

Enzo Harrer, B.Sc.

Gesamtfahrzeugsimulation: Abhängigkeit der Systemoptimierung von den Parametern der Co-Simulation am Beispiel eines Mild-Hybrid-Fahrzeuges

Masterarbeit

zur Erlangung des Akademischen Grades Diplom-Ingenieur (Dipl.-Ing.) Masterstudium Maschinenbau

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

in Zusammenarbeit mit der

VIRTUAL VEHICLE Research GmbH

Betreuer:	UnivProf. DiplIng. Dr. techn. Hermann Steffan
	Institut für Fahrzeugsicherheit
Betreuer im Unternehmen:	DiplIng. Dr. techn. Martin Benedikt

Graz, Mai 2021

Vorwort

Die vorliegende Masterarbeit entstand während meiner Tätigkeit als studentischer Mitarbeiter in der VIRTUAL VEHICLE Research GmbH. Die zum Zwecke dieser Arbeit unter anderem benötigte Software AVL CAMEO[™], wurde von der AVL List GmbH dankenswerterweise zur Verfügung gestellt.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Hermann Steffan für die Betreuung und Begutachtung der Arbeit sowie die unkomplizierte Zusammenarbeit. Des Weiteren möchte ich mich herzlich bei meinem Betreuer in der VIRTUAL VEHICLE Research GmbH, Dr. Martin Benedikt, für die Ermöglichung dieser Masterarbeit und die Unterstützung bedanken.

Ich danke allen Mitarbeitern der Abteilung Co-Simulation & Software, die mir im Laufe der Arbeit, vor allem bei softwaretechnischen Fragen, zur Seite gestanden sind. Mein besonderer Dank gilt Dipl. Ing. Franz Holzinger und Dr. Simon Genser. Danke für die geduldigen Erklärungen, Diskussionen, Anregungen - und vor allem - danke für die Einführung in die Thematik der Co-Simulation und die wertvolle Unterstützung seit meinen ersten Tagen am ViF.

Recht herzlich bedanken möchte ich mich außerdem bei meiner Familie, vor allem meinen Eltern, die mich stets unterstützt haben. Mein größter Dank gilt meiner Freundin Matthea. Danke für die Geduld, den Rückhalt und die motivierenden Worte, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZONline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Arbeit identisch.

Datum

Unterschrift

Abstract

The errors introduced in the coupling signals by non-iterative co-simulation can affect the output variables of the simulation. By tuning the co-simulation setting to the simulation model, the introduced errors can be minimised and thereby the result quality of the co-simulation can be increased. The result quality is in turn influenced by the parameters chosen in the simulation model, which is why the result quality can deteriorate when the model parameters are varied, as occurs in optimisation tasks.

The question of the robustness of the co-simulation with regard to the variation of model parameters is investigated in this work for the model of a mild hybrid vehicle. For this purpose, eleven vehicle parameters are varied within a fractional factorial experimental design. The influence of the parameters on the result quality is analysed for three different macro step sizes. As a practical example, an optimisation of selected hybrid strategy parameters is carried out with different coupling methods (parallel and sequential) and their results are compared. The optimal trigger sequence for the subsystems of the vehicle model is determined using a method presented in this thesis.

Kurzfassung

Die durch die nicht-iterative Co-Simulation in den Koppelsignalen eingebrachten Fehler können sich auf die relevanten Ausgangsgrößen der Simulation auswirken. Durch eine Abstimmung der Co-Simulations-Parameter auf das Simulationsmodell können die eingebrachten Fehler minimiert und die Ergebnisqualität der Co-Simulation erhöht werden. Die Ergebnisqualität wird wiederum von den im Simulationsmodell gewählten Parametern beeinflusst.

Die Frage nach der Robustheit der Co-Simulation bezüglich der Variation von Modellparametern, wird in dieser Arbeit für ein Gesamtfahrzeug-Modell eines Mild-Hybrid Fahrzeuges untersucht. Dazu werden elf Fahrzeugparameter mit einem teilfaktoriellen Versuchsplan variiert und der Einfluss der Parameter auf die Ergebnisqualität, für drei unterschiedliche Makroschrittweiten, analysiert. Als praxisnahes Beispiel wird eine Optimierung von ausgewählten Hybridstrategieparametern des Fahrzeuges mit unterschiedlichen Koppelverfahren (parallel und sequenziell) durchgeführt und deren Ergebnisse gegenübergestellt. Die für die Subsysteme des Fahrzeugmodells optimale Ausführungsreihenfolge wird mit einem in der Arbeit vorgestellten Verfahren ermittelt.

Inhaltsverzeichnis

Ab	Abstract vii			
Κι	Kurzfassung vii			
1	Einle	eitung		1
	1.1	Motiva	ation	1
	1.2	Zielset	tzung	2
	1.3	Gliede	rung	3
2	Grur	ndlagen	I	5
	2.1	Co-Sin	nulation	5
		2.1.1	Einordnung des Begriffes	5
		2.1.2	Aufbau und mathematische Beschreibung	7
		2.1.3	Verfahren	8
		2.1.4	Extrapolation der Koppelgrößen	10
		2.1.5	Kausalität	12
	2.2	Statisti	ische Versuchsplanung	15
		2.2.1	Vollfaktorielle Versuchspläne	15
		2.2.2	Teilfaktorielle Versuchspläne	17
		2.2.3	Statistische Versuchsplanung für deterministische Simulationen	20
		2.2.4	Metamodelle	27
	2.3	Einfüh	rendes Beispiel	30
3	Rob	ustheit	bezüglich Parametervariation – einfaches Fahrzeugmodell	33
	3.1	Param	eter	33
	3.2	Model	laufbau	35
		3.2.1	Antriebsstrang, Fahrzeugdynamik und Fahrer - VEH	35
		3.2.2	Verbrennungskraftmaschine - ENG	49
		3.2.3	E-Maschine und Batterie - MOT	50
		3.2.4	Hybridcontroller - CTL	52
	3.3	Integra	ator und Zeitschrittweiten	56
	3.4	Bewer	tung der Ergebnisse	57
		3.4.1	Fehleranalyse	58
		3.4.2	Vorüberlegung zur Quantifizierung der Effekte	63
		3.4.3	Effektanalyse	67

		3.4.4 Zusammenhang zwischen Reifenschlupf und Federsteifigkeit 7	75	
4	Opt	ptimierungsszenario – detailliertes Fahrzeugmodell		
	4.1	Modellaufbau	31	
		4.1.1 Antriebsstrang, Fahrzeugdynamik und Fahrer - VEH 8	32	
		4.1.2 Verbrennungskraftmaschine - ENG	33	
	4.2	Konfiguration der Co-Simulation	35	
		4.2.1 Wahl des Extrapolationsverfahrens	35	
		4.2.2 Ermittlung der optimalen Ausführungsreihenfolge 8	37	
		4.2.3 Wahl der Gewichte	39	
		4.2.4 Bewertung der Ergebnisse	<i>9</i> 7	
	4.3	Vorgehensweise	00	
	4.4 Ermittlung der Zielgrößen)1	
	4.5	Umfang der Untersuchung 10)2	
	4.6	Modellbildung und Optimierung	53	
	4.7	Bewertung der Ergebnisse)5	
5	Zusa	mmenfassung und Ausblick 10)9	
Lit	Literatur 111			
Ar	nhang			
	A.1	Analyse unterschiedlicher Mikroschrittweiten für das einfache Fahr-		
		zeugmodell (monolithische Simulation)	٤7	
	A.2	Interaktionseffekte	٤7	
	A.3	Topologie der Co-Simulation	22	
	A.4	Optimierung der Ausführungsreihenfolge12	23	

Abbildungsverzeichnis

2.1	Aufbau einer Co-Simulation	8
2.2	Koppelverfahren nach [12]	9
2.3	Polynomextrapolation mit und ohne Berücksichtigung der Mikroschritte	
	nach [30]	11
2.4	Möglichkeiten der Kopplung mechanischer Systeme nach [4]	13
2.5	2^3 -vollfaktorieller Versuchsplan nach [29]	15
2.6	2^{3-1} -teilfaktorieller Versuchsplan nach [29]	18
2.7	LHD für zwei Faktoren mit 10 Stufen	22
2.8	Zwei theoretisch mögliche LHD Designs nach [14]	23
2.9	Die ersten 1024 Testpunkte einer zweidimensionalen Sobol-Sequenz	
	nach [31]	24
2.10	Vergleich eines S-Optimal-Designs und eines Sobol-Designs mit jeweils	
	25 Testpunkten	26
2.11	Ergebnis der Optimierung	32
3.1	Schematische Darstellung des Subsystems VEH	35
3.2	Wandlerkennlinien	39
3.3	Kennfelder für den Gangwechsel	41
3.4	Kräfte und Momente am Rad	43
3.5 3.6	Schlupfkorrekturfaktor C_W als Funktion des Reifenschlupfes s_W Rollwiderstandsbeiwert $C_{W,r}$ als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit	45
	v_V	45
3.7	Kräfte am Fahrzeug	46
3.8	Vorgegebene Sollgeschwindigkeit aus dem WLTP-Zyklus (Sekunde 136	
	bis 336)	48
3.9	Kennfelder der VKM	49
3.10	Kennfelder der E-Maschine	51
3.11	Leerlaufspannung der Batterie $U_{B,idle}$ als Funktion des Ladezustandes	
	SOC_B	52
3.12	Lade- und Entladeerlaubnis der Batterie: laden (strichliert), entladen	
	(durchgezogen)	55
3.13	Darstellung der Hybridstrategie als Entscheidungsbaum	55
3.14	Vergleich unterschiedlicher Mikroschrittweiten für das monolithische	
	Fahrzeugmodell	57

3.15	Verteilung der Fehler (MAPE) zwischen Co-Simulation und monolithi-	
	scher Simulation im Vergleich für unterschiedliche Makroschrittweiten	59
3.16	Zwei Testläufe mit guter (oben) und schlechter (unten) Übereinstim-	
	mung zwischen Co-Simulation und monolithischer Simulation (Mono)	60
3.17	Verteilung der Fehler (MAE) zwischen Co-Simulation und monolithi-	
	scher Simulation für die Koppelsignale y_{11} bis y_{27} im Vergleich für	_
0		61
3.18	Verteilung der Fehler (MAE) zwischen Co-Simulation und monolithi-	
	scher Simulation für die Koppelsignale y_{28} bis y_{45} im Vergleich für	(-
	unterschiedliche Makroschrittweiten	62
3.19	Beziehung zwischen $\frac{1}{[A]}$, γ und κ	64
3.20	Unskalierte und skalierte Haupteffekte für den Fehler (MAPE) relevan-	
	ter Ausgangsgrößen der Hybridstrategie-Optimierung	70
3.21	Haupteffekte für den Fehler (MAE) der Koppelsignale y_{11} bis y_{27}	71
3.22	Haupteffekte für den Fehler (MAE) der Koppelsignale y_{28} bis y_{45}	72
3.23	Skalierte Haupteffekte für den Fehler (MAE) der Koppelsignale y_{11} bis y_{27}	73
3.24	Skalierte Haupteffekte für den Fehler (MAE) der Koppelsignale y_{28} bis y_{45}	74
3.25	Vereinfachtes Modell eines angetriebenen Rades	75
3.26	Schlupfkorrekturfaktor als Funktion der Kelativgeschwindigkeit zwi-	
	schen Kad und Straße für eine Fahrzeuggeschwindigkeit von 50 km/n	
	und den in 3.2.1 abgegebenen Parametern	77
4.1	Teilbereich <i>Medium</i> des WLTP-Zyklus für Fahrzeugklasse III	82
4.2	Schematische Darstellung des Simulationsmodells	83
4.3	Frequenzspektrum des Drehzahlsignales der VKM mit der maximalen	
	Frequenz für die FOH-Extrapolation	85
4.4	Extrapolationsfehler	86
4.5	Modellstruktur für die Sensitivitätsanalyse	90
4.6	Eingangssignal eines Subsystems mit und ohne Störung	91
4.7	Gewichte der stetigen Signale	94
4.8	Modellstruktur für diskrete Signale	95
4.9	Eingangssignal eines Subsystems mit und ohne Verzögerung	95
4.10	Gewichte der diskreten Signale	96
4.11	Ergebnisse der Versuchsdurchläufe aus dem S-Optimal-Design für un-	
	terschiedliche Konfigurationen	106
4.12	Fehlerverteilung der Zielgrößen für unterschiedliche Konfigurationen .	106

Tabellenverzeichnis

2.1 2.2	Matrix der Simulationsvarianten nach [12] $\dots \dots \dots$	7
	F = BCD	19
2.3	Gegenüberstellung deterministische Simulation und physikalisches Ex-	
	periment nach [14]	20
2.4	Testplan eins LHDs	23
3.1	Werte der variierten Fahrzeugparameter	34
3.2	Eingänge der Subsysteme	36
3.3	Ausgänge der Subsysteme	37
3.4	Parameter der elastischen Welle	38
3.5	Parameter des Drehmomentwandlers	39
3.6	Parameter des Getriebes	40
3.7	Übersetzungsverhältnisse des Getriebes	40
3.8	Parameter der Stirnradstufe	41
3.9	Parameter des Differentials	42
3.10	Parameter der Bremse	43
3.11	Parameter des Rades	45
3.12	Parameter der Fahrzeugdynamik	47
3.13	Parameter des Fahrermodells	48
3.14	Parameter der Batterie	52
3.15	Parameter der Hybridstrategie	56
3.16	Fehler in den Simulationsergebnissen im Bezug zur Referenzlösung	57
3.17	Eigenwerte der Systemmatrix A für $d = 10$ N m s rad ⁻¹ , $m = 750$ kg,	
	$r = 0.308 \text{ m}, J = 1.1 \text{ kgm}^2, f = 356.25 \text{ N} \text{ s} \text{ m}^{-1}$ für unterschiedliche	
	Federsteifigkeiten	79
4.1	Verwendete Parameterkonfiguration	82
4.2	Eckdaten des Teilbereichs Medium aus dem WLTP-Zyklus der Fahr-	
•	zeugklasse III	83
4.3	Mittlerer Quadratischer Extrapolationsfehler der Koppelsignale und	5
	gewähltes Extrapolationsverfahren	87
4.4	Fehler e_s zur Bewertung der Simulationsergebnisse unterschiedlicher	1
	Ausführungsreihenfolgen: A=VEH, B=ENG, C=MOT, D=CTL	99

4.5	Simulationsergebnisse der neun Testläufe zur Bestimmung des Korrek-	
	turfaktors $K = 3.1 \text{ L}/100 \text{ kmAh}$	102
4.6	S-Optimaler Versuchsplan für die Parameter der Hybridstrategieopti-	
	mierung	104
4.7	Bestimmtheitsmaße der Modelle für unterschiedliche Konfigurationen .	104

Abkürzungen

- BIBO Bounded Input Bounded Output
- CFD Computaional Fluid Dynamics
- DoE Design of Experiments
- ECU Engine Control Unit
- EIL Engine in the Loop
- FOH First-Order-Hold
- FRM Fast Running Model
- ICOS Independent Co-Simulation
- LHD Latin Hypercube Design
- LHS Latin Hypercube Sampling
- MAE Mittlerer absoluter Fehler
- MAPE Mittlerer absoluter prozentualer Fehler
- MKS Mehrkörpersimulation
- MSE Mean Squared Error
- NEPCE Nearly Energy-Preserving Coupling Element
- PRESS Predicted Residual Sum of Squares
- RNN Robust Neural Network
- SOC State of Charge
- SOH Second-Order-Hold
- SSE Sum of Squares Error
- SSR Sum of Squares Regression
- SST Sum of Squares Total
- TB Terabyte
- UT Unscented Transfrom
- VKM Verbrennungskraftmaschine
- WLTP Worldwide harmonized Light vehicles Test Procedure
- ZOH Zero-Order-Hold

1 Einleitung

1.1 Motivation

Heutige Anforderungen an die Fahrzeugentwicklung, auferlegt durch Markt und Gesetzgebung, stellen Ingenieurwesen und Wissenschaft vor immer größere Herausforderungen. Emissionen, Verbrauch, Reichweite, Fahrkomfort, Sicherheit, Time-to-Market, Variantenvielfalt, Fahrassistenzsysteme sind nur einige Stichworte. Zudem wird, unter anderem durch die zunehmende Elektrifizierung des Antriebsstranges, das Fahrzeug zu einem immer komplexeren mechatronischen System, das es nicht mehr erlaubt einzelne Teilsysteme (Domänen) unabhängig voneinander zu optimieren. Derzeitige und zukünftige Entwicklungsprozesse erfordern einen systembasierten, domänenübergreifenden Optimierungsablauf, in dem alle beteiligten Teilsysteme gemeinsam untersucht werden. Eine Möglichkeit dafür ist die Abstimmung der Systemkomponenten am realen Prototyp, was erst sehr spät in der Entwicklungsphase möglich ist und dadurch das hohe Risiko birgt, Designfehler spät zu entdecken und diese dann nur mit großem Aufwand beheben zu können. Ein bereits in der frühen Entwicklungsphase möglicher Ansatz ist die Simulation. Detaillierte Simulationsmodelle der Teilsysteme stehen zwar oft zur Verfügung, werden aber typischerweise in unterschiedlichen Fachabteilungen mit unterschiedlichen Simulationswerkzeugen entwickelt, was eine gemeinsame Berechnung aller Modelle in einem Simulationsprogramm erschwert und zu langen Rechenzeiten führt. Ein vielversprechender Ansatz ist die Co-Simulation bei der jedes Modell zeitgleich im eigenen Simulationswerkzeug für sich berechnet werden kann, siehe [33, 12]. Durch eine Co-Simulations-Plattform, die die Interaktion der verschiedenen Simulationswerkzeuge steuert, werden die Ergebnisse zu gewissen Zeitpunkten untereinander ausgetauscht. Es ergeben sich einige Vorteile:

- Fachabteilungen können unterschiedliche Simulationswerkzeuge miteinander koppeln und so modular komplexe Simulationsmodelle aufbauen.
- Die Simulation kann auf mehrere Prozesse oder Computer aufgeteilt werden, was die Rechenzeit verkürzt.
- Für die verschiedenen Teilmodelle können unterschiedliche Integratoren (multimethod) und Zeitschrittweiten (multi-rate) verwendet werden.

• Mathematisch steife ¹ Systeme können durch Co-Simulation in mehrere nicht steife Systeme zerlegt und so schneller gelöst werden.

Neben den Vorteilen bringt die Co-Simulation auch Herausforderungen mit sich. Viele kommerzielle Simulationsprogramme, wie beispielsweise SIMULINK[®] [35] oder GT-POWER [22] können nur mit nicht-iterativen Verfahren in die Co-Simulation eingebunden werden. Im Gegensatz zur iterativen Co-Simulation, bei der einzelne Zeitschritte mehrmals (iterativ) wiederholt werden, bis der sogenannte Approximationsfehler einen vorgegebenen Schwellwert unterschreitet, wird bei der nicht-iterativen Co-Simulation jeder Zeitschritt nur einmal berechnet. Der Approximationsfehler ist dadurch nicht nach oben beschränkt und kann sich stark auf das Simulationsergebnis auswirken. Um den Approximationsfehler so klein wie möglich zu halten, stehen in der Co-Simulation mehrere Kopplungsalgorithmen zur Verfügung, siehe [30, 34]. Sie bestimmen wann und in welcher Reihenfolge die Ergebnisse der einzelnen Simulationswerkzeuge ausgetauscht werden und prädiktieren die für die Berechnung benötigten Koppelsignale. Die richtige Wahl von Koppelalgorithmen, deren Entwicklung und Parametrierung sowie die Abschätzung von dessen Auswirkung auf das Simulationsergebnis ist Gegenstand zahlreicher Forschungen [24, 8, 30, 34, 33, 17]. In der vorliegenden Masterarbeit sollen nun verschiedene Kopplungsalgorithmen an einem realistischen Anwendungsfall, der Gesamtfahrzeugsimulation eines Mild-Hybrid-Fahrzeuges, getestet werden. Die Arbeit fokussiert sich auf die Robustheit der Co-Simulation bezüglich der Variation von Parametern des Fahrzeugmodells.

1.2 Zielsetzung

Ziel der Arbeit ist es, den Zusammenhang zwischen den Parametern der Co-Simulation und den Parametern des Fahrzeugmodells, in Bezug auf die Qualität des Simulationsergebnisses zu untersuchen. Dazu soll eine Simulationsstudie durchgeführt werden, welche folgende Fragen nach der Robustheit der Co-Simulation beantwortet:

- Welche Fahrzeugparameter haben einen starken Einfluss auf die Qualität des Simulationsergebnisses?
- Welche Fahrzeugparameter haben keinen Einfluss und können ohne Bedenken variiert werden?

¹Mit steifen Systemen sind Systeme gemeint, welche Komponenten mit "sehr schneller" und gleichzeitig "sehr langsamer" Dynamik, in Bezug auf Zeitkonstanten und Eigenfrequenzen, beinhalten. Ein LTI-System wird als steif bezeichnet, wenn sich der größte und kleinste Eigenwert λ_{max} und λ_{min} betragsmäßig stark voneinander unterscheiden: $\frac{|\lambda_{max}|}{|\lambda_{min}|} \gg 1$

• Wie ändert sich der Einfluss der Fahrzeugparameter für unterschiedliche Co-Simulations-Parameter?

An einem konkreten Optimierungsbeispiel, in welchem es die optimale Einstellung ausgewählter Hybridstrategieparameter zu finden gilt, soll die Auswirkung unterschiedlicher Co-Simulations-Parameter auf das Optimierungsergebnis untersucht werden.

1.3 Gliederung

In **Kapitel 2** werden zuerst die Grundlagen der Co-Simulation erarbeitet. Es folgt ein weiteres Grundlagenkapitel zur statistischen Versuchsplanung, wobei sich dieses auf die in der Arbeit benötigten Methoden zur Durchführung der Computer-Experimente in Kapitel 3 und Kapitel 4 beschränkt. Anschließend wird mit einem einführenden Beispiel die Thematik der Masterarbeit verdeutlicht.

In **Kapitel 3** werden die Auswirkungen der Variation von elf Fahrzeugparametern auf den Fehler zwischen Co-Simulation und monolithischer Simulation untersucht. Das dazu verwendete Simulationsmodell wird im weiteren Verlauf der Arbeit als *einfaches Fahrzeugmodell* bezeichnet.

Für das Optimierungsbeispiel in **Kapitel 4** wird das kennlinienbasierte Modell der Verbrennungskraftmaschine durch ein Motorprozessmodell ersetzt. Das Fahrzeugmodell wird im weiteren Verlauf der Arbeit als *detailliertes Fahrzeugmodell* bezeichnet. Die Optimierungsaufgabe wird mit unterschiedlichen Co-Simulations-Parametern durchgeführt, wobei die optimale Konfiguration der Co-Simulations-Parameter, welche mit dem in der Arbeit vorgestellten Verfahren ermittelt wurde, mit anderen Konfigurationen und einer Referenzlösung verglichen wird.

Abschließend werden die Ergebnisse der Arbeit in **Kapitel 5** zusammengefasst und diskutiert.

2 Grundlagen

In diesem Kapitel werden die für die Arbeit notwendigen Grundlagen behandelt. Als erstes wird auf die Grundlagen der Co-Simulation eingegangen. Danach werden die Grundlagen der statistischen Versuchsplanung erörtert.

2.1 Co-Simulation

2.1.1 Einordnung des Begriffes

Allgemein kann bei der Kopplung von mehreren Subsystemen zwischen *starker* und *schwacher Kopplung* unterschieden werden. Bei der starken Kopplung, auch *geschlossene Simulation* genannt, wird zur Lösung der Simulationsaufgabe auf nur einen Integrator zurückgegriffen: Die Gleichungen der Subsysteme werden jeweils getrennt voneinander formuliert, zu einem geschlossenen Gleichungssystem zusammengefügt und schließlich vom Integrator gelöst.

Werden beispielsweise die zwei linearen Subsysteme 1. Ordnung

Subsystem-1:Subsystem-2:
$$\dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{z}_1 + \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{u}_1$$
, $\dot{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{z}_2 + \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{u}_2$ (2.1) $\mathbf{y}_1 = \mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{z}_1 + \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{u}_1$ $\mathbf{y}_2 = \mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{z}_2 + \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{u}_2$ (2.2)

mit der *Koppelbedingung* $\mathbf{u}_1 = \mathbf{y}_2$ und $\mathbf{u}_2 = \mathbf{y}_1$ gekoppelt, sodass der Eingang des einen Systems dem Ausgang des anderen entspricht, können die beiden Systeme durch das Einsetzen der Koppelbedingung und Umformen in ein Differentialgleichungssystem

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix}, \qquad (2.3)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{I} - \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{D}_2)^{-1} \cdot (\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{z}_1 + \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{z}_2) \\ (\mathbf{I} - \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{D}_1)^{-1} \cdot (\mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{z}_2 + \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{z}_1) \end{bmatrix}$$
(2.4)

 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_1 \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{D}_1)^{-1} \cdot \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{C}_1 & \mathbf{B}_1 \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{D}_1)^{-1} \cdot \mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{B}_2 \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{D}_2)^{-1} \cdot \mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{C}_1 & \mathbf{A}_2 + \mathbf{B}_2 \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{D}_2)^{-1} \cdot \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{C}_2 \end{bmatrix}$ (2.5)

übergeführt werden.

Nach der Umformung kann das Differentialgleichungssystem (2.3) diskretisiert und mit nur einem Integrator gelöst werden, weshalb die so ermittelte Lösung auch als *monolithische Lösung* bezeichnet wird.

Weil die Koppelbedingungen zu jedem Zeitschritt erfüllt werden, gilt die starke Kopplung als das stabilste Koppelverfahren. Des Verfahren bringt aber auch Nachteile mit sich. Werden unterschiedlich steife Subsysteme miteinander gekoppelt, so bestimmt das steifere System die Zeitschritte des Integrators, was den Zeitaufwand für die Berechnung vergrößert [4].

Bei der *schwachen Kopplung*, auch als *verteilte Simulation*, *Integratorkopplung* oder *Simulatorkopplung* bezeichnet, werden die beiden Subsysteme von einander getrennt diskretisiert und integriert, siehe z.B. [10]. Da zur Lösung von Subsystem-1 die Lösung von Subsystem-2 benötigt wird ($\mathbf{u}_1 = \mathbf{y}_2$) und diese wiederum von der Lösung von Subsystem-1 abhängig und deshalb unbekannt ist ($\mathbf{u}_2 = \mathbf{y}_1$), müssen die Eingänge der Subsysteme extrapoliert werden. Mit den extrapolierten Werten werden die Subsysteme bis zu einem bestimmten Zeitpunkt, dem *Koppelzeitpunkt* gelöst, danach werden die Eingänge erneut extrapoliert. Im Allgemeinen wird dabei die Koppelbedingung nur zu den Koppelzeitpunkten erfüllt. Durch dieses Verfahren kann für jedes Subsystem ein problemspezifischer Integrator mit unterschiedlichen Zeitschrittweiten verwendet werden.

Neben der Integrator-Anzahl, wird in der Literatur zwischen der Anzahl der verwendeten Modellierungswerkzeugen unterschieden, wobei manche Autoren den Begriff Co-Simulation nur für schwache Kopplungen verwenden, bei denen die Submodelle mit mehreren Modellierungswerkzeugen erstellt wurden, siehe [1]. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Begriff Co-Simulation synonym zum Begriff der schwachen Kopplung verwendet, siehe Tabelle 2.1.

mit

		Anzahl der I	ntegratoren
		= 1 starke Kopplung geschlossene Simulation	>1 schwache Kopplung verteilte Simulation Integratorkopplung
der werkzeuge	= 1 geschlossene Modellierung	klassische Simulation, monolithische Simulation	partionierte Simulation, Co-Simulation
Anzahl Modellierungsv	>1 verteilte Modellierung	Modellkopplung	Werkzeugkopplung, Co-Simulation

Tabelle 2.1: Matrix der Simulationsvarianten nach [12]

2.1.2 Aufbau und mathematische Beschreibung

In Abbildung 2.1 ist der grundsätzliche Aufbau einer Co-Simulation dargestellt. Die Subsysteme sind über die *Koppelsignale* mit der Co-Simulations-Plattform verbunden und dadurch miteinander indirekt vernetzt. Welches Eingangssignal mit welchem Ausgangssignal verbunden ist, kann durch die Koppelmatrix L ausgedrückt werden. L besteht aus den Einträgen 0 und 1, wobei eine 1 nur einmal pro Spalte und Reihe vorkommen darf. Werden alle Eingangssignale und alle Ausgangssignale der *N* Subsysteme in einem Vektor zusammengefasst,

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_N \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

dann kann das Koppelgesetz als

$$\mathbf{u} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{y} \tag{2.7}$$

formuliert werden. Wie bereits erwähnt, wird im Allgemeinen das Koppelgesetz nicht zu jeder Zeit *t*, sondern zu den Koppelzeitpunkten T_i , erfüllt. Nur zu diesen Zeitpunkten findet die Kommunikation zwischen den Subsystemen statt und die Werte der Ein- und Ausgänge werden ausgetauscht. Für den restlichen Zeitraum müssen die Werte der Koppelgrößen extrapoliert werden. Der Zeitraum $dT_i = T_{i+1} - T_i$ wird dabei als *Makroschrittweite*, *Koppelschrittweite* oder auch *Synchronisationsschrittweite* bezeichnet. Während des Makroschrittes, wird für die Integration (Lösung) der Subsysteme die extrapolierte Koppelgröße $\tilde{\mathbf{u}}$ als Eingang verwendet:



$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{L} \cdot \tilde{\mathbf{y}} \,. \tag{2.8}$$

Abbildung 2.1: Aufbau einer Co-Simulation

2.1.3 Verfahren

Zur Co-Simulation können mehrere Koppelverfahren eingesetzt werden. Eine Auflistung einiger Verfahren sowie eine Beschreibung deren Eigenschaften kann in [12] gefunden werden. Verwenden alle Subsysteme dieselbe Makroschrittweite, kommen davon vier Verfahren in Frage. Diese wurden in Abbildung 2.2 am Beispiel der Kopplung von zwei Subsystemen dargestellt und werden im Folgenden erläutert.

Bei der parallelen Kopplung 2.2b, auch als Jacobi-Verfahren bezeichnet, werden die Subsystemeingänge von beiden Systemen für den bevorstehenden Makroschritt extrapoliert. Dazu müssen die Ergebnisse (Ausgangssignale) des letzten Makroschrittes ausgetauscht werden (Schritt 1). Danach erfolgt die Integration (Schritt 2) bis zum nächsten Koppelschritt. Da dies für beide Subsysteme gleichzeitig geschieht und die Berechnung der Subsysteme auf mehrere Prozesse verteilt werden kann, ist die parallele Kopplung sehr effizient. Bei der sequenziellen Kopplung 2.2c), auch Gauß-Seidel-Kopplung, erfolgt die Berechnung der Subsysteme hintereinander. Die Eingänge des Subsystems, welches zuerst integriert wird (Schritt 1), werden extrapoliert. Für die Integration von Subsystem 2 (Schritt 3) stehen nun die Ergebnisse von Subsystem 1 bereits zur Verfügung und können interpoliert werden, es muss somit nur noch eine Koppelgröße extrapoliert werden. Der Integrator von Subsystem 1 pausiert so lange, bis Subsystem 2 den Koppelzeitpunkt T_k erreicht hat, danach wird die Prozedur wiederholt. Bei der sequenziell überlappenden Kopplung (2.2d) wird nach dem dritten Schritt ein weiterer Makroschritt von Subsystem 2 berechnet, dessen Eingänge müssen hierzu extrapoliert werden. Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass die Eingänge der Subsysteme abwechselnd extrapoliert werden und dadurch keine Festlegung der Ausführungsreihenfolge (zuerst Subsystem 1 dann 2, oder vice versa) notwendig ist.



Abbildung 2.2: Koppelverfahren nach [12]

Die iterative Kopplung, auch implizite Kopplung genannt, ist das genaueste und stabilste der vorgestellten Verfahren. In einem ersten Schritt werden, wie bei der parallelen Kopplung, beide Subsystemeingänge extrapoliert und bis zum Erreichen des nächsten Koppelzeitpunktes T_k integriert. Danach werden die Integratoren auf den vorherigen Koppelzeitpunkt T_{k-1} zurückgesetzt. Für die anschließende Integration (Schritt 4) können die zuvor berechneten Ausgänge interpoliert werden. Der Makroschritt wird so lange wiederholt, bis ein Konvergenzkriterium erreicht wird. Nachteile dieses Verfahrens sind der höhere Zeitaufwand und die begrenzte Anwendbarkeit.

Viele der in proprietären Simulationsprogrammen eingesetzten Integratoren, können über die Co-Simulationsschnittstelle nicht auf den vorherigen Koppelzeitpunkt zurückgesetzt werden.

2.1.4 Extrapolation der Koppelgrößen

Für die Berechnung der Ausgänge eines Subsystems müssen dessen Eingänge während eines Makroschrittes $T_k < t \le T_{k+1}$ extrapoliert werden. Zur Extrapolation eines Eingangsignales u, das zur klareren Darstellung im Folgenden als skalare Größe betrachtet wird, stehen der Co-Simulations-Plattform als Stützstellen die Ergebnisse der vergangenen Makroschritte $y(T_k), y(T_{k-1}), y(T_{k-2}), \ldots$ (Koppelgesetz: u = y) und je nach Subsystem auch die Ergebnisse der *Mikroschritte*, zur Verfügung. Als Mikroschrittweite wird die vom Integrator eines Subsystems verwendete Zeitschrittweite bezeichnet. Eine Auflistung von Extrapolationsverfahren kann in [33] gefunden werden. Drei dieser Extrapolationsverfahren werden nachfolgend erläutert.

Polynomextrapolation / Lagrange Polynome

Für die Extrapolation mit einem Polynom *n*-ter Ordnung werden n + 1 Stützstellen benötigt. Das Polynom

$$\tilde{u}(t) = \sum_{i=0}^{n} p_i (t - T_i)^i$$
(2.9)

bzw. dessen Koeffizienten p_i sind durch die Gleichungen

$$\sum_{i=0}^{n} p_i (t - T_j)^i = y(T_j)$$
(2.10)

für $j = k, k - 1 \dots k - n$ bestimmbar.

Für die Implementierung des Extrapolationsverfahrens wird das Polynom in Lagrange-Polynome zerlegt. Die Bestimmung der Koeffizienten p_i entfällt, das Polynom kann direkt mit

$$\tilde{u}(t) = \sum_{i=k-n}^{k} \left(y(T_i) \prod_{\substack{j=k-n \ j \neq i}}^{k} \frac{t - T_j}{T_i - T_j} \right)$$
(2.11)

beschrieben werden [3].

Für Polynomextrapolationen mit den Ordnungen n = 0, n = 1 und n = 2 werden die Begriffe Zero-Order-Hold (ZOH), First-Order-Hold (FOH) und Second-Order-Hold

(SOH) verwendet. Sie werden häufig eingesetzt und stehen auch in der verwendeten Co-Simulations-Plattform Model.CONNECT[™] [28] zur Verfügung. Extrapolationen höherer Ordnung können zwischen den verwendeten Stützstellen zu hohen Abweichungen bzw. Oszillationen führen und Stabilitätsprobleme in der Co-Simulation verursachen. Sie finden daher nur selten Anwendung [17].

Als Stützstellen können Makro- als auch Mikroschritte verwendet werden. Wie in Abbildung 2.3 dargestellt, hat dies großen Einfluss auf das extrapolierte Signal. Mit den in der Co-Simulations-Plattform verwendeten Tool-Interfaces, werden Mikroschritte für die Extrapolation berücksichtigt.



(a) Nur Makroschritte als Stützstellen

(b) Mikro- und Makroschritte als Stützstellen

Abbildung 2.3: Polynomextrapolation mit und ohne Berücksichtigung der Mikroschritte nach [30]

Hermiteinterpolation

Für die Extrapolation unter Anwendung der Hermiteinterpolation werden nicht nur die Funktionswerte an den Stützstellen, sondern auch deren Zeitableitungen $\dot{y}(T_k), \dot{y}(T_{k-1}), \dot{y}(T_{k-2}), \ldots$ verwendet. Diese stehen nur dann zur Verfügung, wenn sie als eigenes Koppelsignal übergeben werden (z.B. Position und Geschwindigkeit bei mechanischen Systemen). Das Polynom $\tilde{u}(t)$ mit dem Grad *n*, bzw. dessen Polynomkoeffizienten p_i können dann mit nur $\frac{n+1}{2}$ Stützstellen, wie in [17] beschrieben, berechnet werden:

$$\tilde{u}(t) = \sum_{i=0}^{n} p_i (t - T_i)^i, \qquad (2.12)$$

$$\sum_{i=0}^{n} p_i (t - T_j)^i = y(T_j), \qquad (2.13)$$

$$\sum_{i=0}^{n} i p_i (t - T_j)^{i-1} = \dot{y}(T_j) , \qquad (2.14)$$

$$j = k, k - 1 \dots k - \frac{n-1}{2}$$
. (2.15)

Korrektur des Extrapolationsfehlers

Die in [30] vorgestellte Methode *NEPCE* (*nearly energy-preserving coupling element*) basiert auf der Idee, den durch Extrapolation verfälschten Energietransport zwischen den Subsystemen zu korrigieren. In vielen Domänen (Mechanik, Elektrotechnik, Strömungsmechanik, Thermodynamik) kann somit dem Prinzip der Energieerhaltung Rechnung getragen werden: Die bei der Extrapolation überschüssige bzw. abgängige Energiemenge wird temporär gespeichert und im darauffolgenden Makroschritt entzogen bzw. eingebracht. In der praktischen Umsetzung wird nicht die physikalische Energie, sondern als eine Art verallgemeinerte Energie, die Fehlerfläche A^k

$$A^{k} = \int_{T_{k-1}}^{T_{k}} y(t) - \tilde{u}(t) dt$$
(2.16)

zwischen extrapolierten und berechnetem Signal näherungsweise kompensiert. NEPCE ist in der verwendeten Co-Simulations-Plattform Model.CONNECT[™] implementiert [27].

2.1.5 Kausalität

Bei der Zerlegung eines Systems in mehrere Subsysteme, können die physikalischen Schnittgrößen zwischen den Subsystemen in Potential- und Flussgrößen eingeteilt werden. Für die einzelnen Subsysteme muss festgelegt werden, ob die Potential- bzw. Flussgröße als Eingang oder als Ausgang verwendet werden soll. Dafür existieren mehrere Möglichkeiten, die stellvertretend für eine mechanische Kopplung, wie sie auch beim Fahrzeugmodell auftritt, aufgezeigt werden.

In Abbildung 2.4 sind die drei Möglichkeiten der Kopplung mechanischer Systeme dargestellt. Die Potentialgröße "Weg", bezeichnet den Vektor aus Position und Geschwindigkeit der Masse des jeweiligen Subsystems.



Abbildung 2.4: Möglichkeiten der Kopplung mechanischer Systeme nach [4]

Fluss-Potential-Kopplung

Die Fluss-Potential-Kopplung, siehe Abbildung 2.4a, wird von den drei Koppelarten am häufigsten eingesetzt [12]. Die Trennung des Systems ist asymmetrisch und kann nur vor oder nach einem Potentialspeicher (Federdämpfer c_k , d_k) erfolgen. Es muss entschieden werden, in welchem Subsystem der Federdämpfer untergebracht wird. Dabei wird das Subsystem mit Federdämpfer zum Potentialempfänger (Eingang = Weg) und Flusssender (Ausgang = Kraft), eine Umkehrung der Koppelsignale ist nicht möglich.

Für das Fahrzeugmodell tritt diese Art der Kopplung unter anderem zwischen der Verbrennungskraftmaschine (VKM) und dem restlichen Antriebsstrang auf. Auch hier muss festgelegt werden, ob die VKM als Flusssender oder Flussempfänger betrieben wird. Im Falle des einfachen Fahrzeugmodells, in dem die VKM auf der Basis von Kennfeldern modelliert ist, sind beide Varianten möglich. Wird im Zuge der weiteren Fahrzeugentwicklung das VKM-Modell durch ein reales Aggregat am Engine-inthe-Loop-Prüfstand ersetzt, so sind auch hier beide Varianten denkbar, wobei der Regelungsaufwand höher ist, wenn die VKM als Flussempfänger betrieben wird [15]. Für das detaillierte Fahrzeugmodell, in dem die VKM mit GT-POWER simuliert wird, muss diese als Potentialempfänger betrieben werden [19]. Als Faustregel sollte der Potentialspeicher im Subsystem mit der kleineren Trägheit untergebracht werden. Das Koppelsignal der Potentialgröße ist dann der Ausgang des Subsystems mit der größeren Trägheit; im Signal treten somit weniger Schwankungen auf und die Auswirkung der Extrapolation ist geringer, siehe [12], [7].

Potential-Potential-Kopplung

Bei der Potential-Potential-Kopplung, siehe Abbildung 2.4b, bleibt der Federdämpfer in beiden Subsystemen erhalten. Im Gegensatz zur Fluss-Potential-Kopplung, kommt es in keinem der beiden Subsysteme zu einem Durchgriff. Für den Fall des Zweimassenschwingers konnte in [4] gezeigt werden, dass die Stabilitätseigenschaften gegenüber der Fluss-Potential-Kopplung verbessert werden.

Fluss-Fluss-Kopplung

In Abbildung 2.4c ist die Fluss-Fluss-Kopplung dargestellt. Der Federdämpfer wird als zusätzliches Subsystem, indem die Feder- bzw. Dämpferkraft in Abhängigkeit von Postion und Geschwindigkeit der Massen berechnet wird, behandelt. Hierbei kommt es zu einem Durchgriff. Zudem wird durch das zusätzliche Subsystem und der erhöhten Anzahl an Koppelsignalen, der Berechnungsaufwand erhöht.

Zur Vollständigkeit soll noch eine weitere Möglichkeit der Kopplung erwähnt werden: Wird der Federdämpfer in Feder und Dämpfer zerlegt und auf die beiden Subsysteme aufgeteilt, so haben beide Subsysteme als Eingang jeweils eine Potential- (Position oder Geschwindigkeit) und eine Flussgröße (Federkraft oder Dämpferkraft). Allerdings liegt durch diese Anordnung in beiden Subsystemen ein Durchgriff vor.

2.2 Statistische Versuchsplanung

Mit der statistischen Versuchsplanung, die nahezu in allen Ingenieursdisziplinen Anwendung findet, können Aussagen über den Zusammenhang der Eingangs- und Ausgangsgrößen eines Systems getroffen werden. Im Falle der Simulationsstudie in Kapitel 3 sind die Eingangsgrößen die Fahrzeugparameter und die Ausgangsgrößen die durch die Co-Simulation hervorgerufenen Fehler in den Simulationsergebnissen. Die für das Kapitel notwendigen Methoden werden in Unterpunkt 2.2.1 und 2.2.2 behandelt.

Die in Unterpunkt 2.2.3 besprochenen Grundlagen werden in Kapitel 4 bei der Optimierung der Hybridstrategie angewendet. In diesem Fall sind die Eingangsgrößen die Parameter der Hybridstrategie und die Ausgangsgrößen der Kraftstoffverbrauch sowie die Batterielebensdauer des Fahrzeuges.

2.2.1 Vollfaktorielle Versuchspläne

Beim vollfaktoriellen Versuchsplan (eng. *full factorial design, factorial design*) werden alle Kombinationsmöglichkeiten der Stufen und Faktoren untersucht. Besitzen alle *f* Faktoren dieselbe Anzahl an Stufen *s*, wird der Versuchsplan auch als s^{f} -vollfaktorieller Versuchsplan bezeichnet. s^{f} ist die Anzahl an Versuchsdurchläufen, die nötig ist, um den Versuchsplan (ohne Replikation und Wiederholungsmessung) zu erstellen. In Abbildung 2.5 ist ein 2³-vollfaktorieller Versuchsplan dargestellt. Bei zwei Faktorstufen gibt es pro Faktor einen höheren und einen niedrigeren Wert, welcher in Abbildung 2.5b mit + und – codiert ist. Diese Bezeichnung vereinfacht, wie sich zeigen wird, die Berechnung der *Effekte*.



(a) Geometrische Darstellung

(b) Versuchsplan in Tabellenform

Abbildung 2.5: 2³-vollfaktorieller Versuchsplan nach [29]

Effekte sind die einfachste Art, Auswirkungen der Faktoren auf die Ausgangsgröße des Experiments zu quantifizieren. Der Effekt von Faktor A, im Folgenden mit [A] bezeichnet, kann für den 2³-vollfaktoriellen Versuchsplan mit der Gleichung

$$[A] = \frac{1}{4} \left(a - (1) + ab - b + ac + abc - bc \right)$$
(2.17)

bestimmt werden. Dabei bezeichnen *a*, *b*, *c*, *ab*, *ac*, *bc*, *abc* und (1) die Werte der Ausgangsgröße, die am entsprechenden Testpunkt laut Abbildung 2.5a gemessen wurde. [*A*] gibt die durchschnittliche Differenz der Ausgangsgröße zwischen hohem und niedrigem Wert des Faktors A an. Ist [A] > 0, erhöht sich der (durchschnittliche) Wert der Ausgangsgröße wenn der Wert von Faktor A erhöht wird, ist [A] < 0 wird dieser vermindert. Je größer der betragsmäßige Wert des Effektes, desto größer der Einfluss auf die Ausgangsgröße. Die Effekte [A], [B], [C] werden auch als *Haupteffekte* oder *Effekte 1. Ordnung* bezeichnet. Häufig ist nicht nur der Haupteffekt, sondern auch die Beeinflussung der Faktoren untereinander von Interesse. Die gegenseitige Beeinflussung von Faktor A und Faktor B kann durch den *Interaktionseffekt* [AB](= [BA]) quantifiziert werden [29]:

$$[AB] = \frac{1}{4} \left(abc - bc + ab - b - ac + c - a + (1) \right) .$$
(2.18)

[AB] kann als die Differenz zweier Haupteffekte, nämlich $[A]^{B+}$ und $[A]^{B-}$ aufgefasst werden, siehe Gleichung 2.19. $[A]^{B+}$ bezeichnet den Haupteffekt von Faktor A, der ausschließlich aus den Testpunkten mit hohem Faktor B (B+) ermittelt wurde, $[A]^{B-}$ bezeichnet den Haupteffekt von Faktor A bei niedrigem Faktor B (B-) [29].

Faktorstufe B	Haupteffekt	
+	$[A]^{B+} = \frac{(abc-bc)+(ab-b)}{2}$	
_	$[A]^{B-} = \frac{(ac-c) + (a-(1))}{2}$	
	$[AB] = \frac{1}{2} \left([A]^{B+} - [A]^{B-} \right) $ (2.19)	
Differenz/2	$[AB] = \frac{abc-bc+ab-b-ac+c-a+(1)}{4}$	

Ist [AB] = 0, gibt es zwischen den beiden Faktoren keine Interaktion; die Auswirkung von Faktor A auf die Ausgangsgröße wird durch die Wahl von Faktor B nicht beein-

flusst. Durch [AB] = [BA] ist die Aussage, dass die Auswirkung von Faktor B nicht durch die Wahl von Faktor A beeinflusst wird, gleichwertig.

Ist $[AB] \neq 0$, gibt es eine Interaktion, die umso stärker ist, je größer Betrag von [AB]ist. Interaktionseffekte für zwei Faktoren ([AB], [BC], ...) werden auch als *Effekte 2. Ordnung*, für drei Faktoren ([ABC]) als *Effekte 3. Ordnung* und so fort bezeichnet. Durch die Codierung der Faktorstufen mit + und – können Effekte beliebiger Ordnung mit einer einfachen Rechenvorschrift gewonnen werden. Dazu werden die Spalten des Versuchsplans aus Abbildung 2.5b der im Effekt beteiligten Faktoren miteinander multipliziert ($- \cdot - = +, - \cdot + = -, ...$) um so eine neue Spalte mit Vorzeichen zu erhalten. Die Elemente in der Spalte der Ausgangsgrößen werden dann entsprechend dem Vorzeichen der neuen Spalte addiert oder subtrahiert. Um das Ergebnis zu erhalten, wird der Wert abschließend durch die halbe Anzahl der Versuchsdurchläufe dividiert [16]. Für [*ABC*] ergibt sich somit:

$$[ABC] = \frac{1}{4}(-(1) + a + b - ab + c - ac - bc + abc).$$
(2.20)

Effekte 3. Ordnung können, analog zu Gleichung 2.19, als die Differenz zweier Effekte 2. Ordnung aufgefasst werden [29]:

$$[ABC] = \frac{1}{2} \left([AB]^{C+} - [AB]^{C-} \right) , \qquad (2.21)$$

$$= \frac{1}{2} \left([AC]^{B+} - [AC]^{B-} \right) , \qquad (2.22)$$

$$= \frac{1}{2} \left([BC]^{A+} - [BC]^{A-} \right) \,. \tag{2.23}$$

[*ABC*] gibt somit Auskunft über die Fragen:

- Wie beeinflusst Faktor C die Interaktion zwischen Faktor A und Faktor B, [AB]?
- Wie beeinflusst Faktor B die Interaktion zwischen Faktor A und Faktor C, [AC]?
- Wie beeinflusst Faktor A die Interaktion zwischen Faktor B und Faktor C, [BC]?

2.2.2 Teilfaktorielle Versuchspläne

Beim teilfaktoriellen Versuchsplan (eng. *fractional factorial design*) wird nur ein bestimmter Bruchteil der Testläufe des vollfaktoriellen Versuchsplanes durchgeführt. Teilfaktorielle Versuchspläne mit zwei Stufen und *f* Faktoren werden auch als 2^{f-p} teilfaktorielle Versuchspläne bezeichnet, wobei 2^{f-p} der Anzahl an Testläufen entspricht. Ein 2^{3-1} -teilfaktorieller Versuchsplan ist in Abbildung 2.6 dargestellt.



Zur Konstruktion eines 2^{f-p} -teilfaktoriellen Versuchsplanes, wird vorerst ein vollfaktorieller Versuchsplan für f - p Faktoren erstellt. Die fehlenden p Faktoren können dann mit Hilfe sogenannter *Generatoren* aus den Spalten des vollfaktoriellen Versuchplanes erzeugt werden. Der Versuchsplan aus Abbildung 2.6b wurde aus einem 2^2 -vollfaktoriellen Versuchsplan für die Faktoren A und B, sowie dem Generator für Faktor C, C = AB, erzeugt. Das bedeutet, dass die Spalte C aus der zeilenweisen Multiplikation der Spalten A und B gebildet wird. Bei Multiplikation der rechten (*AB*) und linken (*C*) Seite des Generators, ergibt sich eine Spalte mit ausschließlich positiven Vorzeichen, die sogenannte *Einheitsspalte I*. Der Ausdruck

$$I = ABC \tag{2.24}$$

wird als *defining relation* bezeichnet. Aus jedem Generator des Versuchsplanes kann eine defining relation gebildet werden. Ein Versuchsplan mit zwei Generatoren ist in Tabelle 2.2 dargestellt. Werden die defining relations zweier Generatoren, beispielsweise I = ABCE und I = BCDF, multipliziert, ergibt sich eine neue defining relation [29]:

$$I = I \cdot I = ABCE \cdot BCDF = A \underbrace{BB}_{I} \underbrace{CC}_{I} DEF = ADEF.$$
(2.25)

Aufgrund der reduzierten Anzahl an Testläufen, kommt es bei teilfaktoriellen Versuchsplänen zu einer Vermengung der Effekte. Welcher Effekt mit welchem vermengt wird, ergibt sich durch Multiplikation mit den defining relations. Beispielsweise folgt für Haupteffekt [A]:
Teetlevel		Faktoren					de	fining relation	ons
lestiaur	A	В	С	D	Е	F	I = ABCE	I = BCDF	I = ADEF
1	_	_	_	_	_	_	+	+	+
2	+	_	_	_	+	_	+	+	+
3	-	+	_	_	+	+	+	+	+
4	+	+	_	_	_	+	+	+	+
5	_	_	+	_	+	+	+	+	+
6	+	_	+	_	_	+	+	+	+
7	-	+	+	_	_	_	+	+	+
8	+	+	+	_	+	_	+	+	+
9	_	_	_	+	_	+	+	+	+
10	+	_	_	+	+	+	+	+	+
11	_	+	_	+	+	_	+	+	+
12	+	+	_	+	_	_	+	+	+
13	_	_	+	+	+	_	+	+	+
14	+	_	+	+	_	_	+	+	+
15	_	+	+	+	_	+	+	+	+
16	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Tabelle 2.2: 2^{5-2} -teilfaktorieller Versuchsplan für die Generatoren E = ABC und F = BCD

$$A \cdot ABCE = BCE, \qquad (2.26)$$

$$A \cdot BCDF = ABCDF, \qquad (2.27)$$

$$A \cdot ADEF = DEF. \tag{2.28}$$

[A] wird also mit [BCE], [ABCDF] und [DEF] vermengt. Genauer gesagt wird bei der Berechnung von einem der beteiligten Effekten nicht der Effekt selbst, sondern die Summe [A] + [BCE] + [ABCDF] + [DEF] berechnet. In diesem Fall kommt es zur Vermengung eines Effektes 1. Ordnung [A] mit Effekten dritter und fünfter Ordnung. Kann die Vermengung eines Effektes *p*-ter Ordnung mit anderen Effekten, die eine kleinere Ordnung als R - p haben, ausgeschlossen werden, dann besitzt der teilfaktorielle Versuchsplan die Auflösung R [29].

Mit Hilfe der defining relations kann die Auflösung des Versuchplanes bestimmt werden. Diese entspricht der Länge der kürzesten defining relation. Bei dem Versuchsplan aus Tabelle 2.2 bestehen alle defining relations aus vier Buchstaben, der Versuchsplan besitzt somit die Auflösung IV.

Auflösungen von teilfaktoriellen Versuchsplänen sind international genormt und können nach [14] wie folgt klassifiziert werden:

- Auflösung III: Haupteffekte werden nicht mit anderen Haupteffekten verwechselt. Haupteffekte könnten jedoch mit Effekten 2. Ordnung vermengt werden. Effekte 2. Ordnung werden auch untereinander vermengt.
- Auflösung IV: Haupteffekte werden weder untereinander noch mit Effekten 2. Ordnung vermengt. Effekte 2. Ordnung könnten miteinander vermengt werden.
- Auflösung V: Weder Haupteffekte noch Effekte 2. Ordnung werden untereinander vermengt. Effekte 2. Ordnung könnten aber mit Effekten 3. Ordnung vermengt werden.

2.2.3 Statistische Versuchsplanung für deterministische Simulationen

Häufig erfordern komplexe Simulationsmodelle hohen Zeit- und Ressourcenaufwand um sie zu lösen. Werden zudem noch etliche Simulationsdurchläufe für die Analyse des Modells benötigt, kann die direkte Verwendung des Modells oft nicht mehr gerechtfertigt werden. Problematisch ist auch die direkte Verwendung von Optimierungsalgorithmen, bei denen die Anzahl der erforderlichen Simulationsdurchläufe zum Finden eines Optimums im Vorhinein nicht abgeschätzt werden kann. Beispielsweise wurden zur Erzeugung der Pareto-Front für die Optimierungsaufgabe aus Unterpunkt 2.3 über 1500 Simulationsdurchläufe benötigt.

Ein möglicher Ausweg ist die Verwendung eines Metamodells, also einem Modell des Modells, dessen Auswertung typischerweise im Millisekundenbereich möglich ist. Für die Erstellung des Metamodelles werden zuerst die zu untersuchenden Modellfaktoren und deren Variationsbereiche festgelegt. Nach der Definition der Ausgangsgrößen kann ein speziell auf deterministische Simulationen angepasster Versuchsplan abgefahren werden, der schließlich die benötigten Daten für das Metamodell liefert. Die Anforderungen an Versuchspläne für deterministische Simulationsmodelle und Versuchspläne für physikalische Experimente sind, wie in [4] erläutert, unterschiedlich. Die Eigenschaften der Experimente sind in Tabelle 2.3 gegenübergestellt.

deterministische Simulation	physikalisches Experiment
deterministisch	stochastisch
keine Messfehler	Messfehler
hohe Faktorenanzahl	geringe Faktorenanzahl
flexible Stufenwahl	eingeschränkte Stufenwahl
einfache Änderung von Faktoren	Änderung von Faktoren oft schwierig oder zeitaufwendig

Tabelle 2.3: Gegenüberstellung deterministische Simulation und physikalisches Experiment nach [14]

Grundsätzlich können zwar auch Versuchspläne, die für physikalische Experimente entwickelt wurden auf Computer-Simulationen angewendet werden, diese können jedoch nicht von deren speziellen Eigenschaften profitieren. Beispielsweise führt eine deterministische Simulation mit unveränderten Faktoren immer zum selben Ergebnis. Die gewählte Versuchsreihenfolge sowie der Zeitpunkt der Durchführung spielt dabei, anders als bei physikalischen Experimenten (Drift, Randomisierung), keine Rolle. Ebenso kann auf Wiederholungsmessungen verzichtet werden [14].

Zudem wird bei der Untersuchung von physikalischen Systemen häufig nur ein kleiner Wertebereich weniger Faktoren betrachtet, der Zusammenhang zwischen Faktoren und Ausgangsgrößen ist dann meist über Polynome niedriger Ordnung beschreibbar. Hingegen können bei Computer-Simulationen, in denen die Änderung der Faktoren praktisch unbeschränkt möglich ist, deutlich größere Wertebereiche, teilweise über den kompletten Betriebsbereich, durchlaufen werden. Es können sich komplexe Zusammenhänge zwischen den Faktoren und Ausgangsgrößen ergeben, die nicht mehr mit Polynomen erster und zweiter Ordnung beschreibbar sind [29].

Einen Überblick über Versuchspläne, die für Computer-Experimente entwickelt wurden, findet man unter anderem in [13]. Viele der Versuchspläne haben es zum Ziel, die Testpunkte im Faktorraum möglichst gleichmäßig zu verteilen und werden deshalb auch als *gleichverteilte Testfelder* (eng. *space-filling designs*) bezeichnet. Der einfachste Weg zur Erzeugung eines gleichverteilten Testfelds ist, die Testpunkte zufällig im Faktorraum zu verteilen. Man spricht dann von *Monte-Carlo-Testfeldern* (eng. *Monte-Carlo-Sampling*). Im Gegensatz zu klassischen Testfeldern, wie z.B. vollfaktoriellen Versuchsplänen, müssen bei diesem Verfahren die Faktorstufen, sowie die Anzahl der Testläufe nicht im Vorhinein festgelegt werden. Die Verteilung der Testpunkte in Monte-Carlo-Testfeldern ist allerdings für die Analyse der Ausgangsgrößen nicht ideal. Genauer gesagt, konvergiert bei der Bestimmung des Erwartungswertes einer Ausgangsgröße mit dem Monte-Carlo-Testfeld der Fehler mit $\frac{1}{\sqrt{N}}$ gegen 0, wobei *N* die Anzahl der Testläufe bezeichnet. Werden die Testpunkte stattdessen zufällig auf einem festgelegten kartesischen Gitter im Faktorraum angeordnet, kann eine Konvergenz des Fehlers von $\frac{1}{N}$ erreicht werden [31].

Um die Nachteile der rein zufälligen Verteilung von Testpunkten beim Monte-Carlo-Testfeld zu überwinden, wurden die sog. *Quasi-Monte-Carlo-Verfahren* entwickelt, bei denen die Verteilung der Testpunkte durch einen deterministischen Algorithmus beeinflusst wird. Im Folgenden wird ausschließlich auf Verfahren eingegangen, die auch in der verwendeten Test-, Optimierungs- und Modellierungsumgebung AVL CAMEO[™] [5] zur Verfügung stehen.

Latin Hypercube

Das Latin Hypercube Design (LHD), auch Latin Hypercube Sampling (LHS) basiert auf der Idee des *Stratified Sampling*, bei dem die Testpunkte nicht zufällig im ganzen Faktorraum, sondern in Teilräumen verteilt werden, siehe [39]. Bei zehn Testpunkten und zwei Teilräumen werden so beispielsweise fünf Testpunkte im ersten und die restlichen fünf im zweiten Teilraum verteilt. Beim LHD werden die Teilräume entsprechend den Faktorstufen gewählt. Wie in Abbildung 2.7a dargestellt, ergeben sich so für zwei Faktoren mit zehn Stufen $10^2 = 100$ Teilräume.



Abbildung 2.7: LHD für zwei Faktoren mit 10 Stufen

Die Besonderheit des LHDs ist, dass jede Hyperebene des Faktorraumes (im zweidimensionalen Fall sind dies die Spalten und Reihen, siehe Abbildung 2.7) mit nur einem Testpunkt besetzt sein darf. Für ein LHD mit n_s Faktorstufen werden somit, unabhängig von der Anzahl der Faktoren, $n_r = n_s$ Testläufe benötigt. Somit werden mit einer geringen Anzahl an Testläufen alle Bereiche der Faktoren durchlaufen. Dies ist vor allem dann ein Vorteil, wenn sich nach der Durchführung der Testläufe herausstellt, dass manche Faktoren keinen oder nur geringen Einfluss auf die Ausgangsgröße haben. In diesem Fall können die Testpunkte auf den Faktor oder die Faktoren mit großem Einfluss projiziert werden, siehe Abbildung 2.7b. Durch das LHD sind nach der Projektion die Testpunkte gleichmäßig verteilt, Pseudowiederholungen können ausgeschlossen werden [23].

LHDs können sehr einfach erzeugt werden. Dazu werden die Faktorstufen und Teilräume gemäß Abbildung 2.7a nummeriert: Der Teilraum in der *i*-ten Stufe von Faktor A und der *j*-ten Stufe von Faktor B wird mit dem Tupel (i, j) bezeichnet. Eine Spalte im Testplan kann dann aus einer zufälligen Permutation der nummerierten Faktorstufen $\{1, 2, ..., 10\}$ erzeugt werden. Somit ergibt sich der Testplan, wie er in Tabelle 2.4 dargestellt ist. Die Faktorwerte ergeben sich schließlich aus der zufälligen Platzierung des Testpunktes im Teilraum des entsprechenden Testlaufes [23].

Faktorstufe A	Faktorstufe B	Teilraum
3	6	(3,6)
6	5	(6,5)
4	1	(4,1)
1	9	(1,9)
9	8	(9,8)
5	7	(5,7)
10	10	(10, 10)
2	4	(2,4)
8	3	(8,3)
7	2	(7,2)
	Faktorstufe A 3 6 4 1 9 5 5 10 2 8 7	Faktorstufe A Faktorstufe B 3 6 6 5 4 1 1 9 9 8 5 7 10 10 2 4 8 3 7 2

Tabelle 2.4: Testplan eins LHDs

Durch die grundlegende Konstruktionsmethode kann ein gleichverteiltes Testfeld nicht garantiert werden. In Abbildung 2.8 sind zwei mögliche LHDs dargestellt. Die Testpunkte aus LHD-2 weisen eine sehr hohe Korrelation bei schlechter Gleichverteilung auf. Um dies zu vermeiden, wird auf weitere Konstruktionsmethoden zurückgegriffen, ein Überblick kann in [14] gefunden werden.



Abbildung 2.8: Zwei theoretisch mögliche LHD Designs nach [14]

Sobol

Die für die Erstellung von Testpunkten verwendete Sobol-Sequenz wurde in [36] für die numerische Auswertung mehrdimensionaler Integrale vorgestellt: Durch einen deterministischen Algorithmus (Quasi-Monte-Carlo) können gleichverteilte Testpunkte *P_i* im *n*-Dimensionalen Einheitswürfel erzeugt werden, mit denen das Integral

$$\int_0^1 \dots \int_0^1 f(x_1, \dots, x_n) d_{x_1} \dots d_{x_n} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f(P_i)$$
(2.29)

näherungsweise gelöst werden kann. Hierbei muss die Anzahl der Testpunkte *N* im Vorhinein nicht festgelegt werden. Die Testpunkte werden nach und nach erzeugt und so platziert, dass die neuen Testpunkte gewissermaßen den bereits vorhandenen Testpunkten "ausweichen", siehe Abbildung 2.9. Die mit Gl.2.29 berechnete Lösung des Integrals kann nach jedem Testpunkt ausgewertet und schließlich abgebrochen werden, sobald ein Konvergenzkriterium erreicht ist.



Abbildung 2.9: Die ersten 1024 Testpunkte einer zweidimensionalen Sobol-Sequenz nach [31]

Das selbe Prinzip findet auch als DoE-Methode Anwendung. Beispielsweise wird in [37] das Verfahren für die modellbasierte Kalibrierung von Dieselmotoren genutzt. Nach einer sinnvollen Anzahl von Testpunkten wird ein neues Modell des Dieselmotors erstellt und bewertet. Ist die Modellgüte ausreichend, wird der Versuch gestoppt. Andernfalls werden die nächsten Testpunkte erzeugt, die dann beim Modell zusätzlich mit eingebunden werden. Die Modellgüte kann so nach und nach erhöht werden.

Zur Erstellung der Sobol-Sequenz muss, wie in [31] erläutert, zuerst ein primitives Polynom *P* beliebiger Ordnung *q* gewählt werden:

$$P = x^{q} + a_{1}x^{q-1}a_{2}x^{q-1} + \dots + a_{q-1}x + 1.$$
(2.30)

Die Polynomkoeffizienten werden dazu verwendet, um die Folgen M_1, M_2, \ldots und V_1, V_2, \ldots zu berechnen,

$$M_i = 2a_1 M_{i-1} \oplus 2^2 a_2 M_{i-2} \oplus \ldots \oplus 2^{q-1} a_{q-1} M_{i-q+1} \oplus (2^q M_{i-q} \oplus M_{i-q}), \quad (2.31)$$

$$V_i = \frac{M_i}{2}, \qquad (2.32)$$

$$i = 1, 2, 3 \dots,$$
 (2.33)

wobei \oplus den bitweise angewendeten XOR Operator bezeichnet. Vor der Anwendung der Operators müssen die Zahlen in Binärform gebracht werden (z.B. $3 \oplus 9 = 0011_2 \oplus 1001_2 = 1010_2 = 10$). Die ersten Zahlen M_1, \ldots, M_q können als beliebige ungerade Zahlen kleiner gleich $2, \ldots, 2^q$ gewählt werden. Aus M_i wird unter Anwendung des Gray Codes $G(\cdot)$ die neue Zahlenfolge G_1, G_2, \ldots berechnet:

$$G_i = G(M_i) = M_i \oplus \lfloor M_i/2 \rfloor.$$
(2.34)

 $\lfloor \cdot \rfloor$ bezeichnet die Abrundungsfunktion. Für jede Zahl G_i der Folge $G_1, G_2, ...$ kann dann die *i*-te Zahl der Sobol-Sequenz S_i berechnet werden. Dazu wird G_i in die Binärform $...g_3g_2g_1$ gebracht (z.B. $G_i = 9 = 1001_2 \Rightarrow g_4 = 1, g_3 = 0, g_2 = 0, g_1 = 1$). S_i kann dann mit

$$S_i = g_1 V_1 \oplus g_2 V_2 \oplus g_3 V_3 \dots$$

berechnet werden. Um mehrdimensionale Sequenzen zu erhalten, wird der Vorgang für unterschiedliche primitive Polynome wiederholt. Jedem Faktor wird ein primitives Polynom zugeordnet, die (zwischen 0 und 1 skalierten) Faktorwerte entsprechen dann der Sobol-Sequenz.

S-Optimal

Ein Nachteil des Sobol-Designs, der sich bei einer geringen Anzahl an Testpunkten ergibt, ist die schlechte Abtastung der Ränder des Faktorraumes. Als Abhilfe kann in AVL CAMEO[™] anstelle des Sobol-Designs ein S-Optimal-Design verwendet werden. In Abbildung 2.10 sind ein Sobol-Design und ein S-Optimal-Design gegenübergestellt. Zusätzlich zur Anzahl der Testpunkte wird beim S-Optimal Design auch die Anzahl der Faktorstufen festgelegt. Werden so viele Testläufe gewählt, wie sie für ein vollfaktorielles Design nötig wären, so entspricht das S-Optimale-Design dem vollfaktoriellen Design. Bei weniger Testläufen werden die Testpunkte nach unterschiedlichen Kriterien optimiert. Durch die Optimierung ist gewährleistet, dass Testpunkte im Faktorraum gleichmäßig ausgebreitet werden [6].



Abbildung 2.10: Vergleich eines S-Optimal-Designs und eines Sobol-Designs mit jeweils 25 Testpunkten

D-Optimal

Das D-Optimal-Design in AVL CAMEO[™] ist für die dem Versuchslauf nachfolgende Modellbildung für Polynome bis zur 6. Ordnung geeignet. Vor der Erstellung des Versuchsplanes wird für jeden Faktor der Grad des Polynoms festgelegt [6].

Dadurch steht auch das Regressionsmodell fest, aus dem sich der Name des Versuchsplanes ableitet. Beispielsweise ergibt sich das Regressionsmodell für die drei Faktoren x_1, x_2, x_3 und jeweils Polynomordnung 1 für die Ausgangsgröße *y* zu:

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_3 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \epsilon.$$
(2.36)

Der Fehler zwischen Modell und Wirklichkeit wird mit ϵ bezeichnet. Unter D-Optimal versteht man nun die Optimierung bzw. die Maximierung der Determinante $|\mathbf{X}^T \mathbf{X}|$

die zur Bestimmung der Regressionskoeffizienten (β_1 , β_2 , β_3 , β_4) benötigt wird. X bezeichnet eine Matrix mit den Faktorwerten x_{ij} , wobei mit i = 1, 2, ... N die Testläufe des Versuchsplans und mit j = 1, 2, 3 die Faktoren nummeriert werden. Das Gleichungssystem zur Bestimmung der Regressionskoeffizienten ergibt sich aus den N Testläufen mit den gemessenen Werten der Ausgangsgröße y_i zu:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \cdot \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon} , \qquad (2.37)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{N1} & x_{N2} & x_{N3} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}_1 \\ \boldsymbol{\epsilon}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\epsilon}_N \end{bmatrix}. \quad (2.38)$$

Mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate werden die Regressionskoeffizienten so berechnet, dass die Summe der quadrierten Fehler $\sum_{i=1}^{N} \epsilon_i^2$ minimiert wird. Dies führt zu:

$$\boldsymbol{\beta} = \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{y}.$$
 (2.39)

Der Vertrauensbereich von β ist indirekt proportional zur Determinante $|\mathbf{X}^T \mathbf{X}|$. Diese ist nur von den Testpunkten abhängig. Werden die Testpunkte so gewählt, dass $|\mathbf{X}^T \mathbf{X}|$ maximiert und somit der Vertrauensbereich minimiert wird, so wird der Versuchsplan als D-Optimal bezeichnet [29].

Durch den hohen maximal möglichen Polynomgrad können mit dem D-Optimalen Versuchsplan auch komplizierte Zusammenhänge modelliert werden. Eine sinnvolle Anwendung des Versuchsplanes ist allerdings nur dann möglich, wenn der Polynomgrad der Ausgangsgrößen bereits vor dem Experiment bekannt ist.

2.2.4 Metamodelle

In AVL CAMEO[™] stehen für gleichverteilte Testfelder zwei Metamodellarten, RNN und FreePolyModel, zur Verfügung. Im Gegensatz zu klassischen Polynomansätzen, muss für das RNN-Modell (Robust Neural Network) vom Anwender kein Vorwissen über den modellierten Zusammenhang bestehen, eine Vorgabe der Modellordnung ist nicht erforderlich. Diese muss für das FreePolymodel bekannt sein, allerdings kann die Signifikanz von Modelltermen bestimmt und die Terme so vollautomatisch aus dem Modell entfernt oder hinzugefügt werden. Beide Modellarten kommen für die Modellierung komplexer, nichtlinearer Zusammenhänge in Frage und sollen im Folgenden kurz erläutert werden.

RNN

Beim RNN-Modell wird der Faktorraum in Teilräume zerlegt. In jedem Teilraum wird ein Polynom $\hat{y}_i(\mathbf{x})$ (Maximaler Polynomgrad = 5) erzeugt, welches den Zusammenhang zwischen der Ausgangsgröße y_i und den Faktoren \mathbf{x} in diesem lokalen Bereich beschreibt. Um das Gesamtmodell \hat{y} zu erhalten, werden die einzelnen Polynome mit einem Gewicht $\Phi_i(\mathbf{x})$ multipliziert und addiert [6]:

$$\hat{y} = \sum_{i} \Phi_i(\mathbf{x}) \hat{y}_i(\mathbf{x}) \,. \tag{2.40}$$

Mit einem neuronalen Netzwerk, das die durchgeführten Testläufe als Trainingsdaten verwendet, können dann die Gewichte und Polynomkoeffizienten bestimmt werden.

FreePolyModel

Ausgangspunkt des FreePolyModel ist ein Regressionsmodell, das iterativ mit Modelltermen erweitert wird. In einem ersten Schritt wird für alle Modellterme, welche sich bereits im Modell befinden, der partielle F-Wert berechnet. Unterschreitet der kleinste F-Wert der Terme einen vorgegebenen Grenzwert, so wird dieser aus dem Modell entfernt. Anschließend wird der partielle F-Wert für alle verbleibenden Terme, die sich noch nicht im Modell befinden, berechnet. Überschreitet der größte Term wiederum einen festgelegten Grenzwert, wird dieser zum Modell hinzugefügt. Der Vorgang wird solange wiederholt, bis kein Term mehr hinzugefügt oder entfernt wird [6].

Gütekriterien

Um die Aussagekraft eines Metamodells zu bewerten, können verschiedene Gütekriterien herangezogen werden. Viele von ihnen basieren auf den quadratischen Summen (eng. *sum of squares, SS*), welche wie folgt definiert sind:

$$SSE = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \hat{y}_i)^2, \qquad (2.41)$$

$$SSR = \sum_{i=1}^{N} (\hat{y}_i - \overline{y})^2$$
, (2.42)

$$SST = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \overline{y})^2$$
. (2.43)

SSE (*Sum of Squares - Error*) ist die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen den *N* gemessenen Werten der Ausgangsgröße y_i und den zugehörigen Modellwerten \hat{y}_i . *SSR* (*Sum of Squares - Regression*) ergibt sich aus der Abweichung zwischen den Modellwerten und dem Mittelwert der Ausgangsgröße $\bar{y} = 1/N\sum_{i=1}^{N} y_i$ und *SST* (*Sum of Squares - Total*) aus der Abweichung zwischen den gemessenen Werten der Ausgangsgröße und deren Mittelwert [29].

Ein oftmals angewendetes Gütekriterium, das Bestimmtheitsmaß R^2 ,

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST},$$
(2.44)

beschreibt den Anteil der Streuung in den Messdaten, die durch das Modell erklärt werden kann. Der R^2 -Wert eines Modells liegt zwischen o und 1, wobei ein Wert von 1 anzustreben ist. Wird ein weiterer Modellterm zu einem bestehenden Modell hinzugefügt, so wird dessen R^2 -Wert erhöht, wobei dadurch die Modellqualität nicht zwangsläufig verbessert wird. Grundsätzlich soll das einfachste Modell (so wenig Modellterme wie möglich, so viele wie nötig) verwendet werden. Je mehr Modellterme, desto höher ist die Gefahr eines Overfits. Dies kann mit dem *angepassten Bestimmtheitsmaß* $R^2_{Adi'}$

$$R_{Adj}^2 = 1 - \frac{SSE}{SSR} \cdot \frac{N-1}{N-p} = 1 - (1-R^2)\frac{N-1}{N-p},$$
(2.45)

berücksichtigt werden. Durch die Einbeziehung der Anzahl der Modellterme p, wird der R_{Adj}^2 -Wert nicht zwangsweise erhöht sobald ein weiterer Term zu einem Modell hinzugefügt wird [29].

Ein weiterer Gütefaktor ist das *Prognose-Bestimmtheitsmaß* R_{Pred}, das aus *PRESS* (*Pre-diction Error Sum of Squares*) berechnet wird:

$$PRESS = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \hat{y}_{i,-i})^2, \qquad (2.46)$$

$$R_{Pred} = 1 - \frac{PRESS}{SST} \,. \tag{2.47}$$

 $\hat{y}_{i,-i}$ ist der Wert des Modells, welches ohne den Datenpunkt y_i erstellt wurde. Somit beschreibt R_{Pred} die Eignung des Modells die Werte der Ausgangsgröße in Bereichen (des Faktorraumes), in denen keine Messungen durchgeführt wurden, vorherzusagen [29].

2.3 Einführendes Beispiel

Als einführendes Beispiel soll der mechanische Zweimassenschwinger aus Abbildung 2.4 betrachtet werden. Das Gesamtsystem kann als lineares Differentialgleichungssystem erster Ordnung

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{z} \tag{2.48}$$

mit

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} x_1 & \dot{x}_1 & x_2 & \dot{x}_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 & \ddot{x}_1 & \dot{x}_2 & \ddot{x}_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(2.49)

und

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(c_1 + c_k)/m_1 & -(d_1 + d_k)/m_1 & c_k/m_1 & d_k/m_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ c_k/m_2 & d_k/m_2 & -(c_k + c_2)/m_2 & -(d_k + d_2)/m_2 \end{bmatrix}$$
(2.50)

beschrieben werden, wobei x_1 und x_2 die Position der Massen, gemessen von der jeweiligen Ruhelage, bezeichnet. Die analytische Lösung der Systemgleichung (monolithische Lösung) kann mit

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{e}^{t\mathbf{A}} \cdot \mathbf{z}(t=0) \tag{2.51}$$

bestimmt werden (e^{X} bezeichnet das Matrixexponential der Matrix X) [3].

Wird der Zweimassenschwinger als gekoppeltes System wie in Abbildung 2.4a betrachtet (Kraft-Weg-Kopplung), ergeben sich die Subsysteme mit

$$\mathbf{z}_1 = \begin{bmatrix} x_1 & \dot{x}_1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
, $\mathbf{z}_2 = \begin{bmatrix} x_2 & \dot{x}_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$, (2.52)

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 & \ddot{x}_1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \qquad \dot{\mathbf{z}}_2 = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 & \ddot{x}_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \qquad (2.53)$$

und den Systemmatrizen

$$\mathbf{A}_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -c_{1}/m_{1} & -d_{1}/m_{1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(c_{2}+c_{k})/m_{2} & -(d_{2}+d_{k})/m_{2} \end{bmatrix}, \quad (2.54)$$

$$\mathbf{B}_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 0\\ 0 & 1/m_{1} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{B}_{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0\\ c_{k}/m_{2} & d_{k}/m_{2} \end{bmatrix}, \qquad (2.55)$$

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \qquad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c_k & d_k \end{bmatrix}, \qquad (2.56)$$

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \qquad \mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -c_k & -d_k \end{bmatrix}, \qquad (2.57)$$

in der Zustandsraumdarstellung zu:

Masse 1:	Masse 2:	
$\dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{z}_1 + \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{u}_1$,	$\dot{\mathbf{z}}_2 = \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{z}_2 + \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{u}_2$,	(2.58)
$\mathbf{y}_1 = \mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{z}_1 + \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{u}_1$	$\mathbf{y}_2 = \mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{z}_2 + \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{u}_2$	(2.59)

Die zwei Subsysteme können mit den Koppelbedingungen $\mathbf{u}_1 = \mathbf{y}_2$ und $\mathbf{u}_2 = \mathbf{y}_1$ gelöst werden. Dazu wurde ein Simulationsprogramm mit mehreren Koppelverfahren in MATLAB[®] erstellt, in welchem die Subsystem analytisch berechnet werden. Die Fehler in den Simulationsergebnissen des gekoppelten Systems, die sich durch den Vergleich mit der monolithischen (exakten) Lösung ergeben, werden somit allein durch das Koppelverfahren bzw. durch die Extrapolation der Koppelsignale hervorgerufen.

Der Fehler ist von den physikalischen Parametern des Zweimassenschwingers (m_1 , m_2 , c_1 , c_2 , d_1 , d_2 , c_k , d_k) und den Parametern der Co-Simulation (Makroschrittweite, Ausführungsreihenfolge, Extrapolationsverfahren, ...) abhängig. Um dies zu verdeutlichen, wurde eine Optimierung der physikalischen Parameter c_1 , c_2 , d_1 , d_2 , c_k , d_k durchgeführt. Als Zielgröße wurde die Ausschwingzeit des Systems t_a sowie die Anzahl der Schwingungen n_s beider Massen gewählt. Die Parameter des Systems sind dann optimal, wenn das System nach einer Auslenkung der Masse m_1 , so schnell wie möglich ausgeschwungen ist, das heißt in die Ruhelage zurückgekehrt ist und dabei so viele Schwingungen wie möglich durchgeführt hat. Das Optimierungsproblem kann mit

$$\min\left(t_a(\mathbf{x}), -n_s(\mathbf{x})\right), \qquad (2.60)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & d_1 & d_2 & c_k & d_k \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(2.61)

angeschrieben werden.

Die zwei Zielgrößen t_a und n_s stehen miteinander in Konflikt: Ab einem gewissen Punkt kann die eine Zielgröße nur noch dann verbessert werden, wenn für die andere eine Verschlechterung hingenommen wird. Das Ergebnis der Optimierung kann somit als eine Pareto-Front, wie sie in Abbildung 2.11a für unterschiedliche Simulationseinstellungen dargestellt ist, abgebildet werden.



Abbildung 2.11: Ergebnis der Optimierung

Wie in der Abbildung ersichtlich, weichen die Pareto-Fronten der unterschiedlichen Co-Simulations-Parameter voneinander ab. Zudem gibt es Bereiche, in denen die Wahl der Co-Simulations-Parameter als nebensächlich erscheint: Die Pareto-Fronten für Schwingungsanzahlen < 100 stimmen gut miteinander überein. Darüber hinaus weicht die mit der ZOH-Extrapolation ermittelte Front stark von der monolithischen Lösung ab. In Abbildung 2.11b ist das Simulationsergebnis (Position der Masse m_1) des in 2.11a markierten Punktes dargestellt.

Werden die Ergebnisse auf einen realen Optimierungsprozess umgelegt, so können mit einer schlechten Konfiguration der Co-Simulationsparameter falsche Aussagen über den zu optimierenden Prozess oder das zu optimierende Produkt gezogen werden. Inwiefern sich die Variation der physikalischen Parameter und die Parameter der Co-Simulation auf die Ergebnisqualität einer Gesamtfahrzeugsimulation auswirkt, soll in den anschließenden Kapiteln untersucht werden.

3 Robustheit bezüglich Parametervariation – einfaches Fahrzeugmodell

In diesem Kapitel wird die Robustheit der Co-Simulation bezüglich der Variation einiger Fahrzeugparameter untersucht. Es stellen sich folgende Fragen:

- Welche Fahrzeugparameter haben einen starken Einfluss auf die Qualität des Simulationsergebnisses?
- Welche Fahrzeugparameter haben keinen Einfluss und können ohne Bedenken variiert werden?
- Wie ändert sich der Einfluss der Fahrzeugparameter für unterschiedliche Co-Simulations-Parameter?

Um diese Fragen zu beantworten wurde eine Simulationsstudie durchgeführt. Der Aufbau des dazu verwendeten Fahrzeugmodells wird in Unterpunkt 3.2, die Parameter des Modells sowie der Co-Simulation in Unterpunkt 3.1 behandelt. Die Auswertung der Ergebnisse befindet sich in Unterpunkt 3.4.

3.1 Parameter

Die Fahrzeugparameter, die im Rahmen der Untersuchung variiert wurden, sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Zur klareren Darstellung der Ergebnisse, werden die Fahrzeugparameter im weiteren Verlauf der Arbeit mit den in der Tabelle angeführten Abkürzungen bezeichnet. Um die Variation der Fahrzeugparameter für unterschiedliche Co-Simulations-Parameter zu untersuchen, wurde die Koppelschrittweite in drei Stufen,

> Stufe 1: $dT = 5 \times 10^{-4}$ s = Mikroschrittweite der Subsysteme Stufe 2: $dT = 1 \times 10^{-3}$ s Stufe 3: $dT = 2 \times 10^{-3}$ s

variiert. Für jede Stufe wurde eine Simulationsstudie mit einem 2^{11–3}-teilfaktoriellen Versuchsplan durchgeführt. Gegenüber einem vollfaktoriellen Versuchsplan konnte

mit dem teilfaktoriellen Versuchsplan die Simulationszeit und der Speicherplatzbedarf, der für den vollfaktoriellen Versuchsplan mit ca. 3 TB abgeschätzt wurde, auf ein Achtel reduziert werden. Der Versuchsplan besitzt die Auflösung VI, somit können die Haupteffekte und Effekte 2. Ordnung ohne Vermengung bestimmt werden. Für die Konstruktion des Versuchsplanes wurde die Matlab-Funktion *fracfactgen*, die unter Anwendung Franklin-Bailey Algorithmus den kürzesten Versuchsplan bei vorgegebener Auflösung und Faktoranzahl ermittelt, verwendet [26]. Der so generierte Versuchsplan besteht aus 256 Testläufen. Die acht Faktoren *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H* bilden ein vollfaktorielles Design, die restlichen drei Faktoren \hat{I} , *J*, *K* wurden mit den Generatoren

$$\hat{I} = BCDEFGH, \qquad (3.1)$$

$$J = AEFGH, (3.2)$$

$$K = ACDGH, \qquad (3.3)$$

berechnet. (Um eine Verwechslung mit der Einheitsspalte I zu vermeiden, wird der neunte Faktor mit \hat{I} bezeichnet.)

Boschroibung	Abkürzung	W	ert	Finhoit
	ADKUIZUIIg	_	+	Linien
Gesamtmasse des Fahrzeuges	mass	1500	2000	kg
Steifigkeit der Welle zw. VKM und Wandler	cENG	250	1250	Nm/rad
Steifigkeit der Welle zw. E-Maschine und Wandler	сМОТ	250	1250	Nm/rad
Reifenschlupf	slip	aktiviert	deaktiviert	_
Referenzgeschwindigkeit der Wandlerkennlinie	ТС	1000	2000	rpm
Übersetzungsverhältnis Stirnradstufe	TR	3	4	_
SOC Betriebsbereich	SOC	$SOC_{min} = 25$ $SOC_{max} = 75$	$SOC_{min} = 40$ $SOC_{max} = 60$	%
Minimale Betriebszeit der VKM, bevor auf Gleiten umge- schaltet werden darf	delay	1	5	S
Maximale Betriebstemperatur der Batterie	temp	40	60	°C
Leistung der VKM	ENG	90	120	kW
Leistung der E-Maschine	MOT	12	18	kW

Tabelle 3.1: Werte der variierten Fahrzeugparameter

3.2 Modellaufbau

Das Fahrzeugmodell wurde als monolithisches Modell in AVL CRUISE™ [11] erstellt und für die Co-Simulation in die vier Subsysteme

- VEH: Antriebsstrang, Fahrzeugdynamik und Fahrer
- ENG: Verbrennungskraftmaschine (VKM)
- MOT: E-Maschine und Batterie
- CTL: Hybridcontroller

zerlegt, die jeweils in einer eigenen AVL CRUISE Instanz mit den in Unterpunkt 3.3 spezifizierten Einstellungen simuliert wurden. Die Koppelsignale der Subsysteme sind in Tabelle 3.2 und Tabelle 3.3 aufgelistet. In der Tabelle wird zwischen diskreten und stetigen Signalen unterschieden. Als diskret werden in dieser Arbeit unstetige Signale, wie beispielsweise das Gangsignal, welches nur die Werte 0, 1, 2, 3, 4, 5 annehmen kann, bezeichnet. Zur Beschreibung der Topologie der Co-Simulation wurden die Eingangs- und Ausgangssignale im Vektor $\mathbf{u} = [u_{11}, u_{12}, \dots, u_{49}, u_{410}]^{T}$ und $\mathbf{y} = [y_{11}, y_{12}, \dots, u_{45}, u_{46}]^{T}$ zusammengefasst. Die Signale der Subsysteme wurden gemäß dem Koppelgesetz $\mathbf{u} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{y}$ verbunden (für L siehe Gleichung A.3). Im folgenden Abschnitt soll auf den Aufbau und die Parametrierung der einzelnen Subsysteme eingegangen werden.

3.2.1 Antriebsstrang, Fahrzeugdynamik und Fahrer - VEH

In Abbildung 3.1 ist der Aufbau des Subsystems schematisch dargestellt. Es besteht aus einem Fahrermodell, einem Antriebsstrangmodell und einem Fahrzeugdynamikmodell. Um das Antriebsstrangmodell besser beschreiben zu können, wurde dieses wie abgebildet in mehrere Teilsysteme zerlegt.



Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Subsystems VEH

Subsystem	Eingänge	Einheit	Тур	ID
	Lastsignal	_	stetig	u ₁₁
	Drehmoment	Nm	stetig	u ₁₂
ENG	Startschalter	—	diskret	u ₁₃
	eingelegter Gang	—	diskret	u ₁₄
	Strategie-Betriebsmodus	—	diskret	u ₁₅
	Drehzahl der VKM	rpm	stetig	u ₂₁
	Drehzahl der E-Maschine	rpm	stetig	u ₂₂
VEH	korrigierter Bremsdruck	bar	stetig	u ₂₃
V LT I	gewählter Gang	—	diskret	u ₂₄
	VKM-Betriebsmodus	—	diskret	u ₂₅
	Lastsignal	—	stetig	u ₃₁
MOT	Drehmoment	Nm	stetig	u ₃₂
	Umgebungstemperatur	C°	stetig	u ₃₃
	Drehzahl der VKM	rpm	stetig	u ₄₁
	Drehzahl des E-Motors	rpm	stetig	u ₄₂
	zyklusgemitteltes Dreh- moment der VKM	Nm	stetig	u ₄₃
CTL	Ladezustand der Batterie	%	stetig	u ₄₄
	Batterietemperatur	C°	stetig	u ₄₅
	Fahrzeuggeschwindigkeit	km/h	stetig	u ₄₆
	gewünschter Bremsdruck	bar	stetig	u ₄₇
	Lastsignal des Fahrers	—	stetig	u ₄₈
	gewünschter Gang	—	diskret	u ₄₉
	eingelegter Gang	—	diskret	u ₄₁₀

Tabelle 3.2: Eingänge der Subsysteme. u_{14} und u_{15} sind nur im detaillierten Fahrzeugmodell vorhanden.

Subsystem	Ausgänge	Einheit	Тур	ID
	Drehzahl	rpm	stetig	y ₁₁ , y ₁₂
ENG	Zyklusgemitteltes Dreh- moment	Nm	stetig	Y 13
	VKM-Betriebsmodus	—	diskret	y 14
	Drehmoment der VKM	Nm	stetig	Y21
	Drehmoment des E- Motors	Nm	stetig	Y 22
VEH	Fahrzeuggeschwindigkeit	km/h	stetig	Y23
V L1 I	gewünschter Bremsdruck	bar	stetig	Y24
	Umgebungstemperatur	C°	stetig	Y 25
	Lastsignal des Fahrers	_	stetig	Y26
	gewünschter Gang	_	diskret	Y27
	eingelegter Gang	_	diskret	y28, y29
	Drehzahl	rpm	stetig	y31, y32
MOT	Ladezustand der Batterie	%	stetig	Y33
	Batterietemperatur	C°	stetig	Y34
	Lastsignal der VKM	_	stetig	Y41
	Lastsignal der E-		statio	V 10
CTL	Maschine		stetig	y 42
	Bremsdruck	bar	stetig	Y43
	Startschalter		diskret	y44
	gewählter Gang	_	diskret	Y45
	Strategie-Betriebsmodus		diskret	Y46

Tabelle 3.3: Ausgänge der Subsysteme. y₂₉ und y₄₆ sind nur im detaillierten Fahrzeugmodell vorhanden. Ist ein Ausgang mit mehreren Eingängen verbunden, so besitzt dieser mehrere IDs und jeder Eingang kann genau einer ID zugeordnet werden.

Elastische Welle

Die zwei Wellen (zwischen VKM und Drehmomentwandler = Welle-1, zwischen E-Maschine und Drehmomentwandler = Welle-2) bilden die mechanische Schnittstelle des Subsystems. Die Winkelgeschwindigkeit an der Eingangsseite wird durch die Koppelsignale $\dot{\phi}_{S,in,1} = u_{21}$ (Welle-1) und $\dot{\phi}_{S,in,2} = u_{22}$ (Welle-2) vorgegeben. Die Drehmomente $M_{S,1}$ und $M_{S,2}$ werden jeweils mit dem linear-elastischen Modell

$$\varphi_{S,diff} = \varphi_{S,in} - \varphi_{S,out}, \qquad (3.4)$$

$$\dot{\varphi}_{S,diff} = \dot{\varphi}_{S,in} - \dot{\varphi}_{S,out}, \qquad (3.5)$$

$$M_S = C_S \cdot \varphi_{S,diff} + d_S \cdot \dot{\varphi}_{S,diff} \tag{3.6}$$

berechnet und dienen als Ausgangssignale: $M_{S,1} = y_{21}$ (Welle-1), $M_{S,2} = y_{22}$ (Welle-2)

Formelzeichen	Wert Welle-1	Wert Welle-2	Einheit	Beschreibung
C_S	cENG	<i>сМОТ</i>	$N m rad^{-1}$	Federkonstante
d_S	10	0	$N m s rad^{-1}$	Dämpferkonstante

Tabelle 3.4: Parameter der elastischen Welle. Die Parameter cENG und cMOT werden variiert.

Drehmomentwandler

Zur Berechnung des übertragenen Drehmomentes wird das Drehzahlverhältnis ν_T zwischen dem von den Motoren angetriebenen Pumpenrad $\dot{\varphi}_{T,pump}$ und mit dem Getriebe verbundenen Turbinenrad $\dot{\varphi}_{T,turb}$ berechnet:

$$\nu_T = \frac{\varphi_{T,turb}}{\dot{\varphi}_{T,pump}}.$$
(3.7)

Das Drehmoment am Pumpenrad kann als Funktion des Drehzahlverhältnisses in Abbildung 3.2 abgelesen werden. Die Kennlinien werden typischerweise bei einer Messung mit konstanter Pumpenraddrehzahl $\dot{\phi}_{T,pump,ref}$ ermittelt. Für davon abweichende Drehzahlen, wird das Drehmoment am Pumpenrad $M_{T,pump}$ mit Gleichung 3.8 korrigiert. Durch Erhöhung von $\dot{\phi}_{T,pump,ref}$ kann somit ein weicher, durch Erniedrigung ein harter Wandler modelliert werden, siehe [18]:

$$M_{T,pump} = \left(\frac{\dot{\varphi}_{T,pump}}{\dot{\varphi}_{T,pump,ref}}\right)^2 \cdot M_{T,pump,ref}(\nu_T), \qquad (3.8)$$

$$M_{T,turb} = M_{T,pump} \cdot i_T(\nu_T).$$
(3.9)



Abbildung 3.2: Wandlerkennlinien

Formelzeichen	Wert	Einheit	Beschreibung
i_T	Siehe Ab-	_	Drehmomentenverhältnis aus Messung
$M_{T,pump,ref}$	bildung 3.2	Nm	Drehmoment am Pumpenrad aus Messung
$\dot{arphi}_{T,pump,ref}$	TC	rad/s	gewählte Pumpenraddrehzahl bei Messung

Tabelle 3.5: Parameter des Drehmomentwandlers. Der Parameter TC wird variiert.

Getriebe

Die Winkelgeschwindigkeiten der Eingangswelle $\dot{\phi}_{G,in}$ und der Ausgangswelle $\dot{\phi}_{G,out}$ sind durch die kinematische Beziehung

$$\dot{\varphi}_{G,out} = \frac{\dot{\varphi}_{G,in}}{i_G(N)} \tag{3.10}$$

verknüpft.

Die Berechnung des Drehmoments an der Eingangswelle $M_{G,in}$ und der Ausgangswelle $M_{G,out}$ erfolgt mit dem Drallsatz

$$M_{G,out} = \begin{cases} i_G(N) \cdot \left(M_{G,in} \cdot \eta_G - \ddot{\varphi}_{G,in} \cdot \left(\Theta_{G,in} + \frac{\Theta_{G,out}}{i_G(N)^2} \right) \right) & \text{für } \dot{\varphi}_{G,in} \cdot M_{G,in} \ge 0\\ i_G(N) \cdot \left(M_{G,in} \cdot \frac{1}{\eta_G} - \ddot{\varphi}_{G,in} \cdot \left(\Theta_{G,in} + \frac{\Theta_{G,out}}{i_G(N)^2} \right) \right) & \text{für } \dot{\varphi}_{G,in} \cdot M_{G,in} < 0 \end{cases}$$

$$(3.11)$$

bei Berücksichtigung des Wirkungsgrades muss zwischen treibender und getriebener Eingangswelle unterschieden werden.

Formelzeichen	Wert	Einheit	Beschreibung
i _G	siehe Tabelle 3.7	_	Übersetzungsverhältnis
η_G	0.95	_	Wirkungsgrad
$\Theta_{G,in}$	0.0015	kgm ²	Auf Antriebswelle reduzierte Trägheitsmomente
$\Theta_{G,out}$	0.005	kgm ²	Auf Abtriebswelle reduzierte Trägheitsmomente

Tabelle 3.6: Parameter des Getriebes

Gang N: 1	2	3	4	5
Übersetzungsverhältnis i_G : 3.62	2.22	1.52	1.08	0.85

Tabelle 3.7: Übersetzungsverhältnisse des Getriebes

Die Gangwahl erfolgt, in Abhängigkeit von der Gaspedalstellung und der Eingangsdrehzahl des Getriebes, anhand von Kennfeldern, wie sie in Abbildung 3.3 abgebildet sind. Der durch die Kennfelder ermittelte gewünschte Gang (y_{27}) sowie der momentan eingelegte Gang (y_{28}) wird als Koppelgröße an das Subsystem CTL übergeben. Die Entscheidung über einen Gangwechsel wird in CTL getroffen und als Koppelsignal (u_{24}) zurück an VEH übergeben.

Stirnradstufe

Die Modellierung der Stirnradstufe erfolgt mit dem konstanten Übersetzungsverhältnis i_S , analog zum Getriebe mit der kinematischen Beziehung

$$\dot{\varphi}_{S,out} = \frac{\dot{\varphi}_{S,in}}{i_S}, \qquad (3.12)$$



Abbildung 3.3: Kennfelder für den Gangwechsel

wobei $\dot{\phi}_{S,in}$ die Winkelgeschwindigkeit der Eingangswelle und $\dot{\phi}_{S,out}$ die Winkelgeschwindigkeit der Ausgangswelle bezeichnet. Mit dem Drallsatz

$$M_{S,out} = \begin{cases} i_{S} \cdot \left(M_{S,in} \cdot \eta_{S} - \ddot{\varphi}_{S,in} \cdot \left(\Theta_{S,in} + \frac{\Theta_{S,out}}{i_{S}^{2}} \right) \right) & \text{für } \dot{\varphi}_{in} \cdot M_{S,in} \ge 0 \\ i_{S} \cdot \left(M_{S,in} \cdot \frac{1}{\eta_{S}} - \ddot{\varphi}_{S,in} \cdot \left(\Theta_{S,in} + \frac{\Theta_{S,out}}{i_{S}^{2}} \right) \right) & \text{für } \dot{\varphi}_{in} \cdot M_{S,in} < 0 \end{cases}$$
(3.13)

werden die an Ein- und Ausgangswelle anliegenden Drehmomente $M_{S,in}$ und $M_{S,out}$ berechnet.

Formelzeichen	Wert	Einheit	Beschreibung
is	TR	_	Übersetzungsverhältnis
η_S	0.97	_	Wirkungsgrad
$\Theta_{S,in}$	0.008	kgm ²	Auf Antriebswelle reduzierte Trägheitsmomente
$\Theta_{S,out}$	0.015	kgm ²	Auf Abtriebswelle reduzierte Trägheitsmomente

Tabelle 3.8: Parameter der Stirnradstufe. Der Parameter TR wird variiert.

Differential

Durch das Differential wird das Antriebsmoment auf die Vorderräder aufgeteilt. Die Berechnung der Momente an der Antriebsseite $M_{D,in}$ sowie an den zwei Abtriebsseiten $M_{D,out,1}$ und $M_{D,out,2}$ erfolgt unter Anwendung der Drallsätze

$$\ddot{\varphi}_{D,out,1} \cdot \Theta_{D,out,1} = M_{D,out,1} + \frac{1}{2} \left(M_{D,in} - \ddot{\varphi}_{D,in} \cdot \Theta_{D,in} \right) , \qquad (3.14)$$

$$\ddot{\varphi}_{D,out,2} \cdot \Theta_{D,out,2} = M_{D,out,2} + \frac{1}{2} \left(M_{D,in} - \ddot{\varphi}_{D,in} \cdot \Theta_{D,in} \right)$$
(3.15)

sowie der kinematischen Beziehung

$$\dot{\varphi}_{D,in} = \frac{1}{2} (\dot{\varphi}_{D,out,1} + \dot{\varphi}_{D,out,2}), \qquad (3.16)$$

wobei $\dot{\phi}_{D,in}$ die Winkelgeschwindigkeit der Antriebsseite und $\dot{\phi}_{D,out,1}$ sowie $\dot{\phi}_{D,out,2}$ die Winkelgeschwindigkeiten der zwei Abtriebsseiten bezeichnen.

Formelzeichen	Wert	Einheit	Beschreibung
$\Theta_{D,in} \\ \Theta_{D,out,1} \\ \Theta_{D,out,2}$	0.02	kgm ²	Auf Antriebswelle reduzierte Trägheitsmomente
	0.02	kgm ²	Auf die linke Abtriebswelle reduzierte Trägheitsmomente
	0.02	kgm ²	Auf die rechte Abtriebswelle reduzierte Trägheitsmomente

Tabelle 3.9: Parameter des Differentials

Bremse

Die Bremse wird mit dem Drallsatz

$$\ddot{\varphi}_B \cdot \Theta_B = M_{B,in} + M_{B,out} + M_{B,disc} \tag{3.17}$$

berechnet, wobei $\dot{\phi}_B$ die Winkelgeschwindigkeit der Bremsscheibe, $M_{B,disc}$ das Bremsmoment sowie $M_{B,in}$ und $M_{B,out}$ das an der An- und Abtriebsseite anliegende Drehmoment bezeichnen. Das Bremsmoment berechnet sich mit

$$M_{B,disc} = -\operatorname{sgn}(\dot{\varphi}_B) \cdot 2 \cdot p_B \cdot A_B \cdot \eta_B \cdot \mu_B \cdot r_B \cdot c_B \tag{3.18}$$

aus dem Bremsdruck p_B , der als Koppelgröße (u_{23}) an das System übergeben wird.

Formelzeichen	Wert vorne	Wert hinten	Einheit	Beschreibung
A_B	1700	400	mm ²	Bremskolbenfläche
CB	1	2.7	—	spezifischer Bremsfaktor
η_B	0.99	0.98	—	Wirkungsgrad
r_B	110	95	mm	Effektiver Reibradius
μ_B	0.22	0.22	—	Reibkoeffizient
Θ_B	0.04	0.04	kgm ²	Trägheitsmoment

Tabelle 3.10: Parameter der Bremse

Rad



Abbildung 3.4: Kräfte und Momente am Rad

In Abbildung 3.4 ist das freigeschnittene Rad mit den darauf wirkenden Kräften und Momenten dargestellt. Der Drallsatz für die Winkelbeschleunigung des Rades $\ddot{\varphi}_W$ ergibt sich zu:

$$\ddot{\varphi}_{W} \cdot \Theta_{W} = M_{W,in} - M_{W,roll} - r_{W,dyn} \cdot F_{W,slip} \,. \tag{3.19}$$

Mit dem Impulssatz in horizontaler Richtung, unter Vernachlässigung der Reifenmasse, kann die das Fahrzeug beschleunigende Kraft $F_{W,h}$ mit

$$F_{W,h} = F_{W,slip} \tag{3.20}$$

beschrieben werden. Ohne Reifenschlupf gilt der Kinematische Zusammenhang

$$\dot{\varphi}_W = \frac{v_V}{r_{W,dyn}} \tag{3.21}$$

und die Radumgangskraft $F_{W,slip}$ kann aus dem Drallsatz in Gleichung (3.19) berechnet werden. Für $F_{W,h}$ folgt:

$$F_{W,h} = \frac{M_{W,in} - M_{W,roll} - \ddot{\varphi}_W \cdot \Theta_W}{r_{w,dyn}},$$

$$= \frac{M_{W,in} - M_{W,roll} - \frac{\dot{v}_V}{r_{W,dyn}} \cdot \Theta_W}{r_{w,dyn}}.$$
(3.22)

Das Rollwiderstandsmoment M_{W,roll} ist dabei durch die Beziehung

$$M_{W,roll} = F_{W_n} \cdot c_{W,r}(v_V) \cdot r_{W,dyn}$$
(3.23)

von der Fahrzeuggeschwindigkeit v_V abhängig. Wird der Reifenschlupf berücksichtigt, ergibt sich pro Rad ein zusätzlicher Freiheitsgrad, da zwischen dem Reifen und der Fahrbahn eine Relativbewegung stattfinden kann. Die Umfangskraft am Reifen $F_{W,slip}$ wird dann als Funktion des Reifenschlupfes berechnet. Die Berechnung des Reifenschlupfes s_W erfolgt mit

$$s_W = \frac{\dot{\varphi}_{W,in} \cdot r_{W,dyn} - v_V}{v_{W,ref}}$$
(3.24)

und der Referenzgeschwindigkeit $v_{W,ref}$,

$$v_{W,ref} = \sqrt{\frac{0.05}{s_{W,max}} + |v_V| + |\dot{\varphi}_{W,in} \cdot r_{W,dyn} - v_V|} \,. \tag{3.25}$$

Mit dem Reifenschlupf s_W , und dem Schlupfkorrekturfaktor C_W ,

$$C_W = \sin\left(C_{W,coeff1} \cdot \arctan\left(C_{W,coeff2} \cdot s_W\right)\right), \qquad (3.26)$$

kann dann die Umfangskraft am Reifen F_{W,slip},

$$F_{W,slip} = F_{W_n} \cdot C_W \cdot \mu_{W,tire} \cdot \mu_{u,road} , \qquad (3.27)$$

berechnet werden.



Abbildung 3.5: Schlupfkorrekturfaktor C_W als Funktion des Reifenschlupfes s_W



Abbildung 3.6: Rollwiderstandsbeiwert $C_{W,r}$ als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit v_V

Abbildung 3.5 zeigt den	Zusammenhang zwischen	Reifenschlupf und	Schlupfkorre-
kurfaktor. In Abbildung	3.6 ist der Rollwiderstands	beiwert dargestellt.	-

Formelzeichen	Wert	Einheit	Beschreibung
$C_{W,r}$	siehe Abbildung 3.6	_	Rollwiderstandsbeiwert
$S_{W,max}$	0.15	—	Schlupf bei maximaler Traktion
$C_{W,coeff1}$	1.5064	—	Schlupfkoeffizient
$C_{W,coeff2}$	11.4299	_	Schlupfkoeffizient
$\mu_{W,tire}$	0.95	_	Reibkoeffizient Rad-Straße
Θ_W	1.1	kgm ²	Trägheitsmoment des Rades
r _{W,dyn}	0.308	m	Dynamischer Rollradius

Tabelle 3.11: Parameter des Rades

Fahrzeugdynamik

Das Fahrzeug wird als zweidimensionaler Körper, ohne die Berücksichtigung von lateralen Kräften, modelliert. Die Achslasten können aus den Drallsätzen um den vorderen und hinteren Kontaktpunkt zwischen Rad und Straße gewonnen werden. Im verwendeten Modell geschieht dies unter Vernachlässigung von

- den Antriebs- bzw. Bremsmomenten an den Rädern
- den Radmassen
- der Änderungsrate der Fahrbahnsteigung
- der Fahrzeugbeschleunigung normal zur Fahrbahn (keine Stoßdämpfer)



Abbildung 3.7: Kräfte am Fahrzeug

Somit ergeben sich die Lasten der Vorderachse $F_{V,ax,f}$ und Hinterachse $F_{V,ax,r}$ mit den in Abbildung 3.7 dargestellten Kräften und Abmessungen zu

$$F_{V,ax,f} = m_V \cdot \left[\left(1 - \frac{l_{V,cog}}{l_{V,fr}} \right) \cdot g \cdot \cos \alpha_U - \frac{h_V}{l_{V,fr}} \cdot (\dot{v}_V + g \cdot \sin \alpha_U) \right] - F_{V,lift,f}, \quad (3.28)$$

$$F_{V,ax,r} = m_V \cdot \left[\frac{l_{V,cog} \cdot g \cdot \cos \alpha_U}{l_{V,fr}} + \frac{h_{V,cog}}{l_{V,fr}} \cdot (\dot{v}_V + g \cdot \sin \alpha_U) \right] - F_{V,lift,r}, \quad (3.29)$$

wobei v_V (= y_{23}) die Fahrzeuggeschwindigkeit und α_U den Steigungswinkel der Fahrbahn bezeichnet. Die Fahrzeugmasse m_V wird als Parameter variiert. Weiters werden die aerodynamische Auftriebskräfte für Vorderachse $F_{V,lift,f}$ und Hinterachse $F_{V,lift,r}$ mit den Gleichungen

$$F_{V,lift,f} = \frac{1}{2} \cdot c_{l,f} \cdot A_V \cdot \rho_{U,air} \cdot v_V^2, \qquad (3.30)$$

$$F_{V,lift,r} = \frac{1}{2} \cdot c_{l,r} \cdot A_V \cdot \rho_{U,air} \cdot v_V^2$$
(3.31)

beschrieben und im Modell berücksichtigt. Die Achslasten werden in gleichen Teilen auf die Räder aufgeteilt, wodurch sich die dynamischen Radlasten für die Vorderräder $F_{W_n,f}$ und Hinterräder $F_{W_n,r}$,

$$F_{W_n,f} = \frac{F_{V,ax,f}}{2},$$
 (3.32)

$$F_{W_n,r} = \frac{F_{V,ax,r}}{2}$$
(3.33)

ergeben. Auf das Fahrzeug wirken Widerstandskräfte, die durch den Luftwiderstand $F_{V,air}$ und die Steigung $F_{V,incl}$ der Straße hervorgerufen werden. Diese werden durch die Gleichungen

$$F_{V,air} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A_V \cdot \rho_{U,air} \cdot v_V^2, \qquad (3.34)$$

$$F_{V,incl} = \overline{m}_V \cdot g \cdot \sin \alpha_U \tag{3.35}$$

berechnet und gemeinsam mit den Vortriebs- und Bremskräften an den Vorderrädern $F_{W,h,r}$, und Hinterrädern $F_{W,h,r}$, in einer Kraft F_V ,

$$F_V = 2F_{W,h,f} + 2F_{W,h,b} - F_{V,air} - F_{V,incl}, \qquad (3.36)$$

zusammengefasst. Somit kann der Impulssatz für die Bewegungsrichtung des Fahrzeuges als

$$\dot{v}_V \cdot m_V = F_V \tag{3.37}$$

geschrieben werden.

Formelzeichen	Wert	Einheit	Beschreibung
m_V	mass	kg	Fahrzeugmasse
$l_{V,cog}$	1099	mm	Horizontalabstand Vorderrad-Schwerpunkt
$l_{V,fr}$	2690	mm	Radstand
$h_{V,cog}$	540	mm	Vertikalabstand Straße-Schwerpunkt
A_V	2.15	m ²	Projizierte Stirnfläche des Fahrzeuges
$ ho_{U,air}$	1.19	kg/m ³	Dichte der Umgebungsluft
$T_{U,amb}$	20	°C	Umgebungstemperatur
$C_{l,f}$	0.02	—	Auftriebsbeiwert vorne
$C_{l,r}$	0.015	_	Auftriebsbeiwert
C_w	0.3	_	Auftriebsbeiwert

Tabelle 3.12: Parameter der Fahrzeugdynamik. Der Parameter mass wird variiert.

Fahrer

Die Brems- und Gaspedalstellung des Fahrers folgt dem Regelgesetz

$$\dot{\alpha}_D = (I_D \cdot (v_{V,t} - v_V) + P_D \cdot (\dot{v}_{V,t} - \dot{v}_V))(1 - (1 - k_{D,1}) \cdot k_{D,2}), \qquad (3.38)$$

$$-1 \le \alpha_D \le 1, \tag{3.39}$$

wobei $v_{V,t}$ die aus dem WLTP-Zyklus vorgegebene Sollgeschwindigkeit bezeichnet, siehe Abbildung 3.8.

Ist $\alpha_D \ge 0$, so ergibt sich die Gaspedalstellung bzw. das Lastsignal $\alpha_{D,ls}$ (= y_{26}) aus

$$\alpha_{D,ls} = \alpha_D \,, \tag{3.40}$$

wobei das Bremspedal nicht betätigt wird. Für $\alpha_D < 0$ wird der Bremsdruck p_B (= y_{24}) mit

$$p_B = -k_{D,b} \cdot \alpha_D \tag{3.41}$$

berechnet. In diesem Bereich wird das Gaspedal nicht betätigt. Der Beiwert $k_{D,2}$ ist abhängig von der aus der Sollgeschwindigkeit abgeleiteten Fahrzeugbeschleunigung und ergibt sich aus:

$$k_{D,2} = \begin{cases} 0 & \text{für } \dot{v}_{V,t} \le 0\\ 1 & \text{für } \dot{v}_{V,t} > 0 \end{cases}$$
(3.42)



Abbildung 3.8: Vorgegebene Sollgeschwindigkeit aus dem WLTP-Zyklus (Sekunde 136 bis 336)

Formelzeichen	Wert	Einheit	Beschreibung
P_D	1.6	s/m	Proportionalanteil des Reglers
I_D	0.6	1/m	Integralanteil des Reglers
$k_{D,1}$	0.1	—	Beiwert
$k_{D,B}$	180	bar	Beiwert

Tabelle 3.13: Parameter des Fahrermodells

3.2.2 Verbrennungskraftmaschine - ENG

Das von der VKM erzeugte Drehmoment wird mit Hilfe von vorgegebenen Kennfeldern ermittelt. In Abbildung 3.9a sind das maximale Drehmoment $M_{E,vk}$ und das Schleppmoment $M_{E,sk}$ als Funktion der Motordrehzahl $\dot{\varphi}_E$ (= y_{11}) für die zwei verwendeten Parameterkonfigurationen dargestellt. Daraus wird das Drehmoment M_E als Funktion des Lastsignales α_E (= u_{11}) mit

$$M_E = M_{E,sk} + (M_{E,vk} - M_{E,sk}) \cdot \alpha_E \tag{3.43}$$

berechnet. Mit dem von außen einwirkenden Drehmoment $M_{E,in}$ (= u_{12}) und dem Trägheitsmoment $\Theta_E = 0.14 \text{ kgm}^2$ kann die Motordrehzahl $\dot{\varphi}_E$ mit dem Drallsatz

$$\Theta_E \cdot \ddot{\varphi}_E = M_E - M_{E,in} \tag{3.44}$$

ermittelt werden. Der Kraftstoffverbrauch wird mit dem Kennfeld aus Abbildung 3.9b ermittelt. Dazu wird der effektive Mitteldruck $p_{E,eff}$,

$$p_{E,eff} = \frac{2\pi \cdot M_E}{V_{E,h}},\tag{3.45}$$

berechnet, wobei $V_{E,h}$ den Hubraum des Motors bezeichnet.





(b) Kennfeld zur Ermittlung des Kraftstoffverbrauches für unterschiedliche Drehzahlen (850 rpm bis 6000 rpm)

Abbildung 3.9: Kennfelder der VKM

Die Drehmomentkennlinie wird durch den Parameter ENG beeinflusst. Die Leistung der VKM beträgt für ENG– 92 kW und für ENG+ 120 kW.

3.2.3 E-Maschine und Batterie - MOT

E-Maschine

Das Drehmoment M_{EM} der E-Maschine, die im Fahrzeug sowohl als Motor als auch als Generator fungiert, wird mit dem in Abbildung 3.10a gezeigten Kennfeld berechnet. Die Spitzenleistung der E-Maschine beträgt, abhängig von Parameter *MOT*, ca. 12 kW bzw. 18 kW, bei einem maximalen Drehmoment von 50 Nm bzw. 75 Nm. Mit dem Lastsignal α_{EM} (= u_{31}) sowie dem maximalen motorischen und generatorischen Drehmoment $M_{EM,mot}$ und $M_{EM,gen}$ kann M_{EM} ,

$$M_{EM} = M_{EM,gen} + (M_{EM,mot} - M_{EM,gen}) \cdot \alpha_{EM}, \qquad (3.46)$$

berechnet werden. Aus dem Drallsatz folgt

$$\Theta_{EM} \cdot \ddot{\varphi}_{EM} = M_{EM} - M_{EM,in} \,, \tag{3.47}$$

wobei $M_{EM,in}$ (= u_{32}) das an der E-Maschine anliegende Drehmoment und Θ_{EM} = 0.15 kgm² das Trägheitsmoment der E-Maschine bezeichnet. Die Berechnung des Spulenstroms I_B erfolgt unter Berücksichtigung des Wirkungsgrades η_{EM} , der Verlustleistung $P_{EM,loss}$, der mechanischen Leistung $P_{EM,mech}$ und der Batteriespannung u_B mit den folgenden Gleichungen:

$$P_{EM,mech} = \dot{\varphi}_{EM} M_{EM} \,, \tag{3.48}$$

$$P_{EM,loss} = \begin{cases} P_{EM,mech} \cdot (1/\eta_{EM} - 1) & \text{für } \dot{\phi}_{EM} \cdot M_{EM} \ge 0\\ |P_{EM,mech} \cdot (1 - \eta_{EM})| & \text{für } \dot{\phi}_{EM} \cdot M_{EM} < 0 \end{cases}$$
(3.49)

$$I_{EM} = \frac{\dot{P}_{EM,mech} + P_{EM,loss}}{U_B}.$$
(3.50)



(a) maximales motorisches Drehmoment $M_{EM,mot}$ und maximales generatorisches Drehmoment $M_{EM,gen}$ für MOT+ und MOT-

(b) Kennfeld zur Ermittlung des Wirkungsgrades η_{EM} für unterschiedliche Drehzahlen (500 rpm bis 8500 rpm)

Abbildung 3.10: Kennfelder der E-Maschine

Batterie

Die Klemmspannung der Batterie u_B wird aus dem Lade- bzw. Entladestrom I_B und der Leerlaufspannung der Batterie $U_{B,idle}$ mit

$$u_B = U_{B,idle} - I_B \cdot R_B \tag{3.51}$$

berechnet. Die Leerlaufspannung ist gemäß Abbildung 3.11 vom Ladezustand der Batterie SOC_B (= y_{33}) abhängig. Der Zusammenhang zwischen SOC_B und der Batterieladung Q_B ist durch

$$SOC_B = \frac{Q_B}{Q_{B,max}} \tag{3.52}$$

definiert, wobei Q_B aus I_B mit

$$\dot{Q}_B = I_B \tag{3.53}$$

berechnet wird. Um die Batterietemperatur T_B (= y_{34}) zu berechnen, wird das thermische Modell einer Punktmasse verwendet. Mit der zugeführten Wärmemenge pro Zeiteinheit $P_{B,th}$, die sich aus I_B mit

$$P_{B,th} = I_B^2 \cdot R_B \tag{3.54}$$

berechnet, kann T_B aus

$$C_B \cdot \dot{T}_B = P_{B,th} + \alpha_B \cdot (T_{amb} - T_B) \tag{3.55}$$

bestimmt werden, wobei die Umgebungstemperatur durch das Koppelsignal $u_{33} = T_{amb}$ vorgegeben wird.



Abbildung 3.11: Leerlaufspannung der Batterie U_{B,idle} als Funktion des Ladezustandes SOC_B

Formelzeichen	Wert	Einheit	Beschreibung
$Q_{B,max}$	5	Ah	Ladekapazität
R_B	0.6	Ω	Innenwiderstand
α_B	5	W/K	Wärmeleitfähigkeit
C_B	4.44	kJ/K	thermische Trägheit

Tabelle 3.14: Parameter der Batterie

3.2.4 Hybridcontroller - CTL

Im Hybridcontroller wird das vom Fahrer zur Beschleunigung oder Verzögerung des Fahrzeuges gewünschte Drehmoment zwischen der E-Maschine und der VKM aufgeteilt. Es stehen die fünf Betriebsmodi Normalbetrieb, Lastpunkthebung, Lastpunktsenkung, Gleiten, Boost und Bremsen zur Verfügung, welche im Folgenden erläutert werden.

Lastpunkthebung

Bei der Lastpunkthebung wird von der VKM, anstelle des gewünschten Drehmomentes, ein höheres Drehmoment gefordert: Die VKM arbeitet in einem höheren Lastbereich. Das überschüssige Drehmoment bzw. die überschüssige Leistung wird von der E-Maschine, die im Generatorbetrieb arbeitet, aufgenommen und zum Laden der Batterie verwendet. Die Lastpunkthebung wird dann durchgeführt, wenn die VKM im niedrigen Lastbereich und dadurch in einem Bereich mit schlechtem Wirkungsgrad arbeiten würde. Durch das zusätzlich eingeforderte Drehmoment wird der Arbeitspunkt in einen höheren Lastbereich und dadurch in einen Bereich mit höherem Wirkungsrad verschoben. Der optimale Betriebsbereich wird vereinfacht bei 70 % der Volllast angenommen und somit bei einem Lastsignal von $\alpha_D = 0.7$ erreicht.

Idealerweise wird das Lastsignal der VKM α_E während der Lastpunkthebung mit 0.7 festgelegt und das Drehmoment M_{EM} der E-Maschine so eingestellt, dass das in Summe resultierende Antriebsmoment dem Fahrerwunsch entspricht. Dies ist nur dann möglich, wenn E_{EM} das höchstzulässige Drehmoment $M_{EM,min}$ (E_{EM} und $E_{EM,min}$ sind im Generatorbetrieb negativ) betragsmäßig nicht überschreitet. $M_{EM,min}$ ergibt sich aus $E_{EM,gen}$ (siehe in Abbildung 3.10a) und wird beim Überschreiten der zulässigen Batterietemperatur gemäß der folgenden Gleichung reduziert:

$$M_{EM,min} = \begin{cases} E_{EM,gen} & \text{für } T_B \le T_{B,max,1} \\ E_{EM,gen} \cdot \left(1 - \frac{T_B - T_{B,max,1}}{T_{B,max,2} - T_{B,max,1}} \right) & \text{für } T_B > T_{B,max,1} \end{cases}$$
(3.56)

Dabei ist T_B die Batterietemperatur, $T_{B,max,1}$ die untere Schranke sowie $T_{B,max,2}$ die obere Schranke der höchstzulässigen Batterietemperatur. $T_{B,max,1}$ wird durch den Parameter *temp* variiert. Kann das benötigte Drehmoment der E-Maschine nicht erreicht werden, wird der Lastpunkt der VKM soweit gesenkt, bis das überschüssige Drehmoment betragsmäßig klein genug ist, um von der E-Maschine aufgenommen zu werden.

Lastpunktsenkung

Auch ein zu hoher Lastbereich mindert den Wirkungsgrad der VKM, weshalb bei der Lastpunktsenkung ein Teil des benötigten Antriebsmoments von der E-Maschine (Motorbetrieb) geliefert wird. Die VKM wird idealerweise mit einem Lastsignal von $\alpha_E = 0.7$ betrieben, wobei das Drehmoment der E-Maschine so eingestellt wird,

dass das resultierende Antriebsmoment dem Fahrerwunsch entspricht. Analog zur Lastpunkthebung ergibt sich das zulässige Drehmoment der E-Maschine zu

$$M_{EM,max} = \begin{cases} E_{EM,mot} & \text{für } T_B \le T_{B,max,1} \\ E_{EM,mot} \cdot \left(1 - \frac{T_B - T_{B,max,1}}{T_{B,max,2} - T_{B,max,1}}\right) & \text{für } T_B > T_{B,max,1} \end{cases}.$$
 (3.57)

Kann das benötigte Drehmoment der E-Maschine nicht erreicht werden, wird der Lastpunkt der VKM soweit gehoben, bis das verbleibende Drehmoment klein genug ist, um von der E-Maschine erzeugt zu werden.

Boost

Wird die maximale Systemleistung gefordert ($\alpha_D = 1$), wird an beiden Antriebsmaschinen das maximale Drehmoment eingestellt, dies bedeutet

$$\alpha_{EM} = \alpha_E = 1. \tag{3.58}$$

Normalbetrieb

Im Normalbetrieb wird das Antriebsmoment alleine von der VKM erzeugt, von der E-Maschine wird keine Arbeit verrichtet. Der Betriebsmodus wird dann gewählt, wenn die maximale Betriebstemperatur der Batterie ($T_{B,max,2}$) erreicht wird oder wenn der aktuelle Ladezustand der Batterie SOC_B das Laden bzw. Entladen verbietet. Das Laden bzw. Entladen der Batterie wird durch die Variablen *laden* bzw. *entladen* freigegeben, wenn diese den Wert 1 annehmen. Diese bilden eine Hysteresekurve, die von den Parametern $SOC_{B,min}$, $SOC_{B,max}$ und ΔSOC_B abhängig sind, siehe Abbildung 3.12. $SOC_{B,min}$ und $SOC_{B,max}$ werden durch den Parameter SOC variiert.

Gleiten

Ist das gewünschte Drehmoment klein genug, um ausschließlich von der E-Maschine erzeugt zu werden, wird der Gleiten-Modus aktiviert. Dabei wird die VKM abgeschaltet und von der E-Maschine geschleppt, das gewünschte Antriebsmoment an der E-Maschine eingestellt.


Abbildung 3.12: Lade- und Entladeerlaubnis der Batterie: laden (strichliert), entladen (durchgezogen)

Bremsen

Beim rekuperativen Bremsen kann ein Teil der Bewegungsenergie des Fahrzeuges zurückgewonnen werden. Dazu wird das vom Fahrer gewünschte Bremsmoment, welches aus dem gewünschten Bremsdruck berechnet wird, zum Teil über die E-Maschine erzeugt und der Bremsdruck entsprechend reduziert werden. Das rekuperative Bremsen wurde im Rahmen dieser Arbeit deaktiviert, der Bremsdruck entspricht dem gewünschten Bremsdruck ($y_{43} = u_{47}$).



Abbildung 3.13: Darstellung der Hybridstrategie als Entscheidungsbaum

Wahl des Betriebsmodus

Der Entscheidungsprozess für den zu wählenden Betriebsmodus ist in Abbildung 3.13 dargestellt (M_D bezeichnet das vom Fahrer gewünschte Drehmoment). Um häufiges An- und Abschalten der VKM zu vermeiden, muss diese mindestens *delay* Sekunden gelaufen sein, damit in den Betriebsmodus Gleiten gewechselt werden kann.

Formelzeichen	Wert	Einheit	Beschreibung
$SOC_{B,min}$	abh. von SOC	%	minimaler Ladezustand der Batterie
$SOC_{B,max}$	abh. von SOC	%	maximaler Ladezustand der Batterie
ΔSOC_B	5	%	Hystereseparameter der Batterieladung
$T_{B,max,1}$	temp	°C	maximale Betriebstemperatur: untere Schranke
$T_{B,max,2}$	70	°C	maximale Betriebstemperatur: obere Schranke
delay	delay	S	Mindestlaufzeit der VKM

Tabelle 3.15: Parameter der Hybridstrategie. Die Parameter SOC, temp und delay werden variiert.

3.3 Integrator und Zeitschrittweiten

Um die Auswirkungen der durch die Co-Simulation eingebrachten Fehler bewerten zu können, muss sichergestellt werden, dass die Subsysteme mit ausreichender Genauigkeit gelöst werden. Die Subsysteme VEH, ENG und MOT werden in AVL CRUISETM mit einem expliziten Verfahren mit konstanter Mikroschrittweite gelöst. Die Mikroschrittweiten müssen klein genug sein, sodass der Fehler, der im Subsystem verwendeten Integrationsverfahren, gegenüber den durch die Co-Simulation eingebrachten Fehlern vernachlässigt werden kann. Dazu wurden die Ergebnisse für das monolithische Simulationsmodell mit unterschiedlichen Zeitschrittweiten berechnet. Weichen die Simulationsergebnisse bei einer Reduktion der Schrittweite nur mehr geringfügig voneinander ab, wird davon ausgegangen, dass die Schrittweite klein genug gewählt wurde. Die Ergebnisse, auf deren Basis in Kapitel 4 die Optimierung der Hybridstrategie durchgeführt wird, sind in Abbildung 3.14 dargestellt. Zur Bewertung der Mikroschrittweiten, wurden die Fehler zur Referenzlösung (Mikroschrittweite $dt = 2 \times 10^{-4} s$) in Tabelle 3.16 gegenübergestellt.

Aus den Fehlerberechnungen geht hervor, dass die Mikroschrittweite $dt = 2 \times 10^{-3}$ s zu groß ist, es ergeben sich starke Abweichungen zur Referenzlösung. Ab einer Mikroschrittweite von unter $dt = 1 \times 10^{-3}$ s kommt es nur noch zu geringfügigen Abweichungen, beispielsweise beträgt der durchschnittliche Fehler des Batterie-SOC-Wertes weniger als 0.001 %. Für die weiteren Simulationen wurde eine Mikroschrittweite von $dt = 5 \times 10^{-4}$ s gewählt. Die Fehleranalyse wurde auch für die Koppelsignale durchgeführt und kann dem Anhang (A.1) entnommen werden.

Mikroschritt-	Kraftstoff-	Batterie-	Batterie-	Batterie-
weite (s)	verbrauch (g)	SOC (%)	temperatur (C°)	spannung (V)
	$ \begin{vmatrix} 3.47 \times 10^{-3} \\ 4.10 \times 10^{-3} \\ 6.25 \times 10^{-1} \end{vmatrix} $	$\begin{array}{c} 5.39\times 10^{-4} \\ 8.03\times 10^{-4} \\ 2.89\times 10^{-1} \end{array}$	$6.26 imes 10^{-4} \ 9.36 imes 10^{-4} \ 6.20 imes 10^{-1}$	$\begin{array}{c} 2.67 \times 10^{-2} \\ 4.19 \times 10^{-2} \\ 6.14 \end{array}$

Tabelle 3.16: Fehler in den Simulationsergebnissen im Bezug zur Referenzlösung (Mikroschrittweite $dt = 2 \times 10^{-4}$ s) für unterschiedliche Mikroschrittweiten. Als Fehlermaß wurde der mittlere absolute Fehler (MAE) gewählt.



Abbildung 3.14: Vergleich unterschiedlicher Mikroschrittweiten für das monolithische Fahrzeugmodell

3.4 Bewertung der Ergebnisse

Zur Bewertung der Ergebnisqualität der Co-Simulation wurden die Koppelsignale und die Ausgangsgrößen der Hybridstrategieoptimierung mit der monolithischen Lösung verglichen. Dazu wird als Fehlermaß der *mittlere absolute Fehler* (*MAE*) und der *mittlere absolute prozentuale Fehler* (*MAPE*) verwendet. Mit den Koppelzeitpunkten T_i , i = 1, 2 ... N, werden die Fehlermaße als

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} |f_{cosim}(T_i) - f_{mono}(T_i)|, \qquad (3.59)$$

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left| \frac{f_{cosim}(T_i) - f_{mono}(T_i)}{f_{mono}(T_i)} \right|$$
(3.60)

definiert, wobei f_{cosim} den Wert eines Koppelsignales oder einer Ausgangsgröße der Co-Simulation und f_{mono} den entsprechenden Wert der monolithischen Lösung bezeichnet.

3.4.1 Fehleranalyse

Um einen Überblick über die Verteilung des Fehlers zwischen der Co-Simulations-Lösung und der monolithischen Lösung zu bekommen, wurden die Fehler der relevanten Ausgangsgrößen für die spätere Hybridstrategieoptimierung (siehe Kapitel 4) in Abbildung 3.15 dargestellt. Jeder Balken im Diagramm entspricht dem Fehler eines Testlaufes (siehe Unterpunkt 3.1), wobei diese nach ihrer Größe sortiert wurden.

Für die Makroschrittweite $dT = 2 \times 10^{-3} s$ ergeben sich deutlich größere Fehler als für die kleineren Schrittweiten, bei welchen sich die Verteilung der Fehler nur marginal unterscheidet. Der Fehler im kumulierten Kraftstoffverbrauch hat die größte Abhängigkeit von der Makroschrittweite. Im schlechtesten Fall beträgt dieser für $dT = 2 \times 10^{-3}$ s über 100%. Hingegen liegt der maximale Fehler für die nächst kleinere Makroschrittweite bei unter 20%. Fehler dieser Größenordnung werden nur in verhältnismäßig wenigen Testläufen erreicht, der Median aller Fehler für den kumulierten Kraftstoffverbrauch liegt selbst für die Makroschrittweite $dT = 2 \times 10^{-3}$ s bei deutlich unter 1%. Größere Fehler können meist mit einer Abweichung in der Hybridstrategie erklärt werden, siehe Abbildung 3.16.



Abbildung 3.15: Verteilung der Fehler (MAPE) zwischen Co-Simulation und monolithischer Simulation im Vergleich für unterschiedliche Makroschrittweiten. Die Fehler der drei Makroschrittweiten wurden jeweils der Größe nach sortiert.



Abbildung 3.16: Zwei Testläufe mit guter (oben) und schlechter (unten) Übereinstimmung zwischen Co-Simulation und monolithischer Simulation (Mono). Im unteren Testlauf kommt es in der Co-Simulationslösung ab ca. Sekunde 100 zur Lastpunkthebung, weshalb Kraftstoffverbrauch und Batterieladung steigen.

Die Fehlerverteilungen der Koppelsignale wurden in Abbildung 3.17 und 3.18 dargestellt. Die Koppelsignale y_{14} , y_{25} und y_{44} wurden durch die Parametervariation nicht beeinflusst, weshalb auch auf deren Darstellung verzichtet wurde.

 ${\rm dT}\,{=}\,2\,{\cdot}\,10^{-3}$

 $\mathrm{dT} = 1 \cdot 10^{-3}$

 $\mathrm{dT} = 5 \cdot 10^{-4}$

 $\mathrm{dT}=2\cdot10^{-3}$

 $\mathrm{dT} = 1\cdot 10^{-3}$

 $\mathrm{dT}\,{=}\,5\cdot10^{-4}$

 $\mathrm{dT}=2\cdot10^{-3}$

 $\mathrm{dT}\,{=}\,1\cdot10^{-3}$

 $\mathrm{dT} = 5 \cdot 10^{-4}$

 $\mathrm{dT}=2\cdot10^{-3}$

 $\mathrm{dT}=1\cdot10^{-3}$

 $\mathrm{dT}\,{=}\,5\cdot10^{-4}$







Abbildung 3.18: Verteilung der Fehler (MAE) zwischen Co-Simulation und monolithischer Simulation für die Koppelsignale y_{28} bis y_{45} im Vergleich für unterschiedliche Makroschrittweiten

3.4.2 Vorüberlegung zur Quantifizierung der Effekte

Rein aus dem Zahlenwert eines Effektes ist es schwierig die Bedeutung der Interaktion zu erkennen. Die Relevanz einer Interaktion kann klarerweise durch den Vergleich ihrer Größenordnung mit anderen Effekten oder Effekten niedrigerer Ordnung bestimmt werden. Besitzen Effekte dieselbe Größenordnung wie Haupteffekte, ist neben der Tatsache, dass eine relevante Wechselwirkung besteht, auch die Frage nach dem Zusammenhang zwischen den beteiligten Faktoren von Interesse. Für die Auswertung der Parameterstudie ist es beispielsweise von Bedeutung, ob ein beobachteter Haupteffekt [*A*] nur bei der Wahl der Faktorstufe *B*+ auftritt oder ob und wie sehr der Haupteffekt [*A*] durch eine Änderung von *B*+ auf *B*- "verstärkt" oder "abgeschwächt" wird. Um Effekte quantifizieren zu können, ist es nützlich diese durch einen der beteiligten Haupteffekte, in diesem Fall [*A*] oder [*B*], zu dividieren, wie im Folgenden gezeigt werden soll. Ausgangspunkt ist der Haupteffekt von Faktor A bei *B*+, [*A*]^{*B*+}. Die Abweichung von [*A*]^{*B*-} zu [*A*]^{*B*+} soll durch κ mit der Beziehung

$$[A]^{B-} = \kappa \cdot [A]^{B+} \tag{3.61}$$

charakterisiert werden. Der Haupteffekt [A] kann auch als

$$[A] = \frac{1}{2} \left([A]^{B+} + [A]^{B-} \right)$$
(3.62)

geschrieben werden. Damit ergibt sich das Verhältnis $\frac{[AB]}{[A]}$, mit dem die Interaktion quantifiziert werden soll zu

$$\frac{[AB]}{[A]} \stackrel{(3.62)}{=} \frac{[AB]}{[A]^{B+} + [A]^{B-}}, \qquad (3.63)$$

$$\stackrel{(2.19)}{=} \frac{[A]^{B+} - [A]^{B-}}{[A]^{B+} + [A]^{B-}}, \qquad (3.64)$$

$$\stackrel{(3.61)}{=} \frac{1-\kappa}{1+\kappa}.$$
 (3.65)

Für

$$[A]^{B+} = \gamma \cdot [A]^{B-} \tag{3.66}$$

können die Umformungen aus Gleichung 3.63 bis 3.65 analog angewendet werden. Man erhält schließlich:

$$\frac{[AB]}{[A]} = \frac{1-\kappa}{1+\kappa} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}.$$
(3.67)



Abbildung 3.19: Beziehung zwischen $\frac{[AB]}{[A]}$, γ und κ

Die Beziehung von $\frac{[AB]}{[A]}$ zu κ und γ aus Gleichung 3.67 ist bei der Auswertung der Effekte nützlich. Nach deren Berechnung kann aus dem Verhältnis [AB]/[A] der Wert von γ und κ ermittelt und dadurch der Zusammenhang zwischen $[A]^{B+}$ und $[A]^{B-}$ bestimmt werden. Die Beziehung aus Gleichung 3.67 ist in Abbildung 3.19 grafisch dargestellt. Für die Wertebereiche 1 bis 7 können folgende Aussagen getroffen werden:

Bereich 1

$$\frac{[AB]}{[A]} > 1 \quad \Rightarrow \quad \operatorname{sgn}\left([A]\right) = \operatorname{sgn}\left([A]^{B+}\right) \neq \operatorname{sgn}\left([A]^{B-}\right) \tag{3.68}$$

Der Haupteffekt [*A*] ist nicht für beide Faktorstufen von Faktor B repräsentativ. [*A*] und $[A]^{B-}$ unterscheiden sich im Vorzeichen. Ist [A] > 0 und werden nur Testpunkte mit *B*+ betrachtet, führt die Änderung des Faktors A von *A*- auf *A*+ zur Erhöhung der Ausgangsgröße. Werden nur Testpunkte mit *B*- betrachtet, führt dieselbe Änderung zur Reduktion der Ausgangsgröße. Salopp gesprochen:

Der niedrige Faktorwert von B kehrt die Wirkung von Faktor A um.

Aussage 3.68 folgt aus dem Fallvergleich für [A]

Fall 2: $[A] < 0$	Fall 1: $[A] > 0$	
$[A]^{B+} + [A]^{B-} < 0$	$[A]^{B+} + [A]^{B-} > 0$	$(3.62) \Rightarrow$
$\left[A\right]^{B+}\left(1+\kappa\right) < 0$	$\left[A\right]^{B+}\left(1+\kappa\right)>0$	$(3.61) \Rightarrow$
$[A]^{B+} < 0$	$[A]^{B+} > 0$	$-1 < \kappa < 0 \Rightarrow$
$[A]^{B-} > 0$	$[A]^{B-} < 0$	

Bereich 2

$$\frac{[AB]}{[A]} = 1 \quad \Rightarrow \quad [A] = \frac{1}{2} [A]^{B+}, \quad [A]^{B-} = 0 \tag{3.69}$$

Der Haupteffekt [A] ist nur für die Faktorstufe B+ repräsentativ. Werden nur Testpunkte mit B- betrachtet, hat die Änderung des Faktors A von A- auf A+ keine Auswirkung auf die Ausgangsgröße.

Der niedrige Faktorwert von B eliminiert die Wirkung von Faktor A.

Aussage 3.69 folgt direkt aus Gleichung 3.62 und 3.61.

Bereich 3

$$0 < \frac{[AB]}{[A]} < 1 \implies \operatorname{sgn}([A]) = \operatorname{sgn}([A]^{B+}) = \operatorname{sgn}([A]^{B-}), \ [A]^{B+} > [A]^{B-} \quad (3.70)$$

In diesem Wertebereich liegt κ zwischen 0 und 1. Die Effekte [A], $[A^{B-}]$ und $[A]^{B+}$ besitzen das selbe Vorzeichen. $[A]^{B+}$ ist im Vergleich zu $[A]^{B-}$ umso größer, je größer κ ist.

Der niedrige Faktorwert von B mindert die Wirkung von Faktor A.

Aussage 3.70 folgt direkt aus Gleichung 3.62 und 3.61.

Bereich 4

$$\frac{[AB]}{[A]} = 0 \tag{3.71}$$

Zwischen Faktor A und Faktor B gibt es keine Interaktion.

Bereich 5

$$-1 < \frac{[AB]}{[A]} < 0 \implies \operatorname{sgn}([A]) = \operatorname{sgn}\left([A]^{B+}\right) = \operatorname{sgn}\left([A]^{B-}\right), \ [A]^{B+} < [A]^{B-} \ (3.72)$$

In diesem Wertebereich gilt $-1 < \kappa < 0$. Die Effekte [A], $[A^{B-}]$ und $[A]^{B+}$ besitzen das selbe Vorzeichen. $[A]^{B-}$ ist im Vergleich zu $[A]^{B+}$ umso größer, je größer κ ist.

Der niedrige Faktorwert von B verstärkt die Wirkung von Faktor A.

Aussage 3.72 folgt direkt aus Gleichung 3.62 und 3.61.

Bereich 6

$$\frac{[AB]}{[A]} = -1 \quad \Rightarrow \quad [A] = \frac{1}{2} [A]^{B-}, \ [A]^{B+} = 0 \tag{3.73}$$

Der Haupteffekt [A] ist nur für die Faktorstufe B- repräsentativ. Werden nur Testpunkte mit B+ betrachtet, hat die Änderung des Faktors A von A- auf A+ keine Auswirkung auf die Ausgangsgröße.

Der hohe Faktorwert von B eliminiert die Wirkung von Faktor A.

Aussage 3.73 folgt direkt aus Gleichung 3.62 und 3.66.

Bereich 7

$$\frac{[AB]}{[A]} < -1 \quad \Rightarrow \quad \operatorname{sgn}\left([A]\right) = \operatorname{sgn}\left([A]^{B-}\right) \neq \operatorname{sgn}\left([A]^{B+}\right) \tag{3.74}$$

Der Haupteffekt [*A*] ist nicht für beide Faktorstufen von Faktor B repräsentativ. [*A*] und $[A]^{B-}$ unterscheiden sich im Vorzeichen. Ist [A] > 0 und werden nur Testpunkte mit *B*- betrachtet, führt die Änderung des Faktors A von *A*- auf *A*+ zur Erhöhung der Ausgangsgröße. Werden nur Testpunkte mit *B*+ betrachtet führt dieselbe Änderung zur Reduktion der Ausgangsgröße.

Der hohe Faktorwert von B kehrt die Wirkung von Faktor A um.

Aussage 3.74 folgt aus dem Fallvergleich für [A]

$$\begin{array}{ccc} \mbox{Fall 1: } [A] > 0 & \mbox{Fall 2: } [A] < 0 \\ (3.62) \Rightarrow & [A]^{B+} + [A]^{B-} > 0 & [A]^{B+} + [A]^{B-} < 0 \\ (3.66) \Rightarrow & [A]^{B-} (1+\gamma) > 0 & [A]^{B-} (1+\gamma) < 0 \\ -1 < \gamma < 0 \Rightarrow & [A]^{B-} > 0 & [A]^{B-} < 0 \\ [A]^{B+} < 0 & [A]^{B+} > 0 \end{array}$$

Die Aussagen über die Wirkung von Faktor B auf die Variation von Faktor A aus **Bereich 1** bis **Bereich 7** lassen sich auch in umgekehrter Richtung, d. h. Wirkung von Faktor A auf die Variation von Faktor B, ableiten. Anstelle von [AB]/[A] muss dazu das Verhältnis [AB]/[B] herangezogen werden.

Zur Quantifizierung von Effekten höherer Ordnung lassen sich wiederum die Aussagen aus **Bereich 1** bis **Bereich 7** ableiten. Für einen Effekt 3. Ordnung muss dazu anstelle von [AB]/[A] das Verhältnis [ABC]/[C], [ABC]/[B] oder [ABC]/[A] herangezogen werden.

3.4.3 Effektanalyse

Zur Analyse des Einflusses der Fahrzeugparameter auf den Fehler zwischen Co-Simulation und monolithischer Simulation wurden die Haupteffekte in Abbildung 3.20 bis 3.24 dargestellt. Abbildung 3.20 zeigt die Haupteffekte der vier relevanten Ausgangsgrößen für die Hybridstrategieoptimierung, auf die im Folgenden genauer eingegangen werden soll.

Die Effekte der größten Makroschrittweite $dT = 2 \times 10^{-3}$ s überwiegen bis auf wenige Ausnahmen ([*TC*], [*TR*], [*mass*] und [*MOT*] bei Batteriespannung, [*SOC*] und [*mass*] bei Batterietemperatur) die der zwei kleineren Schrittweiten, wobei zwischen den kleineren Schrittweiten keine wesentlichen Unterschiede in der Größenordnung der Effekte bestehen. Um die Effekte unterschiedlicher Makroschrittweiten besser miteinander vergleichen zu können, wurden diese so skaliert, dass der größte Effekt einer Makroschrittweite 1 beträgt, siehe Abbildung 3.20. Dazu wurden alle Effekte einer Makroschrittweite mit einem Skalierungsfaktor multipliziert, die Skalierungsfaktoren sind jeweils in der Bildunterschrift angegeben.

Die Vorzeichen der Effekte [*temp*], [*cENG*], [*cMOT*], [*slip*] und [*TC*] unterscheiden sich nicht für die vier betrachteten Ausgangsgrößen. Drei dieser Effekte, nämlich [*temp*], [*cENG*] und [*TC*] unterscheiden sich zudem für unterschiedliche Makroschrittweiten nicht im Vorzeichen, sodass allgemein gesagt werden kann:

- temp+ (Maximale Betriebstemperaturen der Batterie, temp- = 40 °C, temp+ = 60 °C) führt zu größeren Fehlern in den Ausgangsgrößen.
- cENG+ (Steifigkeit der Welle zwischen VKM und Wandler, cENG- = 250 N m rad⁻¹, cENG+ = 1250 N m rad⁻¹) führt zu größeren Fehlern in den Ausgangsgrößen.
- TC + (Referenzgeschwindigkeit der Wandlerkennlinie, TC = 1000 rpm, TC + = 2000 rpm) führt zu größeren Fehlern in den Ausgangsgrößen.

Wie bereits erwähnt, überwiegen die Effekte der größeren Makroschrittweite $dT = 2 \times 10^{-3}$ s, weshalb diese im Weiteren diskutiert werden sollen. Die Effekte [*temp*], [*cENG*], [*cMOT*], [*slip*], [*TC*], [*TR*], [*ENG*] besitzen jeweils in allen Ausgangsgrößen das selbe Vorzeichen:

- temp+ (Maximale Betriebstemperaturen der Batterie, temp- = 40 °C, temp+ = 60 °C) führt zu größeren Fehlern in den Ausgangsgrößen.
- cENG+ (Steifigkeit der Welle zwischen VKM und Wandler, cENG- = 250 N m rad⁻¹, cENG+ = 1250 N m rad⁻¹) führt zu größeren Fehlern in den Ausgangsgrößen.
- cMOT+ (Steifigkeit der Welle zwischen VKM und Wandler, cENG- = 250 N m rad⁻¹, cENG+ = 1250 N m rad⁻¹) führt zu größeren Fehlern in den Ausgangsgrößen.
- slip- (Reifenschlupf, slip- = deaktiviert, slip+ = aktiviert) führt zu größeren Fehlern in den Ausgangsgrößen.
- TC+ (Referenzgeschwindigkeit der Wandlerkennlinie, TC- = 1000 rpm, TC+ = 2000 rpm) führt zu größeren Fehlern in den Ausgangsgrößen.
- TR+ (Übersetzungsverhältnis der Stirnradstufe, TR- = 3, TR+ = 4) führt zu größeren Fehlern in den Ausgangsgrößen.
- ENG- (Leistung der VKM, ENG- = 90 kW, ENG+ = 120 kW) führt zu größeren Fehlern in den Ausgangsgrößen.

Besonders hervorzuheben sind die Effekte [cENG], [cMOT] und [slip]. Sie sind nicht nur für die Ausgangsgrößen der Hybridstrategie-Optimierung sondern auch für alle Koppelsignale die betragsmäßig größten Effekte. Diese sind durch Wechselwirkungen miteinander verknüpft, beispielsweise ergibt sich für den kumulierten Kraftstoffverbrauch:

$$\begin{split} \frac{[cENG\ cMOT]}{[cENG]} &= 0.933\,, & \qquad \frac{[cENG\ slip]}{[cENG]} &= -0.943\,, \\ \frac{[cENG\ cMOT]}{[cMOT]} &= 1.06\,, & \qquad \frac{[cMOT\ slip]}{[cMOT]} &= -1.05\,, \\ \frac{[cMOT\ slip]}{[slip]} &= 0.924\,, & \qquad \frac{[cENG\ slip]}{[slip]} &= 0.940\,. \end{split}$$

In Worten ausgedrückt: Die Faktoren *cENG*, *cMOT*, *slip* haben nur dann eine Auswirkung auf den Fehler, wenn für alle drei Faktoren gleichzeitig die kritische Faktorstufe (*cENG*+, *cMOT*+, *slip*-) gewählt wird. Ein Simulationsdurchlauf mit *cENG*+, *cMOT*+, *slip*+ führt beispielsweise zu keiner Erhöhung des Fehlers. Dieser Zusammenhang wurde in Unterpunkt 3.4.4 an einem linearisierten Ersatzmodell genauer analysiert.

Weitere relevante Effekte, welche jeweils in allen Ausgangsgrößen mit selben Vorzeichen auftreten sind:

$$\begin{split} \frac{[cENG\ ENG]}{[ENG]} &> 0.73\,,\\ \frac{[cENG\ TR]}{[TR]} &> 0.68\,,\\ \frac{[cMOT\ ENG]}{[ENG]} &> 0.64\,,\\ \frac{[slip\ ENG]}{[ENG]} &< -0.61 \end{split}$$

Die Effekte aller Koppelsignale und Ausgangsgrößen können dem Anhang (A.2) entnommen werden.



(e) kumulierter Kraftstoffverbrauch, Skalierungsfaktoren: $dT=5\cdot10^{-4}$: 3.41, $dT=1\cdot10^{-3}$: 2.42, $dT=2\cdot10^{-3}$: $1.06\cdot10^{-1}$









(h) Batteriespannung, Skalierungsfaktoren: dT = $5 \cdot 10^{-4}$: 2.29, dT = $1 \cdot 10^{-3}$: 2.26, dT = $2 \cdot 10^{-3}$: 5.23 $\cdot 10^{-1}$

Abbildung 3.20: Unskalierte und skalierte Haupteffekte für den Fehler (MAPE) relevanter Ausgangsgrößen der Hybridstrategie-Optimierung



(b) Subsystem: ENG, Zyklusgemitteltes Drehmoment (y_{13})



(d) Subsystem: VEH, Drehmoment der E-Maschine (y22)



(f) Subsystem: VEH, gewünschter Bremsdruck (y_{24})



(h) Subsystem: MOT, gewünschter Gang (y_{27})



(a) Subsystem: ENG, Drehzahl (y_{11}, y_{12})



(c) Subsystem: VEH, Drehmoment der VKM (y₂₁)



(e) Subsystem: VEH, Fahrzeuggeschwindigkeit (y_{23})



(g) Subsystem: VEH, Lastsignal des Fahrers (y_{26})

Abbildung 3.21: Haupteffekte für den Fehler (MAE) der Koppelsignale y_{11} bis y_{27}



(a) Subsystem: VEH, eingelegter Gang (y_{28}, y_{29})



(c) Subsystem: MOT, Ladezustand der Batterie (y_{33})



(e) Subsystem: CTL, Lastsignal der VKM (y_{41})



(g) Subsystem: CTL, Bremsdruck (y_{43})



(b) Subsystem: MOT, Drehzahl (y_{31}, y_{32})



(d) Subsystem: MOT, Batterietemperatur (y_{34})



(f) Subsystem: CTL, Lastsignal der E-Maschine (y_{42})



(h) Subsystem: CTL, gewählter Gang (y_{45})

Abbildung 3.22: Haupteffekte für den Fehler (MAE) der Koppelsignale y_{28} bis y_{45}



(a) Subsystem: ENG, Drehzahl (y_{11} , y_{12}), Skalierungsfaktoren: dT = $5 \cdot 10^{-4}$: $1.23 \cdot 10^{-1}$, dT = $1 \cdot 10^{-3}$: $1.10 \cdot 10^{-1}$, dT = $2 \cdot 10^{-3}$: $1.28 \cdot 10^{-2}$



(c) Subsystem: VEH, Drehmoment der VKM (y_{21}), Skalierungsfaktoren: dT = $5 \cdot 10^{-4}$: $9.25 \cdot 10^{-1}$, dT = $1 \cdot 10^{-3}$: $9.90 \cdot 10^{-1}$, dT = $2 \cdot 10^{-3}$: $1.77 \cdot 10^{-2}$



(e) Subsystem: VEH, Fahrzeuggeschwindigkeit (y_{23}), Skalierungsfaktoren: dT = $5 \cdot 10^{-4}$: $7.90 \cdot 10^{1}$, dT = $1 \cdot 10^{-3}$: $8.85 \cdot 10^{1}$, dT = $2 \cdot 10^{-3}$: 1.14







(b) Subsystem: ENG, Zyklusgemitteltes Drehmoment (y_{13}), Skalierungsfaktoren: dT = $5 \cdot 10^{-4}$: 1.74, dT = $1 \cdot 10^{-3}$: 1.87, dT = $2 \cdot 10^{-3}$: $1.21 \cdot 10^{-1}$



(d) Subsystem: VEH, Drehmoment der E-Maschine (y_{22}), Skalierungsfaktoren: dT = $5 \cdot 10^{-4}$: $4.49 \cdot 10^{-1}$, dT = $1 \cdot 10^{-3}$: $3.96 \cdot 10^{-1}$, dT = $2 \cdot 10^{-3}$: $1.13 \cdot 10^{-2}$



(f) Subsystem: VEH, gewünschter Bremsdruck (y_{24}), Skalierungsfaktoren: dT = $5 \cdot 10^{-4}$: $1.00 \cdot 10^{1}$, dT = $1 \cdot 10^{-3}$: $1.13 \cdot 10^{1}$, dT = $2 \cdot 10^{-3}$: 3.49



(h) Subsystem: MOT, gewünschter Gang (y_{27}), Skalierungsfaktoren: dT = $5 \cdot 10^{-4}$: $1.02 \cdot 10^2$, dT = $1 \cdot 10^{-3}$: $9.06 \cdot 10^1$, dT = $2 \cdot 10^{-3}$: 8.28

Abbildung 3.23: Skalierte Haupteffekte für den Fehler (MAE) der Koppelsignale y_{11} bis y_{27}



(a) Subsystem: VEH, eingelegter Gang (y_{28}, y_{29}) , Skalierungsfaktoren: dT = $5 \cdot 10^{-4}$: $1.02 \cdot 10^2$, dT = $1 \cdot 10^{-3}$: $9.05 \cdot 10^1$, dT = $2 \cdot 10^{-3}$: 8.28



(c) Subsystem: MOT, Ladezustand der Batterie (y₃₃), Skalierungsfaktoren: $dT = 5 \cdot 10^{-4}$: 5.89, $dT = 1 \cdot 10^{-3}$: 4.79, $dT = 2 \cdot 10^{-3}$: 5.52 $\cdot 10^{-1}$



(e) Subsystem: CTL, Lastsignal der VKM (y_{41}), Skalierungsfaktoren: $dT = 5 \cdot 10^{-4}$: $1.38 \cdot 10^{2}$ $dT = 1 \cdot 10^{-3}$: 1.40 \cdot 10^2, $dT = 2 \cdot 10^{-3}$: 1.67 \cdot 10^1



(g) Subsystem: CTL, Bremsdruck (y_{43}), Skalierungsfaktoren: $dT = 5 \cdot 10^{-4}$: 1.00 \cdot 10^1, $dT = 1 \cdot 10^{-3}$: 1.13 \cdot 10^1, $dT = 2 \cdot 10^{-3}$: 3.49



(b) Subsystem: MOT, Drehzahl (y_{31} , y_{32}), Skalierungsfaktoren: dT = $5 \cdot 10^{-4}$: $1.11 \cdot 10^{-1}$, dT = $1 \cdot 10^{-3}$: $1.02 \cdot 10^{-1}$, dT = $2 \cdot 10^{-3}$: $1.15 \cdot 10^{-2}$



(d) Subsystem: MOT, Batterietemperatur (y₃₄), Skalierungsfaktoren: $dT = 5 \cdot 10^{-4}$: 4.23, $dT = 1 \cdot 10^{-3}$: 4.89, $dT = 2 \cdot 10^{-3}$: 9.97 $\cdot 10^{-1}$



(f) Subsystem: CTL, Lastsignal der E-Maschine (y_{42}) , Skalierungsfaktoren: $dT = 5 \cdot 10^{-4}$: $9.25 \cdot 10^{14}$ $dT = 1 \cdot 10^{-3}$: $1.02 \cdot 10^{2}$, $dT = 2 \cdot 10^{-3}$: $1.80 \cdot 10^{1}$



1.87, $dT = 2 \cdot 10^{-3}$: 2.05 $\cdot 10^{-1}$

Abbildung 3.24: Skalierte Haupteffekte für den Fehler (MAE) der Koppelsignale y_{28} bis y_{45} 74

3.4.4 Zusammenhang zwischen Reifenschlupf und Federsteifigkeit

Für eine Makroschrittweite von $dT = 2 \times 10^{-3}$ s werden die Simulationsergebnisse von Haupteffekten des Reifenschlupfes *slip* sowie die Federsteifigkeiten der Wellen *cENG,cMOT* dominiert. Im Falle eines deaktivierten Reifenschlupfmodells und höherer Federsteifigkeit, ist die Abweichung aller untersuchten Ausgangsgrößen am größten.

Interessant ist die Interaktion zwischen den Faktoren. Wie in Kapitel 3.4.3 gezeigt, werden die Effekte [*cENG*] und [*cMOT*] durch die hohe Faktorstufe von *slip* nahezu eliminiert. Die Variation der Federsteifigkeiten im untersuchten Bereich hat somit, sofern der Reifenschlupf zur Berechnung der Kontaktkräfte zwischen Straße und Rad berücksichtigt wird, keinen Einfluss auf Güte des Simulationsergebnisses.

Der Zusammenhang zwischen Reifenschlupf und Federsteifigkeiten lässt sich mit dem stark vereinfachten Modell eines angetriebenen Rades, wie in Abbildung 3.25 dargestellt, veranschaulichen. Das Rad mit dem Massenträgheitsmoment *J* und Rollradius *r* ist mit einem Körper der Masse *m*, welcher reibungsfrei auf der Straße gleitet, verbunden. Das Rad wird über eine elastische Welle mit der Federsteifigkeit *c* und Dämpferkonstante *d* angetrieben. Wie das reale Fahrzeugmodell, erhält das System die Eingangsgrößen Drehwinkel und Winkelgeschwindigkeit $u_1 = \psi$, $u_2 = \dot{\psi}$, Ausgang ist das Drehmoment *M*, das an der elastischen Welle anliegt.



Abbildung 3.25: Vereinfachtes Modell eines angetriebenen Rades

Modell ohne Reifenschlupf

Wird der Reifenschlupf bei der Berechnung nicht berücksichtigt, gilt der kinematische Zusammenhang:

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{r}\dot{x}\,.\tag{3.75}$$

Das Modell kann als lineares Differentialgleichungssystem in der Zustandsraumdarstellung wie folgt beschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c}{J+mr^2} & -\frac{d}{J+mr^2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{cr}{J+mr^2} & \frac{dr}{J+mr^2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad (3.76)$$

$$y = \underbrace{\left[-\frac{c}{r} - \frac{d}{r}\right]}_{\mathbf{C}} \cdot \begin{bmatrix}z_1\\z_2\end{bmatrix} + \underbrace{\left[c \quad d\right]}_{\mathbf{D}} \cdot \begin{bmatrix}u_1\\u_2\end{bmatrix}.$$
(3.77)

Die Position x und die Geschwindigkeit \dot{x} der Masse m sind dabei die Zustandsgrößen

$$z_1 = x$$
, $z_2 = \dot{x}$, (3.78)

Drehwinkel ψ sowie Winkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ die Eingangsgrößen

$$u_1 = \psi, \qquad u_2 = \dot{\psi}, \qquad (3.79)$$

des Systems. Die Ausgangsgröße ist das Drehmoment der Welle M:

$$y = M. (3.80)$$

Modell mit Reifenschlupf

Wird der Reifenschlupf berücksichtigt, gibt es keine kinematische Beziehung zwischen der Geschwindigkeit des Fahrzeuges \dot{x} und der Winkelgeschwindigkeit des Rades $\dot{\phi}$. Stattdessen wird durch das Reifenmodell, wie in Unterpunkt 3.2.1 gezeigt, die übertragbare Umfangskraft zwischen Straße und Reifen als Funktion von Schlupf, Schlupfkorrekturfaktor, dynamischer Aufstandskraft, Reibkoeffizienten und weiterer Modellparameter ermittelt. Für kleine Relativgeschwindigkeiten zwischen Straße und Rad kann der Schlupfkorrekturfaktor linear angenähert werden, siehe Abbildung 3.26.

Sind alle anderen Einflussgrößen konstant, ergibt sich die vereinfachte Beziehung für die Umfangskraft F_u ,

$$\begin{array}{c} 1.0 \\ -1.0 \\ 0.5 \\ -0.5 \\ -1.0 \\ -5 \\ \phi r - \dot{x} \quad (\frac{m}{s}) \end{array}$$

$$F_u = f \cdot (\dot{\varphi}r - \dot{x}) . \tag{3.81}$$

Abbildung 3.26: Schlupfkorrekturfaktor als Funktion der Relativgeschwindigkeit zwischen Rad und Straße für eine Fahrzeuggeschwindigkeit von 50 km/h und den in 3.2.1 abgegebenen Parametern

Das Modell kann als lineares Differentialgleichungssystem in der Zustandsraumdarstellung wie folgt beschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{1} \\ \dot{z}_{2} \\ \dot{z}_{3} \\ \dot{z}_{4} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{f}{m} & 0 & \frac{rf}{m} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{rf}{J} & -\frac{c}{J} & -\frac{d+r^{2}f}{J} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \begin{bmatrix} z_{1} \\ z_{3} \\ z_{4} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{c}{J} & \frac{d}{J} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \begin{bmatrix} u_{1} \\ u_{2} \end{bmatrix}, \quad (3.82)$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -c & -d \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \cdot \begin{bmatrix} z_{1} \\ z_{3} \\ z_{4} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} c & d \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}} \cdot \begin{bmatrix} u_{1} \\ u_{2} \end{bmatrix}. \quad (3.83)$$

Position *x*, Geschwindigkeit \dot{x} , Drehwinkel φ und Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ sind dabei die Zustandsgrößen des Systems:

$$z_1 = x$$
, $z_2 = \dot{x}$, $z_3 = \varphi$, $z_4 = \dot{\varphi}$. (3.84)

Die Eingangs- und Ausgangsgrößen des Systems werden wie im System ohne Reifenschlupf mit Gleichung 3.79 und 3.80 festgelegt.

Beide Systeme besitzen einen Durchgriff ($\mathbf{D} = \begin{bmatrix} c & d \end{bmatrix} \neq \mathbf{0}$), der bei Erhöhung der Federsteifigkeit zu Stabilitätsproblemen in der Co-Simulation führt, siehe z.B. [4].

Um die Systemdynamik weiter zu untersuchen, werden die Systeme 3.76 und 3.82 aus der Zustandsraumdarstellung in Übertragungsfunktionen überführt. Da es sich bei 3.76 und 3.82 um lineare zeitinvariante Systeme handelt, können die Übertragungsfunktionen der zwei Eingangsgrößen getrennt ermittelt und überlagert werden:

$$y(s) = \underbrace{\frac{y(s)}{u_1(s)}}_{G_1(s)} \cdot u_1(s) + \underbrace{\frac{y(s)}{u_2(s)}}_{G_2(s)} \cdot u_2(s) .$$
(3.85)

Die Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$ werden nach [40] mit

$$G(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\hat{\mathbf{B}} + D$$
(3.86)

berechnet, wobei I die Einheitsmatrix und je nach gewählter Eingangsgröße u_1 oder u_2 , D das erste oder zweite Element aus **D** sowie $\hat{\mathbf{B}}$ die erste oder zweite Spalte aus **B** ist. Die somit berechneten Übertragungsfunktionen ergeben sich für das Modell ohne Reifenschlupf zu

$$G_{1}(s) = \frac{c(J + mr^{2}) \cdot s^{2}}{(J + mr^{2}) \cdot s^{2} + d \cdot s + c},$$

$$d(I + mr^{2}) \cdot s^{2}$$
(3.87)

$$G_2(s) = \frac{d(J + mr^2) \cdot s^2}{(J + mr^2) \cdot s^2 + d \cdot s + c}$$
(3.88)

und für das Modell mit Reifenschlupf zu

$$G_{1}(s) = \frac{cJm \cdot s^{3} + cf(J + mr^{2}) \cdot s^{2}}{Jm \cdot s^{3} + (fJ + dm + fmr^{2}) \cdot s^{2} + (df + cm) \cdot s + cf},$$
(3.89)

$$G_2(s) = \frac{dJm \cdot s^3 + df(J + mr^2) \cdot s^2}{Jm \cdot s^3 + (fJ + dm + fmr^2) \cdot s^2 + (df + cm) \cdot s + cf}.$$
 (3.90)

Für d = 0 ist nur die Übertragungsfunktion G_1 relevant. Für das Modell ohne Reifenschlupf besitzt das Nennerpolynom von G_1 zwei rein komplexe Nullstellen, das System ist also nicht BIBO-Stabil. Für eine nicht verschwinde Dämpfung wurden

	ohne Reifenschlupf	mit Reifenschlupf
c - 250 Nm	$-7.5 \cdot 10^{3}$	0 -33.5
$c = 250 \frac{1}{\text{rad}}$	-25.1	-6.3 -0.5
a - 1250 Nm	$-7.6 \cdot 10^{3}$	$0 \\ -19.9 + 26.9i$
$c = 1230 \frac{1}{\text{rad}}$	$-1.3 \cdot 10^{2}$	-19.9 - 26.9i -0.48

Tabelle 3.17: Eigenwerte der Systemmatrix **A** für d = 10 N m s rad⁻¹, m = 750 kg, r = 0.308 m, J = 1.1 kgm², f = 356.25 N s m⁻¹ für unterschiedliche Federsteifigkeiten

Eigenwerte der Systemmatrix **A** beider Modelle numerisch ausgewertet und in Tabelle 3.17 gegenübergestellt.

Für das Modell ohne Reifenschlupf liegen die Eigenwerte deutlich außerhalb des Stabilitätsgebietes des expliziten Euler-Verfahrens, welches bei der nicht iterativen Co-Simulation mit ZOH-Extrapolation zur Bewertung der Stabilität herangezogen werden kann. Die höchstzulässige Zeitschrittweite *h* für das explizite Euler-Verfahren kann mit der Beziehung

$$|h\lambda + 1| \le 1 \tag{3.91}$$

bestimmt werden, wobei λ der betragsmäßig größte Eigenwert ist, für weitere Details siehe [40]. Diese Bedingung ist bei einer Makroschrittweite $dT = 2 \times 10^{-3} s$ für das Modell mit Reifenschlupf erfüllt, nicht jedoch das Modell ohne Reifenschlupf.

4 Optimierungsszenario – detailliertes Fahrzeugmodell

Als praxisnahes Beispiel wird in diesem Kapitel eine Optimierung der Hybridstrategieparameter des im Unterpunkt 4.1 beschriebenen Fahrzeugmodells durchgeführt. Die Simulation des Fahrzeugmodells erfolgt dabei mit unterschiedlichen Konfigurationen der Co-Simulation, wobei sich Unterpunkt 4.2 mit der Ermittlung der optimalen Konfiguration (Extrapolationsverfahren und Ausführungsreihenfolge) beschäftigt. In Unterpunkt 4.3 bis 4.1 wird die für die Optimierung verwendete Vorgehensweise erläutert, ehe in Unterpunkt 4.7 auf die Optimierungsergebnisse der unterschiedlichen Konfiguration eingegangen wird.

4.1 Modellaufbau

Im detaillierten Fahrzeugmodell wurde das Subsystem ENG, das im einfachen Fahrzeugmodell auf einem Kennfeldbasierten Modell der Verbrennungskraftmaschine (VKM) basierte, durch ein eindimensionales Motormodell ersetzt. Das Modell wurde mit der Entwicklungsumgebung GT-POWER [22] erstellt und kann in AVL Model.CONNECTTM [28] eingebunden werden.

Bis auf eine Änderung des vorgegebenen Geschwindigkeitsprofils im Subsystem VEH wurden die restlichen Subsysteme, wie sie in Kapitel 3.2 beschrieben wurden, verwendet. Die Änderungen der Subsysteme VEH und ENG werden im Folgenden näher beschrieben, die verwendete Konfiguration der Fahrzeugparameter ist in Tabelle 4.1 dargestellt.

4	Optimie	erungsszena	ario – deta	ailliertes	Fahrzeugmode	ell
---	---------	-------------	-------------	------------	--------------	-----

Beschreibung	Abkürzung	Wert	Einheit	
Gesamtmasse des Fahrzeuges	mass	1500	kg	
Steifigkeit der Welle	TNC	250	Nino (no d	
zw. VKM und Wandler	CENG	250	INM/rad	
Steifigkeit der Welle	CMOT	250	Nm /rad	
zw. E-Maschine und Wandler		230	INIII/ Iau	
Reifenschlupf	slip	aktiviert	_	
Referenzgeschwindigkeit	ТС	2000	rom	
der Wandlerkennlinie	IC	2000	¹ Pm	
Übersetzungsverhältnis	ТР	2		
Stirnradstufe	IK	5	_	
Leistung der VKM	ENG	90	kW	
Leistung der E-Maschine	MOT	12	kW	

Tabelle 4.1: Verwendete Parameterkonfiguration

4.1.1 Antriebsstrang, Fahrzeugdynamik und Fahrer - VEH

Als Fahrprofil wurde für die Hybridstrategieoptimierung der Teilbereich *Medium* des WLTP-Zyklus gewählt, siehe Abbildung 4.1. Die Eckdaten des Zyklus sind in Tabelle 4.2 aufgelistet, für weitere Details siehe [42].



Abbildung 4.1: Teilbereich Medium des WLTP-Zyklus für Fahrzeugklasse III

Dauer ohne Stillstand	385 s
Distanz	4.756 km
Höchstgeschwindigkeit	76.6 km/h
Durchschnittsgeschwindigkeit ohne Stillstand	44.5 km/h
maximale Verzögerung	$1.5 {\rm m/s^2}$
maximale Beschleunigung	$1.6 {\rm m/s^2}$

Tabelle 4.2: Eckdaten des Teilbereichs Medium aus dem WLTP-Zyklus der Fahrzeugklasse III

4.1.2 Verbrennungskraftmaschine - ENG



Abbildung 4.2: Schematische Darstellung des Simulationsmodells

Die Simulation der VKM wurde in GT-POWER mit einem *Fast Running Model* (FRM) durchgeführt. Das Simulationsmodell basiert auf einer eindimensionalen, transienten CFD-Simulation, mit welcher Strömung und Wärmeübergang abgebildet wird. Eine detaillierte mathematische Beschreibung des Modells würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, weshalb nur der grundlegende Modellaufbau sowie die wesentlichen Funktionen und Eigenschaften des Modells erläutert werden sollen. Für ausführlichere Informationen zur Modellierung und Anwendung von FRMs wird auf die Benutzerhandbücher [19], [20], [21] verwiesen.

Der schematische Aufbau des verwendeten Modells eines vierzylindrigen Ottomotors mit Mehrpunkteinspritzung ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Durch die Zusammenfassung der zahlreichen Strömungskanäle in größere Volumen, kann der Simulationsaufwand stark reduziert und das Modell nahezu in Echtzeit, das heißt für die Simulation einer Sekunde benötigt der Computer nicht mehr als eine Sekunde, gelöst werden.

Die Drehmomentkennlinie des Motors ist identisch mit der des einfachen Modells für die Parameterkonfiguration *ENG*-, siehe Abbildung 3.9b. Der Drehmomenten-

wunsch M_E des Fahrers wird aus dem Lastsignal α_E und der Drehmomentkennlinie berechnet:

$$M_E = M_{E,sk} + (M_{E,vk} - M_{E,sk}) \cdot \alpha_E.$$
(4.1)

Die dafür nötige Drosselklappenstellung wird von der ECU mit einem vorgesteuerten I-Regler ermittelt. Befindet sich das Fahrzeug im Leerlauf, wird die Drosselklappe so eingestellt, dass die Leerlaufdrehzahl erreicht wird. In Abhängigkeit der Drosselklappenstellung kann dann der Ladungswechsel der vier Zylinder berechnet werden. Zur Abbildung des Verbrennungsprozesses in den Zylindern wird ein Zweizonenmodell mit vorgegeben Brennverlauf (Wiebe-Modell) verwendet. Die berechneten Zylinderdrücke werden als Randbedingungen für eine Mehrkörper-Simulation verwendet, wodurch in weiterer Folge die Drehzahl oder das Drehmoment des Motors bestimmt werden kann.

4.2 Konfiguration der Co-Simulation

4.2.1 Wahl des Extrapolationsverfahrens

Als Extrapolationsverfahren wurde für jedes Koppelsignal zwischen einer ZOH und FOH-Extrapolation gewählt. Für unstetige Signale, wie etwa für das Gangsignal, das nur die Werte 0, 1, 2, 3, 4, 5 annehmen kann, kommt nur die ZOH-Extrapolation in Frage. Für stetige Signale bietet sich die FOH-Extrapolation an, da mit dieser grundsätzlich größere Koppelschrittweiten realisiert werden können.

In [24] wurde der Frequenzgang des FOH und ZOH-Koppelelementes analysiert, als höchstzulässiger Fehler für das extrapolierte Signal wurden eine Phasendrehung von 3° sowie eine Abweichung der Amplitude von 3% festgelegt. Um diese Vorgaben zu erreichen, kann die Koppelschrittweite im Falle der FOH-Extrapolation sechsmal größer als bei der ZOH-Extrapolation gewählt werden bzw. kann bei gleicher Zeitschrittweite die Signalfrequenz bei einer FOH-Extrapolation sechsmal höher sein als bei einer ZOH-Extrapolation.

Diese Vorgaben werden im Fahrzeugmodell für die gewählte Koppelschrittweite $dT = 2 \times 10^{-3}$ s und FOH-Extrapolation bis zu einer Signalfrequenz von ca. 24 Hz erfüllt. Teilweise treten, beispielsweise im Drehzahlsignal der VKM, hochfrequente Schwingungen mit über 200 Hz auf, weshalb die Koppelschrittweite in diesen Bereichen nach [24] drastisch reduziert werden müsste.



Abbildung 4.3: Frequenzspektrum des Drehzahlsignales der VKM mit der maximalen Frequenz für die FOH-Extrapolation

Da eine variable Schrittweiten-Steuerung typischerweise nicht angewendet wird, kommt es zum Trade-Off zwischen einer ineffizienten Kopplung im Bereich niedriger Signalfrequenzen und großen Extrapolationsfehlern im Bereich höherer Frequenzen. Besitzt ein Subsystem mehrere Eingangssignale, so muss derselbe Kompromiss auch für die einzelnen Signale eingegangen werden, sofern diese nicht denselben Frequenzbereich besitzen. Im hohen Frequenzbereich ergibt sich mit FOH zwar eine geringere Phasendrehung, allerdings kommt es im Vergleich zu ZOH, zu einem großen Fehler in der Amplitude des extrapolierten Signales.

Für die Wahl des Extrapolationsverfahrens wurde eine Simulation mit paralleler Kopplung durchgeführt und der Extrapolationsfehler berechnet. Der Extrapolationsfehler ist definiert als die Differenz zwischen Ausgangssignal y_j und dem damit verbundenen Eingangssignal u_i am Ende des Koppelzeitschrittes. Für die in Abbildung 4.4a beispielhaft dargestellte ZOH-Extrapolation, kann der Extrapolationsfehler $e_i(T_k)$ des Signales u_i zum Koppelzeitpunkt $t = T_k$ mit

$$e_i(T_k) = y_i(T_k) - u_i(T_{k-1})$$
(4.2)

berechnet werden. Abhängig vom Subsystemintegrator kann es dazu kommen, dass das Subsystem nicht nur bis zum nächsten festgelegten Koppelzeitpunkt, sondern auch darüber hinaus gelöst wird. Dies passiert beispielsweise im Subsystem ENG, das mit variabler Mikroschrittweite gelöst wird. In diesem Fall, siehe Abbildung 4.4b, wird der Extrapolationsfehler wie folgt definiert:

$$e_i(T_k) = y_i(T_k + \varepsilon_i(T_k)) - u_i(T_{k-1} + \varepsilon_i(T_{k-1})).$$

$$(4.3)$$





(a) Subsystem rechnet bis zum Koppelzeitpunkt T_k

(b) Subsystem rechnet über den Koppelzeitpunkt T_k hinaus

Abbildung 4.4: Extrapolationsfehler

Für die Bestimmung der Extrapolationsfehler wurde eine Simulation mit paralleler Kopplung und ZOH-Extrapolation durchgeführt. Der Extrapolationsfehler für die FOH-Extrapolation wurde anhand der ZOH-Simulation abgeschätzt, dazu wurden die Eingangssignale aus der ZOH-Simulation auf FOH umgerechnet. Als Entscheidungskriterium wurde für jedes Eingangssignal u_i der mittlere quadratische Extrapolationsfehler MSE_i bestimmt:

$$MSE_i = \sum_{k=1}^{K} e_i (T_k)^2.$$
(4.4)

Dieser, sowie die schließlich gewählte Extrapolationsmethode, sind in Tabelle 4.3 dargestellt.

Signal	ZOH	FOH	Gewähltes
Jightai	MSE	MSE	Verfahren
<i>u</i> ₁₁	$1.29 imes 10^{-4}$	$1.72 imes 10^{-4}$	ZOH
<i>u</i> ₁₂	9.60	$1.23 imes 10^2$	ZOH
<i>u</i> ₂₁	$2.25 imes10^1$	6.49	FOH
<i>u</i> ₂₂	7.37	$2.59 imes10^{-2}$	FOH
u_{23}	$3.53 imes10^{-1}$	$4.89 imes10^{-1}$	ZOH
<i>u</i> ₃₁	$1.39 imes10^{-1}$	$1.39 imes10^{-1}$	ZOH
<i>u</i> ₃₂	1.02	$1.02 imes10^{-2}$	FOH
<i>u</i> ₃₃	0.00	0.00	ZOH
u_{41}	$2.25 imes10^1$	6.49	FOH
u_{42}	7.37	$2.59 imes10^{-2}$	FOH
u_{43}	$6.37 imes10^{-1}$	$1.20 imes10^{-2}$	FOH
u_{44}	$8.27 imes10^{-8}$	$9.46 imes10^{-11}$	FOH
u_{45}	$4.43 imes10^{-7}$	$7.90 imes10^{-10}$	FOH
u_{46}	$4.14 imes10^{-5}$	$3.11 imes10^{-8}$	FOH
u_{47}	$1.09 imes10^{-1}$	$8.19 imes10^{-2}$	FOH
u_{48}	$2.35 imes 10^{-6}$	$1.93 imes 10^{-8}$	FOH

Tabelle 4.3: Mittlerer Quadratischer Extrapolationsfehler der Koppelsignale und gewähltes Extrapolationsverfahren

4.2.2 Ermittlung der optimalen Ausführungsreihenfolge

Für die Ermittlung der optimalen Ausführungsreihenfolge wird die in [8] präsentierte Methode verwendet, die im Folgenden kurz erläutert werden soll. Die Suche nach der optimalen Ausführungsreihenfolge kann als das *Problem des Handlungsreisenden* der Graphentheorie aufgefasst werden: Gesucht ist die Reihenfolge bestimmter Orte, die von einem Reisenden jeweils einmal aufgesucht werden müssen, wobei der dabei zurückgelegte Weg minimiert werden soll, für weitere Details siehe [32]. Im Falle der Co-Simulation treten anstelle der Orte die Subsysteme, die jeweils einmal berechnet werden müssen. Der Weg, beispielsweise von Ort A nach Ort B, wird mit der Anzahl der zu extrapolierenden Signale, wenn Subsystem B nach Subsystem A berechnet wird, ersetzt. Die Optimierung führt dann zur Ausführungsreihenfolge, bei der in Summe am wenigsten Signale extrapoliert werden müssen. Mathematisch kann das Problem durch die Systemabhängigkeitsmatrix **D** mit

$$\mathbf{D} = (\mathbf{T}^T \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{S})^T \tag{4.5}$$

beschrieben werden. In **T** werden die Subsystemeingänge, in **S** die Systemausgänge den Subsystemen zugeordnet. L gibt an, welcher Ausgang mit welchem Eingang verbunden ist, siehe Gleichung 2.7. Der Eintrag in der *i*-ten Zeile und der *j*-ten Spalte von **D** entspricht der Anzahl der Ausgänge des Subsystems *i*, die mit dem Subsystem *j* verbunden sind. Somit ergibt sich die Anzahl n_j der zu extrapolierenden Signale, die zur Berechnung des *j*-ten Subsystems notwendig sind zu

$$n_j = \sum_i \mathbf{D}_{ij} \,. \tag{4.6}$$

Für eine Ausführungsreihenfolge, beispielsweise (2, 1, 3) (Subsystem-2 zuerst, dann Subsystem-1, dann Subsystem-3), kann mit Gleichung 4.6 dann die Gesamtanzahl der zu extrapolierenden Signale pro Zeitschritt mit Algorithmus 1 berechnet werden.

Algorithmus 1: Berechnung der Gesamtanzahl der zu extrapolierenden Signale f nach [8]

Nach der Berechnung eines Subsystems sind dessen Ausgänge bekannt und müssen nicht extrapoliert werden. Dies wird in Algorithmus 1 berücksichtigt, indem die entsprechende Zeile in der Systemabhängigkeitsmatrix auf 0 gesetzt wird. Für die optimale Ausführungsreihenfolge wird die Zielfunktion f aus Algorithmus 1 minimal.

Da die Extrapolation mancher Signale einen größeren Fehler hervorruft als andere, macht es Sinn die Signale unterschiedlich zu gewichten. Die Gewichte können mit der Diagonal-Matrix **C** berücksichtigt werden. Der Eintrag C_{ii} entspricht dem Gewicht des *i*-ten Signals, die Berechnung der Abhängigkeitsmatrix **D** erfolgt dann mit

$$\mathbf{D} = (\mathbf{T}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{S})^T.$$
(4.7)

Die Matrizen **T**, **S** und **L** für die Co-Simulation des Fahrzeuges können im Anhang A.3 gefunden werden.

4.2.3 Wahl der Gewichte

Wird für die Gewicht-Matrix **C** die Einheitsmatrix gewählt, werden alle Signale gleich gewichtet und die Optimierung führt zur Sequenz, bei der die Anzahl der extrapolierten Signale am geringsten ist. Neben dieser Anzahl haben nach [8] noch weitere Faktoren einen Einfluss und sollten wenn möglich als Gewicht miteinbezogen werden:

- Subsequenzen: Ist die Mikrozeitschrittweite eines Subsystem kleiner als die Makrozeitschrittweite, kann - abhängig von der Co-Simulations-Plattform und dem Subsystemintegrator - zu jedem Mikrozeitschritt der Wert des Eingangssignals "abgetastet" werden. Wird dies vom Subsystem nicht unterstützt, wird für die Dauer des Makrozeitschrittes ein konstanter Wert als Eingang verwendet. Alle Subsysteme im Fahrzeugmodell unterstützen diese Funktion.
- 2. Stetige und unstetige Signale: Viele fortgeschrittene Extrapolationsverfahren, beispielsweise NEPCE [30] können nicht für unstetige bzw. diskrete Signale verwendet werden.
- 3. Durchgriffe: Gibt es im Subsystem einen direkten Durchgriff, wirken sich Fehler im Eingangssignal unmittelbar auf das Ausgangssignal aus. (Durchgriffe treten im Subsystem VEH und CTL auf)
- 4. Dynamik: Die Extrapolation der Eingänge eines Subsystem mit niedriger Dynamik sollte bevorzugt werden. Verhält sich das Subsystem beispielsweise wie ein Tiefpass, so haben hochfrequente Störungen im Eingangssignal nur geringe Auswirkungen auf das Ausgangssignal.
- 5. Frequenz der Koppelsignale: Klarerweise können Signale mit niedrigeren Frequenzanteilen auch mit kleinerem Fehler extrapoliert werden.

Auf Basis dieser Informationen, können Gewichte für die einzelnen Signale verteilt werden. Ein anderer Ansatz, der kein Expertenwissen zu den Subsystemen benötigt, ist die Durchführung einer Sensitivitätsanalyse. Dabei werden die Koppelsignale mit Störungen überlagert und die Auswirkung auf das Simulationsergebnis als Maß für die Sensitivität herangezogen. Je größer der Einfluss eines gestörten Signales, desto höher ist dessen Gewicht.

Sensitivitätsanalyse für stetige Signale

Für die Sensitivitätsanalyse wird das Co-Simulationsmodell gemäß Abbildung 4.5 erweitert. Jedem stetigen Koppelsignal bzw. jedem stetigen Subsystemeingang u_i

wird die Störung d_i zugeordnet. Danach werden mehrere Simulationsdurchläufe mit paralleler Kopplung durchgeführt. Die Störungen d_i sind während einer Simulation konstant (beispielhaft in Abbildung 4.6 dargestellt), somit können die Störungen für einen Simulationsdurchlauf durch den Störvektor **d** ausgedrückt werden, wobei N_{con} die Anzahl der stetigen Koppelsignale ist:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{N_{con}} \end{bmatrix} . \tag{4.8}$$

Es stellt sich die Frage, wie d für die einzelnen Simulationsdurchläufe gewählt werden



Abbildung 4.5: Modellstruktur für die Sensitivitätsanalyse

soll. Da eine Störung als ein zusätzlicher oder "künstlicher" Extrapolationsfehler aufgefasst werden kann, sollte auch die Größenordnung einer Störung der Größenordnung des tatsächlich auftretenden Extrapolationsfehlers entsprechen. Bei einer ungestörten Simulation ($\mathbf{d} = \mathbf{0}$) mit paralleler Kopplung, kann der Extrapolationsfehler eines jeden Eingangssignales u_i ermittelt und durch den Mittelwert und die Stichprobenvarianz beschrieben werden:

$$\overline{e_i} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} e_i(T_k) , \qquad (4.9)$$

$$S_{i}^{2} = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^{K} (e_{i}(T_{k}) - \overline{e_{i}})^{2}.$$
(4.10)

Dabei ist *K* die Gesamtanzahl der Koppelschritte innerhalb eines Simulationsdurchlaufes und $e_i(T_k)$ der Extrapolationsfehler des Signales u_i am Ende des *k*-ten Koppelzeitschrittes, siehe Abbildung 4.4. Eine Störung d_i wird nun so gewählt, dass dessen


Abbildung 4.6: Eingangssignal eines Subsystems mit und ohne Störung

Verteilung dieselbe Varianz wie der Extrapolationsfehler S_i^2 und den Mittelwert 0 besitzt. Wird zudem davon ausgegangen, dass die Extrapolationsfehler unterschiedlicher Signale voneinander unabhängig sind, kann der Störvektor **d**^{*m*} für den *m*-ten Simulationsdurchlauf als die Realisation einer *N*_{con}-dimensionalen Zufallsvariablen **D** mit

$$\mu = \mathbb{E}(\mathbf{D}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{P} = \text{Cov}(\mathbf{D}) = \begin{pmatrix} S_1^2 & 0 & \dots & 0\\ 0 & S_2^2 & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \dots & S_{N_{con}}^2 \end{pmatrix}$$
(4.11)

erzeugt werden.

Mit einer genügend hohen Anzahl an Realisationen bzw. Simulationsdurchläufen kann dann eine Monte-Carlo Analyse durchgeführt werden. Diese ist jedoch aufgrund des hohen Zeitaufwandes praktisch nicht machbar. Als Abhilfe kann auf eine *Unscented Transfrom* [41] zurückgegriffen werden. Dabei wird der Störvektor **d** nicht, wie etwa bei der Monte-Carlo Analyse, zufällig generiert, sondern gezielt konstruiert. Das konstruierte Ensemble an Störvektoren \mathbf{d}^m , $m = 0, ..., 2N_{con}$ besitzt den Mittelwert μ und die Kovarianz **P**. Durch die so generierten Störvektoren \mathbf{d}^m , dessen Elemente auch Sigma-Points genannt werden, kann die gewünschte Verteilung 4.11 nur durch $2N_{con} + 1$ Sigma-Points repräsentiert werden. Für das Fahrzeugmodell sind demnach $2N_{con} + 1 = 33$ Simulationsdurchläufe nötig. Nach [41] können die Sigma-Points wie folgt konstruiert werden:

$$\mathbf{d}^0 = \mu = \mathbf{0}$$
, (4.12)

$$\mathbf{d}^m = \boldsymbol{\mu} + \sqrt{N_{con} \cdot \mathbf{P}} \cdot \mathbf{c} , \qquad (4.13)$$

$$\mathbf{d}^{m+1} = \boldsymbol{\mu} - \sqrt{N_{con}} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{c}, \qquad (4.14)$$

$$m = 1, 3, \dots 2N_{con} - 1,$$
 (4.15)

mit

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_{N_{con}} \end{bmatrix}, \qquad (4.16)$$

und

$$c_i = \begin{cases} 1 \text{ falls } i = m \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$$
(4.17)

Als Ausgangsgröße wird für die Sensitivitätsanalyse der Ausgangsvektor \mathbf{Y}^m des *m*-ten Simulationsdurchlaufes definiert:

$$\mathbf{Y}^{m} = \begin{bmatrix} Y_{1}^{m} \\ Y_{2}^{m} \\ \vdots \\ Y_{N_{con}}^{m} \end{bmatrix} \qquad m = 0, 1, 2, \dots 2N_{con} \,. \tag{4.18}$$

Die Komponente Y_i^m ist ein Maß, das die durch die Störung bzw. durch den Störvektor \mathbf{d}^m hervorgerufene Änderung im Koppelsignal u_i quantifiziert. Um die Werte der Koppelsignale einem Simulationsdurchlauf mit der Störung \mathbf{d}^m zuordnen zu können, werden diese im Folgenden mit einem hochgestellten Index gekennzeichnet: $u_i^m(T_k)$ bezeichnet also den Wert des *i*-ten Eingangssignales zum Zeitpunkt T_k für einen Simulationsdurchlauf mit der Störung \mathbf{d}^m . Für die Sensitivitätsanalyse werden vier unterschiedliche Maße verwendet und anschließend verglichen:

1. Energie der Eingangssignale - EIN

$$Y_i^m = \sum_{k=1}^K u_i^m (T_k)^2$$
(4.19)

2. Energie der Ausgangssignale - EOUT

$$Y_i^m = \sum_{k=1}^K y_j^m (T_k)^2$$
(4.20)

3. Fehler (MSE) zwischen gestörter Simulation und Referenzlösung (d = 0) - REF

$$Y_i^m = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K y_j^m(T_k) - y_j^0(T_k)^2$$
(4.21)

4. Extrapolationsfehler (MSE, siehe Gl.4.3) - EXTP

$$Y_i^m = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K e_i^m (T_k)^2$$
(4.22)

Dabei ist y_i das Ausgangssignal, das mit dem Eingangssignal u_i verbunden ist.

Schließlich wird zur Bestimmung der Sensitivität, der Korrelationskoeffizient R_{ij} einer Störung d_i und einem Koppelsignal u_j , genauer gesagt, dem Maß des Koppelsignales Y_j , berechnet. R_{ij} kann Werte zwischen -1 und 1 annehmen und gibt an, inwiefern die Varianz von Y_j durch einen linearen Zusammenhang zu d_i erklärt werden kann. Die Berechnung erfolgt durch

$$R_{ij} = \frac{Cov(d_i, Y_j)}{\sqrt{Var(d_i)Var(Y_j)}}$$
(4.23)

mit der empirischen Kovarianz

$$\operatorname{Cov}(d_i, Y_j) = \frac{1}{2N_{con}} \sum_{m=0}^{2N_{con}} (d_i^m - \overline{d_i}) (Y_i^m - \overline{Y_i}), \qquad (4.24)$$

den Mittelwerten

$$\overline{d_i} = \frac{1}{2N_{con} + 1} \sum_{m=0}^{2N_{con}} d_i^m , \qquad (4.25)$$

$$\overline{Y_i} = \frac{1}{2N_{con} + 1} \sum_{m=0}^{2N_{con}} Y_i^m$$
(4.26)

sowie den empirischen Varianzen

$$\operatorname{Var}(d_i) = \frac{1}{2N_{con}} \sum_{m=0}^{2N_{con}} (d_i^m - \overline{d_i})^2 = S_i^2, \qquad (4.27)$$

$$\operatorname{Var}(Y_{j}) = \frac{1}{2N_{con}} \sum_{m=0}^{2N_{con}} (Y_{j}^{m} - \overline{Y_{j}})^{2}.$$
(4.28)

93

Wird R_{ij} in Form einer Matrix, der Korrelationsmatrix **R** geschrieben und das Gewicht eines Signales u_i als Mittelwert der *i*-ten Zeile des Betrages von **R** definiert, kann **C** (Gleichung 4.7) mit

$$\mathbf{C} = \frac{1}{N_{con}} \cdot \mathbf{E} \cdot (\operatorname{abs}(\mathbf{R}) \cdot \mathbf{e})$$
(4.29)

berechnet werden, wobei **e** ein Vektor voller Einsen und **E** die Einheitsmatrix ist. Die zwischen 0 und 1 skalierten Gewichte sind in Abbildung 4.7 für die stetigen Signale dargestellt.



Abbildung 4.7: Gewichte der stetigen Signale

Sensitivitätsanalyse für diskrete Signale

Die in Kapitel 4.2.3 beschriebene Methode kann nicht auf alle Koppelsignale angewendet werden. Haben Koppelsignale einen eingeschränkten Wertebereich, wie beispielsweise das Gang-Signal im Fahrzeug-Modell, dass nur die Werte {1,2,3,4,5} annehmen kann, hat es wenig Sinn, das Signal mit einer additiven Störung zu überlagern. Um hier die Auswirkung des Extrapolationsfehlers (ZOH-Extrapolation) zu untersuchen, bietet es sich an, eine Störung als Verzögerung in das Signal einzubringen. Dazu wird das Co-Simulationsmodell gemäß Abbildung 4.8 erweitert. In Abbildung 4.9 wird das verzögerte Signal dargestellt.

Die eingebrachten Verzögerungen sind während eines Simulationsdurchlaufes konstant und werden wieder im Störvektor **d** zusammengefasst. Im Gegensatz zur bis-



Abbildung 4.8: Modellstruktur für diskrete Signale



Abbildung 4.9: Eingangssignal eines Subsystems mit und ohne Verzögerung

herigen Methode kann **d** nicht mehr beliebig gewählt werden. Theoretisch kann ein Signal um einen Mikroschritt bzw. um mehrere Mikroschritte künstlich verzögert werden. Dazu muss entweder das entsprechende Subsystem oder der Extrapolationsalgorithmus der Co-Simulations-Plattform modifiziert werden. Beide Varianten sind, wenn überhaupt technisch realisierbar, mit hohem Aufwand verbunden. Die Verzögerung eines Signales um einen Makroschritt hingegen, kann durch den Einbau eines zusätzlichen universellen Subsystems, dessen Eingänge die nicht verzögerten Signale und Ausgänge die verzögerten Signale sind, einfach umgesetzt werden. Aus diesem Grund soll im Folgenden nur die Verzögerung um einen Makroschritt bzw. um mehrere Makroschritte betrachtet werden.

Die ohnehin, alleine durch die Extrapolation auftretende Verzögerung, siehe $e_1(T_k)$ in Abbildung 4.9, kann nicht größer als die Koppelschrittweite $dT = T_k - T_{k-1}$ werden,

weshalb künstliche Verzögerungen darüber hinaus nicht betrachtet werden sollten. Eine Störung d_i hat daher entweder den Wert dT oder 0.

Zur Untersuchung der Auswirkung auf die Simulation, werden N_{dis} Simulationsdurchläufe durchgeführt, wobei N_{dis} die Gesamtanzahl der diskreten Signale bezeichnet. Pro Simulationsdurchlauf wird die Störung für jeweils nur ein diskretes Signal aktiviert. Somit ergibt sich das Ensemble an Störvektoren zu:

$$\mathbf{d}^{0} = \begin{bmatrix} 0\\0\\\vdots\\0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{d}^{1} = \begin{bmatrix} dT\\0\\\vdots\\0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{d}^{2} = \begin{bmatrix} 0\\dT\\\vdots\\0 \end{bmatrix}, \ \dots, \ \mathbf{d}^{N_{dis}} = \begin{bmatrix} 0\\0\\\vdots\\dT \end{bmatrix}.$$
(4.30)

Zur Quantifizierung der durch die Störung hervorgerufenen Änderungen in den Koppelsignalen werden wieder der Ausgangsvektor sowie die Maße aus Gl. 4.18 bis 4.22 verwendet. Die Gewichte der diskreten Signale werden für die Maße EIN, EOUT, EXTP aus dem Betrag der Differenz der Maße des ungestörten und gestörten Simulationsdurchlaufes ermittelt. Die Matrix **C** aus Gl. kann dann 4.7) mit

$$\mathbf{C} = \mathbf{E} \cdot \left(\operatorname{abs} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{Y}^{1}, \mathbf{Y}^{2}, \dots & \mathbf{Y}^{N_{dis}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} - \begin{bmatrix} \mathbf{Y}^{0}, \mathbf{Y}^{0}, \dots & \mathbf{Y}^{0} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \right) \cdot \mathbf{e} \right)$$
(4.31)

berechnet werden, wobei **e** ein Vektor voller Einsen und **E** die Einheitsmatrix ist. Für das Maß REF wird **C** wie folgt festgelegt:

$$\mathbf{C} = \mathbf{E} \cdot \left(\operatorname{abs} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{Y}^1, \mathbf{Y}^2, \dots \mathbf{Y}^{N_{dis}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \right) \cdot \mathbf{e} \right) \,. \tag{4.32}$$

Die zwischen 0 und 1 skalierten Gewichte sind in Abbildung 4.7 für die diskreten Signale dargestellt.



Abbildung 4.10: Gewichte der diskreten Signale

Vereinigung der Gewichte von diskreten und stetigen Signalen

Die Gewichte der diskreten und der stetigen Signale wurden mit unterschiedlichen Verfahren bestimmt und haben unterschiedliche Größenordnungen, weshalb diese nicht direkt miteinander verglichen werden können. Um dennoch die Gewichte aller Signale miteinbeziehen zu können, werden diese skaliert. Die Matrix C aus Gl. 4.29 wird im Folgenden als C_{con} , C aus Gl. 4.31 bzw. Gl. 4.32 als C_{dis} bezeichnet. Die Matrizen werden wie folgt skaliert:

$$\mathbf{C}_{s,con} = \frac{1}{max\left(\mathbf{C}_{con}\right)} \cdot \mathbf{C}_{con}, \qquad (4.33)$$

$$\mathbf{C}_{s,dis} = \frac{1}{max\left(\mathbf{C}_{dis}\right)} \cdot \mathbf{C}_{dis} \,. \tag{4.34}$$

Die Diagonalmatrizen $C_{s,con}$ und $C_{s,dis}$ werden mit Nullen in der Hauptdiagonale erweitert, sodass diese dieselbe Dimension besitzen und das Gewicht des *i*-ten Eingangssignales in der *i*-ten Zeile bzw. Spalte steht. Für diskrete Eingangsignale befindet sich somit in der entsprechenden Zeile bzw. Spalte von $C_{s,con}$ der Wert 0, für stetige Signale befindet sich in $C_{s,dis}$ der Wert 0. Die Matrizen können mit dem frei wählbaren Faktor $\lambda \in [0, 1]$ überlagert werden:

$$\mathbf{C}_{s} = \lambda \cdot \mathbf{C}_{s,con} + (1 - \lambda) \cdot \mathbf{C}_{s,dis}.$$
(4.35)

Mit der Abhängigkeitsmatrix

$$\mathbf{D} = (\mathbf{T}^T \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{S})^T \tag{4.36}$$

und Algorithmus 1 können die Zielfunktionen für die insgesamt 24 möglichen Ausführungsreihenfolgen bestimmt werden. ¹

4.2.4 Bewertung der Ergebnisse

Die Werte der Zielfunktionen wurden für $\lambda = 0$, 0.5, 0.75, 1 berechnet und sind in Abbildung A.1 bis A.4 dargestellt. Neben der Zielfunktion, ist in den Abbildungen auch der tatsächliche Simulationsfehler e_s aufgetragen. Für die Bestimmung von e_s wurde der Fehler e_{MAE} der Koppelsignale zwischen den Ergebnissen der sequenziellen Simulation und der Referenzlösung (Mikroschrittweite = Makroschrittweite) herangezogen, siehe Unterpunkt 3.4. Im Folgenden werden mit hochgestellten Indizes

¹Für die Permutation von vier Subsystemen ergeben sich 4! = 24 Möglichkeiten

Ausführungsreihenfolgen und mit tiefgestellten Indizes die Koppelsignale nummeriert, $e_{MAE, j}^{i}$ bezeichnet somit den Fehler (MAE) des *j*-ten Koppelsignals für die *i*-te Ausführungsreihenfolge.

Um die Fehler unterschiedlicher Signale miteinander vergleichen zu können, wurden diese dimensionslos gemacht und zwischen 0 und 1 skaliert:

$$e_{s, j}^{i} = \frac{e_{MAE, j}^{i} - \min_{i} \left(e_{MAE, j}^{i} \right)}{\max_{i} \left(e_{MAE, j}^{i} \right) - \min_{i} \left(e_{MAE, j}^{i} \right)}.$$
(4.37)

Schließlich wurden für die Berechnung von e_s^{j} die Fehler der einzelnen Koppelsignale summiert und so skaliert, dass der größte Wert 1 beträgt:

$$e_{\rm s}^{\ j} = \frac{1}{\max_{i} \left(e_{\rm s}^{\ j} \right)} \cdot \sum_{i} \left(e_{\rm s, \ j}^{\ i} \right) \ . \tag{4.38}$$

Der Fehler e_s ist in Tabelle 4.4 dargestellt. Auch die Fehler der Zielgrößen für die Optimierung der Hybridstrategie (SOC-neutraler Kraftstoffverbrauch, Batterielebensdauer) korrelieren mit dem Fehler e_s . Es ist erkennbar, dass die gewählte Ausführungsreihenfolge einen deutlichen Einfluss auf die Zielgrößen hat. Für die optimale (kleinster Fehler in den Koppelsignalen, e_s ist minimal) Reihenfolge ABCD (A=VEH, B=ENG, C=MOT, D=CTL) beträgt der Fehler im SOC-neutralen Kraftstoffverbrauch 0.247 % und in der Batterielebensdauer 0.213 %. Für die ungünstigste Reihenfolge BACD liegt der Fehler im kumulierten Kraftstoffverbrauch bei 3.17 % und der Batterielebensdauer bei 1.59 %.

Um die verwendeten Verfahren EU, EY, REF und EXTP, (Gl. 4.19-4.22) sowie die Wahl des Parameters λ (Gl. 4.35) bewerten zu können, wurden die Ergebnisse in Tabelle A.6 und Tabelle A.7 gegenübergestellt. Die Tabellen sollen zeigen, wie die Verfahren die möglichen Ausführungsreihenfolgen bewerten. Dazu wurden die Ausführungsreihenfolgen nach ihren Zielfunktionswerten f in aufsteigender Reihenfolge sortiert. Anstelle des Wertes der Zielfunktion, ist in der Tabelle der Wert des tatsächlichen Simulationsfehlers e_s eingetragen. Zum Beispiel befindet sich in der ersten Zeile der Tabelle die Ausführungsreihenfolge, die vom jeweiligen Verfahren als optimal bewertet wurde. Der Wert in dieser Zeile (e_s) gibt an, welcher Fehler bei der Wahl dieser Ausführungsreihenfolge tatsächlich entstehen würde.

Für $\lambda = 0.5$ und $\lambda = 0.75$ wurde einheitlich die Ausführungsreihenfolge DABC als optimal bewertet. Von den 24 möglichen Sequenzen ist das die viertbeste Wahl (DABC hat den viertniedrigsten Simulationsfehler). Für $\lambda = 1$ wurde einheitlich

Trigger-	Fehler in den Koppelsignalen	Fehler in den Hybridstrategiec	Zielgrößen der ptimierung in %
Reihenfolge	$e_{\mathrm{S}}\left(- ight)$	SOC neutraler Kraftstoffverbrauch	Batterielebensdauer
ABCD	1.29E-02	2.42E-01	2.13E-02
ACBD	1.29E-02	2.42E-01	2.13E-02
CABD	3.36E-02	1.92E-01	9.57 E-02
DABC	3.78E-02	2.11E-01	7.29E-02
DACB	3.78E-02	2.11E-01	7.29E-02
ADBC	4.30E-02	1.54E-01	9.00E-02
ADCB	4.30E-02	1.54E-01	9.00E-02
DCAB	4.48E-02	2.23E-01	8.68E-02
ABDC	6.03E-02	6.70E-02	1.44E-02
ACDB	6.24E-02	3.09E-01	1.72E-01
CADB	6.86E-02	3.11E-01	1.75E-01
BDAC	3.59E-01	1.14E-01	3.34E-02
BDCA	4.21E-01	8.50E-02	7.60E-03
CDAB	4.65E-01	3.00E-01	5.54E + 00
CDBA	4.83E-01	3.05E-02	8.75E-02
BCAD	9.00E-01	3.06E + 00	$1.99E{+}00$
CBAD	9.00E-01	3.06E + 00	$1.99E{+}00$
BADC	9.41E-01	2.98E + 00	$2.11E{+}00$
BCDA	9.48E-01	2.93E + 00	2.08E + 00
CBDA	9.48E-01	2.93E + 00	2.08E + 00
DBAC	9.87E-01	3.03E + 00	$1.62E{+}00$
DBCA	9.97E-01	3.11E + 00	$1.59E{+}00$
DCBA	9.97E-01	3.11E + 00	$1.59E{+}00$
BACD	1.00E + 00	3.17E + 00	1.59E + 00

Tabelle 4.4: Fehler e_s zur Bewertung der Simulationsergebnisse unterschiedlicher Ausführungsreihenfolgen: A=VEH, B=ENG, C=MOT, D=CTL

ADBC (sechst niedrigster Simulationsfehler), für $\lambda = 0$ CDAB (vierzehnt niedrigster Simulationsfehler) als optimal bewertet.

Für die Sensitivitätsanalyse werden für N_{con} stetige und N_{dis} diskrete Signale insgesamt $2N_{con} + N_{dis} + 1$ Simulationsdurchläufe benötigt. Werden alle möglichen Ausführungsreihenfolgen der N Subsysteme sukzessive durchprobiert und die beste Ausführungsreihenfolge durch Vergleich mit der Referenzlösung bestimmt, ergeben sich N! Simulationsdurchläufe. Das Verfahren lohnt sich also wenn $N! > 2N_{con} + N_{dis} + 1$ oder eine Referenzlösung² nicht zur Verfügung steht.

4.3 Vorgehensweise

Zur Optimierung des Kraftstoffverbrauches und der Batterielebensdauer des Fahrzeuges soll für vier ausgewählte Parameter der Hybridstrategie, $SOC_{B,max}$, $SOC_{B,min}$, *delay* und $T_{B,max,1}$, siehe Kapitel 3.2.4, die optimale Einstellung gefunden werden. Die direkte Ansteuerung des detaillierten Fahrzeugmodells mit einem Optimierungsalgorithmus kann aufgrund der langen Rechenzeiten - mit dem Versuchsrechner wird ein Echtzeitfaktor von 5 erreicht, das heißt für die Simulation einer Sekunde werden 5 Sekunden benötigt - nicht durchgeführt werden. Zur Optimierung wird deshalb der in [43] vorgeschlagene Ansatz gewählt: Anstelle das Fahrzeugmodells direkt für die Optimierung zu verwenden, wird zuerst unter Anwendung der statistischen Versuchsplanung ein Metamodell erstellt. Dieses liefert eine direkte Beziehung zwischen den Zielgrößen (Kraftstoffverbrauch und Batterielebensdauer) und den Faktoren ($SOC_{B,max}$, $SOC_{B,min}$, *delay* und $T_{B,max,1}$) und kann in Sekundenbruchteilen ausgewertet werden. Somit ist auch die anschließende Optimierung, bei der nur das Metamodell ausgewertet werden muss, mit vertretbarem Zeitaufwand durchführbar.

Neben den in Kapitel 2.2.3 genannten DoE-Verfahren zur Erstellung von Versuchsplan und Metamodell, soll noch die in der Optimierungsplattform AVL CAMEO[™] ebenfalls zur Verfügung stehende Methode *Active DoE* erwähnt werden. Mit dieser kann der Versuchsplan während der Durchführung des Experimentes automatisiert angepasst werden. Dazu wird das Metamodell bereits nach wenigen Messungen berechnet und mit neu hinzugekommenen Messpunkten aktualisiert. Weichen beispielsweise die Faktorwerte der vom Modell prognostizierten Pareto-Front von den vermessenen Faktorwerten ab, können die restlichen Messpunkte im relevanten, noch nicht vermessenen Bereich, platziert werden [6].

²Idealerweise wird zur Bewertung der Ergebnisqualität der Co-Simulation die monolithische Lösung des Modells herangezogen. Diese ist allerdings für praktisch relevante Simulationsmodelle, zumeist nicht verfügbar. Wie auch in dieser Arbeit wird deshalb als Referenzlösung eine Co-Simulationslösung mit ausreichend kleiner Makroschrittweite gewählt. Die Makroschrittweite ist allerdings durch die Mikroschrittweite der Subsysteme nach unten beschränkt und kann in praktischen Anwendungen häufig nicht klein genug gewählt werden.

Da *Active DoE* stochastische Algorithmen verwendet, deren Initialwerte nicht vor Durchführung des Experimentes gesetzt werden können, sind die damit durchgeführten Experimente nicht reproduzierbar und liefern möglicherweise unter denselben Bedingungen unterschiedliche Ergebnisse. Das Verfahren ist somit für den Anwendungsfall der Hybridstrategieoptimierung gut, für den Vergleich der unterschiedlichen Co-Simulations-Konfigurationen jedoch nicht geeignet. Stattdessen wurde ein S-Optimal-Design erzeugt und für alle vier Co-Simulations-Parameter verwendet.

4.4 Ermittlung der Zielgrößen

Die Hybridstrategie soll in Hinblick auf Kraftstoffverbrauch und Batterielebensdauer optimiert werden. Der in der Simulation des Fahrzyklus ermittelte Kraftstoffverbrauch alleine ist jedoch zur Bewertung der Hybridstrategie nicht geeignet. Wird der Zyklus mit voller Batterie gestartet, so wird die Batterie während des Zyklus entladen und es ergibt sich, im Vergleich zum Start mit leerer Batterie, ein niedrigerer Kraftstoffverbrauch. Der zusätzliche Bedarf an Kraftstoff, der zum Wiederaufladen der Batterie (Lastpunkthebung) notwendig ist, wird dann nicht berücksichtigt. Deshalb muss nach Regelung Nr. 101 der Wirtschaftskommission der Vereinten Nationen für Europa [38] die Änderung der Batterieladung, sofern sich diese auf mehr als 1 % beläuft, bei Angabe des Kraftstoffverbrauch C_0 aus dem tatsächlichen Kraftstoffverbrauch C, der Ladebilanz Q (= Batterieladung-Ende - Batterieladung-Beginn) und dem Korrekturfaktor K ermittelt:

$$C_0 = C - Q \cdot K. \tag{4.39}$$

Der Korrekturfaktor *K* wird aus einer Reihe von Zyklusfahrten i = 1, ..., n mit den jeweils gemessenen Kraftstoffverbräuchen C_i und Ladebilanzen Q_i bestimmt, wobei mindestens eine Fahrt mit $Q_i > 0$ und eine Fahrt mit $Q_i < 0$ in der Reihe enthalten sein muss:

$$K = \frac{n \sum_{i=1}^{n} Q_i C_i - \sum_{i=1}^{n} Q_i \sum_{i=1}^{n} C_i}{n \sum_{i=1}^{n} Q_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} Q_i)^2}.$$
(4.40)

In Anlehnung an die Gesetzgebung wurde der Korrekturfaktor für den simulierten Zyklusabschnitt mit neun Zyklusfahrten bestimmt. Die ermittelten Daten sind in Tabelle 4.5 aufgelistet.

Neben dem SOC-neutralen Kraftstoffverbrauch wurde die Batterielebensdauer als Zielgröße gewählt. Deren Berechnung erfolgt mit dem in [2] vorgestellten Batteriemodell

Testlauf <i>i</i>	SOC bei Zyklusstart (%)	SOC bei Zyklusende (%)	C_i (L/100km)	Q_i (Ah)
1	10	28.4	11.500	0.922
2	20	34.3	10.693	0.715
3	30	36.2	9.690	0.310
4	40	45.7	9.610	0.285
5	50	56.6	9.730	0.330
6	60	66.3	9.710	0.315
7	70	72.1	9.000	0.105
8	80	71.2	7.240	-0.440
9	90	81.4	7.260	-0.430

Tabelle 4.5: Simulationsergebnisse der neun Testläufe zur Bestimmung des Korrekturfaktors $K = 3.1 \,\mathrm{L}/100 \mathrm{kmAh}$

für Lithium-Ionen-Akkumulatoren. Das Modell berücksichtigt die kalendarische und zyklische Alterung und beschreibt die Abnahme der Kapazität sowie die Erhöhung des Innenwiderstandes der Batterie. Mit den Modellkoeffizienten

$$\alpha_C = (7.543 - 23.75) \cdot 10^6 \cdot e^{\frac{-6976}{T}}, \qquad (4.41)$$

$$\beta_{\rm C} = 7.348 \cdot 10^{-3} \cdot (\overline{V} - 3.667)^2 + 7.6 \cdot 10^{-4} + 4.081 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta SOC \tag{4.42}$$

kann der zeitliche Verlauf der nutzbaren Batteriekapazität C mit

$$C = 1 - \alpha_C t^{0.75} - \beta_C \sqrt{Q}$$
 (4.43)

berechnet werden. Dabei bezeichnet *T* die Batterietemperatur, *V* die Zellspannung bei der die Batterie gelagert wird (kalendarische Alterung), \overline{V} die mittlere Zellspannung, ΔSOC die Endladetiefe und *Q* die umgesetzte Ladung bei zyklischer Belastung (zyklische Alterung).

Als Lebensdauer wurde die Zeit bis zum Erreichen einer nutzbaren Batteriekapazität von 80% definiert. Dabei wurde für *T* die mittlere Batterietemperatur und für *V* sowie \overline{V} die mittlere Batteriespannung während des Fahrzyklus gewählt. Mit der im Zyklus umgesetzten Batterieladung pro Streckeneinheit wurde die Lebensdauer in Betriebskilometer berechnet.

4.5 Umfang der Untersuchung

Die Hybridstrategie-Optimierung wurde, wie nachfolgend aufgelistet, für unterschiedliche Co-Simulations-Parameter durchgeführt. Für alle Konfigurationen wurden die Extrapolationsverfahren gemäß Tabelle 4.3 gewählt.

• Referenzlösung

Die Makroschrittweite der Referenzlösung $dT = 5 \times 10^{-4}$ s entspricht der Mikroschrittweite der Subsysteme VEH und MOT (Subsystem ENG verwendet einen Integrator mit variabler Mikroschrittweite, Subsystem CTL wird mit der Mikroschrittweite dt = 1×10^{-3} s gelöst). Die Subsysteme werden mit parallelem Verfahren gelöst.

• optimale Konfiguration

Für die optimale Konfiguration wurde ein sequenzielles Verfahren mit der Ausführungsreihenfolge DABC gewählt. Diese Ausführungsreihenfolge wurde mit dem in Kapitel 4.2.3 vorgestelltem Verfahren ($\lambda = 0.5, 0.75$) als optimal bewertet. Die Makroschrittweite beträgt $dT = 2 \times 10^{-3}$ s.

- nicht optimale Konfiguration Auch für die nicht optimale Konfiguration wurde ein sequenzielles Verfahren verwendet. Die gewählte Ausführungsreihenfolge BACD führte, wie in Tabelle 4.4 ersichtlich, zum größten Fehler in den Koppelsignalen. Die Makroschrittweite beträgt $dT = 2 \times 10^{-3}$ s.
- paralleles Verfahren Für die Co-Simulation wurde das parallele Verfahren mit einer Makroschrittweite von $dT = 2 \times 10^{-3}$ s gewählt.

Für die vier Konfigurationen wurden jeweils 71 Simulationsdurchläufe (S-Optimal Design) mit den Strategieparametern aus Tabelle 4.6 durchgeführt.

4.6 Modellbildung und Optimierung

Für die Zielgrößen wurde jeweils ein eigenes Metamodell aus den Ergebnissen des Versuchsplans generiert. Da mit dem RNN-Modell in AVL CAMEO[™] die Vorgabe der Modellordnung entfallen kann und das Modell auch in der Lage ist, stark nichtlineare Zusammenhänge abzubilden, wurde dieses verwendet. Für beide Zielgrößen wurden lokale Polynome zweiter Ordnung gewählt. Zur Bewertung der Modellgüte wurden die Bestimmtheitsmaße der Modelle für die jeweils unterschiedlichen Co-Simulations-Konfigurationen in Tabelle 4.7 dargestellt.

Die Metamodelle wurden exportiert und für die weitere Auswertung in MATLAB[®] eingebunden. In der Global Optimization Toolbox [25] stehen zahlreiche Verfahren für die multikriterielle Optimierung zur Verfügung. Mit der Funktion paretosearch, die zur Lösung des Optimierungsproblems gewählt wurde, kann die Pareto-Front

Testlauf	temp (°C)	maxSOC (%)	minSOC (%)	delay (s)	Testlauf	temp (°C)	maxSOC (%)	minSOC (%)	delay (s)
1	60	57.5	42.5	8.5	37	50	57.5	42.5	15
2	50	57.5	50	2	38	70	50	42.5	15
3	50	57.5	35	2	39	60	65	50	8.5
4	50	65	35	15	40	50	50	42.5	15
5	60	65	42.5	2	41	50	65	50	2
6	50	50	50	2	42	60	50	42.5	8.5
7	50	57.5	50	8.5	43	60	50	50	15
8	60	65	42.5	15	44	70	50	35	8.5
9	60	50	35	15	45	60	50	35	2
10	70	50	50	2	46	70	57.5	50	8.5
11	70	57.5	35	2	47	70	65	50	2
12	50	57.5	42.5	2	48	50	65	42.5	8.5
13	70	50	50	8.5	49	50	50	35	8.5
14	50	65	35	2	50	60	50	50	2
15	50	50	50	8.5	51	50	65	35	8.5
16	60	50	35	8.5	52	60	65	42.5	8.5
17	70	50	35	2	53	50	50	42.5	2
18	60	65	35	2	54	50	57.5	42.5	8.5
19	50	57.5	35	8.5	55	70	57.5	35	8.5
20	60	65	50	2	56	60	50	50	8.5
21	70	57.5	42.5	2	57	70	50	50	15
22	60	65	35	8.5	58	70	65	42.5	8.5
23	60	57.5	50	15	59	60	50	42.5	15
24	50	50	42.5	8.5	60	50	50	35	15
25	60	57.5	42.5	2	61	50	50	50	15
26	50	65	50	15	62	50	65	50	8.5
27	60	57.5	35	8.5	63	70	65	42.5	2
28	70	57.5	42.5	15	64	70	50	35	15
29	60	57.5	50	8.5	65	70	65	35	8.5
30	60	57.5	35	15	66	20	50	42.5	2
31	20	65	35	15	67	50	50	35	2
32	70	65	50	15	68	70	57.5	42.5	8.5
33	70	50	42.5	8.5	69	70	57.5	50	2
34	50	65	42.5	2	70	20	65	35	2
35	60	57.5	35	2	71	60	57.5	50	2
36	60	50	42.5	2					

Tabelle 4.6: S-Optimaler Versuchsplan für die Parameter der Hybridstrategieoptimierung

		R^2	R^2_{Adj}	R^2_{Pred}
Referenzlösung	Batterielebensdauer	0.9965	0.9951	0.9923
	SOC-neutraler Kraftstoffverbrauch	0.9953	0.9918	0.9702
optimale	Batterielebensdauer	0.9981	0.9967	0.9941
Konfiguration	SOC-neutralerKraftstoffverbrauch	0.9961	0.9934	0.9692
nicht optimale	Batterielebensdauer	0.9970	0.9957	0.9936
Konfiguration	SOC-neutralerKraftstoffverbrauch	0.9965	0.9941	0.9743
parallele	Batterielebensdauer	0.9981	0.9970	0.9936
Konfiguration	SOC-neutralerKraftstoffverbrauch	0.9961	0.9933	0.9779

Tabelle 4.7: Bestimmtheitsmaße der Modelle für unterschiedliche Konfigurationen

direkt ermittelt werden. Zur Bestimmung der Pareto-Front wird dabei ein iterativer Algorithmus verwendet. In einem erstem Schritt wird im (skalierten) Faktorraum mithilfe einer Sobol-Sequenz eine gewisse Anzahl an gleichmäßig verteilten Punkten x_1 , x_2 , ... erzeugt. An jedem Punkt werden weitere Punkte in dessen Umgebung erzeugt, bei vier Faktoren sind dies acht weitere Punkte, diese ergeben sich für den Ausgangspunkt x_i zu

$$\mathbf{x}_{i,1} = \mathbf{x}_i + \lambda \begin{bmatrix} 1\\0\\0\\0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{i,2} = \mathbf{x}_i + \lambda \begin{bmatrix} 0\\1\\0\\0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{i,3} = \mathbf{x}_i + \lambda \begin{bmatrix} 0\\0\\1\\0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{i,4} = \mathbf{x}_i + \lambda \begin{bmatrix} 0\\0\\1\\1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{x}_{i,5} = \mathbf{x}_i - \lambda \begin{bmatrix} 1\\0\\0\\0\\1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{i,6} = \mathbf{x}_i - \lambda \begin{bmatrix} 0\\1\\0\\0\\1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{i,7} = \mathbf{x}_i - \lambda \begin{bmatrix} 0\\0\\1\\0\\1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{i,8} = \mathbf{x}_i - \lambda \begin{bmatrix} 0\\0\\0\\1\\1 \end{bmatrix},$$

$$(4.44)$$

wobei λ als Netzgröße bezeichnet wird. Danach werden die Zielgrößen der Punkte $\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \ldots \mathbf{x}_{i,8}$ abgefragt. Wird dabei einer der acht Punkte nicht vom Ausgangspunkt \mathbf{x}_i dominiert, so wird dieser der neue Ausgangspunkt und weitere acht Punkte werden wie in Gl. 4.44 um ihn berechnet, allerdings mit verdoppelter Netzgröße. Dominiert der Ausgangspunkt alle acht umgebenden Punkte, so wird kein neuer Ausgangspunkt gewählt, stattdessen wird der Vorgang für die halbe Netzschrittweite wiederholt. Nachdem die Prozedur für alle Punkte $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots$ durchgeführt wurde, werden dominierte Punkte entfernt. Für die verbleibenden Punkte wird der Vorgang so lange wiederholt, bis ein Abbruchkriterium erreicht wird [25].

4.7 Bewertung der Ergebnisse

Die Ergebnisse der 71 Simulationsdurchläufe des Versuchsplanes, die jeweils für unterschiedliche Co-Simulations-Konfigurationen durchgeführt wurden, sind in Abbildung 4.11 dargestellt (Punkte mit gleichen Strategieparametern sind mit Linien verbunden). Die optimale Konfiguration wird in den folgenden Abbildungen mit "DABC" (=Ausführungsreihenfolge, A=VEH, B=ENG, C=MOT, D=CTL), die nicht optimale mit "BACD" und die parallele Konfiguration mit "parallel" bezeichnet.

Die Fehler zur Referenzlösung wurden für die einzelnen Testläufe in Abbildung 4.12 der Größe nach sortiert und für die unterschiedlichen Co-Simulations-Konfigurationen gegenübergestellt. Die parallele Co-Simulation führt vergleichsweise zu den größten Fehlern in den Zielgrößen. Nur kleine Unterschiede in der Fehlerverteilung ergeben



Abbildung 4.11: Ergebnisse der Versuchsdurchläufe aus dem S-Optimal-Design für unterschiedliche Konfigurationen

sich zwischen den sequenziellen Co-Simulationen, wobei die optimale Konfiguration dennoch den durchschnittlich kleinsten Fehler besitzt.

In Abbildung 4.13 sind die mit dem Optimierungsverfahren ermittelten Pareto-Fronten gegenübergestellt. Für eine Batterielebensdauer von unter 300 000 km stimmen die Pareto-Fronten gut überein, darüber hinaus kommt es zu Abweichungen zwischen den unterschiedlichen Konfigurationen. Das beste Ergebnis, d.h. die Pareto-Front mit der kleinsten Abweichung zur Referenzlösung, konnte mit der optimalen Konfiguration erreicht werden.



(a) Batterielebensdauer

(b) SOC-neutraler Kraftstoffverbrauch

Abbildung 4.12: Fehlerverteilung der Zielgrößen für unterschiedliche Konfigurationen



Abbildung 4.13: Pareto-Fronten für unterschiedliche Konfigurationen

5 Zusammenfassung und Ausblick

Im ersten Teil der Arbeit wurde das einfache Fahrzeugmodell zur Untersuchung der Robustheit der Co-Simulation verwendet. Dafür wurden elf Fahrzeugparameter mit einem teilfaktoriellen Versuchsplan variiert und die Auswirkungen auf den Fehler zwischen Co-Simulation und monolithischer Simulation, für die drei Makroschrittweiten 5×10^{-4} s, 1×10^{-3} s und 2×10^{-3} s analysiert.

Die Analyse bezog sich auf die relevanten Ausgangsgrößen der im zweiten Teil der Arbeit durchgeführten Optimierung der Hybridstrategieparameter sowie auf die Koppelsignale. Für die größte Makroschrittweite ergeben sich, sowohl für die Ausgangsgrößen als auch für die Koppelsignale, starke Abweichungen von der monolithischen Lösung. Beispielsweise liegt der Fehler im kumulierten Kraftstoffverbrauch für einen Teil der Testläufe bei über 50 %.

Die Federsteifigkeiten der Wellen nach der E-Maschine und der Verbrennungskraftmaschine (*cMOT*, *cENG*) sowie der Reifenschlupf (*slip*) haben den größten Einfluss auf den Fehler, der nur dann auftritt, wenn für alle drei Parameter die kritische Faktorstufe gewählt wird (hohe Wellensteifigkeit und Deaktivierung des Reifenschlupfmodells). Wie anhand eines linearisierten Ersatzmodells gezeigt wurde, ist dies auf Stabilitätsprobleme zurückzuführen.

Weitere Parameter, die den Fehler aller Ausgangsgrößen (bei einer Makroschrittweite von 2×10^{-3} s) gleichermaßen beeinflussten, wie etwa die Wandlerkennlinie, das Übersetzungsverhältnis der Stirnradstufe oder die Leistung der Verbrennungskraftmaschine, tun dies in geringerem Ausmaß; Die Haupteffekte dieser Parameter liegen für alle Ausgangsgrößen unter 2.5 %. Für die zwei kleineren Makroschrittweiten liegen die Haupteffekte aller Parameter unter 0.5 %. Dennoch kommt es teilweise zu großen Fehlern, die mit einer Abweichung im gefahrenen Betriebsmodus (Hybridstrategie) erklärt werden können.

Zusammenfassend kann für das untersuchte Simulationsmodell gesagt werden, dass die Wahl der Makroschrittweite bei Variation der Fahrzeugparameter *cMOT*, *cENG* und *slip* entscheidend ist. Eine Änderung von einem der drei Parameter kann, zur Erhaltung der Ergebnisqualität, eine Neukonfiguration der Co-Simulation erfordern (z.B. Verkleinerung der Makroschrittweite). Die Variation der restlichen acht untersuchten Fahrzeugparameter hat einen wesentlich geringeren Einfluss, sodass eine einmalig (für beliebige Fahrzeugparameter) konfigurierte Co-Simulation, eine genügende Ergebnisqualität erzielt. Im zweiten Teil der Arbeit wurde die Co-Simulation für das detaillierte Fahrzeugmodell konfiguriert, das heißt es wurde versucht das Extrapolationsverfahren (ZOH oder FOH) und die Ausführungsreihenfolge so zu wählen, dass sich ein minimaler Fehler in den Simulationsergebnissen ergibt. Die Ermittlung der optimalen Ausführungsreihenfolge wurde mit dem Ansatz aus [8] durchgeführt und die dafür notwendigen Gewichte der Koppelsignale mit dem in der Arbeit vorgestellten Verfahren ermittelt. Die für die vier Subsysteme 24 möglichen Ausführungsreihenfolgen wurden anhand der Fehler in den Koppelsignalen bewertet und gereiht. Mit dem Verfahren wurde die Ausführungsreihenfolge mit dem viertkleinsten Fehler (DABC) als optimal bewertet.

Im Anschluss wurde eine Optimierung ausgewählter Hybridstrategieparameter für zwei unterschiedliche Ausführungsreihenfolgen und für ein paralleles Koppelverfahren durchgeführt. Zur Bewertung der unterschiedlichen Koppelverfahren wurden die Pareto-Fronten der Zielgrößen Kraftstoffverbrauch und Batterielebensdauer gegenübergestellt. Die Pareto-Front, die mit DABC ermittelt wurde, erzielt die beste Übereinstimmung mit der Referenzlösung.

Die in der Arbeit durchgeführten Untersuchungen beschränken sich auf die grundlegenden Extrapolationsmethoden ZOH und FOH sowie auf Subsysteme, die alle mit derselben Makroschrittweite gekoppelt werden. Bei Anwendung komplexerer Extrapolationsverfahren, wie etwa in [30] oder [34] und der Kopplung von Subsystemen mit unterschiedlichen Makroschrittweiten, wie beispielsweise in [9], ergeben sich viele weitere Co-Simulations-Parameter, deren Auswirkung auf die Ergebnisqualität in weiteren Untersuchungen geklärt werden muss.

Wie in der Arbeit gezeigt, können bestimmte Fahrzeugparameter ohne Auswirkung auf die Ergebnisqualität variiert werden. In weiterer Folge ist es denkbar, vorgefertigte Konfigurationen (Templates) der Co-Simulations-Parameter für unterschiedliche Topologien (z.B. Verbrennungskraftmaschine - restliches Fahrzeug oder Verbrennungskraftmaschine - E-Maschine - restliches Fahrzeug) zu entwickeln. Sind die kritischen Modellparameter der in der Topologie enthaltenen Subsysteme bekannt und werden die Grenzen dieser Parameter vom Anwender eingehalten, kann dann auf das dafür vorgesehene Template zurückgegriffen werden. Eine auf das spezifische Simulationsmodell angepasste Konfiguration der Co-Simulationsparameter und der dafür notwendige Zeitaufwand entfällt. Bei der Variation aller nicht kritischen Modellparameter hätte der Anwender Gewissheit, dass die für seine Untersuchung notwendige Ergebnisqualität gewährleistet werden kann.

Literatur

- [1] M. Geimer, T. Krüger und P. Linsel. *Co-Simulation, gekoppelte Simulation oder Simulatorkopplung? Ein Versuch der Begriffsvereinheitlichung*. In: O+P Ölhydraulik und Pneumatik (2006).
- [2] J. Schmalstieg u. a. *A holistic aging model for Li(NiMnCo)O2 based 18650 lithium-ion batteries*. In: Journal of Power Sources (2014).
- [3] I. N. Bronstein u. a. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 1999. Siehe Seiten 361, 998.
- [4] M. Busch. Zur Effizienten Kopplung von Simulationsprogrammen. Dissertation. Universität Kassel, 2012. Siehe Seiten 27-59.
- [5] AVL CAMEOTM. AVL List GmbH. URL: https://www.avl.com/-/avl-cameo-4-(besucht am 30.04.2021).
- [6] *CAMEO*[®] *4 User's Guide*. Version 4 R₃. AVL List GmbH.
- [7] F. Casella. *Exploiting Weak Dynamic Interactions in Modelica*. In: Proceedings of the 4th International Modelica Conference. 2005.
- [8] F. R. Holzinger und M. Benedikt. *Optimal Trigger Sequence for Non-Iterative Co-Simulation*. In: Proceedings of the 9th International Conference on Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and Applications. 2019.
- [9] F. R. Holzinger, M. Benedikt und D. Watzenig. Optimal Trigger Sequence for Non-iterative Co-simulation with Different Coupling Step Sizes. In: Proceedings of the 9th International Conference on Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and Applications. 2019.
- [10] R. Kübler und W. Schiehl. *Two Methods of Simulator Coupling*. In: Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems (2000).
- [11] AVL CRUISETM. AVL List GmbH. URL: https://www.avl.com/cruise (besucht am 30.04.2021).
- [12] F. C. Günther. Beitrag zur Co-Simulation in der Gesamtsystementwicklung des Kraftfahrzeuges. Dissertation. Technische Universität München, 2016. Siehe Seiten 38, 40-43.
- [13] S. S. Garud, I. A. Karimi und M. Kraft. *Design of computer experiments: A review*. In: Computers & Chemical Engineering (2017).

- K. Siebertz, D. van Bebber und T. Hochkirchen. *Statistische Versuchsplanung*, Design of Experiments (DoE), 2. Auflage. Springer, 2010. Siehe Seiten 49, 67 - 73, 179-189, 198-213, 231-232, 473.
- [15] S. Jiang u. a. Development of an Engine-in-the-loop Vehicle Simulation System in Engine Dynamometer Test Cell. In: SAE Technical Paper 2009-01-1039. 2009.
- [16] G. E. P. Box und J. S. Hunter. *The 2k-p Fractional Factorial Designs Part I*. In: Technometrics (1961).
- [17] M. Friedrich. *Parallel Co-Simulation for Mechatronic Systems*. Dissertation. Technische Universität München, 2011. Siehe Seiten 15 - 30.
- [18] H. Naunheimer und G. Lechner. *Fahrzeuggetriebe: Grundlagen, Auswahl, Auslegung und Konstruktion*. Springer Berlin Heidelberg, 2013. Siehe Seiten 405-409.
- [19] *GT-SUITE Engine Performance Application Manual*. Version 2018. Gamma Technologies LLC.
- [20] *GT-SUITE Mechanics Theory Manual*. Version 2018. Gamma Technologies LLC.
- [21] GT-SUITE Flow Theory Manual. Version 2018. Gamma Technologies LLC.
- [22] GT-POWER Engine Simulation Software. Gamma Technologies LLC. URL: https: //www.gtisoft.com/gt-suite-applications/propulsion-systems/gt-powerengine-simulation-software (besucht am 30.04.2021).
- [23] M. Mckay, R. Beckman und W. Conover. A Comparison of Three Methods for Selecting Vales of Input Variables in the Analysis of Output From a Computer Code. In: Technometrics (1979).
- [24] M. Benedikt u. a. Macro-step-size selection and monitoring of the coupling errof for weak coupled subsystems in the frequency-domain. In: Proceedings International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering. 2013.
- [25] Global Optimization Toolbox User's Guide. Version R2021a. MathWorks[®]. URL: https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/gads/gads.pdf (besucht am 30.04.2021). Siehe Seiten 172-192, 519-526.
- [26] Statistics and Machine Learning Toolbox[™] User's Guide. Version R2021a. MathWorks[®]. URL: https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/stats/stats.pdf (besucht am 30.04.2021). Siehe Seiten 2454-2455.
- [27] *Model.CONNECTTMUser's Guide*. Version R2020 R1.1. AVL List GmbH.
- [28] Model.CONNECTTM. AVL List GmbH. URL: https://www.avl.com/-/modelconnect- (besucht am 30.04.2021).
- [29] D. C. Montgomery. *Design and analyses of experiments, Ninth edition*. Wiley, 2017. Siehe Seiten 67 73, 473-477, 535-542.
- [30] M. Benedikt. *Eine Kopplungsmethode für die nicht-iterative Co-Simulation*. Dissertation. Technische Universität Graz, 2012. Siehe Seiten 27,40,41.

- [31] W. H. Press u. a. *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 2007. Siehe Seiten 403 410.
- [32] D. L. Applegate u. a. *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. Princeton Series in Applied Mathematics, 2007.
- [33] R. Schmoll. *Co-Simulation und Solverkopplung Analyse komplexer multiphysikalischer Systeme*. Dissertation. Universität Kassel, 2015. Siehe Seite 26.
- [34] S. Genser. *Model-based Pre-Step Stabilization Method for Non-Iterative Co-Simulation*. Dissertation. Technische Universität Graz, 2020.
- [35] SimulinkTM. MathWorks[®]. URL: https://de.mathworks.com/products/simulink. html (besucht am 30.04.2021).
- [36] I. Sobol. *On the distribution of points in a cube and the approximate evaluation of integrals.* In: USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics (1967).
- [37] F. Azmin und R. Stobart. *Benefiting from Sobol Sequences Experiment Design Type for Model-based Calibration*. In: SAE Technical Papers (2015).
- [38] Regelung Nr. 101 der Wirtschaftskommission der Vereinten Nationen für Europa (UN/ECE). *ABl L138 vom 26.5.2012*.
- [39] J. Sacks u. a. *Design and Analysis of Computer Experiments*. In: Statistical Science (1989).
- [40] M. Gipser. *Systemdynamik und Simulation*. Springer, 1999. Siehe Seiten 91 101.
- [41] J. K. Uhlmann. *Dynamic Map Building and Localization: New Theoretical Foundations*. Dissertation. University of Oxford, 1995. Siehe Seiten 37-42.
- [42] A. Dimaratos u. a. *Comparative Evaluation of the Effect of Various Technologies on Light-duty Vehicle CO2 Emissions over NEDC and WLTP*. In: Transportation Research Procedia (2016).
- [43] M. Bier u. a. *Entwicklung und Optimierung von Hybridantrieben am X-in-the-Loop-Motorenprüfstand*. In: MTZ - Motortechnische Zeitschrift (2012).

Anhang

A.1 Analyse unterschiedlicher Mikroschrittweiten für das einfache Fahrzeugmodell (monolithische Simulation)

Signal		Mikroschrittweite	2
Signai	$dt = 5 \times 10^{-4} \mathrm{s}$	$dt = 1 \times 10^{-3} \mathrm{s}$	$dt = 2 \times 10^{-3} \mathrm{s}$
<i>u</i> ₁₁	$8.69 imes 10^{-4}$	$1.11 imes 10^{-3}$	$6.24 imes 10^{-2}$
u_{12}	$3.45 imes 10^{-1}$	$7.48 imes10^{-1}$	$4.63 imes10^1$
u_{13}	$2.50 imes 10^{-5}$	$5.00 imes10^{-5}$	$1.00 imes10^{-4}$
u_{21}	$5.90 imes10^{-1}$	$8.49 imes10^{-1}$	$2.95 imes 10^2$
u_{22}	1.24	1.65	$2.96 imes 10^2$
u_{23}	$3.63 imes 10^{-2}$	$4.98 imes10^{-2}$	1.66
u_{24}	$7.50 imes10^{-5}$	$5.00 imes10^{-5}$	$2.10 imes10^{-1}$
u_{25}	0.00	0.00	0.00
u_{31}	$7.12 imes10^{-4}$	$1.16 imes10^{-3}$	$1.21 imes 10^{-1}$
u_{32}	$7.27 imes10^{-1}$	$9.21 imes10^{-1}$	$3.63 imes10^1$
u_{33}	0.00	0.00	0.00
u_{41}	$5.90 imes10^{-1}$	$8.49 imes10^{-1}$	$2.95 imes 10^2$
u_{42}	1.24	1.65	$2.96 imes 10^2$
u_{43}	$1.14 imes10^{-1}$	$1.68 imes10^{-1}$	$1.91 imes 10^1$
u_{44}	$5.39 imes10^{-4}$	$8.03 imes10^{-4}$	$2.89 imes10^{-1}$
u_{45}	$6.26 imes10^{-4}$	$9.36 imes10^{-4}$	$6.20 imes10^{-1}$
u_{46}	$3.47 imes 10^{-3}$	$6.09 imes10^{-3}$	$7.24 imes10^{-1}$
u_{47}	$3.25 imes 10^{-2}$	$4.96 imes10^{-2}$	1.67
u_{48}	$6.59 imes 10^{-4}$	$8.73 imes10^{-4}$	$9.92 imes 10^{-2}$
u_{49}	$5.00 imes10^{-5}$	$1.00 imes10^{-4}$	$2.10 imes10^{-1}$
u_{410}	$7.50 imes 10^{-5}$	$5.00 imes 10^{-5}$	$2.10 imes10^{-1}$

Tabelle A.1: Fehler in den Simulationsergebnissen im Bezug zur Referenzlösung (Mikroschrittweite $dt = 2 \times 10^{-4}$ s) für unterschiedliche Mikroschrittweiten. Als Fehlermaß wurde der Mean-Absolute-Error (MAE) gewählt. Die Einheit eines Fehlermaßes entspricht somit der Einheit des Signales wie sie in Tabelle 3.2 angegeben ist.

A.2 Interaktionseffekte

Tabelle A.2: Effekte 2.
Ordnung fü
r den kumı
ılierten Kı
aftstoffverb
rauch

$-4.27 imes 10^{-1}$	-1. 33 -1.33	-1.40	[delay - MOT] / [MOT] $[delay - MOT] / [MOT]$	[<i>HK</i>]/[K]	$-1.84 imes 10^{-2}$	$^{-1.31}$ -6.53×10^{-2} $^{2.12} \times 10^{-1}$	-5.76×10^{-1} -1.40×10^{-1}	[cMOT - mass] / [mass] [cMOT - mass] / [cMOT]	[CI]/[C]
-9.69×10^{-2}	$-2.18 imes 10^{1}$ 1 44	8.43 1.00	[delay - ENG]/[ENG] [delay - MOT]/[delay]	[HJ]/[J]	-7.60×10^{-2} 5.04 \times 10 ⁻¹	-3.67×10^{-1}	-2.96×10^{-1} -5 76 × 10 ⁻¹	[cMOT – delay] / [cMOT] [cMOT – delay] / [delay]	[CH]/[C]
-1.85×10^{-1}	-1.19	-1.03	[delay - ENG]/[delay]	[H]/[H]	2.04	-7.33×10^{-1}	$-6.82 imes 10^{-1}$	[cMOT - SOC] / [SOC]	[CG]/[G]
$^{-4.13} \times 10^{-1}$ -9.37×10^{-1}	-1.10 -1.59	-2.20	[uetuy – mass] / [mass] [delay – mass] / [mass]	[HI]/[I]	1.71×10^{-1}	-5.92×10^{-1}	-4.36×10^{-1} -6.18 × 10 ⁻¹	[cMOT - IN]/[IN]	[CG]/[C]
$3.72 imes 10^{-1}$	-1.39	-1.33	[SOC - MOT]/[MOT]	[GK]/[K]	$1.10 imes 10^{-1}$	$2.73 imes 10^{-1}$	$4.44 imes 10^{-1}$	[cMOT - TR]/[cMOT]	[CF]/[C]
1.03	$5.22 imes 10^{-1}$	$5.38 imes 10^{-1}$	[SOC - MOT]/[SOC]	[GK]/[G]	-2.05	-7.83×10^{-1}	-1.39	[cMOT - TC]/[TC]	[CE]/[E]
-1.06×10^{-1}	$^{-2.03}$ $^{-10}$ $-1.07 imes 10^{1}$	-6.63 × 10 1.27	[SOC - ENG] / [ENG]	[G]]/[J]	-7.26×10^{-2}	$^{-1.50}$ 4.05×10^{-1}	$^{-1.10}$ $8.10 imes 10^{-1}$	[cMOT - TC]/[cMOT]	[CE]/[C]
-8.42×10^{-3}	-1.60	-1.83	[SOC - mass] / [mass]	[GI]/[I]	-1.05	2.89×10^{-1}	$5.57 imes 10^{-1}$	[cMOT - slip] / [cMOT]	[CD]/[C]
$6.66 imes10^{-3}$	$-4.13 imes10^{-1}$	$-5.31 imes10^{-1}$	[SOC - mass] / [SOC]	[GI]/[G]	$9.54 imes10^{-1}$	$8.76 imes10^{-1}$	1.32	[cENG - MOT]/[MOT]	[BK]/[K]
5.24×10^{-2}	-2.85×10^{-1}	-4.47×10^{-1}	[SOC - delay] / [delay]	[GH]/[H]	$1.94 imes 10^{-1}$	4.56×10^{-1}	6.34×10^{-1}	[cENG - MOT]/[cENG]	[BK]/[B]
-9.42×10^{-2}	1.24 -9.90×10^{-2}	1.82 - 2.54 × 10 ⁻¹	[1 K - M O I] / [M O I]	[FK]/[K]	- 2.80 × 10 ·	-2.79×10^{1}	-3.88×10^{-3}	[CENG – ENG] / [ENG]	[B]]/[I]
$8.63 imes 10^{-1}$	7.16×10^{-1}	6.89×10^{-1}	[TR - MOT] / [TR]	[FK]/[F]	7.17×10^{-1}	7.17×10^{-1}	2.01	[cENG - mass]/[mass]	[BI]/[I]
-1.06	$4.19 imes 10^1$	$-1.50 imes 10^1$	[TR - ENG]/[ENG]	[FJ]/[J]	$-4.18 imes10^{-2}$	-2.58×10^{-1}	$-6.88 imes 10^{-1}$	[cENG - mass]/[cENG]	[BI]/[B]
1.57	-1.22	-9.76×10^{-1}	[TR - ENG]/[TR]	[FI]/[F]	$7.81 imes 10^{-1}$	6.56×10^{-1}	$5.18 imes10^{-1}$	[cENG - delay] / [delay]	[BH]/[H]
-7.933	-1.78×10^{-1} 4.46 × 10 ⁻¹	-5.74×10^{-5}	[TR - mass]/[TR]	[FI]/[I]	-1.15 -1.04×10^{-1}	-3.16×10^{-1}	1.11 -3.47×10^{-1}	[cENG – delau] / [SUC]	[BG]/[G]
1.07	1.44	5.42×10^{-1}	[TR - delay]/[delay]	[FH]/[H]	8.47×10^{-2}	-1.09	-1.31	[cENG - SOC] / [cENG]	[BG]/[B]
$-8.21 imes 10^{-1}$	-7.72×10^{-1}	$-2.87 imes10^{-1}$	[TR - delay]/[TR]	[FH]/[F]	$9.64 imes 10^{-1}$	1.07	$7.75 imes 10^{-1}$	[cENG - TR]/[TR]	[BF]/[F]
$3.77 imes 10^{-1}$	$^{-6.04}$ $^{-10}$ $5.73 imes 10^{-1}$	$^{-7.50} \times 10^{-1}$ 8.11×10^{-1}	[TR - SOC]/[SOC]	[FG]/[G]	$^{-3.22} \times 10^{-1}$	9.60×10^{-1}	$9.80 imes 10^{-1}$	[cENG - TR]/[cENG]	[BF]/[B]
-1.18 1 67 $ imes$ 10 -1	9.82×10^{-1}	$6.68 imes 10^{-1}$	[TC - MOT]/[MOT]	[EK]/[K]	$-1.62 imes 10^{-3}$	8.39×10^{-1}	7.66×10^{-1}	[cENG - TC]/[cENG]	[BE]/[B]
-7.69	5.74×10^{-1}	4.22×10^{-1}	[TC - MOT]/[TC]	[EK]/[E]	$9.40 imes 10^{-1}$	2.68	1.38	[cENG - slip]/[slip]	[BD]/[D]
$3.89 imes 10^{-1}$	$1.08 imes 10^1$	-8.11	[TC - ENG]/[ENG]	[EJ]/[J]	$-9.43 imes 10^{-1}$	$9.70 imes10^{-1}$	8.66×10^{-1}	[cENG - slip]/[cENG]	[BD]/[B]
-3.17 × 10 -	-3.17×10^{-1}	-8.77×10^{-1}	[TC - muss]/[muss]	[EI]/[E]	1.06 × 10	-7.62×10^{-1}	-9.10×10^{-1} 6.97×10^{-1}	[cENG - cMOT] / [cENG]	[BC] / [C]
6.18×10^{-1}	-4.53×10^{-1}	$-4.31 imes 10^{-1}$	[TC - mass]/[TC]	[EI]/[E]	$1.58 imes 10^{-2}$	$-8.26 imes 10^{-1}$	-1.26	[temp - MOT] / [MOT]	[AK]/[K]
1.06×10^{-1}	5.03×10^{-1}	8.16×10^{-1}	[TC - delay] / [delay]	[EH]/[H]	2.52×10^{-2}	-3.72×10^{1}	$-1.33 imes 10^1$	[temp - MOT] / [temp]	[AK]/[A]
$-4.53 imes10^{-1}$	-2.72×10^{-1}	-7.21×10^{-1}	[TC - delay]/[TC]	[EH]/[E]	-2.43×10^{-1}	$-1.89 imes10^1$	6.08	[temp - ENG]/[ENG]	[AJ]/[J]
-3.00 -1.26	-1.00 6 42 × 10 ⁻¹	-1.03 6.65 × 10 ⁻¹	[TC - SOC] / [SOC]	[EC]/[C]	-4.72 4.80 × 10 ⁻¹	-1.0 4 29 × 10 ¹	-1.31 1 09 × 10 ¹	[temp – FNG] / [temp]	[AI]/[A]
-1.04	1.01	7.09×10^{-1}	[TC - TR]/[TR]	[EF]/[F]	2.15	5.49×10^{1}	1.13×10^{1}	[temp - mass]/[temp]	[AI]/[A]
$-5.73 \times 10^{-5.73}$	1.02	1.17	[TC - TR]/[TC]	[EF]/[E]	$8.36 imes 10^{-1}$	-8.21×10^{-1}	$-7.29 imes 10^{-1}$	[temp - delay] / [delay]	[AH]/[H]
1.82×10^{-1}	1.33 0.25×10^{-1}	$8.70 imes 10^{-1}$	[slip - MOT] / [slip]	[DK]/[D]	4.55×10^{-1}	$-2.36 imes 10^{-1}$ $3.42 imes 10^{1}$	-3.77×10^{-1}	[temp - SOC] / [SOC]	[AG]/[G]
$-9.54 imes10^{-1}$	$2.07 imes10^1$	-7.66	[slip - ENG]/[ENG]	[J]/[J]	$2.62 imes 10^{-1}$	$2.83 imes 10^1$	9.75	[temp - SOC] / [temp]	[AG]/[A]
$-2.41 imes 10^{-1}$	-1.50	-1.00	[slip - ENG]/[slip]	[<i>a</i>]/[<i>la</i>]	$1.13 imes 10^{-1}$	$-6.19 imes10^{-1}$	-6.46×10^{-1}	[temp - TR]/[TR]	[AF]/[F]
-4.34×10^{-1} -7.80×10^{-1}	- 1.06	-9.30 × 10 -	[sup – mass]/[sup] [slip – mass]/[mass]	[<i>u</i>]/[<i>I</i>]	1.51×10^{-1}	$-3.23 imes10^{-1}$	-9.41×10^{-7} -1.79×10^{1}	[temp - TC] / [TC] [temp - TR] / [temp]	[AE]/[E] [AF]/[A]
-8.26×10^{-1}	7.93×10^{-1}	5.85×10^{-1}	[slip - delay] / [delay]		1.52×10^{-2}	-4.03×10^{-1}	-1.56×10^{-1}	[temp - TC]/[temp]	[AE]/[A]
-1.09×10^{-1}	-1.06	-6.26×10^{-1}	[slip - delay]/[slip]	[DH]/[D]	1.51×10^{-1}	-1.56	-1.17	[temp - slip]/[slip]	[<i>A</i>]/[<i>D</i>]
-1.66	$3.15 imes 10^{-1}$	5.30×10^{-1}	[slip - SOC]/[SOC]	[DG]/[G]	-1.18	$-4.87 imes10^1$	$-1.61 imes10^1$	[temp - slip]/[temp]	[AD]/[A]
-7.33×10^{-1} 1.22×10^{-1}	0.07 × 10 -1.21	-9.98×10^{-1}	[slip - IN]/[IN]	[DG]/[D]	1.35×10^{-1}	$-2.83 imes 10^{-1}$	-5.28×10^{-1}	[temp - cMOT] / [temp]	[AC]/[C]
1.30×10^{-1}	2.01×10^{-1}	4.65×10^{-1}	[sup - IK] / [sup]		1.01×10^{-1}	-4.42×10^{-1}	-0.94 × 10 -	$[t_{amn} - c_{E_1}] [t_{amn}]$	[<i>a</i>]/[<i>a</i>]
2.40×10^{-1}	$7.08 imes 10^{-1}$	1.16	[slip - TC]/[TC]	[DE]/[E]	7.86×10^{-1}	-3.82×10^{1}	-1.52×10^{1}	[temp - cENG]/[temp]	[AB]/[A]
$dT = 2 \times 10^{-3}$	$dT = 1 \times 10^{-3}$	$dT = 5 \times 10^{-4}$			$dT = 2 \times 10^{-3}$	$dT = 1 \times 10^{-3}$	$dT = 5 \times 10^{-4}$		
	Makroschrittweite		Name	Ð		Makroschrittweite		Name	Ð

D	Name	$dT=5\times 10^{-4}$	Makroschrittweite d $T = 1 \times 10^{-3}$	$dT = 2 \times 10^{-3}$	D	Name	$dT = 5 \times 10^{-4}$	Makroschrittweite $dT = 1 \times 10^{-3}$	$dT=2\times 10^{-3}$
[AB]/[A]	[temp - cENG]/[temp]	$-7.71 imes10^{-1}$	$-4.08 imes10^{-1}$	$-3.33 imes 10^{-1}$	[DE]/[E]	[slip - TC]/[TC]	1.02	$7.16 imes10^{-1}$	$-2.32 imes 10^{-1}$
[AB]/[B]	[temp - cENG] / [cENG]	$-3.11 imes10^{-1}$	$-2.31 imes 10^{-1}$	$-2.55 imes 10^{-2}$	[DF]/[D]	[slip - TR] / [slip]	$4.62 imes 10^{-1}$	9.94×10^{-1}	$1.13 imes 10^{-1}$
[AC]/[A]	[temp - cMOT]/[temp]	1.34	$5.33 imes10^{-1}$	$1.75 imes 10^{-1}$	[DF]/[F]	[slip - TR]/[TR]	$2.74 imes 10^{-1}$	$4.78 imes 10^{-1}$	$-5.41 imes10^{-1}$
[AC]/[C]	[temp - cMOT] / [cMOT]	$-7.11 imes 10^{-1}$	$-2.86 imes 10^{-1}$	$1.67 imes 10^{-2}$	[DG]/[D]	[slip - SOC] / [slip]	$-9.16 imes 10^{-1}$	-1.03	$-1.24 imes 10^{-1}$
[AD]/[A]	[temp - slip] / [temp]	-1.20	$-7.08 imes 10^{-1}$	-1.19	[DG]/[G]	[slip - SOC] / [SOC]	4.92×10^{-1}	3.16×10^{-1}	$-4.46 imes 10^{-1}$
[D]/[D]	[temp - slip]/[slip]	$-7.37 imes 10^{-1}$	-8.66×10^{-1}	9.37×10^{-2}	[DH]/[D]	[slip - delay] / [slip]	-5.95×10^{-1}	-1.00	1.90×10^{-1}
[AE]/[A]	[temp - TC] / [temp]	-1.30	-6.99×10^{-1}	2.05×10^{-1}	[DH]/[H]	[slip - delay] / [delay]	$5.08 imes 10^{-1}$	7.02×10^{-1}	-1.91
[AE]/[E]	[temp - TC]/[TC]	-6.57×10^{-1}	$-4.10 imes 10^{-1}$	1.12×10^{-1}	[DI]/[D]	[slip - mass] / [slip]	-1.15	-1.52	-7.26×10^{-2}
[AF]/[A]	[temp - TR] / [temp]	-2.11 - 20 10-1	-1.33	-3.37×10^{-1}		[slip - mass] / [mass]	3.21	3.05	-5.35×10^{-1}
[AF]/[F]	[temp - TR]/[TR]	-7.69×10^{-1}	-7.81×10^{-1}	-1.27×10^{-1}		[slip - ENG]/[slip]	-9.94×10^{-1}	-1.36	-3.16×10^{-1}
[AG]/[A]	[temp - SOC] / [temp]	9.16×10^{-1}	4.34×10^{-1}	-1.76		[slip - ENG]/[ENG]	7.33×10^{-1}	7.55×10^{-1}	-7.51×10^{-1}
[AG]/[G]	[temp - SOC]/[SOC]	-3.03×10^{-1}	-1.63×10^{-1}	4.98×10^{-1}	$\left[\frac{DK}{2} \right] $	[slip - MOT]/[slip]	6.11×10^{-1}	8.70×10^{-1}	6.56×10^{-4}
[AH]/[A]	[temp - delay] / [temp]	9.52×10^{-1}	4.94×10^{-1}	6.54×10^{-1}	[<i>D</i> K]/[K]	[stip - MOI]/[MOI]	6.16×10^{-1}	5.63×10^{-1}	-4.09×10^{-1}
[AH]/[H]	[temp - delay] / [delay]	-5.01×10^{-1}	-4.23×10^{-1}	5.18×10^{-1}	[EF]/[E]	[TC - TK]/[TC]	6.71×10^{-1}	5.98×10^{-1}	-8.91×10^{-1}
[AI]/[A]	[temp - mass]/[temp]	77.1	17.1	20.0	[EF]/[F]	[T C = T K]/[T K]	4.54×10^{-1}	2.99×10^{-1}	-0.18×10^{-1}
$\begin{bmatrix} I \\ A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ A \end{bmatrix}$	[temp - muss]/[muss]	-2.09 6.31 $\times 10^{-1}$	$^{-2.9/}{3.01 \times 10^{-1}}$	1 50			-7.21×10^{-1}	-5.40×10^{-1} 6.06 $\times 10^{-1}$	-3.11×10^{-1}
[47] / [7] [4 7] / [7]	[4mm] = ENC] / [ENC]	-2.87×10^{-1}	-2.05×10^{-1}	-7.98×10^{-1}		[TC - delau]/[TC]	-6.14×10^{-1}	-3.01×10^{-1}	-8.19×10^{-1}
[AK]/[A]	[femn - MOT]/[femn]	-1.27	-7.41×10^{-1}	-1.60	[EH] / [H]	[TC - delay] / [delay]	6.38×10^{-1}	4.41×10^{-1}	-1.19
[AK]/[K]	[temv - MOT] / [MOT]	-7.88×10^{-1}	-5.86×10^{-1}	$-7.89 imes 10^{-1}$		[TC - mass] / [TC]	-3.44×10^{-1}	$-4.85 imes 10^{-1}$	$-4.12 imes 10^{-1}$
[BC] / [B]	cend - cMOT / [cend]	$-6.22 imes 10^{-1}$	-6.57×10^{-1}	$8.71 imes 10^{-1}$	[EI]/[I]	[TC - mass] / [mass]	1.17	2.03	4.39×10^{-1}
[BC]/[C]	[cENG - cMOT]/[cMOT]	$8.19 imes 10^{-1}$	$6.23 imes 10^{-1}$	1.08	[EI]/[E]	[TC - ENG]/[TC]	$-6.51 imes10^{-1}$	$-2.16 imes 10^{-1}$	$-4.46 imes 10^{-2}$
[BD]/[B]	[cENG - slip] / [cENG]	$7.86 imes10^{-1}$	$9.50 imes 10^{-1}$	$-8.54 imes10^{-1}$	[E]/[I]	[TC - ENG]/[ENG]	$5.84 imes10^{-1}$	$2.51 imes 10^{-1}$	$1.53 imes 10^{-2}$
[BD]/[D]	[cENG - slip]/[slip]	1.20	2.05	$8.81 imes 10^{-1}$	[EK]/[E]	[TC - MOT]/[TC]	$1.77 imes 10^{-1}$	$3.23 imes 10^{-1}$	$-4.05 imes10^{-1}$
[BE]/[B]	[cENG - TC] / [cENG]	6.86×10^{-1}	7.57×10^{-1}	6.58×10^{-2}	[EK]/[K]	[TC - MOT] / [MOT]	2.17×10^{-1}	4.37×10^{-1}	-3.66×10^{-1}
[BE]/[E]	[cENG - TC] / [TC]	$8.62 imes 10^{-1}$	$7.83 imes10^{-1}$	$4.70 imes 10^{-1}$	[FG]/[F]	[TR - SOC] / [TR]	$-8.55 imes 10^{-1}$	-9.45×10^{-1}	$-2.92 imes 10^{-1}$
[BF]/[B]	[cENG - TR] / [cENG]	1.04	$9.72 imes 10^{-1}$	2.11×10^{-1}	[FG]/[G]	[TR - SOC] / [SOC]	7.75×10^{-1}	6.04×10^{-1}	2.19×10^{-1}
[BF]/[F]	[cENG - TR] / [TR]	$9.46 imes 10^{-1}$	1.01	1.05	[FH]/[F]	[TR - delay] / [TR]	-2.49×10^{-1}	-6.04×10^{-1}	-1.10×10^{-1}
[BG]/[B]	[cENG - SOC] / [cENG]	-1.20	-1.02	-2.28×10^{-1}	[FH]/[H]	[TR - delay] / [delay]	3.59×10^{-1}	8.81×10^{-1}	-2.30×10^{-1}
[BG]/[G]	cENG - SOCJ/[SOC]	9.85×10^{-1}	6.78×10^{-1}	8.45×10^{-1}	[FI]/[F]	[TR - mass]/[TR]	-4.51×10^{-1}	-9.21×10^{-3}	-1.12×10^{-1}
[BH]/[B]	[cENG = delay]/[cENG]	-2.94×10^{-1}	-3.47×10^{-1}	1.63×10^{-1}	[FI]/[I]	[TR - mass] / [mass]	2.12	3.85×10^{-4}	1.73×10^{-1}
[<i>n</i> 1]/[<i>n</i> 1]	[CEING — aelay] / [aelay]	5.83 × 10 -	- 01 × 67.6	1.09	[FJ]/[F]	[IK - ENG]/[IK]	$- 01 \times 67.0 - 10^{-1}$	-6.96×10^{-5}	- 01 × 67.6
$\begin{bmatrix} a \\ \end{bmatrix} / \begin{bmatrix} I \\ I \end{bmatrix}$	$[c_{ENG} - mass] / [c_{ENG}]$	- 01 × 10 - 00 - 00 - 00 - 00 - 00 - 00	- 4.67 × 10 - 2 03	-1.01×10^{-1} 7.69 × 10 ⁻¹	[F/]/[J] [FK]/[F]	[TR - EWG]/[EWG]	7.76 × 10 - 101	1.04 9.78×10^{-1}	-1.00×10^{-1} 4.37×10^{-1}
[BI]/[B]	[cENG – ENG] / [cENG]	-4.22×10^{-1}	-3.29×10^{-1}	-4.18×10^{-1}	[FK]/[K]	[TR - MOT] / [MOT]	1.71	1.32	5.69×10^{-1}
[BJ]/[J]	[cENG - ENG]/[ENG]	$4.76 imes 10^{-1}$	$3.96 imes 10^{-1}$	1.03	[GH]/[G]	[SOC - delay] / [SOC]	$-7.09 imes10^{-2}$	$-1.27 imes 10^{-2}$	$-4.15 imes 10^{-1}$
[BK]/[B]	[cENG - MOT] / [cENG]	$6.84 imes 10^{-1}$	4.55×10^{-1}	$1.22 imes 10^{-1}$	[GH]/[H]	[SOC - delay] / [delay]	-1.13×10^{-1}	$-2.90 imes 10^{-2}$	1.16
[BK]/[K]	[cENG - MOT] / [MOT]	1.05	6.36×10^{-1}	7.84×10^{-1}	[GI]/[G]	[SOC - mass] / [SOC]	-4.59×10^{-1}	-3.31×10^{-1}	-1.73×10^{-1}
[CD]/[C]	[cMOT - slip]/[cMOT]	6.88×10^{-1}	4.22×10^{-1}	-1.10	[GI]/[I]	[SOC - mass]/[mass]	-2.38	-2.17	-3.55×10^{-1}
[<i>c</i>]/[<i>n</i>]	[cMOI - shp]/[shp]	$- 01 \times 66.7 -$	-9.60×10^{-1}	9.11×10^{-2}	[G]/[G]		-1.43×10^{-1}	-2.34×10^{-1}	-4.11×10^{-1}
[ce]/[c]	$\begin{bmatrix} c_{MOI} & -1 & C \end{bmatrix} / \begin{bmatrix} c_{MOI} \end{bmatrix}$	1.03	6.03×10^{-2} 6.58×10^{-1}	-5.66×10^{-1}	[0]/[1]	[200 – ENG]/ [ENG]	-1.96×10^{-2}	-4.24×10^{-2}	-2.72×10^{-1}
	[LMOT - TC]/[LC]	-5.00×10 5.06 $\times 10^{-1}$	-0.00×10 5.71 $\times 10^{-1}$	-3.09×10^{-2}			$-750 < 10^{-1}$	-0.47×10^{-1}	-0.44×10^{-1}
[CF]/[F]	[cMOT - TR]/[TR]	-4.10×10^{-1}	-6.24×10^{-1}	2.22×10^{-1}	H / H	[delav - mass]/[delav]	-9.20×10^{-1}	-7.55×10^{-1}	7.96×10^{-1}
[CG]/[C]	[cMOT - SOC]/[cMOT]	$-8.97 imes10^{-1}$	$-8.26 imes 10^{-1}$	$-8.40 imes10^{-2}$	[HI]/[IH]	[delay - mass]/[mass]	-3.00	-2.16	$-5.85 imes 10^{-1}$
[CG]/[G]	[cMOT - SOC]/[SOC]	$-5.59 imes10^{-1}$	$-5.77 imes10^{-1}$	$2.51 imes10^{-1}$	[H]/[H]	[delay - ENG] / [delay]	$-7.09 imes 10^{-1}$	$-7.01 imes 10^{-1}$	$-5.89 imes10^{-1}$
[CH]/[C]	[cMOT - delay] / [cMOT]	$-4.28 imes10^{-1}$	$-5.65 imes 10^{-1}$	$2.91 imes 10^{-1}$	[H]/[H]	[delay - ENG] / [ENG]	$-6.13 imes 10^{-1}$	$-5.57 imes10^{-1}$	$1.39 imes 10^{-1}$
[CH]/[H]	[cMOT - delay] / [delay]	$-4.24 imes 10^{-1}$	-9.01×10^{-1}	2.42	[HK]/[H]	[delay - MOT] / [delay]	5.16×10^{-1}	$7.97 imes 10^{-1}$	$4.86 imes 10^{-1}$
[<i>cI</i>]/[<i>c</i>]	[cMOT - mass] / [cMOT]	-7.37×10^{-2}	4.39×10^{-2}	-3.90×10^{-2}	[HK]/[K]	[delay - MOT] / [MOT]	-6.09×10^{-1}	-7.36×10^{-1}	3.03×10^{-1}
[CI]/[I]	[cMOT – mass] / [mass]	-2.38×10^{-1}	2.01×10^{-1}	2.38×10^{-1}	$\left[I\right]/\left[I\right]$	[mass - ENG] / [mass]	-4.18×10^{-1}	-6.41×10^{-2}	-1.95×10^{-2}
[c]]/[c]	[cMOT - ENG]/[cMOT]	-2.52×10^{-1}	-1.75×10^{-1}	-4.52×10^{-1}		[mass - ENG]/[ENG]	-1.11×10^{-1}	-1.78×10^{-4}	-6.28×10^{-3}
[<i>c</i>]/[/]	[cMOI = ENG]/[ENG]	-2.16×10^{-1}	-2.22×10^{-1}	8.89×10^{-2}	[IK]/[I]	[mass - MOI] / [mass]	4.23	3.04 a 7a $\sim 10^{-1}$	$101 \times 10.01 \times 10^{-1}$
	$[r_{MOT} - MOT] / [mOT]$	-9.08×10^{-1}	-1.10	-7.79×10^{-2}		[ENC - MOL] / [ENC] - Simil	4.76×10^{-1}	7.40×10^{-1}	-4.75×10^{-1}
[DE]/[D]	[sliv - TC]/[sliv]	$-2.00 \sim 10$ 1.24	1.49	7.0×10^{-2} 3.35 $\times 10^{-2}$	[1K]/[K]	[ENG - MOT]/[MOT]	$-6.50 imes 10^{-1}$	$-8.60 imes 10^{-1}$	-1.25 1.25
	البايران المراجع المراجع				1 1 L - 1		:	-	

A.2 Interaktionseffekte

Tabelle A.3: Effekte 2. Ordnung für den Ladezustand der Batterie

Tabelle A.4: Effekte 2. Ordnung für die Batterietemperatur

[م] /[مم]	[CK]/[K]	[CK]/[C]	[CJ]/[J]	[<i>CJ</i>]/[<i>C</i>]	[CI]/[I]	[CI]/[C]		[(H)/[C]				[CE]/[E]	[CE]/[C]	[CD]/[D]	[CD]/[C]	[BK]/[K]	[BK]/[B]	[BJ]/[J]	[BJ]/[B]	[BI]/[I]	[BI]/[B]	[BH]/[H]	[BH]/[B]	[1]/[28] [1]/[28]	$\begin{bmatrix} \mathbf{R} \end{bmatrix} / \begin{bmatrix} \mathbf{J} \mathbf{R} \end{bmatrix}$	[BE]/[E]	[] / [2]	[BE] / [B]		[BD]/[B]	[BC] / [C]	[BC]/[B]	[AK]/[K]	[AK]/[A]	[AJ]/[J]	[AI]/[I]	[AI]/[A]	[AH]/[H]	[AH]/[A]	[AG]/[G]	[AG]/[A]	[AF] / [F]		[AE]/[A]	[AD]/[D]	[AD]/[A]	[AC]/[C]	[AC]/[A]	[AB]/[A] [AB]/[B]	Ð	
$[\operatorname{str} p - \mathbf{r} \subset] / [\operatorname{str} p]$	[cMOT - MOT]/[MOT]	[cMOT - MOT] / [cMOT]	[cMOT - ENG]/[ENG]	[cMOT - ENG]/[cMOT]	[cMOT - mass]/[mass]	[cMOT - mass] / [cMOT]	[cMOT – delay] / [delay]	[eMOT - delmi] / [eMOT]	$[e_{M}O_{T} - sOC]/[e_{M}O_{T}]$	[cMOT - TK]/[TK]	[cMOI - IK]/[cMOI]	[eMOT - TC]/[TC]	[cMOT - TC]/[cMOT]	[cMOT - slip]/[slip]	[cMOT - slip]/[cMOT]	[cENG - MOT]/[MOT]	[cENG - MOT]/[cENG]	[cENG - ENG]/[ENG]	[cENG - ENG]/[cENG]	[cENG – mass]/[mass]	[cENG - mass]/[cENG]	[cENG - delay] / [delay]	[cENG - delay]/[cENG]	[FNG = SOC]/[SOC]	[GENIC - SOC] / [GENIC]	[CENG - TR]/[CENG]	[cenc - Te]/[cenc]	[cENG - IC]/[cENG]	[cENG - slip]/[slip]	[cENG - slip]/[cENG]	[cENG - cMOT] / [cMOT]	[cENG - cMOT] / [cENG]	[temp - MOT] / [MOT]	[temp - MOT] / [temp]	[temp = ENG]/[ENG]	[temp - mass]/[mass]	[temp - mass]/[temp]	[temp - delay]/[delay]	[temp - delay] / [temp]	[temp - SOC] / [SOC]	[temp = SOC] / [temp]	[temp - TR] / [temp]	$[t_{amn} - TP] / [TC]$	$[temp - I \subset] / [temp]$	[temp - slip]/[slip]	[temp - slip]/[temp]	[temp - cMOT] / [cMOT]	[temp - cMOT] / [temp]	[temp – cENG] / [temp] [temp – cENG] / [cENG]	Name	
ريين ر	3.80×10^{-2}	1.29×10^{-1}	$-4.35 imes10^{-1}$	$-5.91 imes10^{-1}$	-3.23×10^{-1}	5.02×10^{-1}	-3.63×10^{-2}	5.03×10^{-2}	1.01×10^{-1}	-5.38×10^{-2}	-4.01×10^{-2}	4.42×10^{-2}	-2.97×10^{-2}	-4.42×10^{-1}	1.65×10^{-1}	$-1.93 imes 10^{-1}$	3.59	5.56×10^{-1}	-4.12	$8.94 imes 10^{-2}$	$7.58 imes 10^{-1}$	-1.24×10^{-1}	-9.40×10^{-1}	5.36×10^{-1}	- 2 84	- 1 56	6.34	6.18 1.60	3.99×10^{-1}	8.12×10^{-1}	$6.78 imes 10^{-1}$	-3.70	$3.30 imes 10^{-1}$	-9.94×10^{-1}	$^{-1.00} \times 10^{-1}$ 3.88 $\times 10^{-1}$	3.38×10^{-1}	4.93×10^{-1}	8.18×10^{-1}	1.00	-9.27×10^{-2}	7.96×10^{-2}	1.18	-2.94×10^{-1}	-1.72×10^{-1}	-6.45×10^{-1}	-2.13×10^{-1}	$-6.30 imes10^{-1}$	5.58×10^{-1}	$-5.49 imes 10^{-1}$ -3.38	$\mathrm{dT}=5\times10^{-4}$	
1.00	1.59×10^{-1}	4.22×10^{-1}	$-2.63 imes10^{-1}$	-2.75×10^{-1}	-4.45×10^{-1}	$5.29 imes10^{-1}$	$^{-2.7\pm}$ \times 10	-7.22×10^{-2}	-8.21×10^{-2}	6.79×10^{-2}	2.93×10^{-1}	-7.55×10^{-2}	6.37×10^{-2}	-6.13×10^{-1}	2.88×10^{-1}	$-1.34 imes10^{-1}$	1.09	4.66×10^{-1}	-1.50	2.57×10^{-1}	9.39×10^{-1}	-4.13×10^{-2}	-1.51×10^{-1}	4.00×10^{-1}	-1 40	-2.33	2 10	3.23	4.05×10^{-1}	5.86×10^{-1}	$7.67 imes 10^{-1}$	-2.36	$3.76 imes10^{-1}$	-8.90×10^{-1}	-4.97×10^{-1}	3.31×10^{-1}	3.52×10^{-1}	6.49×10^{-1}	$6.89 imes 10^{-1}$	1.75×10^{-1}	-1.78×10^{-1}	-3.7 ± 1.10	2.01×10^{-1}	1.51×10^{-2}	-3.60×10^{-1}	-1.51×10^{-1}	$-2.56 imes10^{-1}$	$2.29 imes10^{-1}$	-3.17×10^{-1} -1.09	$dT = 1 \times 10^{-3}$	Malanaah ui Haavi ta
-0.50×10	5.37×10^{-1}	-1.19×10^{-1}	$8.68 imes 10^{-1}$	-4.89×10^{-1}	7.42×10^{-1}	8.39×10^{-2}	2.00 × 10 1.03	-3.91×10^{-1}	$4.8/ \times 10^{-5}$	-2.24×10^{-2}	-1.37×10^{-2}	-3.62	-1.37×10^{-1}	9.33×10^{-1}	-1.05	$-2.21 imes10^{-1}$	4.36×10^{-2}	1.08	$-5.38 imes10^{-1}$	$8.01 imes 10^{-1}$	8.05×10^{-2}	8.04×10^{-1}	$1.97 imes 10^{-1}$	9.18×10^{-1}	-1.02×10^{-1}	3 00	1.64×10^{-1}	2.49×10^{-2}	9.64×10^{-1}	-9.68×10^{-1}	$9.64 imes10^{-1}$	$8.57 imes10^{-1}$	1.21	-1.20	-1.32×10^{-2} 6.05 × 10 ⁻²	4.66	2.36	$2.52 imes 10^{-1}$	$3.10 imes 10^{-1}$	$5.98 imes 10^{-1}$	-3.34×10^{-1}	-1.94	-4.00×10^{-1}	-8.26×10^{-1}	9.25×10^{-2}	-4.68×10^{-1}	$2.18 imes 10^{-2}$	$9.73 imes10^{-2}$	$3.23 imes10^{-2}$ $6.41 imes10^{-3}$	$dT = 2 \times 10^{-3}$	
[م] / [مرا]	[JK]/[J]	[<i>IK</i>]/[K]	[IK]/[I]	[<i>U</i>]/[<i>U</i>]	I / I	[HK]/[K]	[HK]/[H]	[1]/[11]		[H]/[H]			[G]]/[J]	[G]/[G]	[GI]/[I]	[GI]/[G]	[GH]/[H]	[GH]/[G]	[FK]/[K]	[FK]/[F]		[FI]/[F]	[FI]/[I]	[F1]/[F]	[FH]/[H]	[FH]/[F]		[EK]/[K]	[EK]/[E]	[EJ]/[J]	[EJ]/[E]	[EI]/[I]	[EI]/[E]	[EH]/[H]	[EH]/[E]	[EC]/[E]	[EF]/[F]	[EF]/[E]	[DK]/[K]	[DK]/[D]	[]/[1]	[u]/[u]		[ח]/[ח]	[DH]/[D]	[DG]/[G]	[DG]/[D]	[DF]/[F]	[DE]/[E] [DF]/[D]	9	
	[ENG - MOT]/[ENG]	[mass - MOT]/[MOT]	[mass - MOT]/[mass]	[mass - ENG]/[ENG]	[mass - ENG]/[mass]	[delay - MOT]/[MOT]	[delay - MOT] / [delay]	[delay - ENG]/[eng]	[delay ENC] / [mass]	[delay – mass] / [delay]	[SOC - MOI]/[MOI]	[SOC - MOT]/[SOC]	[SOC - ENG]/[ENG]	[SOC - ENG]/[SOC]	[SOC - mass] / [mass]	[SOC - mass]/[SOC]	[SOC - delay] / [delay]	[SOC - delay] / [SOC]	[TR - MOT] / [MOT]	[TR - MOT]/[TR]	[TR - ENG]/[ENG]	[TR - ENG]/[TR]	[TR - mass] / [mass]	[TR - mass] / [TR]	[TR - delay] / [IR]	[TR - delau]/[JUC]	[TR - SOC]/[TR]	[TD - MOI]/[MOI]	[TC - MOT]/[TC]	[TC - ENG]/[ENG]	[TC - ENG]/[TC]	[TC - mass] / [mass]	[TC - mass]/[TC]	[TC - delay] / [delay]	[TC - delay] / [TC]	[IC - SOC]/[IC]	[TC - TR]/[TR]	[TC - TR]/[TC]	[slip - MOT]/[MOT]	[slip - MOT]/[slip]	[slip - ENG]/[ENG]	[sup = muss]/ [muss] [slin = ENG]/[slin]	[dim march] / [march]	[stip – aetay] / [aetay]	[slip - delay] / [slip]	[slip - SOC]/[SOC]	[slip - SOC]/[slip]	[slip - TR]/[TR]	[slip - TC]/[TC] [slip - TR]/[slip]	Name	
1.00 × 10	$2.69 imes 10^{-2}$	5.87×10^{-1}	-1.28	$3.82 imes 10^{-1}$	$-3.34 imes 10^{-1}$	$1.42 imes 10^{-1}$	-3.48×10^{-1}	-2.07×10^{-1}	3.07×10^{-1}	3.44×10^{-1}	-8.00×10^{-1}	-2.81×10^{-1}	1.04×10^{-1}	1.46×10^{-1}	9.78×10^{-2}	-1.57×10^{-1}	-4.20×10^{-1}	6.01×10^{-1}	$-6.42 imes 10^{-1}$	-2.93	2.69×10^{-1}	4.91×10^{-1}	-7.73×10^{-1}	1.61	-2.01×10^{-2}	-2.81×10^{-2}	7.82×10^{-1}	1.51×10^{-1}	-7.66×10^{-1}	1.01×10^{-1}	-2.05×10^{-1}	$-3.28 imes 10^{-1}$	-7.58×10^{-1}	$1.83 imes 10^{-1}$	3.77×10^{-1}	-1.70	-9.23×10^{-2}	1.02×10^{-1}	$1.41 imes 10^{-1}$	-1.29	1.30×10^{-2}	-2.20×10 -4.74 × 10 ⁻²	-9.40×10^{-2}	7.28×10^{-2}	2.71×10^{-1}	5.99×10^{-1}	-1.56	3.58×10^{-1}	$1.80 - 7.16 \times 10^{-1}$	$dT = 5 \times 10^{-4}$	
01 < 770	$1.70 imes 10^{-1}$	5.30×10^{-1}	-1.18	6.00×10^{-1}	-5.28×10^{-1}	$1.27 imes 10^{-1}$	-2.83×10^{-1}	-1.33×10^{-1}	3.29×10^{-5}	3.30×10^{-1}	-7.74×10^{-1}	-1.80×10^{-1}	2.35×10^{-1}	2.17×10^{-1}	3.60×10^{-2}	-3.77×10^{-2}	$-4.08 imes10^{-1}$	4.26×10^{-1}	$-6.18 imes 10^{-1}$	-3.79	3.09×10^{-1}	7.48×10^{-1}	-5.96×10^{-1}	1.64	-1.32×10^{-1}	4.00×10^{-1}	1.19 1.19	2.27 × 10 ·	-7.13×10^{-1}	-1.24×10^{-1}	$1.54 imes 10^{-1}$	$-3.25 imes 10^{-1}$	-4.58×10^{-1}	2.48×10^{-1}	3.49×10^{-1}	-1.4/	9.36×10^{-2}	-4.79×10^{-2}	$2.13 imes 10^{-1}$	-1.20	3.42×10^{-1}	-7.61×10^{-1}	1.05×10^{-1}	1.92×10^{-1}	4.85×10^{-1}	4.30×10^{-1}	-1.04	7.79×10^{-1}	$1.03 - 7.16 imes 10^{-1}$	Makroschrittweite $dT = 1 \times 10^{-3}$	Make and witten its
-1:01	-6.33×10^{-1}	$7.79 imes 10^{-1}$	-1.53	$7.28 imes 10^{-2}$	-3.62×10^{-1}	$1.42 imes 10^{-3}$	-1.14×10^{-3}	-1.44×10^{-1}	1.03 1.0-1	4.32×10^{-1}	1.69×10^{-1}	3.00×10^{-1}	-2.08×10^{-1}	-9.38×10^{-1}	4.02×10^{-1}	$-3.65 imes10^{-1}$	6.13×10^{-1}	-1.35	$-3.32 imes10^{-1}$	1.20	1.08×10^{-1}	-9.91×10^{-1}	-7.84×10^{-1}	-1.45	-1.10×10^{-1}	1.77×10^{-1}	-4.00×10^{-1}	2.57×10^{-1}	-1.50	-1.11×10^{-1}	1.64	-1.11	-3.30	$-1.19 imes 10^{-1}$	-8.66×10^{-1}	-5.51	-5.56	-8.98	$2.53 imes10^{-1}$	$4.97 imes10^{-2}$	-8.59×10^{-1}	-4.28×10^{-1}	1.22×10^{-1}	-6.29×10^{-2}	1.53×10^{-1}	1.22×10^{-1}	$1.34 imes10^{-2}$	-2.08	2.07 $1.13 imes 10^{-1}$	$dT = 2 \times 10^{-3}$	

D	Name	$\mathrm{dT}=5\times10^{-4}$	Makroschrittweite dT = 1×10^{-3}	$dT=2\times 10^{-3}$	Q	Name	$dT=5\times 10^{-4}$	Makroschrittweite $dT = 1 \times 10^{-3}$	$dT=2\times 10^{-3}$
[AB]/[A]	[temp - cENG] / [temp]	$-2.48 imes 10^{-1}$	$-1.74 imes 10^{-1}$	$9.36 imes 10^{-2}$	[DE]/[E]	[slip - TC]/[TC]	1.33	1.10	$7.24 imes 10^{-2}$
[AB]/[B]	[temp - cENG] / [cENG]	$-9.74 imes 10^{-1}$	-6.25×10^{-1}	$3.70 imes 10^{-2}$	[DF]/[D]	[slip - TR]/[slip]	1.42	7.97	$9.46 imes 10^{-2}$
[AC]/[A]	[temp - cMOT] / [temp]	$1.86 imes 10^{-1}$	1.53×10^{-1}	1.51×10^{-1}	[DF]/[F]	[slip - TR] / [TR]	4.13×10^{-1}	$5.10 imes10^{-1}$	$-2.87 imes 10^{-1}$
[AC]/[C]	[temp - cMOT] / [cMOT]	-5.88×10^{-1}	-3.37×10^{-1}	9.71×10^{-2}	[DG]/[D]	[slip - SOC]/[slip]	-1.37	-6.39	2.27×10^{-2}
[AD]/[A]	[temp - slip]/[temp]	-1.87×10^{-1}	-1.10×10^{-1}	-4.54×10^{-1}	[DG]/[G]	[slip - SOC] / [SOC]	5.25×10^{-1}	5.40×10^{-1}	2.00×10^{-1}
[<i>AD</i>]/[<i>D</i>]	[temp - sltp]/[sltp]	-1.03	-2.71	1.72×10^{-1}	$\left[U \right] / \left[H \right]$	[slip - delay] / [slip]	2.87×10^{-1}	1.70 3.15×10^{-1}	6.06×10^{-4}
[45]/[5]	$[temp - I \cup] / [temp]$	- 0.49 × 10 - 1 58	-2.00×10^{-1}	-1.96×10^{-1}	[<i>n</i>]/[<i>n</i> /]	[sup – aetay]/[aetay]	-1.07×10^{-1}	- 01 × 07-7 3 16	7.45×10^{-2}
[<i>AE</i>]/[<i>E</i>]	$[temp - I \cup [I \cup]$	00.1-	- 01 × 10.7-	-0.50×10^{-2}	[<i>a</i>]/[<i>ra</i>]	[dins] / [mass] / [-5.94×10^{-1}	-01.0 01.0 -	- 01 × CF.7-
[AF]/[A]	[temp - IK]/[temp]	-4.02×10^{-2}	-3.40×10^{-2}	-8.39×10^{-5}		[UIII] [UIII] / [UIII] / [UIII]	-7.48×10^{-1}	-6.63×10^{-2}	-2.32
[47]/[7]	[temp - TN]/[TN]	-0.43×10^{-1}	- 01 × 70.0 1 = 01 × 10-1	-9.67×10^{-1}	[<i>d</i>]/[<i>f</i>]	[2ith - EING]/[2ith]	-0.20×10^{-1}	-4.5/	- 01 × 1/7 2 11 × 10-1
[AG]/[A]	[temp - SUC] / [temp]	1.97×10^{-2}	-1.56×10^{-1}	-1.70×10^{-1}	[/]/[//]	[slip - ENG]/[ENG]	-1.01×01	1.99 × 10 - - 5 15	-6.11×10^{-1}
[46]/[6]	$\begin{bmatrix} remp - soc_j / [soc_j] \\ [t_{1}, \dots, t_{n}] \\ \end{bmatrix}$	-4.17 × 10 - 4 07 × 10-2	3.27×10^{-3}	-01×10.0	[]] /[]]	sup = MOT / [sup]	10.1-	0C-1-C-	0.50 × 10 -
[V]/[H]	[temp = actud] / [temp]	- 10 × 10 - 14. 10 - 14. 10 - 1	-9.02×10^{-2}	-1.02×10^{-1}		[TOM] / [TOM] / [TOM]]	0 E0 ~ 10-1	-1.20 0.20 \times 10-1	- 01 × 00.9-
[<i>A</i>]/[<i>A</i>]	[temp = aetay] / [aetay]	-1.40×10^{-2}	-3.81×10^{-2}	$- 01 \times 06.7$	[[[[] / []]	[TC - TR]/[TC]	2.01×96.6 3.30×10^{-1}	2.02×10^{-1}	-4.60×10^{-1}
	[1001] / [1000] [1000] [1000] [1000]	-1.02×10^{-3} -4.68×10^{-3}	-3.61×10^{-1}	-2.18×10^{1}			-1.36	-136	-7.66×10^{-1}
[AI]/[A]	[temn - ENG]/[temn]	-2.47×10^{-1}	-1.97×10^{-1}	-1.95×10^{-2}	[E]/[C]		6.38×10^{-1}	8.08×10^{-1}	7.73×10^{-1}
	[temp - ENG]/[ENG]	2.54×10^{-1}	$2.22 imes 10^{-1}$	1.63×10^{-2}	[EH]/[E]	[TC - delay] / [TC]	2.95×10^{-1}	5.94×10^{-1}	$7.67 imes 10^{-3}$
[AK]/[A]	[temp - MOT]/[temp]	$-2.32 imes 10^{-2}$	-4.36×10^{-2}	$2.38 imes 10^{-2}$	[EH]/[H]	[TC - delay] / [delay]	-2.34×10^{-1}	-6.06×10^{-1}	$-1.05 imes 10^{-2}$
[AK]/[K]	[temp - MOT]/[MOT]	$-2.88 imes 10^{-1}$	$-2.67 imes 10^{-1}$	$4.90 imes 10^{-2}$	[EI]/[E]	[TC - mass]/[TC]	$-1.84 imes 10^{-1}$	$-5.10 imes10^{-1}$	$-3.46 imes10^{-1}$
[BC]/[B]	[cENG - cMOT]/[cENG]	$-4.61 imes10^{-1}$	$-4.82 imes 10^{-1}$	$8.30 imes 10^{-1}$	[EI]/[I]	[TC - mass] / [mass]	$-1.87 imes10^{-1}$	$-9.80 imes10^{-1}$	3.76
[BC]/[C]	[cENG - cMOT] / [cMOT]	$3.71 imes10^{-1}$	$2.97 imes 10^{-1}$	1.35	[EJ]/[E]	[TC - ENG]/[TC]	$1.70 imes 10^{-2}$	$3.09 imes 10^{-1}$	$4.36 imes 10^{-1}$
[BD]/[B]	[cENG - slip] / [cENG]	1.60	1.80	$-7.72 imes10^{-1}$	[EJ]/[J]	[TC - ENG] / [ENG]	$-3.87 imes10^{-3}$	$-9.93 imes10^{-2}$	$-1.10 imes10^{-1}$
[BD]/[D]	[cENG - slip]/[slip]	2.24	1.25×10^1	$7.42 imes 10^{-1}$	[EK]/[E]	[TC - MOT] / [TC]	-1.10	$-8.01 imes10^{-1}$	-1.46
[BE]/[B]	[cENG - TC] / [cENG]	1.46	1.50	$8.22 imes 10^{-2}$	[EK]/[K]	[TC - MOT] / [MOT]	-3.01	-1.40	$-9.09 imes 10^{-1}$
[BE]/[E]	[cENG - TC] / [TC]	1.69	1.47	$6.88 imes 10^{-1}$	[FG]/[F]	[TR - SOC] / [TR]	$-5.18 imes10^{-1}$	$-5.90 imes10^{-1}$	$-2.19 imes10^{-1}$
[BF]/[B]	[cENG - TR] / [cENG]	1.58	1.42	2.34×10^{-1}	[FG]/[G]	[TR - SOC] / [SOC]	6.85×10^{-1}	$7.81 imes 10^{-1}$	$6.37 imes 10^{-1}$
[BF]/[F]	[cENG - TR] / [TR]	$6.43 imes 10^{-1}$	$6.28 imes 10^{-1}$	6.81×10^{-1}	[FH]/[F]	[TR - delay] / [TR]	7.45×10^{-2}	-3.96×10^{-2}	$-2.22 imes 10^{-1}$
[BG]/[B]	[cENG - SOC] / [cENG]	-9.04×10^{-1}	-7.25×10^{-1}	-8.30×10^{-2}	[FH]/[H]	[TR - delay] / [delay]	-1.67×10^{-1}	8.96×10^{-2}	$8.74 imes 10^{-1}$
[BG]/[G]	[cENG - SOC] / [SOC]	4.88×10^{-1}	4.23×10^{-1}	7.02×10^{-1}	[FI]/[F]	[TR - mass] / [TR]	3.63×10^{-1}	4.45×10^{-1}	$1.17 imes 10^{-1}$
[BH]/[B]	[cENG - delay] / [cENG]	-3.14×10^{-2}	3.96×10^{-1}	8.46×10^{-2}	[FI]/[I]	[TR - mass] / [mass]	1.05	1.90	-3.67
[BH]/[H]	[cENG - delay]/[delay]	2.86×10^{-4}	-3.95×10^{-1}	-9.70×10^{-1}	[FJ]/[F]	[TR - ENG]/[TR]	-7.99×10^{-1}	-1.05	-2.33×10^{-1}
[BI]/[B]	[CENG – mass]/[CENG]	-1.01×10^{-1}	-1.37×10^{-1}	-1.71×10^{-2}	[F]]/[J]	[IR - ENG]/[ENG]	5.14×10^{-1}	7.46×10^{-1}	1.69×10^{-1}
[<i>b</i> 1]/[1]	[cenc mass]/[mass]	- 01 × 91.1-	-101×102	1.00	[FK]/[F]	[IK - MOI]/[IK]	7.41 × 10 -	, UI × 74.7	3.27×10^{-1}
$\left[d \right] / \left[d \right]$		-4.00×10^{-1}	-0.51×10.6	-3.47×10^{-1}		$\begin{bmatrix} I O V \\ 0 \end{bmatrix} / \begin{bmatrix} I O V \\ 0 \end{bmatrix} $	6.00 ± 0.01	2.00×10^{-1}	-101×60.0
[1] / [1] [RK] / [R]	[renc - mol/[renc]	3.19×10^{-1}	-451×10^{-1}	1.30×10^{-1}		[SOC - delan] / [delan]	5.41×10^{-1}	2.90×10^{-1} 4.97×10^{-1}	1.23×10^{-1}
[BK]/[K]		1.01	-7.72×10^{-1}	5.75×10^{-1}		[SOC - mass] / [SOC]	2.25×10^{-1}	8.87×10^{-2}	-3.52×10^{-1}
	[cMOT - slip]/[cMOT]	$3.62 imes 10^{-3}$	-1.97×10^{-1}	-1.09		[SOC - mass]/[mass]	-4.90×10^{-1}	-2.86×10^{-1}	-3.79
[CD]/[D]	[cMOT - slip]/[slip]	$-6.32 imes10^{-3}$	2.20	$6.41 imes10^{-1}$	[<i>GI</i>]/[<i>G</i>]	[SOC - ENG]/[SOC]	$1.69 imes 10^{-1}$	$1.33 imes 10^{-1}$	$-4.51 imes10^{-1}$
[CE]/[C]	[cMOT - TC]/[cMOT]	$7.75 imes 10^{-1}$	$4.73 imes 10^{-1}$	$-1.78 imes10^{-1}$	[GJ]/[J]	[SOC - ENG] / [ENG]	$8.20 imes10^{-2}$	$7.18 imes 10^{-2}$	$-1.13 imes10^{-1}$
[CE]/[E]	[cMOT - TC]/[TC]	-1.11	$-7.52 imes 10^{-1}$	-9.16×10^{-1}	[GK]/[G]	[SOC - MOT] / [SOC]	1.44×10^{-1}	$1.58 imes 10^{-2}$	$3.68 imes 10^{-1}$
[CF]/[C]	[cMOT - TR] / [cMOT]	$5.54 imes 10^{-1}$	$1.29 imes 10^{-1}$	$4.82 imes 10^{-2}$	[GK]/[K]	[SOC - MOT] / [MOT]	-8.45×10^{-1}	$-4.63 imes 10^{-2}$	$-2.27 imes 10^{-1}$
[CF]/[F]	[cMOT - TR] / [TR]	-2.81×10^{-1}	-9.27×10^{-2}	8.65×10^{-2}	[H]/[H]	[delay - mass] / [delay]	-8.66×10^{-1}	-6.88×10^{-1}	-7.38×10^{-1}
[cG]/[C]	[cMOT - SOC] / [cMOT]	-5.76×10^{-1}	-5.36×10^{-1}	9.10×10^{-2}	[HI]/[IH]	[delay - mass] / [mass]	1.11	1.30	-5.86
[CG]/[G]	[cMOT - SOC]/[SOC]	-3.87×10^{-1}	-5.08×10^{-1}	-4.73×10^{-1}	[H]/[H]	[delay - ENG] / [delay]	-9.12×10^{-1}	-4.50×10^{-1}	-1.16×10^{-1}
[CH]/[C]	[cMOT - delay] / [cMOT]	1.22×10^{-2}	-4.87×10^{-1}	3.19×10^{-1}	[HJ]/[J]	[delay - ENG]/[ENG]	-2.62×10^{-1}	-1.42×10^{-1}	-2.14×10^{-2}
[CH]/[H]	[cMOI - delay] / [delay]	1.39×10^{-1}	-7.89×10^{-1}		[HK]/[H]	[aelay - MOI]/[aelay]	-01×00.7	-01×17.6	1.28 7.04 1.0-1
[c]/[c]	[cMOI = mass]/[cMOI]	2.02×10^{-1}	3.23 × 10 - 1 0 00 ± 10-1	- 01 × 07.7		aetay = MOI / [MOI]	-2:42 2 E1 \\ 10-1	-1.00 2.06 ± 10-1	- 01 × 19.0-
	[cMOT - FNG] / [cMOT]	-3.80×10 5.00×10^{-1}	-9.69×10^{-1}	-1.34 -4.93 × 10 ⁻¹		[mass - ENC] / [FNC]	-7.84×10^{-2}	-3.90×10^{-2} 6.62 × 10^{-2}	1.61×10^{-1}
	[cMOT - ENG]/[ENG]	1.63×10^{-1}	$2.51 imes 10^{-1}$	6.43×10^{-1}		[mass – MOT]/[mass]	-1.28	-1.45	2.43
[CK]/[C]	[cMOT - MOT] / [cMOT]	$3.02 imes 10^{-1}$	$5.63 imes10^{-1}$	$-3.92 imes10^{-3}$	[IK]/[K]	[mass - MOT] / [MOT]	-3.44	-1.31	$-1.39 imes 10^{-1}$
[CK]/[K]	[cMOT - MOT] / [MOT]	-1.19	-1.56	$-1.25 imes 10^{-2}$	[JK]/[J]	[ENG - MOT] / [ENG]	$3.16 imes 10^{-1}$	$3.40 imes 10^{-1}$	-2.04×10^{-1}
[DE]/[D]	[slip - TC]/[slip]	1.62	7.76	-8.32×10^{-3}	[JK]/[K]	[ENG - MOT] / [MOT]	-3.80	-1.85	$5.02 imes10^{-1}$

Tabelle A.5: Effekte 2. Ordnung für die Batteriespannung

A.3 Topologie der Co-Simulation

 $\mathbf{L} =$

A.4 Optimierung der Ausführungsreihenfolge



Abbildung A.1: Werte der Zielfunktion f und des Fehlers e für $\lambda = 0$. A=VEH, B=ENG, C=MOT, D=CTL



125




127

BACD	DCBA	DBCA	DBAC	CBDA	BCDA	BADC	CBAD	BCAD	CDBA	CDAB	BDCA	BDAC	CADB	ACDB	ABDC	DCAB	ADCB	ADBC	DACB	DABC	CABD	ACBD	ABCD		Tatsächli
$1.00E{+}00$	9.97E-01	9.97E-01	9.87E-01	9.48E-01	9.48E-01	9.41E-01	9.00E-01	9.00E-01	4.83E-01	4.65E-01	4.21E-01	3.59E-01	6.86E-02	6.24E-02	6.03E-02	4.48E-02	4.30E-02	4.30E-02	3.78E-02	3.78E-02	3.36E-02	1.29E-02	1.29E-02	e_s (-)	cher Fehler
CBAD	BCAD	BADC	BACD	CABD	ACBD	ABDC	ABCD	CBDA	BDCA	BDAC	BCDA	CADB	ADCB	ADBC	ACDB	DCBA	DBCA	DBAC	CDBA	DCAB	DACB	DABC	CDAB	I	
9.00E-01	9.00E-01	9.41E-01	1.00E+00	3.36E-02	1.29E-02	6.03E-02	1.29E-02	9.48E-01	4.21E-01	3.59E-01	9.48E-01	6.86E-02	4.30E-02	4.30E-02	6.24E-02	9.97E-01	9.97E-01	9.87E-01	4.83E-01	4.48E-02	3.78E-02	3.78E-02	4.65E-01	SIN	
CBAD	BCAD	BADC	BACD	CABD	ACBD	ABDC	ABCD	CBDA	BDCA	BDAC	BCDA	CADB	ADCB	ADBC	ACDB	DCBA	DBCA	DBAC	CDBA	DCAB	DACB	DABC	CDAB	E	
9.00E-01	9.00E-01	9.41E-01	$1.00E{+}00$	3.36E-02	1.29E-02	6.03E-02	1.29E-02	9.48E-01	4.21E-01	3.59E-01	9.48E-01	6.86E-02	4.30E-02	4.30E-02	6.24E-02	9.97E-01	9.97E-01	9.87E-01	4.83E-01	4.48E-02	3.78E-02	3.78E-02	4.65E-01	OUT	C
CBAD	BCAD	BADC	BACD	CABD	ACBD	ABDC	ABCD	CBDA	BDCA	BDAC	BCDA	CADB	ADCB	ADBC	ACDB	DCBA	DBCA	DBAC	CDBA	DCAB	DACB	DABC	CDAB	E	$\lambda = 0$
9.00E-01	9.00E-01	9.41E-01	$1.00E{+}00$	3.36E-02	1.29E-02	6.03E-02	1.29E-02	9.48E-01	4.21E-01	3.59E-01	9.48E-01	6.86E-02	4.30E-02	4.30E-02	6.24E-02	9.97E-01	9.97E-01	9.87E-01	4.83E-01	4.48E-02	3.78E-02	3.78E-02	4.65E-01	XTP	
CBAD	BCAD	BADC	BACD	CABD	ACBD	ABDC	ABCD	CBDA	BDCA	BDAC	BCDA	CADB	ADCB	ADBC	ACDB	DCBA	DBCA	DBAC	CDBA	DCAB	DACB	DABC	CDAB	I	
9.00E-01	9.00E-01	9.41E-01	1.00E+00	3.36E-02	1.29E-02	6.03E-02	1.29E-02	9.48E-01	4.21E-01	3.59E-01	9.48E-01	6.86E-02	4.30E-02	4.30E-02	6.24E-02	9.97E-01	9.97E-01	9.87E-01	4.83E-01	4.48E-02	3.78E-02	3.78E-02	4.65E-01	lEF	
CBAD	BCAD	BACD	BADC	CBDA	BCDA	CABD	ABCD	ACBD	BDCA	BDAC	ABDC	CDBA	CADB	ACDB	DCBA	DBCA	DBAC	ADCB	ADBC	CDAB	DCAB	DACB	DABC		
9.00E-01	9.00E-01	1.00E+00	9.41E-01	9.48E-01	9.48E-01	3.36E-02	1.29E-02	1.29E-02	4.21E-01	3.59E-01	6.03E-02	4.83E-01	6.86E-02	6.24E-02	9.97E-01	9.97E-01	9.87E-01	4.30E-02	4.30E-02	4.65E-01	4.48E-02	3.78E-02	3.78E-02	EIN	
BCAD	CBAD	BACD	BADC	BCDA	CBDA	CABD	ACBD	ABCD	BDCA	BDAC	ABDC	CDBA	CADB	ACDB	DCBA	DBCA	DBAC	ADCB	ADBC	CDAB	DCAB	DACB	DABC	Е	
9.00E-01	9.00E-01	1.00E + 00	9.41E-01	9.48E-01	9.48E-01	3.36E-02	1.29E-02	1.29E-02	4.21E-01	3.59E-01	6.03E-02	4.83E-01	6.86E-02	6.24E-02	9.97E-01	9.97E-01	9.87E-01	4.30E-02	4.30E-02	4.65E-01	4.48E-02	3.78E-02	3.78E-02	OUT	_
CBAD	BCAD	BACD	CBDA	BCDA	BADC	CABD	ACBD	ABCD	CDBA	BDCA	CADB	BDAC	ACDB	ABDC	DCBA	DBCA	DBAC	CDAB	ADCB	ADBC	DCAB	DACB	DABC	E	$\lambda = 0.5$
9.00E-01	9.00E-01	$1.00E{+}00$	9.48E-01	9.48E-01	9.41E-01	3.36E-02	1.29E-02	1.29E-02	4.83E-01	4.21E-01	6.86E-02	3.59E-01	6.24E-02	6.03E-02	9.97E-01	9.97E-01	9.87E-01	4.65E-01	4.30E-02	4.30E-02	4.48E-02	3.78E-02	3.78E-02	XTP	
BCAD	CBAD	BACD	BCDA	CBDA	CABD	ACBD	ABCD	BADC	BDCA	BDAC	CDBA	ABDC	CADB	ACDB	CDAB	DCBA	DBCA	DBAC	ADCB	ADBC	DCAB	DACB	DABC		
9.00E-01	9.00E-01	$1.00E{+}00$	9.48E-01	9.48E-01	3.36E-02	1.29E-02	1.29E-02	9.41E-01	4.21E-01	3.59E-01	4.83E-01	6.03E-02	6.86E-02	6.24E-02	4.65E-01	9.97 E- 01	9.97E-01	9.87E-01	4.30E-02	4.30E-02	4.48E-02	3.78E-02	3.78E-02	REF	

Tabelle A.6: Vergleich von EIN, EOUT, EXTP, REF für $\lambda = 0$ und $\lambda = 0.5$ (siehe Gl. 4.35)

.I.N, EOUT, EXTP, REF für $\lambda=0.75$ und $\lambda=1$ (siehe Gl. 4.35)	$\lambda = 1$	REF	4.30E-02	$4.30 \text{E}{-}02$	6.03E-02	3.78E-02	3.78E-02	4.48E-02	9.41E-01	9.87E-01	9.97E-01	9.97E-01	$3.59 \text{E}{-}01$	4.21E-01	6.24E-02	6.86E-02	1.29 E-02	1.29 E-02	3.36E-02	$4.65 \text{E}{-}01$	1.00E+00	9.00 E- 01	$9.00 ext{E-01}$	4.83E-01	9.48E-01	9.48E-01
		н	ADBC	ADCB	ABDC	DABC	DACB	DCAB	BADC	DBAC	DCBA	DBCA	BDAC	BDCA	ACDB	CADB	ABCD	ACBD	CABD	CDAB	BACD	BCAD	CBAD	CDBA	BCDA	CBDA
		XTP	4.30E-02	4.30E-02	3.78E-02	3.78E-02	6.03E-02	4.48E-02	9.87E-01	9.41E-01	9.97E-01	9.97E-01	3.59 E-01	4.21E-01	6.24E-02	6.86E-02	1.29 E-02	1.29 E-02	$4.65 \text{E}{-01}$	3.36E-02	1.00E+00	4.83E-01	9.00E-01	9.00E-01	9.48E-01	9.48E-01
			ADBC	ADCB	DABC	DACB	ABDC	DCAB	DBAC	BADC	DBCA	DCBA	BDAC	BDCA	ACDB	CADB	ABCD	ACBD	CDAB	CABD	BACD	CDBA	BCAD	CBAD	BCDA	CBDA
		EOUT	4.30E-02	4.30E-02	6.03E-02	3.78E-02	3.78E-02	4.48E-02	6.24E-02	6.86E-02	1.29 E-02	1.29E-02	3.36E-02	$4.65 \text{E}{-}01$	9.41E-01	9.87E-01	9.97E-01	9.97E-01	3.59E-01	4.21E-01	1.00E+00	9.00E-01	9.00E-01	4.83E-01	9.48E-01	9.48E-01
			ADBC	ADCB	ABDC	DABC	DACB	DCAB	ACDB	CADB	ABCD	ACBD	CABD	CDAB	BADC	DBAC	DBCA	DCBA	BDAC	BDCA	BACD	BCAD	CBAD	CDBA	BCDA	CBDA
		EIN	4.30E-02	4.30E-02	6.03E-02	3.78E-02	3.78E-02	4.48E-02	6.24E-02	6.86E-02	1.29 E-02	1.29 E-02	3.36E-02	$4.65 \text{E}{-}01$	9.41E-01	9.87E-01	9.97E-01	9.97E-01	$3.59 \text{E}{-}01$	4.21E-01	1.00E+00	$9.00 ext{E-01}$	$9.00 ext{E-01}$	4.83E-01	9.48E-01	9.48E-01
			ADBC	ADCB	ABDC	DABC	DACB	DCAB	ACDB	CADB	ABCD	ACBD	CABD	CDAB	BADC	DBAC	DCBA	DBCA	BDAC	BDCA	BACD	BCAD	CBAD	CDBA	BCDA	CBDA
	$\lambda = 0.75$	lEF	3.78E-02	3.78E-02	4.30E-02	4.30E-02	4.48E-02	6.03 E-02	9.87E-01	9.97E-01	9.97E-01	3.59E-01	9.41E-01	4.21E-01	6.24E-02	$4.65 \text{E}{-}01$	6.86E-02	1.29 E-02	1.29 E-02	3.36E-02	4.83E-01	1.00E+00	9.48E-01	9.48E-01	9.00 E- 01	9.00E-01
		н	DABC	DACB	ADBC	ADCB	DCAB	ABDC	DBAC	DCBA	DBCA	BDAC	BADC	BDCA	ACDB	CDAB	CADB	ABCD	ACBD	CABD	CDBA	BACD	BCDA	CBDA	BCAD	CBAD
		EXTP	3.78E-02	3.78E-02	4.48E-02	4.30E-02	4.30E-02	6.03E-02	9.87E-01	9.97E-01	9.97E-01	3.59E-01	$4.65 \text{E}{-}01$	4.21E-01	6.24E-02	9.41E-01	6.86E-02	1.29E-02	1.29E-02	3.36E-02	4.83E-01	9.48E-01	9.48E-01	1.00E+00	9.00E-01	9.00E-01
h von l			DABC	DACB	DCAB	ADBC	ADCB	ABDC	DBAC	DCBA	DBCA	BDAC	CDAB	BDCA	ACDB	BADC	CADB	ABCD	ACBD	CABD	CDBA	BCDA	CBDA	BACD	BCAD	CBAD
Vergleic		EIN EOUT	3.78E-02	3.78E-02	4.48E-02	4.30E-02	4.30E-02	6.03E-02	$4.65 \text{E}{-}01$	6.24E-02	6.86E-02	9.87E-01	9.97E-01	9.97E-01	1.29 E-02	1.29 E-02	3.36E-02	$3.59 \text{E}{-}01$	4.21E-01	9.41E-01	4.83E-01	9.48E-01	9.48E-01	1.00E+00	9.00E-01	$9.00 \text{E}{-}01$
Tabelle A.7:			DABC	DACB	DCAB	ADBC	ADCB	ABDC	CDAB	ACDB	CADB	DBAC	DBCA	DCBA	ACBD	ABCD	CABD	BDAC	BDCA	BADC	CDBA	BCDA	CBDA	BACD	BCAD	CBAD
			3.78E-02	3.78E-02	4.48E-02	4.30E-02	4.30E-02	$4.65 \text{E}{-01}$	6.03E-02	6.24E-02	6.86E-02	9.87E-01	9.97E-01	9.97E-01	1.29E-02	1.29E-02	3.36E-02	3.59E-01	4.21E-01	4.83E-01	9.41E-01	9.48E-01	9.48E-01	1.00E+00	9.00E-01	9.00E-01
		ы	DABC	DACB	DCAB	ADBC	ADCB	CDAB	ABDC	ACDB	CADB	DBAC	DBCA	DCBA	ABCD	ACBD	CABD	BDAC	BDCA	CDBA	BADC	BCDA	CBDA	BACD	BCAD	CBAD
	ther Fehler	(-)	1.29 E-02	1.29 E-02	3.36E-02	3.78E-02	3.78E-02	4.30E-02	$4.30 \text{E}{-}02$	4.48E-02	6.03 E-02	$6.24 \text{E}{-}02$	6.86E-02	$3.59 \text{E}{-}01$	4.21E-01	$4.65 \text{E}{-}01$	4.83E-01	9.00E-01	9.00E-01	9.41E-01	9.48E-01	9.48E-01	9.87E-01	9.97E-01	9.97E-01	1.00E+00
	Tatsächlic	e_s	ABCD	ACBD	CABD	DABC	DACB	ADBC	ADCB	DCAB	ABDC	ACDB	CADB	BDAC	BDCA	CDAB	CDBA	BCAD	CBAD	BADC	BCDA	CBDA	DBAC	DBCA	DCBA	BACD