinfachung wird die Fahrbahnplatte mit einer Breite von $b_{ref} = 1,0 \text{ m}$ als getrenntes statisches System untersucht. Diese wird hierfür als Einfeldträger modelliert (siehe Abbildung 3.23), die Auflagerkräfte dieses Einfeldträgers liefern die Belastung je Meter in Brückenlängsrichtung, welche auf den Hauptträger wirkt. Die TS-Last wird hier nicht berücksichtigt, da diese direkt am Endquerträger angesetzt wird.

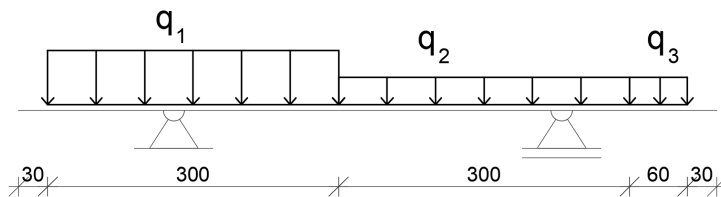


Abbildung 3.23: Quersystem

$$q_1 = q_{UDL,FS1} * b_{ref} = 9,00 * 1,00 = 9,00 \text{ kN/m} \quad (3.26)$$

$$q_2 = q_{UDL,FS2} * b_{ref} = 2,5 * 1,00 = 2,50 \text{ kN/m} \quad (3.27)$$

$$q_3 = q_{UDL,Rest} * b_{ref} = 2,5 * 1,00 = 2,50 \text{ kN/m} \quad (3.28)$$

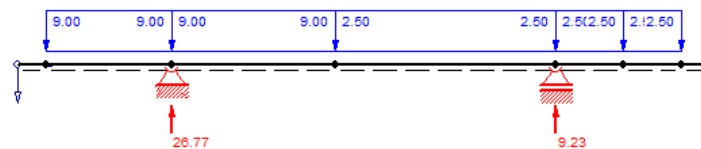


Abbildung 3.24: Statisches System des Quersystems

Aus Abbildung 3.24 ergeben sich folgende Auflagerkräfte je Meter in Brückenlängsrichtung, welche zugleich die Linienbelastungen der Hauptträger sind.

$$a_{v,UDL} = 26,77 \text{ kN/m} \quad (3.29)$$

$$b_{v,UDL} = 9,23 \text{ kN/m} \quad (3.30)$$

Die Belastung des Endquerträgers kann somit wieder mittels Superposition bestimmt werden.

$$F_{UDL,HT1} = F_{Ref,2} * a_{v,UDL} = 10,94 * 26,77 = 292,86 \text{ kN} \quad (3.31)$$

$$F_{UDL,HT2} = F_{Ref,2} * b_{v,UDL} = 10,94 * 9,23 = 100,97 \text{ kN} \quad (3.32)$$

Tandemsystem (TS)

In Gegensatz zu der in [6, S.184] durchgeführten Lastaufstellung für das Tandemsystem wird hier als Vereinfachung das Tandemsystem direkt am Endquerträger angesetzt, siehe Abbildung 3.25. Der Achsabstand der Doppelachsen beträgt 1,2 m. Da dieser Abstand geringer als die Breite des Endquerträgers $b_{EQT} = 0,5 \text{ m}$ ist, kann immer nur eine Doppelachse auf den Endquerträger einwirken. Auf eine Verschiebung der TS-lasten in Querrichtung wird verzichtet, da diese Lastaufstellung für eine Vorbemessung ausreichend ist.

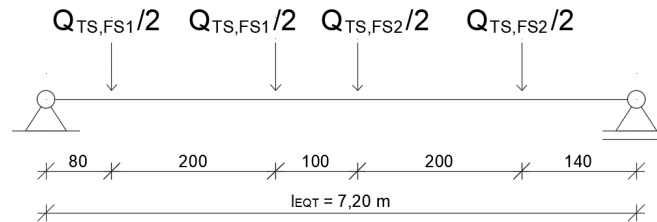


Abbildung 3.25: Belastung des Endquerträgers zufolge des TS

3.4.6 Schnittkräfte am Endquerträger

Ständige Lasten

Die Schnittkräfte werden in den Abbildungen 3.27 und 3.28 dargestellt, das statische System in Abbildung 3.26.

$$F_{1,g} = F_{RB} + F_{Gel.} + F_{HT} + F_{FBP} + F_{FBB} = 54,94 + 9,25 + 194,25 + 291,38 + 76,32 = 626,15 \text{ kN} \quad (3.33)$$

$$F_{2,g} = F_{RB} + F_{Gel.} + F_{HT} + F_{FBP} + F_{FBB} = 54,94 + 9,25 + 194,25 + 291,38 + 76,32 = 626,15 \text{ kN} \quad (3.34)$$

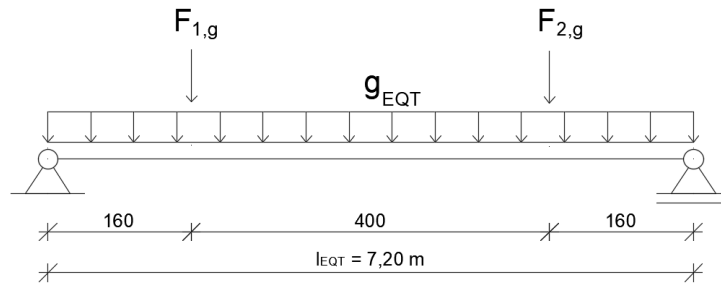


Abbildung 3.26: Belastung des Endquerträgers zufolge ständiger Lasten

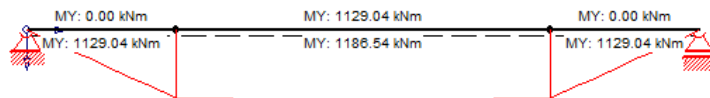


Abbildung 3.27: Momentenverlauf zufolge ständiger Lasten

$$M_{max,g,k} = 1,19 \text{ MNm} \quad (3.35)$$

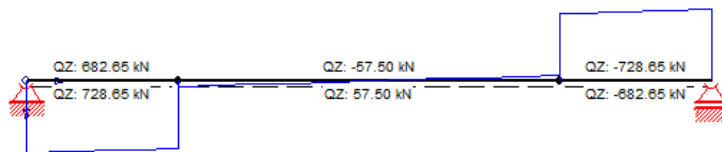


Abbildung 3.28: Querkraftverlauf zufolge ständiger Lasten

$$V_{max,g,k} = 0,728 \text{ MN} \quad (3.36)$$

Veränderliche Lasten

Die Schnittkräfte werden in den Abbildungen 3.30 und 3.31 dargestellt, das statische System in Abbildung 3.29.

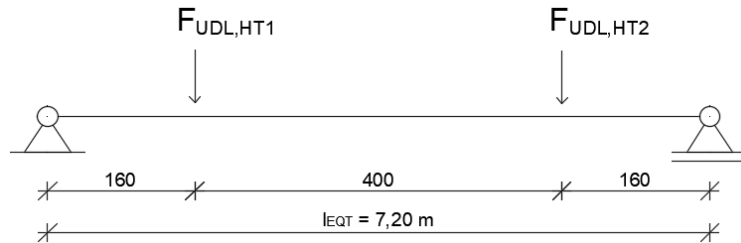


Abbildung 3.29: Belastung des Endquerträgers zufolge UDL Last



Abbildung 3.30: Momentenverlauf zufolge veränderlicher Lasten (UDL)

$$M_{max,UDL,k} = 0,400 \text{ MNm} \quad (3.37)$$

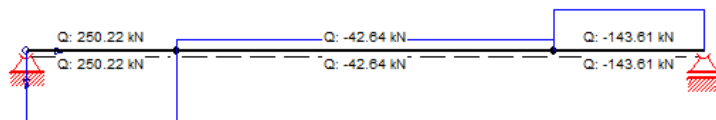


Abbildung 3.31: Querkraftverlauf zufolge veränderlicher Lasten (UDL)

$$V_{max,UDL,k} = 0,250 \text{ MN} \quad (3.38)$$

Die Schnittkräfte werden in den Abbildungen 3.33 und 3.34 dargestellt, das statische System in Abbildung 3.32.

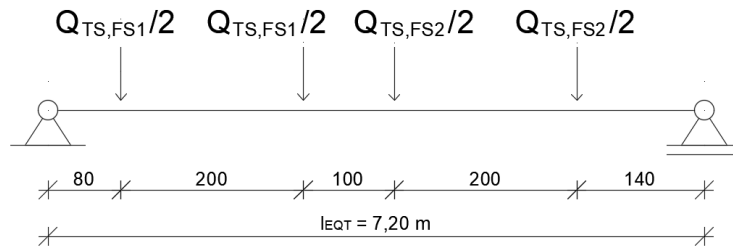


Abbildung 3.32: Belastung des Endquerträgers zufolge des TS

Die Belastungen dieses Systems ergeben sich zu: $Q_{TS,FS1}/2 = 300/2 = 150 \text{ kN}$
 $Q_{TS,FS1}/2 = 300/2 = 150 \text{ kN}$

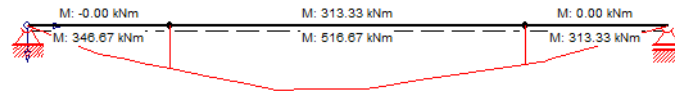


Abbildung 3.33: Momentenverlauf zufolge veränderlicher Lasten (TS-System)

$$M_{max,TS,k} = 0,516 \text{ MNm} \quad (3.39)$$

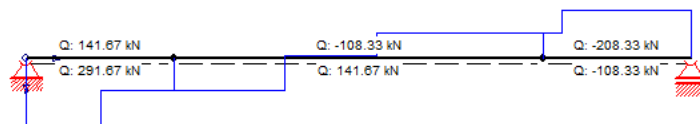


Abbildung 3.34: Querkraftverlauf zufolge veränderlicher Lasten (TS-System)

$$V_{max,TS,k} = 0,291 \text{ MN} \quad (3.40)$$

3.4.7 Bemessungsergebnisse Endquerträger - ULS

Die Bemessung des Endquerträgers wird nach ÖNORM EN 1992-1-1 [10] und nach ÖNORM B 1992-1-1 [13] durchgeführt. In diesem Kapitel werden nur die Bemessungsergebnisse in Tabelle 3.2 und Tabelle 3.3 dargestellt, die detaillierte Bemessung ist im Anhang, in Kapitel 7.1, aufgelistet.

Biegebemessung

Tabelle 3.2: Biegebemessung

M_{Ed} [MNm]	$A_{s,erf}$ [cm ²]	x [m]	ε_s [‰]	$A_{s,gew}$ [-]	$A_{s,vorh}$ [cm ²]	$A_{s,min}$ [cm ²]	$A_{s,max}$ [cm ²]
2,84	59,41	0,152	20,97	9Ø30	63,62	16,00	460,00

Querkraftbemessung

Tabelle 3.3: Querkraftbemessung

V_{Ed} [MN]	$V_{Rd,c}$ [MN]	$V_{Rdc,min}$ [MN]	V_{Rd} [MN]	$a_{sw,erf}$ [cm ² /m]	$a_{sw,gew}$ [-]	$a_{sw,vorh}$ [cm ² /m]	Schnittigkeit [n]	$V_{Rd,max}$ [MN]
1,71	0,503	0,278	0,503	21,58	22,60	Ø12/20	4	4,98

3.4.8 Bemessungsergebnisse Endquerträger - SLS

Die Nachweise in SLS (Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit) werden hier geführt, da diese bei massigen Bauteilen, wie beispielsweise beim Endquerträger, maßgebend sein können. Die Nachweise werden in Anlehnung an ÖNORM EN 1992-1-1 [10] und ÖNORM B 1992-1-1 [13] geführt. Für weitere Zusatzinformationen über Spannungsbegrenzung sowie Rissbreitenbeschränkung siehe [4, S.400 ff.]. In Tabelle 3.4 und Tabelle 3.5 werden die Ergebnisse aufgelistet, die genaue Berechnung erfolgt im Anhang unter Kapitel 7.2.

Spannungsbegrenzung

Tabelle 3.4: Spannungsbegrenzung

$\sigma_{c,chr}$ [MN/m ²]	$0,6 * f_{ck}$ [MN/m ²]	$\sigma_{c,q.st.}$ [MN/m ²]	$0,45 * f_{ck}$ [MN/m ²]	$\sigma_{s,chr}$ [MN/m ²]	$0,8 * f_{yk}$ [MN/m ²]
16,95	21,00	10,88	15,75	319,80	382,4

Rissbreitenbeschränkung

Tabelle 3.5: Rissbreitenbegrenzung

$\sigma_{s,q.st.}$ [MN/m ²]	w_k [mm]	ϕ_s^* [mm]	$\phi_{s,max}$ [mm]	$\phi_{s,vorh}$ [mm]
190,28	0,3	30	35,98	30

3.4.9 Konstruktive Durchbildung des Endquerträgers

In Abbildung 3.35 sowie in Abbildung 3.36 werden die Bewehrungsskizzen (nicht maßstabgetreu) angeführt.

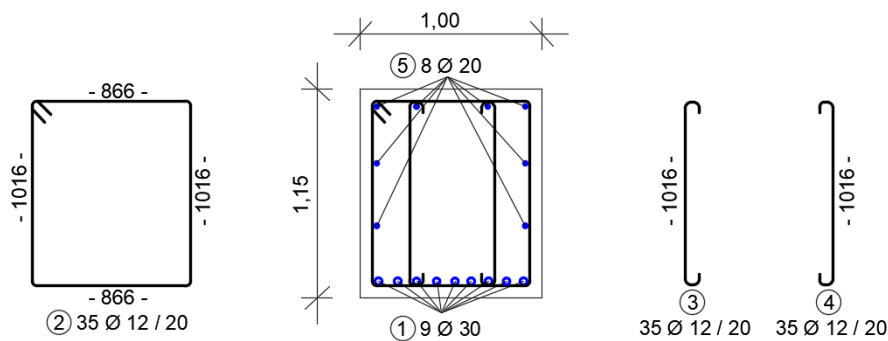


Abbildung 3.35: Bewehrungsskizze - Teil 1

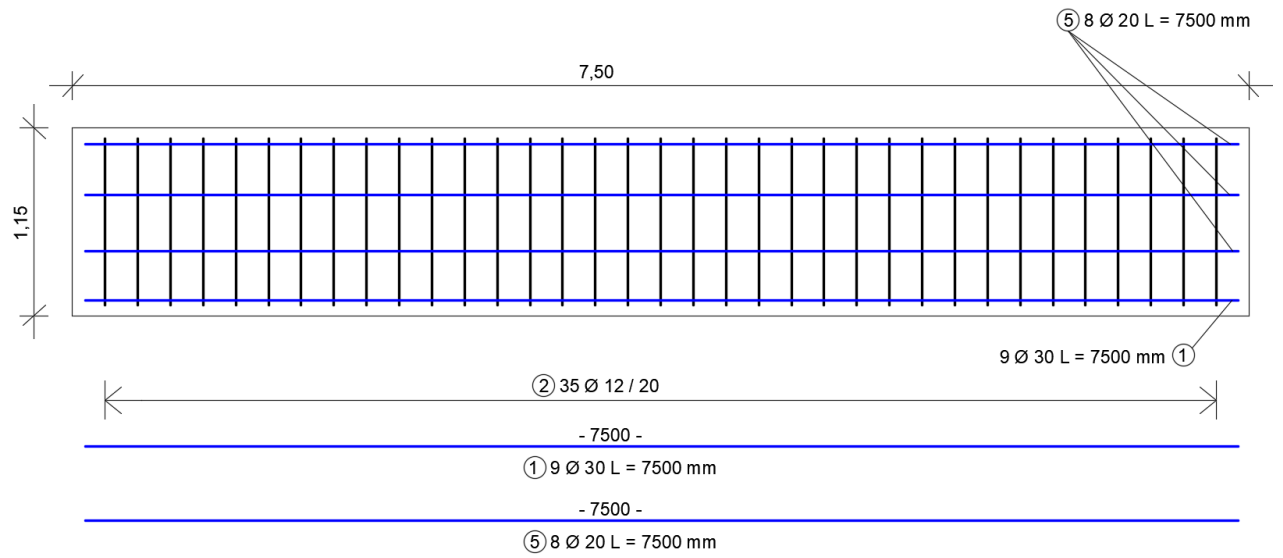


Abbildung 3.36: Bewehrungsskizze - Teil 2

4 FE-Modellbildung

4.1 Allgemeines

In diesem Kapitel wird auf die Modellierung des Endquerträgers bzw. auf die Modellierung eines Brückenausschnittes im Bereich des Endquerträgers eingegangen. Für die Modellierung, FE-Netzerzeugung und anschließende Berechnung wird die Software Sofistik verwendet. Damit das Materialverhalten des Betons realitätsnah berücksichtigt werden kann, wird der Bereich des Endquerträgers nichtlinear (materielle Nichtlinearität) mittels des nicht linearen Materialmodelles M4L berechnet. Wie bereits in Kapitel 1.1 beschrieben, werden im Zuge dieser Arbeit lokale Untersuchungen am Endquerträger von im Grundriss gekrümmten Betonfertigteilen durchgeführt, siehe Abbildung 4.1. Bei der Modellierung des Endquerträgers wird ein kurzer Teil des Globalsystems mitmodelliert. Als Vereinfachung wird in diesem Randbereich die Grundrisskrümmung des Bauteils vernachlässigt. Abbildung 4.1 liefert den Ausschnitt des untersuchten Bereiches des globalen Systems.

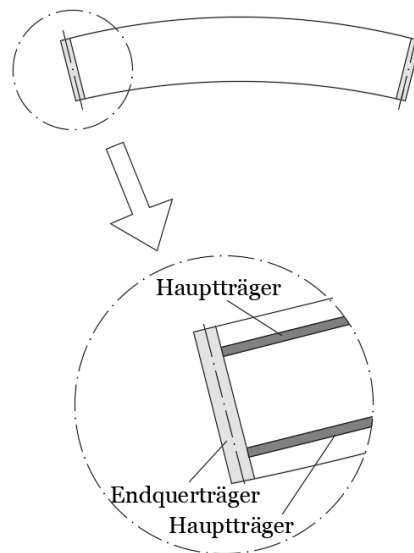


Abbildung 4.1: Übersicht - lokaler Ausschnitt aus Globalsystem

Um das Tragverhalten des Endquerträgers am besten abbilden zu können, ist es notwendig, den gesamten Anfangsbereich des Systems (Endquerträger, Anschluss Endquerträger zu Hauptträger und Fahrbahnplatte) in die Modellierung mit einzubeziehen, was in Abbildung 4.2 ersichtlich ist.

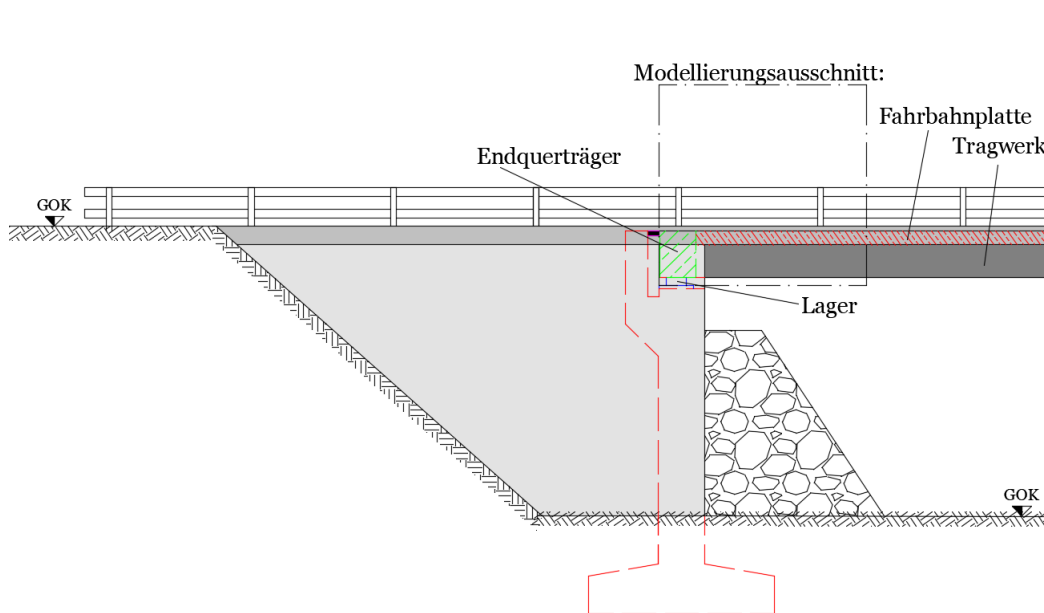


Abbildung 4.2: Brückenbereich für die Modellierung

Der Ursprung des Globalen Koordinatensystems wird im unteren Eck des Endquerträgers gewählt, wobei die x-Achse in Richtung der Bauteilachse des Endquerträgers läuft und die y-Achse in Brückenlängsrichtung, siehe Abbildung 4.3. Nachfolgend werden alle Richtungsangaben auf dieses Koordinatensystem bezogen. Hieraus sollen letztendlich Empfehlungen zur Berücksichtigung der lokalen Steifigkeiten des Endquerträgers in einem globalen System abgeleitet werden.

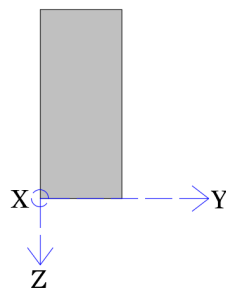


Abbildung 4.3: Globales Koordinatensystem

Ziel der Modellberechnung ist es, die Steifigkeitsverteilung über den Endquerträger in Abhängigkeit der aufgebracht Beanspruchung zu bestimmen. Das Hauptaugenmerk wird dabei auf die Verteilung der Torsionssteifigkeit (GI_T) und auf die Verteilung der Biegesteifigkeit um die globale z-Achse (EI_z) gelegt.

4.2 Belastungsart

Zu Beginn der Modellierung ist es notwendig zu definieren, ob die Belastung des Systems durch eine Kraft oder eine Verschiebung bzw. Verdrehung erfolgen muss. Die Notwendigkeit, dies zu definieren, ergibt sich aus der Lastabtragung über Torsion. Die Lastabtragung über Torsion kann in primäre Torsion (Saint-Venantsche Torsion) und sekundäre Torsion (Wölbkrafttorsion) unterteilt werden.

Untersuchung-Torsionsstab

Damit die Größenordnung der Wölbkrafttorsion ersichtlich gemacht werden kann, wird eine Voruntersuchung durchgeführt. Hierbei wird ein einseitig eingespannter Einfeldträger jeweils mittels eines Torsionsmomentes und einer Verdrehung am freien Ende belastet, siehe Abbildung 4.4. Zusätzlich wird in dieser Untersuchung die Berechnungsmethodik der Torsion in Sofistik betrachtet, um zu veranschaulichen, wie die Torsionsvarianten (Wölbkraft und Saint Venant) bei der Berechnung berücksichtigt werden. Das untersuchte System wird in Abbildung 4.4 dargestellt. Als Beton wird ein C30/37 verwendet. Folgende Systemabmessungen bzw. Querschnittswerte werden für die Untersuchung gewählt:

$L = 6,00 \text{ m}$	Länge des Torsionsstabes
$b = 0,50 \text{ m}$	Querschnittsbreite
$h = 1,20 \text{ m}$	Querschnittshöhe
$G = 13682 \text{ MN/m}^2$	Schubmodul
$I_T = 0,037434 \text{ m}^4$	Torsionsträgheitsmoment im Zustand I
$M_T = 2757 \text{ kNm}$	Torsionsmoment
$\varphi_x = 0,0323 \text{ rad}$	Verdrehung um die x-Achse

Sämtliche Querschnittswerte werden aus dem Programm Sofistik entnommen.

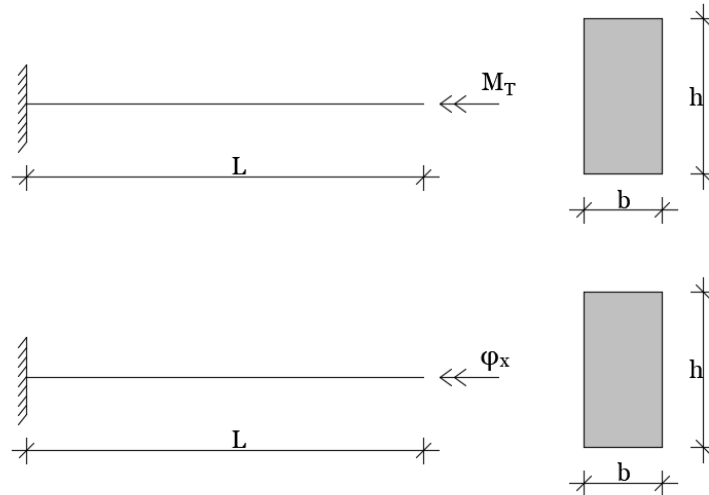


Abbildung 4.4: Systemübersicht-Torsionsstab

Allgemein kann festgehalten werden, dass der Zusammenhang zwischen Verdrehung und aufgebrachtem Torsionsmoment lt. [7, S.219], Gleichung 14.48, folgendermaßen dargestellt werden kann:

$$\varphi_x = \frac{M_T}{GI_T} * L \quad (4.1)$$

Dieser Zusammenhang stellt sich jedoch nur ein, wenn der Effekt der Wölbkrafttorsion vernachlässigt wird. Nachfolgend wird dies mittels der oben gewählten Querschnittswerte gezeigt:

$$0,0323 = \frac{2757}{13682 * 0,037434 * 10^3} * 6,00 = 0,0323 \quad (4.2)$$

Die Aufteilung des Torsionsmomentes für einen eingespannten Träger kann allgemein nach [2, S. 195] in Abbildung 4.5 dargestellt werden. Zudem ist der Verlauf abhängig davon, ob ein wölbfreier oder nicht wölbfreier Querschnitt verwendet wird.

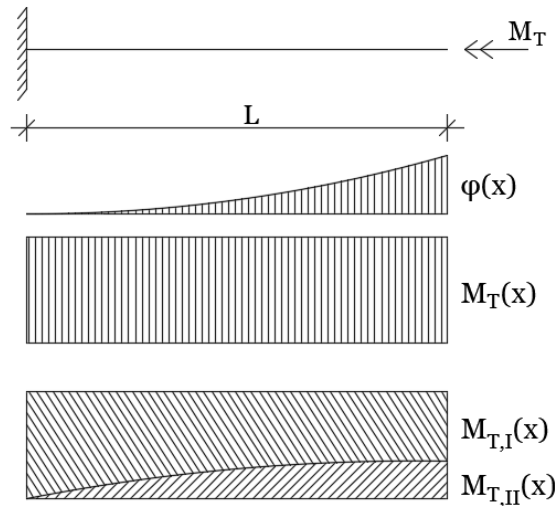


Abbildung 4.5: Torsionsmomentenverlauf

Das in Abbildung 4.4 dargestellte System wird anschließend in Sofistik mittels des Text Editors Teddy implementiert. Der Effekt der Wölbkrafttorsion kann in Sofistik mit dem Befehl *STEU WARP 1* aktiviert werden. Zudem ist es notwendig, den Querschnitt in der Einspannstelle gegen Verwölbung festzuhalten, da sich sonst keine Wölbkrafttorsion einstellen kann. Dies wird bei den Lagereigenschaften, mit dem Befehl *FIX MB* sichergestellt. Grundsätzlich werden zwei Lastfälle mit zwei unterschiedlichen Berechnungseigenschaften berechnet, was zu vier unterschiedlichen Berechnungsergebnissen führt:

- Fall A: Belastung mit φ_x , Berechnung mit *STEU WARP 0*
- Fall B: Belastung mit φ_x , Berechnung mit *STEU WARP 1*
- Fall C: Belastung mit M_T , Berechnung mit *STEU WARP 0*
- Fall D: Belastung mit M_T , Berechnung mit *STEU WARP 1*

Aufgrund von Beschränkungen in Sofistik ist es nicht möglich, nichtlineare Berechnungen und die automatische Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion (*STEU WARP 1*) zu kombinieren. Eine alternative Methode zur Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion wird in Kapitel 4.6.3 gezeigt. Die Ergebnisse der Berechnung werden an der Angriffsstelle des Torsionsmomentes bzw. der Verdrehung ausgewertet und nachfolgend in Tabelle 4.1 dargestellt.

Tabelle 4.1: Torsionsverteilung

Fall	φ_x [mrad]	M_T [kNm]	$M_{T,I}$ [kNm]	$M_{T,II}$ [kNm]
A	32,3	2757	2757	k.A
B	32,3	3121	3094	27
C	32,3	2757	2757	k.A
D	32,3	2757	2757	k.A

Aus den Ergebnissen (siehe Tabelle 4.1) kann abgeleitet werden, dass es notwendig ist, eine Verdrehung am System anzusetzen, um mittels Sofistik eine Aufteilung des Torsionsmomentes in ein primäres und ein sekundäres Torsionsmoment, sowie die Einstellung der Querschnittsverwölbung und daraus folgend ein Auftreten der Wölbkrafttorsion, gewährleisten zu können. Bei Fall B (Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion) ist eine erhebliche Steigerung des Gesamttorsionsmomentes zu erkennen, was auf die Aktivierung der Wölbkrafttorsion zurückzuführen ist.

Allgemein sei noch erwähnt, dass eine Vernachlässigung der Wölbkrafttorsion bei nicht wölbfreien Querschnitten zu einer wesentlichen Unterschätzung der Beanspruchung des Systems führt.

4.3 Modellvarianten

Damit es möglich ist, die benötigten Steifigkeiten aus dem Modell abzuleiten, muss der Endquerträger auf Torsion (Lastfall 1) sowie auf Biegung um die z-Achse (Lastfall 2) beansprucht werden.

Der Lastfall 1 entsteht aufgrund der globalen Torsionsbeanspruchung des Systems aufgrund der Krümmung im Grundriss. Durch das globale Torsionsmoment werden beide Hauptträger unterschiedlich belastet, was eine lokale Torsionsbeanspruchung des Endquerträgers zur Folge hat.

Der Lastfall 2 beschreibt das Verhalten des Endquerträgers bei einer unterschiedlichen Vorspannung der beiden Hauptträger und der daraus resultierenden Momentenbeanspruchung um die z-Achse.

Um diese Beanspruchungen realisieren zu können, werden zu Beginn zwei Modellvarianten untersucht, auf welche nachfolgend eingegangen wird.

Zweistab-Modell

Das Zweistabmodell besteht grundlegend aus dem Endquerträger, den Hauptträgern bis zu einer definierten Länge in die y -Richtung sowie der oben liegenden Fahrbahnplatte. Damit der Endquerträger die gewünschte Torsionsbeanspruchung erfährt, wird an den Enden der beiden Hauptträger jeweils eine entgegengesetzte Verschiebung in z -Richtung aufgebracht. Die nachfolgenden Stabmodelle (Abbildung 4.6 und Abbildung 4.7) liefern eine Übersicht. Auf die Darstellung der Lagerung wird hier verzichtet.

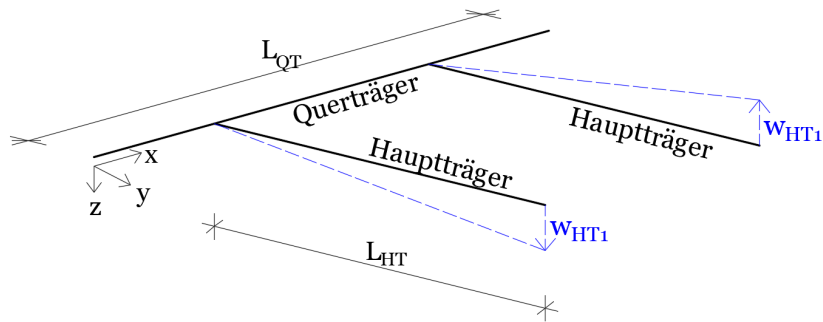


Abbildung 4.6: Zweistabmodell-Lastfall 1

Wird von kleinen Verformungen ausgegangen, so ist es möglich, die Hauptträgerverschiebung $w_{HT,1}$ und $w_{HT,2}$ in eine Verdrehung $\varphi_{1,x}$ bzw. $\varphi_{2,x}$ umzurechnen. Diese Umrechnung wird anschließend durchgeführt.

$$\tan(\varphi_{i,x}) = \frac{w_{HT,i}}{L_{HT}} \quad (4.3)$$

Für kleine Winkel gilt: $\tan(\alpha) = \alpha$. Somit ergibt sich wie folgt:

$$\varphi_{i,x} = \frac{w_{HT,i}}{L_{HT}} \quad (4.4)$$

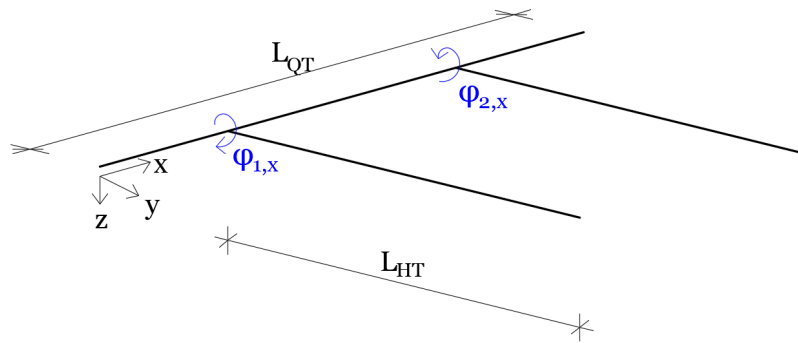


Abbildung 4.7: Zweistabmodell-Lastfall 1

Der Lastfall 2 (siehe Abbildung 4.8), unterschiedliche Vorspannung der Hauptträger und daraus resultierende Biegebeanspruchung, wird durch das Aufbringen einer Verschiebung u_y an den jeweiligen Hauptträgern in die y -Richtung erzeugt. Nachfolgend wird die Verformung des Systems zufolge Lastfall 2 dargestellt.

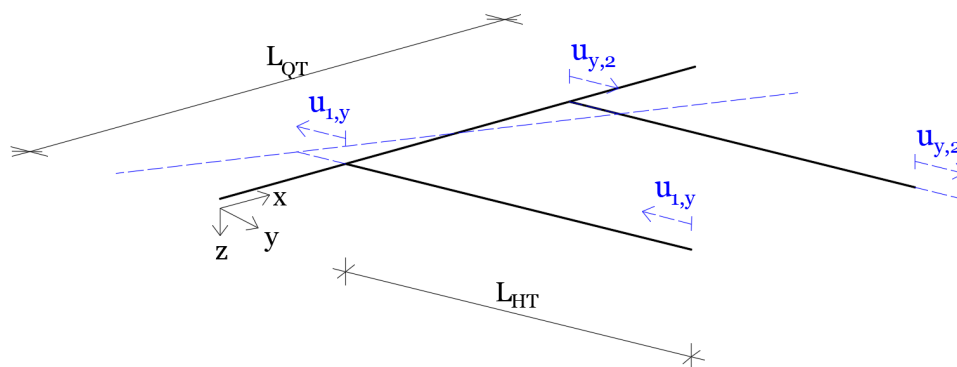


Abbildung 4.8: Zweistabmodell-Lastfall 2

Nur aufgrund der starren Einspannung der beiden Hauptträger in den Endquerträger ist es möglich, den Endquerträger auf Biegung um die z -Achse zu beanspruchen.

Einstab-Modell

Neben dem oben gezeigten Zweistab-Modell wird noch ein weiteres Modell vorgestellt. Auch bei diesem Modell war es das Ziel, den Endquerträger auf Torsion (Lastfall 1) und auf Biegung um die z -Achse (Lastfall 2) zu beanspruchen. Grundsätzlich ist der Modelaufbau der hier beiden gezeigten Typen ident, der Unterschied liegt in der Aufbringung

der Beanspruchung am System.

Beim Einstab-Modell wird die Beanspruchung über einen Stab (Stab für die Verformungsaufnahme) auf das System aufgebracht, welcher sich in der Mitte der beiden Hauptträger befindet. Die Verbindung des Systems zum Stab für die Verformungsaufnahme wird durch Koppelbedingungen in Sofistik realisiert. Auf den genauen Aufbau des Modells wird in einem späteren Kapitel eingegangen. Die jeweiligen erwünschten Beanspruchungen (Torsion und Biegung um die z-Achse des Endquerträgers) können somit über Verdrehungen auf das System aufgebracht werden.

Eine Verdrehung des Stabes für die Verformungsaufnahme um die y-Achse liefert eine Verschiebung der beiden Hauptträger in z-Richtung, jeweils in die entgegengesetzte Richtung. Diese Verdrehung führt zur Beanspruchung des Lastfalles 1, Torsionsbeanspruchung des Endquerträgers.

Für die Simulation der unterschiedlichen Vorspannung, ist es notwendig, die Verschiebung in die y-Richtung direkt am Endquerträger anzubringen. Dies ist der ansonsten sehr großen auftretenden Querschnittsverwölbung des Systems geschuldet. Die Verschiebungen $u_{1,y}$ bzw. $u_{2,y}$ werden in entgegengesetzter Richtung an den jeweiligen Achsen der beiden Hauptträger am Endquerträger angesetzt. Um diese Beanspruchungssituation realisieren zu können, ist eine Lagerung des Systems notwendig, welche von einer konventionellen Brückenlagerung abweicht. Der genaue Modellaufbau sowie das Lagerungschema werden in Kapitel 4.6.3 bzw. Kapitel 4.6.4 beschrieben.

Nachfolgend wird ein Stabmodell (siehe Abbildung 4.9) angeführt, welches einen Überblick über das System gibt. Auch hier wird auf die Darstellung der Lagerung verzichtet.

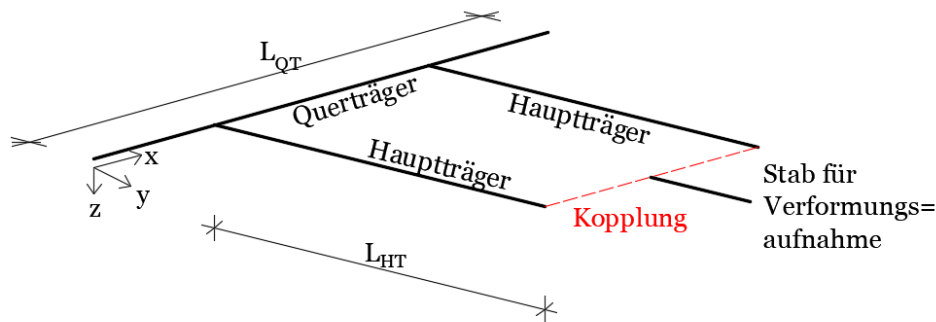


Abbildung 4.9: Einstabmodell-Übersicht

Die Verdrehung, welche beim Lastfall 1 am Stab für den Lastangriff aufgebracht wird, kann in eine vertikale Verschiebung der Hauptträger umgerechnet werden, siehe Abbildung 4.10.

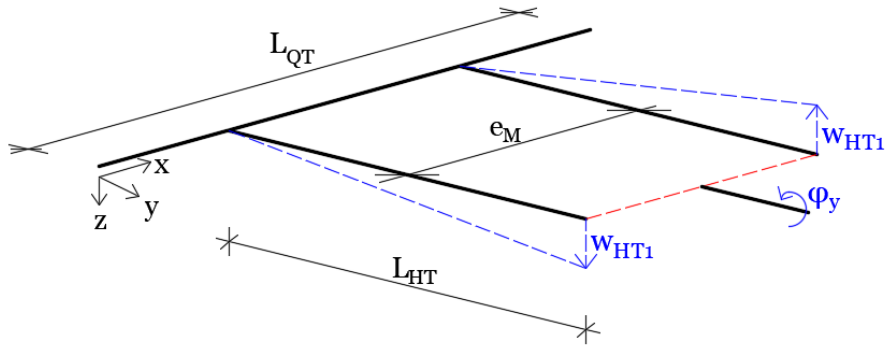


Abbildung 4.10: Einstabmodell-Lastfall 1

$$\tan(\varphi_y) = \frac{w_{HT,i}}{0,5 * e_M} \quad (4.5)$$

Daraus folgt:

$$w_{HT,i} = 0,5 * e_M * \varphi_y \quad (4.6)$$

Die Verformungsfigur des Lastfalles 2 wird nachfolgend in Abbildung 4.11 dargestellt:

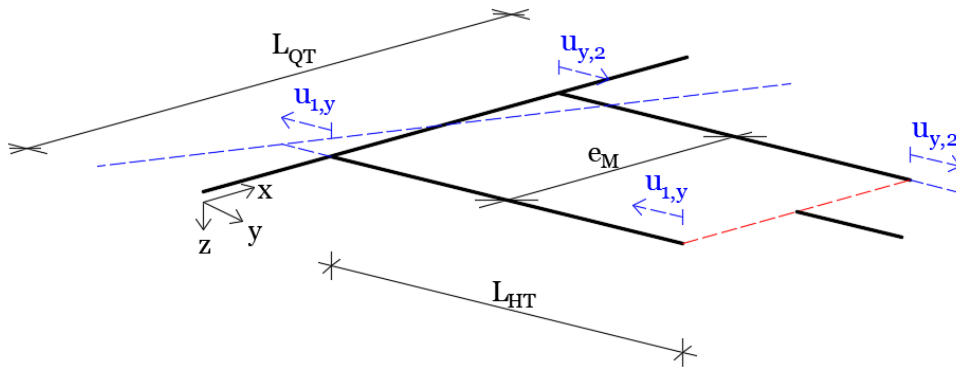


Abbildung 4.11: Einstabmodell-Lastfall 2

Modellwahl

Für die Auswertung der benötigten Ergebnisse wird das Einstab-Modell herangezogen. Der Grund hierfür ist, dass der Effekt der Querschnittsverwölbung bzw. Wölbkrafttorsion des Gesamtsystems (Endquerträger, Hauptträger und Fahrbahnplatte) durch eine

Verdrehung, welche am Stab für die Verformungsaufnahme angesetzt wird, am genauesten abgebildet wird. Die Verbindung zwischen Stabelement und Volumenelementen erfolgt mittels Kopplung, wobei die Verdrehung des Stabes in eine vertikale Verschiebung der Hauptträger übergeführt wird. Eine Auswertung der Ergebnisse aus Lastfall 1 und Lastfall 2 am selben System ist nicht möglich. Grund hierfür sind die unterschiedlichen Eigenschaften, die das System mit sich bringen muss, um die jeweiligen Beanspruchungsvarianten gewährleisten zu können. Aus diesem Grund gibt es ein Modell A, welches für den Lastfall 1 erzeugt wird und ein Modell B, welches die Ergebnisse des Lastfalles 2 liefert. Die Lagerungsvarianten der Modelle werden im Globalsystem aus Gründen der Verformungskompatibilität automatisch abgedeckt.

4.4 Sofistik

Im Zuge dieser Masterarbeit wird das FE-Programm Sofistik (Servicepack 12.01-27) verwendet. In den nachfolgenden Unterkapiteln erfolgt eine kurze Erläuterung des Programmes sowie eine Übersicht der verwendeten Befehle und Unterprogramme.

4.4.1 Allgemein

Nachfolgend wird ein Überblick über die Funktionsweise des Programms Sofistik und die Anforderungen des nicht-linearen Berechnungsmoduls M4L gegeben.

Das FE-Programm Sofistik bietet zwei Möglichkeiten, ein System zu erstellen.

Für die schnelle Eingabe eignet sich die graphische Eingabe über Sofiplus. Dies ist ein Modul, welches auf der grundlegenden Basis von AutoCAD arbeitet, jedoch Zusatzeinstellungen von Sofistik beinhaltet. Das in Sofiplus erstellte System wird anschließend in das Berechnungsmodul SSD geladen. Im Programm SSD (Sofistik Structural Desktop) wird anschließend die Berechnung des Systems durchgeführt. Die Berechnungsergebnisse können über das Programm Graphic visualisiert werden.

Für nicht-lineare Modelle, welche zudem aus Volumenelementen bestehen, eignet sich die oben beschriebene graphische Eingabe nicht. Hierfür ist es notwendig, die textbasierte Eingabe von Sofistik (Teddy) zu verwenden. In diesem Programm werden sämtliche Modelleigenschaften wie Geometrie, Belastung und Lagerungsbedingungen über eine textbasierte Eingabe vorgenommen. Aus diesem Grund wird für die Modellierung des Systems die Eingabe über das Programm Teddy durchgeführt.

4.4.2 Module

Im Programm Teddy werden Module eingesetzt, welche die eigentlichen Bereiche der Berechnung übernehmen. Nachfolgend eine kurze Übersicht und Beschreibung der für dieses Modell verwendeten Module:

- *PROG TEMPLATE*: Hier werden die Variablen definiert, welche für die weitere Erzeugung des Systems notwendig sind. Zudem werden auch die Parameterinformationen von M4L über dieses Modul eingespielt.
- *PROG AQUA*: In diesem Modul werden die verwendeten Normen sowie Materialien und Querschnittsgeometrien definiert.
- *PROG SOFIMSHA*: In SOFIMSHA erfolgt die eigentliche Erzeugung der Systemgeometrie sowie die Netzgenerierung mit regelmäßigen Elementen.
- *PROG SOFILOAD*: Hier erfolgt die Definition der Beanspruchung bzw. Belastung, zudem werden die Teilsicherheitsfaktoren auf der Einwirkungsseite sowie die Kombinationsbeiwerte festgelegt.
- *PROG ASE*: Die Spannungsermittlung erfolgt im Modul ASE. Hier werden sämtliche Berechnungsabläufe gesteuert.
- *PROG SIR*: Für die Ergebnisauswertung an Volumenelementen wird der so genannte SIR-Schnitt verwendet. Dieses Modul integriert die berechneten Spannungen über den Querschnitt und liefert die daraus resultierenden Schnittkräfte. Bei der Auswertung des Torsionsmomentes ist es jedoch nicht möglich, dieses in ein primäres und sekundäres Torsionsmoment zu unterteilen.

4.4.3 Verwendete Befehle

An dieser Stelle erfolgt eine kurze Übersicht der wichtigsten Befehle im Texteditor Teddy, welche für die Modellierung erforderlich sind:

- *BETO*: Die Eigenschaften des Materials Beton werden über diesen Befehl gesteuert. Neben der Druckfestigkeit können auch Eigenschaften wie E-Modul und Querdehnzahl angepasst werden.
- *BRIC*: Volumenelemente werden über den Befehl BRIC erzeugt.
- *DEL*: Hiermit können nicht mehr benötigte Elemente gelöscht werden.
- *ECHO*: Über diesen Befehl kann die Ergebnisausgabe im Report Browser gesteuert werden.
- *ENDLOOP*: Das Ende jeder Schleife wird mit ENDLOOP definiert.
- *ENDE*: Der Befehl ENDE definiert das Programmende eines Unterprogrammes.
- *FACH*: Dieser Befehl erzeugt Fachwerkstäbe, welche einen definierten Anfang und ein definiertes Ende besitzen. Über den Zusatzbefehl FITL werden sämtliche Knoten in die Erzeugung des Fachwerks miteinbezogen, welche zwischen dem Anfangs- und Endpunkt des Stabes liegen.

- *GETN*: GETN ermöglicht es auf Knoten zurückzugreifen, welche beispielsweise im Zuge einer Extrusion erstellt worden sind und nicht durch den Befehl KNOT mit einer expliziten Knotennummer versehen worden sind.
- *GRUP*: Um Elemente einer entsprechenden Gruppe zuzuordnen, wird der Befehl GRUP verwendet.
- *KNOT*: Die Knoten für die Geometrieerzeugung werden mittels KNOT erstellt. Mit dem Zusatz FIX können Lagerungsbedingungen und Koppelbedingungen der Knoten definiert werden.
- *LET*: Dieser Befehl ermöglicht es, Variablen lokal zu speichern, welche nur in dem jeweiligen Module, in welchem sie erzeugt werden, abgerufen werden können.
- *LOOP*: Schleifen können in Sofistik mit LOOP erzeugt werden.
- *MATE*: Sollte ein Material nicht in der Datenbank von Sofistik enthalten sein, ist es möglich, mit dem Befehl MATE ein eigenes Material mit diversen Eigenschaften wie E-Modul, Querdehnzahl, Schubmodul und Kompressionsmodul zu erzeugen.
- *QNR*: Um einen Querschnitt zu erzeugen wird dieser mit QNR definiert. Vordefinierte Querschnitte sind zum Beispiel Kreisquerschnitte oder Rechteckquerschnitte.
- *QPOL*: Ist ein Querschnitt mit einer speziellen Geometrie gefordert, so kann diese mit QPOL und entsprechend eingegebenen Koordinatenpunkten erzeugt werden.
- *QUAD*: So genannte QUAD Elemente sind Flächenelemente. Die Randpunkte des Flächenelementes werden über vorher erzeugte Knotenpunkte definiert. Über den Zusatzbefehl FITL werden alle Knoten unterhalb des QUAD Elements in dessen Erzeugung miteinbezogen.
- *STAH*: Über STAH werden die Eigenschaften des Materials Stahl ausgewählt. Zudem kann hier zwischen Betonstahl und Baustahl unterschieden werden.
- *STEU*: Der Befehl STEU ermöglicht es, direkt in die Steuerung des Rechenverfahren einzugreifen. Beispielsweise kann hier die Berechnung der Schubspannungen gesteuert, sowie die Berücksichtigung der Querschnittsverwölbung, aktiviert werden.
- *STO*: Mit STO werden Variablen in *PROG TEMPLATE* abgespeichert.
- *SYST*: Das zu erzeugende System kann mit dieser Befehlssequenz angepasst bzw. definiert werden. Hierbei kann beispielsweise zwischen räumlichen Systemen (3D) und ebenen Systemen (2D) unterschieden werden
- *TRAN*: Der Befehl TRAN ermöglicht es, Elemente bzw. Gruppen zu kopieren. Über den Zusatzbefehl PROP X kann eine Extrusion eines Querschnittes vorgenommen werden.

4.5 Materialmodell M4L

Damit das nicht-lineare Materialverhalten des Betons bei der Berechnung berücksichtigt werden kann, wird auf das nicht-lineare Materialmodell M4L zurückgegriffen. Nach [3] ist M4L ein so genanntes microplane model (Mikroebenen- Modell), welches auf dem Prinzip der Mikroebenenstruktur des Materials basiert. Grundsätzlich müssen zur Anwendung des Materialmodells M4L folgende Bedingungen eingehalten werden, um eine stabile Berechnung zu gewährleisten.

- Sofistik Version 2012 ist erforderlich
- Die maximale Anzahl der Volumenelemente beträgt 99.999
- Das Größenverhältnis der Volumenelemente zwischen größter und kleinster Elementlänge soll zwischen 2 und 5 liegen.
- Während der Berechnung muss eine stabile VPN Verbindung mit dem Server der TU Graz bestehen

Für weitere Informationen zum Materialmodell M4L siehe [1, S.30].

4.6 Modellbildung

In diesem Kapitel wird der grundlegende Aufbau des Modells bzw. die Modellierung in Sofistik behandelt.

Wie in Kapitel 4.3 beschrieben, wird für die Modellierung das Einstab-Modell herangezogen.

4.6.1 Verwendete Materialien

Beton

- C 30 / 37
- $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$
- $E_{cm} = 32837 \text{ MN/m}^2$
- $G_c = 13682 \text{ MN/m}^2$
- $f_{ctm} = 2,9 \text{ MN/m}^2$
- $\nu = 0,2$

Betonstahl

- B 550 B
- $f_{yk} = 550 \text{ MN/m}^2$
- $E_S = 200.000 \text{ MN/m}^2$
- $\nu = 0,3$

Elastomerlager

- $\nu = 0,49$
- $E = 10.000 \text{ MN/m}^2$

Die Materialeigenschaften werden aus der Datenbank von Sofistik entnommen.

4.6.2 Systemabmessungen - Bereichsunterteilungen

Die Abmessungen des Systems bzw. die Bereichsunterteilungen sind in den Abbildungen 4.12 bis 4.15 dargestellt.

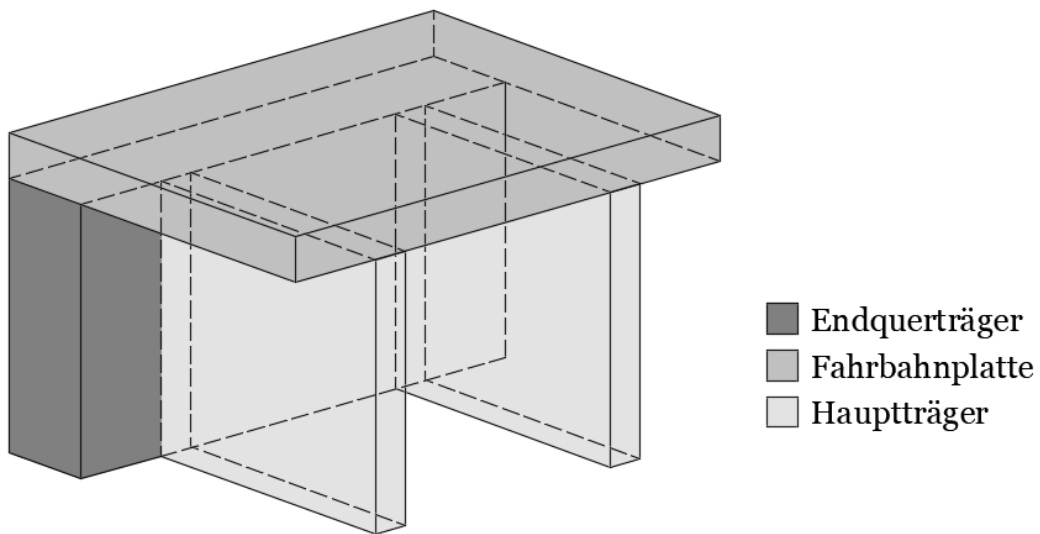


Abbildung 4.12: 3D-Übersicht

Ansicht x-z:

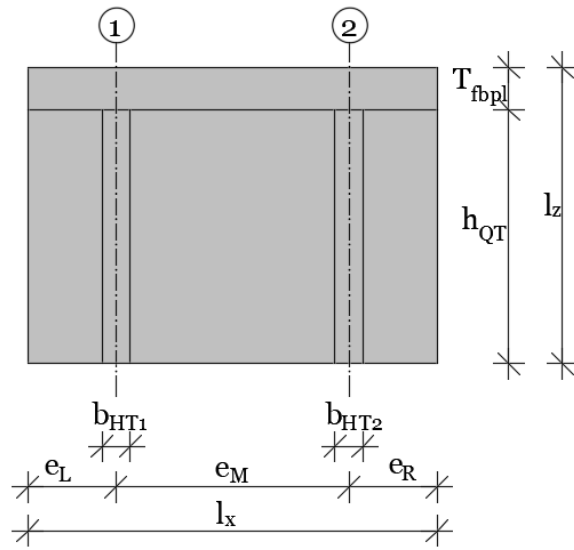


Abbildung 4.13: Ansicht x-z

Ansicht y-z:

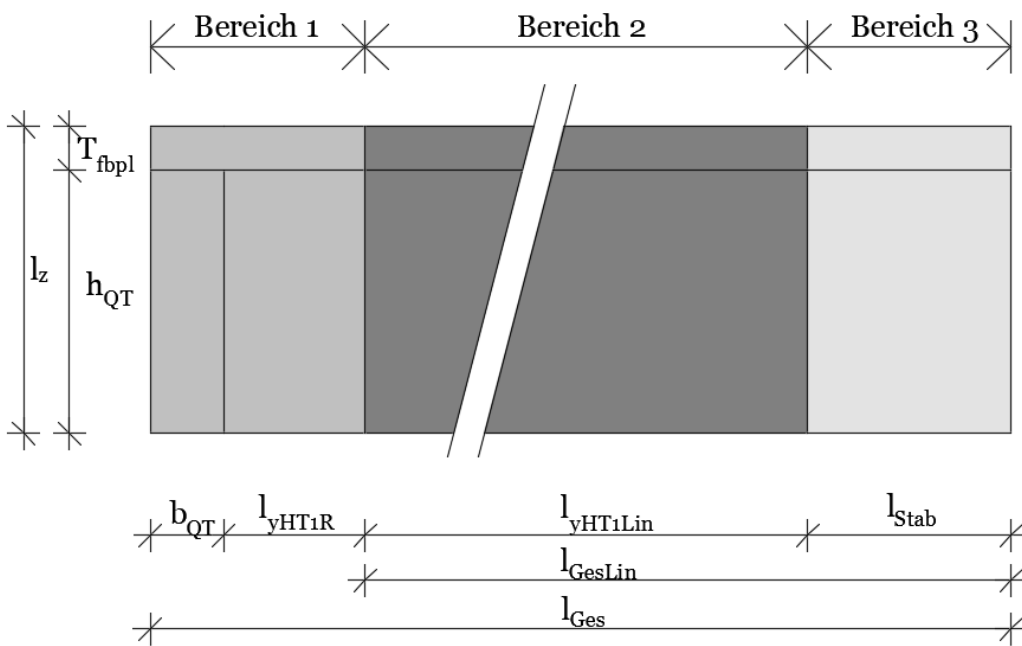


Abbildung 4.14: Ansicht y-z

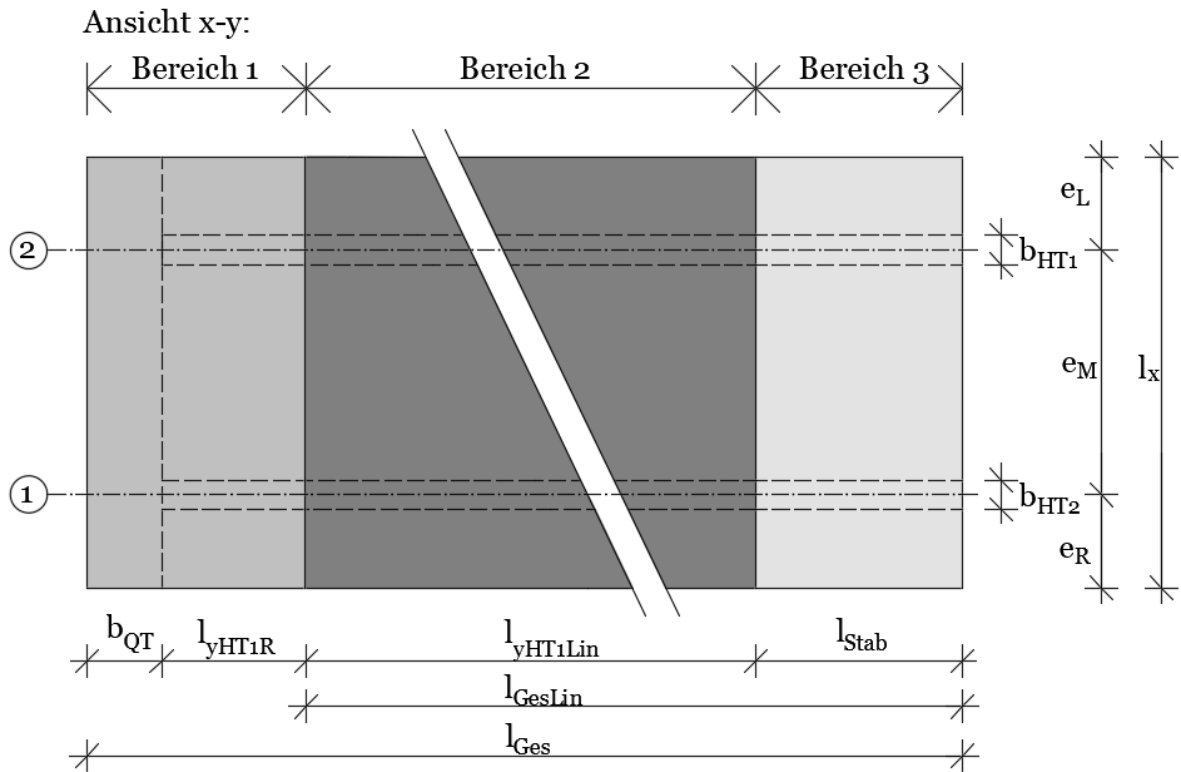


Abbildung 4.15: Ansicht x-y

Die in den Abbildungen 4.12 bis 4.15 ersichtlichen Bezeichnungen der Abmessungen sind ident zu jenen in der Text-Programmierung des Programms Teddy. Das ganze System kann in 3 Bereiche unterteilt werden. Die Spezifikationen jedes Bereichs sind nachfolgend in Tabelle 4.2 aufgelistet:

Tabelle 4.2: Systemunterteilung

Bereich	Elementtyp	Berechnungsmethode
1	BRIC	nichtlinear
2	BRIC	linear-elastisch
3	STAB	linear-elastisch

Die Systemabmessungen unterscheiden sich je nach Modell A bzw. Modell B voneinander, aufgrund der unterschiedlichen Anforderungen, die jedes Modell mit sich bringt.

4.6.3 Modellierung des Systems - Lastfall 1 - Modell A

Nachfolgend die Abmessungen des Modells A:

$l_x = 2,90 \text{ m}$	Breite des Gesamtsystems
$l_z = 2,10 \text{ m}$	Höhe des Gesamtsystems
$l_{Ges} = 16,5 \text{ m}$	Länge des Gesamtsystems
$e_L = 0,625 \text{ m}$	Randabstand Achse 1
$e_R = 0,625 \text{ m}$	Randabstand Achse 2
$e_M = 1,65 \text{ m}$	Achismaß zwischen Achse 1 und Achse 2
$b_{QT} = 0,50 \text{ m}$	Breite des Endquerträgers
$h_{QT} = 1,80 \text{ m}$	Höhe des Endquerträgers
$b_{HT1} = 0,20 \text{ m}$	Breite des Hauptträgers 1
$b_{HT2} = 0,20 \text{ m}$	Breite des Hauptträgers 2
$T_{fbpl} = 0,30 \text{ m}$	Dicke der Fahrbahnplatte
$l_{yHT1R} = 1,00 \text{ m}$	Länge des Hauptträgers 1 im Bereich der nicht-linearen Berechnung
$l_{yHT2R} = 1,00 \text{ m}$	Länge des Hauptträgers 2 im Bereich der nicht-linearen Berechnung
$l_{yHT1Lin} = 12,6 \text{ m}$	Länge des Hauptträgers 1 im Bereich der linearen Berechnung
$l_{yHT2Lin} = 12,6 \text{ m}$	Länge des Hauptträgers 2 im Bereich der linearen Berechnung
$l_{Stab} = 2,40 \text{ m}$	Länge des Stabes für den Lastangriff
$l_{GesLin} = 15,00 \text{ m}$	Gesamtlänge im Bereich der linearen Berechnung

Die Festlegung der Gesamtlänge erfolgt gemäß den Angaben in Kapitel 4.6.3, Unterkapitel *Alternative Berücksichtigung der Querschnittsverwölbung*.

Geometrie

Damit es möglich ist, Systemabmessungen bzw. Anpassungen der Geometrie einfach durchzuführen, wird das gesamte Modell parametrisiert aufgestellt. Hierfür werden im Modul *TEMPLATE* sämtliche Abmessungen des Systems als Variablen hinterlegt, was mit dem Befehl *STO* erfolgt.

Anschließend wird mit der Modellierung des Endquerträgers begonnen. Hierfür wird auf das Prinzip der Extrusion zurückgegriffen, wobei der Endquerträger aus einem extrudierten *QUAD* Element (Flächenelement) erzeugt wird. Um eine für das Programm

verarbeitbare Elementgröße zu erhalten, ist es erforderlich, die Querschnittsfläche des Endquerträgers in mehrere Elemente zu unterteilen. Diese Elemente werden anschließend mittels einer Schleife (erzeugt mit dem Befehl *LOOP*) über die gesamte Querschnittsfläche erzeugt. In der nachfolgenden Abbildung 4.16 wird der Aufbau des Ausgangselementes sowie die Nummerierung der Ausgangsknoten dargestellt.

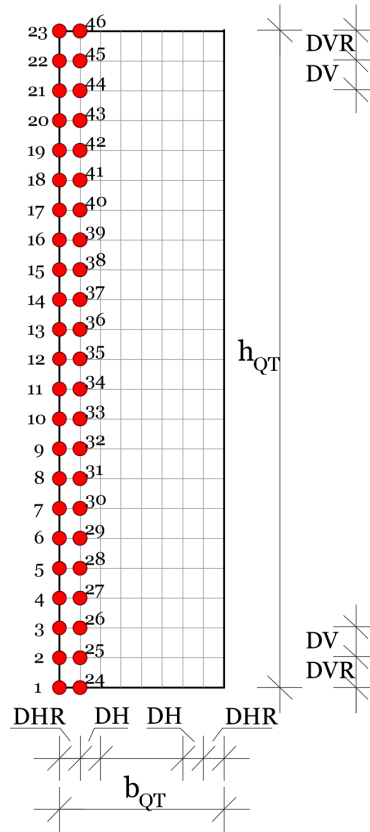


Abbildung 4.16: Übersicht Ausgangselement

Aus Gründen der Übersicht werden nur die ersten zwei vertikalen Knotenreihen nummeriert, die weitere Nummerierung erfolgt analog hierzu.

Würde nun die Extrusion des Ausgangselementes über die gesamte Länge l_x des Querträgers erfolgen, so müsste die Breite der anschließenden Hauptträger an die in diesem Bereich befindlichen Elemente angepasst werden. Um diesem Problem entgegenzuwirken, wird das Ausgangselement an beide Anschlussstellen der Hauptträger mit dem Befehl *TRAN* kopiert. Nachfolgend kann eine bereichsweise Extrusion des Hauptträgers vorgenommen werden. Die eigentliche Extrusion erfolgt mit dem Befehl *TRAN*, welcher mit dem Zusatz *PROP X* ausgeführt wird.

In dieser Befehlskette sind zudem die Anzahl der Teilungen des Extrusionselementes sowie die Richtung der Extrusion anzugeben. Um dem aus der Extrusion erzeugten Volumenelement die Eigenschaften eines *BRIC* Elementes (Volumenelement) zuzuweisen, ist es erforderlich, in der Befehlszeile oberhalb des Extrusionsbefehls explizit den Befehl *BRIC* und die jeweilige Materialnummer des Elementes anzuführen. Im Anschluss können die jetzt nicht mehr benötigten Ausgangselemente des Endquerträgerquerschnittes mit dem Befehl *DEL* gelöscht werden.

Darauffolgend werden die Hauptträger nach demselben Prinzip generiert. Das Ausgangselement der Hauptträgerextrusion wird mittels des Befehls *QUAD* erzeugt. Hierbei wird ein Flächenelement über den gesamten Querschnitt des Hauptträgers erzeugt. Mit der Zusatzbefehlssequenz *QUAD FITL* werden nun alle erzeugten Knotenpunkte der Endquerträgerextrusion in diesem Bereich automatisch in die Erzeugung des Ausgangselementes des Hauptträgers miteinbezogen. Die Erzeugung der Hauptträger mittels Extrusion wird getrennt für die Bereiche 1 und 2 (siehe Abbildung 4.14) durchgeführt.

Die Modellierung der Fahrbahnplatte wird auch mittels Extrusion erzeugt, jedoch wird das Ausgangselement nicht direkt über Flächenelemente erstellt. Durch den Befehl der Extrusion ist es möglich, ein Element (z.B. *STAB*) in ein anderes Element (*QUAD*) überzuführen. Nach demselben Prinzip ist es auch möglich, einen Knotenpunkt zu einem Stab zu extrudieren.

Als 1. Ausgangselement für die Fahrbahnplatte wird ein Hilfsstab mit dem Befehl *STAB FITL* über die gesamte Querträgerlänge l_x erzeugt. Die Begrenzungsknoten des Ausgangsstabes werden mithilfe des Befehls *GETN* abgerufen. Durch den Zusatzbefehl *FITL* wird die Teilung des Stabes an die Elementteilung des Endquerträgers angepasst. Anschließend erfolgt die Extrusion des Ausgangsstabes zum Ausgangsflächenelement (*QUAD*). Dieses Ausgangselement für die eigentliche Extrusion der Fahrbahnplatte wird zudem an den Übergangsbereich zwischen Bereich 1 und Bereich 2 (siehe Abb. 4.14) kopiert, um eine unabhängige Erzeugung der Fahrbahnplatte in diesen beiden Bereichen durchführen zu können. Hierauf folgend wird die Extrusion der Fahrbahnplatte nach demselben Schema wie bei dem Endquerträger sowie bei den Hauptträgern durchgeführt.

Bewehrung

Das Modell wird ausschließlich im linearen Bereich bewehrt, (siehe Abb. 4.14), da sich hier die eigentlichen zu untersuchenden Bereiche befinden. Die einzelnen Bewehrungsstäbe bzw. Bügel werden über Fachwerkselemente mit dem Befehl *FACH* erstellt. Auch hier wird der Befehlszusatz *FITL* benötigt, um die Stäbe in den Knotenpunkten mit den Volumenelementen zu verbinden. Durch dieses Vorgehen kann der Verbund zwischen Beton und Bewehrungsstahl abgebildet werden.

Die Verbindung der Bewehrungsstäbe in den jeweiligen Knotenpunkten erfolgt immer in der Schwerachse der Stäbe. Die Bewehrung der Bauteile orientiert sich an der konventionellen Bewehrungsführung. Der Endquerträger sowie die beiden Hauptträger werden mit Bügeln und Stäben bewehrt. Um eine starre Verbindung zwischen Endquerträger und oben liegender Fahrbahnplatte zu gewährleisten, wird die Bügelbewehrung des Querträgers in die Fahrbahnplatte gezogen. Die Fahrbahnplatte an sich wird vereinfacht nur durch Bewehrungsstäbe bewehrt. Grundsätzlich wird von einem starren Verbund zwischen Beton und Bewehrung ausgegangen.

In Abbildung 4.17 wird die Bewehrung gezeigt.

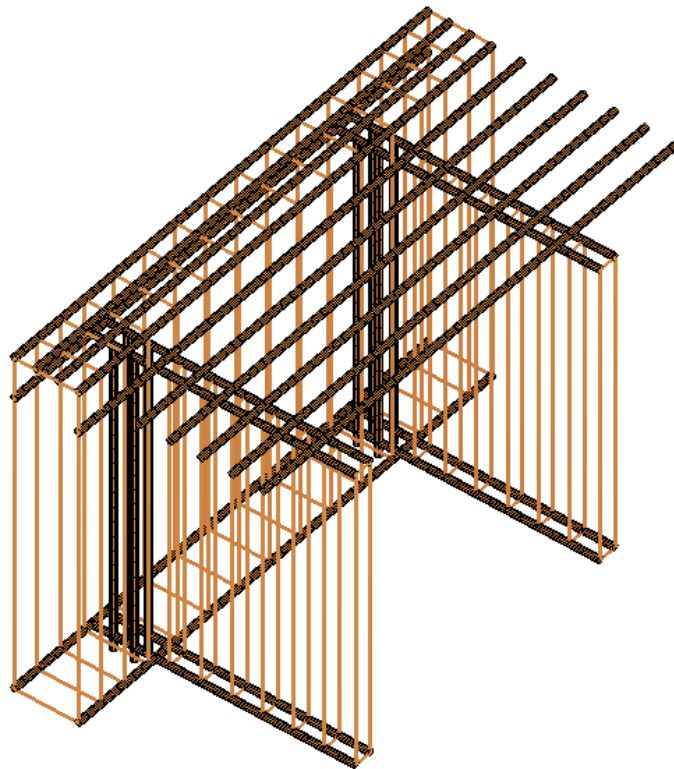


Abbildung 4.17: Bewehrung

Systemlagerung

Der grundlegende Gedanke bei der Lagerung des Systems ist es, eine konventionelle Brückenlagerung (wie in Kapitel 2.1.1 erläutert) anzustreben, um das tatsächliche Bauwerksverhalten bestmöglich abbilden zu können.

Die Lagerung des Systems erfolgt in den Achsen 1 und 2, welche zugleich die Achsen der Hauptträger darstellen. Bei diesem System ist eine zwangsfreie Lagerung unumgänglich, da es sonst eventuell zu Zusatzbeanspruchungen im Querträger kommen kann, welche die Ergebnisse verfälschen. Um eine zwangsfreie Lagerung zu gewährleisten und zudem ein instabiles System zu vermeiden, werden als Lagervariante Elastomerlager modelliert. Die nachfolgende Abbildung 4.18 zeigt eine Draufsicht auf die Systemlagerung.



Abbildung 4.18: Systemlagerung

Die Elastomerlager bestehen aus zwei Lagerplatten, welche als *QUAD* Element erzeugt werden. Der Bereich zwischen den Lagerplatten wird mit einem Volumenelement (*BRIC*) gefüllt, dessen Materialeigenschaften jenen des Elastomers entsprechen. Abbildung 4.19 zeigt einen Schnitt durch das oben erläuterte Elastomerlager.

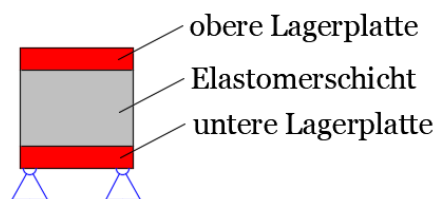


Abbildung 4.19: Schnitt-Elastomerlager

Die gesamte Berechnung wird ohne Berücksichtigung des Eigengewichts durchgeführt, somit sind die Lager in diesem Fall nicht überdrückt, was im schlimmsten Fall zu abhe-

benden Lagerkräften und somit zum Versagen des Betons auf Zug in den Lagerbereichen zur Folge hätte. Um dies zu vermeiden, werden die Lagerplatten an allen vier Eckpunkten mittels Zuganker in den Querträger rückverankert. Diese vertikalen Zuganker sind als Einzelstäbe in Abbildung 4.17 ersichtlich.

Verformungseinleitungsbereich

Als Verformungseinleitungsbereich wird jener Bereich (Bereich 3 lt. Abbildung 4.14) des Modells bezeichnet, welcher den Übergang zwischen aufgebrachter Verformung und dem eigentlichem System liefert. Wie in Kapitel 4.3 beschrieben und Abbildung 4.10 gezeigt ist, wird für die Verformungseinleitung ein Stab erzeugt, welcher denselben Querschnitt wie die Brückenlängsachse besitzt. Der Stab für die Verformungseinleitung wird mit dem Befehl *SATB* erzeugt.

Die Verbindung zwischen dem Stab für die Verformungseinleitung und den Volumenelementen (Bereich zwischen Bereich 1 und Bereich 2 nach Abbildung 4.10) erfolgt über Koppelemente, welche die Verformungen zweier Knoten koppeln. Der Nachteil bei der Verbindung mittels Koppelementen ist, dass es in Sofistik nicht möglich ist, die Verwölbung eines Querschnitts zu koppeln. Auf die Lösung dieses Problems wird im Anschluss an dieses Kapitel eingegangen.

Die Kopplungen werden direkt über den Befehl *KNOT* erzeugt. Hierbei wird der Anfangsknoten des Stabes für die Verformungseinleitung mit allen Knotenpunkten am Rand des Bereiches 2 gekoppelt. Die Kopplung erfolgt über eine Schleife. Die Knotenpunkte der Volumenelemente werden über den Befehl *GETN* abgegriffen. In Abbildung 4.20 und Abbildung 4.21 wird die Kopplung des Stabes an die Volumenelemente dargestellt.

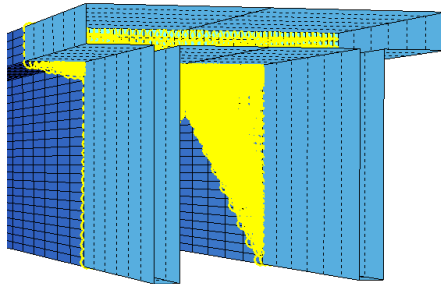


Abbildung 4.20: Kopplung Bereich 1 und Bereich 2 (Querschnitt des Stabes aktiviert)

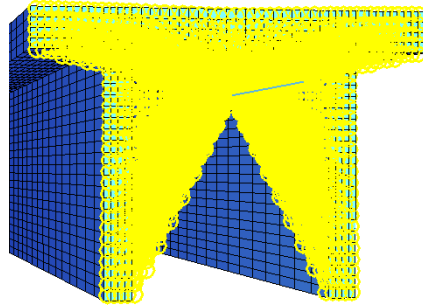


Abbildung 4.21: Kopplung Bereich 1 und Bereich 2 (Querschnitt des Stabes deaktiviert)

Der hellblau dargestellte Bereich in Abbildung 4.20 zeigt den Stab für die Verformungseinleitung und entspricht dem Bereich 3 nach Abb. 4.14. Die einzelnen Kopplungen sind hier gelb dargestellt, der dunkelblaue Bereich zeigt die Volumenelemente der Brückenlängsachse und entspricht dem Bereich 2 nach Abb. 4.14.

Systemberechnung

Wie in Kapitel 4.3 beschrieben wird, wird für den Lastfall 1 eine Verdrehung φ_y am Stabende für die Verformungseinleitung angesetzt. Die Festlegung der Belastung erfolgt im Modul *SOFILOAD*, wohingegen die eigentliche Berechnung im Modul *ASE* ausgeführt wird.

Da es sich hier um eine nicht-lineare Berechnung handelt und Aussagen über die Steifigkeitsentwicklung bei zunehmender Verformung herausgearbeitet werden sollen, ist es nicht zielführend, die gesamte Verformung in einem Schritt aufzubringen. Aus diesem Grund wird eine stufenweise Erhöhung der Verformung bzw. Verdrehung mittels einer Schleife durchgeführt. Hier sei noch erwähnt, dass nur die Betonbauteile aus Bereich 1 nicht-linear gerechnet werden, für alle anderen Bauteile erfolgt eine lineare Berechnung. Für die nichtlineare Berechnung wird das in Sofistik implementierte Linesearchverfahren herangezogen. Die stufenweise Steigerung der Verdrehung erfolgt über das Aufsetzen eines Lastfalles auf einen Primärlastfall. Als Ausgangswert wird eine Verdrehung von 0,1212 mrad (diese entspricht einer vertikalen Verschiebung der jeweiligen Hauptträger um 0,1 mm) aufgebracht. Die Verdrehung wird anschließend in jedem weiteren Lastfall mit einem Erhöhungsfaktor (EF) multipliziert, um somit eine Steigerung der Verdrehung zu erzielen. Der Erhöhungsfaktor für die Verdrehung wird in jedem weiteren Lastfall um 2,2 gesteigert. Nachfolgend wird die Steigerung der Verdrehung für 3 Lastfälle dargestellt:

$$\text{LF 100} = \varphi_y * \text{EF} = 0,1212 * 1 = 0,1212 \text{ mrad}$$

$$\text{LF 101} = \varphi_y * (\text{EF}+2,2) = 0,1212 * (1+2,2) = 0,388 \text{ mrad}$$

$$LF_{102} = \varphi_y * (EF+4,4) = 0,1212 * (1+4,4) = 0,654 \text{ mrad}$$

Um die Wölbkrafttorsion bei der Berechnung zu berücksichtigen, muss diese über den Befehl *STEU WARP 1* aktiviert werden. Ein wesentliches Problem hierbei ist, dass es in Sofistik derzeit nicht möglich ist, Primärlastfälle und die Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion gleichzeitig zu berücksichtigen. Da eine Laststeigerung über Primärlastfälle unumgänglich ist, ist es notwendig die Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion nicht über den eigentlichen Befehl *STEU WARP 1* in Sofistik durchzuführen, aus diesem Grund wird auf die Aufspaltung des Torsionsmoments in ein primäres- und sekundäres Torsionsmoment verzichtet, da dies nur mit dem Befehl *STEU WARP 1* möglich ist. Hinzu kommt das in dem Kapitel “Verformungseinleitungsbereich” erwähnte Problem, dass es nicht möglich ist, die Querschnittsverwölbung zu koppeln.

Alternative Berücksichtigung der Querschnittsverwölbung

In diesem Kapitel wird eine Untersuchung zur alternativen Aktivierung der Querschnittsverwölbung sowie zur Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion durchgeführt. Grundsätzlich kann davon ausgegangen werden, dass sich ab einer bestimmten Systemlänge (in Brückenlängsrichtung) die Wölbkrafttorsion sowie die Querschnittsverwölbung eigenständig, ohne explizite Ausführung des Befehls *STEU WARP 1*, einstellt.

Die aufgebrachte Verdrehung liefert eine Torsion des Brückenquerschnittes in Brückenlängsrichtung, wodurch die Auflagerpunkte belastet werden. Gesucht ist nun jene Länge $l_{yHT1Lin}$, ab welcher sich die Querschnittsverwölbung selbst eingestellt hat. Hierfür wird bei dieser Untersuchung die Länge l_{GesLin} konstant gehalten und das Verhältnis der Längen $l_{yHT1Lin}$ zu l_{Stab} variiert. Ist nun jene Länge $l_{yHT1Lin}$ erreicht, ab welcher sich die Querschnittsverwölbung eingestellt hat, so erfährt die vertikale Auflagerkraft keine Veränderung mehr und bleibt konstant.

Diese Untersuchung wird auf Basis einer linearen Berechnung durchgeführt. Als Toleranz der Abweichung der vertikalen Auflagerkräfte wird eine Grenze von 5 % gewählt. Für die Länge l_{GesLin} werden 30,00 m angenommen, die angesetzte Verdrehung beträgt 0,9 rad. Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden nachfolgend in Abbildung 4.22 dargestellt.

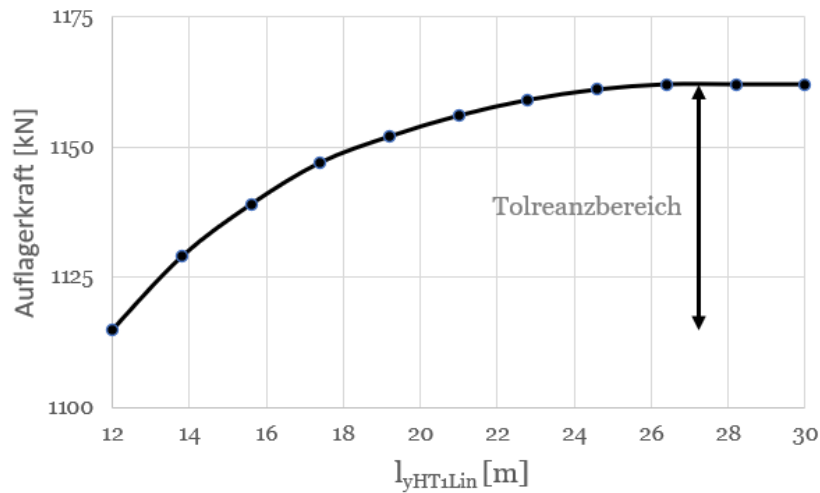


Abbildung 4.22: Veränderung der Auflagerkraft in Abhängigkeit der Länge $l_{yHT1Lin}$

Es ist zu erkennen, dass sich die Verwölbung des Querschnittes ab einer Länge von $l_{yHT1Lin} = 12,00 \text{ m}$ unter Berücksichtigung der Toleranzabweichung von 5 % der vertikalen Auflagerkraft vollständig eingestellt hat. Der Toleranzbereich von 5 % wird eingeführt, um eine unnötig große Anzahl von Elementen und die daraus folgende Verlängerung der Berechnungszeit zu vermeiden.

Zusammenfassend kann aus dieser Untersuchung abgeleitet werden, dass die Länge des Bereiches 1 $l_{yHT1Lin}$ (siehe Abbildung 4.14) aufgerundet das ca. 7-fache der Querträgerhöhe h_{QT} betragen muss, um eine selbständige Einstellung der Querschnittsverwölbung bzw. Wölbkrafttorsion zu gewährleisten.

3D-Darstellung des Gesamtsystems

Die nachfolgenden Abbildungen 4.23 bis 4.25 zeigen die Visualisierung des Modells A. In Abbildung 4.26 ist die Modelldarstellung mit dem deaktivierten Stabquerschnitt am Endbereich angeführt.

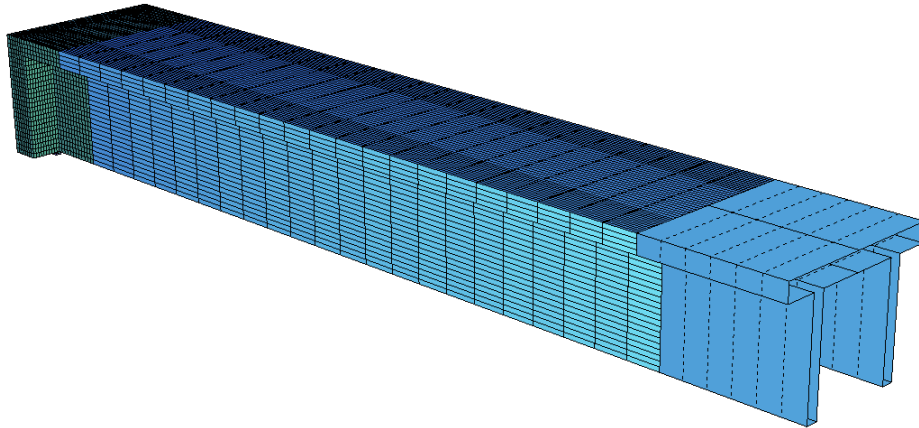


Abbildung 4.23: Systemvisualisierung A

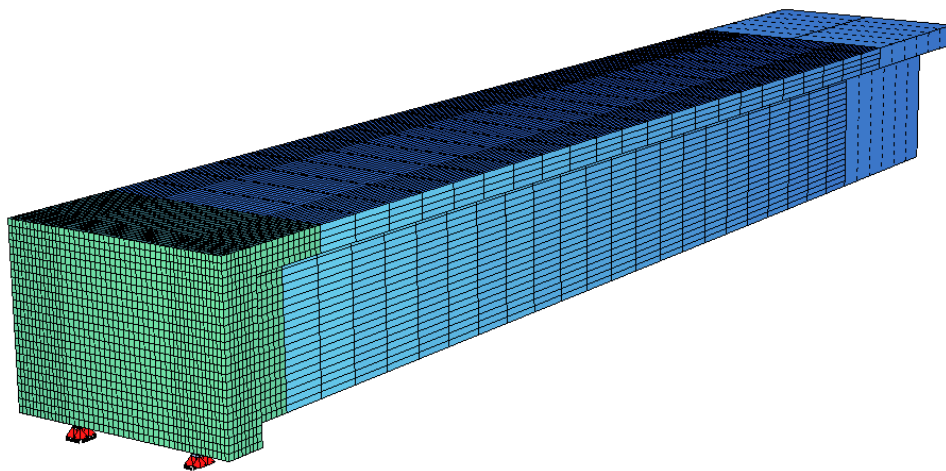


Abbildung 4.24: Systemvisualisierung B

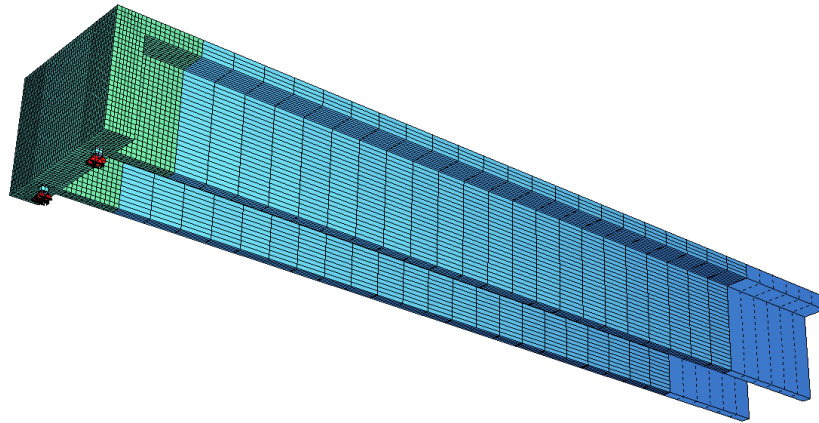


Abbildung 4.25: Systemvisualisierung C

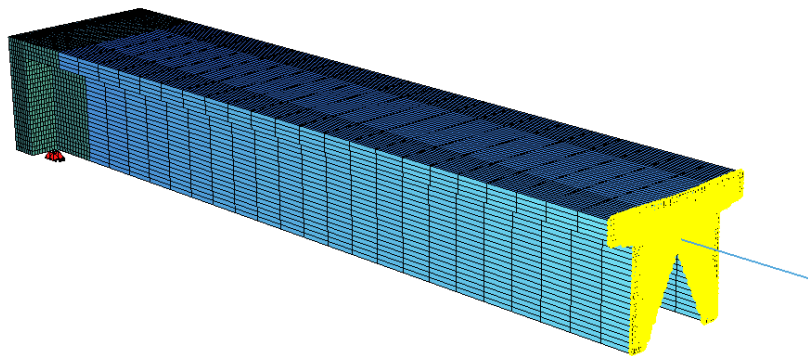


Abbildung 4.26: Systemvisualisierung D (Stabquerschnitt deaktiviert)

4.6.4 Modellierung des Systems - Lastfall 2 - Modell B

Der Unterschied zwischen den Modellen A und B liegt im Bereich der Systemlagerung, des Lasteinleitungsbereiches sowie in der Systemberechnung. Die Geometrieerzeugung sowie die Bewehrungserzeugung sind identisch und werden aus diesem Grund in diesem Kapitel nicht erneut beschrieben.

Nachfolgend die Abmessungen des Modells A:

$l_x = 2,90 \text{ m}$	Breite des Gesamtsystems
$l_z = 2,10 \text{ m}$	Höhe des Gesamtsystems
$l_{Ges} = 5,50 \text{ m}$	Länge des Gesamtsystems
$e_L = 0,625 \text{ m}$	Randabstand Achse 1
$e_R = 0,625 \text{ m}$	Randabstand Achse 2
$e_M = 1,65 \text{ m}$	Achismaß zwischen Achse 1 und Achse 2
$b_{QT} = 0,50 \text{ m}$	Breite des Endquerträgers
$h_{QT} = 1,80 \text{ m}$	Höhe des Endquerträgers
$b_{HT1} = 0,20 \text{ m}$	Breite des Hauptträgers 1
$b_{HT2} = 0,20 \text{ m}$	Breite des Hauptträgers 2
$T_{fbpl} = 0,30 \text{ m}$	Dicke der Fahrbahnplatte
$l_{yHT1R} = 1,00 \text{ m}$	Länge des Hauptträgers 1 im Bereich der nicht-linearen Berechnung
$l_{yHT2R} = 1,00 \text{ m}$	Länge des Hauptträgers 2 im Bereich der nicht-linearen Berechnung
$l_{yHT1Lin} = 3,50 \text{ m}$	Länge des Hauptträgers 1 im Bereich der linearen Berechnung
$l_{yHT2Lin} = 3,50 \text{ m}$	Länge des Hauptträgers 2 im Bereich der linearen Berechnung
$l_{Stab} = 0,50 \text{ m}$	Länge des Stabes für den Lastangriff
$l_{GesLin} = 4,00 \text{ m}$	Gesamtlänge im Bereich der linearen Berechnung

Systemlagerung

Das Modell B wird an drei Punkten gelagert. Die Hauptlagerung erfolgt unter dem Querträger, in den Achsen 1 und 2 der Hauptträger. Für die Positionierung der dritten Lagerung wird der an der Vorderseite der Brücke gekoppelte Stab verwendet. Dieser Stab für die Aufnahme der Lagerung entspricht jenem Stab, welcher im Modell A für die Verformungseinleitung herangezogen wird.

Im Gegensatz zu Modell A erfolgt hier die Lagerung nicht über nachgebildete Elastomerlager. Die Systemlagerung unter dem Endquerträger ist in Abbildung 4.27 zu erkennen, die Lagerung des Stabs in Abbildung 4.28. Der Randstab wird mittels einer allseits festen Lagerung sowie einer Gabellagerung, welche die Verdrehung um die z-Achse verhindert, gelagert.



Abbildung 4.27: Lagerung unter dem Endquerträger

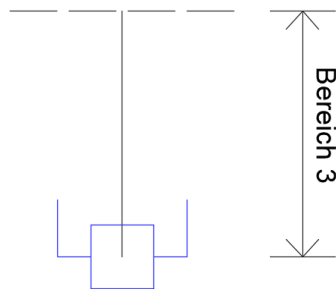


Abbildung 4.28: Lagerung des Randstabes (Draufsicht)

In Abbildung 4.28 wird der Randstab ohne seinen Querschnitt dargestellt.

Verformungseinleitungsbereich

Wie in Kapitel 4.3 beschrieben wird, wird hier die Verschiebung direkt am Endquerträger aufgebracht. Im Gegensatz zu Abbildung 4.11 wird nur in der Achse 1 eine Verschiebung u_y aufgebracht. Das Modell wird jedoch so erzeugt, dass eine Anbringung der Verschiebung u_y an beiden Hauptträgern erfolgen kann.

Um diese Verschiebung auf den Endquerträger zu bringen, werden vor diesem zwei Stäbe für die Lastaufnahme in jeweils beiden Hauptträgerachsen erzeugt. Die Stäbe besitzen eine Höhe von l_z und eine Breite von b_{HT1} bzw. b_{HT2} .

Die Verbindung zwischen dem jeweiligen Stab und dem Endquerträger wird über Koppelbedingungen realisiert. Die Länge der Stäbe hat eine untergeordnete Rolle, aus diesem Grund wird diese sehr klein gewählt. Abbildung 4.29 zeigt eine Übersicht des Verformungseinleitungsbereiches des Modells B.

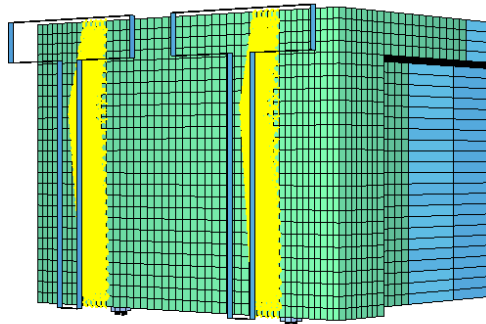


Abbildung 4.29: Lasteinleitungsbereich Modell B

Systemberechnung

Die Systemberechnung wird ident zu jener aus dem Modell A durchgeführt, aus diesem Grund wird in diesem Abschnitt auf eine genaue Erläuterung verzichtet.

Eine Berücksichtigung der Querschnittsverwölbung bzw. Wölbkrafttorsion ist bei diesem Modell nicht notwendig. Auch hier wird die stufenweise Steigerung der Verformung über das Aufsetzen eines Lastfalles auf einen Primärlastfall erzielt. Als Ausgangswert wird eine Verschiebung von $u_y = 0,1 \text{ mm}$ aufgebracht. Die Verformung wird anschließend in jedem weiteren Lastfall mit einem Erhöhungsfaktor (EF) multipliziert, um somit eine Verformungssteigerung zu erzielen. Der Erhöhungsfaktor für die Verformung wird in jedem weiteren Lastfall um 0,5 gesteigert. Nachfolgend wird die Verformungserhöhung für 3 Lastfälle dargestellt:

Der Ausgangswert der horizontalen Verschiebung beträgt $u_y = 0,1 \text{ mm}$, der Erhöhungsfaktor beträgt 1, welcher in jedem Lastfall um 0,5 erhöht wird.

$$\text{LF 100} = u_y * \text{EF} = 0,1 * 1 = 0,1 \text{ mm}$$

$$\text{LF 101} = u_y * (\text{EF}+0,5) = 0,1 * (1+0,5) = 0,15 \text{ mm}$$

$$\text{LF 102} = u_y * (\text{EF}+1) = 0,1 * (1+1) = 0,2 \text{ mm}$$

3D-Darstellung des Gesamtsystems

Die nachfolgenden Abbildungen 4.30 bis 4.33 zeigen die Visualisierung des Modells A. In Abbildung 4.33 ist die Modelldarstellung mit dem deaktivierten Stabquerschnitt am Endbereich angeführt. Die Kopplungen sind in den Abbildungen in Gelb dargestellt.

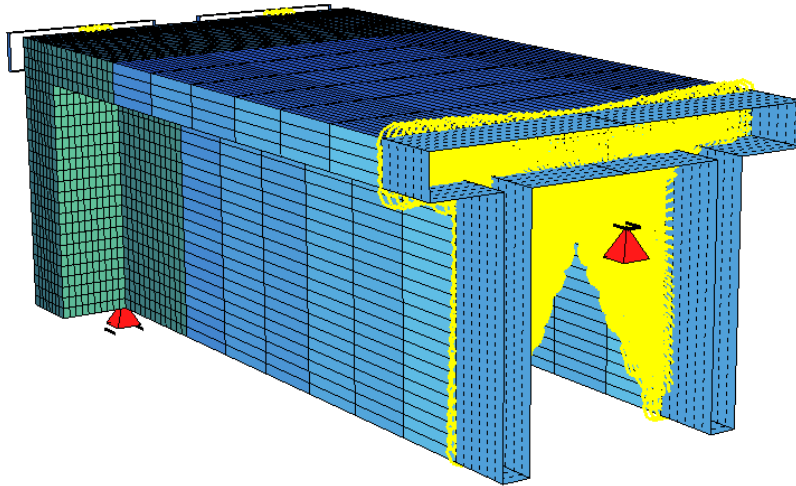


Abbildung 4.30: Systemvisualisierung A

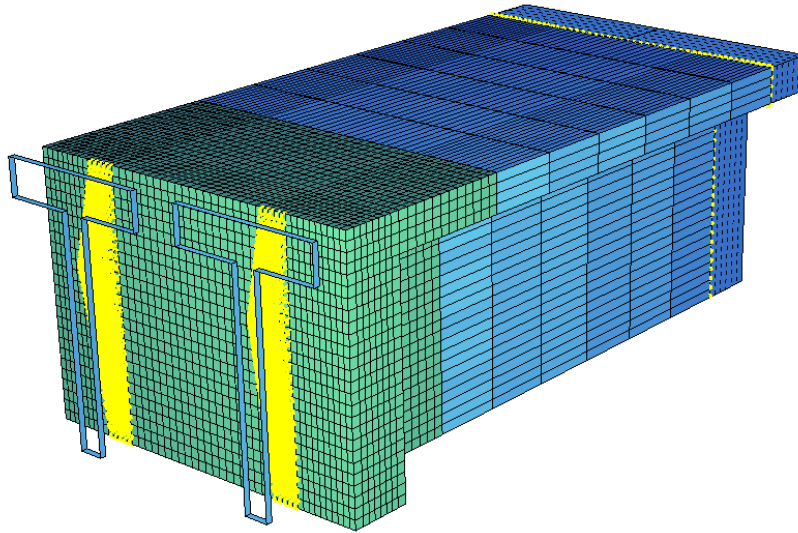


Abbildung 4.31: Systemvisualisierung B

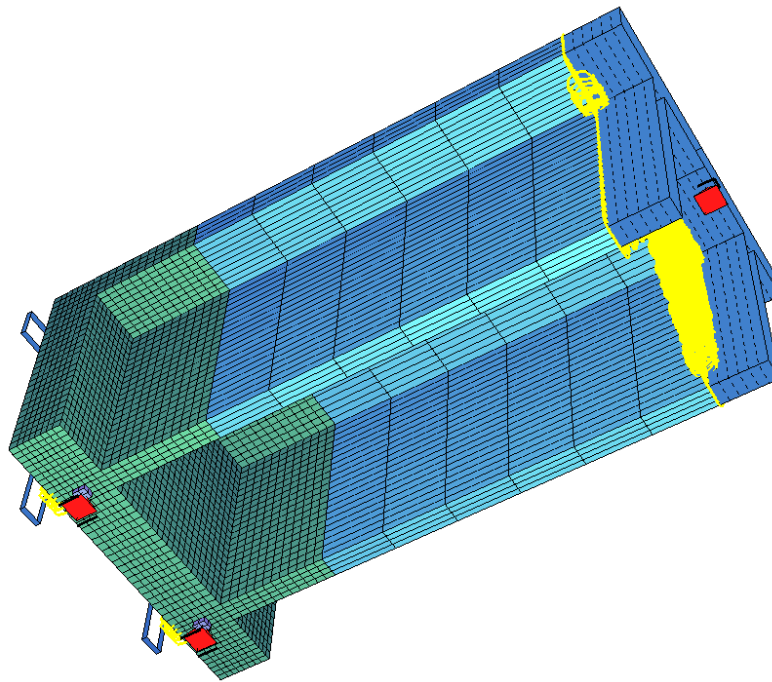


Abbildung 4.32: Systemvisualisierung C

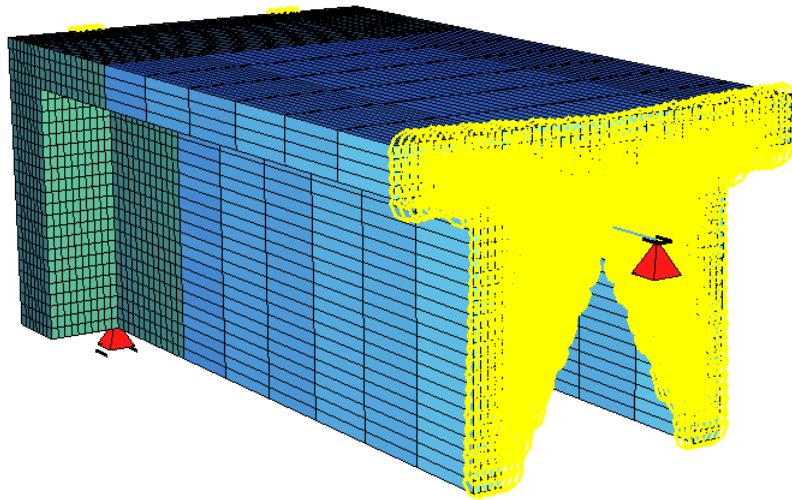


Abbildung 4.33: Systemvisualisierung D (Stabquerschnitt deaktiviert)

5 Auswertung der Ergebnisse

5.1 Allgemeines

Dieses Kapitel befasst sich mit der Auswertung der nichtlinearen Untersuchungen. Zur besseren Übersicht werden die Lastfälle, das dafür benötigte Modell, die aufgebrachte Verformung bzw. Verdrehung sowie die daraus resultierende Schnittgröße bzw. Steifigkeit in der nachfolgenden Tabelle 5.1 angeführt.

Tabelle 5.1: Ergebnisübersicht

Lastfall	Modell	Beanspruchung	Verformung	Schnittgröße	Steifigkeit
1	A	φ_y	$\varphi_{x,QT}$	M_T	GI_T
2	B	v_y	$v_{y,QT}$	Q_z	EI_z

Die Ermittlung der Schnittgrößen erfolgt mit dem Modul *SIR*. Im Anschluss daran werden die ermittelten Schnittgrößen, zugehörig zu den jeweiligen, aufgebrachten Verformungen bzw. Verdrehungen, ausgelesen.

Ziel ist es, mit den ausgelesenen Ergebnissen Schnittkraft-Verformungskurven zu erzeugen, welche Rückschlüsse auf die nichtlineare Steifigkeitsermittlung geben.

5.2 Steifigkeitsermittlung

In diesem Kapitel wird auf die Bestimmung der Systemsteifigkeit, welche auf Basis von Schnittkraft-Verformungskurven abgeleitet wird, eingegangen. Die hier erläuterte Vorgehensweise liefert die Grundlage für die Ergebnisauswertung der jeweiligen Lastfälle (Lastfall 1 und Lastfall 2). Als Schnittkraft-Verformungskurve wird in dieser Arbeit eine Kurve bezeichnet, bei welcher auf der Abszisse die einwirkende Verformung bzw. Verdrehung und auf der Ordinate die daraus resultierende Schnittkraft aufgetragen wird. Nachfolgend erfolgt die Bestimmung der Torsionssteifigkeit GI_T sowie die Bestimmung der Biegesteifigkeit um die z-Achse EI_z .

Tangentenmodul - Sekantenmodul

Im Zuge der Auswertung der Steifigkeiten des Endquerträgers werden die Tangentensteifigkeit sowie die Sekantensteifigkeit jeweils für beide Lastfälle ausgewertet. Diesbezüglich erfolgt hier eine Beschreibung über den Unterschied zwischen Tangentenmodul und Sekantenmodul.

Wird beispielsweise eine einfache Spannung-Dehnungslinie eines Zugstabes betrachtet, so besitzt die Linie in jedem Punkt eine Steigung, welche dem Tangentenmodul in dem jeweiligen Punkt entspricht. Der Sekantenmodul hingegen geht immer durch den Ursprung der Spannung-Dehnungslinie. Abbildung 5.1 gibt einen graphischen Überblick über den Unterschied von Tangentenmodul und Sekantenmodul

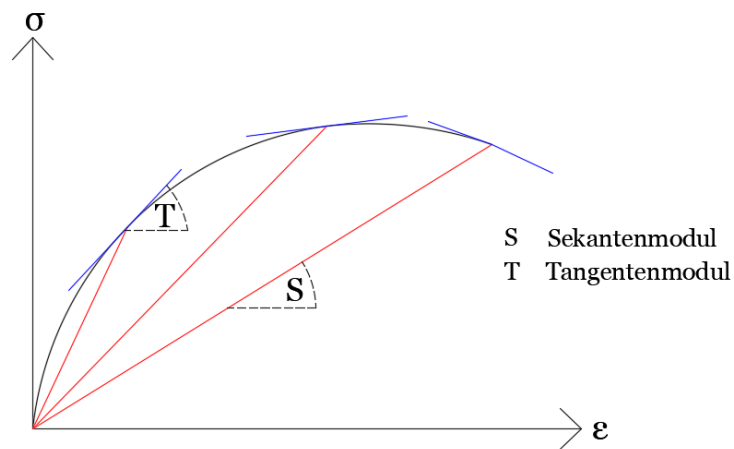


Abbildung 5.1: Tangentenmodul - Sekantenmodul

Bestimmung der Torsionssteifigkeit GI_T

Um das Vorgehen zur Bestimmung der Torsionssteifigkeit zu erläutern, wird auf ein einfaches statisches System (siehe Abbildung 5.2) zurückgegriffen. Als System wird das im Kapitel 4.2 gezeigte System verwendet. Die Berechnung erfolgt linear elastisch.

$L = 6,00 \text{ m}$	Länge des Torsionsstabes
$b = 0,50 \text{ m}$	Querschnittsbreite
$h = 1,20 \text{ m}$	Querschnittshöhe
$G = 13682 \text{ MN/m}^2$	Schubmodul
$I_T = 0,037434 \text{ m}^4$	Torsionsträgheitsmoment
$\varphi_{x,1} = 0,01 \text{ mrad}$	Ausgangsverdrehung

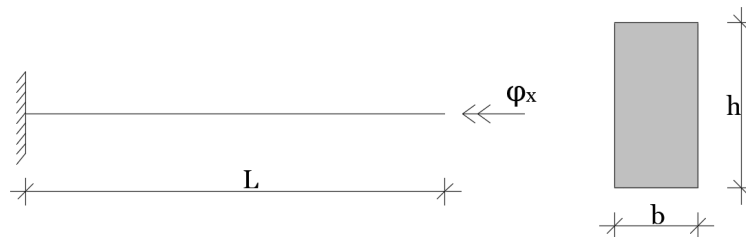


Abbildung 5.2: Systemübersicht

Das System ist im Auflagerbereich eingespannt und somit gegen eine Verdrehung gesichert. Die Berechnung erfolgt in Sofistik über eine Verformungssteigerungsschleife. Hierbei wird die Ausgangsverdrehung ($\varphi_{x,1} = 0,01 \text{ mrad}$) schrittweise um den Faktor 2,2 erhöht. Die Verformungserhöhung erfolgt 39 mal.

Eine direkte Ableitung der Steifigkeit aus der Schnittkraft-Verformungskurve ist nicht möglich. Dies wird anhand der nachfolgenden Gleichung (lt. [7, S.219], Gleichung 14.48) erläutert.

$$\varphi = \frac{M_T}{GI_T} * L \quad (5.1)$$

Eine Umstellung der Gleichung auf die Torsionssteifigkeit liefert:

$$GI_T = \frac{M_T}{\varphi} * L \quad (5.2)$$

In den jeweiligen Einheiten ausgedrückt, lässt sich die obere Funktion wie folgt darstellen.

$$[kNm^2] = \frac{[kNm]}{[rad]} * [m] \quad (5.3)$$

In Formel 5.2 wird ersichtlich, dass für die Steifigkeitsbestimmung nicht nur das Verhältnis $\frac{M_T}{GI_T}$ ausschlaggebend ist, sondern auch die Länge L . Für das in Abbildung 5.2 dargestellte System entspricht die zu berücksichtigende Länge der Systemlänge. Allgemein ist hier jene Länge zu verwenden, welche den Abstand zwischen der betrachteten Stelle des Systems und jener Stelle im System, an welcher die Verdrehung gleich null ist, liefert.

In Abbildung 5.3 wird die Schnittkraft-Verformungskurve des Systems dargestellt.

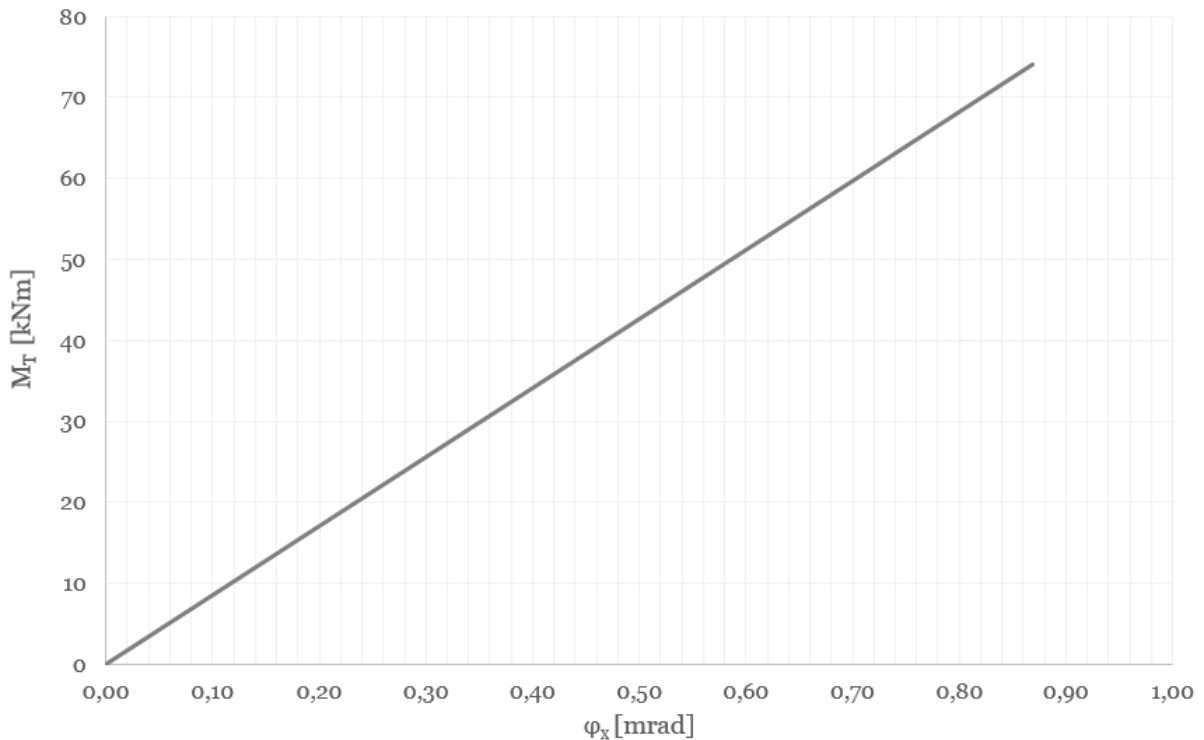


Abbildung 5.3: Schnittkraft-Verformungskurve

Um nun die Steifigkeit bestimmen zu können, ist es notwendig, eine modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve zu erstellen, siehe Abbildung 5.4. Die Modifikation bezieht sich auf

den Bereich der Ordinate, auf welcher jetzt das Produkt aus $M_T * L$ aufgetragen wird. Anschließend kann die Bestimmung der Steifigkeit aus der modifizierten Schnittkraft-Verformungskurve erfolgen. Allgemein liefert die Steigung der modifizierten Schnittkraft-Verformungskurve die Steifigkeit des Systems.

Die erste Ableitung einer Funktion, in einem bestimmten Punkt ausgewertet, entspricht der Steigung der Funktion in diesem Punkt und somit der jeweiligen Tangentensteifigkeit. Um die Steigung der Kurve in jedem Punkt zu erhalten, wird dementsprechend die erste Ableitung in jedem Punkt der Kurve ausgewertet.

Hier wird die Funktionsgleichung analytisch bestimmt, bei den Steifigkeitsbestimmungen des Endquerträgers wird die Funktionsgleichung im Programm Excel mittels einer Trendlinie erstellt. Hierfür wird bei diesem System für die Annäherung eine lineare Funktion verwendet. Die Genauigkeit der Übereinstimmung zwischen angenäherter Trendlinie und der eigentlichen Funktion wird mittels des Bestimmtheitsmaßes ausgegeben.

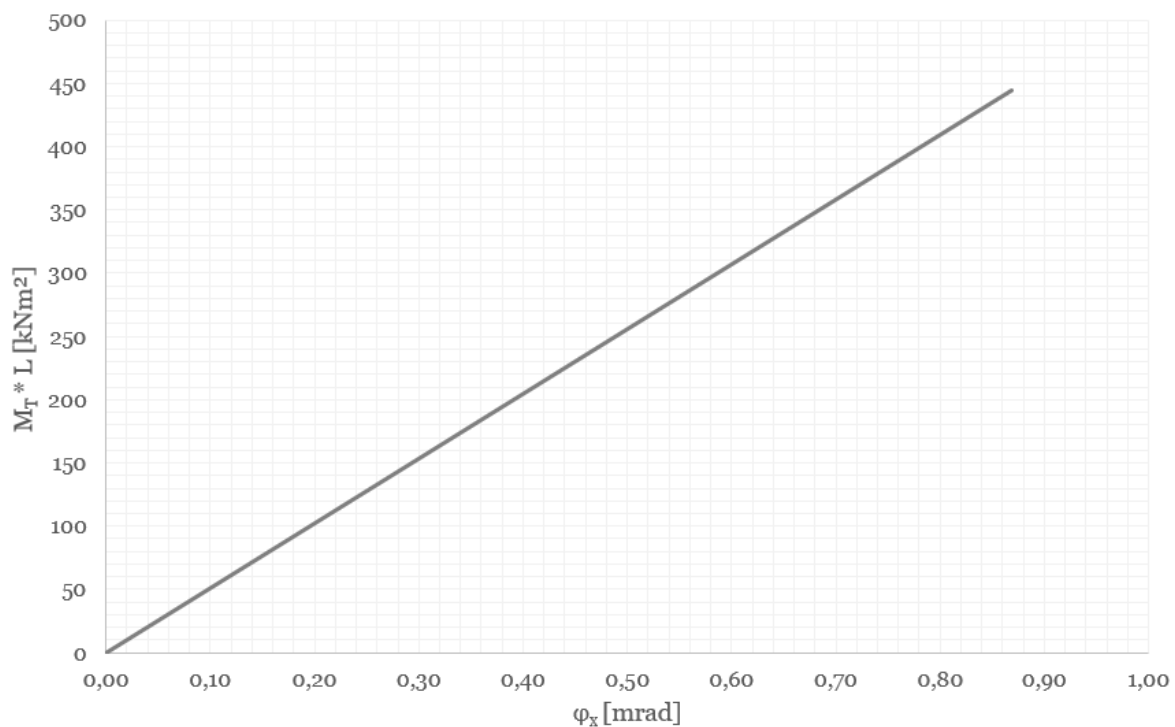


Abbildung 5.4: Modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve

Die ausgewertete Funktion der modifizierten Schnittkraft-Verformungskurve ergibt sich zu:

$$(M_T * L)(\varphi_x) = \frac{\Delta(M_T * L)}{\Delta\varphi_x} * \varphi_x + d = \frac{445,58}{0,87} * \varphi_x + 0 = 512,16 * \varphi_x \quad (5.4)$$

Die erste Ableitung der Funktion lautet wie folgt.

$$GI_T = (M_T * L(\varphi_x))' = 512,16 \text{ MNm}^2 \quad (5.5)$$

Da als Einheitenformat für die Verdrehung mrad verwendet wird, muss das Ergebnis der oberen Ableitung noch mit dem Faktor 10^3 multipliziert werden. Die Torsionssteifigkeit ergibt sich nachfolgend zu:

$$GI_T = (M_T * L(\varphi_x))' * 10^3 = 512,16 * 10^3 = 512160 \text{ kNm}^2 \quad (5.6)$$

Um die Richtigkeit der bestimmten Torsionssteifigkeit zu überprüfen, wird diese nachfolgend über die Querschnittswerte des Systems ermittelt.

$$GI_T = G * I_T = 13682 * 10^3 * 0,037434 = 512171 \text{ kNm}^2 \quad (5.7)$$

Der Vergleich der Ergebnisse von Gleichung 5.6 und Gleichung 5.7 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung. Die geringfügige Abweichung ist auf gerundete Zahlenwerte zurückzuführen.

Allgemein gilt folgender Zusammenhang:

$$\frac{\text{kNm}^2}{\text{mrad}} = \frac{\text{kNm}^2 * 10^3}{\text{rad}} = \frac{\text{MNm}^2}{\text{rad}} \quad (5.8)$$

Bestimmung der Biegesteifigkeit EI_Z

Die Biegesteifigkeit eines Systems (hier EI_Z) kann über die ausgewertete Funktion der Biegelinie rückgerechnet werden.

$$EI_z * v^{IV} = -q(x) \quad (5.9)$$

Die Ermittlung der Steifigkeit wird nachfolgend an einem Beispiel gezeigt, welches stark vereinfacht das Tragverhalten des Endquerträgers des Modells B (Lastfall 2) wiedergibt. Grundsätzlich kann der Endquerträger vereinfacht als eingespannter Stab zwischen den beiden Hauptträgern gesehen werden. Wird nun der Endquerträger als einzelnes System betrachtet, so kann dieses in Abbildung 5.5 abgebildet werden.

Die Belastung für das in Abbildung 5.5 dargestellte System erfolgt als horizontale Lagerschiebung in die y -Richtung.

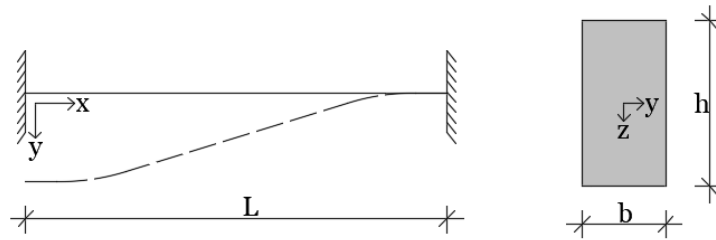


Abbildung 5.5: Systemübersicht

Für das in Abbildung 5.5 dargestellte System kann die Integration der Biegelinie durchgeführt werden. Für dieses System gilt. $q(x) = -q(x) = 0$

$$EI_z * v_y(x)^{IV} = 0 \quad (5.10)$$

$$EI_z * v_y(x)^{III} = C_1 = Q_z \quad (5.11)$$

$$EI_z * v_y(x)^{II} = C_1 * x + C_2 = M_z \quad (5.12)$$

$$EI_z * v_y(x)^I = C_1 * \frac{x^2}{2} + C_2 * x + C_3 \quad (5.13)$$

$$EI_z * v_y(x) = C_1 * \frac{x^3}{6} + C_2 * \frac{x^2}{2} + C_3 * x + C_4 \quad (5.14)$$

Die Biegesteifigkeit des Systems ergibt sich nach der Auswertung der Systemrandbedingungen somit zu:

$$EI_z = \frac{Qz * L^3}{12 * (v_{y,1} - v_{y,2})} \quad (5.15)$$

mit: $v_{y,1} = v_y(x = 0)$ und $v_{y,2} = v_y(x = L)$; wobei $v_{y,1} \neq v_{y,2}$

Alternativ siehe [8, S. 100].

Nachfolgend soll die Bestimmung der Steifigkeit des Systems aus Abbildung 5.5 anhand eines einfachen Zahlenbeispiels gezeigt werden.

Grundsätzlich soll hier gezeigt werden, wie eine Schnittkraft-Verformungskurve modifiziert werden muss, um aus eben jener die Systemsteifigkeit ablesen zu können.

Für das System werden folgende Abmessungen und Materialwerte verwendet:

$C30/37$	Betongüte
$L = 6,00 \text{ m}$	Länge des Torsionsstabes
$b = 0,50 \text{ m}$	Querschnittsbreite
$h = 1,20 \text{ m}$	Querschnittshöhe
$E = 32837 \text{ MN/m}^2$	Schubmodul
$I_z = 0,0125 \text{ m}^4$	Trägheitsmoment
$v_{x,1} = 0,50 \text{ mm}$	Ausgangsverschiebung 1
$v_{x,2} = 0,00 \text{ mm}$	Ausgangsverschiebung 2

Die Berechnung des Systems erfolgt in Sofistik über eine Verformungssteigerungsschleife. Die Ausgangsverschiebung wird jeden weiteren Lastfall erhöht. In Abbildung 5.6 ist die entsprechende Schnittkraft-Verformungskurve angeführt.

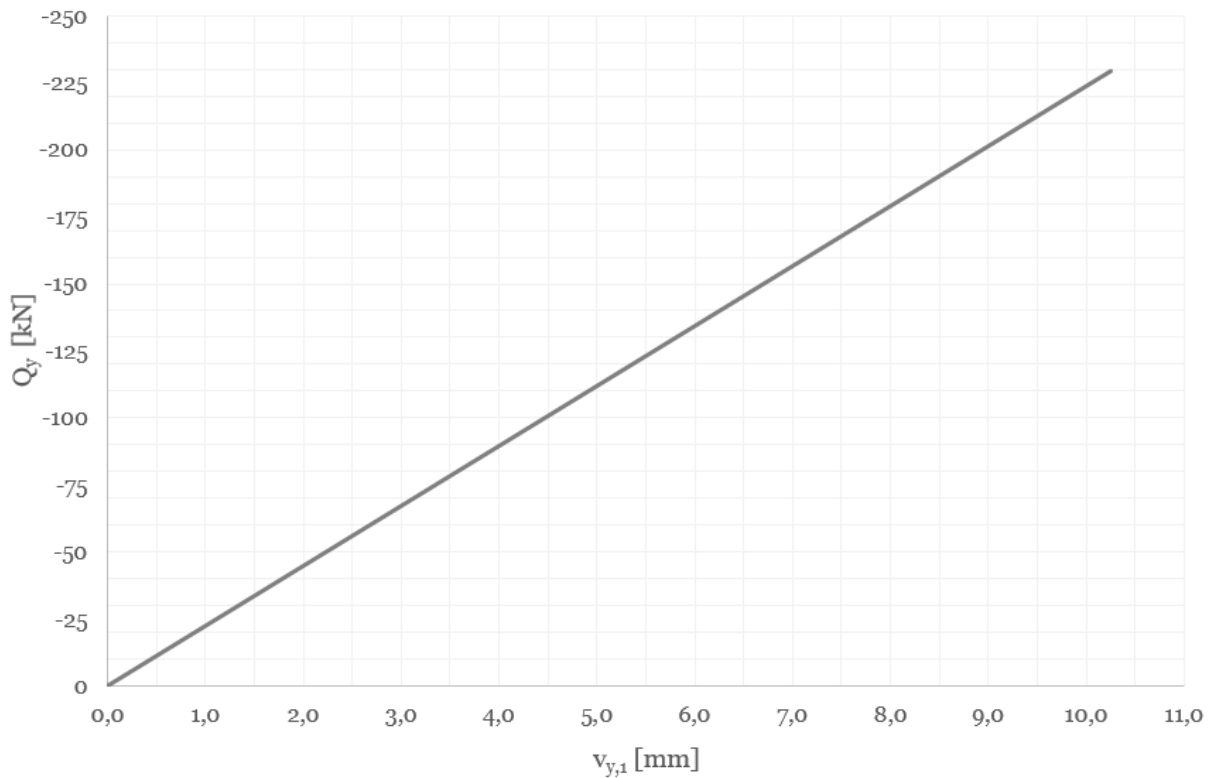


Abbildung 5.6: Schnittkraft-Verformungskurve

Anschließend wird die modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve (Abbildung 5.7) für die Bestimmung der Biegesteifigkeit EI_z erstellt. Hierfür wird die Ordinate modifiziert. Auf der Ordinate wird der Faktor $Q_y * L^3/12$ aufgetragen.

Jetzt ist es möglich, die Steifigkeit direkt aus der modifizierten Schnittkraft-Verformungskurve abzuleiten, da diese der Steigung der Funktion entspricht. Die Funktion der modifizierten Schnittkraft-Verformungskurve wird analytisch in Gleichung 5.16 bestimmt.

$$(Q_y * L^3/12)(v_{y,1}) = \frac{\Delta(Q_y * L^3/12)}{\Delta v_{y,1}} * (v_{y,1}) + d = 410,73 * (v_{y,1}) + 0 \quad (5.16)$$

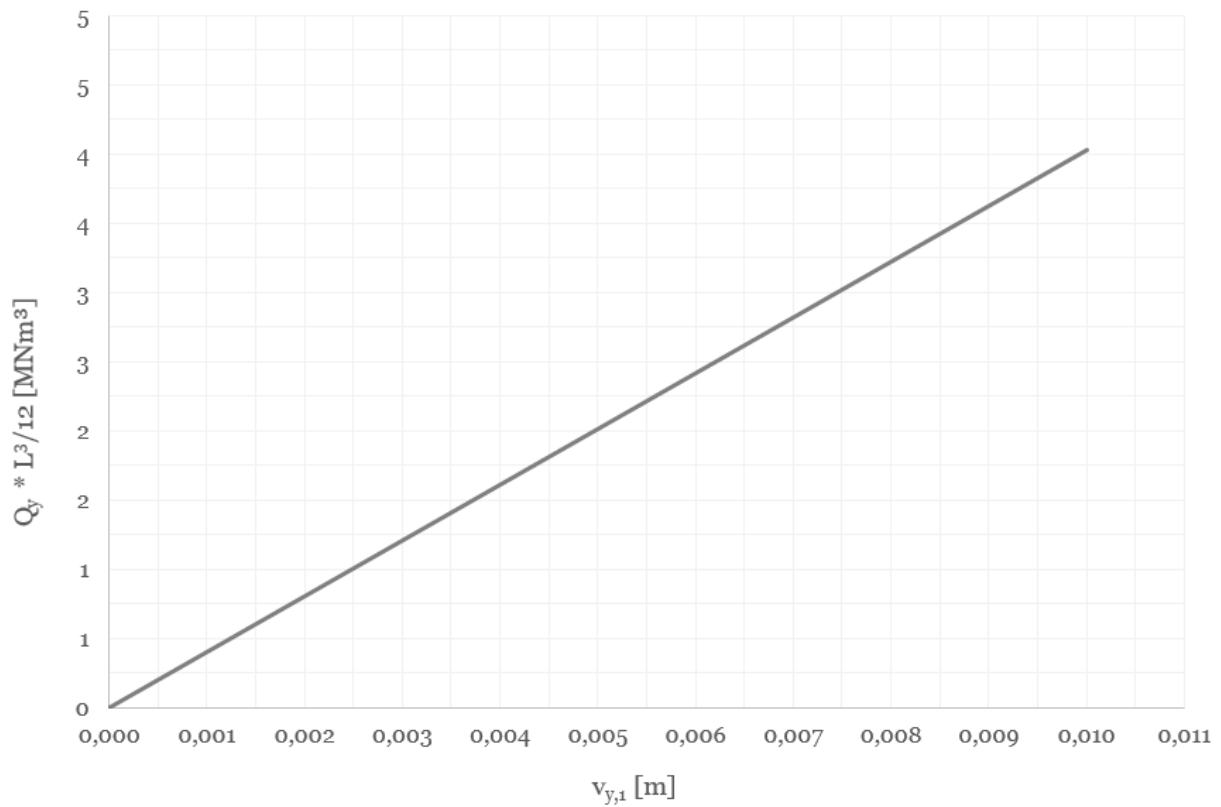


Abbildung 5.7: Modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve

Somit ergibt sich die Biegesteifigkeit zu:

$$EI_z = ((Q_y * L^3/12)(v_{y,1}))' = 410,73 \text{ MNm}^2 \quad (5.17)$$

Anschließend erfolgt die Kontrolle mit der aus den Querschnittswerten errechneten Steifigkeit.

$$EI_Z = E * I_z = 32837 * 0,0125 = 410,46 \text{ MNm}^2 \quad (5.18)$$

Werden die Ergebnisse aus Gleichung 5.17 und Gleichung 5.18 verglichen, so ist eine gute Übereinstimmung zu erkennen, die geringfügige Abweichung ist auf gerundete Zahlenwerte zurückzuführen.

5.3 Bewehrungsgrad

Die Auswertung der Ergebnisse erfolgt für zwei unterschiedliche Bewehrungsgrade des Endquerträgers, um auf die Auswirkung der Bewehrung, auf den Steifigkeitsverlauf des Systems rückschließen zu können.

Die anschließenden Ergebnisse werden für jeden Lastfall (1 und 2) bzw. für jedes Modell (A und B) getrennt nach zwei Bewehrungsgraden dargestellt. Tabelle 5.2 liefert eine Übersicht über die Ergebnisauswertung.

Tabelle 5.2: Ergebnisübersicht inklusive Bewehrungsgrade

Lastfall	Modell	Bewehrungsgrad	Beanspruchung	Verformung	Schnittgröße	Steifigkeit
1	A	$\rho_{1,L} ; \rho_{1,B}$	φ_y	$\varphi_{x,QT}$	M_T	$GI_{T,1}$
1	A	$\rho_{2,L} ; \rho_{2,B}$	φ_y	$\varphi_{x,QT}$	M_T	$GI_{T,2}$
2	B	$\rho_{1,L} ; \rho_{1,B}$	v_y	$v_{y,QT}$	Q_z	$EI_{z,1}$
2	B	$\rho_{2,L} ; \rho_{2,B}$	v_y	$v_{y,QT}$	Q_z	$EI_{z,2}$

Für die Bestimmung des Bewehrungsgrades wird ausschließlich der Bereich des Endquerträgers betrachtet. Der Bewehrungsgrad wird jeweils für die Bügel und für die Längsbewehrung getrennt berechnet. In Gleichung 5.19 wird die Bestimmung des Längsbewehrungsgrades gezeigt, in Gleichung 5.20 die Bestimmung des Bügelbewehrungsgrades.

$$\rho_{i,L} = \frac{A_{S,L}}{A_{C,1}} \quad (5.19)$$

$$\rho_{i,B} = \frac{A_{S,B}}{A_{C,2}} \quad (5.20)$$

Die für die Bewehrungsgrade benötigten Querschnittsflächen werden nachfolgend ermittelt.

$$A_{C,1} = b_{QT} * h_{QT} = 0,5 * 1,80 = 0,9 \text{ m}^2 \quad (5.21)$$

$$A_{C,2} = l_x * b_{QT} = 2,90 * 0,5 = 1,45 \text{ m}^2 \quad (5.22)$$

Die Zuganker in den Lagerbereichen (für genauere Erläuterung siehe Kapitel 4.6.3, Unterkapitel Systemlagerung) , welche das Versagen des Betons auf Zug verhindern, werden bei der Berechnung der Bewehrungsgrade nicht berücksichtigt.

Bewehrungsgrad 1 ($\rho_{1,L}$; $\rho_{1,B}$)

Die Bewehrungsübersicht ist in Tabelle 5.3 dargestellt.

Tabelle 5.3: Bewehrungsübersicht - $\rho_{1,L}$; $\rho_{1,B}$

Bewehrungstyp	\varnothing [mm]	Schnittfläche [cm^2]	Anzahl	Bewehrungsfläche gesamt $A_{S,i}$ [cm^2]
Bügel	14	2*1,54	16	49,28
Stab	36	10,17	4	40,71

$$\rho_{1,L} = \frac{A_{S,L}}{A_{C,1}} = \frac{40,71}{0,9 * 10^4} = 0,0045 \triangleq 0,45\% \quad (5.23)$$

$$\rho_{1,B} = \frac{A_{S,B}}{A_{C,2}} = \frac{49,28}{1,45 * 10^4} = 0,0034 \triangleq 0,34\% \quad (5.24)$$

Bewehrungsgrad 2 ($\rho_{2,L}$; $\rho_{2,B}$)

Die Bewehrungsübersicht ist in Tabelle 5.3 dargestellt.

Tabelle 5.4: Bewehrungsübersicht - $\rho_{2,L}$; $\rho_{2,B}$

Bewehrungstyp	\varnothing [mm]	Schnittfläche [cm^2]	Anzahl	Bewehrungsfläche gesamt $A_{S,i}$ [cm^2]
Bügel	20	2*3,14	16	100,53
Stab	36	10,17	8	81,36

$$\rho_{2,L} = \frac{A_{S,L}}{A_{C,1}} = \frac{81,36}{0,9 * 10^4} = 0,00904 \triangleq 0,904\% \quad (5.25)$$

$$\rho_{2,B} = \frac{A_{S,B}}{A_{C,2}} = \frac{100,53}{1,45 * 10^4} = 0,0069 \triangleq 0,69\% \quad (5.26)$$

5.4 Bereichsabgrenzung SLS zu ULS

Um die richtige Berücksichtigung der Steifigkeiten des Endquerträgers im Globalmodell sicher zu stellen, werden diese für den ULS- und SLS-Bereich ausgewertet. Zudem wird der SLS-Bereich in einen charakteristischen (seltenen) Bereich und in einen quasi-ständigen Bereich unterteilt. Die Grenzen der SLS-Bereiche sowie jene des ULS-Bereiches werden über die Spannungsbegrenzung ermittelt. Die jeweiligen Grenzwerte werden mittels Graphic überprüft. Somit kann jedem Grenzwert eine eindeutige Verdrehung (für LF1) sowie eine eindeutige Verschiebung (für LF2) des Endquerträgers zugeordnet werden.

Bereich SLS

Die Spannungsgrenze liegt hier bei $\sigma_{c,max} \leq 0,45 * f_{ck}$ lt. ÖNORM EN 1992-1-1 [13], Kapitel 7.2. Über den E-Modul des Betons kann nun eine Grenzdehnung bestimmt werden (siehe Gleichung 5.27), welche der Übergang zwischen quasi-ständigen - und charakteristischen Bereich ist. Diese Bereichsabgrenzung stellt eine Vereinfachung dar, da im allgemeinen davon ausgegangen werden kann, dass die Spannungsbegrenzung im Längssystem vorher maßgebend wird.

$$\varepsilon_{C,SLS,q.st.} = \frac{\sigma_{c,max}}{E_c} = \frac{0,45 * f_{ck}}{E_c} = \frac{0,45 * 30}{32837} = 0,000411 \quad (5.27)$$

Bereich ULS

Der Beginn des ULS Bereiches wird über zwei Grenzwerte definiert: ab einer Stahlspannung von $\sigma_{s,max} = 0,8 * f_{yk}$, sowie ab einer Betonspannung von $\sigma_{s,max} = 0,6 * f_{ck}$. Maßgebend ist jeder Grenzwert, welcher früher erreicht wird. Diese Grenzwerte werden über die Spannungsbegrenzung lt. ÖNORM EN 1992-1-1 [13], Kapitel 7.2 festgelegt. Unter der Berücksichtigung der Querschnittsfläche des Stahls kann somit eine Grenzkraft ermittelt werden. Hierbei ist die Bügelbewehrung sowie die Längsbewehrung zu überprüfen. Aufgrund dessen, dass bei den unterschiedlichen Bewehrungsgraden unterschiedliche Stabquerschnitte verwendet werden, muss die Grenzkraft für alle Querschnitte bestimmt werden.

Stahlbewehrung

Ø 36

$$F_{S,ULS} = 0,8 * A_{s,1} * f_{yk} = 0,8 * \frac{3,6^2 * \pi}{4} * 10^{-4} * 550 = 0,44 \text{ MN} \quad (5.28)$$

Ø 20

$$F_{S,ULS} = 0,8 * A_{s,1} * f_{yk} = 0,8 * \frac{2,0^2 * \pi}{4} * 10^{-4} * 550 = 0,13 \text{ MN} \quad (5.29)$$

Ø 14

$$F_{S,ULS} = 0,8 * A_{s,1} * f_{yk} = 0,8 * \frac{1,4^2 * \pi}{4} * 10^{-4} * 550 = 0,067 \text{ MN} \quad (5.30)$$

Beton

$$\varepsilon_{C,SLS,chr.} = \frac{\sigma_{c,max}}{E_c} = \frac{0,6 * f_{ck}}{E_c} = \frac{0,630}{32837} = 0,00055 \quad (5.31)$$

Grenzkraft der Bewehrung

Im Anschluss werden jene Normalkräfte bestimmt, bei welchen die jeweilige Bewehrung zum Fließen beginnt.

Ø 36

$$F_{S,ULS} = 1,1 * A_{s,1} * f_{yk} = 1,1 * \frac{3,6^2 * \pi}{4} * 10^{-4} * 550 = 0,616 \text{ MN} \quad (5.32)$$

Ø 20

$$F_{S,ULS} = 1,1 * A_{s,1} * f_{yk} = 1,1 * \frac{2,0^2 * \pi}{4} * 10^{-4} * 550 = 0,19 \text{ MN} \quad (5.33)$$

Ø 14

$$F_{S,ULS} = 1,1 * A_{s,1} * f_{yk} = 1,1 * \frac{1,4^2 * \pi}{4} * 10^{-4} * 550 = 0,093 \text{ MN} \quad (5.34)$$

Grenzkräfte der jeweiligen Bewehrungsstäbe dienen lediglich zu Kontrollzwecken bei der Ergebnisauswertung.

5.5 Ergebnisse Lastfall 1 - Bewehrungsgrad 1

In diesem Kapitel erfolgt die Auswertung der Torsionssteifigkeit des Endquerträgers. Für die Auswertung der Steifigkeit ist es notwendig, die aufgebrachte Verdrehung φ_y auf die daraus resultierende Verdrehung des Endquerträgers $\varphi_{x,QT}$ umzurechnen. Diese Umrechnung ist notwendig, da die Verdrehung von Volumenelementen in Sofistik nicht ausgelesen werden kann. Die Umrechnung der Verdrehungen erfolgt anschließend.

$$w_{HT} = 0,5 * e_M * \varphi_y \quad (5.35)$$

$$\varphi_{x,QT} = \frac{w_{HT}}{l_{Ges}} \quad (5.36)$$

Die Verdrehung des Endquerträgers zufolge der aufgebrachten Stabendverdrehung ergibt sich somit zu:

$$\varphi_{x,QT} = \frac{0,5 * e_M * \varphi_y}{l_{Ges}} \quad (5.37)$$

Für ein besseres Verständnis der Umrechnung werden die Zusammenhänge der Verdrehungen nachfolgend in den Abbildungen 5.8 und 5.9 graphisch dargestellt:

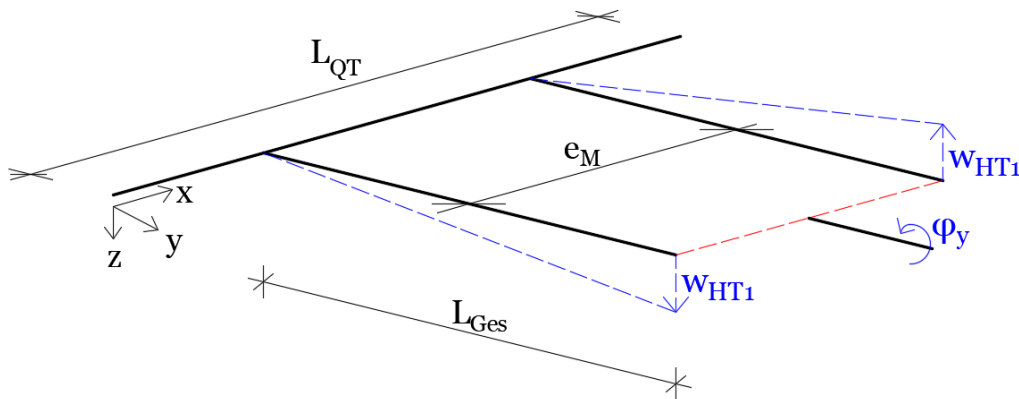


Abbildung 5.8: Übersicht - Modell A

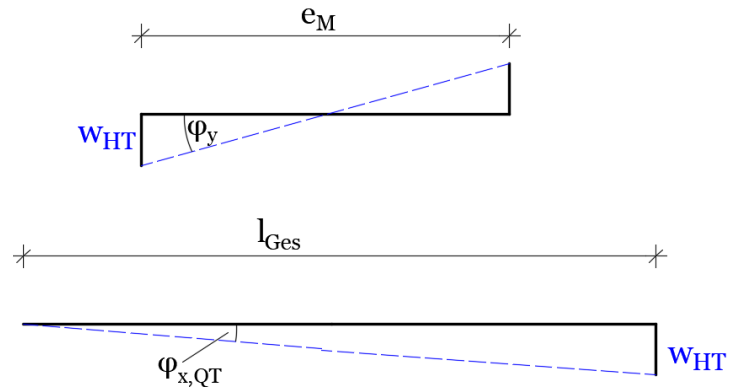


Abbildung 5.9: Zusammenhang φ_x und φ_y

Anschließend wird die Schnittkraft-Verformungskurve in Abbildung 5.10 dargestellt.

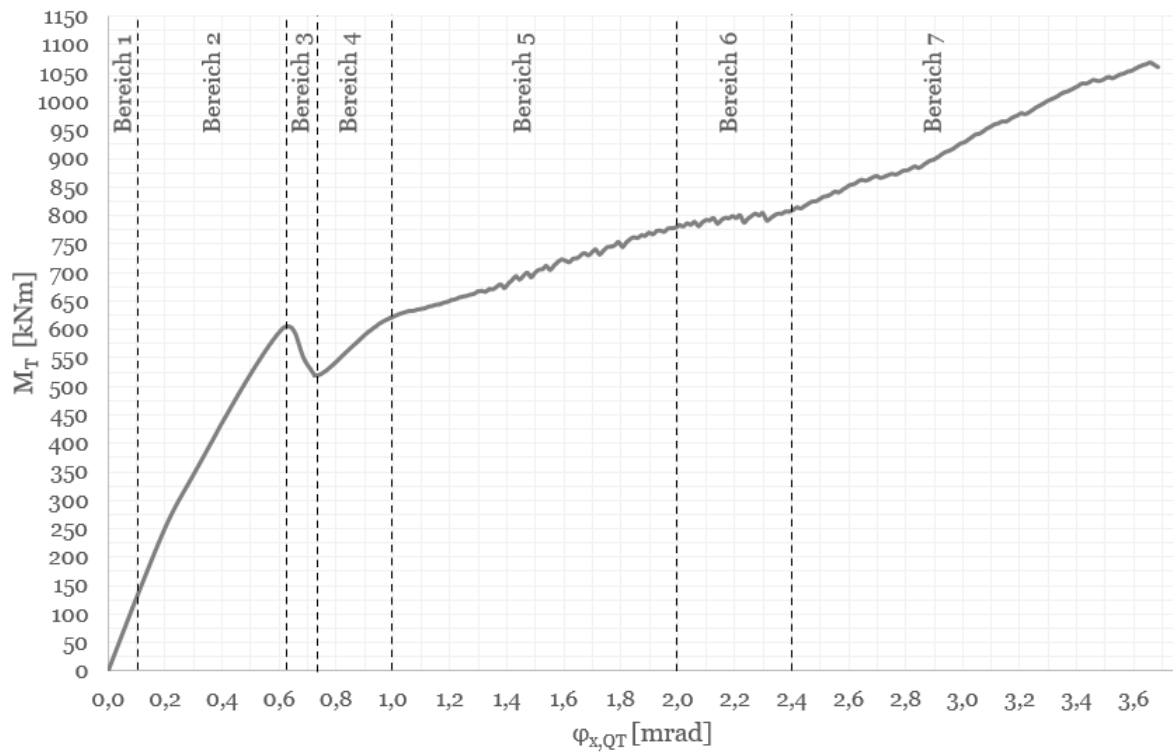


Abbildung 5.10: Schnittkraft-Verformungskurve

Bei der Schnittkraft-Verformungskurve (siehe Abbildung 5.10) wird das Torsionsmoment M_T gegenüber der Verdrehung des Endquerträgers $\varphi_{x,QT}$ aufgetragen. Um die Steifigkeit auswerten zu können, wird wie in Kapitel 5.2 eine modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve erstellt.

Die hierfür benötigte Länge L entspricht der halben Achslänge des Endquerträgers zwischen den beiden Hauptträgern. Aufgrund der Verdrehung φ_y werden beide Hauptträger gleichmäßig in die entgegengesetzte Richtung verschoben, was dazu führt, dass der Endquerträger auch gleichmäßig in zwei unterschiedliche Richtungen tordiert wird. Aus diesem Grund befindet sich die Stelle mit einer Verdrehung von $\varphi_{x,QT} = 0$ in der Mitte des Endquerträgers.

Die benötigte Länge L ergibt sich somit zu: $L = 0,5 * e_M = 0,825 \text{ m}$.

Die modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve (siehe Abbildung 5.11) wird für die Auswertung der Steifigkeiten in sieben Bereiche unterteilt.

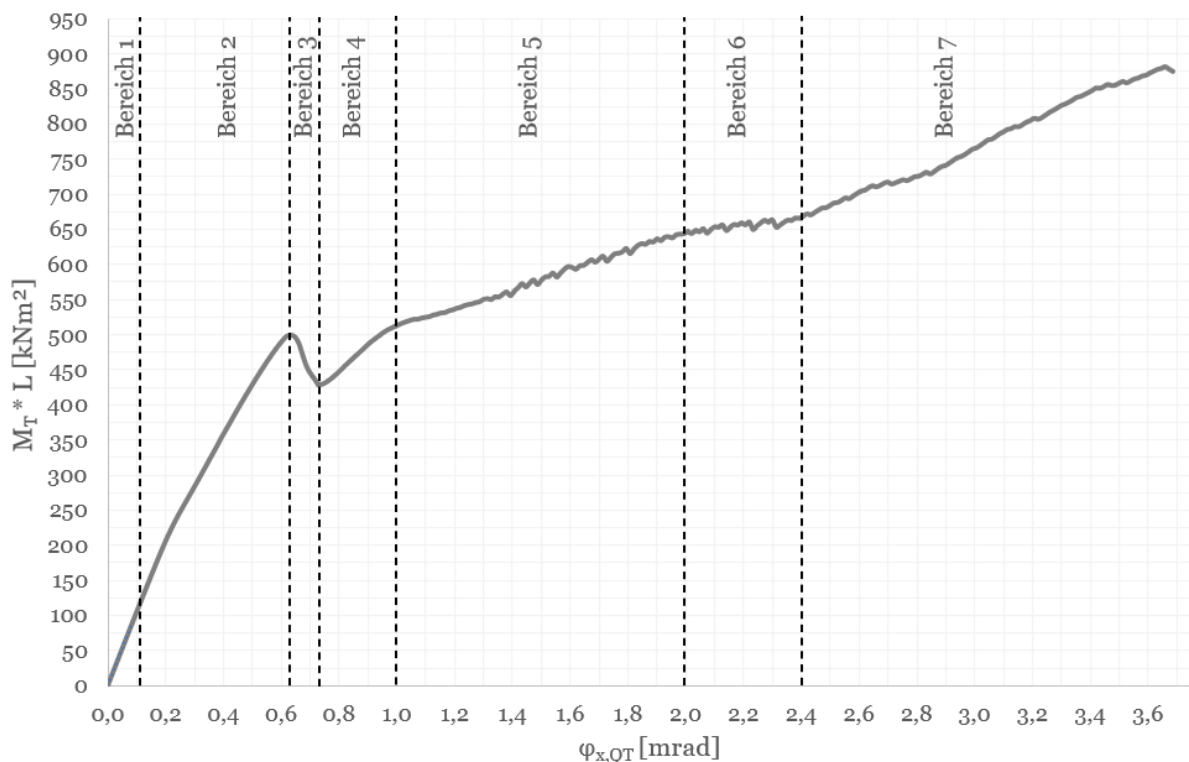


Abbildung 5.11: Modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve

Bestimmung der Tangentensteifigkeit

Anschließend erfolgt die Bestimmung der Tangentensteifigkeit. Hierfür wird zunächst die Funktion der modifizierten Schnittkraft-Verformungskurve in den jeweiligen Bereichen

(Bereich 1 bis Bereich 7) bestimmt. Dies wird mithilfe der Trendlinienfunktion in Excel durchgeführt. Anschließend erfolgt ein Abgleich der ausgewerteten Funktionswerte an jeder Stelle der Kurve mit dem eigentlichen Funktionswert, um die Richtigkeit der bestimmten Funktion sicherzustellen.

Für den Bereich 1 erfolgt die Annäherung über eine lineare Funktion, für die restlichen Bereiche wird eine Polynomfunktion 3. Grades verwendet.

Die Funktionen werden in der nachfolgenden Tabelle 5.5 dargestellt:

Tabelle 5.5: Funktionen

Bereich	$(M_T * L)(\varphi_{x,QT})$
1	$(M_{T1} * L)(\varphi_{x,QT}) = 1049,65\varphi_{x,QT}$
2	$(M_{T2} * L)(\varphi_{x,QT}) = 294,02\varphi_{x,QT}^3 - 729,87\varphi_{x,QT}^2 + 1148,3\varphi_{x,QT} - 0,7885$
3	$(M_{T3} * L)(\varphi_{x,QT}) = 165538\varphi_{x,QT}^3 - 337379\varphi_{x,QT}^2 + 228091\varphi_{x,QT} - 50683$
4	$(M_{T4} * L)(\varphi_{x,QT}) = -4702,5\varphi_{x,QT}^3 + 12046\varphi_{x,QT}^2 - 9884,8\varphi_{x,QT} + 3053,7$
5	$(M_{T5} * L)(\varphi_{x,QT}) = -67,751\varphi_{x,QT}^3 + 313,03\varphi_{x,QT}^2 - 335,6\varphi_{x,QT} + 605,85$
6	$(M_{T6} * L)(\varphi_{x,QT}) = 674,62\varphi_{x,QT}^3 - 4471,8\varphi_{x,QT}^2 + 9909,3\varphi_{x,QT} - 6684,5$
7	$(M_{T7} * L)(\varphi_{x,QT}) = -92,999\varphi_{x,QT}^3 + 856,41\varphi_{x,QT}^2 - 2429,1\varphi_{x,QT} + 2856,8$

Die Grundlagen für die Berechnung der Tangentensteifigkeit wird in Kapitel 5.1 erläutert. Die Ableitungen der Funktionen sind in Tabelle 5.6 ersichtlich.

Tabelle 5.6: 1. Ableitungen

Bereich	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT})$
1	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = 1049,65$
2	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = 882,06\varphi_{x,QT}^2 - 1459,74\varphi_{x,QT} + 1148,33$
3	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = 496614\varphi_{x,QT}^2 - 674758\varphi_{x,QT} + 228091$
4	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = -14107,5\varphi_{x,QT}^2 + 24092\varphi_{x,QT} - 9884,8$
5	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = -203,253\varphi_{x,QT}^2 + 626,06\varphi_{x,QT} - 335,6$
6	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = 2023,86\varphi_{x,QT}^2 - 8943,6\varphi_{x,QT} + 9909,3$
7	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = -278,997\varphi_{x,QT}^2 + 1712,82\varphi_{x,QT} - 2429,1$

Anschließend erfolgt eine Auswertung der Ableitungen für jeden Wert ($\varphi_{x,QT,i}$), was den Verlauf der Tangentensteifigkeit (siehe Abbildung 5.12) des Systems liefert.

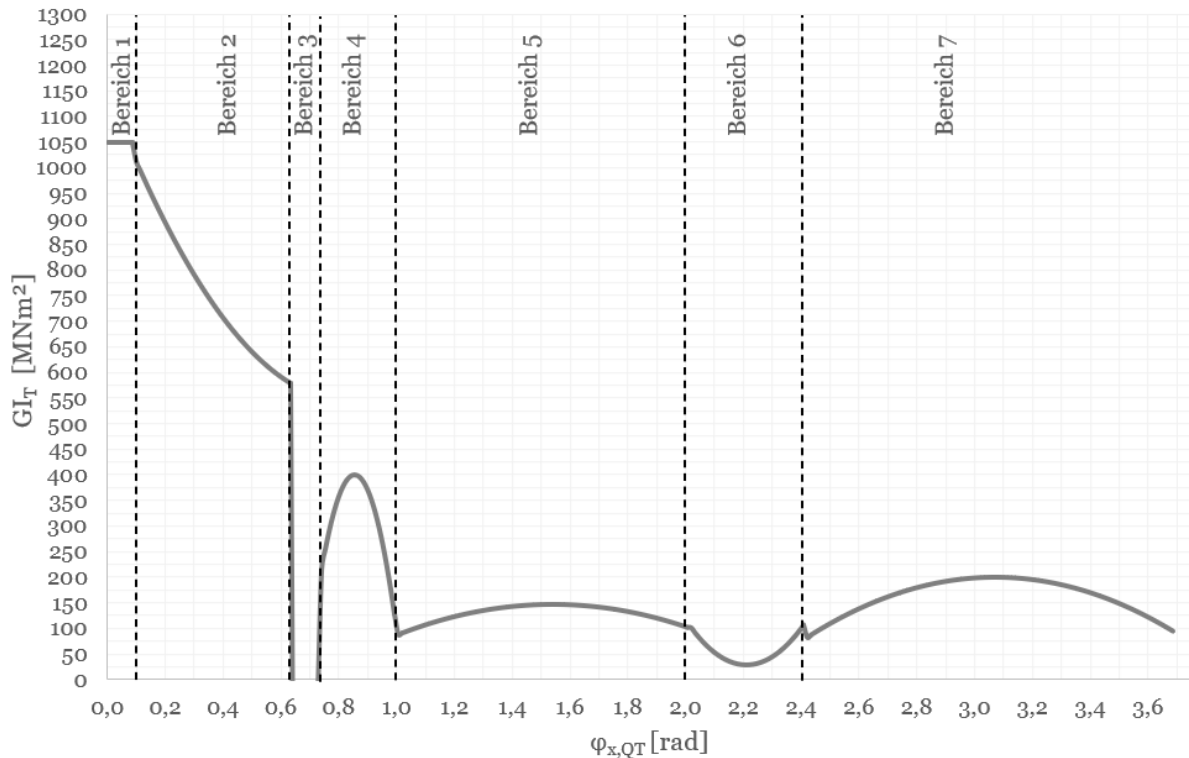


Abbildung 5.12: Verlauf der Tangentensteifigkeit GI_T

Bestimmung der Sekantensteifigkeit

Um den Steifigkeitsverlauf (siehe Abbildung 5.12) in jedem Bereich übersichtlicher darzustellen, wird auf die Berechnung der Sekantensteifigkeit zurückgegriffen. Die Sekantensteifigkeit wird allgemein wie folgt ermittelt:

$$GI_{T,i} = \frac{\Delta M_T * L}{\Delta \varphi_y} \quad (5.38)$$

Hierfür wird immer die Differenz zwischen dem Nullbereich und den maximalen Werten der jeweiligen Bereichsgrenzen gebildet. Aus diesem Grund geht der Verlauf der Sekantensteifigkeit für jeden Bereich durch den Ursprung. Der Verlauf der Sekantensteifigkeit wird in Abbildung 5.13 dargestellt, in Tabelle 5.7 werden die ermittelten Steifigkeitswerte angeführt.

Tabelle 5.7: Berechnung Sekantensteifigkeit

Bereich	$\Delta\varphi_{x,QT}[\text{rad}]$	$\Delta(M_T * L)(\varphi_{x,QT})[\text{MNm}^2]$	$GI_{T,i}[\text{MNm}^2]$
1	0,086	90,32	1049,65
2	0,633	508,01	802,98
3	0,726	431,00	593,67
4	0,993	511,55	515,35
5	2,006	645,37	321,74
6	2,406	666,81	277,16
7	3,686	881,40	239,14

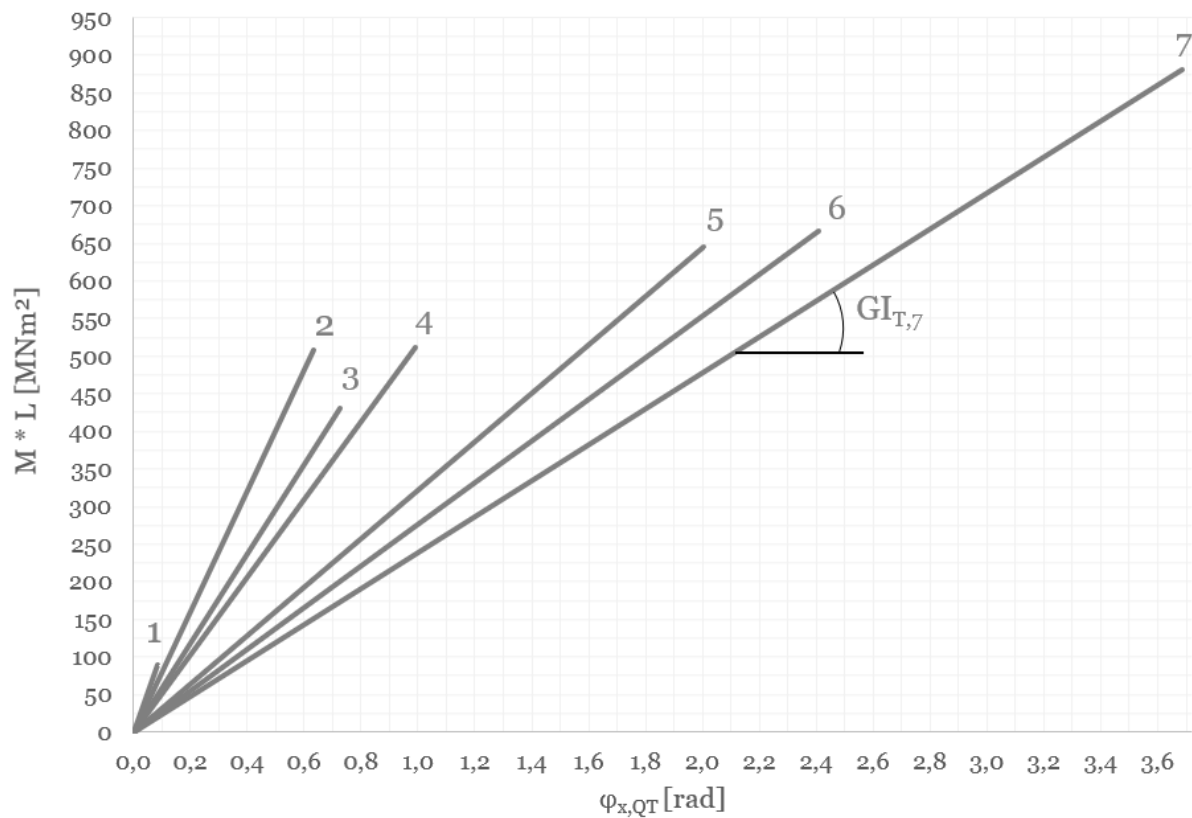


Abbildung 5.13: Verlauf der Sekantensteifigkeit GI_T

Überprüfung der Steifigkeiten im Zustand I

Vor der Auswertung der bezogenen Steifigkeit wird die Steifigkeit im Bereich 1 (Zustand I), welche sich aus der modifizierten Schnittkraft-Verformungskurve ergibt, überprüft. Die Überprüfung erfolgt, wie in Kapitel 5.2, beschrieben. Der Bereich 1 lt. Abbildung 5.10 ist dem Zustand I zuzuweisen, da hier noch keine Rissbildung eingesetzt hat. Die weiteren Bereiche 2 bis 7 sind dem Zustand II zuzuordnen.

Die Torsionssteifigkeit, ermittelt über die Bruttoquerschnittswerte, ergibt sich zu:

$$GI_{T,I} = G_c * I_T = 13682 * 8,59 * 10^{-2} = 1175,28 \text{ MNm}^2 \quad (5.39)$$

Das Torsionsträgheitsmoment wird über Sofistik ermittelt. Der hierfür verwendete Querschnitt besteht aus dem Endquerträgerquerschnitt und dem Querschnitt der oben auf liegenden Fahrbahnplatte. Der Querschnitt wird in Abbildung 5.14 dargestellt.

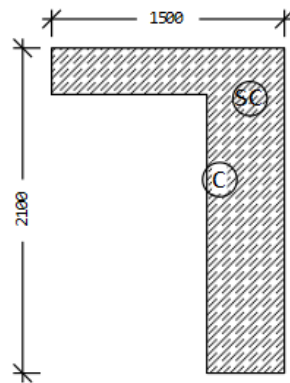


Abbildung 5.14: Querschnitt für die Ermittlung von I_T

Die Steifigkeit aus dem Bereich 1 ergibt sich nach Abbildung 5.13 sowie Abbildung 5.12 zu $GI_{T,I} = 1049,65 \text{ MNm}^2$. Wird diese nun mit jener Steifigkeit verglichen, welche über die Querschnittswerte ermittelt wird, so ergibt sich eine Abweichung von rund 10 %, was im Toleranzbereich einer nicht linearen Berechnung liegt. Die Abweichung ist unter anderem auf gerundete Zahlenwerte sowie auf die Nichtberücksichtigung der ideellen Querschnittswerte in Gleichung 5.39 zurückzuführen.

Bezogene Steifigkeit

Die Darstellung der bezogenen Steifigkeit dient der Übersicht, wie sich die Steifigkeit des Systems gegenüber jener Steifigkeit im Zustand I ändert bzw. verhält.

Der Zustand I wird als jener Zustand interpretiert, in welchem der Beton noch nicht gerissen ist und ein linearer Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung besteht

bzw. in diesem Fall ein linearer Zusammenhang zwischen aufgebrachtter Verdrehung und ausgewerteter Schnittkraft besteht. I
 Die bezogene Steifigkeit $\overline{GI_T}$ lässt sich nach Gleichung 5.40 bestimmen.

$$\overline{GI_{T,i}} = \frac{GI_{T,II,i}}{GI_{T,I}} \quad (5.40)$$

Anschließend wird auch für die bezogenen Steifigkeiten der jeweiligen Bereiche ein Steifigkeitsverlauf mittels Excel erstellt. Der Verlauf der bezogenen Tangentensteifigkeit wird in Abbildung 5.15 dargestellt, der Verlauf der bezogenen Sekantensteifigkeit in 5.16.

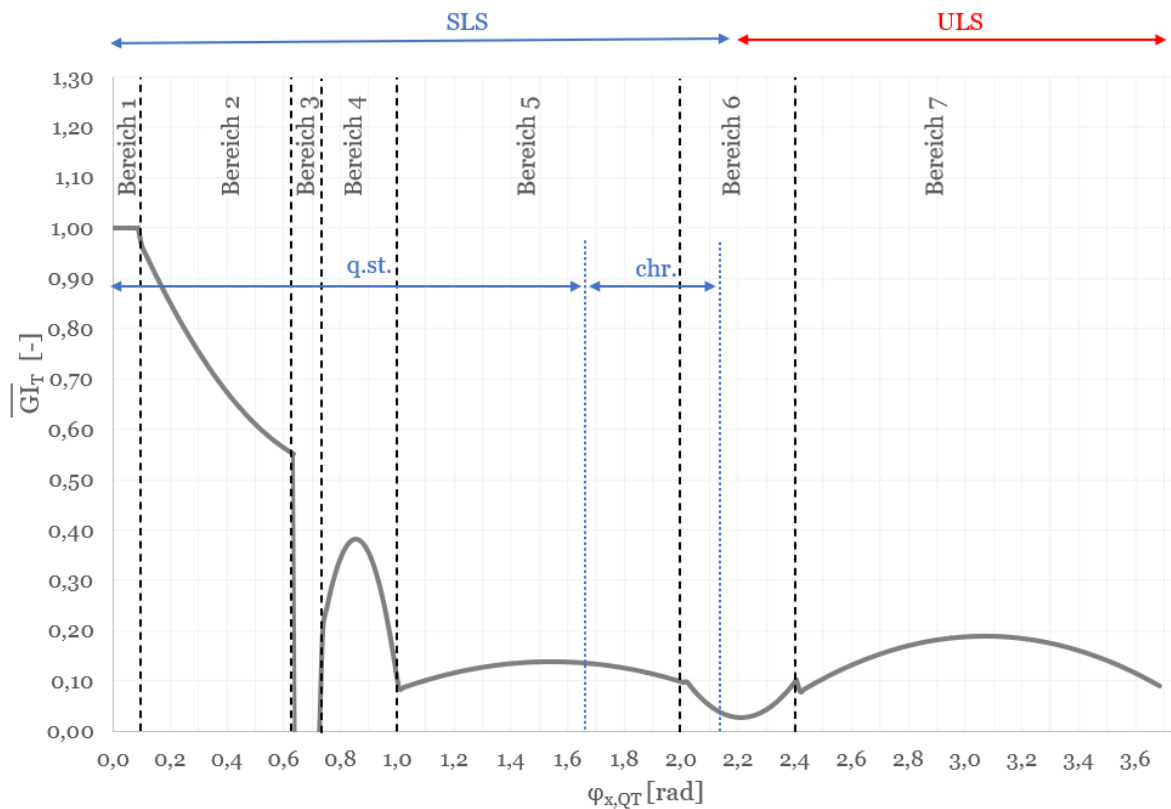


Abbildung 5.15: Verlauf der bezogenen Tangentensteifigkeiten $\overline{GI_{T,i}}$

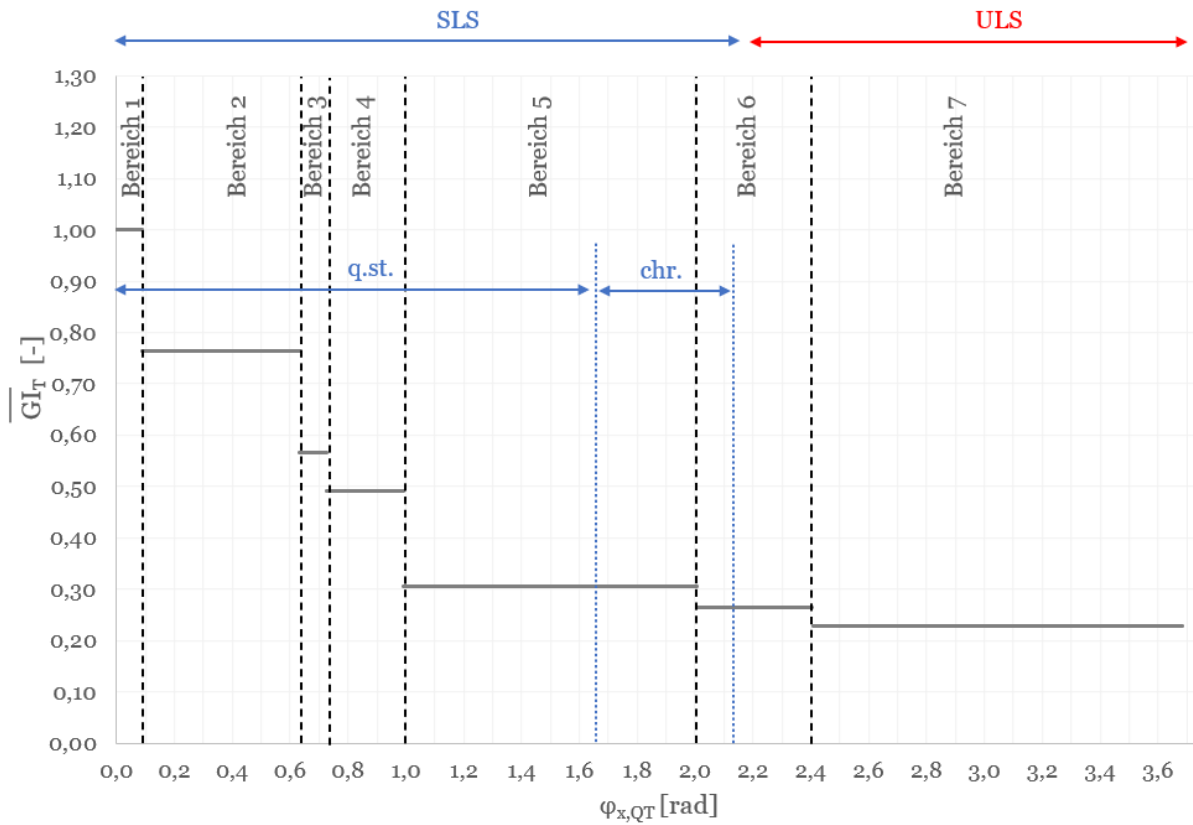


Abbildung 5.16: Verlauf der bezogenen Sekantensteifigkeiten $\overline{G}_{IT,i}$

Die Grenzen für den SLS- und ULS-Bereich werden in Tabelle 5.8 angeführt.

Tabelle 5.8: Abgrenzung SLS zu ULS

Bereich	$\varphi_{x,QT,grenz} [mrad]$
SLS (quasi-ständig)	bis 1,659
SLS (charakteristisch)	bis 2,11 (Beton maßgebend)
ULS	ab 2,11

Rissbildung

Nachfolgend wird auf die Rissbildung des Endquerträgers in Zusammenhang mit der aufgetragenen Verdrehung eingegangen. Grundsätzlich kann davon ausgegangen werden,

dass Risse im Beton auftreten, wenn dessen Zugfestigkeit erreicht ist bzw. überschritten wird. Die Rissbildung des Endquerträgers bzw. dessen Visualisierung wird mit dem Programm *Graphic* von Sofistik ausgewertet. Zudem ist es mit diesem Programm möglich, die vorhandene Dehnung des Betons in jedem Bereich des Endquerträgers festzustellen. Die Bestimmung der Dehnungen erfolgt über implementierte Zustandsvariablen in M4L. Nachfolgend werden die drei wichtigsten Zustandsvariablen und die entsprechend zugeordnete Dehnung angeführt:

- Zustandsvariable 2: Dehnung ε_x
- Zustandsvariable 3: Dehnung ε_y
- Zustandsvariable 4: Dehnung ε_z

Es wird ein Beton der Güte C30/37, mit einer einaxialen Zugfestigkeit von $f_{ctm} = 2,9 \text{ N/mm}^2$, verwendet.

Die Rissdehnung des Betons des kann über das Hook'sche Gesetz hergeleitet werden:

$$\sigma_C \triangleq f_{ctm} = E_C * \varepsilon_{cr} \quad (5.41)$$

$$\rightarrow \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ctm}}{E_C} = \frac{2,9}{32837} = 8,83 * 10^{-5} \triangleq 0,0883 \text{ ‰} \quad (5.42)$$

Die Rissbilder (Abbildung 5.18 bis Abbildung 5.24) werden jeweils am Übergangsbereich zwischen zwei Bereichen (die Bereichsunterteilung erfolgt nach Abbildung 5.10) bzw. im Versagenslastfall (hier Lastfall 376) im Anschluss angeführt.

Für die Auswertung der Rissbilder wird die Zustandsvariable 2, ε_x , verwendet. Die Blickrichtung (siehe Abbildung 5.17) geht in die positive y-Richtung.

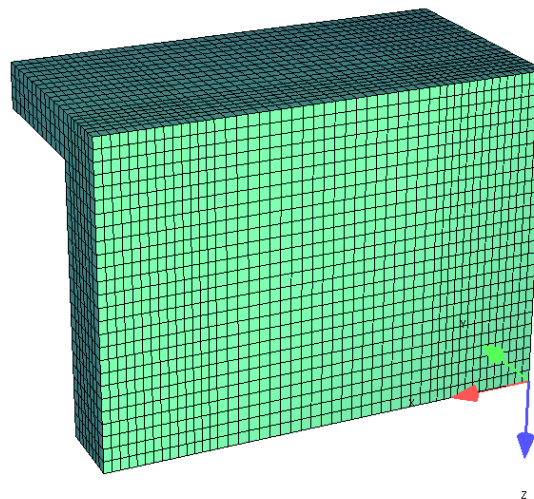


Abbildung 5.17: Blickrichtung

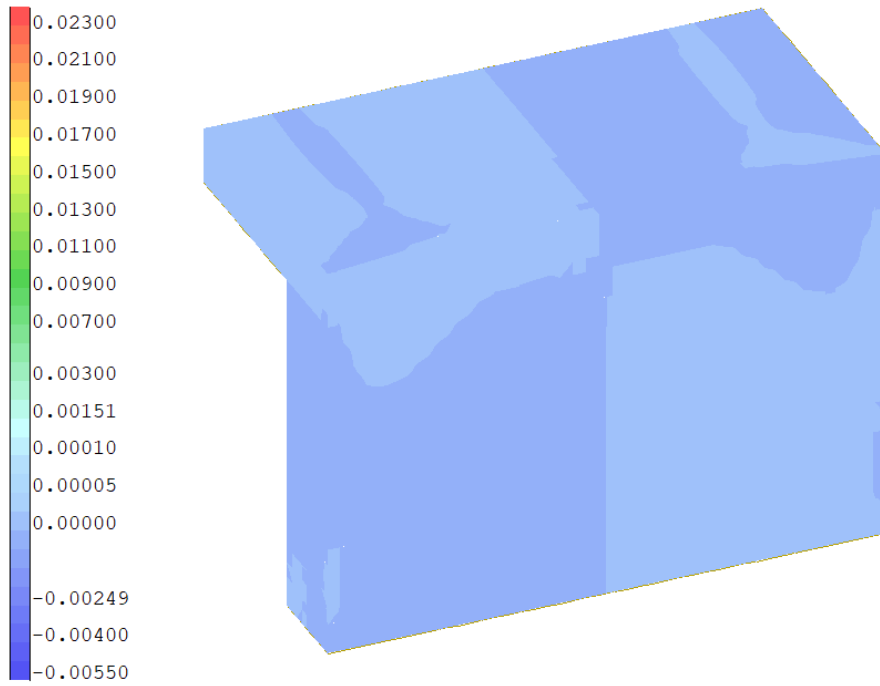


Abbildung 5.18: Rissbildung (ε_x) - Bereich 1 zu Bereich 2 (LF 106, $\varphi_{x,QT} = 0,086 \text{ mrad}$)

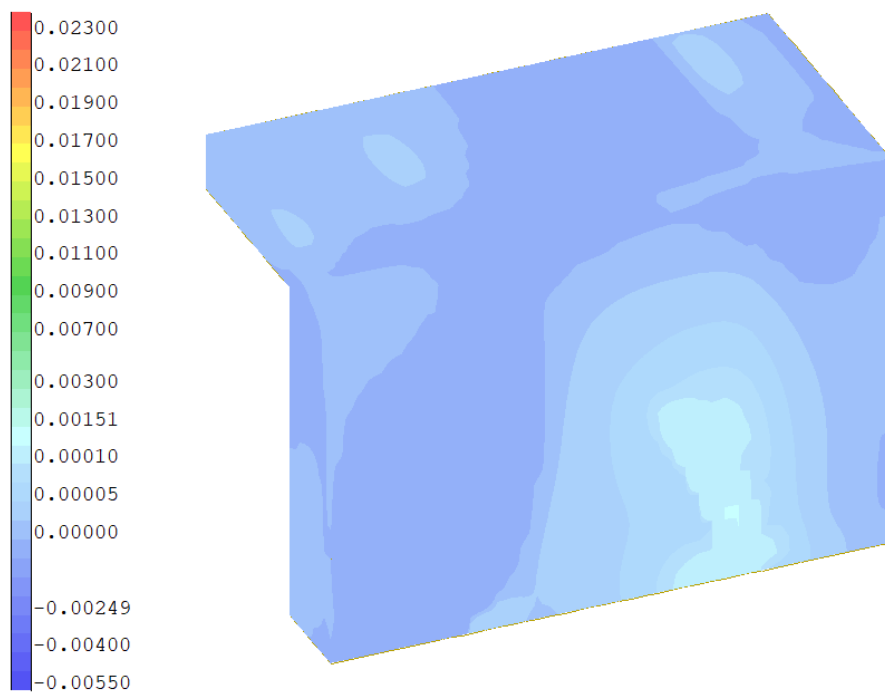


Abbildung 5.19: Rissbildung (ε_x) - Bereich 2 zu Bereich 3 (LF 147, $\varphi_{x,QT} = 0,633 \text{ mrad}$)

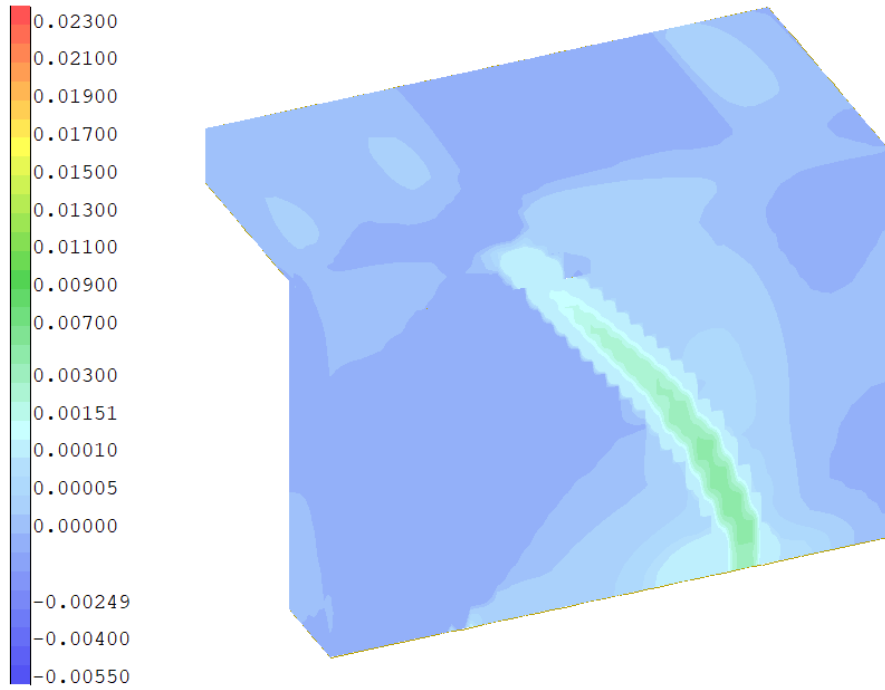


Abbildung 5.20: Rissbildung (ϵ_x) - Bereich 3 zu Bereich 4 (LF 154, $\varphi_{x,QT} = 0,726 \text{ mrad}$)

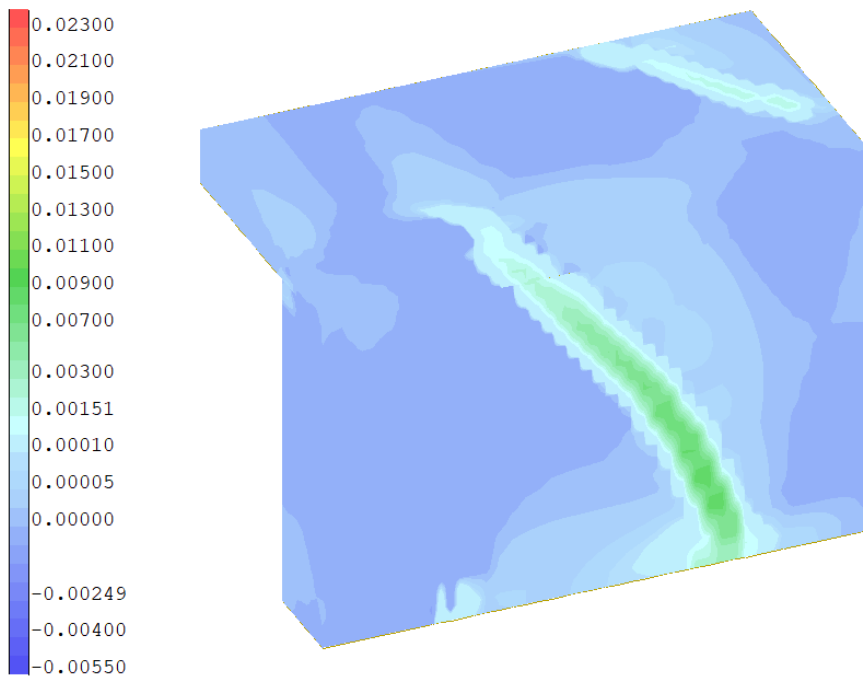


Abbildung 5.21: Rissbildung (ϵ_x) - Bereich 4 zu Bereich 5 (LF 174, $\varphi_{x,QT} = 0,993 \text{ mrad}$)

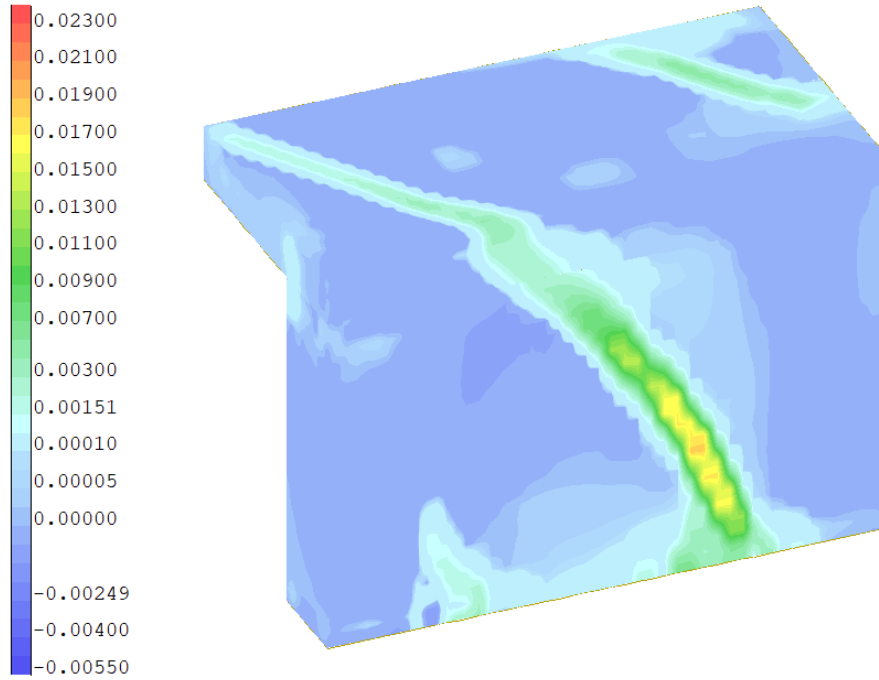


Abbildung 5.22: Rissbildung (ε_x) - Bereich 5 zu Bereich 6 (LF 250, $\varphi_{x,QT} = 2,006 \text{ mrad}$)

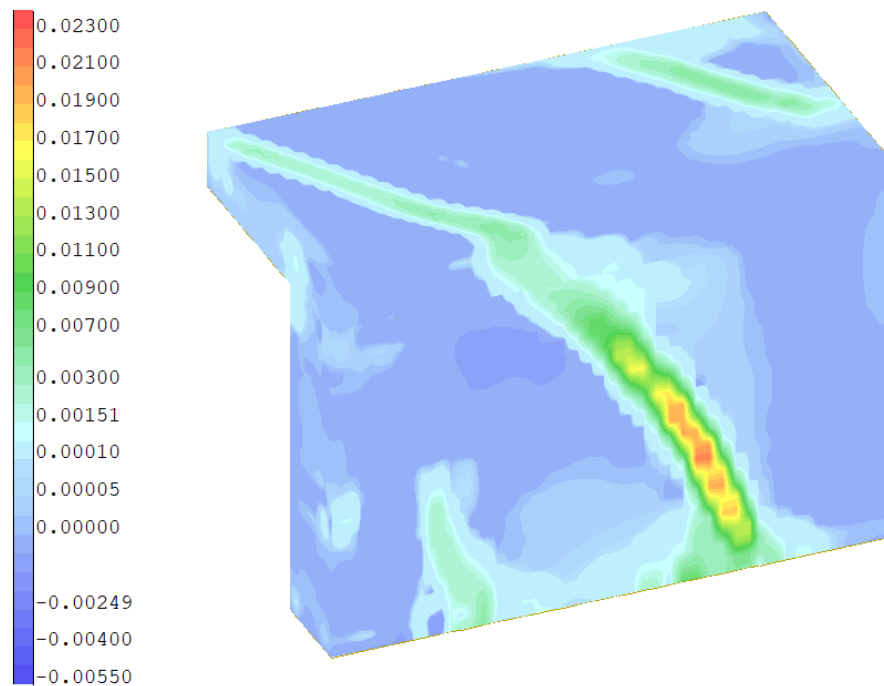


Abbildung 5.23: Rissbildung (ε_x) - Bereich 6 zu Bereich 7 (LF 280, $\varphi_{x,QT} = 2,406 \text{ mrad}$)

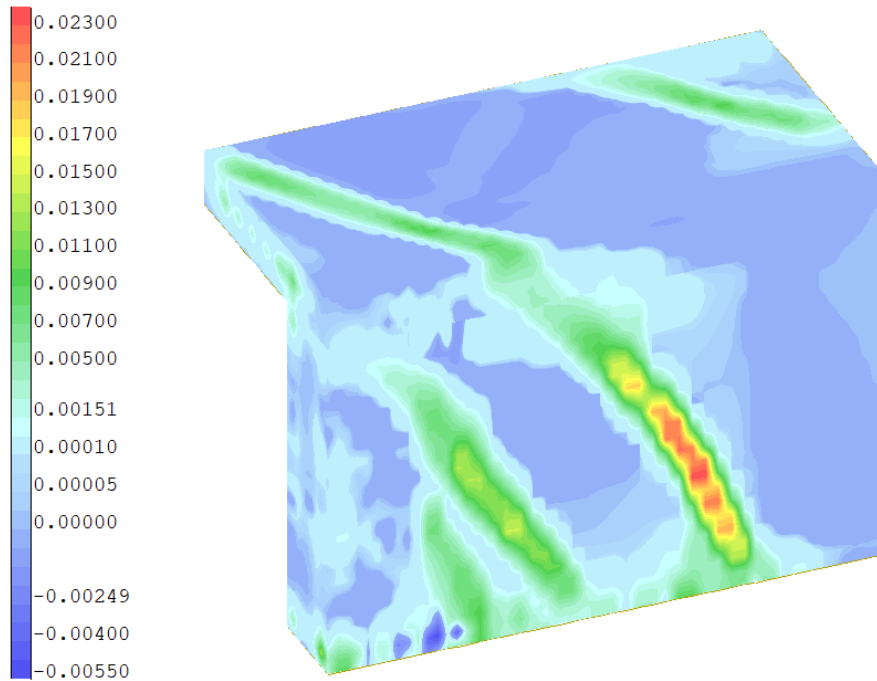


Abbildung 5.24: Rissbildung (ε_x) - Versagenspunkt (LF 376, $\varphi_{x,QT} = 3,686 \text{ mrad}$)

Ergebnisinterpretation Lastfall 1 - Bewehrungsgrad 1

Wie eingangs des Kapitels erwähnt, wird die Schnittkraft-Verformungskurve in Abbildung 5.10 in mehrere signifikante Bereiche unterteilt. Insgesamt werden dieser Kurve 376 Überhöhungen der Verdrehungen zugrunde gelegt, was zu einer maximalen Verdrehung der Hauptträger von $\varphi_y = 73,714 \text{ mrad}$ und daraus folgend zu einer maximalen vertikalen Verschiebung der Hauptträger in z-Richtung von 60,81 mm führt. Die maximale Verdrehung des Endquerträgers beträgt $\varphi_{x,QT} = 3,686 \text{ mrad}$. Ein Fließen der Bewehrung ist nicht vorhanden. Die berücksichtigte Gesamtlänge des Systems beträgt 16,5 m. Allgemein wird angemerkt, dass die maximale, einaxiale, Betondruckstauchung $\varepsilon_c = -3,5\%$ beträgt, jedoch kann diese unter einer mehraxialen Beanspruchung erhöht werden. Aus Gründen der Vereinfachung wird als Abbruchkriterium für ein Betondruckversagen die maximale Grenzstauchung mit $\varepsilon_c = -3,5\%$ festgelegt. Diese Festlegung wird bei der Auswertung aller Ergebnisse berücksichtigt.

Bereich 1

Bei genauerer Betrachtung der Schnittkraft-Verformungskurve in Abbildung 5.10 ist die konstante Steigung in Bereich 1 zu erkennen. Aufgrund der konstanten Steigung in diesem Bereich kann davon ausgegangen werden, dass sich der Beton in diesem Bereich im Zustand I befindet und somit ungerissen ist und sich näherungsweise linear-elastisch verhält. Zudem kann in Abbildung 5.12 beobachtet werden, dass der Steifigkeitsverlauf

konstant ist. Die maximale Betondehnung in diesem Bereich (siehe Abbildung 5.18) beträgt rund $\varepsilon_c = 0,05\%$ und ist somit geringer als die Rissdehnung des Betons mit $\varepsilon_{cr} = 0,0878\%$ (siehe Gleichung 5.42).

Bereich 2

Die eigentliche Rissbildung im Endquerträger beginnt im Bereich 2. In Abbildung 5.19 ist der Beginn des zu erwartenden Torsionsrisses ersichtlich. Die Betondehnung im Bereich des Rissanfanges beträgt rund $\varepsilon_c = 1,51\%$ und ist somit größer als die Rissdehnung des Betons mit $\varepsilon_{cr} = 0,0878\%$ (siehe Gleichung 5.42). Die Folge der eintretenden Rissbildung ist ein Steifigkeitsverlust, welcher in Abbildung 5.12 beobachtet werden kann.

Bereich 3

Eine weitere Erhöhung der Beanspruchung führt zum Aufreißen des Endquerträgers im Bereich des vorher erwähnten Torsionsrisses. Dieser Umstand führt zu einem fast schlagartigen Abfall der Steifigkeit im Bereich 3, siehe Abbildung 5.12.

Bereich 4

Im Übergang zwischen Bereich 3 und Bereich 4 erfolgt die Umlagerung der Kraft auf die Bewehrung im Rissbereich des Torsionsrisses, aus diesem Grund ist in Bereich 4 eine weitere Verformungssteigerung (siehe Abbildung 5.10) sowie eine Steigerung der Steifigkeit (siehe Abbildung 5.12) vorhanden.

Bereich 5 und Bereich 6

In den Bereichen 5 und 6 erfolgt eine Fortpflanzung des Torsionsrisses in die oben liegende Fahrbahnplatte, was in Abbildung 5.22 erkennbar ist. Die weitere Rissbildung führt schließlich zu einem zunehmenden Abfall der Steifigkeit (siehe Abbildung 5.12) in den jeweiligen Bereichen. Der Übergang zwischen SLS- und ULS Bereich findet im Bereich 6 statt.

Bereich 7

Am Ende des Bereiches 6 kann davon ausgegangen werden, dass die Rissbildung annähernd abgeschlossen ist, und sich somit sämtliche auftretenden Kräfte auf die Bewehrung zwischen den Rissen umlagern, was den leicht stärkeren Anstieg der Steifigkeit in Bereich 7 erklärt (siehe Abbildung 5.12).

Stahlfließen tritt weder in der Bügelbewehrung noch in der Längsbewehrung auf. Die maximal aufnehmbare Dehnung des Betons im Druckbereich beträgt $\varepsilon_{c,u} = -3,5\%$. Wird die vorhandene maximale Dehnung des Betons im Druckbereich $\varepsilon_c = -5,5\%$ (siehe Abbildung 5.24) mit der maximalen aufnehmbaren negativen Dehnung verglichen, so ist eine Überschreitung von $\varepsilon_{c,u}$ zu erkennen, was zu einem Versagen des Systems führt.

5.6 Ergebnisse Lastfall 1 - Bewehrungsgrad 2

Die grundsätzliche Vorgehensweise bei der Auswertung und Darstellung der Ergebnisse ist identisch zu jener in Kapitel 5.5. Infolgedessen wird hier auf eine ausführliche Erläuterung der Vorgehensweise verzichtet.

Zu Beginn wird mittels der ausgelesenen Werte aus Sofistik die Verdrehung des Endquerträgers bestimmt und daraus folgend die Schnittkraft-Verformungskurve (siehe Abbildung 5.25) für den Bewehrungsgrad 2 mittels Excel erzeugt, welche nachfolgend angeführt wird. Auch hier erfolgt eine Unterteilung der Kurve in sieben Bereiche.

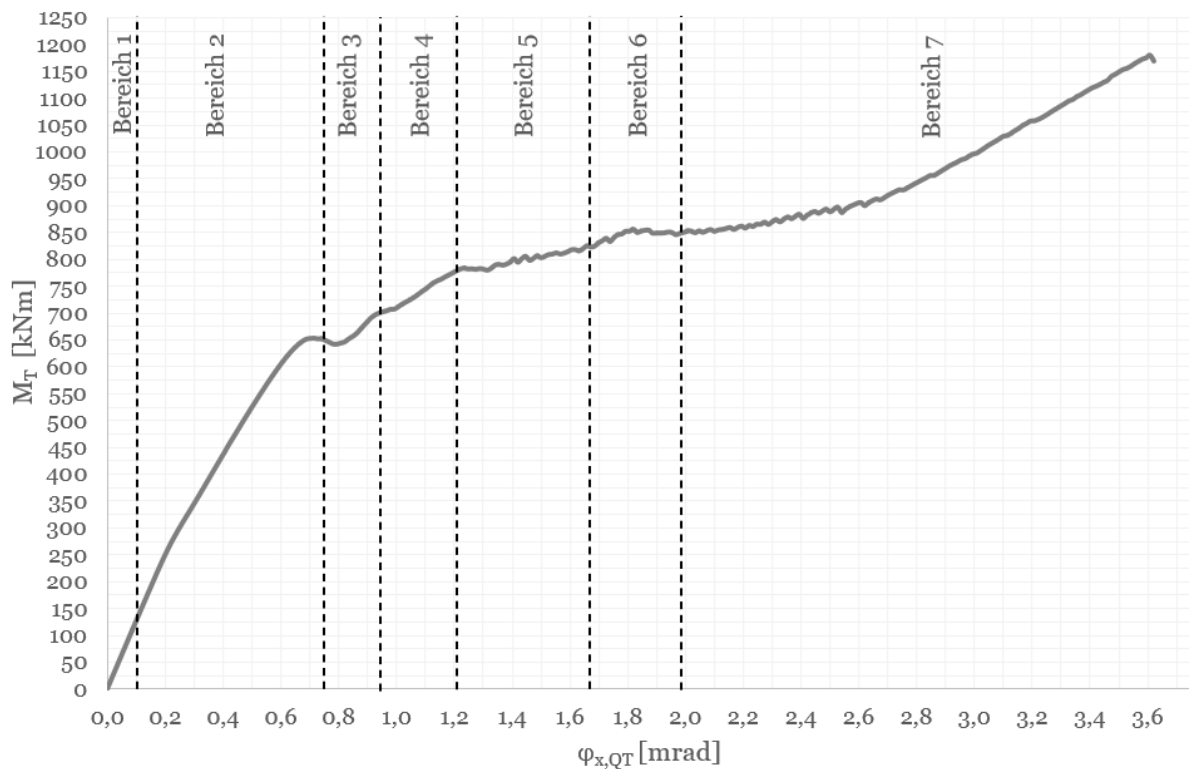


Abbildung 5.25: Schnittkraft-Verformungskurve

Im Anschluss erfolgt die Darstellung der modifizierten Schnittkraft-Verformungskurve (siehe Abbildung 5.26), bei welcher auf der Abszisse die Verdrehung des Endquerträgers $\varphi_{x,QT}$ und auf der Ordinate $M_T * L$ aufgetragen wird.

Die Bestimmung der Länge L kann unter Kapitel 5.5 nachgelesen werden.

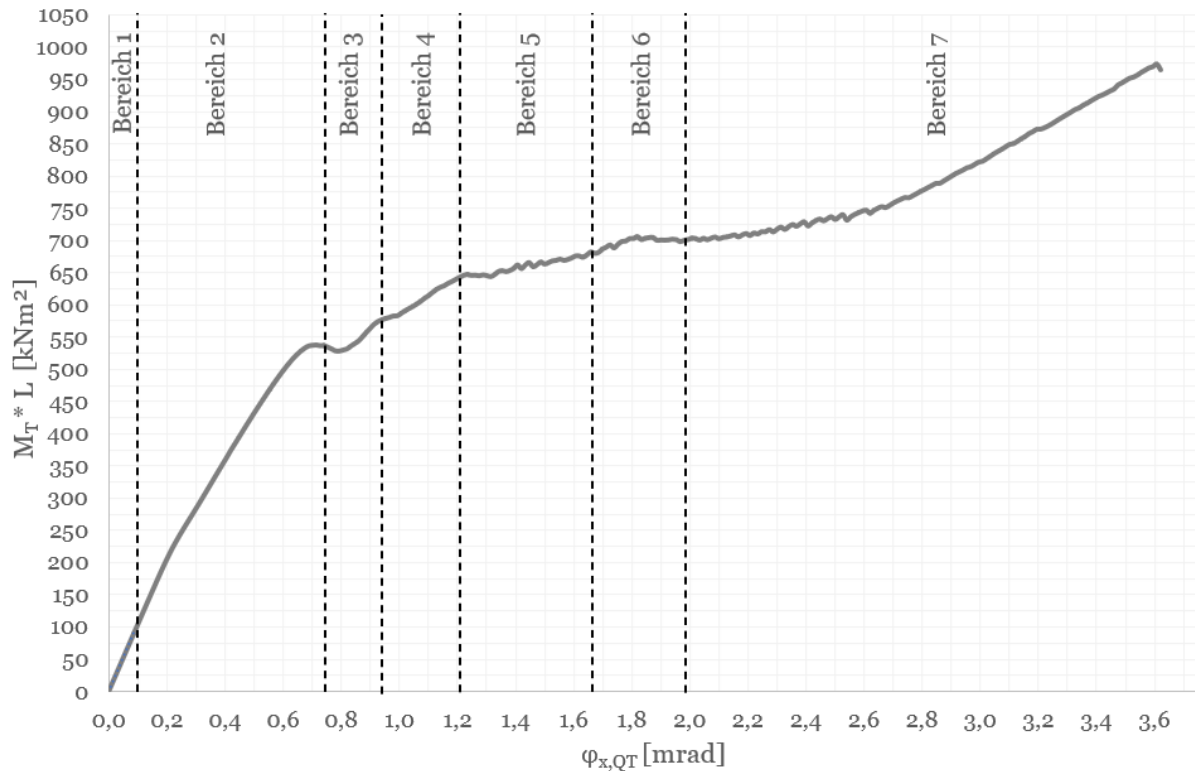


Abbildung 5.26: Modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve

Bestimmung der Tangentensteifigkeit

Infolgedessen wird eine Auswertung der Funktion der modifizierten Schnittkraft-Verformungskurve durchgeführt, die Funktionen werden in Tabelle 5.9 angeführt. Als Ergebnis können anschließend die Trendlinienfunktionen, welche mittels Excel erstellt werden, angeführt werden (siehe Abbildung 5.26).

Der Bereich 1 wird mittels einer linearen Funktionsgleichung angenähert, alle anderen Bereiche (2 bis 7) mit einer Polynomfunktion 3. Grades. Im Anschluss an die Auswertung der Funktionsgleichungen erfolgt eine Ableitung derer, siehe Tabelle 5.10.

Die Ableitung in jedem Punkt der Funktion ausgewertet, liefert die Tangentensteifigkeit. Der Verlauf der Tangentensteifigkeit wird in Abbildung 5.27 dargestellt.

Tabelle 5.9: Funktionen

Bereich	$(M_T * L)(\varphi_{x,QT})$
1	$(M_{T1} * L)(\varphi_{x,QT}) = 1049,8\varphi_{x,QT}$
2	$(M_{T2} * L)(\varphi_{x,QT}) = -503,91\varphi_{x,QT}^3 + 153,25\varphi_{x,QT}^2 + 876,79\varphi_{x,QT} + 21,943$
3	$(M_{T3} * L)(\varphi_{x,QT}) = -15184\varphi_{x,QT}^3 + 40178\varphi_{x,QT}^2 - 35014\varphi_{x,QT} + 10602$
4	$(M_{T4} * L)(\varphi_{x,QT}) = -3604,2\varphi_{x,QT}^3 + 11850\varphi_{x,QT}^2 - 12675\varphi_{x,QT} + 5015,9$
5	$(M_{T5} * L)(\varphi_{x,QT}) = -104,37\varphi_{x,QT}^3 + 487,09\varphi_{x,QT}^2 - 665,16\varphi_{x,QT} + 918,77$
6	$(M_{T6} * L)(\varphi_{x,QT}) = 2754,2\varphi_{x,QT}^3 - 15741\varphi_{x,QT}^2 + 29959\varphi_{x,QT} - 18287$
7	$(M_{T7} * L)(\varphi_{x,QT}) = -38,453\varphi_{x,QT}^3 + 415,41\varphi_{x,QT}^2 - 1230,9\varphi_{x,QT} + 1814,9$

Tabelle 5.10: 1. Ableitungen

Bereich	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT})$
1	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = 1049,8$
2	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = -1511,73\varphi_{x,QT}^2 + 306,5\varphi_{x,QT} + 876,79$
3	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = -45552\varphi_{x,QT}^2 + 80356\varphi_{x,QT} - 35014$
4	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = -10812\varphi_{x,QT}^2 + 23700\varphi_{x,QT} - 12675$
5	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = -313,11\varphi_{x,QT}^2 + 974,18\varphi_{x,QT} - 665,16$
6	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = 8262,6\varphi_{x,QT}^2 - 31482\varphi_{x,QT} + 29959$
7	$(M_T * L)'(\varphi_{x,QT}) = -115,359\varphi_{x,QT}^2 + 830,82\varphi_{x,QT} - 1230,9$

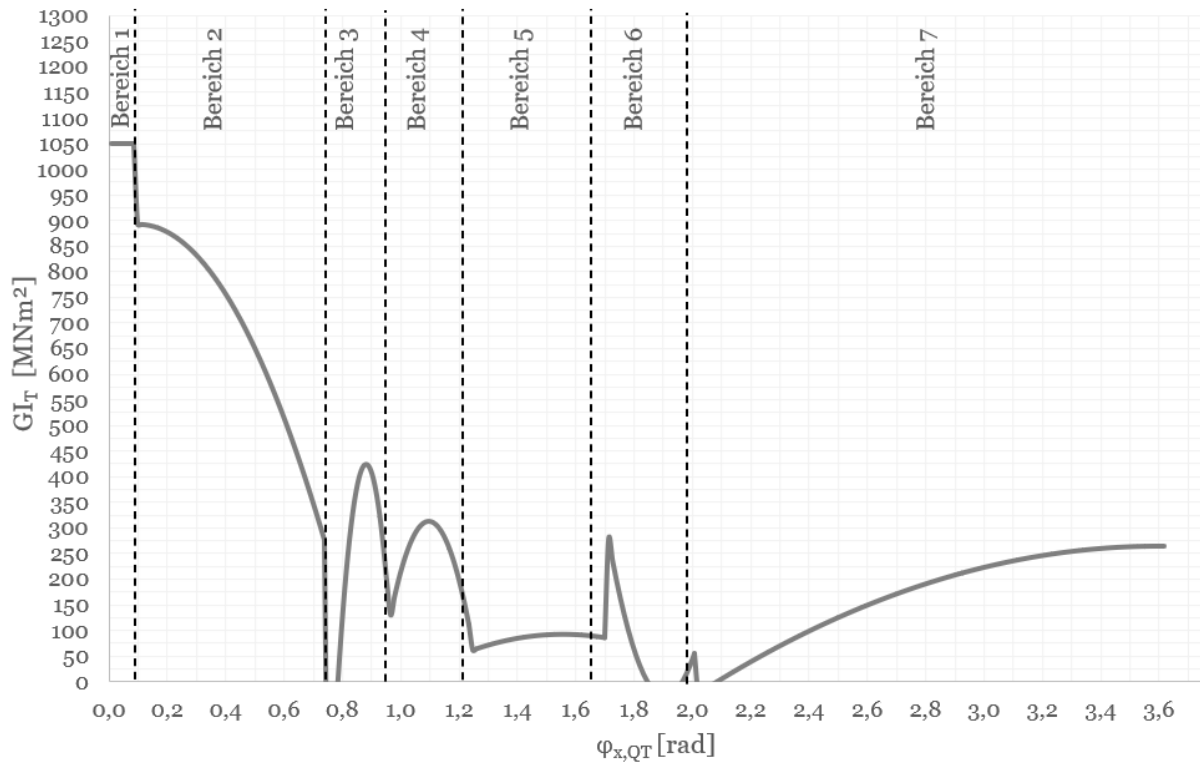


Abbildung 5.27: Verlauf der Tangentensteifigkeit GI_T

Bestimmung der Sekantensteifigkeit

Tabelle 5.11: Berechnung Sekantensteifigkeit

Bereich	$\Delta\varphi_{x,QT}[\text{rad}]$	$\Delta(M_T * L)(\varphi_{x,QT})[\text{MNm}^2]$	$GI_{T,i}[\text{MNm}^2]$
1	0,086	90,31	1049,80
2	0,739	550,30	744,34
3	0,953	579,44	607,94
4	1,233	646,87	524,80
5	1,699	686,11	403,78
6	2,006	703,71	350,82
7	3,619	964,80	266,59

Die Sekantensteifigkeit wird analog zu jener in Kapitel 5.5 berechnet. Der Verlauf der Sekantensteifigkeit kann Abbildung 5.28 entnommen werden, die Ergebnisse der Berechnung der Sekantensteifigkeit sind in Tabelle 5.11 angeführt.

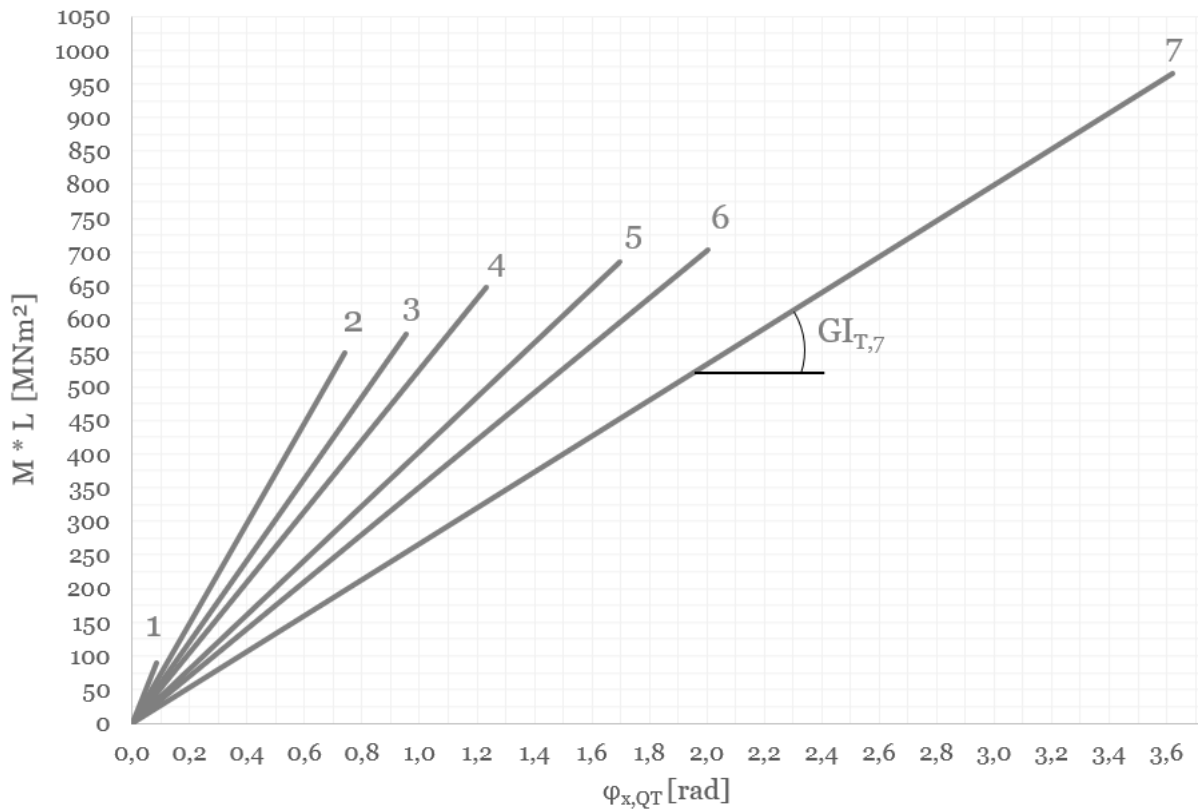


Abbildung 5.28: Verlauf der Sekantensteifigkeit GI_T

Überprüfung der Steifigkeiten im Zustand I

Hier wird nachfolgend die Steifigkeit im Zustand I (Bereich 1) überprüft. Die Steifigkeit zufolge der Querschnittswerte ergibt sich zu:

$$GI_{T,I} = G_c * I_T = 13682 * 8,59 * 10^{-2} = 1175,28 \text{ MNm}^2 \quad (5.43)$$

Grundsätzlich darf kein Steifigkeitsunterschied im Zustand I (Bereich 1) zwischen den Bewehrungsgraden ρ_1 und ρ_2 auftreten, da hier der Beton ungerissen ist und die Bewehrung nicht zur Wirkung kommt, wenn die Steifigkeit nicht über die ideellen Querschnittswerte ermittelt wird. Die Steifigkeit zufolge des Bewehrungsgrades ρ_2 kann aus der Abbildung 5.28 mit $GI_{T,I} = 1049,80 \text{ MNm}^2$ entnommen werden. Wird diese nun mit

der Steifigkeit, welche über die Querschnittswerte ermittelt wird (siehe Gleichung 5.43), verglichen, so ergibt sich eine Abweichung von rund 10%, welche im Toleranzbereich einer nicht linearen Berechnung liegt. Die Abweichung ist auf gerundete Zahlenwerte, sowie auf die nicht berücksichtigten ideellen Querschnittswerte zurückzuführen.

Bezogene Steifigkeit

Nachfolgend wird die bezogene Steifigkeit $\overline{G_{IT}}$ ermittelt, der Verlauf der bezogenen Tangentensteifigkeit ist in Abbildung 5.29 dargestellt, der Verlauf der bezogenen Sekantensteifigkeit in Abbildung 5.30.

$$\overline{G_{IT,i}} = \frac{G_{IT,II,i}}{G_{IT,I}} \quad (5.44)$$

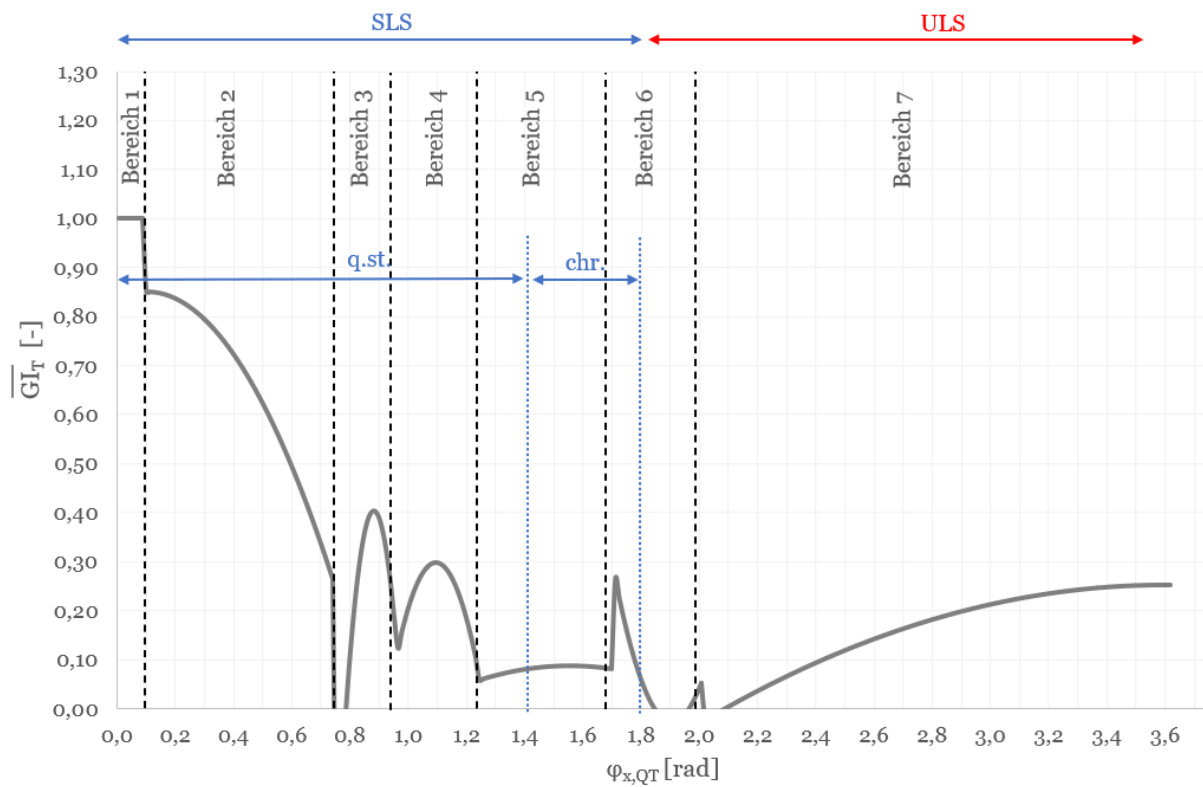


Abbildung 5.29: Verlauf der bezogenen Tangentensteifigkeit $\overline{G_{IT,i}}$

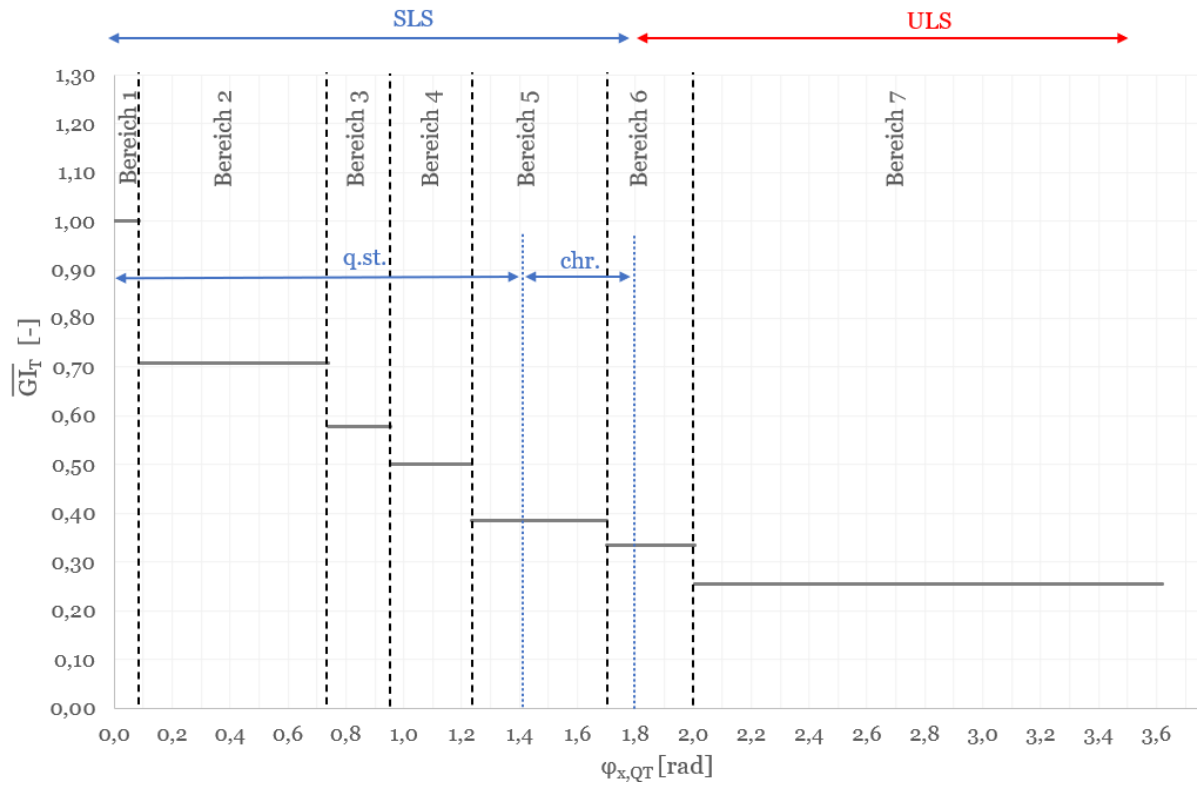


Abbildung 5.30: Verlauf der bezogenen Sekantensteifigkeit $\overline{G_{IT,i}}$

Die Grenzen für den SLS- und ULS-Bereich werden in Tabelle 5.12 angeführt.

Tabelle 5.12: Abgrenzung SLS zu ULS

Bereich	$\varphi_{x,QT,grenz}[mrad]$
SLS (quasi-ständig)	bis 1,406
SLS (charakteristisch)	bis 1,806 (Beton maßgebend)
ULS	ab 1,806

Rissbildung

Die Rissbilder werden nachfolgend in Abbildung 5.32 bis Abbildung 5.38 dargestellt. Die Blickrichtung (siehe Abbildung 5.31) geht in die positive y-Richtung.

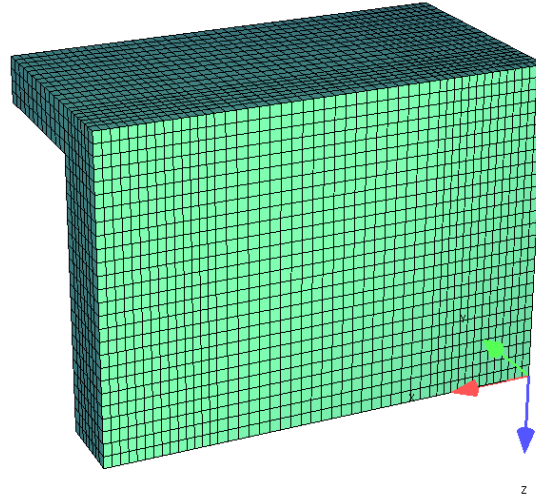


Abbildung 5.31: Blickrichtung

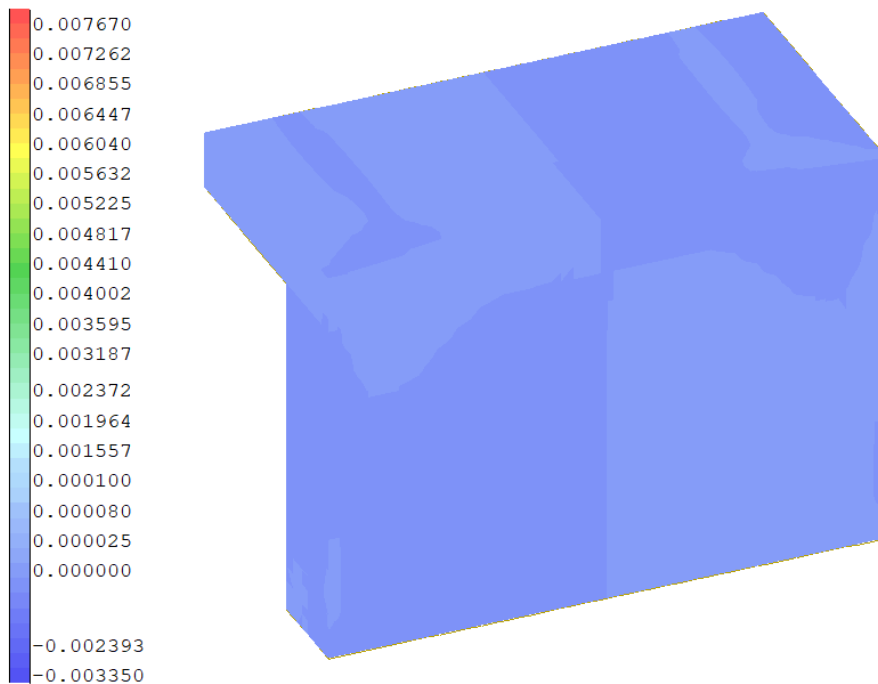


Abbildung 5.32: Rissbildung (ε_x) - Bereich 1 zu Bereich 2 (LF 106, $\varphi_{x,QT} = 0,086 \text{ mrad}$)

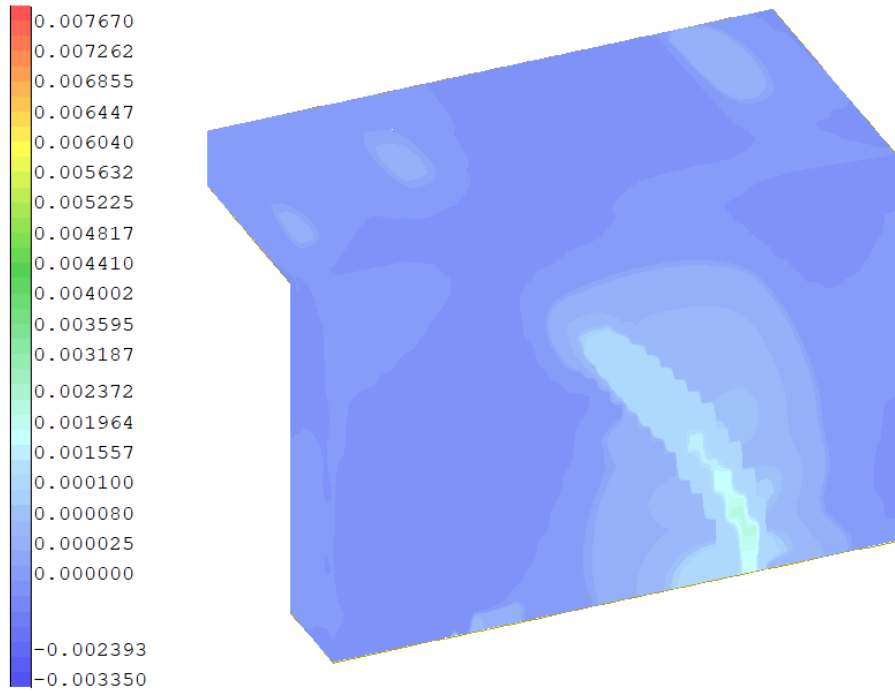


Abbildung 5.33: Rissbildung (ε_x) - Bereich 2 zu Bereich 3 (LF 155, $\varphi_{x,QT} = 0,739 \text{ mrad}$)

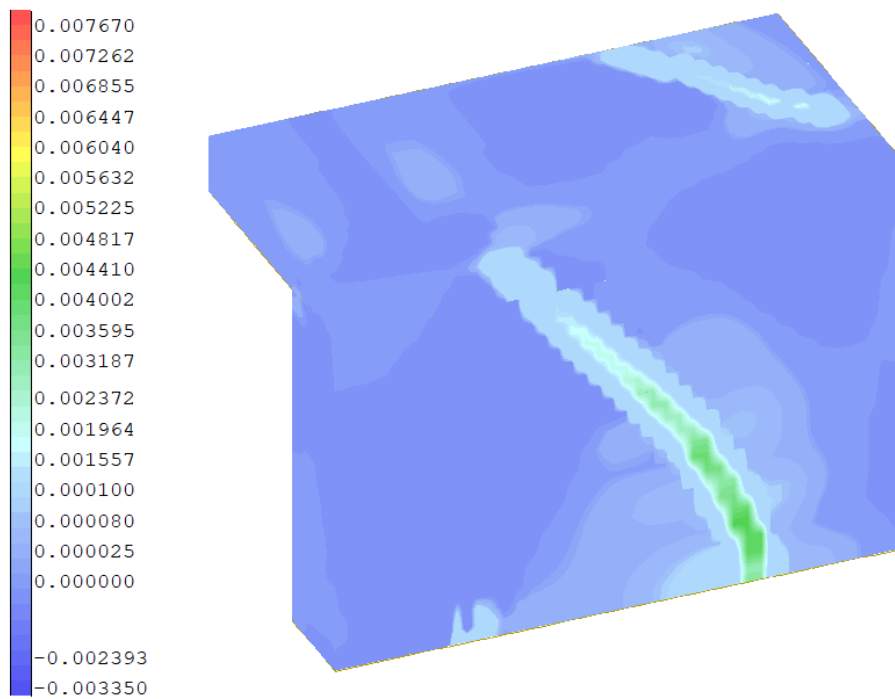


Abbildung 5.34: Rissbildung (ε_x) - Bereich 3 zu Bereich 4 (LF 171, $\varphi_{x,QT} = 0,953 \text{ mrad}$)

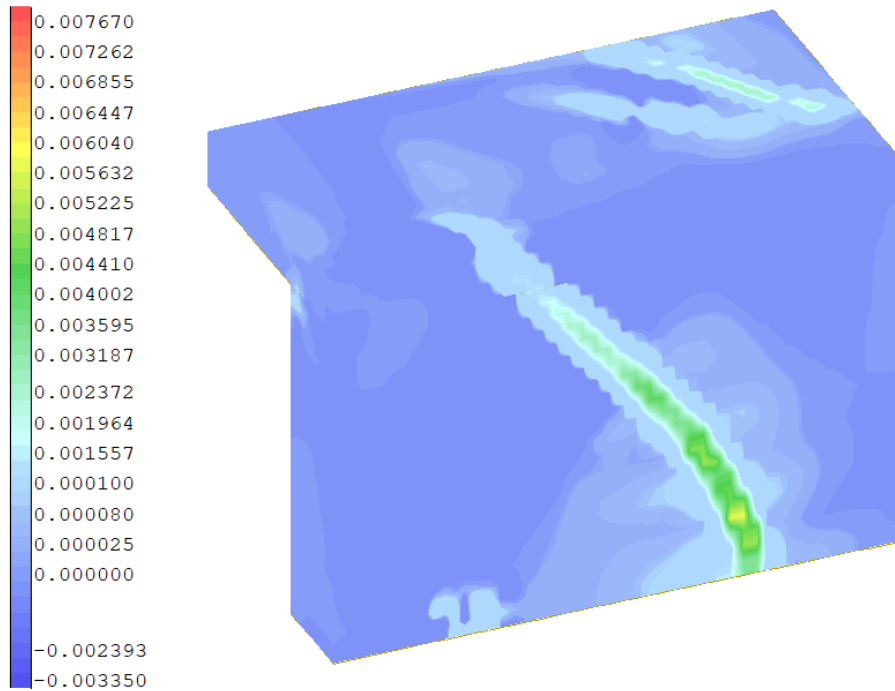


Abbildung 5.35: Rissbildung (ε_x) - Bereich 4 zu Bereich 5 (LF 192, $\varphi_{x,QT} = 1,233 \text{ mrad}$)

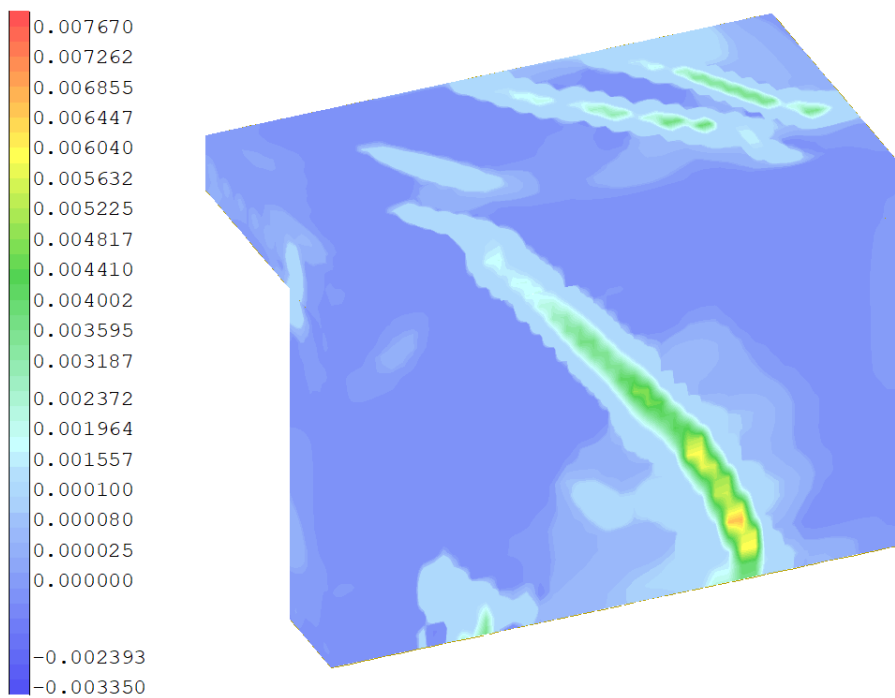


Abbildung 5.36: Rissbildung (ε_x) - Bereich 5 zu Bereich 6 (LF 227, $\varphi_{x,QT} = 1,699 \text{ mrad}$)

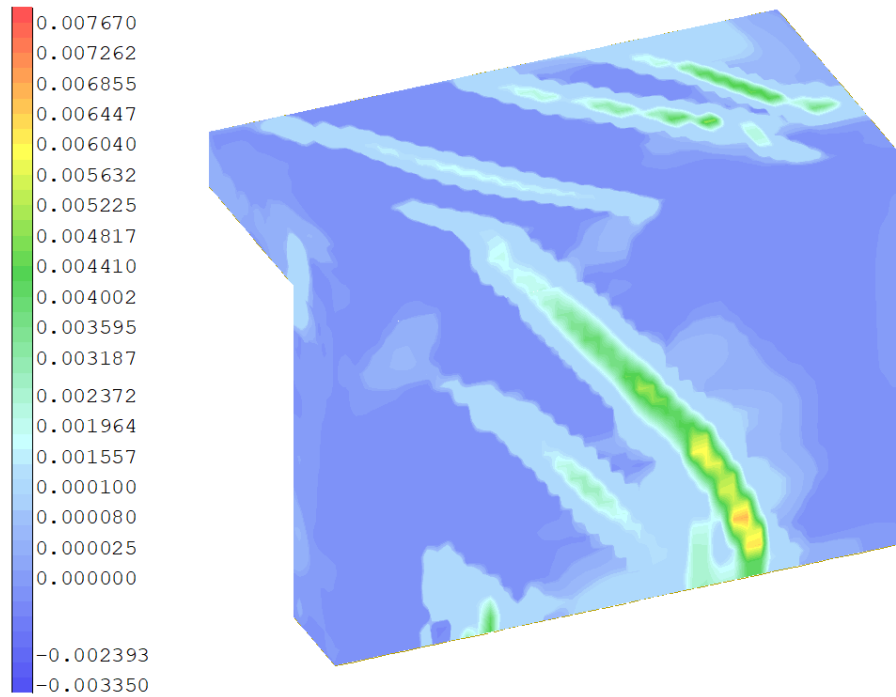


Abbildung 5.37: Rissbildung (ε_x) - Bereich 6 zu Bereich 7 (LF 250, $\varphi_{x,QT} = 2,006 \text{ mrad}$)

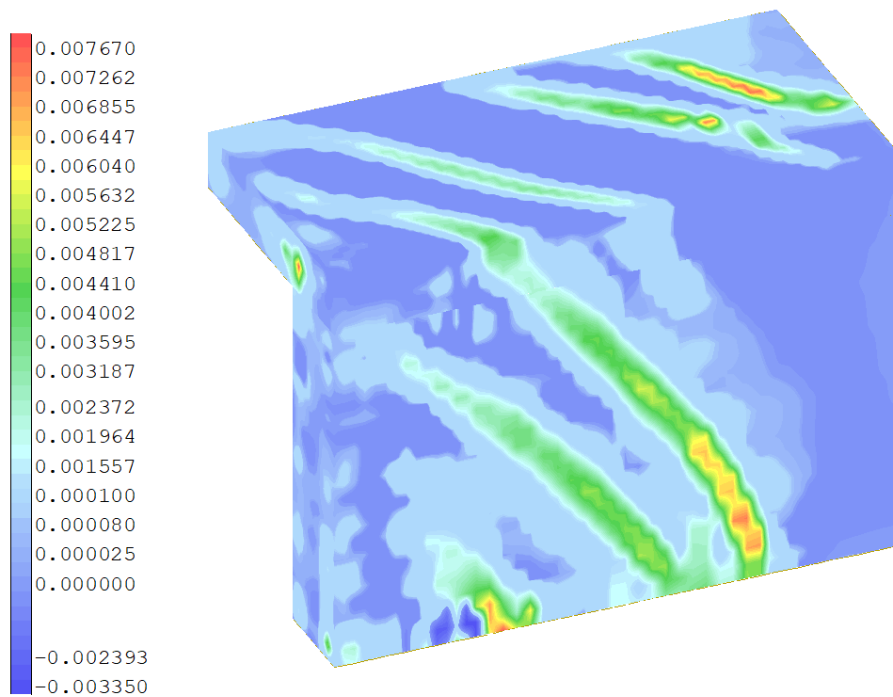


Abbildung 5.38: Rissbildung (ε_x) - Versagenspunkt (LF 371, $\varphi_{x,QT} = 3,619 \text{ mrad}$)

Ergebnisinterpretation Lastfall 1 - Bewehrungsgrad 2

Der Unterschied zwischen den Ergebnissen aus Kapitel 5.5 und Kapitel 5.6 besteht im Bewehrungsgrad der Bügel- und Längsbewehrung. Ein Fließen der Bewehrung ist nicht vorhanden. Insgesamt wird die Verdrehung der Hauptträger 371 mal erhöht, was zu einer maximalen Verdrehung der Hauptträger von $\varphi_y = 72,38 \text{ mrad}$ und einer daraus resultierenden maximalen vertikalen Verschiebung der Hauptträger von 59,74 mm führt. Die maximale Verdrehung des Endquerträgers ist $\varphi_{x,QT} = 3,619 \text{ mrad}$. Aus Gründen der Vereinfachung wird als Abbruchkriterium für ein Betondruckversagen die maximale Grenzstauchung mit $\varepsilon_c = -3,5\%$ festgelegt. Die berücksichtigte Gesamtlänge des Systems beträgt 16,5 m.

Bereich 1

Der Bereich 1 befindet sich im Zustand 1 (Beton ungerissen). Die vorhandene Betondehnung im Bereich 1 nach Abbildung 5.32 beträgt rund $\varepsilon_c = 0,025 \%$ und ist somit geringer als die Rissdehnung des Betons mit $\varepsilon_{cr} = 0,0878 \%$ (siehe Gleichung 5.42). Aus diesem Grund ist die Steifigkeitsverteilung in Abbildung 5.27 im Bereich 1 konstant.

Bereich 2

Im Bereich 2 ist ein Abfall der Steifigkeit zu erkennen, siehe Abbildung 5.27. Dieser Steifigkeitsabfall ist der beginnenden Rissbildung geschuldet.

Bereich 3

Im Bereich 3 ist ein starker Abfall der Steifigkeit vorhanden, siehe Abbildung 5.27. Dieser Steifigkeitsabfall entsteht durch die Bildung des Torsionsrisses im Endquerträger. Im Zuge der Rissöffnung werden die Kräfte auf die Bewehrung umgelagert, was eine anschließende Steigerung der Steifigkeit zur Folge hat.

Bereich 4

In Abbildung 5.34 ist die beginnende Rissbildung in der Fahrbahnplatte ersichtlich. Zudem kommt es zu einer weiteren Umlagerung der Kräfte auf die Bewehrung im Bereich der Risse, was die weiterführende Zunahme der Steifigkeit in Bereich 4 erklärt.

Bereich 5 und 6

Im Bereich 5 verläuft die Steifigkeit annähernd konstant, siehe Abbildung 5.27. In Abbildung 5.37 ist eine zunehmende Steigerung der Rissanzahl ersichtlich. Die gleichzeitige Rissöffnung mehrerer einzelner Risse führt zu einem Abfall der Steifigkeit am Ende des Bereiches 6. Der Übergang zwischen SLS- und-ULS Bereich findet im Bereich 6 statt.

Bereich 7

Im Bereich 7 kann von einer abgeschlossenen Rissbildung ausgegangen werden, hier werden sämtliche Kräfte von der Bewehrung aufgenommen. Wird die vorhandene maximale Dehnung des Betons im Druckbereich $\varepsilon_c = -3,4 \text{ ‰}$ (siehe Abbildung 5.38) betrachtet, so ist zu erkennen, dass diese annähernd der maximal aufnehmbaren Dehnung des Betons im Druckbereich entspricht, aus diesem Grund kann davon ausgegangen werden, dass hier ein Betonversagen auf Druck stattfindet. Ein Fließen der Bewehrung findet nicht statt.

Ergebnisvergleich - Bewehrungsgrad 1 zu Bewehrungsgrad 2

Aufgrund des höheren 2. Bewehrungsgrades kann auch eine größere Duktilität des Systems beobachtet werden. In Abbildung 5.25 ist die Schnittkraft-Verformungskurve dargestellt. Im Bereich 3 dieser Kurve ist ein weitaus geringerer Abfall der Steifigkeit zu sehen als im Bereich 3 der Kurve mit dem geringeren Bewehrungsgrad.

Der größere Bewehrungsgrad hat zudem eine Erhöhung des maximal aufnehmbaren Torsionsmomentes M_T zur Folge.

5.7 Ergebnisse Lastfall 2 - Bewehrungsgrad 1

Lastfall 2 soll eine unterschiedliche Vorspannung der Hauptträger simulieren. Eine Übersicht des Systemaufbaues wird in Kapitel 4.3 gezeigt. Unter Kapitel 5.2, Abbildung 5.5, wird die vereinfachte Darstellung des statischen Systems des einzeln betrachteten Endquerträgers gezeigt. Der Modellaufbau des Modells B wird so durchgeführt, dass es möglich ist, Verschiebungen in y -Richtung an beiden Hauptträgerachsen anzubringen, um eine unterschiedliche Vorspannung zu simulieren. Da es für die Ergebnisauswertung übersichtlicher ist, wird jedoch nur in der Achse 1 eine positive Verschiebung in die y -Richtung $v_{1,y}$ angesetzt. Eine vereinfachte Systemdarstellung wird in Abbildung 5.39 und in in Abbildung 5.40 gezeigt.

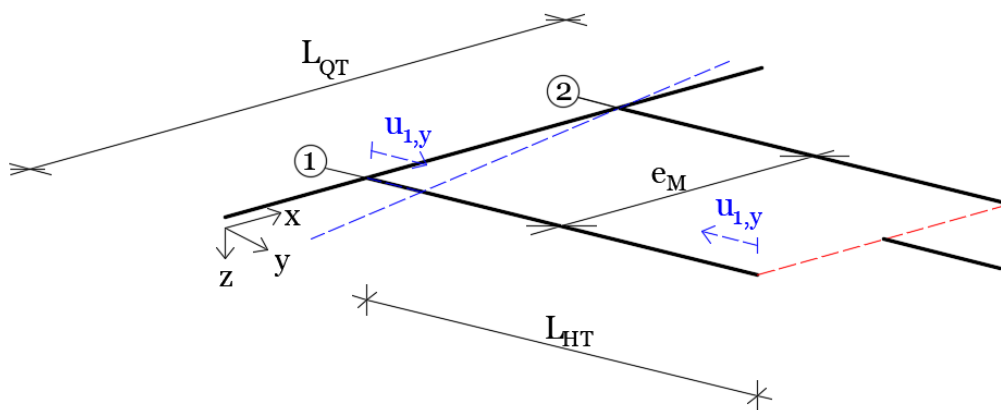


Abbildung 5.39: Vereinfachte Systemübersicht 1

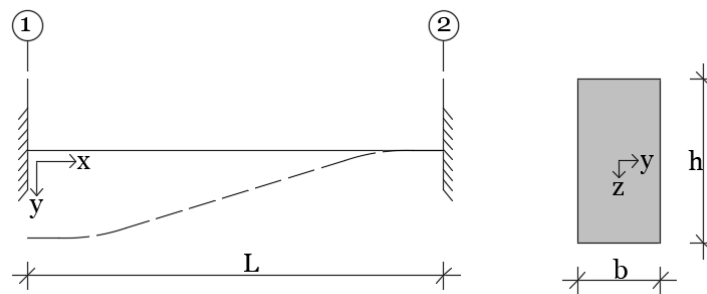


Abbildung 5.40: Vereinfachte Systemübersicht 2

Die Auswertung der Biegesteifigkeit EI_z erfolgt über Gleichung 5.15 und über das in Kapitel 5.2 erläuterte Vorgehen. Die Gleichung 5.15 ergibt sich unter Berücksichtigung

von $v_{2,y} = 0$ zu Gleichung 5.45. Für die Länge L wird der Achsabstand der Hauptträger $L = e_M = 1,65 \text{ m}$ verwendet.

$$EI_z = \frac{Q_z * L^3}{12 * v_{y,1}} \quad (5.45)$$

Zu Beginn erfolgt die Auswertung der Schnittkraft-Verformungskurve, welche in Abbildung 5.41 ersichtlich ist.

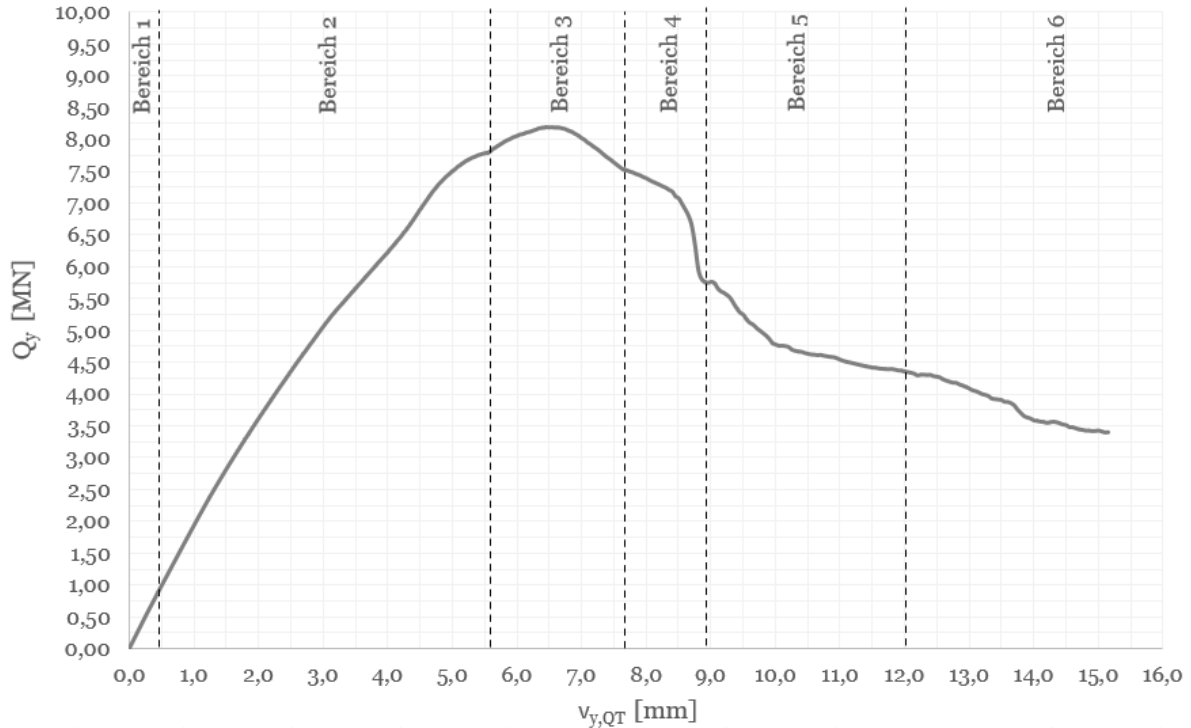


Abbildung 5.41: Schnittkraft-Verformungskurve

Bei der Schnittkraft-Verformungskurve wird die Querträgerverschiebung in die globale y -Richtung $v_{y,QT}$ gegenüber der daraus resultierenden gesamt-Querlast Q_y aufgetragen. Die Gesamt-Querlast kann als horizontale Auflagerkraft $A_{v,y}$ des vereinfachten Systems (dargestellt in Abbildung 5.40) interpretiert werden, welche sich aufgrund der horizontalen Verschiebung in y -Richtung ergibt.

Für die Bestimmung der Steifigkeit ist, wie in Kapitel 5.2 beschrieben, eine Modifizierung der Schnittkraft-Verformungskurve erforderlich.

Bei der modifizierten Schnittkraft-Verformungskurve wird auf der Abszisse $v_{y,QT,i}$ aufgetragen und auf der Ordinate der Faktor $Q_y * L^3/12$.

Anschließend erfolgt die Auswertung der jeweiligen Bereichsfunktionen mithilfe der Trendlinie in Excel. Die Funktion im Bereich 1 wird mit einer linearen Funktion angenähert, die Funktionen in den restlichen Bereichen durch eine Polynomfunktion 3. Grades.

Die modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve wird in Abbildung 5.42 dargestellt. Für eine bessere graphische Darstellung wird die Gesamt-Querkraft in [MN] aufgetragen, die Verschiebung hingegen in [mm]. Aus diesem Grund ist darauf zu achten, dass die ausgewerteten Funktionen in Tabelle 5.13 mit dem Faktor 10^3 multipliziert werden, um einheitenkonsistent zu sein (siehe Gleichung 5.47) und die Steifigkeiten in $[MNm^2]$ ablesen zu können.

$$EI_z = \frac{Q_z * L^3}{12 * v_{y,1}} = \frac{[MN][m^3]}{[mm]} = \frac{[MN][m^3] * 10^3}{[m]} \quad (5.46)$$

Bestimmung der Tangentensteifigkeit

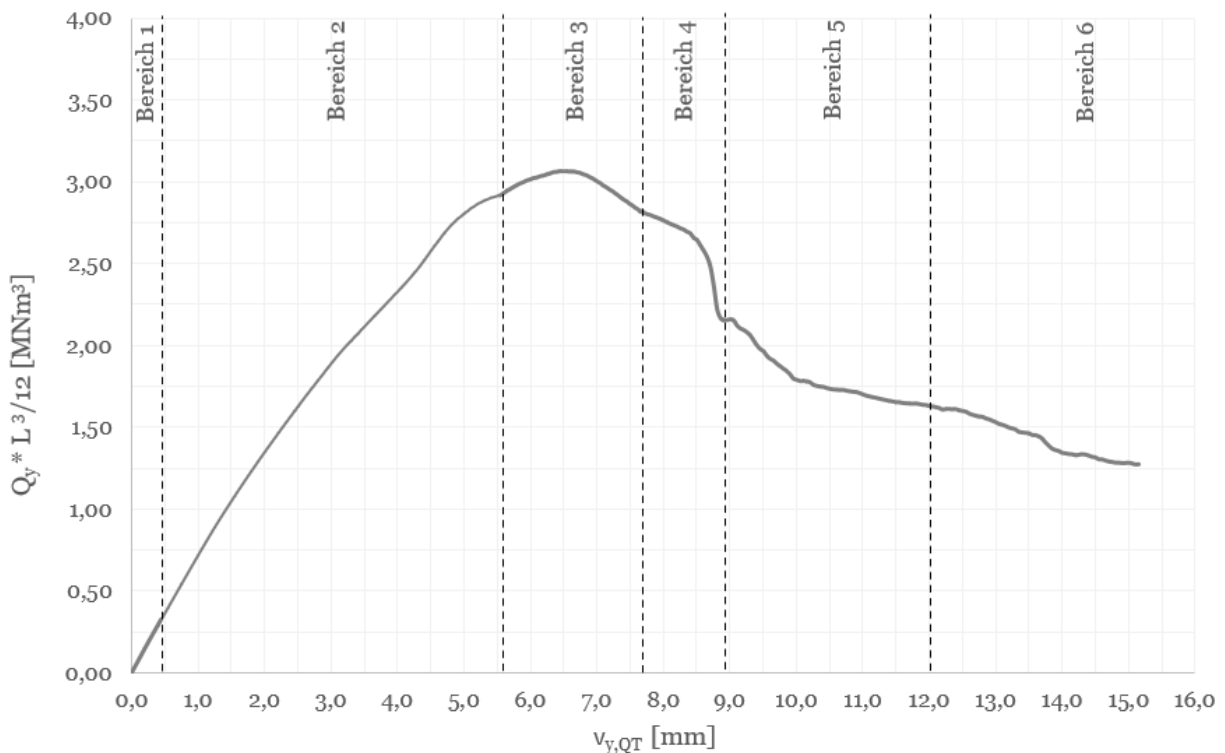


Abbildung 5.42: Modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve

Tabelle 5.13: Funktionen

Bereich	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT})$
1	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}) = 10^3 * (0,7224 * v_{y,QT})$
2	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}) = 10^3 * (0,0028v_{y,QT}^3 - 0,0602v_{y,QT}^2 + 0,7874v_{y,QT} - 0,0142)$
3	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}) = 10^3 * (0,0096v_{y,QT}^3 - 0,3667v_{y,QT}^2 + 3,5289v_{y,QT} - 7,0296)$
4	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}) = 10^3 * (-0,9382v_{y,QT}^3 + 22,636v_{y,QT}^2 - 182,11v_{y,QT} + 491,28)$
5	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}) = 10^3 * (-0,0253v_{y,QT}^3 + 0,868v_{y,QT}^2 - 9,9738v_{y,QT} + 40,068)$
6	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}) = 10^3 * (0,0251v_{y,QT}^3 - 1,0157v_{y,QT}^2 + 13,523v_{y,QT} - 57,778)$

Die Funktionen der Ableitung werden in Tabelle 5.14 dargestellt.

Tabelle 5.14: 1. Ableitungen

Bereich	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))'$
1	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))' = 722,4$
2	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))' = 8,4v_{y,QT}^2 - 120,372v_{y,QT} + 787,39$
3	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))' = 28,8v_{y,QT}^2 - 733,39v_{y,QT} + 3528,86$
4	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))' = -2814,6v_{y,QT}^2 + 44723,99v_{y,QT} - 182104,62$
5	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))' = -75,9v_{y,QT}^2 + 1735,98v_{y,QT} - 9973,26$
6	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))' = 75,3v_{y,QT}^2 - 2031,36v_{y,QT} + 13522,97$

Die Auswertung der Ableitungen liefert die Tangentensteifigkeit. In Abbildung 5.41 ist zu erkennen, dass ab der Mitte des Bereiches 3 keine weitere Laststeigerung mehr auftritt, aus diesem Grund werden in Abbildung 5.43 nur die positiven Bereiche der Steifigkeiten dargestellt.

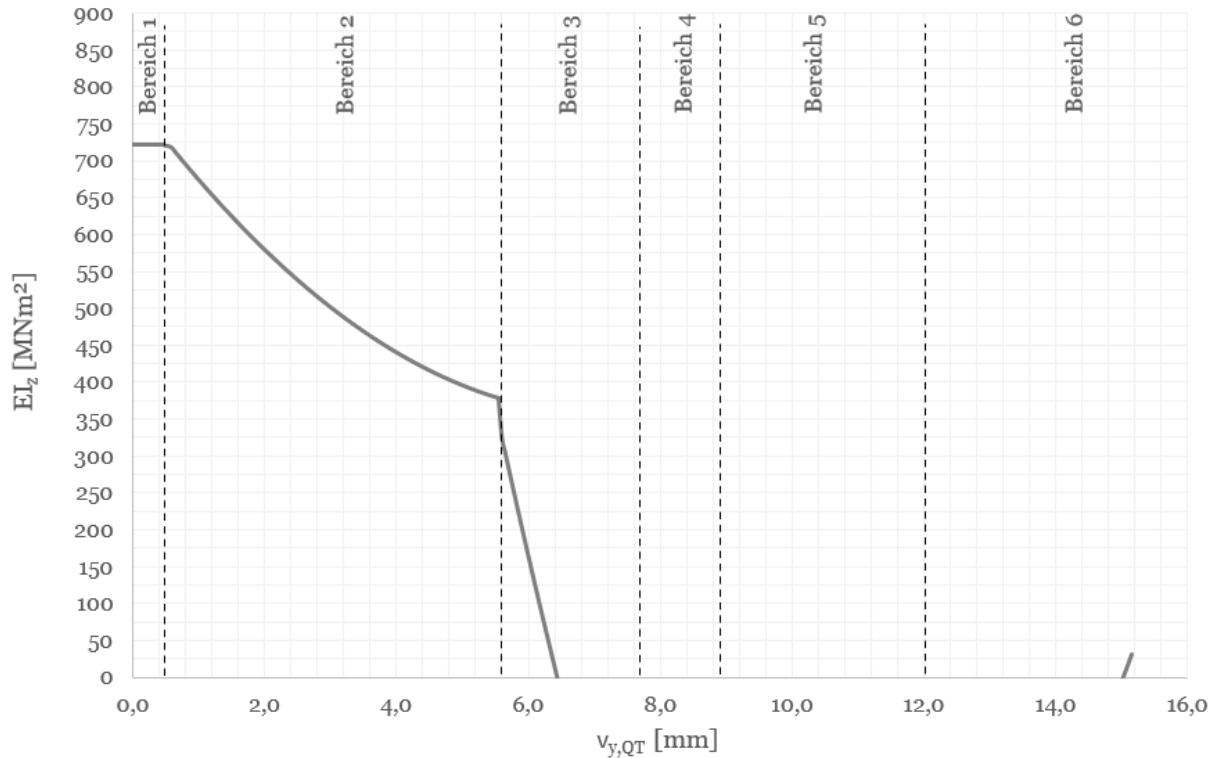


Abbildung 5.43: Verlauf der Tangentensteifigkeit EI_z

Bestimmung der Sekantensteifigkeit

Die Sekantensteifigkeit wird bereichsweise über die Werte aus Tabelle 5.15 bestimmt und anschließend in Abbildung 5.44 dargestellt. Allgemein lässt sich die Sekantensteifigkeit nach Gleichung 5.47 ermitteln. Um die Steifigkeit in der Einheit $[MNm^2]$ direkt aus Abbildung 5.44 zu erhalten, wird die Verschiebung $v_{y,QT}$ in der Einheit $[m]$ aufgetragen.

$$EI_{Z,i} = \frac{\Delta(Q_y * L^3/12)}{\Delta v_{y,QT}} \quad (5.47)$$

Tabelle 5.15: Berechnung Sekantensteifigkeit

Bereich	$\Delta v_{y,QT}[m]$	$\Delta(Q_y * L^3/12)[MNm^3]$	$EI_{z,i}[MNm^2]$
1	$0,450 * 10^{-3}$	0,33	722,4
2	$5,55 * 10^{-3}$	2,91	525,0
3	$7,7 * 10^{-3}$	2,81	365,4
4	$8,9 * 10^{-3}$	2,16	242,2
5	$12 * 10^{-3}$	1,63	136,0
6	$15,15 * 10^{-3}$	1,32	87,0

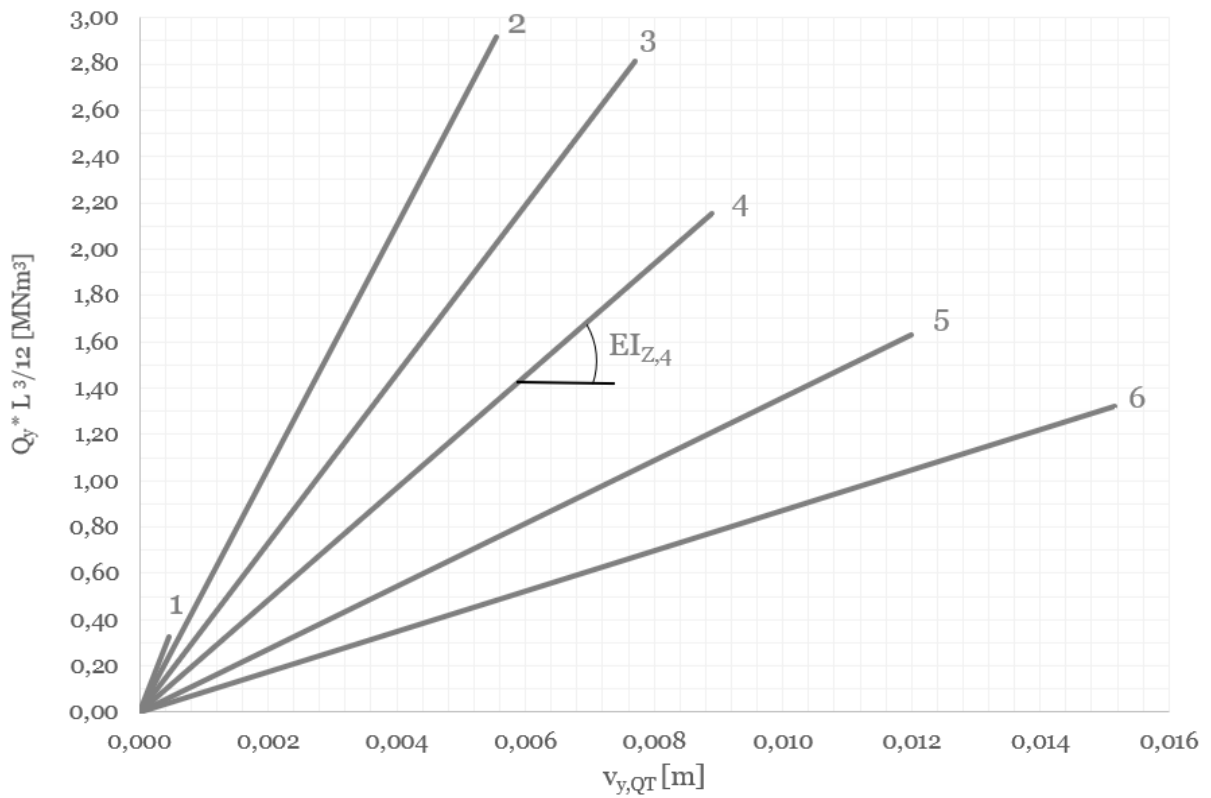


Abbildung 5.44: Verlauf der Sekantensteifigkeit EI_z

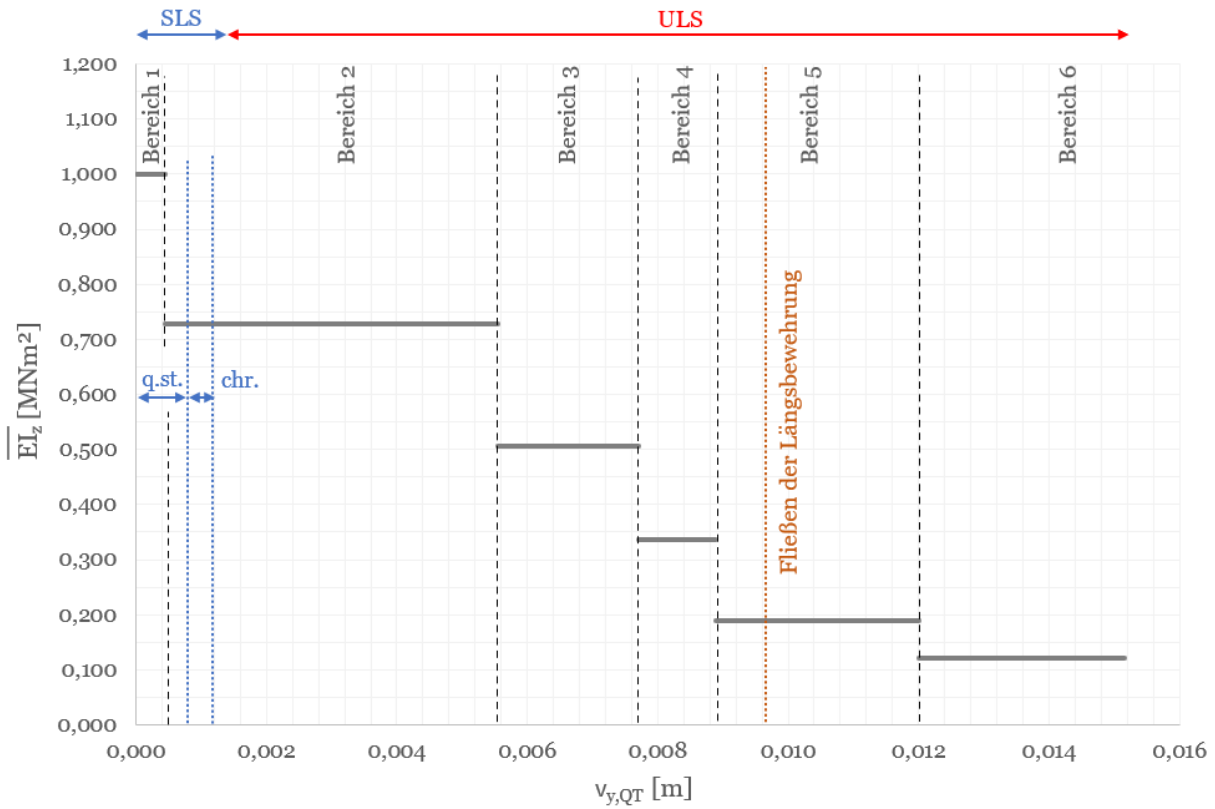


Abbildung 5.46: Verlauf der bezogenen Sekantensteifigkeit \overline{EI}_z

Die bezogene Steifigkeit errechnet sich nach Gleichung 5.49.

$$\overline{EI}_{Z,i} = \frac{EI_{Z,II,i}}{EI_{Z,I}} \quad (5.49)$$

Die bezogene Tangentensteifigkeit wird in Abbildung 5.45 dargestellt, die bezogene Sekantensteifigkeit in Abbildung 5.46.

Die Grenzen für den SLS- und ULS Bereich werden in Tabelle 5.16 angeführt.

Tabelle 5.16: Abgrenzung SLS zu ULS

Bereich	$v_{y,QT,grenz} [mm]$
SLS (quasi-ständig)	bis 0,80
SLS (charakteristisch)	bis 1,1 (Beton maßgebend)
ULS	ab 1,1
Bewehrungsfließen	ab 9,65 (Längsbewehrung)

Rissbildung

Nachfolgend wird die Rissbildung des Endquerträgers untersucht. Die Rissdehnung des Betons (C30/37) beträgt $\varepsilon_{cr} = 0,0883 \text{ ‰}$, die Bestimmung kann in Kapitel 5.5 nachgelesen werden. Die Untersuchung der Rissbildung erfolgt wieder durch eine Visualisierung des Endquerträgers, welcher von hinten (Blickrichtung in die positive y-Richtung, siehe Abbildung 5.60) dargestellt wird.

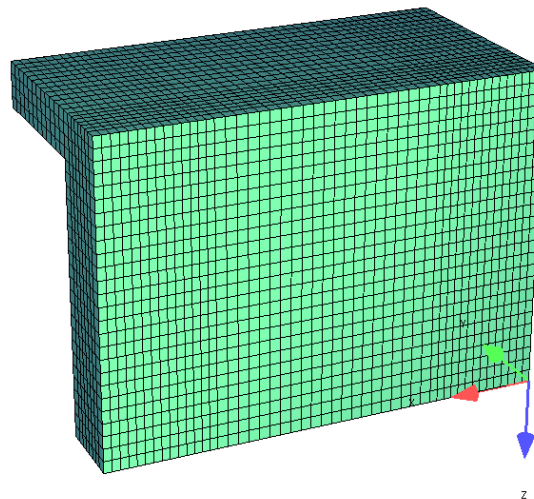


Abbildung 5.47: Blickrichtung

Die hier angeführten Dehnungswerte beziehen sich auf die Dehnung in die x-Richtung (Zustandsvariable 2 in Sofistik). Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird auf die Darstellung der Lagersymbole verzichtet. Die Rissbilder werden in den Abbildungen 5.48 bis 5.53 dargestellt.

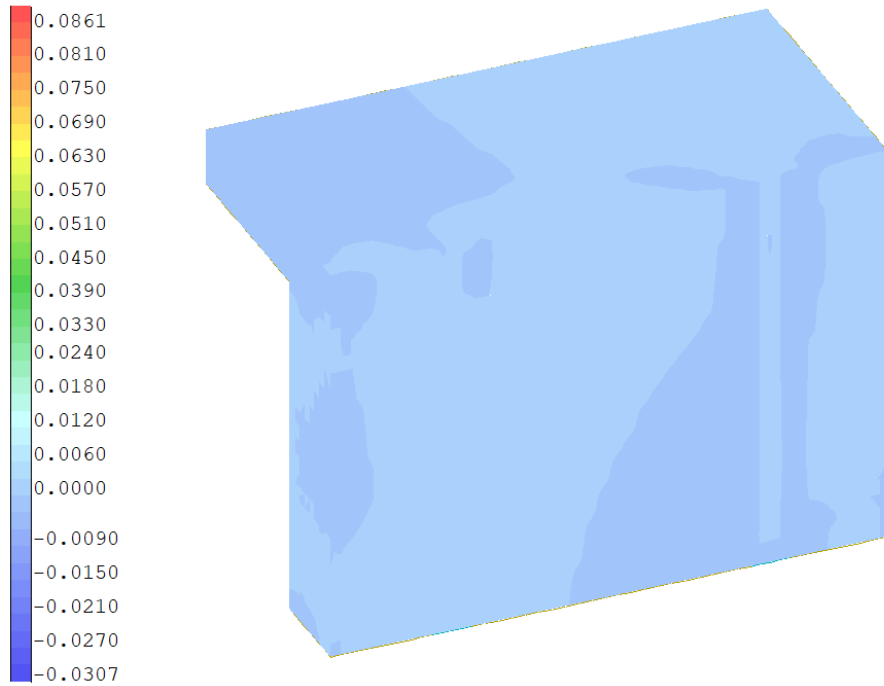


Abbildung 5.48: Rissbildung (ε_x) - Bereich 1 zu Bereich 2 (LF 107, $v_{y,QT} = 0,45 \text{ mm}$)

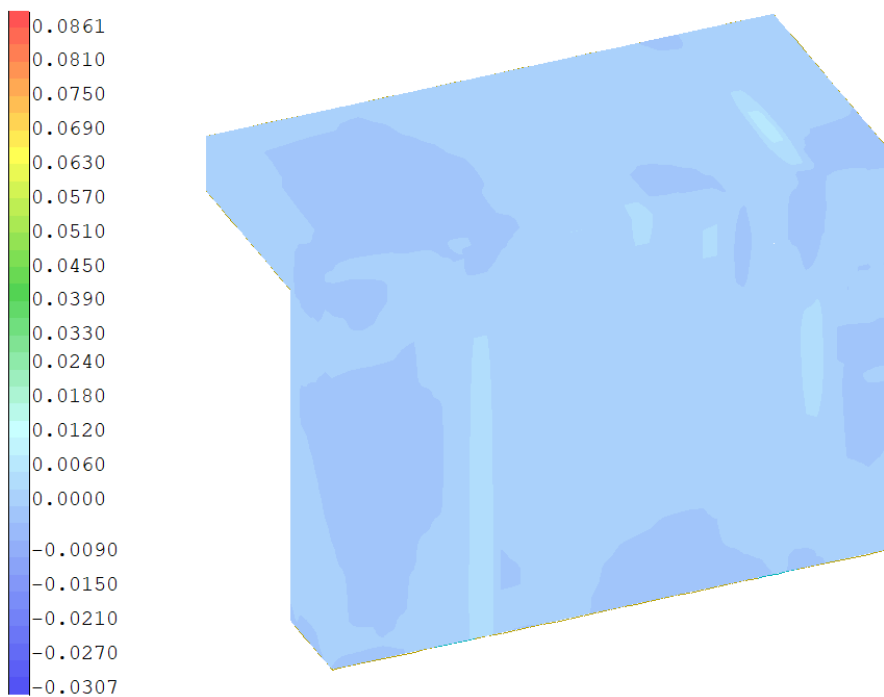


Abbildung 5.49: Rissbildung (ε_x) - Bereich 2 zu Bereich 3 (LF 209, $v_{y,QT} = 5,55 \text{ mm}$)

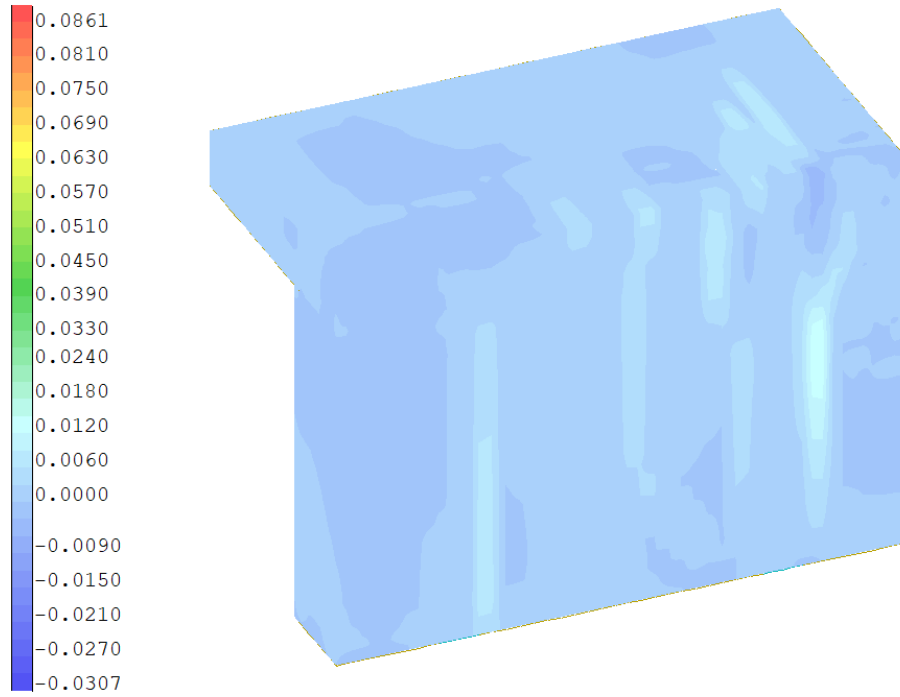


Abbildung 5.50: Rissbildung (ϵ_x) - Bereich 3 zu Bereich 4 (LF 252, $v_{y,QT} = 7,70 \text{ mm}$)

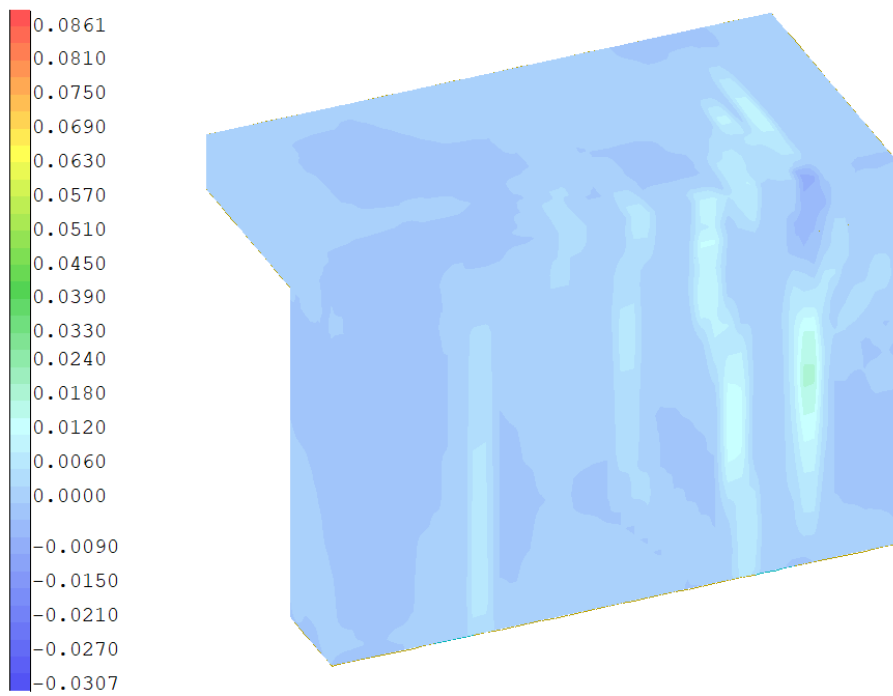


Abbildung 5.51: Rissbildung (ϵ_x) - Bereich 4 zu Bereich 5 (LF 276, $v_{y,QT} = 8,90 \text{ mm}$)

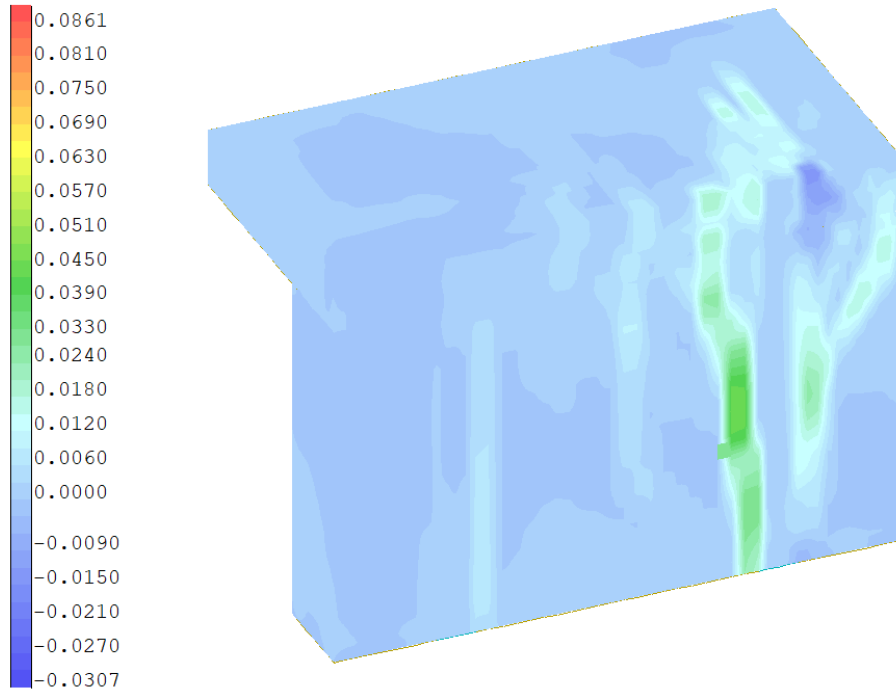


Abbildung 5.52: Rissbildung (ε_x) - Bereich 5 zu Bereich 6 (LF 338, $v_{y,QT} = 12,00 \text{ mm}$)

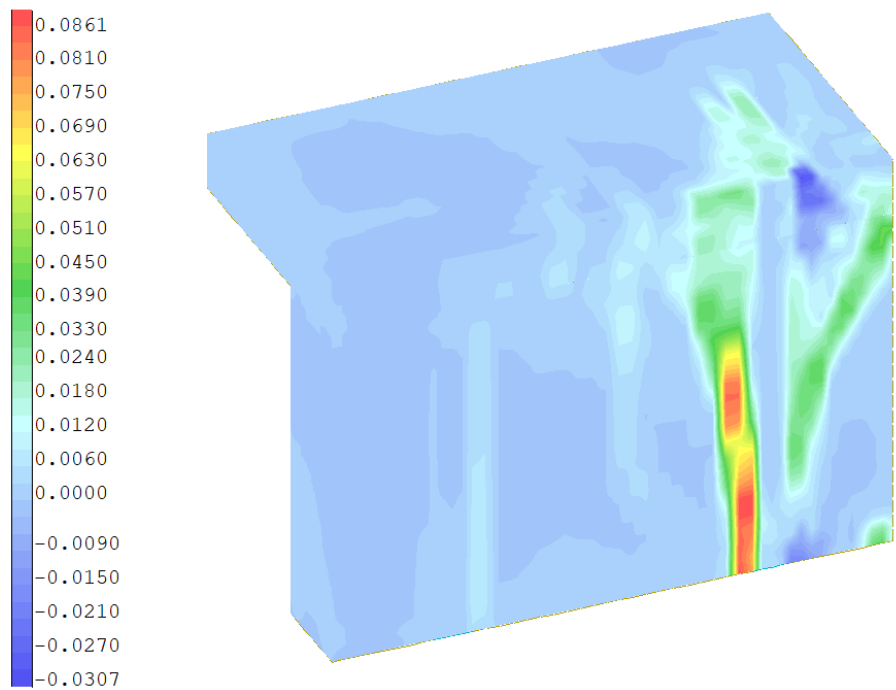


Abbildung 5.53: Rissbildung (ε_x) - Versagenspunkt (LF 401, $v_{y,QT} = 15,15 \text{ mm}$)

Ergebnisinterpretation Lastfall 2 - Bewehrungsgrad 1

Die Schnittkraft-Verformungskurve, siehe Abbildung 5.41, wird in 6 Bereiche unterteilt, die horizontale Hauptträgerverschiebung wird 401 mal überhöht, was zu einer maximalen Verschiebung von $v_{y,1} = 15,15 \text{ mm}$ führt. Ein Fließen der Bügelbewehrung findet nicht statt. Auch hier wird aus Gründen der Vereinfachung als Abbruchkriterium für ein Betondruckversagen die maximale Grenzstauchung mit $\varepsilon_c = -3,5\%$ festgelegt.

Bereich 1

Der Bereich 1 in Abbildung 5.41 besitzt einen linearen Zusammenhang zwischen aufgebrachter Verschiebung und der daraus resultierenden Gesamt-Querkraft. Aus diesem Grund wird hier vom Zustand I gesprochen, in welchem noch keine Rissbildung stattgefunden hat. In diesem Bereich ist die maximale Zugdehnung des Betons rund $\varepsilon = 0,06\%$ (siehe Abbildung 5.48) und ist somit geringer als die Rissdehnung des Betons mit $\varepsilon_{cr} = 0,0878 \%$. Daher ist auch der Steifigkeitsverlauf im Bereich 1 (in Abbildung 5.43) konstant.

Bereich 2

Die Rissbildung beginnt mit dem Übergang von Bereich 1 auf Bereich 2. Aufgrund der eintretenden Rissbildung ist eine Abnahme der Steifigkeit in Bereich 2, siehe Abbildung 5.43, zu erkennen. Werden die vorhandenen Zugdehnungen des Betons in Abbildung 5.49 mit der Rissdehnung des Betons verglichen, so ist diese überschritten. Der Übergang zwischen SLS- und ULS Bereich findet in diesem Bereich statt.

Bereich 3

In der Mitte des Bereiches 3 ist keine weitere Laststeigerung mehr möglich, siehe Abbildung 5.41. Dies führt zu einer Abnahme der Steifigkeit in diesem Bereich, was in Abbildung 5.43 sowie in Abbildung 5.44 beobachtet werden kann. Wird die Dehnung des Betons im Lasteinleitungsbereich (rechts oben in Abbildung 5.50) mit der maximal aufnehmbaren Druckdehnung des Betons ($\varepsilon_{c,u} = -3,5\%$) verglichen, so ist eine Überschreitung der maximal aufnehmbaren Druckdehnungen in diesem Bereich zu erkennen. Die Dehnungsüberschreitung geht mit einem örtlichen Versagen des Betons auf Druck einher, was dazu führt, dass ab hier keine weitere Laststeigerung mehr möglich ist.

Bereich 4, Bereich 5, Bereich 6

In diesen Bereichen schreitet die Rissbildung nur mehr sehr langsam fort, siehe Abbildung 5.51 bis Abbildung 5.53. Grund hierfür ist die nicht mehr mögliche Laststeigerung aufgrund des örtlichen Versagens des Betons auf Druck. Das Fließen der Längsbewehrung tritt am Ende des Bereiches 5 auf.

5.8 Ergebnisse Lastfall 2 - Bewehrungsgrad 2

Im Anschluss werden die Ergebnisse des Lastfalles 2 mit dem 2. Bewehrungsgrad dargestellt. Da die Vorgehensweise ident zu jener mit dem Bewehrungsgrad 1 ist, wird auf genaue Erläuterung verzichtet. Die Schnittkraft-Verformungskurve ist in Abbildung 5.54 dargestellt.

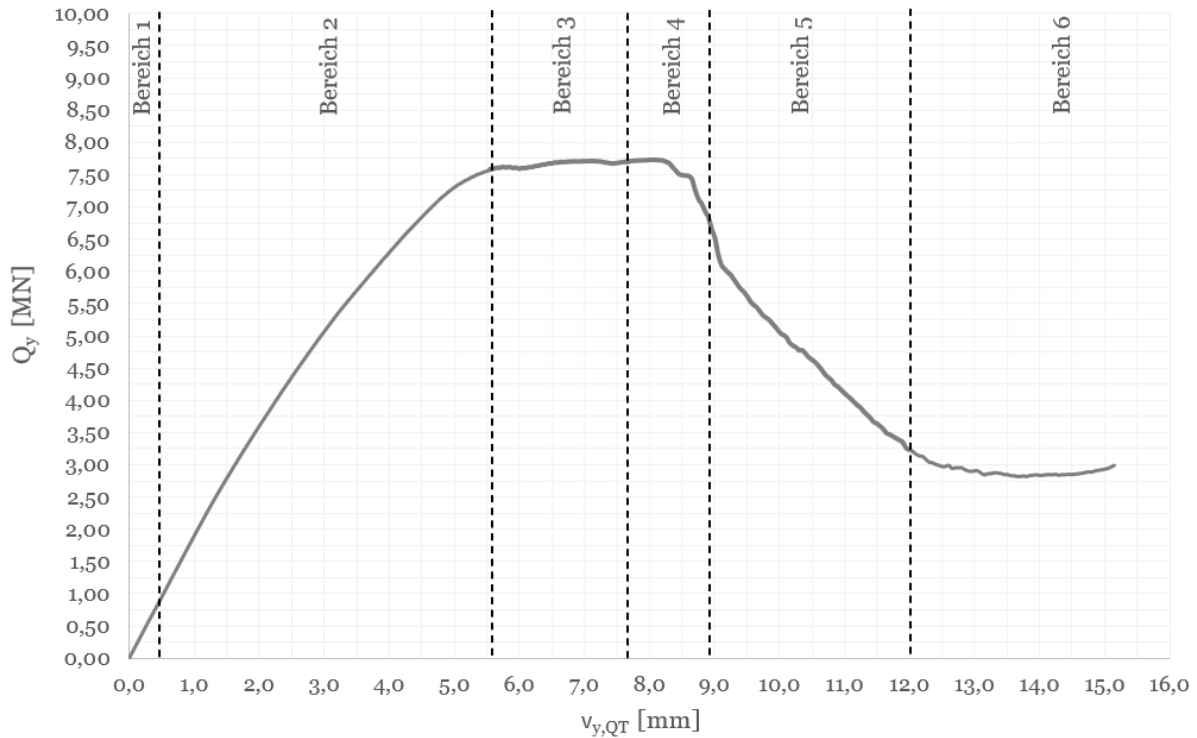


Abbildung 5.54: Schnittkraft-Verformungskurve

Nachfolgend wird die modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve erstellt, bei welcher die Querträgerverschiebung in die globale y-Richtung $v_{y,QT}$ gegenüber der daraus resultierenden Gesamt-Querkraft Q_y aufgetragen wird.

Bei der modifizierten Schnittkraft-Verformungskurve (siehe Abbildung 5.55) wird auf der Abszisse $v_{y,QT,i}$ aufgetragen und auf der Ordinate der Faktor $Q_y * L^3/12$.

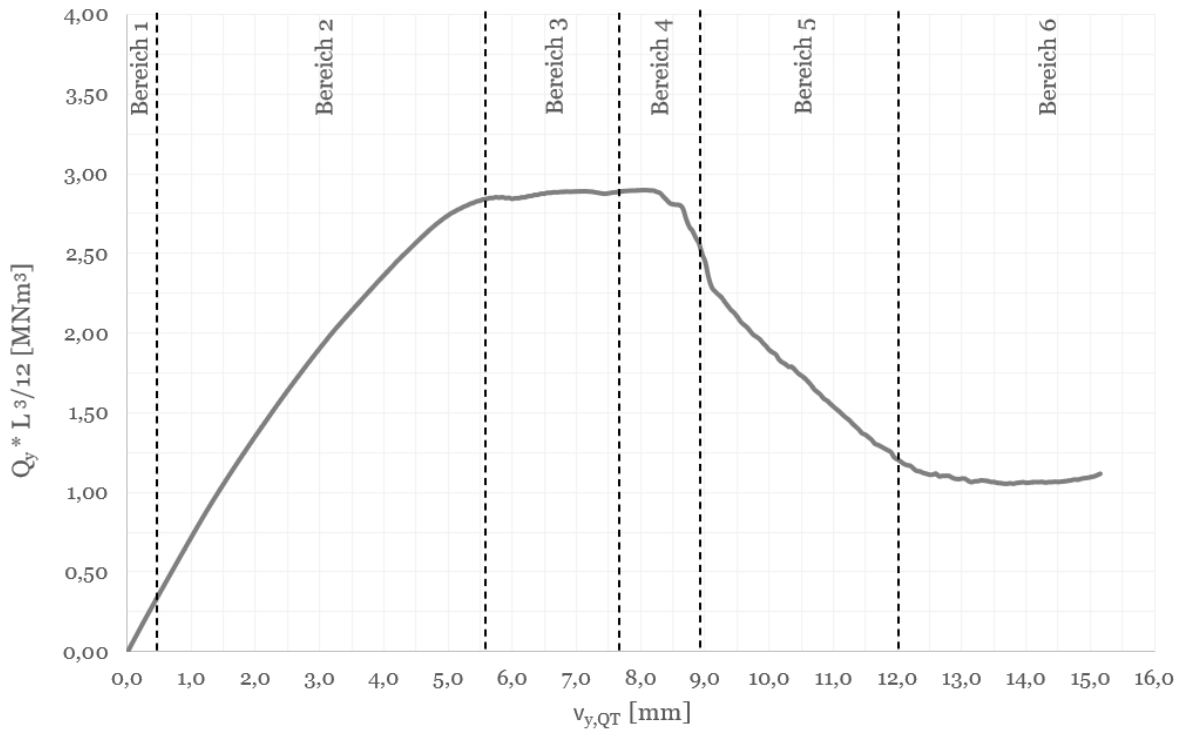


Abbildung 5.55: Modifizierte Schnittkraft-Verformungskurve

Bestimmung der Tangentensteifigkeit

Tabelle 5.17: Funktionen

Bereich	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT})$
1	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}) = 10^3 * (0,7234 * v_{y,QT})$
2	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}) = 10^3 * (-0,002v_{y,QT}^3 - 0,0292v_{y,QT}^2 + 0,7366v_{y,QT} + 0,0086)$
3	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}) = 10^3 * (-0,0188v_{y,QT}^3 + 0,3569v_{y,QT}^2 - 2,2147v_{y,QT} + 7,3511)$
4	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}) = 10^3 * (-0,2784v_{y,QT}^3 + 6,5184v_{y,QT}^2 - 50,846v_{y,QT} + 135,01)$
5	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}) = 10^3 * (-0,03213v_{y,QT}^3 + 1,0506v_{y,QT}^2 - 11,766v_{y,QT} + 46,635)$
6	$(Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}) = 10^3 * (-0,0051v_{y,QT}^3 + 0,2437v_{y,QT}^2 - 3,8091v_{y,QT} + 20,635)$

Die Bereichsfunktionen der modifizierten Schnittkraft-Verformungskurve werden in Tabelle 5.17 aufgelistet. Um im Anschluss die Einheit $[MNm^2]$ zu erhalten, müssen auch diese Tabellenwerte (Tabelle 5.17) mit dem Faktor 10^3 multipliziert werden (ident zu Tabelle 5.13). Der Verlauf der Tangentensteifigkeit wird in Abbildung 5.56 dargestellt.

Tabelle 5.18: 1. Ableitungen

Bereich	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))'$
1	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))' = 723,4$
2	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))' = -6v_{y,QT}^2 - 58,4v_{y,QT} + 736,6$
3	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))' = -56,4v_{y,QT}^2 + 713,8v_{y,QT} - 2214,7$
4	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))' = -835,2v_{y,QT}^2 + 13036,8v_{y,QT} - 50846$
5	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))' = -96,39v_{y,QT}^2 + 2104,2v_{y,QT} - 11766$
6	$((Q_y * L^3/12)(v_{y,QT}))' = -15,3v_{y,QT}^2 + 487,4v_{y,QT} - 3809,1$

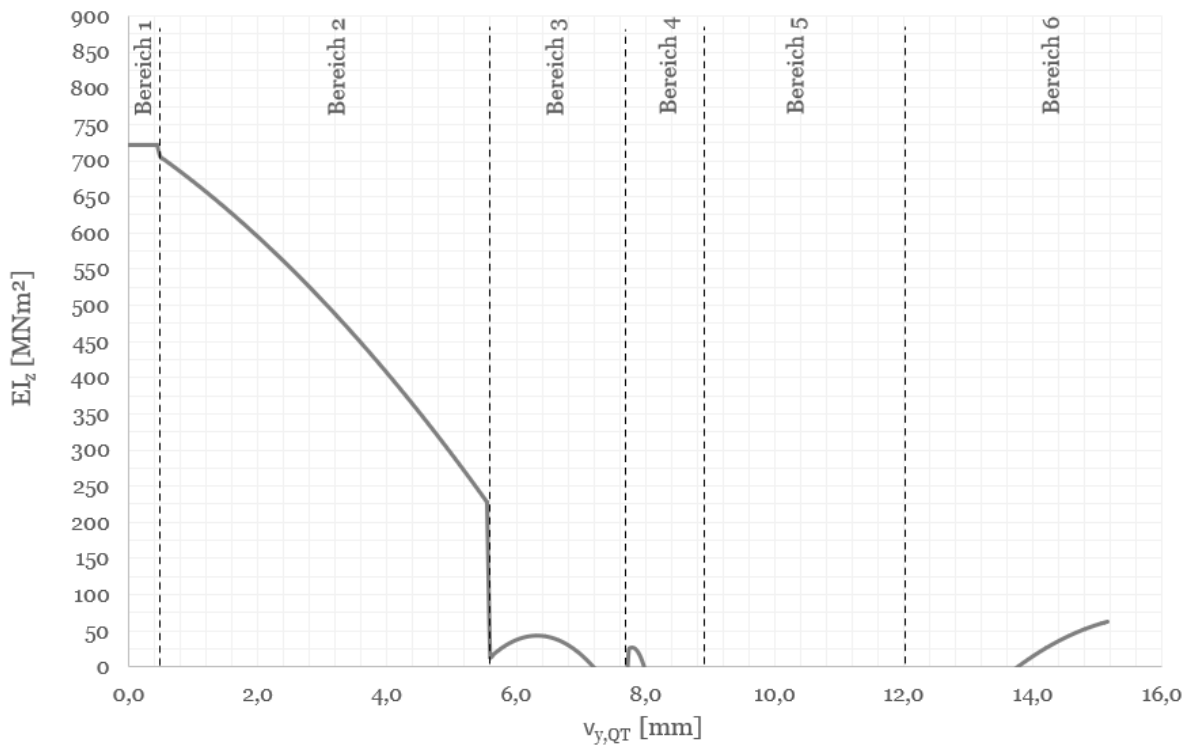


Abbildung 5.56: Verlauf der Tangentensteifigkeit EI_z

Bestimmung der Sekantensteifigkeit

Tabelle 5.19: Berechnung Sekantensteifigkeit

Bereich	$\Delta v_{y,QT} [m]$	$\Delta(Q_y * L^3/12) [MNm^3]$	$EI_{Z,i} [MNm^2]$
1	$0,450 * 10^{-3}$	0,33	723,4
2	$5,550 * 10^{-3}$	2,83	510,7
3	$7,70 * 10^{-3}$	2,89	374,9
4	$8,90 * 10^{-3}$	2,57	288,3
5	$12,00 * 10^{-3}$	1,21	100,9
6	$15,65 * 10^{-3}$	1,17	74,9

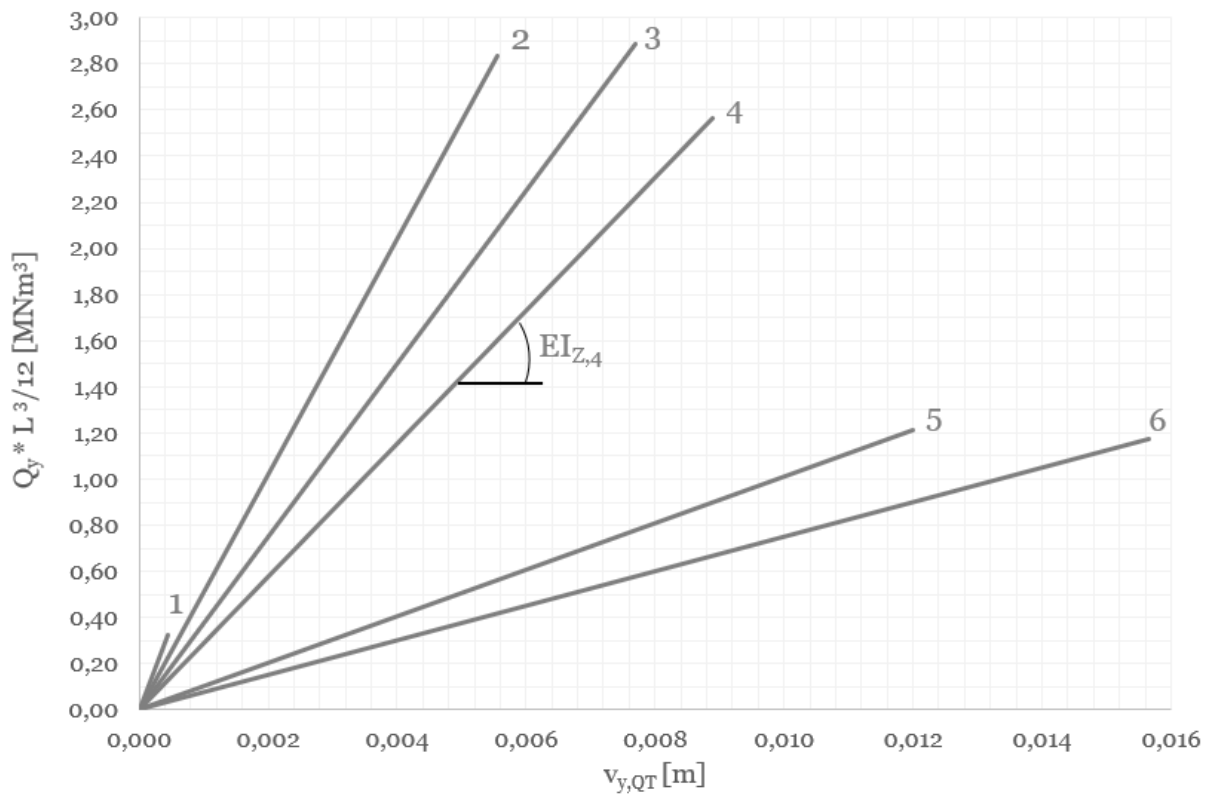


Abbildung 5.57: Verlauf der Sekantensteifigkeit EI_z

Die Sekantensteifigkeit wird nach Gleichung 5.50 bestimmt, die berechneten Werte werden in Tabelle 5.8 angeführt. Der Steifigkeitsverlauf wird in Abbildung 5.57 dargestellt. Um die Steifigkeit in der Einheit $[MNm^2]$ direkt aus Abbildung 5.57 zu erhalten, wird die Verschiebung $v_{y,QT}$ in der Einheit $[m]$ aufgetragen.

$$EI_{z,i} = \frac{\Delta(Q_y * L^3/12)}{\Delta v_{y,QT}} \quad (5.50)$$

Überprüfung der Steifigkeiten im Zustand I

Da sich die Überprüfung der Steifigkeit auf den Zustand I bezieht und der Beton hier ungerissen ist, ist auch im Umkehrschluss die Steifigkeit im Zustand I unabhängig vom Bewehrungsgrad, wenn keine ideellen Querschnittswerte berücksichtigt werden. In Gleichung 5.51 wird die Biegesteifigkeit über die Querschnittswerte (ideelle Querschnitte werden nicht berücksichtigt) bestimmt.

$$EI_z = E * I_z = E * \frac{(h_{QT} + T_{Tf_{bpl}}) * b_{QT}^3}{12} = 32837 * \frac{2,1 * 0,5^3}{12} = 718,31 \text{ MNm}^2 \quad (5.51)$$

Die Tangentensteifigkeit ergibt sich im Bereich 1 nach Abbildung 5.56 zu: $EI_z = 723,4 \text{ MNm}^2$, dies entspricht einer Abweichung von rund 1 %, welche im Toleranzbereich einer nicht-linearen Berechnung liegt.

Bezogene Steifigkeit

Die Bestimmung der bezogenen Steifigkeiten (bezogene Tangentensteifigkeit wird in Abbildung 5.58 dargestellt, die bezogene Sekantensteifigkeit in Abbildung 5.59) erfolgt nach Gleichung 5.52.

Die Grenzen für den SLS- und ULS-Bereich werden in Tabelle 5.20 angeführt.

Tabelle 5.20: Abgrenzung SLS zu ULS

Bereich	$v_{y,QT,grenz} [mm]$
SLS (quasi-ständig)	bis 0,95
SLS (charakteristisch)	bis 1,30 (Beton maßgebend)
ULS	ab 1,30
Bewehrungsfließen	ab 10,25 (Längsbewehrung)

$$\overline{EI_{Z,i}} = \frac{EI_{Z,II,i}}{EI_{Z,I}} \quad (5.52)$$

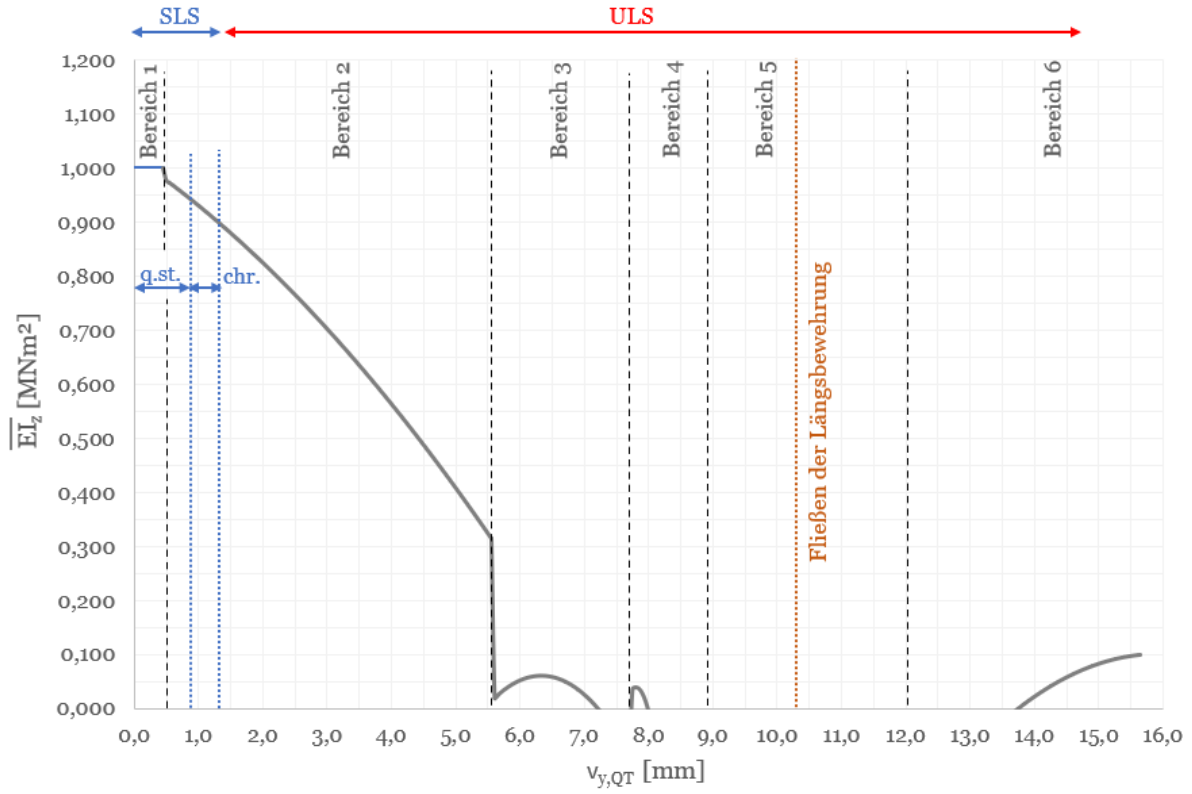


Abbildung 5.58: Verlauf der bezogenen Tangentensteifigkeit $\overline{EI_Z}$

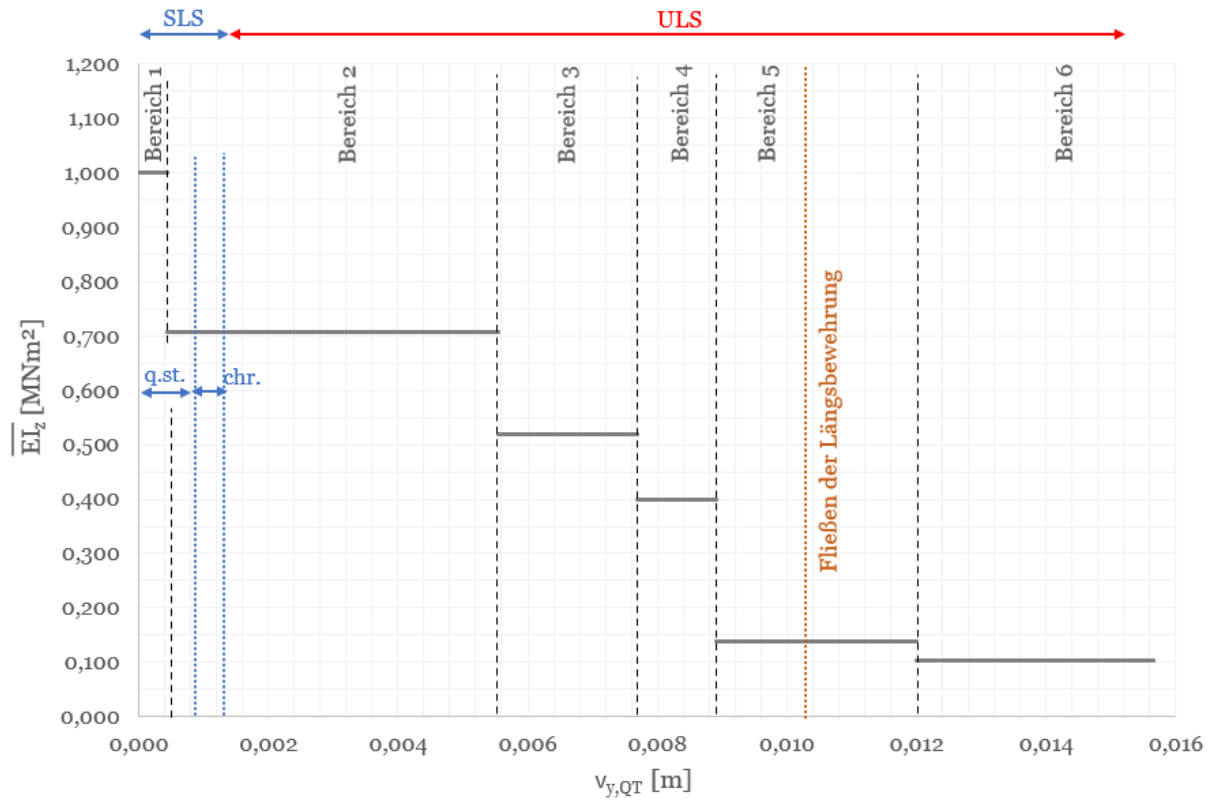


Abbildung 5.59: Verlauf der bezogenen Sekantensteifigkeit \overline{EI}_z

Rissbildung

Die Blickrichtung auf das System ist in Richtung der positiven y-Achse, siehe Abbildung 5.60. Die hier angeführten Dehnungswerte beziehen sich auf die Dehnung in die x-Richtung (Zustandsvariable 2 in Sofistik). Die Rissbilder werden anschließend in den Abbildungen 5.61 bis 5.66 dargestellt.

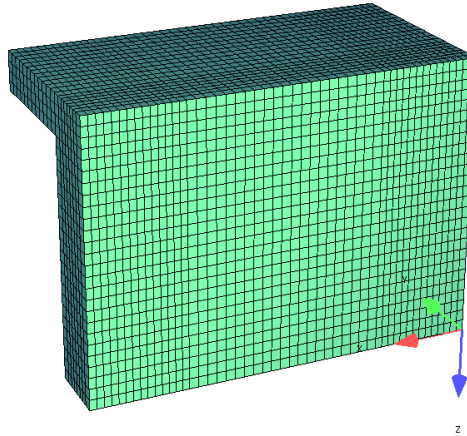


Abbildung 5.60: Blickrichtung

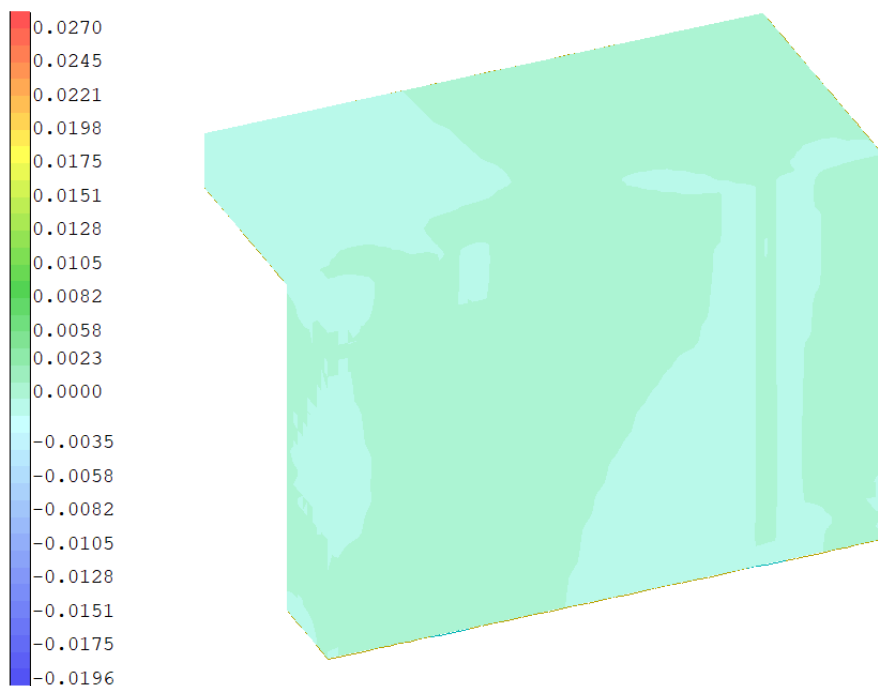


Abbildung 5.61: Rissbildung (ε_x) - Bereich 1 zu Bereich 2 (LF 107, $v_{y,QT} = 0,45 \text{ mm}$)

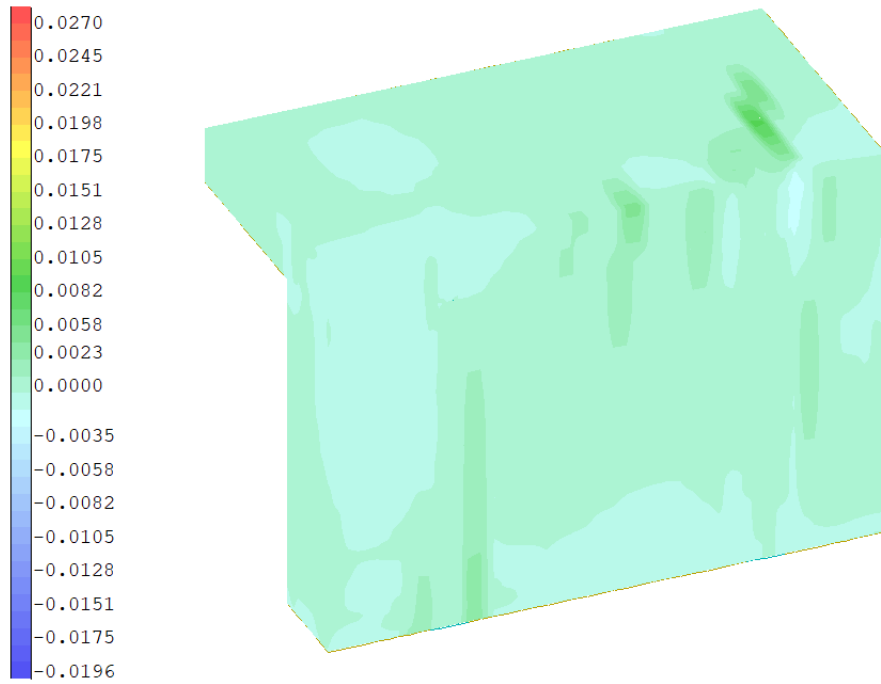


Abbildung 5.62: Rissbildung (ϵ_x) - Bereich 2 zu Bereich 3 (LF 209, $v_{y,QT} = 5,55 \text{ mm}$)

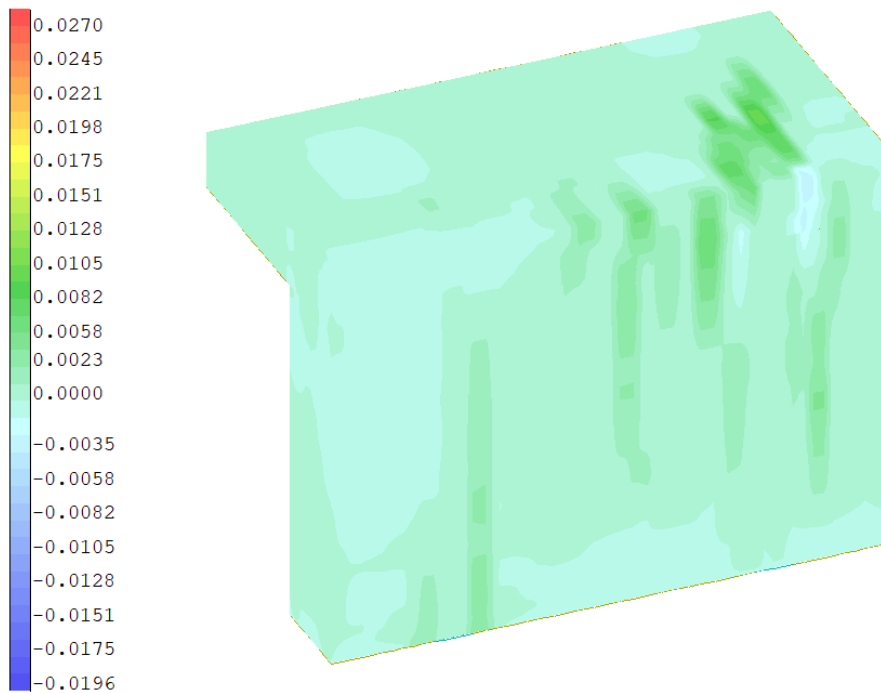


Abbildung 5.63: Rissbildung (ϵ_x) - Bereich 3 zu Bereich 4 (LF 252, $v_{y,QT} = 7,70 \text{ mm}$)

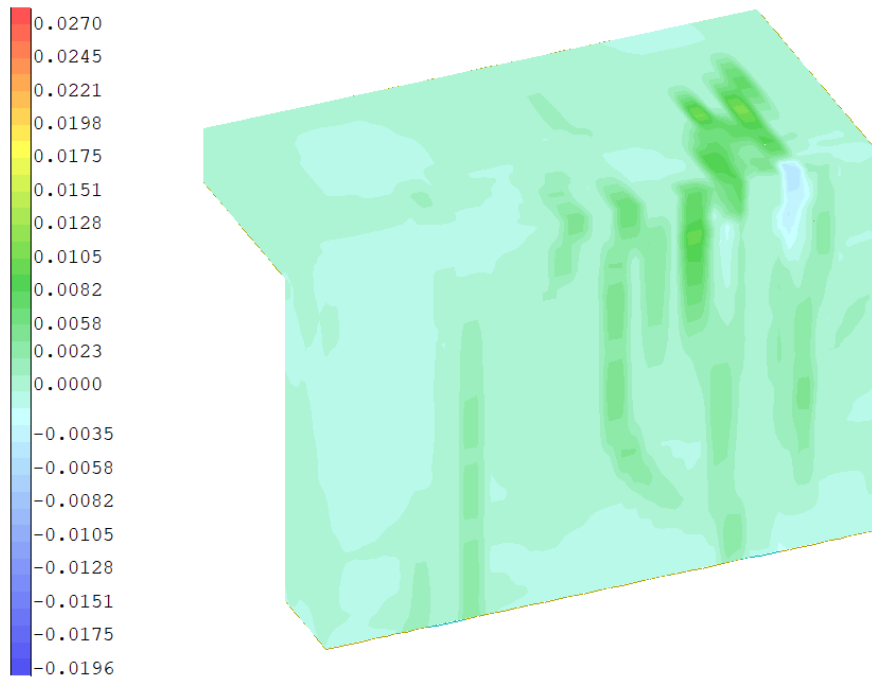


Abbildung 5.64: Rissbildung (ε_x) - Bereich 4 zu Bereich 5 (LF 276, $v_{y,QT} = 8,90 \text{ mm}$)

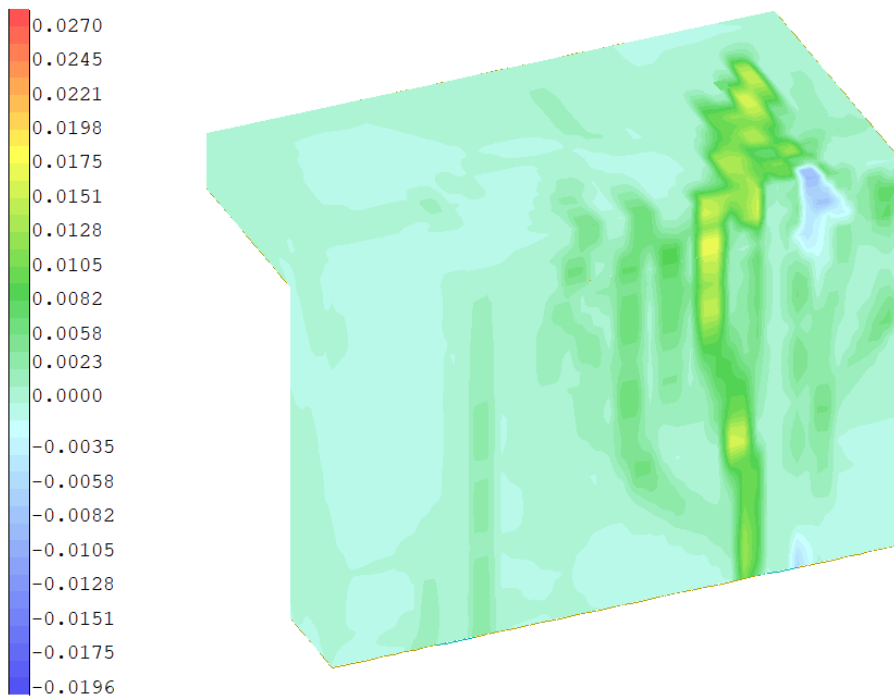


Abbildung 5.65: Rissbildung (ε_x) - Bereich 5 zu Bereich 6 (LF 338, $v_{y,QT} = 12,00 \text{ mm}$)

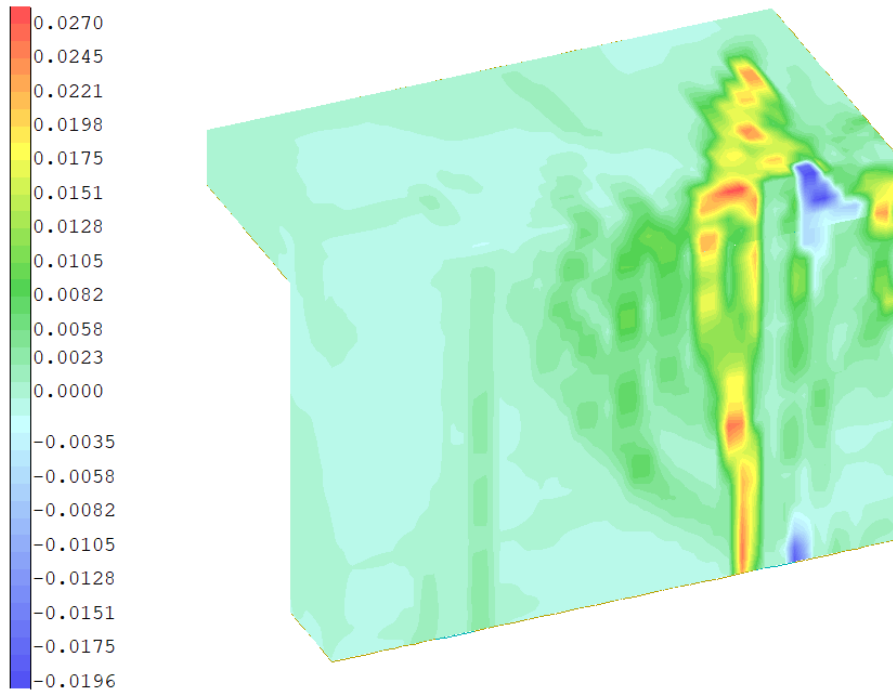


Abbildung 5.66: Rissbildung (ε_x) - Versagenspunkt (LF 411, $v_{y,QT} = 15,65 \text{ mm}$)

Ergebnisinterpretation Lastfall 2 - Bewehrungsgrad 2

Die Hauptträgerverschiebung in die y -Richtung wird 411 mal überhöht, bis es zu einem Versagen des Systems kommt. Dies liefert eine maximale Verschiebung der Hauptträger von $v_{y,1} = 15,65 \text{ mm}$. Auch hier tritt kein Fließen der Bügelbewehrung auf. Grundsätzlich wird aus Gründen der Vereinfachung als Abbruchkriterium für ein Betondruckversagen die maximale Grenzstauchung mit $\varepsilon_c = -3,5\%$ festgelegt.

Bereich 1

Im Bereich 1, nach Abbildung 5.54, ist noch keine Rissbildung des Betons aufzufinden (siehe Abbildung 5.61). Die maximal aufnehmbare Rissdehnung des Betons $\varepsilon_{cr} = 0,0878 \%$ ist größer als die maximal vorhandene Dehnung in diesem Bereich $\varepsilon = 0,0128 \%$.

Bereich 2

Der Steifigkeitsabfall in Bereich 2, siehe Abbildung 5.56, ist auf die eintretende Rissbildung zurückzuführen. Der Übergang zwischen SLS- und ULS-Bereich findet in diesem Bereich statt.

Bereich 3

Ab dem Bereich 3 ist nur mehr eine geringe Lastaufnahme möglich, siehe Abbildung 5.41. Aus diesem Grund erfolgt hier auch ein sprunghafter Abfall der Steifigkeit (siehe Abbildung 5.56). Grund für die starke Abnahme der Laststeigerung ist, dass die Betondehnung im Lasteinleitungsbereich (siehe Abbildung 5.63 rechts oben) sich der maximal aufnehmbaren Druckdehnung des Betons ($\varepsilon_{c,u} = -3,5\%$) annähert.

Bereich 4

Ab der Mitte des Bereiches 4 ist die maximal aufnehmbare Kraft erreicht. Dies führt zu einem Abfall der Steifigkeit in diesem Bereich, siehe Abbildung 5.54 und Abbildung 5.56.

Bereich 4, Bereich 5, Bereich 6

Im Übergangsbereich zwischen Bereich 4 und Bereich 5 ist die maximal aufnehmbare Druckdehnung des Betons zu Gänze ($\varepsilon_{c,u} = -3,5\%$) überschritten (siehe Abbildung 5.64). Ein Fließen der Längsbewehrung tritt in der Mitte des Bereiches 5 auf.

Ergebnisvergleich - Bewehrungsgrad 1 zu Bewehrungsgrad 2

Der größte Unterschied ist in den Bereichen 3 bis 4 aufzufinden. Werden die beiden Last-Verformungskurven verglichen (Abbildung 5.41 und Abbildung 5.54), so ist gut zu erkennen, dass aufgrund des größeren Bewehrungsgrades die maximal aufnehmbare Last über einen längeren Zeitraum annähernd konstant gehalten wird. Werden die Werte der Tabellen 5.16 und 5.20 verglichen, so ist zu erkennen, dass der Übergang zum ULS Bereich beim größeren Bewehrungsgrad später erfolgt. Auch das Fließen der Längsbewehrung setzt aufgrund des größeren Bewehrungsgrades später ein.

5.9 Zusammenfassung der Ergebnisse

Nachfolgend werden die Ergebnisse aus den Kapiteln 5.5 bis 5.8 zusammengefasst, in den Tabellen 5.21 bis 5.24 dargestellt.

Für den Ansatz der Steifigkeiten im Globalmodell wird empfohlen auf die Sekantensteifigkeit zurückzugreifen, da deren Steifigkeitsverläufe besser den Lastpfaden des Systems unter Ent- und Wiederbelastung entsprechen.

Die empfohlenen Steifigkeitsansätze werden je nach Beanspruchung des Endquerträgers Lastfall 1 (Torsionsbeanspruchung) und Lastfall 2 (Biegebeanspruchung) und nach dem jeweiligen Bewehrungsgrad (Bewehrungsgrad 1 und Bewehrungsgrad 2, Kapitel 5.3) unterschieden. Die Steifigkeiten werden als bezogene Steifigkeiten (Tangentensteifigkeit und Sekantensteifigkeit) angegeben und immer auf die jeweilige Steifigkeit im Zustand 1 bezogen. Zudem werden die anzusetzenden Steifigkeiten für die Bereiche SLS (quasi-ständig und charakteristisch) und ULS angegeben.

Bewehrungsgrad 1

Tabelle 5.21: Empfohlene Tangentensteifigkeiten

Bereich	GI_T [%]	EI_Z [%]
SLS (quasi-ständig)	14	96
SLS (charakteristisch)	5	92
ULS	9	4

Tabelle 5.22: Empfohlene Sekantensteifigkeiten

Bereich	GI_T [%]	EI_Z [%]
SLS (quasi-ständig)	31	73
SLS (charakteristisch)	26	73
ULS	23	12

Bewehrungsgrad 2

Tabelle 5.23: Empfohlene Tangentensteifigkeiten

Bereich	GI_T [%]	EI_Z [%]
SLS (quasi-ständig)	8	94
SLS (charakteristisch)	5	91
ULS	9	4

Tabelle 5.24: Empfohlene Sekantensteifigkeiten

Bereich	GI_T [%]	EI_Z [%]
SLS (quasi-ständig)	38	71
SLS (charakteristisch)	33	71
ULS	25	10

6 Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel dieser Masterarbeit war es, vertiefte Erkenntnisse über das komplexe Tragverhalten des Endquerträgers eines im Grundriss gekrümmten Betonfertigteilträgers zu erlangen. Diese Untersuchungen sollen die Grundlage für die richtige Berücksichtigung der Eigentorsionssteifigkeit sowie der Eigenbiegesteifigkeit des Endquerträgers in einem globalen Rechenmodell liefern.

Anhand der durchgeführten Untersuchungen war es möglich für die gewählten Bewehrungsgrade die jeweiligen Steifigkeiten sowohl für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit als auch für den Grenzzustand der Tragfähigkeit zu ermitteln.

Die Torsionssteifigkeit (Sekantenmodul) GI_T liegt im Gebrauchszustand bei den beiden untersuchten Bewehrungsgraden zwischen 26 % und 38 % der Torsionssteifigkeit im Zustand I. Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit ergibt sich für beide Bewehrungsgrade eine verbleibende Steifigkeit von ca. 24 % der Steifigkeit im Zustand I.

Die Untersuchungen der Biegesteifigkeit EI_Z (Sekantenmodul) haben für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und beide Bewehrungsgrade eine Steifigkeit von ca. 72 % der Steifigkeit im Zustand I ergeben. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird die Biegesteifigkeit EI_Z gemäß den Berechnungen auf ca. 11 % der Steifigkeit im Zustand I reduziert.

Für zukünftige Untersuchungen an dem lokalen Modell des Endquerträgers empfiehlt es sich, jenen Anteil der Steifigkeit in diesem Bereich zu bestimmen, welcher von der Fahrbahnplatte in den Endquerträger eingetragen wird. Dies würde es ermöglichen, die reinen Eigensteifigkeiten des Endquerträgers besser erfassen zu können.

Zudem sollte künftig eine detaillierte Untersuchung des Zusammenspiels des global Systems mit dem lokalen System geführt werden, um die Grenzen der SLS-Angaben sowie der ULS-Angaben verifizieren zu können.

Des Weiteren wäre es gewinnbringend die in dieser Masterarbeit durchgeführten Untersuchungen mit zusätzlichen Bewehrungsgraden durchzuführen.

7 Anhang

7.1 Bemessung Endquerträger - ULS

7.1.1 Bestimmung der Schnittkräfte

Die Teilsicherheitsbeiwerte der ständigen und veränderlichen Belastungen werden für den Brückenbau lt. ÖNORM EN 1990/A1 [11], TAB.A.2.4 (B) angesetzt.

$$\gamma_G = 1,35 \quad (7.1)$$

$$\gamma_Q = 1,35 \quad (7.2)$$

$$\begin{aligned} M_{Ed} &= M_{max,g,k} * \gamma_G + (M_{max,UDL,k} + M_{max,TS,k}) * \gamma_Q \\ M_{Ed} &= 1,19 * 1,35 + (0,400 + 0,516) * 1,35 = 2,84 \text{ MNm} \end{aligned} \quad (7.3)$$

$$\begin{aligned} V_{Ed} &= V_{max,g,k} * \gamma_G + (V_{max,UDL,k} + V_{max,TS,k}) * \gamma_Q \\ V_{Ed} &= 0,728 * 1,35 + (0,250 + 0,291) * 1,35 = 1,71 \text{ MN} \end{aligned} \quad (7.4)$$

Als Vereinfachung werden die Lasten an ihren Maximalstellen überlagert, da dies dem ungünstigsten Fall entspricht und somit für eine Vorbemessung ausreichend ist.

7.1.2 Berechnung der Betondeckung

Die Berechnung der Betondeckung erfolgt nach ÖNORM EN 1992-1-1 [10], Abschnitt 4.4.1. Als Erstannahme wird ein Betonstahldurchmesser von $d_s = 30 \text{ mm}$ angenommen.

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta_{cdev} \quad (7.5)$$

$$c_{min} = \max\{c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,y} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10 \text{ mm}\} \quad (7.6)$$

$$c_{min,b} = d_s = 30 \text{ mm} \quad (7.7)$$

Laut ÖNORM B 1992-1-1 [13] müssen die Werte für $c_{min,dur}$, welche aus TAB. 3 stammen, für den Brückenbau um 5 mm erhöht werden. Auf der sicheren Seite liegend wird der Tabellenwert für XD3 gewählt.

$$c_{min,dur} = c_{min,dur,Tabelle} + 5 = 50 + 5 = 55 \text{ mm} \quad (7.8)$$

Die Werte für $\Delta c_{dur,y}$, $\Delta c_{dur,st}$, $\Delta c_{dur,add}$ dürfen lt. ÖNORM B 1992-1-1 [13] zu 0 gesetzt werden. Der Mindestwert der Betondeckung, c_{min} , ergibt sich somit zu:

$$c_{min} = \max\{30; 55 + 0 + 0 + 0; 10 \text{ mm}\} = 55 \text{ mm} \quad (7.9)$$

Der Nominalwert der Betondeckung sich darauffolgend zu:

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta_{cdev} = 55 + 5 = 60 \text{ mm} \quad (7.10)$$

7.1.3 Biegebemessung

Die Biegebemessung des Endquerträgers wird mittels Spannungsblock (Abbildung 7.1) durchgeführt.

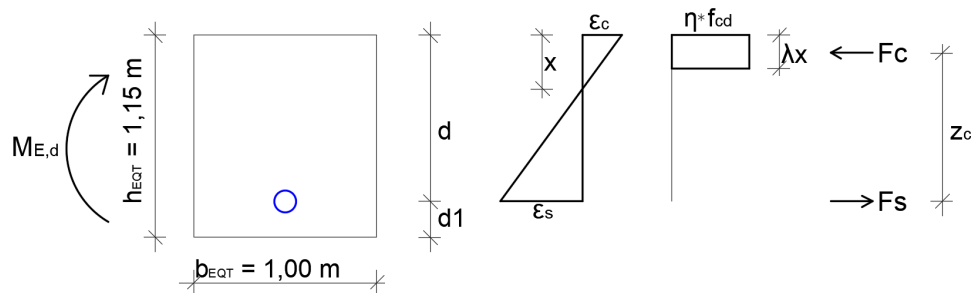


Abbildung 7.1: Spannungsblock

Als Annahme wird ein Bügeldurchmesser von $d_{s,B} = 14 \text{ mm}$ angenommen.

$$\eta = 1,00 \quad (7.11)$$

$$\lambda = 0,80 \quad (7.12)$$

$$F_{cd} = \eta * f_{cd} * b_{EQT} * \lambda * x \quad (7.13)$$

$$d_1 = c_{nom} + d_{s,B} + \frac{d_s}{2} = 60 + 12 + \frac{30}{2} = 87 \text{ mm} = 0,087 \text{ m} \quad (7.14)$$

$$d = h_{EQT} - d_1 = 1,15 - 0,087 = 1,063 \text{ m} \quad (7.15)$$

$$z_c = d - \frac{\lambda * x}{2} \quad (7.16)$$

Die Druckkraft im Beton ergibt sich zu:

$$F_c = \eta * f_{cd} * b_{EQT} * \lambda * x \quad (7.17)$$

Das Momentengleichgewicht wird nachfolgend aufgestellt:

$$M_{Ed} = F_c * z_c = \eta * f_{cd} * b_{EQT} * \lambda * x * \left(d - \frac{\lambda * x}{2}\right) \quad (7.18)$$

$$2,84 = 1,00 * 23,34 * 1,0 * 0,8 * x * \left(1,063 - \frac{0,8 * x}{2}\right)$$

Nach der Lösung der Quadratischen Gleichung werden für x zwei Werte ausgegeben. Nur einer der beiden Werte ist zutreffend, nachfolgend wird der zutreffende Wert für x angegeben:

$$x = 0,152 \text{ m} \quad (7.19)$$

Um ein duktilen Versagen des Endquerträgers zu gewährleisten, muss die Stahldehnung $\varepsilon_s \geq 4\text{‰}$ betragen. Aus dem geometrischen Zusammenhang aus Bild 7.2 ergibt sich die Stahldehnung folgendermaßen:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{c,oben}}{x} * (d - x) = \frac{3,5}{0,152} * (1,063 - 0,152) = 20,97\text{‰} \geq 4\text{‰} \quad \checkmark \quad (7.20)$$

Um die Kraft in der Bewehrung zu erhalten, wird ein Kräftegleichgewicht in horizontaler Richtung aufgestellt:

$$F_s = F_c = 1,00 * 23,34 * 1,0 * 0,8 * 0,152 = 2,84 \text{ MN} \quad (7.21)$$

Da nachgewiesen wurde, dass der Stahl fließt, darf für die Stahlspannung die Streckgrenze angesetzt werden, die erforderliche Bewehrungsmenge ergibt sich somit zu:

$$A_{s,erf} = \frac{F_s}{f_{yd}} = \frac{2,84}{478} * 10^4 = 59,41 \text{ cm}^2 \quad (7.22)$$

Die gewählte Bewehrung ergibt sich zu:

$$\rightarrow \text{gew. : } 9\text{Ø}30 \rightarrow A_{s,vorh} = 63,62 \text{ cm}^2 \quad (7.23)$$

Mindestbewehrung

$$\begin{aligned}
 A_{s,min} &= \max\left\{0, 26 * \frac{f_{ctm} * b_{EQT} * d}{f_{yk}}\right\}; (0, 0013 * b_{EQT} * d)\} \\
 A_{s,min} &= \max\left\{0, 26 * \frac{3, 2 * 1, 00 * 1, 063}{550}\right\}; (0, 0013 * 1, 00 * 1, 063)\} * 10^4 \quad (7.24) \\
 &= \max\{16, 00; 13, 82\} = 16, 00 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Nachweis:

$$A_{s,vorh} = 63, 62 \text{ cm}^2 > A_{s,min} = 16, 00 \text{ cm}^2 \quad \checkmark \quad (7.25)$$

Maximalbewehrung

$$A_{s,max} = 0, 04 * A_c = 0, 04 * 1, 00 * 1, 15 = 460, 00 \text{ cm}^2 \quad (7.26)$$

Nachweis:

$$A_{s,vorh} = 63, 62 \text{ cm}^2 < A_{s,max} = 460, 00 \text{ cm}^2 \quad \checkmark \quad (7.27)$$

7.1.4 Querkraftbemessung

Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung

$$V_{Rd,c} = \{C_{Rd,c} * k * (100 * \rho_l * f_{ck})^{1/3} + k_1 * \sigma_{cp}\} * b_{EQT} * d \quad (7.28)$$

$$V_{Rd,c,min} = (\nu_{min} + k_1 * \sigma_{cp}) * b_{EQT} * d \quad (7.29)$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b_{EQT} * d} = \frac{63,62 * 10^{-4}}{1,00 * 1,063} = 0,00598 \quad (7.30)$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d[mm]}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{1063}} = 1,43 < 2,0 \quad (7.31)$$

$$k_1 = 0,15 \quad (7.32)$$

$$C_{Rd,c} = 0,12 \quad (7.33)$$

$$\nu_{min} = 0,035 * k^{\frac{2}{3}} * f_{ck}^{0,5} = 0,035 * 1,43^{2/3} * 35^{0,5} = 0,263 \quad (7.34)$$

$$V_{Rd,c} = \{0,12 * 1,43 * (100 * 0,00598 * 35)^{1/3} + 0,15 * 0\} * 1,00 * 1,063 = 0,503 \text{ MN} \quad (7.35)$$

$$V_{Rd,c,min} = (0,263 + 0,15 * 0) * 1,00 * 1,063 = 0,278 \text{ MN} \quad (7.36)$$

Die Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung ergibt sich somit zu:

$$V_{Rd} = \max\{V_{Rd,c}; V_{Rd,min}\} = \max\{0,503; 0,278\} = 0,503 \text{ MN} \quad (7.37)$$

Nachweis der Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung:

$$V_{Ed} = 1,71 \text{ MN} \geq V_{Rd} = 0,503 \text{ MN} \quad (7.38)$$

Der Nachweis ist nicht erfüllt, somit ist es notwendig, eine Querkraftbewehrung anzunehmen.

Querkrafttragfähigkeit mit Querkraftbewehrung

Auf eine Reduzierung der Querkrafttragfähigkeit im Abstand d vom Auflager wird verzichtet, um für die Vorbemessung auf der sicheren Seite zu liegen. Der Druckstrebenwinkel wird mit $\Theta = 30$ angenommen. Die erforderliche Querkraftbewehrung lässt sich wie folgt berechnen:

$$a_{sw,erf} = \frac{V_{Ed}}{f_{ywd} * z * \cot(\Theta)} = \frac{1,71}{478 * (0,9 * 1,063) * \cot(30)} * 10^4 = 21,58 \text{ cm}^2/m \quad (7.39)$$

Die gewählte Bewehrung ergibt sich zu:

$$\rightarrow \text{gew. : } \varnothing 12/20 \rightarrow a_{sw,vorh} = 22,60 \text{ cm}^2 \quad (7.40)$$

Aufgrund der großen Querschnittsbreite von $b_{EQT} = 1,00 \text{ m}$ werden 4 schnittige Bügel angeordnet, dies hat zudem den Vorteil, dass die Bügelbewehrung nicht auf Biegung beansprucht wird.

Zusätzlich ist es notwendig, einen Druckstrebenachweis zu führen, um das Versagen der Druckstrebe ausschließen zu können:

$$\nu_1 = 0,6 * \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 * \left(1 - \frac{35}{250}\right) = 0,516 \quad (7.41)$$

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} * b_{EQT} * z * \nu_1 * f_{cd}}{\cot(\Theta) + \tan(\Theta)} = \frac{1,0 * 1,00 * (0,9 * 1,063) * 0,516 * 23,34}{\cot(30) + \tan(30)} \quad (7.42)$$

$$= 4,98 \text{ MN}$$

Nachweis:

$$V_{Rd,max} = 4,98 \text{ MN} > V_{Ed} = 1,71 \text{ MN} \quad \checkmark \quad (7.43)$$

7.2 Nachweise im SLS

7.2.1 Bestimmung der Schnittkräfte

Die Kombinationsbeiwerte werden lt. ÖNORM EN 1990/A1 [11], TAB.A.2.1 angesetzt. Tabelle 7.1 liefert eine Zusammenfassung der benötigten Kombinationsbeiwerte:

Tabelle 7.1: Kombinationsbeiwerte

Belastung	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Doppelachse (TS)	0,75	0,75	0
gleichmäßig verteilte last (UDL)	0,40	0,40	0

Die Schnittkraftkombinationen für die benötigte charakteristische sowie seltene Lastfallkombination werden lt. ÖNORM EN 1990/A1 [11], TAB.A.2.6 bestimmt:

$$\begin{aligned}
 M_{SLS,q.st.} &= M_{max,g,k} + M_{max,UDL,k} * \psi_{2,UDL} + M_{max,TS,k} * \psi_{2,TS} \\
 M_{SLS,q.st.} &= 1,19 + 0,400 * 0 + 0,516 * 0 = 1,19 \text{ MNm}
 \end{aligned}
 \tag{7.44}$$

$$\begin{aligned}
 M_{SLS,chr.} &= M_{max,g,k} + M_{max,UDL,k} * \psi_{0,TS} + M_{max,TS,k} \\
 M_{SLS,chr.} &= 1,19 + 0,400 * 0,75 + 0,516 = 2,00 \text{ MNm}
 \end{aligned}
 \tag{7.45}$$

7.2.2 Nachweis der Spannungsbegrenzung

Bestimmung des Rissmomentes

Zu Beginn wird überprüft, ob der Endquerträger in der Zugzone gerissen ist, dies wird mit der charakteristischen Einwirkungskombination überprüft. Für die Zugfestigkeit des Betons wird $f_{ctk,0.05} = 2,7 \text{ MN/m}^2$ verwendet. Das Rissmoment ergibt sich somit zu:

$$M_{cr} = f_{ctk,0.05} * W_y = f_{ctk,0.05} * \frac{b_{EQT} * h_{EQT}^2}{6} = 2,7 * \frac{1 * 1,15^2}{6} = 0,595 \text{ MNm} \tag{7.46}$$

Nachweis: $M_{SLS,chr.} = 2,00 \text{ MNm} > M_{cr} = 0,595 \text{ MNm} \rightarrow$ Der Querschnitt kann somit als gerissen betrachtet werden.

Bestimmung der Druckzonenhöhe im Zustand II

Das Verhältnis der E-Moduli ergibt sich zu:

$$\alpha_E = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000}{34000} = 5,88 \quad (7.47)$$

Die vorhandene Biegelängsbewehrung in der Zugzone beträgt: $A_{sl} = 63,62 \text{ cm}^2$

Die Druckzonenhöhe ergibt sich nachfolgend zu:

$$x_{II} = \frac{\alpha_E * A_{sl}}{b_{EQT}} * \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 * b_{EQT} * d}{\alpha_E * A_{sl}}}\right) \quad (7.48)$$

$$x_{II} = \frac{5,88 * 63,62 * 10^{-4}}{1,00} * \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 * 1,0 * 1,063}{5,88 * 63,62 * 10^{-4}}}\right) = 0,24m \quad (7.49)$$

Nachweis der Betonspannung

$$\sigma_{c,chr} = \frac{2 * M_{SLS,chr.}}{b_{EQT} * x_{II} * \left(d - \frac{x}{3}\right)} = \frac{2 * 2,00}{1,0 * 0,24 * \left(1,063 - \left(\frac{0,24}{3}\right)\right)} = 16,95 \text{ MN/m}^2 \quad (7.50)$$

Nachweis: $\sigma_{c,chr} = 16,95 \text{ MN/m}^2 < 0,6 * f_{ck} = 0,6 * 35 = 21 \text{ MN/m}^2 \checkmark$

$$\sigma_{c,q.st.} = \frac{2 * M_{SLS,q.st.}}{b_{EQT} * x_{II} * \left(d - \frac{x}{3}\right)} = \frac{2 * 1,19}{1,0 * 0,24 * \left(1,063 - \left(\frac{0,24}{3}\right)\right)} = 10,88 \text{ MN/m}^2 \quad (7.51)$$

Nachweis: $\sigma_{c,q.st.} = 10,88 \text{ MN/m}^2 < 0,6 * f_{ck} = 0,45 * 35 = 15,75 \text{ MN/m}^2 \checkmark$

Nachweis der Stahlspannung

$$\sigma_{s,chr} = \frac{M_{SLS,chr.}}{A_{sl} * \left(d - \frac{x}{3}\right)} = \frac{2,00}{63,62 * 10^{-4} * \left(1,063 - \left(\frac{0,24}{3}\right)\right)} = 319,80 \text{ MN/m}^2 \quad (7.52)$$

Nachweis: $\sigma_{s,chr} = 319,80 \text{ MN/m}^2 < 0,8 * f_{yk} = 0,8 * 478 = 382,4 \text{ MN/m}^2 \checkmark$

7.2.3 Nachweis der Rissbreitenbeschränkung

Im Zuge der Rissbreitenbeschränkung wird der Grenzstabdurchmesser ermittelt. Die Rissbreitenbeschränkung wird lt. ÖNORM B 1992-1-1 [10], Kapitel 10.2 durchgeführt. Die maximale Rissbreite wird mit $w_{max} = w_k = 0,3 \text{ mm}$ festgelegt.

Die Einwirkungskombination für die Bestimmung der Stahlspannung wird lt. ÖNORM B 1992-1-1 [10], TAB 8, bestimmt.

Bestimmung der Stahlspannung

Hierfür wird die quasi-ständige Einwirkungskombination verwendet.

$$\sigma_{s,q.st.} = \frac{M_{SLS,q.st.}}{A_{sl} * (d - \frac{x}{3})} = \frac{1,19}{63,62 * 10^{-4} * (1,063 - (\frac{0,24}{3}))} = 190,28 \text{ MN/m}^2 \quad (7.53)$$

Der Grenzstabdurchmesser ϕ_s^* wird lt. ÖNORM B 1992-1-1 [10], TAB 9, bestimmt, welche nachfolgend in Abbildung ersichtlich ist.

Stahlspannung ^a	Grenzdurchmesser der Stäbe, in mm		
	$w_k = 0,4 \text{ mm}$	$w_k = 0,3 \text{ mm}$	$w_k = 0,2 \text{ mm}$
160	54	41	27
200	35	26	17
240	24	18	12
280	18	13	9
320	14	10	7
360	11	8	5
400	9	7	4
450	7	5	3

^a Unter der maßgebenden Einwirkungskombination.

Abbildung 7.2: Grenzstabdurchmesser ϕ_s^* (TAB 8, ÖNORM B 1992-1-1 [10])

Somit ergibt sich der Grenzstabdurchmesser nach linearer Interpolation zu: $\phi_s^* = 29,65 \approx 30 \text{ mm}$

Nachfolgend wird eine Modifikation des Grenzstabdurchmessers durchgeführt:

$$\phi_s = \max\left\{\phi_s^* * \frac{\sigma_{s,q.st.} * A_{sl}}{4 * (h_{EQT} - d) * b_{EQT} * 2,9}; \phi_s^* * \frac{f_{ct,eff}}{2,9}\right\} \quad (7.54)$$

$$\phi_s = \max\left\{30 * 10^{-3} * \frac{190,28 * 63,62 * 10^{-4}}{4 * (1,15 - 1,063) * 1,00 * 2,9}; 30 * 10^{-3} * \frac{3,2}{2,9}\right\} * 10^3 \quad (7.55)$$

mit: $f_{ct,eff} = f_{ctm} = 3,2 \text{ MN/m}^2$

$$\phi_s = \max\{35,98; 33,1\} = 35,98 \text{ mm} \quad (7.56)$$

Nachweis: $\phi_{s,grenz} = 35,98 \text{ mm} > \phi_{s,vorh} = 30 \text{ mm} \checkmark$

Literatur

- [1] BSc Dipl.-Ing. Philipp Peter. “Optimierung der Rahmeneckbewehrung bei Integralbrücken”. Magisterarb. Technische Universität Graz, 2019.
- [2] Wolfgang Franke Harald Friedmann. *Schub und Torsion in geraden Stäben*. Hrsg. von Harald Friedmann. 2005.
- [3] Ferhun C. Caner Jiabin Li Nguyen V. Tue. “Microplane constitutive model M4L for concrete. II: Calibration and validation”. In: (2013).
- [4] Gerhard Zehetmaier Konrad Zilch. *Bemessung im konstruktiven Betonbau 2*. Springer, 2009.
- [5] Gerhard Mehlhorn. *Handbuch Brücken-Entwerfen, Konstruieren, Berechnen, Bauen und Erhalten*. Hrsg. von Gerhard Mehlhorn. Springer, 26. Feb. 2010. URL: https://www.ebook.de/de/product/12471689/handbuch_bruecken.html.
- [6] Michael Fischer Nguyen Viet Tue Michael Reichel. *Berechnung und Bemessung von Betonbrücken*. Ernst und Sohn, 2015.
- [7] Univ.-Prof.Dr.-Ing. Martin Schanz. “Vorlesungsunterlagen: Baumechanik 1+2, Statik und Festigkeitslehre (WS 15/16)”.
- [8] Schneider. *Bautabellen für Ingenieure: mit Berechnungshinweisen; 16. Auflage*. 2004.
- [9] Austrian Standards. “ÖNORM B 1991-2; Ausgabe 2018-08-01; Eurocode 1- Einwirkungen auf Tragwerke; Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken; Nationale Festlegungen zu ÖNORM EN 1991-2 und nationale Ergänzungen”. In: (2018).
- [10] Austrian Standards. “ÖNORM B 1992-1-1; Ausgabe: 2015-02-15; Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken; Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; (konsolidierte Fassung)”. In: (2015).
- [11] Austrian Standards. “ÖNORM EN 1990/A1; Eurocode-Grundlagen der Tragwerksplanung; Änderung 1: Anwendung bei Brücken; (konsolidierte Fassung)”. In: (2013).
- [12] Austrian Standards. “ÖNORM EN 1991-2; Ausgabe 2012-03-01; Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke; Teil 2: Verkehrslasten auf Brücke; (konsolidierte Fassung)”. In: (2012).

- [13] Austrian Standards. “ÖNORM EN 1992-1-1; Ausgabe: 2015-02-15; Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken; Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Nationale Festlegungen zu ÖNORM EN 1992-1-1 und nationale Ergänzungen”. In: (2015).
- [14] Prof. Dr.-Ing. Nguyen Viet TUE. “Vorlesungsunterlagen: Quersystem und Profilverformung”. Vorlesungsunterlagen. WS 2020/21.
- [15] Prof. Dr.-Ing. Nguyen Viet TUE. “Vorlesungsunterlagen: Sonderprobleme Querkraft und Torsion”. 2018.
- [16] Harald Unterweger. “Vorlesungsunterlagen: Brückenbau Grundlagen: Ausbildung, Tragsysteme, Tragverhalten, Einwirkungen, Baumethoden, Lagerung und Tragwerksentwurf”. 2010, Version 3.