



Lukas Gasser, BSc

**Realistische Bestimmung der Zwangkräfte in Hochbaudecken
unter Berücksichtigung der Biegebeanspruchung im
Gebrauchszustand**

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften – Konstruktiver Ingenieurbau

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer

Ass.Prof. Dipl.-Wirtsch.-Ing. Dr.techn. Dirk Schlicke

Dipl.-Ing. Christina Krenn

Institut für Betonbau

Lessingstraße 25, 8010 Graz

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

03.06.2019

Datum

Lutz Jansen

Unterschrift

Danksagung

Gleich zu Beginn möchte ich meinen Betreuern Ass. Prof. Dipl.-Wirtsch.-Ing. Dr.techn. Dirk Schlicke und DI Christina Krenn danken, dass sie mich von der Themenwahl über die Ausführung bis zum Abschluss der Arbeit ständig unterstützt und stets reichlich Zeit für meine Anliegen gefunden haben.

Im Besondern möchte ich Dirk Schlicke dafür danken, dass ich von seiner umfassenden Expertise und seinem schier unermüdlich wirkenden Einsatz in meinem Studium derart profitieren durfte.

Mein wohl größter Dank gilt meiner Mutter Lydia. Danke dass Du immer für mich da warst und in jeder Lebenssituation hinter mir stehst. Du hast mir nicht nur dieses Studium ermöglicht, sondern hast, wie bereits mein ganzes Leben keine Mühen gescheut mich zu unterstützen wo es nur möglich ist.

Ein großer Dank gilt meiner Freundin Johanna. In der äußerst intensiven Bearbeitungszeit dieser Arbeit hast du unendliche Geduld gezeigt und warst stets darauf bedacht alles Erdenkliche zu unternehmen mich zu motivieren und mich soweit im Alltag zu entlasten, dass ich mich vollkommen auf die Bearbeitung der Masterarbeit konzentrieren konnte.

Weiters bedanke ich mich bei meiner Verwandtschaft, welche mich neben der ständigen Unterstützung im Studium auch bei der Verfassung dieser Arbeit in fachlichen, stilistischen und sprachlichen Gesichtspunkten beraten hat.

Letztlich möchte ich mich noch bei meinen Freunden bedanken, welche stets für unterhaltsame Zeiten zu haben sind, aber auch in ernsten Dingen immer ein offenes Ohr für mich haben. Stellvertretend möchte ich mich hier bei Dir Jan bedanken, dass zu jeder Tages- und Nachtzeit für einen da bist, wenn man dich braucht.

Kurzfassung

Im konventionellen Betonbau werden in der Regel Bewegungsfugen angeordnet, um die Zwangbeanspruchung infolge des Verformungsverhaltens des Betons zu begrenzen. Diese Bauwerks- bzw. Raumfugen können allerdings die Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit der Bauwerke gefährden. Eine Alternative ist das fugenlose Bauen. Mittlerweile stellen fugenlose Bauwerke zwar keine Randerscheinung mehr dar, für den Hochbau gibt es derzeit allerdings noch keinen technischen Standard für die Bemessung und Ausführung von fugenlosen Bauwerken. Aufgrund der fugenlosen Ausführung muss das Verformungsverhalten der Bauteile, insbesondere das Schwinden des Betons und die Temperaturdehnung, explizit berücksichtigt werden.

Da die Zwangbeanspruchung aus der Verformungskompatibilität resultiert, erfordert die realistische Quantifizierung der Zwangbeanspruchung eine Berücksichtigung des tatsächlichen Verformungsverhaltens. Hierbei ist die Überlagerung von Last- und Zwangbeanspruchung im Gebrauchszustand eine zentrale Fragestellung, da die aufgezwungene Verformung mit der Rissbildung und Rissöffnung infolge der Gebrauchslast abgebaut, bzw. kompatibel gemacht werden kann. Dieses Problem wurde auch in wissenschaftlichen Kreisen erkannt und so findet man seit etwa einem Jahrzehnt vermehrt Literatur zu diesem Thema. Diese Literatur wird anhand ausgewählter Werke analysiert und als Grundlage zu dieser Arbeit vorgestellt. Hervorzuheben ist hier ein Benchmark nach Azenha (2017), das im Rahmen dieser Arbeit als Referenzbeispiel herangezogen wird. In dieser Arbeit wird letztendlich das tatsächliche Bauteilverhalten bei kombinierter Einwirkung aus Last und Zwang mittels nicht-linearer Finite-Elemente-Simulation untersucht. Die praktische Vorstellung eines unter Biegung gerissenen Stahlbetonbauteils führt unweigerlich zu der Überlegung, ob der Ansatz der üblicherweise unter reiner Biegebeanspruchung vernachlässigten axialen Verlängerung des Bauteils zufolge der Rissöffnung auf Höhe der Schwerachse des Bauteils für eine mechanisch konsistente und analytisch herleitbare Aufnahme der auftretenden Verformung im Gebrauchszustand herangezogen werden kann. Ein solcher Ansatz ist bspw. in Schlicke (2017) zu finden, der auf die Erfüllung der Verträglichkeitsbedingung zwischen aufgezwungener Verformung und Bauteilverlängerung infolge Biegerissbildung bei gleichzeitiger Berücksichtigung des Gleichgewichts im Bauteil abzielt.

Mit dieser Arbeit sollen Grundlagen geschaffen werden, inwiefern die in der Literatur zu findenden Ansätze zur Bestimmung der Zwangbeanspruchung im fugenlosen Hochbau mechanisch konsistente Lösungen darstellen und inwiefern diese Ansätze mit numerischen Methoden nachvollzogen werden können. Insbesondere wird hierzu, der in Schlicke (2017) vorgestellte Ansatz auf Basis der sogenannten mittleren Bauteildehnungen aufgegriffen, welcher die effektive Verlängerung des Bauteils infolge Biegerissbildung analytisch

berücksichtigt. Im Detail werden ingenieurmäßige Vereinfachungen in dieser analytischen Lösung mittels numerischer Betrachtungen hinterfragt.

Abstract

Realistic Determination of Constraint Forces in Concrete Slabs under Consideration of Loads in Serviceability State

In conventional concrete construction, expansion joints are usually arranged in order to limit the constraint force as a result of the deformation behavior of the concrete. However, these building joints can jeopardize the usability and durability of the structures. An alternative are jointless constructions. Even if in the meantime, jointless floors are no longer a marginal phenomenon, there is currently no technical standard for the design of jointless structures.

Due to the jointless design, the deformation behavior of the reinforced concrete members, in particular the shrinkage of the concrete and the thermal expansion, must be explicitly considered. Since the restrained force results from the deformation compatibility, the realistic quantification of the constraining stress requires consideration of the actual deformation behavior. So, the combined effect of applied loads and deformation impact is a central issue, as the imposed deformation can be made compatible with the summed up deformation due to cracking and elastic deformation.

This problem has also been recognized in scientific circles, and so there has been an increase in literature on this topic during the last decade. This literature is analyzed on the basis of selected works and presents the basis for this master thesis. Of particular note here is a benchmark by Azenha (2017), which is used as a reference example in this thesis. Finally the actual behavior of reinforced concrete under combined action of load and constraint is investigated by a non linear finite element simulation.

The practical idea of a cracked reinforced concrete slab inevitably leads to the consideration whether the approach of the usually under pure bending neglected, axial extension due the crack opening can lead to a mechanically consistent solution for the presented problem.

Such an approach is to be found, for example, in Schlicke (2017), which aims at meeting the compatibility condition between imposed deformation and extension due to flex cracking while taking into account the equilibrium in the reinforced concrete members. With this master thesis it should be clarified, if the approaches to the determination of the restraint stress in jointless building construction are mechanically consistent solutions and if these approaches can be understood with numerical methods. In particular, the approach presented in Schlicke (2017) is taken up, which is based on the so called average member extension and takes into account the effective extension of the component due to flex cracking analytically. The engineering simplifications in this analytical solution are scrutinized by means of numerical simulation.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation der Arbeit	1
1.2	Aufbau der Arbeit	2
2	Grundlagen	4
2.1	Allgemeines zur Zwangbeanspruchung im Hochbau	4
2.1.1	Schwindeinwirkung	5
2.1.2	Kriechen und Relaxation	6
2.1.3	Klimatische Temperatureinwirkung	8
2.1.4	Berücksichtigung des Behinderungsgrads	8
2.1.5	Erfassung der Zwangeinwirkung und Berücksichtigung bei der Bemessung	9
2.2	Stand der Technik	11
2.2.1	Zur Berücksichtigung der Schwindverformung	11
2.2.2	Anmerkungen zur Berücksichtigung des Kriechens	12
2.2.3	Anmerkungen zur Berücksichtigung der Einflüsse aus klimatischer Temperaturbeanspruchung	13
2.2.4	Anmerkungen zur Bemessung von Stahlbetonbauteilen auf Zwang	13
2.3	Empfehlungen zur Bestimmung der Zwangsschnittkräfte und Begrenzung der Rissbreiten in der Literatur	14
2.3.1	Ansatz der Verformungsverträglichkeit mit abschnittsweise konstanten Steifigkeiten	15
2.3.2	Ansatz eines auf numerischer Berechnung basierenden Interaktionsdiagramms	17
2.3.3	Ansatz der Verformungskompatibilität unter Berücksichtigung der mittleren Bauteildehnung	20
3	Integacrete Benchmark	24
3.1	Ergebnisse der Challenge	25
3.2	Berechnung des angepassten Benchmarks mit ausgewählten Handrechenverfahren	27
3.2.1	Ansatz der Verformungsverträglichkeit mit abschnittsweise konstanten Steifigkeiten	28

3.2.2	Ansatz eines auf numerischer Berechnung basierenden Interaktionsdiagramms	32
3.2.3	Ansatz der Verformungskompatibilität unter Berücksichtigung der mittleren Bauteildehnung	35
3.2.4	Ansatz nach EN 1992-1-1 (2015)	39
4	Gezielte Untersuchung zum kombinierten Verhalten aus Last und Zwang	40
4.1	FE-Simulationsmodell	40
4.1.1	Werkstoffe	40
4.1.2	Geometrische Bedingungen	40
4.1.3	Auflagerbedingungen	41
4.1.4	Einwirkung	42
4.1.5	Nichtlineare Berechnung in SOFiSTiK	43
4.2	Vorgehen bei der Auswertung	45
4.2.1	Grundlagen und Ziel der Auswertung	45
4.2.2	Ausgabe der FE-Simulation	50
4.2.3	Weiterverarbeitung und Auswertung der Daten	51
5	Numerische Parameterstudie	57
5.1	Referenzbeispiel	57
5.2	Ergebnisse Referenzbeispiel	59
5.2.1	Reine Lastbeanspruchung	59
5.2.2	Rissöffnung	61
5.2.3	Zustand bei Erreichen der vorgegebenen Verformungseinwirkung	63
5.2.4	Entwicklung des Systemzustandes über die Verformungsaufbringung	65
5.3	Einfluss des statischen Systems	69
5.4	Einfluss der Biegeschlankheit	70
5.5	Einfluss der Baugeschichte	71
5.6	Einfluss des Bewehrungsgrades	71
6	Diskussion	73
6.1	Diskussion der Ergebnisse aus den Handrechnungen und der FE-Simulation des Benchmark Beispiels	73
6.2	Auswertung und Diskussion der Ergebnisse der Parameterstudie	74
7	Zusammenfassung und Ausblick	76

1 Einleitung

1.1 Motivation der Arbeit

Die Vorteile einer fugenlosen Ausführung von Betonbauwerken werden in verschiedenen Literaturstellen eingehend dargestellt. So findet man bei Falkner (1984) wie auch bei Fastabend u. a. (2012) und Taferner, Keuser und Bergmeister (2009), dass sich der Verzicht auf Fugen sowohl auf die Zuverlässigkeit als auch auf die Wirtschaftlichkeit des Gebäudes positiv auswirkt. Dies ist auf die durch Fugenreduzierung erreichbare statische Redundanz des Gebäudes, den Wegfall von Wartungs- und Austauschkosten sowie dem Entfallen der Entwicklung teils komplizierter Anschlussdetails für Fugen zurückzuführen.

Bei der Bemessung und Konstruktion fugenloser Bauten ist aufgrund der statischen Unbestimmtheit des Systems und der verformungsbehindernden Wirkung aussteifender Elemente, wie Stahlbetonkernen, die Einwirkung aus spätem Zwang besonders zu untersuchen. Diese Betrachtung führt im Wesentlichen zu zwei Problemstellungen: Einerseits erfordert die wirklichkeitsnahe Ermittlung der Verformungseinwirkung bei spätem Zwang anspruchsvolle Betrachtungen, denn hierbei spielt neben den saisonal bedingten Temperatureinwirkungen vor allem das Schwindverhalten unter Berücksichtigung des Bauablaufs und des Kriechens eine wichtige Rolle; Andererseits ist die realistische Abschätzung der Auswirkungen dieser Verformungseinwirkungen auf das Bauteil unter Berücksichtigung der Gebrauchslast nicht trivial. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der zweiten Fragestellung.

Die Bemessung zwangbeanspruchter Bauteile zielt vornehmlich darauf ab, die Rissbildung und die damit einhergehende Bauteilverformung im Gebrauchszustand zu kontrollieren, um das Bauteil bezüglich Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit auf die erforderliche Zuverlässigkeit auszulegen. Hierzu ist es von Nöten, neben allfälliger Biegebeanspruchung aus Last auch die auftretende Zwangnormalkraft zu ermitteln. Die effektive Zwangskraft hängt aber wiederum stark vom vorhandenen Risszustand des Bauteils ab. Folglich ist anzunehmen, dass Rissbildung und auftretende Zwangskraft in Wechselwirkung zueinander stehen, womit nach einer iterativen Lösung gesucht werden muss.

Bei ausschließlich zentrischem Zwang, also ohne Biegebeanspruchung, befindet sich das Bauteil mit Erreichen der Risskraft in einem stabilen Bereich sukzessiver Rissbildung. Da dieser Rissbildungsprozess im Gebrauchszustand üblicher Hochbauten praktisch nie vollständig abgeschlossen wird, entspricht die maximale Zwangnormalkraft der Rissnormalkraft. Betrachtet man dies als Obergrenze, so wird die iterative Lösung hinfällig und eine direkte Lösung ist möglich.

Das Verhalten von Biegebauteilen unterscheidet sich hiervon aber deutlich. Aufgrund der vorhandenen Biegespannung setzt die Rissbildung über die Bauteillänge deutlich versetzt ein. Die Rissbildung beginnt beim am stärksten beanspruchten Querschnitt und setzt sich solange fort, bis sich ein Gleichgewichtszustand zwischen äußerer Einwirkung und Reaktion des Bauteils einstellt. Die Ermittlung dieses Gleichgewichtszustands führt zu einer komplexen mechanischen Problemstellung, welche bisher nur ansatzweise bzw. unter Annahme ingenieurmäßiger Vereinfachungen gelöst werden konnte.

Ziel dieser Arbeit ist daher, ausgewählte Modelle zur Berechnung von Zwangnormalkräften in verformungsbehinderten Hochbaudecken mit Biegebeanspruchung zu vergleichen und die Ergebnisse mittels numerischer Berechnung zu überprüfen. Des Weiteren sollen mittels einer Parameterstudie am numerischen Modell die Möglichkeiten einer mechanisch konsistenten Betrachtung der Quantifizierung der Zwangbeanspruchung von fugenlosen Hochbaudecken untersucht werden.

1.2 Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit teilt sich in 7 Kapitel. Eingangs werden im Kapitel 2 die Grundlagen der Zwangbeanspruchung an Hochbaudecken erörtert. Hierbei wird der aktuelle Stand der Technik zur Zwangseinwirkung, der Bauteilreaktion auf Zwangbelastung sowie der Überlagerung aus Last und Zwang dargestellt. Anschließend wird auf die Bemessung von Hochbaudecken unter Last- und Verformungseinwirkung im Gebrauchszustand nach der derzeit gültigen Fassung der Europäischen Normenreihe der Eurocodes eingegangen. In Abs. 2.3 werden drei ausgewählte Ansätze zur Berechnung der Zwangbeanspruchung von Hochbaudecken bei überlagerter Last- und Verformungseinwirkung im Gebrauchszustand aus der Literatur vorgestellt und erklärt.

In Kapitel 3 wird eingangs die Integacrete Challenge präsentiert, welche 2017 in Porto (Portugal) stattfand. Das dort angewandte Benchmark Beispiel wird in dieser Arbeit als Referenzbeispiel verwendet. In Abs. 3.2 wird ein für diese Arbeit vereinfachtes Modell der Integacrete vorgestellt und mit den in Abs. 2.3 vorgestellten Ansätzen händisch die auftretende Zwangnormalkraft berechnet. Kapitel 4 beinhaltet die Vorstellung des verwendeten FE-Simulationsmodells sowie das Vorgehen bei der Auswertung der aus der FE-Simulation ausgelesenen Daten. Hierbei wird der Begriff der mittleren Bauteildehnung der gerissenen Bereiche eingeführt und näher erläutert. In Abs. 4.2 sind zudem alle für die Auswertung der Parameterstudie relevanten Gleichungen und Ansätze zu entnehmen.

Kapitel 5 umfasst eine Parameterstudie zu den in Abs. 4.2 dargestellten Ansätzen, in der Zusammenhänge zwischen berechneten mittleren Stahldehnungen und der effektiven Bauteilverlängerung in der Schwerachse untersucht werden sollen. Zusätzlich erfolgt eine Berechnung des in Abs. 3.2 vorgestellten vereinfachten Benchmark Beispiels mit dem FE-Modell nach Abs. 4.1. Anhand dieses Beispiels wird auch das Verhalten eines unter Last und Zwang beanspruchten Bauteils genauer untersucht.

Kapitel 6 teilt sich wiederum in zwei Abschnitte auf. Abs. 6.1 greift die Ergebnisse des vereinfachten Benchmark Beispiels nach Abs. 3.2 auf und vergleicht sie mit den Ergebnissen der FE-Simulation des Beispiels nach Abs. 5.2. In Abs. 6.2 wird auf die in der Parameterstudie gewonnenen Ergebnisse eingegangen und die daraus resultierenden Erkenntnisse werden diskutiert.

Kapitel 7 schließt mit einer kurzen Zusammenfassung und einem Ausblick zur weiteren Entwicklung der behandelten Thematik.

2 Grundlagen

2.1 Allgemeines zur Zwangbeanspruchung im Hochbau

Zwangbeanspruchungen entstehen aus der Behinderung der Verformung einer von innen oder außen aufgetragenen Verformungseinwirkung. Sie werden den sogenannten indirekten Einwirkungen zugeordnet. Die aufgetragenen Verformungseinwirkungen werden nur in statisch unbestimmten Systemen spannungswirksam, vgl. (Taferner, Keuser und Bergmeister, 2009, S. 241). Wie in Meier (2012) übersichtlich erklärt kann eine auftretende Zwangseinwirkung nach den folgenden Kriterien klassifiziert werden:

- Zeitpunkt des Auftretens der Zwangbeanspruchung:

Man unterscheidet zwischen erhärtungsbedingter Zwangbeanspruchung, auch „früher Zwang“ genannt und Zwang im Nutzungszeitraum des Bauteils, im Allgemeinen als „später Zwang“ bekannt. „Früher Zwang“ beschränkt sich auf die hydrationsbedingten Verformungseinwirkungen, die bspw. bei Hochbaudecken in den ersten 3 – 5 Tagen nach Herstellung auftreten. Weiterführende Informationen zu diesen Einwirkungen und den einhergehenden Beanspruchungen sind z.B. in Schlicke (2014), Röhling (2009) oder Eierle und Schikora (2000) zu finden.

Unter „spätem Zwang“ wird jene Zwangbeanspruchung verstanden, welche im Gebrauchszustand, spätestens jedoch nach Erreichen der Normfestigkeit auftritt, vgl. bspw. (Meier, 2012).

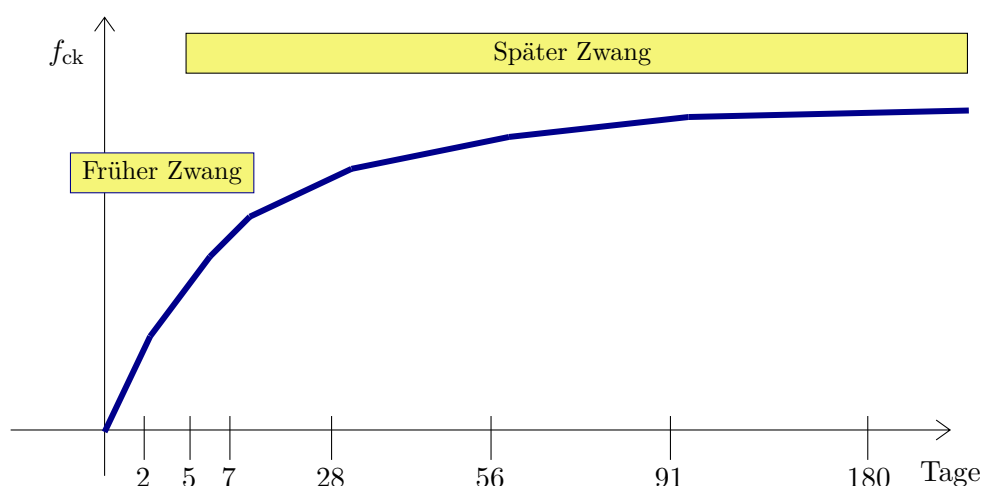


Abb. 2.1: Festigkeitsentwicklung mit möglicher Zeiteinteilung nach Meier (2015)

- Ursache der Verformungseinwirkung:

Äußerer Zwang bezeichnet die Bauteilreaktion bei einer von außen aufgetragenen Verformung, wie bspw. Lagerverschiebungen, während innerer Zwang den Zwangaufbau infolge chemischer oder physikalischer Prozesse im Bauteil beschreibt. Auch induzierte, also von außen angeregte Prozesse, wie bspw. klimatische Temperatureinwirkungen, werden den inneren Zwangeinwirkungen zugeordnet, vgl. (Meier, 2012).

- Behinderungsgrad der Verformungseinwirkung

Voller Zwang liegt vor, wenn aufgrund der vollständigen Verformungsbehinderung die gesamte Verformungseinwirkung spannungswirksam wird. Ist die Verformungsbehinderung nachgiebig, so spricht man von teilweise Zwang.

Bei fugenlosen Hochbaudecken, welche im Zuge dieser Arbeit näher behandelt werden, ist vor allem der innere späte Zwang und die teilweise Verformungsbehinderung von Bedeutung. Wie in Fastabend u. a. (2012) ausgeführt, ist die Zwangbeanspruchung im Erhärtungszeitraum bei Hochbaudecken im Gegensatz zu Bodenplatten und Wänden, aufgrund der geringeren Bauteildicke und aufgrund der bei Erhärtung kaum vorhandenen Verformungsbehinderung durch die Schalung von untergeordneter Bedeutung. Anders verhält es sich mit spätem innerem Zwang, welcher erst nach Entwicklung der Endfestigkeit und vollständigem Formschluss mit den verformungsbehindernden, steifen Bauwerkskernen auftritt. Insbesondere sind hier Schwindverkürzungen in relativ trockenen Innenräumen sowie klimatische Temperaturbeanspruchungen aufgrund direkter Sonneneinstrahlung an außenliegenden Bauteilen, wie Parkdecks, als Einwirkungen zu berücksichtigen. Da im üblichen Hochbau eine direkte Sonneneinstrahlung nur an Außenbauteilen auftritt, ist eine Überlagerung der beiden Einwirkungsarten nur in Sonderfällen erforderlich. Zudem treten wie in den nächsten Absätzen dargestellt, die beiden Verformungseinwirkungen zufolge Schwinden und klimatischer Temperaturschwankung in annähernd gleichen Größenordnungen auf, sodass die in dieser Arbeit getroffenen Annahmen für eine Innendecke unter Schwindbeanspruchung auch auf vergleichbare Bauteile unter klimatischer Temperatureinwirkung übertragen werden können.

2.1.1 Schwindeinwirkung

Schwinden bezeichnet eine lastunabhängige Volumenänderung des Betons, wobei üblicherweise die Volumenabnahme infolge von Austrocknungsprozessen gemeint ist, vgl. (Zilch und Zehetmaier, 2010). Dabei können physikalische wie auch chemische Austrocknungsvorgänge für das Betonschwinden verantwortlich sein. Im Wesentlichen werden nach Müller und Kvitsel (2002) vier Schwindkomponenten unterschieden, welche superponiert werden können. Das Kapillarschwinden, das Schrumpfen, das Trocknungsschwinden und das Karbonatisierungsschwinden. Während das Kapillarschwinden bei entsprechender Betonzusammensetzung und Nachbehandlung kaum erfassbar ist und das Schrumpfen bereits im frühen Bauwerksalter als weitestgehend abgeschlossen gilt, finden das Trocknungs- und Karbonatisierungsschwinden im Nutzungszeitraum des Bauwerks statt und sind somit bei der Betrachtung des späten Zwang zu berücksichtigen. Das auf

chemischen Prozessen beruhende Karbonatisierungsschwinden beschränkt sich jedoch auf die Randzonen und ist aufgrund des langsamen Fortschreitens gegenüber dem Trocknungsschwinden vernachlässigbar, vgl. (Müller und Kvitsel, 2002). Das Trocknungsschwinden als physikalischer Prozess bezeichnet die Abgabe der Bauteilfeuchtigkeit an die trockenere Bauteilumgebung. Der Prozess ist erst beendet, sobald die sogenannte Gleichgewichtsfeuchte erreicht ist. Dieser Prozess kann in Abhängigkeit der Bauteildicke mehrere Jahre andauern, vgl. (Fastabend u. a., 2012). Als Einflussfaktoren für das Trocknungsschwinden sind der Zementgehalt bzw. die Betonzusammensetzung, die Umgebungfeuchtigkeit sowie die Bauteilgeometrie zu nennen, vgl. (Taferner, Keuser und Bergmeister, 2009).

Als grobe Abschätzung können die auftretenden Schwindverformungen zufolge des Trocknungsschwindens für übliche Hochbaudecken nach Fastabend u. a. (2012) mit 0,40 mm/m oder nach Taferner, Keuser und Bergmeister (2009) mit 0,35 mm/m abgeschätzt werden. Dabei sind die verformungsreduzierenden Effekte aus Kriechen noch unberücksichtigt.

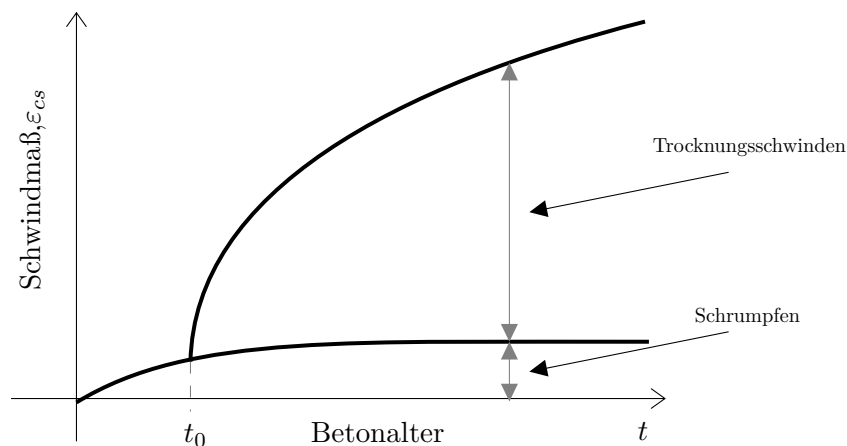


Abb. 2.2: zeitlicher Verlauf des Schwindens nach Müller und Kvitsel (2002)

2.1.2 Kriechen und Relaxation

Als Kriechen wird nach Zilch und Zehetmaier (2010) die Zunahme von Dehnungen bei konstant gehaltener Spannung, als Relaxation hingegen die Abnahme von Spannungen bei konstant gehaltener Dehnung bezeichnet. Da beide Effekte ähnliche Hintergründe, Einflussfaktoren und Verläufe über die Zeit haben, werden sie gesamtheitlich unter dem Begriff des viskosen Verhaltens von Beton abgehandelt. In der Ingenieurpraxis sowie in den gängigen Normen wird dieses Verhalten unter Dauerlast oft unter dem Begriff Kriechen zusammengefasst. Im Allgemeinen stellt das Kriechen einen äußerst komplexen physikalischen Prozess dar, dessen Ursachen und Einflussparameter noch nicht vollends geklärt sind. Bei genauerer Betrachtung ergeben sich somit teils komplizierte mechanische Modelle zum Erfassen von Kriechvorgängen. Zur Veranschaulichung der Auswirkungen des Kriechens wird im Rahmen dieser Arbeit der vereinfachte Fall des linearen Kriechens unter reiner Schwindbeanspruchung zum Zeitpunkt $t = \infty$ näher ausgeführt. Detailliertere Informationen zum viskosen Verhalten von Beton können der

Literatur nach Müller und Kvitsel (2002), Zilch und Zehetmaier (2010) oder Wesche (1973) entnommen werden. Der folgende Absatz basiert ebenso auf Informationen aus diesen Quellen.

Kriechprozesse sind wie alle Verformungseinwirkungen hauptsächlich nur im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit von Bedeutung. Dies wird am Ende dieses Kapitels noch näher erläutert. Für Betonbauteile wird grundsätzlich vorausgesetzt, dass die Betondruckspannungen zufolge der quasi-ständigen Lastbeanspruchung im Gebrauchszustand den Grenzwert von $0,4 \cdot f_{ck}$ nicht erreichen. Unter dieser Bedingung kann ein deutlich vereinfachtes Kriechmodell angewandt werden, da einerseits der Beton unter dieser Grenze als linear elastisch angesehen werden kann und andererseits in diesem Spannungsbereich vereinfacht nur lineare Kriecheffekte berücksichtigt werden müssen. Insgesamt hat dies zur Folge, dass das Kriechen in Form eines abgeminderten E-Moduls des Betons berücksichtigt werden kann.

Der Gedanke hinter der Einführung eines solchen rechnerischen E-Moduls liegt in der Überlegung, dass der Beton im Kriechprozess bei gleicher Spannung - aber zunehmender Zeit - zunehmende Dehnungen aufweist. Über das hookesche Gesetz sind Spannungen und Dehnungen über den E-Modul verbunden, weshalb ein rechnerischer Abfall des E-Moduls genau den zufolge Kriechen erwarteten Effekt abbildet. Die Abminderung des E-Moduls von E_{cm} zu $E_{c,eff}$ erfolgt gemeinhin auf Basis der als φ bezeichneten Kriechzahl. Die Kriechzahl ist genau genommen eine zeit- und lastabhängige Funktion. Um für die praktische Berechnung der Kriechfunktion zu einer diskreten Kriechzahl zu gelangen, muss die gesamte Belastungsgeschichte bis zum Belastungszeitpunkt zeitdiskret mit den tatsächlich auftretenden Lasten berücksichtigt werden. Für die hier angenommene vereinfachte Betrachtung für den Zeitpunkt $t = \infty$ und unter der Annahme, dass als einzige Belastung eine sich langsam aufbauende Schwindeinwirkung zu berücksichtigen ist, vereinfacht sich die Kriechfunktion zu dem in Glg. (2.1) vorkommenden Term $\rho \cdot \varphi$. Hierbei erfasst der Relaxationsbeiwert ρ nach Trost (1967) den ebengenannten langsamen Aufbau der Spannungen zufolge der Schwindeinwirkung. Der Relaxationsbeiwert kann für eine annähernd konstante Spannungszunahme mit 0,8 abgeschätzt werden.

Als Anmerkung für die folgenden Kapitel ist zusätzlich zu erwähnen, dass der Zusammenhang zwischen E-Modul und Zwangkräften aus Schwindverformung sowie die Annahme eines affinen zeitlichen Verlaufs der Kriech- und Schwindprozesse dahingehend genutzt wird, dass das Kriechen zur Erfassung von Zwangkräften zufolge Schwindeinwirkung direkt in Form eines verminderten Endschwindmaßes berücksichtigt werden kann, wie in Glg. (2.2) dargestellt. Insgesamt führt das zu einer anschaulicheren Erfassung des Effektes bei reiner Schwindbeanspruchung. Bei genauerer Betrachtung der oben genannten Literatur zum Thema Kriechen stellt man außerdem fest, dass Schwind- und Kriechprozesse in einem gewissen Zusammenhang stehen und in verformungsbehinderten Bauteilen ohnehin nur gemeinsam betrachtet werden können.

$$E_{c,\text{eff}} = \frac{E_{\text{cm}}}{1 + \rho \cdot \varphi} \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \frac{\varepsilon_{\text{c,ds}}}{1 + \rho \cdot \varphi} \quad (2.2)$$

2.1.3 Klimatische Temperatureinwirkung

Die über den Tages- bzw. Jahreszyklus schwankenden klimatischen Verhältnisse wirken sich in Form einer Temperaturbelastung auf Betonbauteile aus. Da ausschließlich Temperaturdifferenzen zu einer Verformungseinwirkung führen, muss zur realitätsnahen Berechnung die Aufstelltemperatur T_0 abgeschätzt und in Relation zur über den Jahreszyklus maximalen bzw. minimalen Bauteiltemperatur gesetzt werden, vgl. (Taferner, Keuser und Bergmeister, 2009). Zur Bestimmung der Bauteiltemperatur ist bei exponierten Bauteilen neben der Außentemperatur insbesondere der direkten Sonneneinstrahlung auf die Bauteiloberfläche wesentliche Beachtung zu schenken, da diese zu beträchtlichen thermischen Beanspruchungen führen kann, vgl. (Fastabend u. a., 2012). Der Zusammenhang von am Bauteil tatsächlich auftretenden Dehnungen und der Temperaturdifferenz zwischen vorhandener Bauteiltemperatur und Aufstelltemperatur ist in Glg. (2.3) dargestellt. Der in der Gleichung auftretende Wärmeausdehnungskoeffizient α^T kann für den Bewehrungsstahl wie auch für Beton mit 10^{-6} 1/K i.d.R. ausreichend genau erfasst werden (Fastabend u. a., 2012). Bei den in Mitteleuropa üblichen maximalen Bauteiltemperaturen von 37°C und einer angenommenen Aufstelltemperatur zwischen 5°C und 15°C ergibt sich nach Glg. (2.3) eine maximale Verformungseinwirkung von $0,22 - 0,32\text{‰}$.

$$\varepsilon_{\Delta T,\text{max}} = (T_{\text{max}} - T_0) \cdot \alpha^T \quad (2.3)$$

mit:

$\varepsilon_{\Delta T,\text{max}}$...	Dehnungseinwirkung zufolge Temperaturdifferenz
T_0	...	Aufstelltemperatur des Bauteils
T_{max}	...	maximale Bauteiltemperatur
α^T	...	Wärmeausdehnungskoeffizient Beton

2.1.4 Berücksichtigung des Behinderungsgrads

Verformungseinwirkungen werden spannungswirksam, wenn sich die einhergehenden Bauteilverformungen nicht frei einstellen können. Für die in der Arbeit betrachteten Hochbaudecken erfolgt die Verformungsbehinderung durch horizontale Aussteifungselemente, wie Kerne und Wandscheiben. Wird eine Decke fugenlos an mehrere in dieselbe Richtung wirkende Aussteifungselemente angeschlossen, so kann sie sich in diese Richtung nicht frei verformen und Zwangkräfte entstehen. Neben den Grenzfällen einer völlig steifen Dehnungsbehinderung und vollkommener Bewegungsfreiheit existiert die in der

Praxis üblicherweise auftretende nachgiebige bzw. teilweise Verformungsbehinderung. Über diese, im baustatischen Modell als Feder dargestellte Lagerung kann die auftretende Zwangssituation wirklichkeitsnah abgebildet werden. Eine solche Modellierung setzt allerdings eine entsprechend genaue Annahme und Kenntnis der Steifigkeitsverhältnisse im System voraus, was angesichts der Tatsache, dass sich die Steifigkeiten der Decke als auch die der Kerne über Rissbildungsprozesse ändern können, äußerst schwierig ist. Empfehlungen zur wirklichkeitsnahen Ermittlung dieser im statischen Modell angesetzten Federsteifigkeiten sowie deren Überwachung im Bauablauf ist u.a. in Taferner, Keuser und Bergmeister (2009) erläutert. Da Steifigkeitsverteilungen in Bauwerken von einer Vielzahl von Faktoren abhängig sind, erfordert die Ermittlung des resultierenden Behinderungsgrades für jedes Bauwerk eigene Betrachtungen.

Zu Gunsten einer allgemein gültigen Bemessung ist in der Literatur auch die Annahme zu finden, dass im Zuge des Rissbildungsprozesses der Decke die Steifigkeit der Kerne relativ zur Decke derart groß wird, dass die Nachgiebigkeit der Lagerung vernachlässigbar wird. Diese Vereinfachung, welche grundsätzlich auf der sicheren Seite liegt, wird in den Untersuchungen dieser Arbeit verwendet.

2.1.5 Erfassung der Zwangseinwirkung und Berücksichtigung bei der Bemessung

Der behinderte und spannungswirksame Verformungsanteil am Bauteil kann als nichtlineare Spannungsgradienten am Bauteilquerschnitt erfasst werden, s. (Eierle und Schikora, 2000). Um die Spannungsgrößen ingenieurmäßig zu erfassen und zu quantifizieren wird die nichtlineare Spannungsgradienten in drei Teile aufgeteilt.

Konstante Spannungsanteile, in Abb. 2.3 mit σ_K bezeichnet, entstehen aufgrund über den Querschnitt konstant verteilter Temperatur- oder Schwindverkürzungen. Die Dehnungsbehinderung muss hierbei im Schwerpunkt des Bauteils erfolgen. Die ausschließliche Betrachtung der konstanten Spannungsanteile wird auch als zentrischer Zwang bezeichnet, vgl. (Röhling und Meichsner, 2018).

Lineare Spannungsanteile, in Abb. 2.3 mit σ_L bezeichnet, können zweierlei Ursachen haben. Einerseits können sie als Folge von über den Querschnitt lineare verteilten Temperatur- bzw. Schwindverläufen, andererseits infolge von über den Querschnitt konstant verteilter Verformungseinwirkungen, jedoch mit exzentrischer Dehnungsbehinderung entstehen. Lineare Spannungsanteile sind bei Biegebauteilen im Hochbau aufgrund der Biegerissbildung, welche üblicherweise bereits unter quasi-ständiger Lastenwirkung einsetzt, weitestgehend vernachlässigbar, vgl. (Fastabend u. a., 2012).

Der nichtlineare Anteil entsteht aufgrund von nichtlinearen Feuchtegefällen im Querschnitt bzw. aufgrund einer nichtlinearen Temperaturverteilung. Hierbei wirkt der Bauteilquerschnitt selbst verformungsbehindernd, womit Eigenspannungen entstehen. In der Regel wird dieser Spannungsanteil über eine Verminderung der Risszugfestigkeit erfasst. Da sich die Spannungsergebnisse der Eigenspannungen zu Null ergibt und die Spannungen mit dem Entstehen erster Oberflächenrisse frei werden, kann dieser Anteil

für die Betrachtung von Makrorissbildung (Biege- und Trennrisse) vernachlässigt werden, vgl. (Schlicke, 2014).

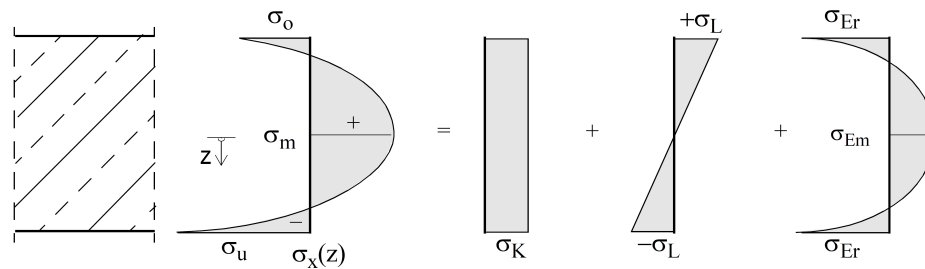


Abb. 2.3: Zerlegung des Spannungsverlaufes über den Querschnitt (Eierle und Schikora, 2000)

Generell kann die Zwangbeanspruchung im Grenzzustand der Tragfähigkeit ganzheitlich vernachlässigt werden, da aufgrund der mit zunehmender Biegezug- bzw. Zugbeanspruchung und damit fortschreitender Rissbildung die Steifigkeit im Bauteil derart abfällt, dass die vorhandenen Zwangdehnungen kaum noch Einfluss auf den Spannungsverlauf im Bauteil haben. Somit werden Zwangbeanspruchungen ausschließlich für die Nachweise im Gebrauchszustand berücksichtigt. Hierfür sollten möglichst die tatsächlich auftretenden Einwirkungsgrößen erfasst werden, vgl. (Falkner, 1984). Allenfalls wird die Zwangsschnittgröße aber mit Erreichen der Risschnittgröße des Bauteils nach oben hin beschränkt. Diese Annahme wird am Beispiel eines zentrisch gezogenen Stabs erläutert. Mit Erreichen der effektiven Risskraft reißt das Bauteil am aufgrund der statistisch variierenden effektiven Festigkeiten maximal ausgenutzten Querschnitt. Durch die Öffnung des Risses fällt die aus der behinderten Verformungseinwirkung resultierende Normalkraft wieder unter die effektive Risskraft des Bauteils ab vgl. Abb. 2.4. Sofern der Bewehrungsstahl im Rissquerschnitt noch nicht fließt, steigt die Normalkraft im Bauteil mit zunehmender Dehnungseinwirkung wieder an, bis die Risschnittkraft des zweitschwächsten Querschnitts erreicht wird, ein zweiter Riss entsteht und die Normalkraft im Bauteil wiederum abfällt, vgl. (Schlicke, 2014) Dieser Vorgang der sukzessiven Rissbildung setzt sich nun solange fort, bis ein abgeschlossenes Rissbild über das gesamte Bauteil vorliegt, d.h. der Rissabstand zu klein ist um über die Verbundspannung eine risserzeugende Kraft in den Beton einzuleiten. Ein solcher Übergang zum abgeschlossenen Rissbild findet bei einem zentrisch gezwängten Stab erst ab einer Dehnungseinwirkung von ca. 0,8 ‰ statt, welche im allgemeinen Hochbau praktisch nie erreicht wird.

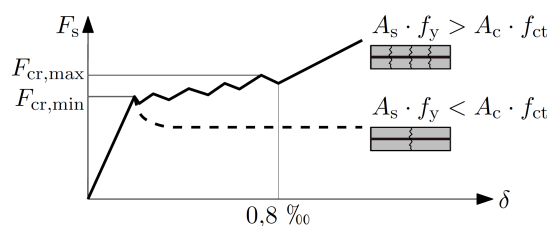


Abb. 2.4: Sukzessive Rissbildung auf Risskraftniveau (Schlicke, 2014)

Dieser Ansatz kann nach aktuellem Stand der Technik analog auch für die Überlagerung aus Last und Zwang bei auf Biegung beanspruchten Bauteilen verwendet werden. Damit vereinfacht sich die Bemessung dahingehend, dass im Bereich der sukzessiven Rissbildung einzig der größere Wert aus den getrennt ermittelten Spannungen zufolge Zwang bzw. Last zur weiteren Bemessung herangezogen werden muss. Dabei stellt die Risschnittgröße (Rissnormalkraft bzw. Rissmoment), wie in Abb. 2.4 dargestellt, den oberen Grenzwert der Belastung aus Zwang dar. In den heute gängigen Normen werden deshalb stark vereinfacht alle Effekte aus Zwangbeanspruchung mit der Festlegung abgedeckt, dass das Bauteil im gerissenen Zustand in der Lage sein muss, die kurz vor Rissbildung wirkenden maßgebenden Schnittkräfte aufzunehmen. Dieser stark vereinfachte Ansatz kann abhängig von den gegebenen Bedingungen zu sehr unwirtschaftlichen und teilweise sogar auf der unsicheren Seite liegenden Ergebnissen führen, vgl. (Taferner, Keuser und Bergmeister, 2009).

2.2 Stand der Technik

Der Stand der Technik wird in diesem Kapitel anhand der allgemein anerkannten Regelungen der Europäischen Norm EN 1992-1-1 (2015) in Zusammenhang mit DAfStb-Heft-600 (2012) des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton dargestellt und erklärt.

2.2.1 Zur Berücksichtigung der Schwindverformung

Der Ansatz zur Vorhersage von Schwinddehnungen nach EN 1992-1-1 (2015) unterscheidet grundsätzlich zwischen autogenem Schwinden, in Abs. 2.1 als Schrumpfen bezeichnet und Trocknungsschwinden. Beide Anteile werden getrennt berechnet und linear überlagert.

Das Trocknungsschwinden wird über ein Grundswindmaß berechnet, welches mit einem Faktor zur Berücksichtigung der Bauteilgeometrie sowie mit einer Zeitfunktion zur Berücksichtigung des zeitlich veränderlichen Schwindprozesses multipliziert wird. Der Zeitfaktor hängt hauptsächlich von der relativen Umgebungsfeuchtigkeit ab. In die Berechnung des Grundswindmaßes geht neben der verwendeten Zementklasse und der relativen Umgebungsfeuchte vor allem die Druckfestigkeit des Betons ein. Die Druckfestigkeit steht hierbei stellvertretend für stoffliche Eigenschaften wie Porosität und Gefügestruktur, welche einen maßgeblichen Einfluss auf das Schwindverhalten wie auch auf die Druckfestigkeit haben. Das Grundswindmaß wird mit dem Faktor 0,85 kalibriert, um den von den Laborbedingungen abweichenden Bedingungen im Baufeld gerecht zu werden. Das autogene Schwinden ist für die in dieser Arbeit behandelte Einwirkung aus spätem Zwang von vernachlässigbarer Bedeutung und wird nur vollständigkeitshalber ergänzt. Das autogene Schwinden, auch Grundswinden genannt, erfolgt unabhängig von den Umgebungsbedingungen und wird in EN 1992-1-1 (2015) einzig in Abhängigkeit der Betonfestigkeitsklasse und des Betrachtungszeitpunktes berechnet. Die Betonfestigkeitsklasse steht hierbei stellvertretend für das Verhalten des Baustoffes im Erhärtungszeitraum.

2.2.2 Anmerkungen zur Berücksichtigung des Kriechens

Die Berücksichtigung des Kriechens erfolgt in der harmonisierten Europäischen Norm über die sogenannte Endkriechzahl $\varphi_{t(0,\infty)}$. Multipliziert man die auftretende elastische Verformung mit der Endkriechzahl, so ergibt sich die Zusatzverformung infolge Kriechen. Addiert man diese zur elastischen Dehnung, so erhält man die effektive Gesamtdehnung zum Zeitpunkt $t = \infty$ nach Glg. (2.4), sofern keine Verformungsbehinderung besteht. Analog dazu wird die Kriechzahl zur Bestimmung der effektiven Schwinddehnungen nach Glg. (2.2) verwendet.

$$\varepsilon_{(t_0,\infty)} = \varepsilon_{el} \cdot (1 + \varphi_{(t_0,\infty)}) \quad (2.4)$$

mit:

- $\varepsilon_{(t_0,\infty)}$... Dehnung zum Zeitpunkt $t = \infty$
- ε_{el} ... elastische Bauteildehnung
- $\varphi_{(t_0,\infty)}$... Kriechzahl für den Betrachtungszeitraum $t = 0$ bis $t = \infty$

Die Endkriechzahl kann für folgende im üblichen eingehaltenen Bedingungen direkt der Norm entnommen werden: Luftfeuchtigkeit von 40 % bis 100 % und ein Temperaturbereich von -40°C bis $+40^\circ\text{C}$. Hierfür können entweder die Formeln aus Anhang B der EN 1992-1-1 (2015) oder die Diagramme aus Kapitel 6 der EN 1992-1-1 (2015) verwendet werden. Die Diagramme aus Abb. 2.5 sind als grafische Auswertung des Formelapparates aus Anhang B der EN 1992-1-1 (2015) zu verstehen. Eine solche grafische Ermittlung der Kriechzahl ist aufgrund der großen Unsicherheit in der genauen Quantifizierung des Kriechprozesses von ausreichender Genauigkeit. Als Eingangsparameter sind neben der Betonfestigkeitsklasse die Zementart, die Bauteilgeometrie in Form des Rechenwertes h_0 und die Umgebungfeuchtigkeit zu nennen.

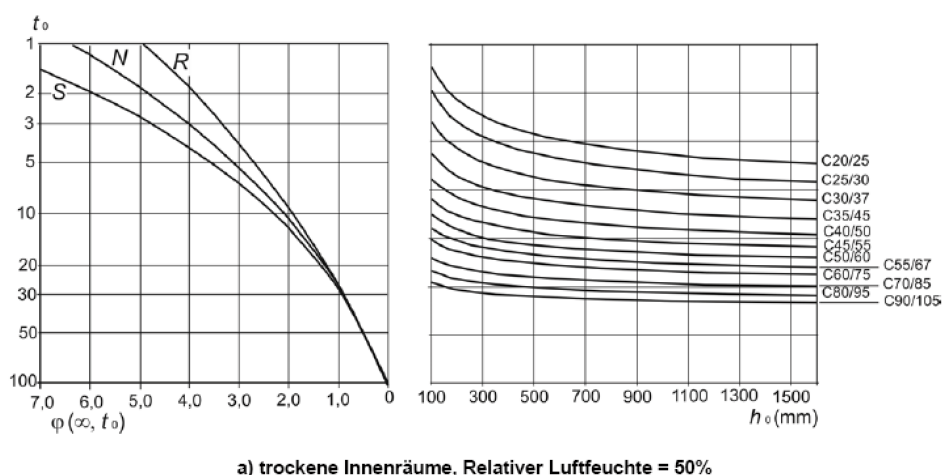


Abb. 2.5: Beispiel eines Kriechdiagrammes nach EN 1992-1-1 (2015)

2.2.3 Anmerkungen zur Berücksichtigung der Einflüsse aus klimatischer Temperaturbeanspruchung

Einwirkungen aus klimatischen Temperaturbeanspruchungen werden in EN 1991-1-5 (2012) geregelt. Darin heißt es einleitend, dass solche Temperatureinwirkungen als veränderliche, indirekte Einwirkungen zu berücksichtigen sind. Zur Quantifizierung der Temperaturbeanspruchung ist, wie in Kapitel 2.1 beschrieben, eine Aufteilung in konstante, lineare und nichtlineare Temperaturanteile vorgesehen. Es ist zu erwähnen, dass ausschließlich Temperaturveränderungen zu Dehnungen im Bauteil führen, weshalb die Bauteiltemperatur bei Herstellung des Bauteils bekannt sein oder abgeschätzt werden muss. Der Temperaturunterschied ergibt sich dann als Differenz zwischen maximaler bzw. minimaler Umgebungstemperatur und der Aufstellungstemperatur.

Die Größe der maximalen und minimalen Umgebungstemperatur soll nach Möglichkeit auf Basis von ortsspezifischen Klimadaten erfolgen. Falls solche nicht vorliegen, kann die maßgebende Umgebungstemperatur über entsprechende Formeln der nationalen Anwendungsdokumente ermittelt werden. Diese liegen aber häufig weit auf der sicheren Seite.

Bei genauerer Betrachtung ist zu erkennen, dass die maximalen und minimalen Außentemperaturen üblicherweise kaum Einfluss auf die Bauteile im Hochbau haben. Einzig bei Konstruktionen, welche direkter Sonneneinstrahlung ausgesetzt sind, kann die rechnerische Umgebungstemperatur dermaßen erhöht werden, dass die Temperatureinwirkung zum maßgebenden Lastfall für die Bemessung wird. Das nationale Anwendungsdokument für Österreich gibt zudem an, dass für die Berechnung von Zwangbeanspruchungen der konstante Temperaturanteil für freistehende Tragwerksteile mit $\pm 20^\circ\text{C}$ angenommen werden darf, sofern keine außerordentlichen Verhältnisse vorliegen, vgl. (B 1991-1-5, 2012).

2.2.4 Anmerkungen zur Bemessung von Stahlbetonbauteilen auf Zwang

Die aktuelle Europäische Norm basiert auf den in Abs. 2.1 erklärten Ansatz der getrennten Betrachtung von Last und Zwang und in weiterer Folge auf dem Ansatz einer Mindestbewehrung zur Abdeckung sämtlicher Effekte aus Zwangbeanspruchungen. Da Zwangbeanspruchungen, wie eingangs erläutert, ausschließlich im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zu berücksichtigen sind und hierbei insbesondere im Rissbildungsprozess maßgebend werden können, findet die genannte Mindestbewehrung als sogenannte Mindestbewehrung für die Begrenzung der Rissbreite Eingang in den Eurocode. Die dazugehörige Formel zur Bestimmung der erforderlichen Mindestbewehrung ist Glg. (2.5) zu entnehmen.

$$A_{s,\min} \cdot \sigma_s = k_c \cdot k \cdot f_{ct,\text{eff}} \cdot A_{ct} \quad (2.5)$$

Im Folgenden wird kurz auf die einzelnen Parameter eingegangen:

- σ_s : Ist als die maximal zulässige Stahlspannung im gerissenen Zustand zu verstehen. Diese wird durch die zur Begrenzung der Rissbreite zulässige Stahlspannung und höchstens durch die Fließgrenze des Betonstahls festgelegt.
- k_c : Dieser Faktor berücksichtigt die Änderung der Dehnungsebene des Bauteilquerschnittes beim Übergang von Zustand I zu Zustand II und die Völligkeit der Spannungsverteilung in der Zugzone. Dieser Wert ergibt sich zu 1,0 für reine Zugbeanspruchung, 0,4 für reine Biegung und 0 bei reiner Druckbeanspruchung. Zwischenwerte werden nach Formel 7.2 der EN 1992-1-1 (2015) ermittelt.
- k : Dieser Faktor berücksichtigt die risskraftreduzierende Wirkung von eigenspannungsinduzierten Zugspannungen an den Bauteilrändern. Dieser Effekt gewinnt mit steigender Bauteilhöhe an Bedeutung. In EN 1992-1-1 (2015) wird der Wert mit 1,0 für dünne Bauteile bzw. 0,5 für dicke Bauteile festgelegt. Da sich die Quantifizierung dieses Beiwertes hauptsächlich auf empirische Modelle stützt, variieren die Werte in den Nationalen Anwendungsdokumenten teilweise erheblich. So wird im Nationalen Anwendungsdokument Deutschland der empfohlene Wert auf 85 % reduziert. Zudem ist bei Anwendung dieses Faktors sicherzustellen, dass Eigenspannungen im Betonbauteil auftreten, was in der Regel bei innerem Zwang der Fall ist, vgl. (DAfStb-Heft-600, 2012).
- $f_{ct,eff}$: Dieser Wert beschreibt den Mittelwert der Zugfestigkeit bei Auftreten der Rissbildung. Dieser ist nach obenhin durch den Mittelwert der Zugfestigkeit des verwendeten Betons f_{ctm} beschränkt, kann aber vor allem bei früher Rissbildung auf den effektiven Wert der bei Rissbildung vorhandenen Zugfestigkeit beschränkt werden. Falls die Zwangsschnittgröße mit großer Genauigkeit ermittelt werden kann und unterhalb der Risschnittgröße liegt, kann eine verminderte Zugfestigkeit angesetzt werden, vgl. (DAfStb-Heft-600, 2012).
- A_{ct} : Dieser Wert beschreibt die Fläche des Betonquerschnittes, welcher kurz vor der Rissbildung unter Zugspannung steht.

2.3 Empfehlungen zur Bestimmung der Zwangsschnittkräfte und Begrenzung der Rissbreiten in der Literatur

Die in der Norm verankerte einfache Modellierung der Zwangbeanspruchung bildet das reale Bauteilverhalten zweifelsohne nicht ausreichend ab und führt teilweise zu deutlich überhöhten Bewehrungsmengen, vgl. bspw. Schlicke, 2014. Aufgrund der steigenden Bedeutung von fugenlosen Konstruktionen findet man zudem in der Literatur der letzten Jahre vermehrt neue Ansätze und Überlegungen zur ganzheitlichen Erfassung von Last- und Zwangbeanspruchungen bei Hochbaudecken. In den folgenden Unterkapiteln werden drei ausgewählte Berechnungsmodelle vorgestellt und erläutert. Die drei Empfehlungen zur Bestimmung der Zwangsnormalkraft in Hochbaudecken zeichnen sich durch teilweise

zum Zeitpunkt ihrer Veröffentlichung sehr fortschrittlichen Ansätze aus und stellen auch eine zeitliche Entwicklung der Thematik dar.

2.3.1 Ansatz der Verformungsverträglichkeit mit abschnittsweise konstanten Steifigkeiten

Im Betonkalender aus dem Jahre 2009 (Taferner, Keuser und Bergmeister, 2009) wird in Kapitel 10 – *Integrale Konstruktionen aus Beton* das Thema Zwang in vielen Facetten und sehr ausführlich behandelt. Dabei werden neben einer gründlichen Übersicht über den Stand der Technik vornehmlich die Erkenntnisse und Ansätze vorgestellt, welche bei der Planung der Universität Brixen (2004) angesetzt wurden. Zur Bestimmung der Zwangbeanspruchung bei überlagerter Last- und Zwangeinwirkung im Zuge einer Bemessung von fugenlosen Hochbaudecken wird zur genauen Erfassung der Zwangbeanspruchung eine nichtlineare FE-Berechnung vorgeschlagen. Nur so können das nichtlineare Werkstoffverhalten sowie das komplexe Zusammenspiel aus Art und Aufbringungszeitpunkt der Einwirkungen entsprechend erfasst werden. Dennoch wird ein vereinfachtes Verfahren zur groben Abschätzung der Zwangbeanspruchung im Zuge einer Überlagerung aus Last und Zwang bei fugenlosen Hochbaudecken vorgeschlagen. Diesem liegt eine Schnittgrößenermittlung zufolge der Lasteinwirkung im Zustand I zugrunde, da von keiner wesentlichen Schnittkraftumlagerung im Gebrauchszustand auszugehen ist. Auf Basis dieser Schnittkräfte werden die gerissenen und ungerissenen Bereiche des Bauteils bestimmt. Die Zwangbeanspruchung wird am gerissenen System mit abschnittsweise konstanten Steifigkeiten ermittelt.

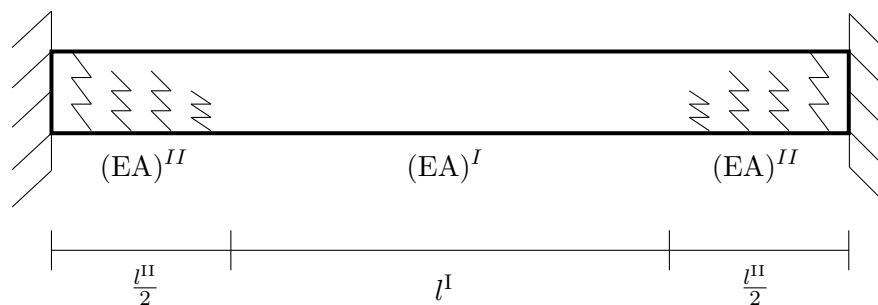


Abb. 2.6: Steifigkeitsverteilung im Bauteil

Hierbei wird nahegelegt den Zustand der Rissbildung bei der Ermittlung der Steifigkeiten zu berücksichtigen. Vereinfacht wird hier der Zustand der Rissbildung über die Unterteilung des Bauteils in gerissene und ungerissene Bereiche erfasst.

$$M_{cr} = W_{y,c} \cdot \left(f_{ct,eff} - \frac{N_{ind}}{A_c} \right) \quad (2.6)$$

mit:

- $W_{y,c}$... Widerstandsmoment des Betonquerschnitts
- $f_{ct,eff}$... effektive Risszugfestigkeit
- N_{ind} ... Zwangskraft im Bauteil
- A_c ... Querschnittsfläche

Die Steifigkeiten im Zustand I werden nach den Regeln der technischen Mechanik bestimmt. Dehnsteifigkeiten im Zustand II werden wie bereits bei Fastabend (2002) mit 15 % der Steifigkeit in Zustand I abgeschätzt.

$$(EA)^{II} \approx 0,15 \cdot (EA)^I \quad (2.7)$$

mit:

- $(EA)^{II}$... Dehnsteifigkeit im Zustand II
- $(EA)^I$... Dehnsteifigkeit im Zustand I

In Abb. 2.7 ist ersichtlich, dass die Dehnsteifigkeit nach dem Entstehen erster Risse konstant bleibt. Dabei hat der Bewehrungsgrad keinen Einfluss auf das Dehnsteifigkeitsverhältnis von Zustand I zu Zustand II.

$$k_D = k_D^{II}/k_D^I$$

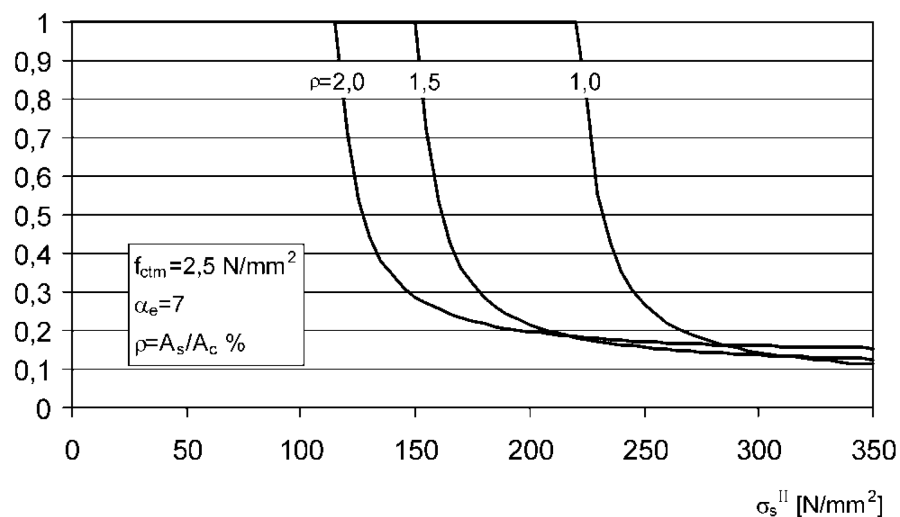


Abb. 2.7: Bezogene Dehnsteifigkeiten (Fastabend, 2002)

Mit gegebenen Steifigkeitsverhältnissen über die Bauteillänge können nach der Elastizitätstheorie unter Berücksichtigung der Kompatibilitätsbedingungen die wirkenden Zwangnormalkräfte nach Glg. (2.8) ermittelt werden.

$$N_{\text{ind}} = \frac{\varepsilon_{\text{eff}} \cdot l_{\text{ges}}}{\frac{l^{\text{I}}}{(EA)^{\text{I}}} + \frac{l^{\text{II}}}{(EA)^{\text{II}}}} \quad (2.8)$$

mit:

N_{ind}	...	Zwangnormalkraft im Bauteil
ε_{eff}	...	effektive Verformungseinwirkung
l_{ges}	...	Gesamtlänge des Bauteils
l^{I}	...	Länge der ungerissenen Bereiche
$(EA)^{\text{I}}$...	Dehnsteifigkeit der ungerissenen Bereiche
l^{II}	...	Länge der gerissenen Bereiche
$(EA)^{\text{II}}$...	Dehnsteifigkeit der gerissenen Bereiche

Die vorhandenen Zwangbeanspruchungen sind bei der Ermittlung der gerissenen bzw. ungerissenen Bereiche zu berücksichtigen. Dies führt zu neuen Steifigkeitsverteilungen im Bauteil, welche wiederum die auftretenden Zwangsschnittkräfte beeinflussen. Somit ergibt sich ein iteratives Verfahren für die Bestimmung der sich einstellenden, bemessungsrelevanten Zwangnormalkraft im Bauteil.

Das Verfahren wird in Taferner, Keuser und Bergmeister (2009) als grobe Vorabschätzung vorgestellt und führt zu Ergebnissen, welche grundsätzlich auf der sicheren Seite liegen. Die Ermittlung der erforderlichen Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten erfolgt anhand der linear superponierten Beanspruchung aus Last und Zwang.

2.3.2 Ansatz eines auf numerischer Berechnung basierenden Interaktionsdiagramms

In dem von Schnell et al. 2017 veröffentlichtem Forschungsbericht (Schnell, Albert und Dridiger, 2017) wird sehr gezielt auf die Bemessung von Stahlbetonbauteilen mit überlagerter Last- und Zwangbeanspruchung eingegangen. Dabei werden numerische FE-Modelle erstellt, welche durch entsprechend realistischen Abbildungen der Werkstoffe und der Zwangeinwirkung zu wirklichkeitsnahen Ergebnissen führen sollen. Die Ergebnisse werden anhand mehrerer durchgeführter Versuchsreihen verifiziert. Anschließend wird basierend auf einer numerischen Parameterstudie ein Näherungsverfahren vorgestellt, welches zur Handrechnung geeignet ist. Kernstück des Näherungsverfahrens ist hierbei ein auf Basis der Ergebnisse der numerischen Parameterstudie erstelltes Interaktionsdiagramm. Dieses stellt, abhängig vom statischen System, einen Zusammenhang zwischen Rissintensität und jener Zwangnormalkraft dar, welche zum Erreichen einer Verformungskompatibilität erforderlich ist. Die Rissintensität wird hierbei über den dimensionslosen Faktor μ dargestellt. In diesen Faktor fließen die Biegebeanspruchung sowie das Widerstandsmoment und die Zugfestigkeit des Bauteils ein. Die daraus resultierende Zwangnormalkraft wird im dimensionslosen Faktor ν im Verhältnis zur Rissnormalkraft dargestellt.

Nachstehend werden die grundlegenden Schritte des Verfahrens erläutert:

Vor der eigentlichen Zwangbemessung wird überprüft, ob die Rissbildung im Feldbereich des Bauteils bereits zum Zeitpunkt des Aufbringens der Vertikallast einsetzt. Hierzu wird die Schwindverformung bzw. die dadurch induzierte Spannung unter Berücksichtigung der viskoelastischen Materialeigenschaften des Betons infolge Schwindens vor Aufbringen der Vertikallast bestimmt. Diese wird mit den Zugspannungen zufolge der Lasteinwirkung linear überlagert und mit der effektiven Bauteilzugfestigkeit verglichen. Die induzierte Spannung zum Betrachtungszeitpunkt t_0 kann vereinfacht mittels der in Abb. 2.8 dargestellten Diagramme ermittelt werden.

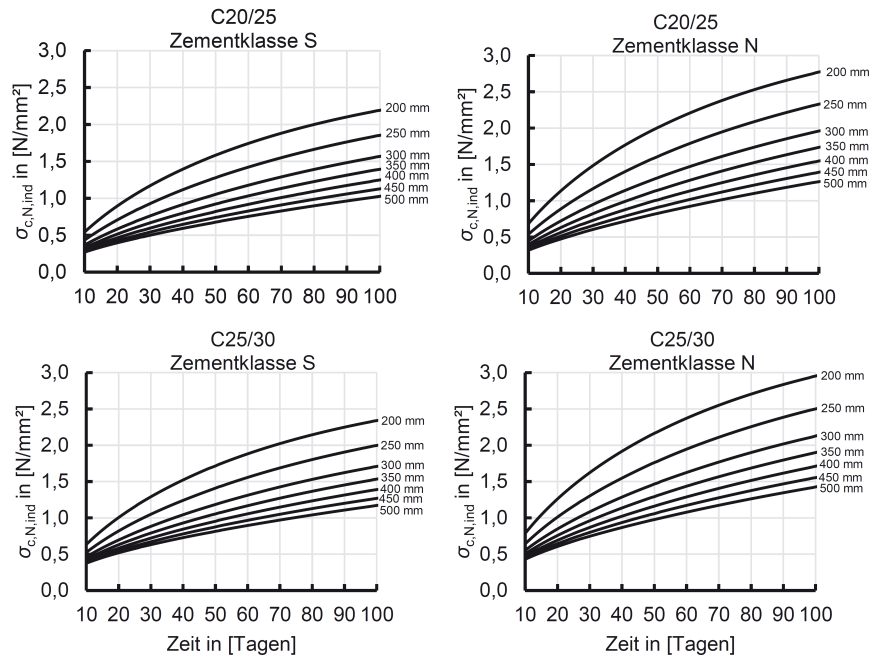


Abb. 2.8: Zwangspannungsaufbau infolge Betonschwinden unter Berücksichtigung der viskoelastischen Betoneigenschaften zum Zeitpunkt $t = 0$ und einer Umgebungsfeuchtigkeit von $RH = 50\%$ nach Schnell, Albert und Dridiger (2017)

$$M_{cr} = W_{y,c} \cdot \left(k \cdot f_{ct,eff} - \frac{\sigma_{c,N,ind,t_0}}{1,3} \right) \quad (2.9)$$

mit:

$W_{y,c}$...	Widerstandsmoment des Betonquerschnitts
k	...	Beiwert zur Berücksichtigung risskraftreduzierender Effekte
$f_{ct,eff}$...	effektive Betonzugfestigkeit
σ_{c,N,ind,t_0}	...	Zwangspannung aus viskosem Verhalten des Betons bei $t = 0$

Ist aufgrund von Glg. (2.9) anzunehmen, dass sich der Feldbereich nach Erstbelastung des Bauteils noch im ungerissenen Zustand befindet, so ist davon auszugehen, dass die Schwindbeanspruchung solange zunimmt, bis die Rissspannung auf der gezogenen

Seite im Feldbereich erreicht wird. Die dazugehörige Normalkraft ergibt sich nach Glg. (2.10).

$$N_{\text{ind,max}} = 1,3 \cdot \left(k \cdot f_{\text{ct,eff}} - \frac{M_{\text{F,max}}}{W_{\text{y,c}}} \right) \quad (2.10)$$

mit:

- $N_{\text{ind,max}}$... Maximale Zwangskraft im Bauteil
- k ... Beiwert zur Berücksichtigung risskraftreduzierender Effekte
- $f_{\text{ct,eff}}$... effektive Betonzugfestigkeit
- $M_{\text{F,max}}$... Maximales Feldmoment aus quasi-ständiger Lastfallkombination
- $W_{\text{y,c}}$... Widerstandsmoment des Betonquerschnitts

Folgt aus Glg. (2.9), dass im Feldbereich bei Erstaufbringung der Vertikallast bereits von Rissbildung auszugehen ist, so wird die vorhandene Zwangnormalkraft mit Hilfe eines dimensionslosen Interaktionsdiagramms mit dem Eingangswert μ nach Abb. 2.9 und Glg. (2.11) näherungsweise bestimmt.

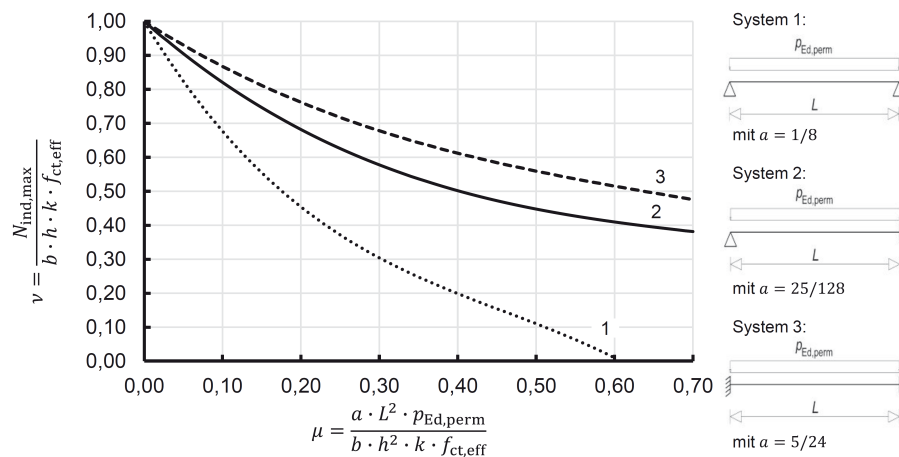


Abb. 2.9: Dimensionsloses Interaktionsdiagramm zur Bestimmung der Normalkraftbeanspruchung zufolge spätem Zwang nach Schnell, Albert und Dridiger (2017)

$$N_{\text{ind}} = \nu \cdot k \cdot f_{\text{ct,eff}} \cdot b \cdot h \quad (2.11)$$

mit:

- N_{ind} ... Zwangnormalkraft im Bauteil
- ν ... Faktor zur Erfassung der Zwangkraft relativ zur Rissnormalkraft
- k ... Beiwert zur Berücksichtigung risskraftreduzierender Effekte
- $f_{\text{ct,eff}}$... effektive Betonzugfestigkeit
- b ... Querschnittsbreite
- h ... Querschnittshöhe

Für den Fall, dass es sich bei dem untersuchten Bauteil um eine Platte mit mehreren Feldern und Durchlaufwirkung handelt, welche sowohl gerissene als auch ungerissene Feldbereiche aufweist, wird die Zwangskraft im Feld mit der größten Biegeschlankheit ermittelt und um einen Beitrag erhöht, welcher die Umlagerung der erhöhten Zwangbeanspruchung aus den ungerissenen Feldern berücksichtigt.

Die Ermittlung der erforderlichen Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten erfolgt anhand der linear superponierten Beanspruchung aus Last und Zwang.

2.3.3 Ansatz der Verformungskompatibilität unter Berücksichtigung der mittleren Bauteildehnung

In Schlicke (2017) wird eine mechanisch konsistente, vollständig analytisch herleitbare Lösung präsentiert. Grundlage des Verfahrens ist die Kompensation der Verformungseinwirkung über die Verlängerung des Bauteils zufolge der Biegerisse aus Last und Zwangnormalkraft.

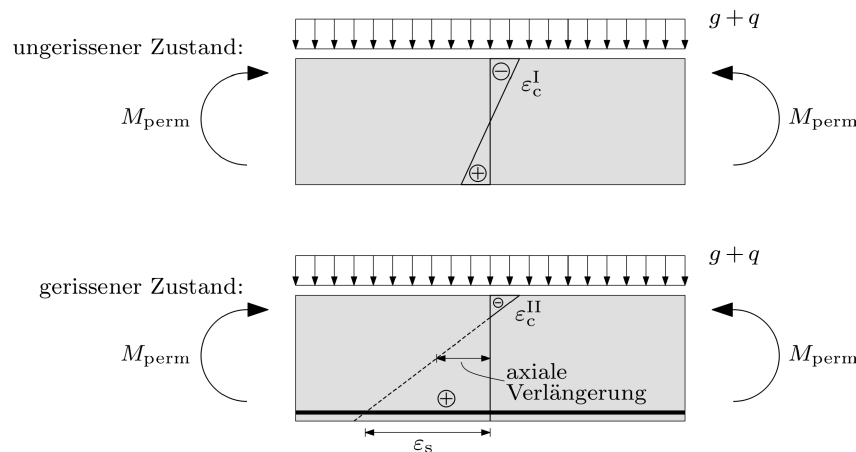


Abb. 2.10: Verlängerung des Bauteils infolge Biegerissen aus Lastbeanspruchung (Schlicke, 2017)

Der Berechnung liegt die grundsätzliche ingenieurmäßige Annahme zugrunde, dass im gerissenen Bereich die Dehnung entlang der Schwerachse des Bauteils zufolge Last- und Zwangeinwirkung gleich der halben mittleren Stahldehnung im Rissbereich ist, vgl. Glg. (2.13). Diese Annahme, welche das Verfahren für eine Handrechnung deutlich zugänglicher macht, ist einerseits der Vernachlässigung der Höhe der Druckzone in Zustand II gleichzusetzen, wobei gleichzeitig von einem Ebenbleiben des Querschnitts im Riss ausgegangen wird. Im Detail wird diese Annahme also damit gerechtfertigt, dass spätestens mit fortschreitender Rissbildung infolge einwirkender Zwangzugnormalkraft die Druckzone im gerissenen Bereich und die Betondruckspannungen sehr klein werden, während gleichzeitig immer mit Ebenbleiben des Querschnitts gerechnet wird, womit die wirkliche Dehnung auf der Schwerachse des Bauteils grundsätzlich unterschätzt wird. Nach Bestimmen der Verformungseinwirkung sowie der auftretenden quasi-ständigen

Lastbeanspruchung wird die freie Bauteilverlängerung zufolge der Biegebeanspruchung aus Last ermittelt. Hierbei wird zwischen den Beiträgen zur Bauteilverlängerung aus gerissenen und aus ungerissenen Bereichen unterschieden. Die Dehnung der ungerissenen Bauteilbereiche wird nach Glg. (2.12) ermittelt und ergibt keinen Beitrag bei reiner Lastbeanspruchung.

$$\Delta\varepsilon_{\text{free}}^{\text{I}} = \frac{N_{\text{ind}}}{(EA)^{\text{I}}} \quad (2.12)$$

mit:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{\text{free}}^{\text{I}} & \dots \text{ freie Dehnung im Zustand I} \\ N_{\text{ind}} & \dots \text{ Zwangnormalkraft im Bauteil} \\ (EA)^{\text{I}} & \dots \text{ Dehnsteifigkeit in Zustand I} \end{aligned}$$

Die Dehnung von gerissenen Bauteilbereichen wird über den Zusammenhang zur mittleren Stahldehnung nach Glg. (2.13) erfasst.

$$\Delta\varepsilon_{\text{free}}^{\text{II}} = 0,5 \cdot \varepsilon_{\text{sm}} = 0,5 \cdot \left(\frac{\sigma_{\text{s}}}{E_{\text{s}}} - (1 - k_{\text{t}}) \frac{A_{\text{c,eff}} \cdot f_{\text{ctm}}}{A_{\text{s}} \cdot E_{\text{s}}} \right) \quad (2.13)$$

mit:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{\text{free}}^{\text{II}} & \dots \text{ freie Dehnung im Zustand II} \\ \Delta\varepsilon_{\text{sm}} & \dots \text{ mittlere Stahldehnung im Zustand II} \\ E_{\text{s}} & \dots \text{ E Modul des Bewehrungsstahls} \\ \sigma_{\text{s}} & \dots \text{ maximale Stahlspannung im Riss} \\ k_{\text{t}} & \dots \text{ Völligkeitsbeiwert zur Berücksichtigung der Einwirkungsdauer} \\ A_{\text{s}} & \dots \text{ Vorhandene Biegezugbewehrung} \\ f_{\text{ctm}} & \dots \text{ mittlere Zugfestigkeit des Betons} \\ A_{\text{c,eff}} & \dots \text{ Querschnittsfläche des Wirkungsbereichs der Bewehrung} \end{aligned}$$

Die Unterscheidung in gerissene und ungerissene Bereiche erfolgt nach Abb. 2.11, wobei die mittlere Zugfestigkeit als effektive Risszugfestigkeit angesetzt wird. Hierbei wird der Ansatz verfolgt, dass aufgrund des aus der Biegelinie vorgegebenen Rissbereichs nicht mehr angenommen werden kann, dass der maßgebende Querschnitt bereits bei $0,8 \cdot f_{\text{ctm}}$ reißt. Ist die freie Dehnung aus reiner Lastbeanspruchung ausreichend, um die einwirkende Verformung aufzunehmen, so ist anzunehmen, dass keine Zwangkräfte am Bauteil auftreten.

Ist die freie Verformung nicht ausreichend, um die einwirkende Verformung aufzunehmen, wird jene Zwangskraft ermittelt, bei welcher ein Gleichgewichtszustand zwischen Bauteilverlängerung aus Rissbildung und elastischer Dehnung zufolge Zwangnormalkraft sowie der einwirkenden Verformungsgröße herrscht. Dies erfolgt über ein iteratives Verfahren. Es wird ein gerissener Bereich angenommen und eine zugehörige Zwangnormalkraft über den behinderten Dehnungsanteil nach Glg. (2.14) ermittelt. Anschließend wird der zufolge Last und berechneter Zwangskraft gerissene Bereich nach Abb. 2.11 ermittelt. Ist

dieser gleich dem angenommenen gerissenen Bereich, so hat sich ein Gleichgewichtszustand gefunden und die ermittelte Zwangskraft kann sich einstellen. Ist die ermittelte gerissene Länge größer als die angenommene Länge, so wurde die gerissene Länge als auch die sich einstellende Zwangskraft unterschätzt. Es muss eine kleinere gerissene Länge angenommen werden und abermals die Zwangskraft sowie die zugehörige effektive Länge ermittelt werden. Ist die ermittelte gerissene Länge kleiner als die angenommene gerissene Länge so verhält es sich genau umgekehrt. Zwangskraft und gerissene Länge wurden überschätzt und es muss eine kleinere gerissene Länge angenommen werden.

$$N_{\text{ind}} = \frac{l \cdot \varepsilon_{\text{eff}} - l_{\text{ang}}^{\text{II}} \cdot \Delta\varepsilon_{\text{free}}^{\text{II}}}{l - l_{\text{ang}}^{\text{II}}} \cdot A_c E_c \quad (2.14)$$

mit:

N_{ind}	...	Zwangnormalkraft im Bauteil
l	...	Bauteillänge
ε_{eff}	...	effektive Verformungseinwirkung
$l_{\text{ang}}^{\text{II}}$...	angenommener gerissener Bereich
$\Delta\varepsilon_{\text{free}}^{\text{II}}$...	freie Dehnung im Zustand II
$A_c E_c$...	Dehnsteifigkeit in Zustand I

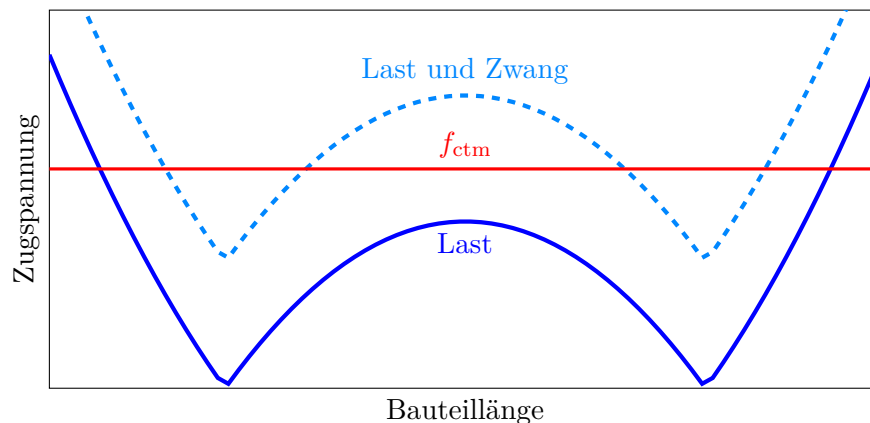


Abb. 2.11: Zugspannungen aus Last und Zwang am Beispiel einer beidseitig eingespannten Decke

$$l_{\text{erf}}^{\text{II}} = l_{\text{ang}}^{\text{II}} \quad (\text{erfüllt?}) \quad (2.15)$$

mit:

$l_{\text{erf}}^{\text{II}}$...	erforderlicher gerissener Bereich
$l_{\text{ang}}^{\text{II}}$...	angenommener gerissener Bereich

Die gerissene Länge muss so lange angepasst werden, bis die angenommene und berechnete gerissene Länge übereinstimmen. Die ermittelte Zwangnormalkraft wird zusätzlich

durch die maximale aufnehmbare Risskraft der Wirkungszone der Biegezugbewehrung nach Glg. (2.16) beschränkt.

$$N_{\text{ind,max}} \leq F_{\text{cr,eff}} = A_{\text{c,eff}} \cdot f_{\text{ctm}} \quad (2.16)$$

mit:

$N_{\text{ind,max}}$...	maximale Zwangnormalkraft im Bauteil
$F_{\text{cr,eff}}$...	Risskraft im Wirkungsbereich der Bewehrung
$A_{\text{c,eff}}$...	Querschnittsfläche des Wirkungsbereichs der Bewehrung
f_{ctm}	...	mittlere Zugfestigkeit

Die Ermittlung der erforderlichen Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten erfolgt ausschließlich aufgrund der Zwangsschnittkräfte.

3 Integacrete Benchmark

2017 fand in Portugal der Workshop „Design of reinforcement for RC elements under the combined effect of applied loads and restrained shrinkage“ statt. Thema des Workshops war die Betrachtung der Überlagerung von Lastbeanspruchung und Schwindeinwirkung an Stahlbetondecken. Hierbei wurde unter anderem das im Folgenden dargestellte Benchmarkbeispiel behandelt, s. (Azenha, 2017).

Ziel der Challenge war es, eine vorgegebene Hochbaudecke möglichst wirtschaftlich zu bemessen. Hierbei wird in der Aufgabenstellung darauf geachtet, dass die Nachweise aus dem Gebrauchszustand maßgebend werden, sodass die Zwangbeanspruchung besonders berücksichtigt werden muss. Im ersten Teil der *Challenge* soll die Rissbreite der vorgegebenen Decke unter reiner Zwangbeanspruchung auf 0,3 mm beschränkt werden. Im zweiten Teil soll die Überlagerung aus Last- und Zwangbeanspruchung bei der Begrenzung der Rissbreite auf 0,3 mm berücksichtigt werden.

Folgende Randbedingungen waren bei der Bearbeitung zu berücksichtigen:

- Betongüte $C20/25$; Stahlgüte $S400C$; Betondeckung 30 mm;
- Umwelt: konstante Temperatur 20°C und konstante Luftfeuchtigkeit $RH = 50\%$;
- Deckendicke 15 cm, Spannweite 5 m, Gesamtlänge 50 m;
- Die Decke wird im Abstand von 5 m auf Unterzüge mit den Abmessungen 30×5 cm gelagert.
- Die Unterzüge sind wieder auf 30×30 cm starken Stützen gelagert.
- Autogenes Schwinden kann vernachlässigt werden. Es wird angenommen, dass sowohl die Lastaufbringung als auch das Trocknungsschwinden mit Erreichen der 28-Tage Festigkeit erfolgt.
- An den Randfeldern ist die Decke biegesteif an massive Betonkerne mit den Abmessungen $5 \times 5 \times 3$ m angeschlossen. Die Betonkerne können im Vergleich zur Decke als unendlich steif angesehen werden.
- Zusätzlich zum Eigengewicht sind ständige Lasten von $g_k = 2 \text{ kN/m}^2$ und veränderliche Lasten von $q_k = 2 \text{ kN/m}^2$ ($\psi_2 = 0,3$) zu berücksichtigen.

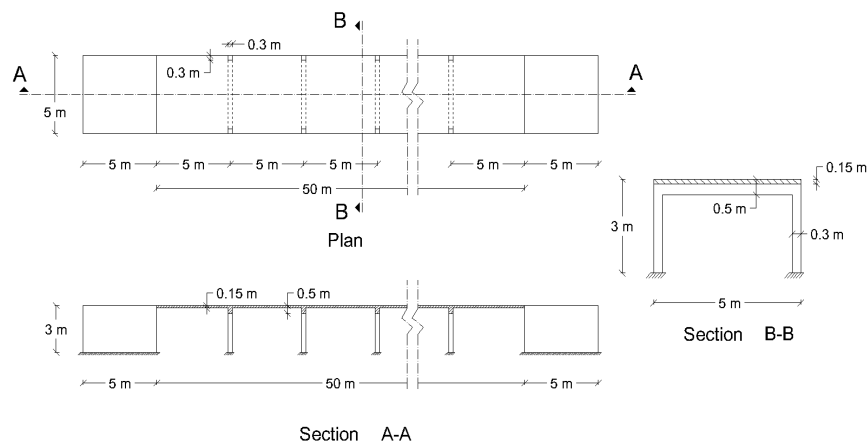


Abb. 3.1: Angabe der Integacrete Challenge (Azenha, 2017)

3.1 Ergebnisse der Challenge

Die Ergebnisse der einzelnen Gruppen werden nach der erforderlichen Bewehrungsmenge zur Beschränkung der Rissbreiten verglichen, vgl. (Azenha, 2017). Der erste Teil der Challenge, also die Rissbreitenbeschränkung unter reiner Zwangseinwirkung wird von den fünf bei dieser Teilaufgabe einreichenden Gruppen grundsätzlich über zwei unterschiedliche Ansätze gelöst. Drei der Gruppen (Gr1, Gr3, Gr7) setzen für eine Bemessung zur Begrenzung der Rissbreiten voraus, dass die Risskraft des Querschnitts unter Berücksichtigung einer reduzierten Rissfestigkeit des Betons vom gerissenen Querschnitt aufgenommen werden muss, ohne dass die Bewehrung die Fließgrenze erreicht. Die anderen beiden Gruppen (Gr2, Gr6) berechnen die Rissbreite aufgrund der tatsächlich auftretenden Zwangzugkräfte iterativ. Letzterer Ansatz führt hierbei zu geringfügig kleineren erforderlichen Bewehrungsmengen.

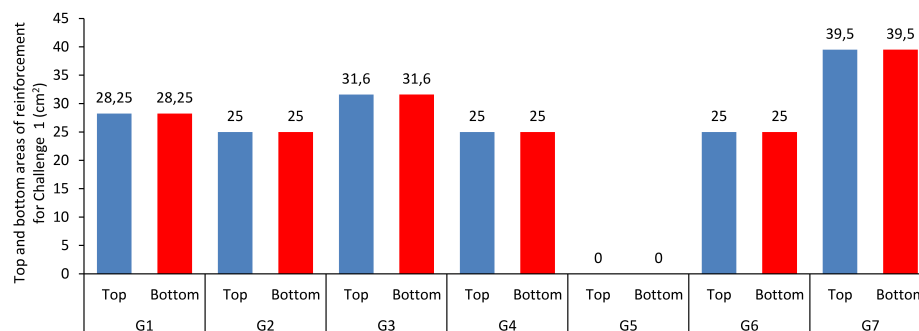


Abb. 3.2: erforderliche Bewehrungsmengen oben und unten zufolge verschiedenener Lösungsansätze im Zuge der ersten Aufgabenstellung (Azenha, 2017)

Im Zuge des zweiten Teils der *Challenge* reichten sieben Gruppen eine Lösung ein. Im Wesentlichen können hierbei vier unterschiedliche Herangehensweisen ausgemacht

werden. Drei der Gruppen (Gr1, Gr3, Gr7) wenden denselben Ansatz wie im ersten Teil der *Challenge* an. Sie fordern die Aufnahme der reduzierten Risschnittkraft am gerissenen Bauteil, ohne Erreichen der Stahlfließgrenze. Ein zweiter Ansatz (Gr2 und Gr6) berücksichtigt die Schwindeinwirkung dahingehend, dass bei der Berechnung der Rissbreiten die Schwinddehnung die mittlere Stahldehnung additiv erhöht. Somit ergibt sich eine größere aufzuintegrierende Stahldehnung und damit eine größere Rissbreite zufolge der Biegebeanspruchung. Ein dritter Ansatz (Gr5) verfolgt weitestgehend FE-basierte Rechenmethoden, in welchen konkret die auftretenden Zwangsspannungen erfasst werden, auf deren Basis anschließend die Rissbreite beschränkt wird. Der letzte Ansatz (Gr4) ist verformungsbasiert und entspricht den in Kapitel 2.3.3 dargestellten Überlegungen.

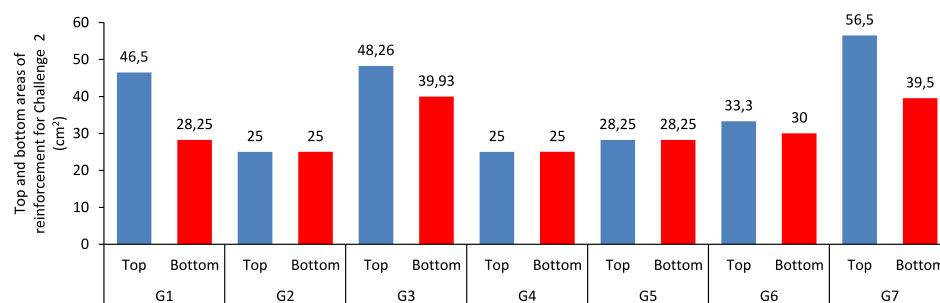
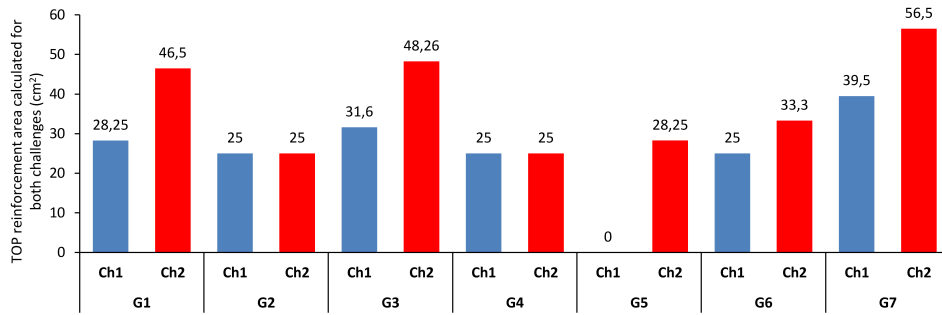
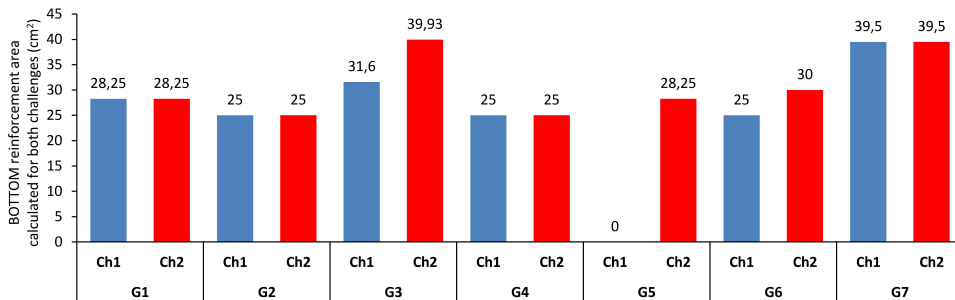


Abb. 3.3: erforderliche Bewehrungsmengen oben und unten zufolge verschiedener Lösungsansätze im Zuge der zweiten Aufgabenstellung (Azenha, 2017)

Vergleicht man die Ergebnisse aus den Teilaufgaben 1 und 2, so ist zu erkennen, dass für die untere Bewehrungslage für beide Aufgaben annähernd dieselben Bewehrungsmengen erforderlich sind. Für die obere Bewehrungslage kann die geforderte Bewehrung je nach gewähltem Ansatz für Teilaufgabe 2 deutlich höher ausfallen. Dies ist damit zu begründen, dass die Rissbildung im Stützbereich aufgrund der höheren Biegebeanspruchung bereits bei geringer Verformungseinwirkung beginnt. Somit ist hier die wirklichkeitsnahe Erfassung der überlagerten Last- und Zwangbeanspruchung von großer Bedeutung. Der Feldbereich reißt bei deutlich höherer Verformungseinwirkung, sodass hier die Biegebeanspruchung aufgrund der dominierenden Zwangzugbeanspruchung von untergeordneter Bedeutung ist.



(a) erforderliche Bewehrungsmenge oben



(b) erforderliche Bewehrungsmenge unten

Abb. 3.4: Vergleich der erforderlichen Bewehrungsmengen nach Aufgabenstellung 1 und Aufgabenstellung 2 zufolge verschiedener Lösungsansätze (Azenha, 2017)

3.2 Berechnung des angepassten Benchmarks mit ausgewählten Handrechenverfahren

Zur Nachrechnung des Benchmark-Beispiels mit den in Kapitel 2.3 vorgestellten Handrechnungsmodellen werden einige ingenieurmäßige Vereinfachungen getroffen.

Zur einfacheren Modellierung wird nur ein Feld betrachtet, welches als beidseitig eingespannte Platte erfasst wird. Die Feldlänge von 5 m sowie die Bauteilhöhe von 0,15 m werden beibehalten. Zur einfacheren Betrachtung wird ein „1 m“ Streifen modelliert. Der Beton wird mit einer Festigkeitsklasse von $C30/37$ angesetzt, als Bewehrungsstahl wird ein $B 550$ verwendet. Die Lasten werden vereinfacht mit $p = 6,35 \text{ kN/m}$ angenommen wobei das Eigengewicht der Decke bereits berücksichtigt wurde. Das effektive Endschwindmaß wird auf Basis der gegebenen Parameter und unter Berücksichtigung des Kriechens gemäß EN 1992-1-1 (2015) mit 0,19 ‰ angesetzt. Letztlich wird angenommen, dass die Ermittlung der erforderlichen Biegebewehrung im Grenzzustand der Tragfähigkeit bereits zu einer Biegezugbewehrung von $A_{s,o} = A_{s,u} = 5 \text{ cm}^2/\text{m}$ führt.

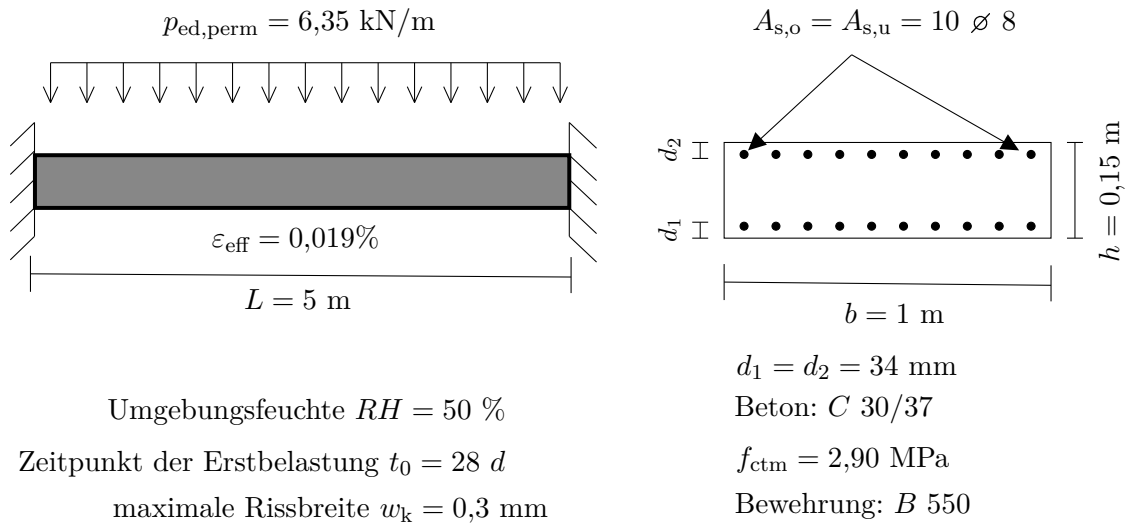


Abb. 3.5: Für die Handrechnung angepasstes Beispiel der Integacrete Challenge

3.2.1 Ansatz der Verformungsverträglichkeit mit abschnittsweise konstanten Steifigkeiten

In diesem Abschnitt wird die Aufgabenstellung aus Abb. 3.5 mit dem in Abs. 2.3.1 vorgestelltem Verfahren nach Taferner, Keuser und Bergmeister (2009) gelöst.

Zu Beginn wird der Zustand der Rissbildung unter reiner Lastbeanspruchung ermittelt. Hierzu ist die Berechnung des Rissmomentes erforderlich:

$$M_{cr} = W_{y,c} \cdot f_{ct,eff} = \frac{bh^2}{6} \cdot 0,8 \cdot f_{ctm} = \frac{1 \cdot 0,15^2}{6} \cdot 0,8 \cdot 2,9 \cdot 10^3 = 8,7 \text{ kNm}$$

Die Ermittlung der Gesamtlänge der gerissenen Bereiche ergibt sich durch Verschneiden der Funktion des Momentenverlaufs mit dem Rissmoment.

Der Verlauf des Biegemomentes ergibt sich für die gegebene beidseits eingespannte Platte nach:

$$\begin{aligned}
 M_{\text{quasi-st.}}(x) &= -\frac{p_{\text{quasi-st.}} \cdot x^2}{2} + \frac{p_{\text{quasi-st.}} \cdot l \cdot x}{2} - \frac{p_{\text{quasi-st.}} \cdot l^2}{12} \\
 &= -\frac{6,35 \cdot x^2}{2} + \frac{6,35 \cdot 5 \cdot x}{2} - \frac{6,35 \cdot 5^2}{12} \\
 &= -3,18 \cdot x^2 + 15,88 \cdot x - 13,23
 \end{aligned}$$

l^{II} zufolge reiner Lastbeanspruchung ist in Abb. 3.6 grafisch dargestellt:

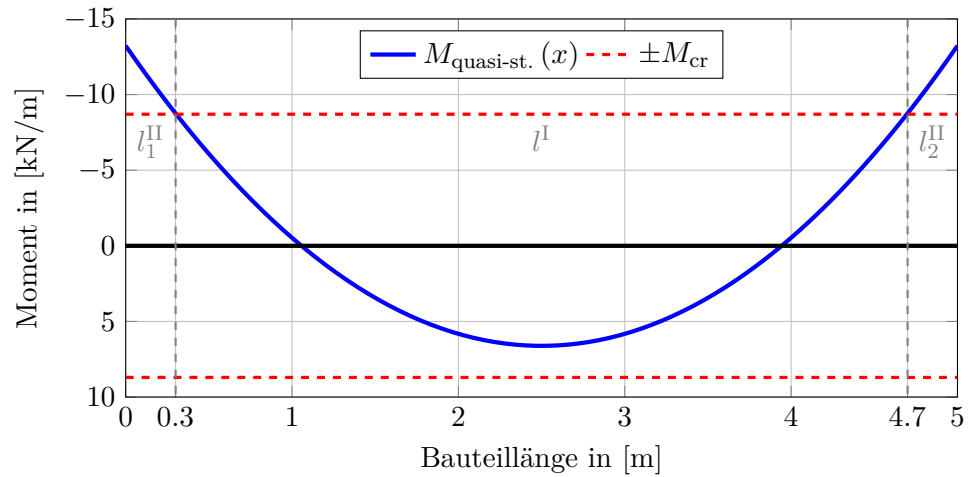


Abb. 3.6: gerissene Länge bei reiner Lastbeanspruchung

Die Summe der gerissenen Bereiche nach Abb. 3.6 beträgt:

$$l_{\text{ges}}^{\text{II}} = l_1^{\text{II}} + l_2^{\text{II}} = 0,305 + 0,305 = 0,61 \text{ m}$$

$$l_{\text{ges}}^{\text{I}} = l - l_{\text{ges}}^{\text{II}} = 5 - 0,61 = 4,39 \text{ m}$$

Zur Berechnung der Zwangskraft muss die Dehnsteifigkeit in Zustand I und Zustand II bekannt sein. Diese wird näherungsweise abgeschätzt.

$$(EA)^{\text{I}} \approx E_c \cdot A_c = 33000 \cdot 0,15 = 4950 \text{ MN/m}^2$$

$$(EA)^{\text{II}} \approx 0,15 \cdot (EA)^{\text{I}}$$

$$= 0,15 \cdot 4950 = 742,5 \text{ MN/m}^2$$

Mit den nun bekannten Parametern kann die Zwangskraft aus behinderter Verformungseinwirkung ermittelt werden.

$$N_{\text{ind}} = \frac{\varepsilon_{\text{eff}} \cdot l_{\text{ges}}}{\frac{l^{\text{I}}}{(EA)^{\text{I}}} + \frac{l^{\text{II}}}{(EA)^{\text{II}}}} = \frac{0,00019 \cdot 5}{\frac{0,61}{742} + \frac{4,39}{4950}} \cdot 10^{-3} = 556 \text{ kN}$$

$$N_{\text{ind,eff}} = 556 \text{ kN} \neq 0 \text{ kN} = N_{\text{ind,ang}}$$

Die gerissenen Bereiche zufolge reiner Lastbeanspruchung reichen nicht aus um die auftretende Verformungseinwirkung zu kompensieren. l^{II} ist also größer als die bei reiner Lastbeanspruchung berechneten 0,61 m.

Die gerissene Bauteillänge muss nun solange angepasst werden, bis man zu folgendem Zielwert gelangt:

$$l_{\text{ang}}^{\text{II}} = 3,30 \text{ m}$$

Die zugehörige Zwangsnormalkraft zufolge der angenommenen gerissenen Länge ergibt sich wiederum zu:

$$N_{\text{ind}} = \frac{\varepsilon_{\text{eff}} \cdot l_{\text{ges}}}{\frac{l^{\text{I}}}{(EA)^{\text{I}}} + \frac{l^{\text{II}}}{(EA)^{\text{II}}}} = \frac{0,00019 \cdot 5}{\frac{3,3}{742} + \frac{1,7}{4950}} \cdot 10^{-3} = 198 \text{ kN}$$

Die effektive Länge der gerissenen Bereiche zufolge der berechneten Zwangsnormalkraft und der gegebenen Lastbeanspruchung wird durch Verschneiden des Momentenverlaufs unter Last mit einem aufgrund der Zwangspannung reduziertem Rissmoment $M_{\text{cr,eff}}(N_{\text{ind}})$ berechnet.

$$M_{\text{cr,eff}} = W_{y,c} \cdot \left(f_{\text{ct,eff}} - \frac{N_{\text{ind}}}{A_c} \right) = 0,00375 \cdot \left(0,8 \cdot 2,9 - \frac{0,198}{0,15} \right) = 3,75 \text{ kNm}$$

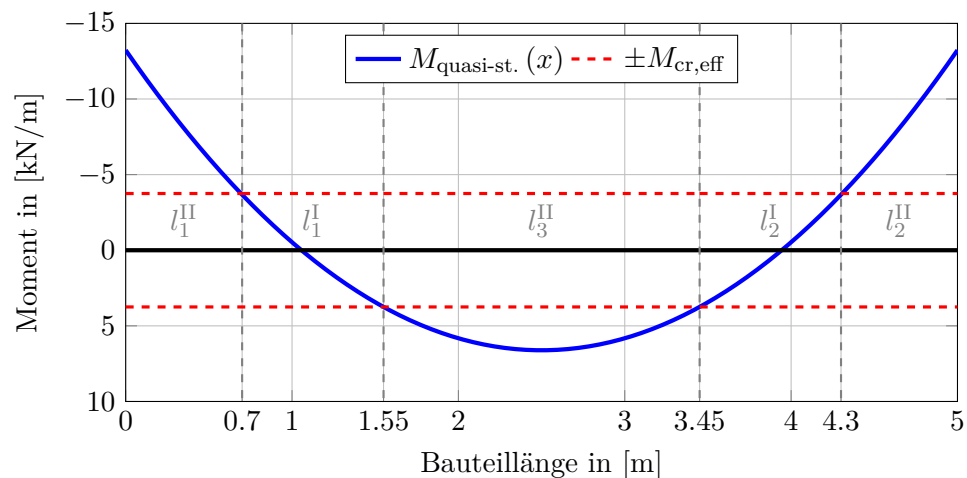


Abb. 3.7: gerissene Länge bei Last- und Zwangbeanspruchung

Dabei ergibt sich die gerissene Länge wiederum aus der Summe der gerissenen Bereiche nach Abb. 3.7.

$$l_{\text{ges}}^{\text{II}} = l_1^{\text{II}} + l_2^{\text{II}} + l_3^{\text{II}} = 0,70 + 0,7 + 1,9 = 3,30 \text{ m}$$

$$l_{\text{ges}}^{\text{I}} = l - l_{\text{ges}}^{\text{II}} = 5 - 3,30 = 1,70 \text{ m}$$

Die Summe der Längen der gerissenen Bereiche muss nun der angenommenen gerissenen Bauteillänge entsprechen.

$$l_{\text{ges}}^{\text{II}} = 3,30 \text{ m} = 3,30 \text{ m} = l_{\text{ang}}^{\text{II}}$$

Diese Bedingung ist erfüllt, was bedeutet, dass sich die angenommene gerissene Länge unter Berücksichtigung des Gleichgewichts im System einstellen kann. Somit ergibt sich die maximal auftretende Zwangnormalkraft zufolge der Verformungseinwirkung zu $N_{\text{ind,eff}} = 198 \text{ kN}$.

Zur Ermittlung der erforderlichen Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten ist die Berechnung der Zugkraft im Bewehrungsstahl erforderlich. Unter der Annahme, dass sich der innere Hebelarm im Zustand II zu $z_{\text{II}} = 0,8 \cdot h$ ergibt kann F_s vereinfacht berechnet werden mit:

$$F_{s,\text{Stütz}} = \frac{N_{\text{ind}}}{2} + \frac{M_{\text{Stütz}}}{z_{\text{II}}} = \frac{198}{2} + \frac{13,2}{0,8 \cdot 0,15} = 99 + 110 = 209 \text{ kN}$$

$$F_{s,\text{Feld}} = \frac{N_{\text{ind}}}{2} + \frac{M_{\text{Feld}}}{z_{\text{II}}} = \frac{198}{2} + \frac{6,7}{0,8 \cdot 0,15} = 99 + 55 = 154 \text{ kN}$$

Die zulässige Stahlspannung ergibt sich bei einer maximal zulässigen Rissbreite von $w_k = 0,3 \text{ mm}$ zu:

$$\sigma_{s,\text{zul}} = \sqrt[2]{\frac{6 \cdot w_k \cdot E_s \cdot f_{\text{ct,eff}}}{\varnothing_s}} = \sqrt[2]{\frac{6 \cdot 0,3 \cdot 200000 \cdot 2,9}{8}} = 361 \text{ MN/m}^2$$

Somit folgt für die Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite:

$$A_{s,\text{erf,Stütz}} = \frac{F_{s,\text{Stütz}}}{\sigma_{s,\text{zul}}} = \frac{209}{36,1} = 5,8 \text{ cm}^2$$
$$A_{s,\text{erf,Feld}} = \frac{F_{s,\text{Feld}}}{\sigma_{s,\text{zul}}} = \frac{154}{36,1} = 4,3 \text{ cm}^2$$

3.2.2 Ansatz eines auf numerischer Berechnung basierenden Interaktionsdiagramms

In diesem Abschnitt wird die Aufgabenstellung aus Abb. 3.5 mit dem in Abs. 2.3.2 vorgestelltem Verfahren nach Schnell, Albert und Dridiger (2017) gelöst.

Zur Ermittlung des effektiven Rissmomentes bei Erstbelastung wird der Zwangspannungsaufbau infolge Betonschwinden unter Berücksichtigung der viskoelastischen Betoneigenschaften zum Zeitpunkt $t = 0$ bestimmt. Als Eingangsdaten für das entsprechende Diagramm nach Abb. 3.8 werden die folgenden Parameter verwendet:

- Umgebungsfeuchte: 50 %
- Zementklasse: N
- Betonfestigkeitsklasse: C25/30 [sic]
- Hilfsgröße: $h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{U_c} = \frac{2 \cdot 0,15 \cdot 1}{2 \cdot (1+0,15)} \cdot 1000 = 130 \text{ mm}$

Es wird das Diagramm für die Betonklasse C25/30 verwendet, da für die Betonklasse C30/37 keine Diagramme zur Verfügung stehen. Da keine Kurve für eine rechnerische Hilfsgröße von 150 mm eingezeichnet ist, wird dieser Kurvenverlauf im Diagramm abgeschätzt.

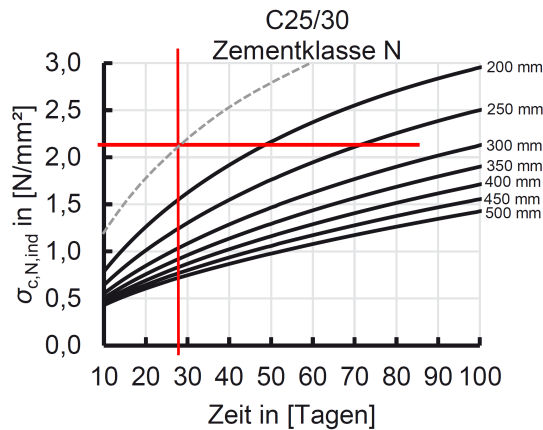


Abb. 3.8: Zwangspannungsaufbau infolge Betonschwinden unter Berücksichtigung der viskoelastischen Betoneigenschaften nach Schnell, Albert und Dridiger (2017)

Aus dem Diagramm ist die aus dem Erhärtungsprozess induzierte Spannung abzulesen:

$$\sigma_{c,N,ind,t_0} = 2,1 \text{ MN/m}^2$$

Demnach ergibt sich das effektive Rissmoment zum Zeitpunkt der Lastaufbringung zu:

$$M_{cr} = W_{y,c} \cdot \left(k \cdot f_{ct,eff} - \frac{\sigma_{c,N,ind,t_0}}{1,3} \right) = 0,00375 \cdot \left(0,8 \cdot 2,9 - \frac{2,1}{1,3} \right) \cdot 10^3 = 2,64 \text{ kNm}$$

mit:

$$W_{y,c} = \frac{bh^2}{6} = \frac{1,0 \cdot 0,15^2}{6} = 0,00375 \text{ m}^3$$

Das Rissmoment wird nun mit dem maximal auftretenden Feldmoment unter quasi ständiger Belastung verglichen:

$$M_{cr} = 2,64 \text{ kNm} \leq M_{Feld,quasi-st.} = \frac{ql^2}{24} = \frac{6,35 \cdot 5^2}{24} = 6,61 \text{ kNm}$$

Risse im Feldbereich bei Aufbringen der Lastbeanspruchung sind also wahrscheinlich. Somit kann das Interaktionsdiagramm nach Schnell, Albert und Dridiger (2017) verwendet werden. Die dimensionslose Eingangsgröße μ ergibt sich zu:

$$\mu = \frac{a \cdot L^2 \cdot p_{\text{quasi-st.}}}{b \cdot h^2 \cdot k \cdot f_{\text{ct,eff}}} = \frac{\frac{5}{24} \cdot 5^2 \cdot 0,00635}{1,0 \cdot 0,15^2 \cdot 0,8 \cdot 2,9} = 0,634$$

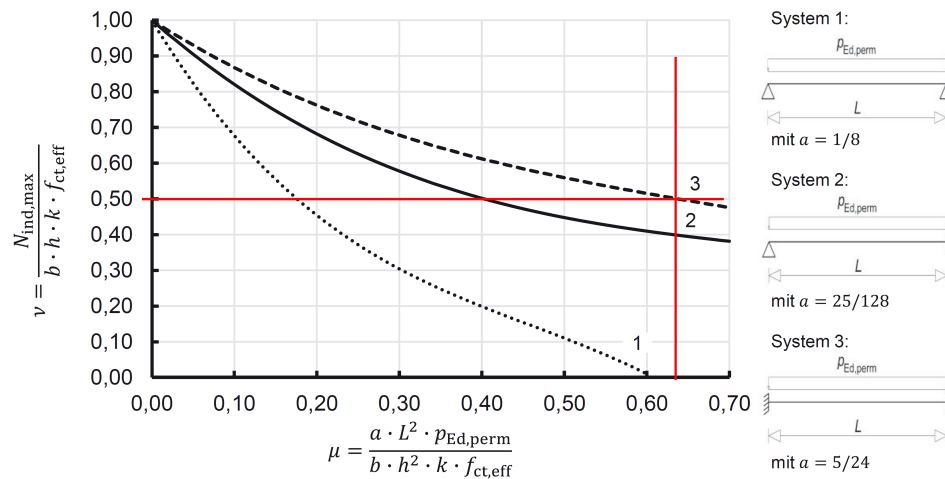


Abb. 3.9: dimensionsloses Interaktionsdiagramm zur Bestimmung der Normalkraftbeanspruchung zufolge spätem Zwang nach Schnell, Albert und Dridiger (2017)

Am Interaktionsdiagramm kann unter Berücksichtigung des vorhandene statischen Systems Nr.3 der Wert für den dimensionslosen Faktor mit $\nu = 0,5$ abgelesen werden.

Die maxmial auftretende Zwangnormalkraft wird über die im Interaktionsdiagramm angegebene Formel berechnet.

$$N_{\text{ind}} = \nu \cdot k \cdot f_{\text{ct,eff}} \cdot b \cdot h = 0,5 \cdot 0,8 \cdot 2,9 \cdot 1,0 \cdot 0,15 \cdot 10^3 = 174 \text{ kN}$$

Zur Ermittlung der erforderlichen Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten ist die Berechnung der Zugkraft im Bewehrungsstahl erforderlich. Unter der Annahme, dass sich der innere Hebelarm im Zustand II zu $z_{\text{II}} = 0,8 \cdot h$ ergibt, kann F_s einfach berechnet werden mit:

$$F_{s,\text{Stütz}} = \frac{N_{\text{ind}}}{2} + \frac{M_{\text{Stütz}}}{z_{\text{II}}} = \frac{174}{2} + \frac{13,2}{0,8 \cdot 0,15} = 87 + 110 = 197 \text{ kN}$$

$$F_{s,\text{Feld}} = \frac{N_{\text{ind}}}{2} + \frac{M_{\text{Feld}}}{z_{\text{II}}} = \frac{174}{2} + \frac{6,7}{0,8 \cdot 0,15} = 87 + 55 = 142 \text{ kN}$$

Die zulässige Stahlspannung ergibt sich bei einer maximal zulässigen Rissbreite von $w_k = 0,3 \text{ mm}$ zu:

$$\sigma_{s,zul} = \sqrt{\frac{6 \cdot w_k \cdot E_s \cdot f_{ct,eff}}{\varnothing_s}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 0,3 \cdot 200000 \cdot 2,9}{8}} = 361 \text{ MN/m}^2$$

Somit folgt für die Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite:

$$A_{s,erf,Stütz} = \frac{F_{s,Stütz}}{\sigma_{s,zul}} = \frac{197}{36,1} = 5,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,erf,Feld} = \frac{F_{s,Feld}}{\sigma_{s,zul}} = \frac{142}{36,1} = 3,9 \text{ cm}^2$$

3.2.3 Ansatz der Verformungskompatibilität unter Berücksichtigung der mittleren Bauteildehnung

In diesem Abschnitt wird die Aufgabenstellung aus Abb. 3.5 mit dem in Abs. 2.3.3 vorgestellten Verfahren nach Schlicke (2017) gelöst.

Vorab wird überprüft ob das Bauteil unter quasi-ständiger Lastbeanspruchung bereits gerissen ist:

$$M_{cr} = W_{y,c} \cdot f_{ct,eff} = \frac{bh^2}{6} \cdot f_{ctm} \cdot 10^3 = \frac{1 \cdot 0,15^2}{6} \cdot 2,9 = 10,9 \text{ kNm}$$

$$M_{cr} = 10,9 \text{ kNm} \leq M_{Stütz,quasi-st.} = \frac{ql^2}{12} = \frac{6,35 \cdot 5^2}{12} = 13,2 \text{ kNm}$$

Das Auftreten von Rissen bei Aufbringen der Lastbeanspruchung ist also wahrscheinlich.

Als erste Annahme wird die gerissene Länge zufolge reiner Lastbeanspruchung berechnet.

Die gerissene Länge l^{II} zufolge reiner Lastbeanspruchung wird durch das Verschneiden der Funktion der Biegezugspannung über die Bauteillänge mit der mittleren Zugfestigkeit f_{ctm} ermittelt. Die Funktion der Biegezugspannung ergibt sich für die in der Aufgabenstellung dargestellte beidseitig eingespannte Platte zu:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ct,quasi-st.}}(x) &= \left| -\frac{p_{\text{quasi-st.}} \cdot x^2}{2} + \frac{p_{\text{quasi-st.}} \cdot l \cdot x}{2} - \frac{p_{\text{quasi-st.}} \cdot l^2}{12} \right| \cdot \frac{1}{W_{y,c}} \\ &= \left| -\frac{6,35 \cdot x^2}{2} + \frac{6,35 \cdot 5 \cdot x}{2} - \frac{6,35 \cdot 5^2}{12} \right| \cdot \frac{6}{1 \cdot 0,15^2} \\ &= \left| -3,18 \cdot x^2 + 15,88 \cdot x - 13,23 \right| \cdot 0,267 \end{aligned}$$

Die mittlere Zugspannung beträgt laut Angabe $2,9 \text{ MN/m}^2$.

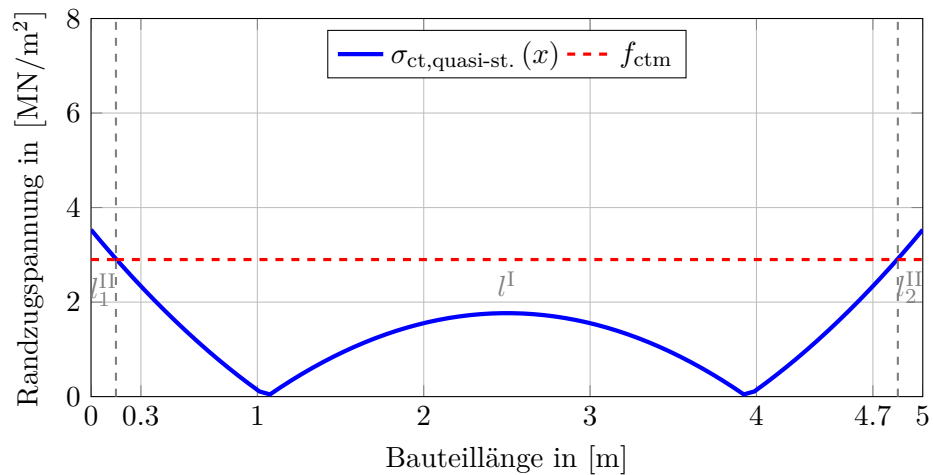


Abb. 3.10: gerissene Länge bei reiner Lastbeanspruchung

$$\begin{aligned} l_{\text{ges}}^{\text{II}} &= 0,30 \text{ m} \\ l_{\text{ges}}^{\text{I}} &= l - l_{\text{ges}}^{\text{II}} = 5 - 0,30 = 4,70 \text{ m} \end{aligned}$$

Die zugehörige Zwangnormalkraft ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} N_{\text{ind}} &= \frac{l \cdot \varepsilon_{\text{eff}} - l^{\text{II}} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{free}}^{\text{II}}}{l_{\text{I}}} \cdot A_c E_c \\ &= \frac{5 \cdot 0,00019 - 0,3 \cdot 0,0006125}{4,7} \cdot 0,15 \cdot 33000 \cdot 10^3 = 808 \text{ kN} \end{aligned}$$

Die freie Dehnung der gerissenen Bereiche ermittelt sich aus der Hälfte der maximalen mittleren Stahldehnung unter Annahme eines abgeschlossenen Rissbildes.

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_{\text{free}}^{\text{II}} &= 0,5 \cdot \varepsilon_{\text{sm}} = 0,5 \left[\frac{\sigma_s}{E_s} - (1 - k_t) \cdot \frac{A_{\text{c,eff}} \cdot f_{\text{ctm}}}{A_s \cdot E_s} \right] \\ &= 0,5 \left[\frac{361}{200000} - (1 - 0,6) \cdot \frac{500 \cdot 2,9}{5,0 \cdot 200000} \right] \cdot 10^3 = 0,6125 \text{ ‰}\end{aligned}$$

Die Druckzonenhöhe wird für die Ermittlung von $A_{\text{c,eff}}$ auf der sicheren Seite liegend mit $x_{\text{II}} = 0$ angenommen.

$$A_{\text{c,eff}} = b \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{h-x_{\text{II}}}{3}; \\ \frac{h}{2}; \\ 2,5 \cdot d_1; \end{array} \right. = 100 \cdot \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{15-0}{3}; \\ \frac{15}{2}; \\ 2,5 \cdot 3,4; \end{array} \right. = 500 \text{ cm}^2$$

Zur einfacheren Berechnung wird angenommen, dass die maximal zulässige Stahlspannung erreicht wird. Diese ergibt sich bei einer Rissbreite von $w_k = 0,3 \text{ mm}$ zu:

$$\sigma_s = \sigma_{\text{s,zul}} = \sqrt[2]{\frac{6 \cdot w_k \cdot E_s \cdot f_{\text{ct,eff}}}{\varnothing_s}} = \sqrt[2]{\frac{6 \cdot 0,3 \cdot 200000 \cdot 2,9}{8}} = 361 \text{ MN/m}^2$$

$$N_{\text{ind,eff}} = 808 \text{ kN} \neq 0 \text{ kN} = N_{\text{ind,ang}}$$

Die gerissenen Bereiche zufolge reiner Lastbeanspruchung reichen nicht aus um die auftretende Verformungseinwirkung zu kompensieren. l^{II} ist also größer als die bei reiner Lastbeanspruchung berechneten $0,30 \text{ m}$.

Die gerissene Bauteillänge muss nun solange angepasst werden, bis man zu folgendem Zielwert gelangt:

$$l_{\text{ang}}^{\text{II}} = 1,34 \text{ m}$$

Die zugehörige Zwangnormalkraft zufolge der angenommenen gerissenen Länge ergibt sich wiederum zu:

$$\begin{aligned}
 N_{\text{ind}} &= \frac{l \cdot \varepsilon_{\text{eff}} - l^{\text{II}} \cdot \Delta \varepsilon_{\text{free}}^{\text{II}}}{l_{\text{I}}} \cdot A_c E_c \\
 &= \frac{5 \cdot 0,00019 - 1,34 \cdot 0,0006125}{3,66} \cdot 0,15 \cdot 33000 \cdot 10^3 = 175 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Die effektiv gerissene Länge ergibt sich durch Verschneiden des Verlaufs der Biegezugspannung zufolge Last- und Zwangseinwirkung mit der mittleren Zugfestigkeit f_{ctm} .

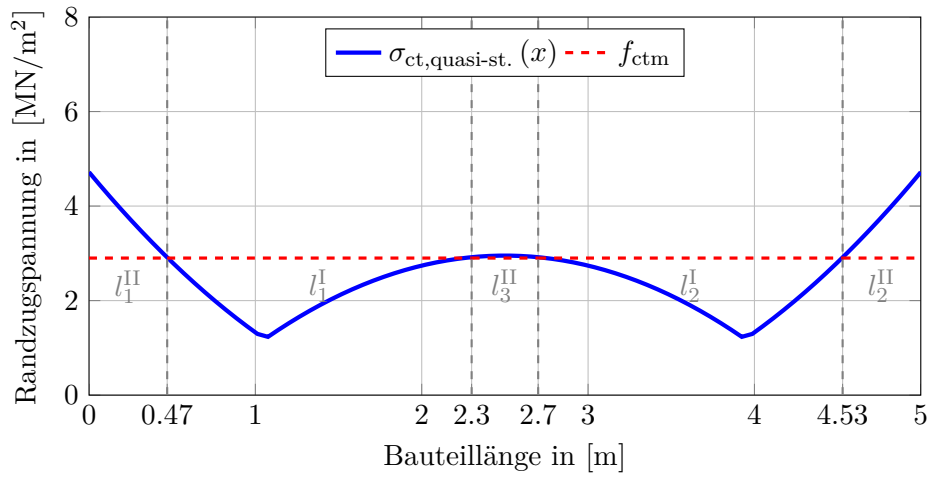


Abb. 3.11: gerissene Länge bei reiner Lastbeanspruchung

Dabei ergibt sich die gerissene Länge wiederum aus der Summe der gerissenen Bereiche nach Abb. 3.11.

$$\begin{aligned}
 l_{\text{ges}}^{\text{II}} &= l_1^{\text{II}} + l_2^{\text{II}} + l_3^{\text{II}} = 0,47 + 0,47 + 0,40 = 1,34 \text{ m} \\
 l_{\text{ges}}^{\text{I}} &= l - l_{\text{ges}}^{\text{II}} = 5 - 1,34 = 3,66 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Die Summe der Längen der gerissenen Bereiche muss nun der angenommenen gerissenen Bauteillänge entsprechen.

$$l_{\text{ges}}^{\text{II}} = 1,34 \text{ m} = 1,34 \text{ m} = l_{\text{ang}}^{\text{II}}$$

Diese Bedingung ist erfüllt, was bedeutet, dass sich die angenommene gerissene Länge unter Berücksichtigung des Gleichgewichts im System einstellen kann.

Die auftretende Zwangskraft wird in Analogie zum zentrisch gezogenen Stab über die Risskraft der Wirkungszone der Bewehrung beschränkt.

$$N_{\text{ind,max}} = A_{\text{c,eff}} \cdot f_{\text{ctm}} = 500 \cdot 2,9 \cdot 10^3 = 145 \text{ kN}$$

$$N_{\text{ind,max}} = 145 \text{ kN} \leq 178 \text{ kN} = N_{\text{ind}}$$

Somit ergibt sich die maximal auftretende Zwangnormalkraft zufolge der Verformungseinwirkung zu $N_{\text{ind,max}} = 145 \text{ kN}$.

Die erforderliche Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreite auf $w_k = 0,3 \text{ mm}$ ergibt sich für eine Kraft im Bewehrungsstahl von $F_{\text{s,1}} = N_{\text{ind,max}} = 145 \text{ kN}$ und einer maximal zulässigen Stahlspannung von $\sigma_{\text{s,zul}} = 361 \text{ MN/m}^2$ zu:

$$A_{\text{s,erf,Stütz}} = A_{\text{s,erf,Feld}} = \frac{F_{\text{s,Stütz}}}{\sigma_{\text{s,zul}}} = \frac{145}{36,1} = 4,0 \text{ cm}^2$$

3.2.4 Ansatz nach EN 1992-1-1 (2015)

Zum Vergleich der Ergebnisse wird die erforderliche Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite nach EN 1992-1-1 (2015) ermittelt.

$$A_{\text{s,min}} = \frac{k_c \cdot k \cdot f_{\text{ct,eff}} \cdot A_{\text{ct}}}{\sigma_s} = \frac{1,0 \cdot 0,8 \cdot 2,9 \cdot 0,15}{361} \cdot 10^4 = 9,64 \text{ cm}^2$$

mit:

$$k_c = 1,0$$

$$k = 0,8$$

$$f_{\text{ct,eff}} = 2,9 \text{ MN/m}^2$$

$$A_{\text{ct}} = 0,15 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{s,erf,Stütz}} = A_{\text{s,erf,Feld}} = 4,82 \text{ cm}^2$$

4 Gezielte Untersuchung zum kombinierten Verhalten aus Last und Zwang

4.1 FE-Simulationsmodell

Zur genaueren Untersuchung des Verhaltens einer Stahlbetondecke unter kombinierter Beanspruchung aus Last und Zwang wurde ein Finite-Elemente-Berechnungsmodell mit dem Programm SOFiSTiK / Studentenversion 2018 erstellt. Das Berechnungsmodell wurde im SOFiSTiK Text Editor „Teddy“ skriptbasiert erstellt und ist parametrisch aufgebaut. Zum Einsatz kamen dabei die Berechnungsmodule aqua, sofishma, sofiload, ase und bemess. Die Ausgabe erfolgt über in Wingraf erstellte Ausgabedokumente in Listenform, welche zur Weiterverarbeitung geeignet sind. Bei der Modellierung wurde darauf geachtet, ein möglichst einfaches, nachvollziehbares Modell zu erstellen, welches dennoch zu realitätsnahen und genauen Ergebnissen führt.

4.1.1 Werkstoffe

Die Werkstoffe Betonstahl und Beton werden als Parameter eingegeben. Grundsätzlich werden die dem gewählten Werkstoff zugehörigen Werkstoffkennwerte aus der entsprechenden SOFiSTiK Datenbank für die EN 1992-1-1 (2015) entnommen. Einige Werkstoffkennwerte werden unabhängig als Parameter eingegeben, um die Berechnungen nachvollziehbarer zu gestalten. Diese sind der E-Modul, die mittlere Betonzugfestigkeit, sowie die Risszugfestigkeit. Die Querdehnzahl wird für Stahl und Beton mit Null und der Temperatureausdehnungskoeffizient mit 10^{-6} festgelegt.

4.1.2 Geometrische Bedingungen

Die Hochbaudecke wird vereinfacht als rechteckiger Plattenstreifen mit der Einheitsbreite „1 m“ modelliert, wobei nur ein Feld eines Durchlaufsystems betrachtet wird. Das Modell wird mit Schalenelementen aufgebaut und die Netzgenerierung erfolgt regelmäßig über die Bauteillänge. Hierbei erstreckt sich jedes Element über die gesamte Breite des Plattenstreifens. Die Höhe der Platte wird als variabler Parameter festgelegt. Abb. 4.1 gibt einen Überblick über die vorgegebene Plattengeometrie.

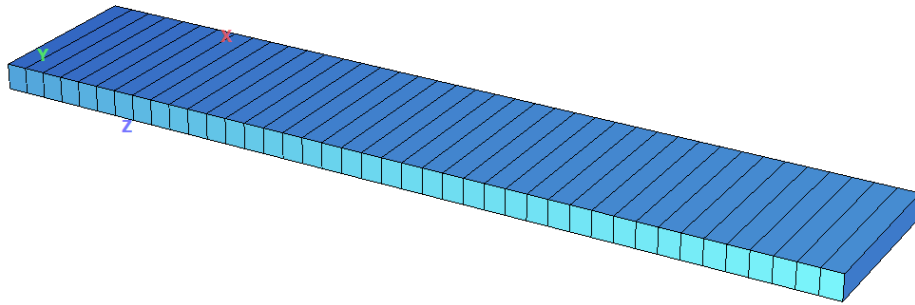


Abb. 4.1: Übersicht der Plattengeometrie mit FE-Netz

4.1.3 Auflagerbedingungen

Es wird grundsätzlich eine Linienlagerung an den beiden Plattenenden (in lokaler x -Richtung) angenommen, welche die aussteifenden Kerne eines Hochbaus abbilden. Da der 1-Meter-Streifen in Tiefenrichtung nur ein Element besitzt, werden die Linienlagerungen durch je eine Punktlagerung an den vier Eckpunkten realisiert. Die Lager greifen jeweils in der Schwerachse des Bauteils an. Generell wird, wie in Abb. 4.2, dargestellt von einer beidseitig starren und unverschieblichen Lagerung ausgegangen. Dies wird damit begründet, dass spätestens mit zunehmender Rissbildung in der Stahlbetondecke die Steifigkeit der Kerne im Verhältnis zur Decke so groß werden, dass die effektive Nachgiebigkeit der Lager vernachlässigbar klein wird.

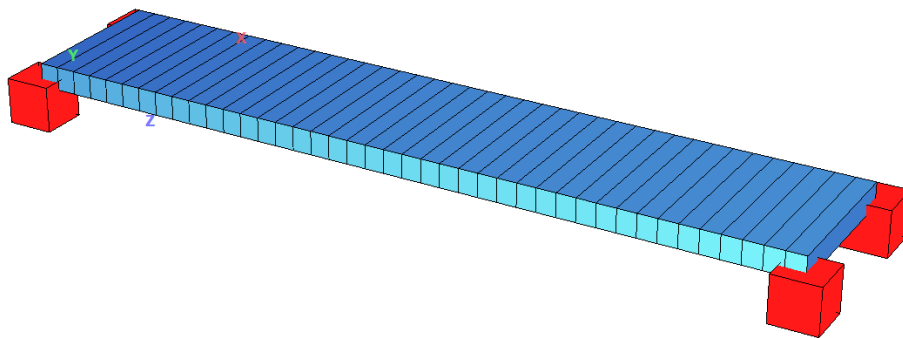


Abb. 4.2: Übersicht des FE-Modells mit Lager

Zur Erfassung der Baugeschichte wird zudem ein Szenario untersucht, in dem die Dehnungsbehinderung erst nach Aufbringung der Vertikallast und der damit zusammenhängenden Rissbildung auftritt. Hierzu wird das beidseitig starr eingespannte System wie folgt modifiziert. Erst werden die horizontalen Verschiebungen eines Bauteilendes freigegeben. Anschließend wird nach der Lastaufbringung die freigegebene Richtung durch eine sehr steife, praktisch unverschiebliche, Wegfeder gesperrt.

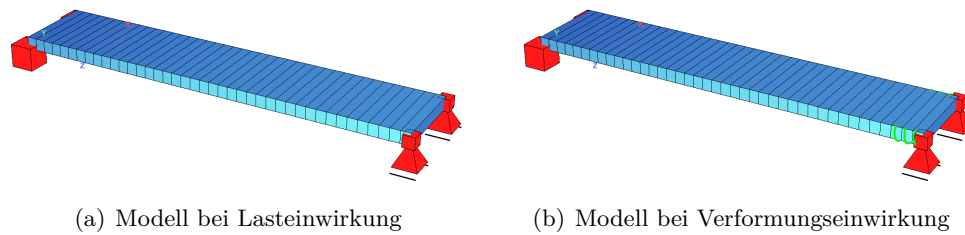


Abb. 4.3: FE-Modell frei verschieblich und mit Federelement zur Verformungsbehinderung

Für die Parameterstudie wird zudem eine beidseitig unverschiebliche aber verdrehbare Einfeldplatte nach Abb. 4.4 modelliert.

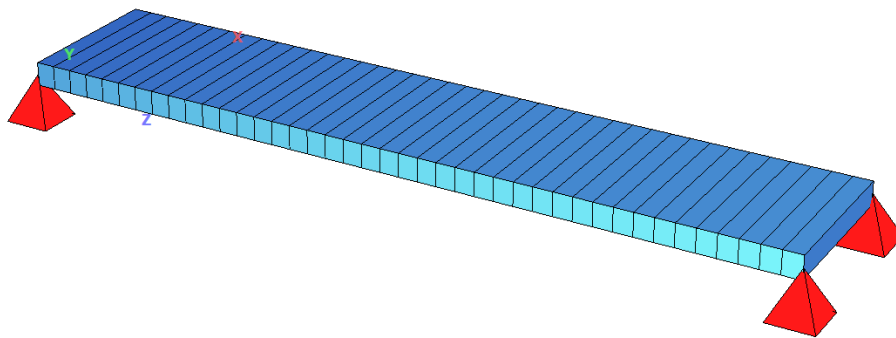


Abb. 4.4: Variante als Einfeldträger

4.1.4 Einwirkung

Die Einwirkung aus Last wird in Form einer vertikalen Flächenlast vollflächig senkrecht auf die Plattenelemente aufgebracht. Es wird davon ausgegangen, dass die gesamte vertikale Belastung zeitgleich auftritt. Grundsätzlich erfolgt die Lastaufbringung vor Aufbringung der Verformungseinwirkung. Als Variante wird zusätzlich ein Auftreten der Lasteinwirkung vor Einsetzen der horizontalen Dehnungsbehinderung simuliert. Dies geschieht über entsprechende Anpassung der Lagerung vgl. Abs. 4.1.3. Die Berechnungen erfolgen mit charakteristischen Lasten ohne Teilsicherheitsbeiwerte.

Die Verformungseinwirkung wird in Form einer Ersatztemperatur auf den gesamten Querschnitt aufgebracht. Es gilt nach den Gesetzen der thermischen Expansion der in Glg. (4.1) beschriebene Zusammenhang zwischen aufgebrachter Temperaturänderung und Dehnung des Bauteils.

$$\varepsilon_{\Delta T} = \Delta T \cdot \alpha^T \quad (4.1)$$

mit:

$\varepsilon_{\Delta T}$...	Dehnung zufolge einwirkender Temperaturdifferenz
ΔT	...	aufgebrachte Temperaturdifferenz
α^T	...	Wärmeausdehnungskoeffizient Beton

Die Aufbringung der Verformungseinwirkung erfolgt schrittweise, sodass im Zuge einer ereignisorientierten diskreten Simulation die Rissbildung und der damit in Zusammenhang stehende Steifigkeitsabfall des Bauteils realitätsnah erfasst werden können. Die einzelnen Schrittweiten werden nach Aufbringen einer sehr kleinen Anfangsdehnung konstant gehalten.

4.1.5 Nichtlineare Berechnung in SOFiSTiK

Dieser Abschnitt befasst sich mit dem Verfahren der nichtlinearen Berechnung des numerischen FE-Simulationsprogrammes SOFiSTiK. Genauere Informationen zu den theoretischen Hintergründen der nichtlinearen Berechnung und den angenommenen Materialmodellen können den von SOFiSTiK herausgegebenen Handbüchern entnommen werden, vgl. (SOFiSTiK, 2016).

Wie eingangs beschrieben, sind es vor allem Schwindverkürzungen und meteorologische Temperatureinwirkungen, welche zu Zwangbeanspruchungen an fugenlosen Hochbaudecken führen, vgl. (Fastabend u. a., 2012). In beiden Fällen tritt die Zwangbeanspruchung über einen bestimmten Zeitraum auf, sodass zeitdiskrete Methoden zur realitätsnahen Simulation des Bauteilverhaltens notwendig sind. Als ingenieurmäßige Vereinfachung erfolgt die numerische Simulation ereignisorientiert, d.h. es werden gewisse Zeitabschnitte zusammengefasst und schrittweise als Belastung am Bauteil aufgebracht. Im Fall der hier vorgestellten Simulation erfolgt dies über Temperaturabfälle, welche über alle Lastfälle konstant sind. Um im Zuge dieser ereignisorientierten Simulation die Rissbildung zu berücksichtigen, wird die SOFiSTiK-Lösung der Primärlastfälle angesetzt. Bei der Berechnung jedes Temperaturschrittes wird der vorhergehende Lastfall als Primärlastfall festgelegt, d.h. der Zustand des Systems im letzten Lastfall bildet den Ausgangszustand des Systems im neuen Lastfall. Das Programm erfasst nun alle im Vorlauf berechneten Systemzustände des Bauteils infolge des Primärlastfalles und berechnet die Knotenkräfte des folgenden Temperaturschrittes auf Basis des übergebenen Systems. Dies inkludiert neben Spannungs- und Dehnungszuständen vor allem Informationen über den Zustand der Rissbildung und damit verbundene Steifigkeitswerte und -verteilungen. Die Berechnung der einzelnen Lastfälle erfolgt nichtlinear unter Gebrauch von nichtlinearen Materialgesetzen für Stahl und Beton.

Zur nichtlinearen Lösung des Systems wird der in SOFiSTiK enthaltene Crisfield Algorithmus verwendet, welchem ein modifiziertes Newton-Raphson Verfahren mit konstanten Steifigkeiten zugrunde liegt, vgl. (SOFiSTiK, 2016). Dieses Verfahren führt zwar zu

einer langsameren Konvergenz, jedoch kann auf eine Anpassung der Steifigkeitsmatrix zwischen den Iterationsschritten verzichtet werden, vgl.(Merkel und Öchsner, 2014).

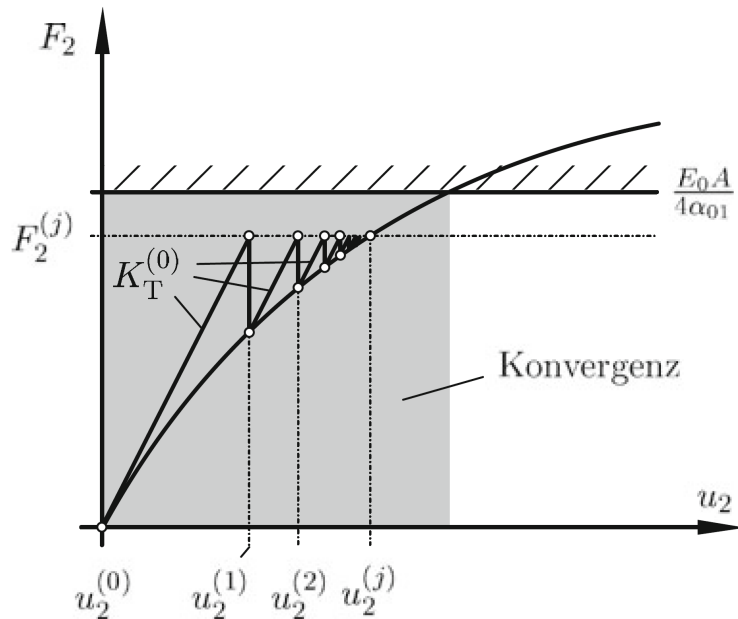
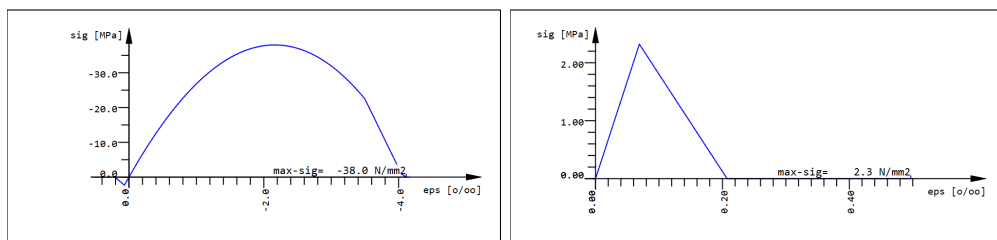


Abb. 4.5: Schematische Darstellung des modifizierten Newton–Raphson-Verfahrens (Merkel und Öchsner, 2014)

Nichtlineares Materialmodell Beton

Die kontinuums- und bruchmechanischen Eigenschaften des Betons werden anhand der von SOFiSTiK (2016) für die Bemessungen im Gebrauchszustand vorgeschlagenen Arbeitslinie für Beton erfasst. Es wird die Arbeitslinie ohne Sicherheitsbeiwerte verwendet. Der Bereich negativer Dehnungen wird bis zum Erreichen der charakteristischen Druckfestigkeit durch eine annähernd parabolische Spannungs–Dehnungs–Beziehung idealisiert, vgl. (EN 1992-1-1, 2015). Im Bereich positiver Dehnungen liegt ein linearer Verlauf bis zum Erreichen der Risszugfestigkeit vor. Bei Überschreiten dieser Spannungsgrenze entfestigt der Beton unter Berücksichtigung der Bruchenergie, was als linear abfallender Ast zu erkennen ist.



(a) Arbeitslinie im Druckbereich

(b) Arbeitslinie im Zugbereich

Abb. 4.6: nichtlineare Betonarbeitslinie nach (SOFiSTiK, 2016)

Nichtlineares Materialmodell Stahl

Die Arbeitslinie des Bewehrungsstahls wird ebenso der SOFiSTiK Datenbank entnommen. Dabei handelt es sich wiederum um die vorgeschlagene Arbeitslinie im Gebrauchszustand ohne Berücksichtigung von Sicherheitsbeiwerten. Bis zum Erreichen der Fließgrenze steigen die zugehörigen Dehnungen linear elastisch an. Anschließend setzt sich die Arbeitslinie auf einem deutlich flacher verlaufenden wiederverfestigenden Ast bis zum Erreichen der Bruchdehnung von 50 ‰ bei der 1,08-fachen Spannung der Fließgrenze fort. Die Zugversteifung des Stahlbetons wird wie in SOFiSTiK üblich auf Basis der mittleren Betonzugfestigkeit berechnet und in Form einer im jeweiligen Berechnungslauf erstellten modifizierten Stahlarbeitslinie berücksichtigt.

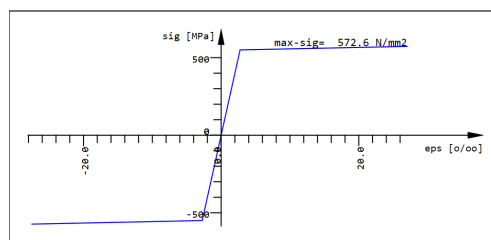


Abb. 4.7: nichtlineare Stahlarbeitslinie nach (SOFiSTiK, 2016)

4.2 Vorgehen bei der Auswertung

Dieser Abschnitt beschreibt das grundsätzliche Ziel und Vorgehen der Auswertung der in Kapitel 5 vorgestellten Parameterstudie.

4.2.1 Grundlagen und Ziel der Auswertung

Zum besseren Verständnis der vorgestellten Ansätze zur überlagerten Wirkung von Last und Zwang werden nachfolgend grundsätzliche Überlegungen zu mechanischen Modellen im Stahlbetonbau dargestellt.

Die Festkörpermechanik versucht als Teilgebiet der Kontinuumsmechanik das Verhalten von starren, elastischen, oder real plastischen Körpern mit Hilfe von mechanischen Modellen zu beschreiben. Hierfür werden einerseits materialunabhängige universell gültige Gleichungen, umgangssprachlich auch Naturgesetze genannt, festgelegt und andererseits materialabhängige Gleichungen formuliert, um die Reaktion eines Stoffes auf die materialunabhängigen Gleichungen zu beschreiben. Für die Brauchbarkeit der entwickelten Modelle genügt üblicherweise die Gültigkeit auf makroskopischer Ebene, vgl. (Altenbach, 2015).

Konkret für den Baustoff Beton bedeutet dies nach Zilch und Zehetmaier (2010), dass folgende drei Aspekte zur mechanischen Beschreibung eines Betonbauteils ohne Widersprüche erfasst werden müssen.

- Gleichgewicht zwischen äußeren Einwirkungen und inneren Kräften bzw. Spannungen
- Kinematik bzw. kinematische Verträglichkeit der äußeren Weggrößen und inneren Querschnittsverzerrungen. Da es sich beim Baustoff Beton um einen Verbundwerkstoff handelt, sind zusätzlich innere Verträglichkeitsbedingungen zu berücksichtigen, welche die Verträglichkeit der Dehnungen der verschiedenen Werkstoffe im Verbund berücksichtigen. Letztere wird zur besseren Unterscheidung im Zuge dieser Arbeit als innere Verträglichkeit, erstere als äußere Verträglichkeit bezeichnet.
- Werkstoffgesetze in Form von Arbeitslinien zur Verknüpfung von Spannungen und Dehnungen.

Generell stellt die Entwicklung von mechanischen Modellen eine überaus komplexe Angelegenheit dar, da die Gleichungen sowohl zeit- als auch ortsdiskrete Einflussfaktoren berücksichtigen müssen. Während in der softwareunterstützten Berechnung das Lösen von komplexen und nichtlinearen Systemen meist kein größeres Problem darstellt, müssen zur Überprüfung und Nachvollziehbarkeit der angewandten Berechnungsmethoden einfach handhabbare Ansätze gefunden werden welche die komplexen Problemstellungen über analytische Methoden erfassen und so zu vereinfachten Lösungen führen. Andererseits muss trotz vereinfachten Lösungsansätzen eine ausreichend genaue Erfassung der Realität und in weiterer Folge eine ausreichend genaue Übereinstimmung mit tatsächlich auftretenden Wirkungen gegeben sein. Um einen Kompromiss zwischen diesen widersprüchlichen Anforderungen zu finden, werden üblicherweise zeit- bzw. ortsdiskrete Zustände bereichsweise zusammengefasst, um für jeden Bereich ein eigenes Modell zu entwickeln. Hierfür erfolgt im Stahlbetonbau die grundsätzliche Unterscheidung für Bemessungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit und im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit.

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird ab einer gewissen Beanspruchungsgröße ein eingeschränkt plastisches Materialverhalten für den reinen Zustand II angenommen, vgl. (Zilch und Zehetmaier, 2010). Dies führt dazu, dass bis zum Erreichen von vorgegebenen Grenzverformungen die kinematischen Gleichungen in diesem Grenzzustand immer als erfüllt angesehen werden können. Somit können Bauteilbemessungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit unter reiner Gleichgewichtsbetrachtung der inneren und äußeren Kräfte erfolgen.

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird im Gegensatz dazu eine obere Beanspruchungsgrenze eingeführt, sodass das Fließen des Bewehrungsstahls und die damit verbundene Plastizität des Stahlbetons nicht erreicht werden. Folglich müssen hier alle Gleichgewichts- als auch Verträglichkeitsbedingungen, innere und äußere, erfüllt werden. Der betrachtete Bereich wird deshalb zu Gunsten einer nachvollziehbaren Betrachtung abermals unterteilt. Bis zum Erreichen der Risskraft ist das Stahlbetonbauteil als linear elastischer Körper nach den Regeln der Elastizitätstheorie zu behandeln. Mit Erreichen der Risskraft beginnt unter der Voraussetzung, dass die Stahlspannung bei erster Rissbildung unter der Fließgrenze liegt ein Bereich, in welchem ein labiles Gleichgewicht im System herrscht und bei relativ kleiner Zunahme der Belastung neue Risse entstehen. In diesem Bereich spielt die realitätsnahe Erfassung der inneren und bei Zwangbean-

sprechung auch der äußeren Verträglichkeit eine wesentliche Rolle. Die Erfassung der inneren Verträglichkeit erfolgt über die Formulierung von Verbundgesetz und kann unter anderem in den Werken von Zilch und Zehetmaier (2010) oder Bödefeld u. a. (2012) nachgelesen werden.

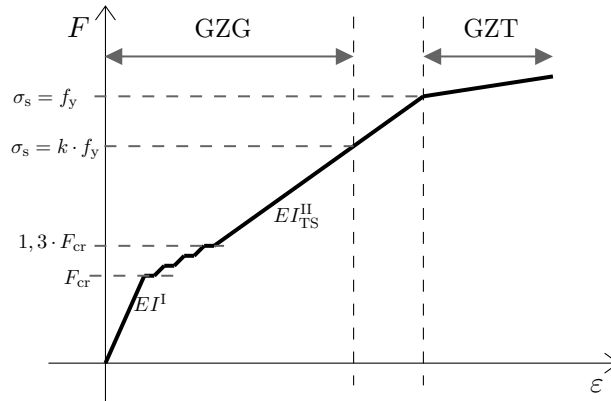


Abb. 4.8: Betrachtungsbereiche im GZG und GZT

Die äußere Verträglichkeit beeinflusst das Systemverhalten nur bei statisch unbestimmt gelagerten Bauteilen. Bei statisch bestimmten Systemen wird die äußere Verträglichkeit im Nachlauf mit der Berechnung einer Verformungsfigur erfüllt. Handelt es sich um reine Lastbeanspruchungen kann die äußere Verträglichkeit aufgrund der geringen Lastumlagerungen im Gebrauchszustand ebenso im Nachlauf bei der Ermittlung der Verformungen berücksichtigt werden. Im Falle einer Beanspruchung aus Zwang ist die auftretende Schnittkraft jedoch direkt abhängig von den Steifigkeitswerten am System. Umgekehrt sind die Steifigkeitsverhältnisse im System im Gebrauchszustand abhängig vom Grad der Rissbildung, welche unter anderem von den auftretenden Zwangbeanspruchungen beeinflusst wird. Während bei reiner zentrischer Zwangbeanspruchung noch vereinfacht ein einheitlicher Zustand im gesamten Bauteil angenommen werden kann, muss bei überlagerter Last- und Zwangbelastung eine über das Bauteil veränderliche Rissintensität berücksichtigt werden. In diesem Fall muss also zur wirklichkeitsnahen Erfassung des Bauteilverhaltens die äußere Kompatibilität zugleich mit den Gleichgewichtsbedingungen erfüllt sein.

Ein Lösungsansatz für diese Problemstellung ist das verformte System unter Berücksichtigung des Risszustandes des Bauteils und unter Erfüllung der äußeren Verträglichkeit zu ermitteln. Im Nachlauf werden die Schnittkräfte aus Last- und Verformungseinwirkungen ermittelt. Stehen nun die berechneten Schnittkräfte mit jenen einwirkenden Kräften im Gleichgewicht, die erforderlich sind, dass sich das angenommene verformte System einstellt, so sind alle Bedingungen für einen mechanischen Gleichgewichtszustand erfüllt, vgl. (Schlicke, 2017). Für die hier behandelte Problemstellung der Überlagerung von Last und Zwang bedeutet dies am Beispiel eines Biegebalkens mit zentrischer Zwangbeanspruchung, dass zur realitätsnahen Ermittlung der Schnittkräfte die gesamte horizontale Verformung des Bauteils unter Berücksichtigung von Rissöffnungen und elastischen Bauteil deformungen gleich der einwirkenden Verformung sein muss, vgl. Glg. (4.2).

$$\varepsilon_t \cdot l \stackrel{!}{=} \Delta l_{\text{free}} \quad (4.2)$$

mit:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t & \dots \text{ Verformungseinwirkung zum Zeitpunkt } t \\ l & \dots \text{ Bauteillänge} \\ \Delta l_{\text{free}} & \dots \text{ axiale Verlängerung des Bauteils} \end{aligned}$$

Während die einwirkende Verformung bereits eingangs in Kapitel 2 behandelt wurde, wird hier auf die realitätsnahe Ermittlung der Bauteilreaktion eingegangen.

Grundsätzlich wird der Zustand des Bauteils in gerissene und ungerissene Bereiche unterschieden, was im Allgemeinen für Hochbaudecken eine ausreichend genaue Vereinfachung darstellt, vgl. (Taferner, Keuser und Bergmeister, 2009). Folglich kann die erforderliche Bauteilverlängerung für das Erreichen der äußeren Verträglichkeit nach Glg. (4.3) in einen Beitrag aus gerissenen sowie einen Beitrag aus ungerissenen Bauteilbereichen unterteilt werden.

$$\Delta l_{\text{free}} = \Delta l_{\text{free}}^{\text{I}} + \Delta l_{\text{free}}^{\text{II}} \quad (4.3)$$

mit:

$$\begin{aligned} \Delta l_{\text{free}} & \dots \text{ axiale Verlängerung des Bauteils} \\ \Delta l_{\text{free}}^{\text{I}} & \dots \text{ axiale Verlängerung der ungerissenen Bereiche} \\ \Delta l_{\text{free}}^{\text{II}} & \dots \text{ axiale Verlängerung der gerissenen Bereiche} \end{aligned}$$

Ungerissene Bauteilbereiche sind als Bereiche mit linear elastischem Werkstoffverhalten zu betrachten. Somit wird die Dehnung bzw. die Verlängerung in diesen Bereichen über die Regeln der Elastizitätstheorie nach Glg. (4.4a) ermittelt. Reine Biegebeanspruchung hat hierbei keinen Einfluss auf die axiale Bauteildehnung. Einzig eine auftretende Zwangnormalkraft trägt zu einer elastischen Dehnung des Bauteils bei.

$$\Delta \varepsilon_{\text{free}}^{\text{I}} = \frac{N_{\text{ind}}}{(EA)^{\text{I}}} \quad (4.4a)$$

$$\Delta l_{\text{free}}^{\text{I}} = \frac{N_{\text{ind}}}{(EA)^{\text{I}}} \cdot l^{\text{I}} \quad (4.4b)$$

mit:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{\text{free}}^{\text{I}} & \dots \text{ freie Dehnung im Zustand I} \\ N_{\text{ind}} & \dots \text{ Zwangnormalkraft im Bauteil} \\ (EA)^{\text{I}} & \dots \text{ Dehnsteifigkeit im Zustand I} \\ \Delta l_{\text{free}}^{\text{I}} & \dots \text{ axiale Verlängerung der ungerissenen Bauteilbereiche} \\ l^{\text{I}} & \dots \text{ Länge der ungerissenen Bauteilbereiche} \end{aligned}$$

Etwas komplexer gestaltet sich die Beurteilung des Dehnungsanteils der gerissenen Bereiche. Betrachtet man den Verlauf eines Biegerisses über die Bauteildicke, so liegt die Risswurzel in Hochbaudecken über der Schwerlinie der Platte. Daraus folgt, dass sich die Schwerlinie des Bauteiles axial um die Länge $w_{k,m}$ verlängert. Hierbei stellt $w_{0m,k}$ die Rissöffnung auf Höhe der Schwerlinie dar.

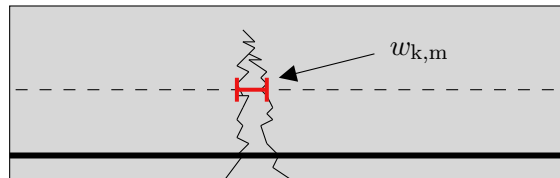


Abb. 4.9: Rissöffnung auf Höhe der Schwerachse

Der Beitrag des Risses zum Erreichen der äußeren Verträglichkeit kann auf diese Weise mit $w_{k,m}$ quantifiziert werden. Analog zur Berechnung der Rissbreite auf der Schwerlinie der Bewehrung, kann nun $w_{k,m}$ über die Integration der Bauteildehnung über den Lasteinleitungsbereich berechnet werden. Hierzu wird wiederum analog zur mittleren Stahldehnung eine rechnerische mittlere Bauteildehnung eingeführt, welche das mittlere Bauteilverhalten auf der Schwerachse im Bereich der Lasteinleitungslängen beschreibt.

Diese mittlere Bauteildehnung wird im Weiteren als ε_{mm} bezeichnet und steht mit der Rissbreite auf der Schwerlinie des Bauteils nach Glg. (4.5) im Zusammenhang.

$$\Delta w_{k,m} = \varepsilon_{mm} \cdot 2 \cdot l_e \quad (4.5)$$

mit:

$\Delta w_{k,m}$...	Rissöffnung auf der Schwerachse
ε_{mm}	...	mittlere Dehnung der gerissenen Bereiche
l_e	...	Lasteinleitungslänge

In der praktischen Bemessung ist meist die genaue Rissanzahl nicht bekannt, wohl aber werden Bereiche ermittelt, in denen eine Rissbildung im Gebrauchszustand wahrscheinlich ist. Trifft man zusätzlich die ingenieurmäßige Annahme, dass die mittlere Bauteildehnung ähnlich der mittleren Stahldehnung über einen gerissenen Bereich annähernd konstant ist, so kann man die axiale Gesamtverlängerung eines gerissenen Bereiches nach Glg. (4.6) quantifizieren.

$$\Delta l_{\text{free}}^{\text{II}} = \varepsilon_{mm} \cdot l^{\text{II}} \quad (4.6)$$

mit:

$\Delta l_{\text{free}}^{\text{II}}$...	axiale Verlängerung der gerissenen Bereiche
ε_{mm}	...	mittlere Dehnung der gerissenen Bereiche
l^{II}	...	Länge der gerissenen Bereiche

Über die Zusammenhänge von Glg. (4.2), Glg. (4.3), Glg. (4.4a) und Glg. (4.6) ergibt sich Glg. (4.7a).

$$\varepsilon_t \cdot l = \underbrace{\frac{N_{\text{ind}}}{(EA)^I} \cdot l^I}_{\Delta l_{\text{free}}^I} + \varepsilon_{\text{mm}} \cdot \underbrace{l^{\text{II}}}_{\Delta l_{\text{free}}^{\text{II}}} \quad (4.7a)$$

$$\varepsilon_{\text{mm}} = \frac{\varepsilon_t \cdot l - \frac{N_{\text{ind}}}{(EA)^I} \cdot l^I}{l^{\text{II}}} \quad (4.7b)$$

mit:

ε_t	...	Verformungseinwirkung zum Zeitpunkt t
N_{ind}	...	Zwangsnormalkraft im Bauteil
$(EA)^I$...	Dehnsteifigkeit in Zustand I
l^I	...	Länge der ungerissenen Bauteilbereiche
ε_{mm}	...	mittlere Dehnung der gerissenen Bereiche
l^{II}	...	Länge der gerissenen Bereiche

Da ε_{mm} eine sehr abstrakte Größe darstellt, die nicht ohne Weiteres messbar ist, wird über analytische Ansätze versucht ε_{mm} herzuleiten. Als potenzieller Ansatz wird hier eine Herleitung von ε_{mm} über die mittlere Stahldehnung ε_{sm} gesehen, welche im gerissenen Querschnitt mit den gebräuchlichen mechanischen Modellen über die maximale Stahldehnung im Riss ε_{sr} hergeleitet werden kann. Somit soll im Zuge der Parameterstudie in Kapitel 5 geklärt werden, ob und allenfalls welcher Zusammenhang zwischen ε_{mm} und ε_{sm} besteht. In weiterer Folge soll zudem geklärt werden, ob und welche Übereinstimmung der Ansatz einer mittleren Bauteildehnung ε_{mm} für die Bestimmung der Zwangsnormalkraft im Bauteil mit der aus dem FE-Modell berechneten Zwangsnormalkraft zeigt.

4.2.2 Ausgabe der FE-Simulation

Sämtliche Berechnungen werden nach dem in Kapitel 4.1 beschriebenen Berechnungsmodellen in SOFiSTiK durchgeführt. Der folgende Absatz erklärt wie die Ergebnisse der Berechnungen aufgearbeitet und weiterverarbeitet werden. Die Ausgabe in SOFiSTiK erfolgt über das SOFiSTiK eigene Darstellungsprogramm Wingraf, wobei hier die Ausgabe der Daten in Form einer Liste in einer Textdatei gewählt wird. Im Wesentlichen werden die drei Parameter *maximale Stahldehnung im Riss*, *maximale Stahlspannung im Riss* und *maximale Rissbreite* jeweils am maßgebenden Stütz- bzw. Feldelement für jeden Lastfall ausgewertet. Mit steigender Lastfallnummer erfolgt, wie in Kapitel 4.1 beschrieben, die sukzessive Steigerung der Verformungseinwirkung.

Während die maximale Stahldehnung und Stahlspannung im Riss im Zuge der nichtlinearen Berechnung ermittelt werden, stellt die Berechnung der maximalen Rissbreite ein reines Postprocessing dar. Die Rissbreiten werden also im Nachlauf nach den Regeln

zur direkten Berechnung der Rissbreiten für Dauerlast der EN 1992-1-1 (2015) ermittelt, vgl. (SOFiSTiK, 2016).

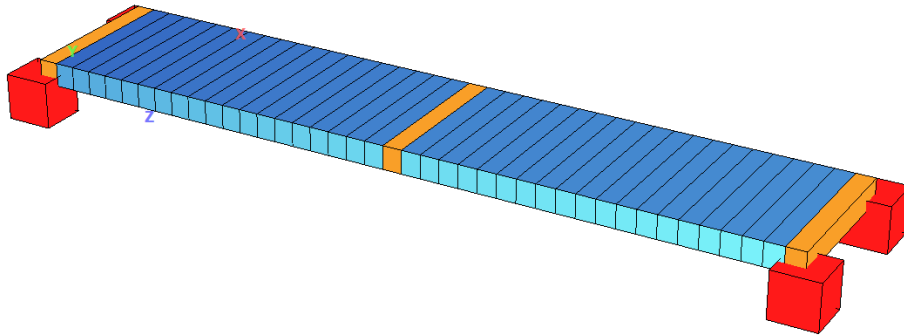


Abb. 4.10: Maßgebender Stütz- bzw. Feldquerschnitt im FE-Modell

Zusätzlich wird für jeden Lastfall die Summe der horizontalen Lagerkräfte der Auflager am Bauteilende ausgegeben. Diese stehen mit der Normalkraft im Bauteil im Gleichgewicht, welche zugleich der auftretenden Zwangnormalkraft entspricht. Letztlich wird noch die Risstiefe, in SOFiSTiK als Plastifizierungstiefe angegeben, für jedes Element und jeden Lastfall ausgelesen. Damit können jene Elemente bestimmt werden, deren Risstiefe größer als die halbe Bauteilhöhe ist und die folglich über die Schwerlinie gerissen sind.

Neben diesen Ergebnisdaten werden auch folgende für die Berechnungen relevanten Eingabedaten ausgelesen. Risszugfestigkeit (f_{ctk}), mittlere Zugfestigkeit (f_{ctm}), E-Modul des Bewehrungsstahls und des Betons, Querschnittsgeometrie, Bauteillänge, statisches System, Einwirkung aus Last, aufgebrauchte Verformungseinwirkung je Lastfall sowie die Breite der einzelnen Elemente.

4.2.3 Weiterverarbeitung und Auswertung der Daten

Die aus SOFiSTiK gewonnenen Daten werden in ein excelbasiertes Tool eingelesen, geordnet und wie in den folgenden Absätzen beschrieben weiterverarbeitet. Ziel ist es hierbei, das in Kapitel 4.2.1 erläuterte Verhältnis von mittlerer Bauteildehnung ε_{mm} zur mittleren Stahldehnung ε_{sm} der gerissenen Bereiche in Diagrammform über alle Lastfälle darzustellen.

Zur Bestimmung von ε_{mm}

Für die Bestimmung von ε_{mm} nach Glg. (4.7a) werden die meisten Parameter direkt aus der Ausgabe aus SOFiSTiK entnommen. Einzig die Bestimmung der gerissenen bzw. ungerissenen Längen ist noch erforderlich. Die naheliegende Betrachtung, dass jene Bereiche gerissen sind, in welchen die Randzugspannung des Betons die Zugfestigkeit überschreitet, ist hier jedoch nicht ausreichend. Dies rührt daher, dass wie in Kapitel 4.2

dargestellt bei der Anwendung von Glg. (4.7a) nur jene Bereiche als gerissen angesehen werden, deren Risse über die Schwerlinie des Querschnitts verlaufen. Somit werden über die entsprechenden Ausgabedaten jene Elemente im Stütz- bzw. im Feldbereich abgezählt, welche das Kriterium einer Risstiefe größer der halben Bauteilhöhe erfüllen. Die Anzahl dieser Elemente multipliziert mit der Länge der Elemente ergibt die Gesamtlänge der gerissenen Bereiche bzw. die gerissene Länge. Die mittlere Bauteildehnung ε_{mm} wird auf die Summe aller gerissenen Bereiche bezogen und stellt somit einen konstanten über die gerissenen Bereiche des Bauteils verschmierten Rechenwert dar.

Zur Bestimmung von ε_{sm}

Die mittlere Stahldehnung im Rissbereich ε_{sm} wird nach den allgemeinen Regeln der Technik getrennt für den Stütz- und den Feldbereich bestimmt. Die wesentlichen Schritte werden wie folgt nach Zilch und Zehetmaier (2010) dargestellt. Grundsätzlich wird zwischen Einzelrisszustand und abgeschlossenem Rissbild unterschieden. Ein Einzelrisszustand liegt vor, falls am Ende der Lasteinleitungslänge gleiche Dehnungen in Beton und Stahl herrschen, d.h. die innere Verträglichkeit erfüllt ist. Liegt dieser Fall nach Abb. 4.11 vor, so ergibt sich die mittlere Stahldehnung ε_{sm} nach Glg. (4.8).

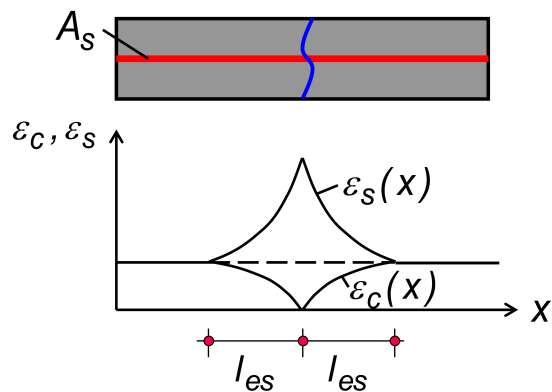


Abb. 4.11: Einzelriss

$$\varepsilon_{\text{sm,er}} = \varepsilon_{\text{c,max}} + \Delta\varepsilon_{\text{sr}} \cdot k_t \quad (4.8)$$

$$\varepsilon_{\text{sm,er}} = \frac{f_{\text{ct}}}{E_c} + \left(\varepsilon_{\text{sr}} - \frac{f_{\text{ct}}}{E_c} \right) \cdot k_t \quad (4.9)$$

mit:

$\varepsilon_{\text{sm,er}}$...	mittlere Stahldehnung im Erstriss
$\varepsilon_{\text{c,max}}$...	maximale Betondehnung im Erstriss
$\Delta\varepsilon_{\text{sr}}$...	Dehnungsunterschied ε_{sr} zu $\varepsilon_{\text{c,max}}$
k_t	...	Völligkeitsbeiwert
ε_{sr}	...	maximale Stahldehnung im Erstriss
E_c	...	E-Modul Beton
f_{ct}	...	Zugfestigkeit Beton

Ein abgeschlossenes Rissbild liegt vor, falls der Rissabstand nicht mehr groß genug ist, um über den Verbund genügend Kraft vom Stahl- in den Betonquerschnitt einzuleiten, sodass die Risskraft überschritten wird. Zur Bestimmung dieser Risskraft wird in Analogie zum zentrisch gezogenen Stab die Risskraft für den Zuggurt mit einer wirksamen Betonfläche $A_{\text{c,eff}}$ bestimmt. Die mittlere Stahldehnung für das abgeschlossene Rissbild wird nach Glg. (4.10) ermittelt, vgl. (Zilch und Zehetmaier, 2010).

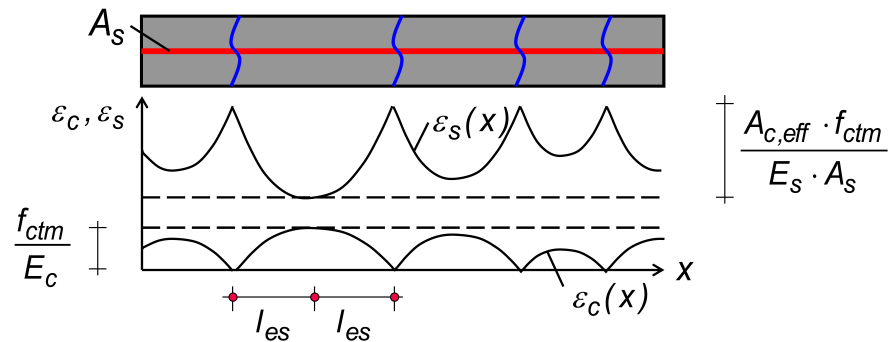


Abb. 4.12: abgeschlossenes Rissbild

$$\varepsilon_{\text{sm,abg.rb}} = \varepsilon_{\text{sr}} - (1 - k_t) \cdot \varepsilon_{\text{c,max}} \quad (4.10)$$

$$\varepsilon_{\text{sm,abg.rb}} = \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{f_{\text{ct}} \cdot A_{\text{c,eff}}}{E_s \cdot A_s} \cdot (1 - k_t) \quad (4.11)$$

mit:

$\varepsilon_{\text{sm,abg.rb}}$...	mittlere Stahldehnung im abgeschlossenem Rissbild
$\varepsilon_{\text{c,max}}$...	maximale Betondehnung im abgeschlossenem Rissbild
k_t	...	Völligkeitsbeiwert
σ_s	...	maximale Stahlspannung im abgeschlossenem Rissbild
E_s	...	E-Modul Bewehrungsstahl
f_{ct}	...	Zugfestigkeit Beton
$A_{\text{c,eff}}$...	Wirkungsbereich der Bewehrung
A_s	...	Gesamtfläche der Bewehrung

$$A_{\text{c,eff}} = b \cdot \min \begin{cases} \frac{h-x_{\text{II}}}{3}; \\ \frac{h}{2}; \\ 2,5 \cdot d_1; \end{cases} \quad (4.12)$$

mit:

$A_{\text{c,eff}}$...	Wirkungsbereich der Bewehrung
x_{II}	...	Druckzonenhöhe im Zustand II
h	...	Querschnittshöhe
b	...	Querschnittsbreite
d_1	...	Randabstand der Biegezugbewehrung

Während alle übrigen Parameter den Ausgabedaten zu entnehmen sind, ist die wirksame Betonfläche $A_{\text{c,eff}}$, welche nach Glg. (4.12) berechnet wird, abhängig von der Druckzone im Zustand II. Diese muss für jeden Lastfall nach Glg. (4.2.3) berechnet werden. Glg. (4.2.3) basiert auf der Lösung des Gleichungssystems, welches die Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen aus Glg. (4.13a) formen.

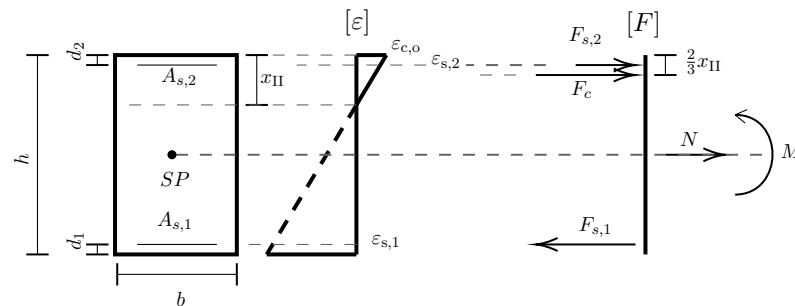


Abb. 4.13: Dehnungsebene und Kräfte zur Ermittlung von x_{II}

$$\sum F_H = 0 \quad N = F_{s1} - F_c - F_{s2} \quad (4.13a)$$

$$\sum M^S = 0 \quad M = F_{s1} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_1\right) + F_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2\right) + F_c \left(h - \frac{x_{II}}{3}\right) \quad (4.13b)$$

$$\frac{\varepsilon_{c,o}}{x_{II}} = \frac{\varepsilon_{s1}}{d - x_{II}} \quad (4.13c)$$

$$\frac{\varepsilon_{c,o}}{x_{II}} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x_{II} - d_2} \quad (4.13d)$$

$$F_{s1} = A_{s,u} \cdot \varepsilon_{s,u} \cdot E_s \quad (4.13e)$$

$$F_{s2} = A_{s,o} \cdot \varepsilon_{s,o} \cdot E_s \quad (4.13f)$$

$$F_c = \frac{1}{2} x_{II} \cdot b \cdot E_c \cdot \varepsilon_{c,o} \quad (4.13g)$$

mit:

$\varepsilon_{sm,abg,rb}$...	mittlere Stahldehnung im abgeschlossenem Rissbild
$\varepsilon_{c,max}$...	maximale Betondehnung im abgeschlossenen Rissbild
k_t	...	Völligkeitsbeiwert
σ_s	...	maximale Stahlspannung im abgeschlossenem Rissbild
E_s	...	E-Modul Bewehrungsstahl
f_{ct}	...	Zugfestigkeit Beton
$A_{c,eff}$...	Wirkungsbereich der Bewehrung
A_s	...	Gesamtfläche der Bewehrung

$$\begin{aligned} & x_{II}^3 \left[-\frac{1}{6} \cdot b \cdot E_c \right] + x_{II} \left[\mu_{ed} \cdot \frac{1}{2} \cdot b \cdot E_c \cdot h \right] \\ & + x_{II} \left[\mu_{ed} \cdot E_s \cdot (A_{s1} + A_{s2}) + A_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2\right) \cdot E_s - A_{s1} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_1\right) \cdot E_s \right] \\ & + \left[-\mu_{ed} \cdot E_s \cdot (A_{s1} \cdot d + A_{s2} \cdot d_2) - A_{s2} \cdot d_2 \cdot \left(\frac{h}{2} - d_2\right) \cdot E_s \right. \\ & \left. + A_{s1} \cdot d \cdot \left(\frac{h}{2} - d_1\right) \cdot E_s \right] = 0 \end{aligned}$$

mit:

$$\mu_{ed} \quad \dots \quad \frac{M}{N}$$

Zur Festlegung, um welches Rissbild es sich bei dem betrachteten Lastsituation handelt, wird ein Abgrenzungskriterium eingeführt. Über dieses Kriterium wird geprüft, ob die Stahldehnung am Ende der Lasteinleitungslänge noch oberhalb der mittleren Betondehnung liegt. Aufgrund des nichtlinearen Ansatzes und der damit zusammenhängenden Resttragfähigkeit des Betons wird das Kriterium mit einem rechnerischen Faktor von 2 verschärft, sodass sich Glg. (4.14) ergibt. Hierdurch wird vor allem der Übergangsbereich vom Einzelriss zum abgeschlossenem Rissbild umgangen.

$$\frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{f_{ct} \cdot A_{c,eff}}{E_s \cdot A_s} > 2 \cdot \frac{f_{ct}}{E_c} \quad (4.14)$$

mit:

$\varepsilon_{sm,abg.rb}$...	mittlere Stahldehnung im abgeschlossenem Rissbild
$\varepsilon_{c,max}$...	maximale Betondehnung im abgeschlossenem Rissbild
k_t	...	Völligkeitsbeiwert
σ_s	...	maximale Stahlspannung im abgeschlossenem Rissbild
E_s	...	E-Modul Bewehrungsstahl
f_{ct}	...	Zugfestigkeit Beton
$A_{c,eff}$...	Wirkungsbereich der Bewehrung
A_s	...	Gesamtfläche der Bewehrung
E_c	...	E Modul Beton

Ist Glg. (4.14) erfüllt, so wird für die weitere Berechnung ein abgeschlossenes Rissbild unterstellt, andererseits wird noch vom Zustand des Einzelrisses ausgegangen. Bei erstmaligem Erreichen des abgeschlossenen Rissbildes wird ein Zurückfallen in den Einzelrisszustand rechnerisch ausgeschlossen.

5 Numerische Parameterstudie

Dieses Kapitel behandelt die im Zuge dieser Arbeit durchgeführte Parameterstudie. Es wird das in Kapitel 4.1 vorgestellte FE-Berechnungsmodell verwendet. Die dargestellten Diagramme basieren auf den in Kapitel 4.2 vorgestellten Gleichungen. Im ersten Abschnitt werden einerseits die grundsätzlichen Annahmen für das Referenzbeispiel vorgestellt und andererseits alle in der Parameterstudie verwendeten Variationen aufgelistet.

Im zweiten Abschnitt wird das Bauteilverhalten unter kombinierter Beanspruchung aus Last und Zwang am Beispiel des Integacrete Benchmarks näher beleuchtet. Anschließend folgt die Darstellung der Ergebnisse der Variationen der Parameterstudie. Die Parameterstudie ist so aufgebaut, dass die einzelnen Variationsfälle stets vom Referenzbeispiel ausgehen und dann ein Eingabeparameter variiert wurde. Die einzelnen Variationsfälle sind mit einer laufenden Nummerierung (lfd Nr.) versehen und können so den variierten Parametern zugeordnet werden.

Es ist anzumerken, dass während im FE-Modell die Verformungseinwirkung nach Kapitel 4 in Form einer Temperatureinwirkung aufgebracht wird, im Folgenden die Darstellungen auf Dehnungseinwirkungen basieren. Dies ist einzig aus Gründen der Übersichtlichkeit so gewählt und hat keinen Einfluss auf die Ergebnisse. Die dargestellte Dehnung wird aus den Zusammenhängen nach Glg. (4.1) aus der aufgebrachten Temperatureinwirkung berechnet. Der Verhältniswert aus mittlerer Bauteildehnung ε_{mm} und mittlerer Stahldehnung ε_{sm} im gerissenen Bereich wird in den dargestellten Diagrammen als „ratio“ bezeichnet. Jedes Diagramm enthält zusätzlich eine Referenzlinie bei einer *ratio* von 0,5.

5.1 Referenzbeispiel

Als Referenzbeispiel für die Parameterstudie wird das in Kapitel 3.2 vereinfachte Benchmarkbeispiel der Integacrete festgelegt. Im Folgenden werden tabellarisch die für die FE-Simulation verwendeten Parameter aufgelistet.

Parameter		Wert	
Statisches System		beidseitig eingesp. -	
Betongüte		C30/37 -	
Risszugfestigkeit	f_{ctk}	2,32	N/mm ²
mittlere Zugfestigkeit	f_{ctm}	2,9	N/mm ²
Elastizitätsmodul	E_{cm}	33000	N/mm ²
Güte Bewehrungsstahl		B 550 -	
Querschn. Höhe	h	15	cm
Querschn. Breite	b	100	cm
Randabstand. Bew.	$d_1 = d_2$	34	mm
Lastbeanspruchung	$q_{quasi-st.}$	6,35/ $q_{Riss}^{1)}$	kN/m
zus. Verf. je LF	$\Delta\varepsilon_{eff}$	0,009/0,0038 ²⁾	‰
max. Verformungseinwirkung	$\varepsilon_{eff,max}$	0,55/0,19 ²⁾	‰

¹⁾ Für die Parameterstudie wird abhängig von den Querschnittswerten die Streckenlast so gewählt, dass das Bauteil unter reiner Lastbeanspruchung kurz vor der Rissbildung ist.

²⁾ Für die Parameterstudie wird die Verformungseinwirkung in 60 Lastschritten von 0 auf 0,55 ‰ und für die Nachrechnung des Benchmarkbeispiels in 50 Lastschritten bis zu einer Einwirkung von 0,19 ‰ gesteigert

Tab. 5.1: Eingangsgrößen des Referenzbeispiels im FE-Simulationsmodell

In der Parameterstudie werden zwölf Fälle betrachtet. Ziel ist hierbei, ein grundsätzliches Verständnis zum Tragverhalten und der Signifikanz verschiedener Eingangsgrößen zu gewinnen. Dies geschieht auf Basis des in Kapitel 4.2 beschriebenen Verhältnisses der mittleren Bauteildehnung zur mittleren Stahldehnung im gerissenen Bereich. In der nachfolgenden Tabelle werden die berücksichtigten Variationen aufgezählt. Die laufende Nummerierung dient hierbei zur Identifikation der Graphen in den nachfolgenden Darstellungen. Die variierten Parameter sind das statische System, der Bewehrungsgrad, die Querschnittshöhe und die aufgebrachte Beanspruchung aus Last. Über Letztere wird festgelegt ob das Bauteil bei Einsetzen der Dehnungsbehinderung bereits gerissen ist oder nicht.

lfd. Nr.	stat. System	ρ	h	Zustand bei $t = 0$	Last $g+q$
[–]	[–]	[%]	[cm]	[–]	[kN/m]
1	beid. Eingsp.	0,33	15	ungerissen	4,2
2	beid. Eingsp.	0,33	20	ungerissen	7,4
3	beid. Eingsp.	0,33	25	ungerissen	11,6
4	beid. Eingsp.	0,33	30	ungerissen	16,7
5	beid. Eingsp.	1,0	15	ungerissen	4,2
6	beid. Eingsp.	1,0	20	ungerissen	7,4
7	beid. Eingsp.	1,0	25	ungerissen	11,6
8	beid. Eingsp.	1,0	30	ungerissen	16,7
9	beid. Eingsp.	1,0	15	gerissen	7,5
10	beid. Eingsp.	0,33	25	gerissen	20
11	Einfeldträger	1,0	25	ungerissen	7,75
12	Einfeldträger	0,33	15	ungerissen	2,85

Tab. 5.2: untersuchte Fälle in der Parameterstudie

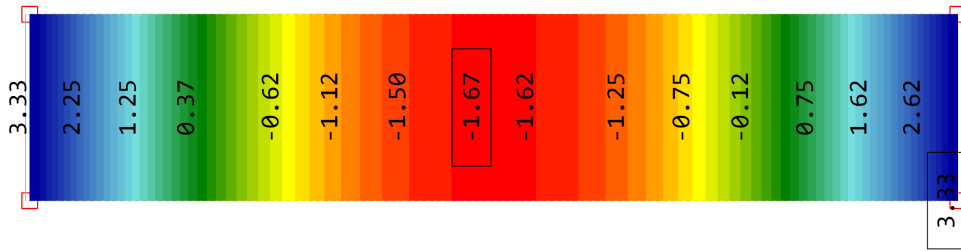
5.2 Ergebnisse Referenzbeispiel

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse aus der Simulation des in Kapitel 3.2 für die Handrechenmethoden verwendeten Beispiels mit dem in Kapitel 4.1 vorgestelltem FE-Modell dargestellt.

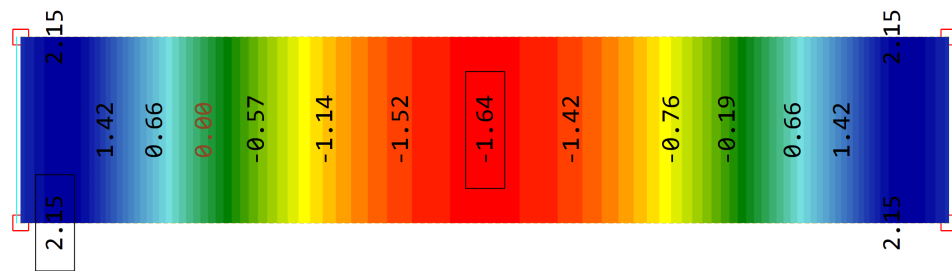
5.2.1 Reine Lastbeanspruchung

Abb. 5.2.1 zeigt die Betonrandspannungen an der Oberseite für eine reine Lastbeanspruchung. Bei linear elastischer Berechnung sind die Zugspannungen am Stützquerschnitt zufolge reiner Lastbeanspruchung unter quasi-ständiger Einwirkungskombination größer als die vorgegebene Risszugfestigkeit von $2,32 \text{ MN/m}^2$. Bei einer nichtlinearen Berechnung wird die Rissbildung abgebildet, und die maximalen Zugspannungen fallen unter die Zugfestigkeit. Die verbleibende Zugspannung im Stützbereich resultiert aus dem Tension Stiffening, dem Mitwirken des Betons zwischen den Rissen.

Im Feldquerschnitt herrscht demgegenüber ein positives Moment mit Druckspannungen an der Oberseite. Die gleichzeitig auftretenden Zugspannungen an der Unterseite sind daher betragsmäßig kleiner als die Zugfestigkeit, sodass im Feldbereich infolge der Lastbeanspruchung nicht mit Rissbildung zu rechnen ist.



(a) lineare Berechnung



(b) nichtlineare Berechnung

Abb. 5.1: Betonrandspannungen oben bei reiner Lasteinwirkung

Die Größe der verbleibenden Zugspannungen im gerissenen Bereich resultiert aus der in Kapitel 4.1 beschriebenen Arbeitslinie des Betons und der Annahme zur Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung im Einleitungsbereich der Bewehrung.

Bei der nichtlinearen Berechnung unter reiner Lastbeanspruchung weist der Referenzfall allerdings noch sehr kleine Rissöffnungen auf, bei welchen ein Großteil der Zugspannungen noch über den Beton übertragen werden kann. Dies ist an den im Vergleich zum Zustand I nur leicht erhöhten maximalen Stahldehnungen erkennbar. In diesem Zustand werden erwartungsgemäß noch keine Zwangkräfte im verformungsbehinderten Bauteil infolge einer Verschiebung der Nulllinie im gerissenen Bereich hervorgerufen.

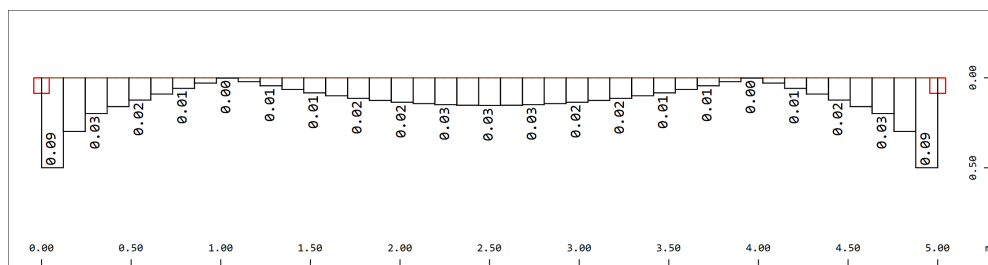
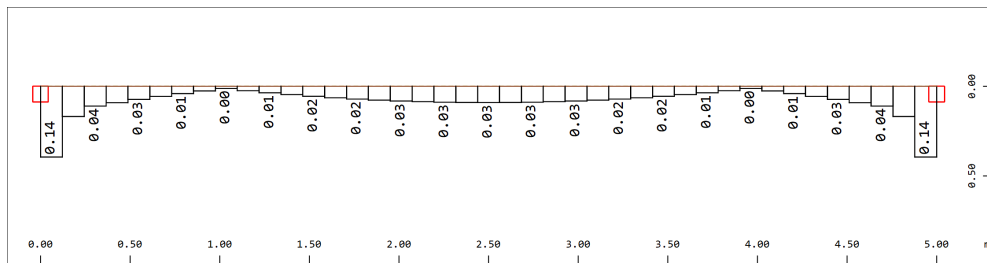


Abb. 5.2: maximale Stahldehnungen auf der Biegezugseite bei reiner Lastbeanspruchung

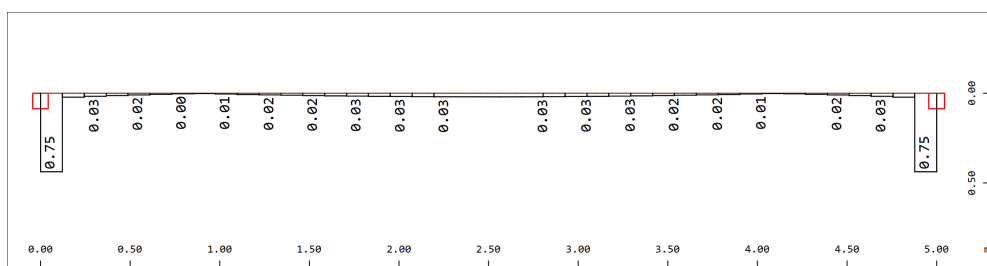
5.2.2 Rissöffnung

Im Folgenden wird anhand der ersten effektiven Rissöffnung, welche bereits bei einer aufgetragenen Verformungseinwirkung von 0,00856 ‰ auftritt, veranschaulicht, wie sich die Rissbildung auf das Bauteilverhalten auswirkt.

Ausgehend von der in Kapitel 5.2.1 dargestellten Situation der Rissöffnungsphase wird die Zugzone des Betons mit zunehmender Verformungseinwirkung zunehmend entfestigt. Bis zum Erreichen des Grenzzustandes bei einer aufgetragenen Dehnung von 0,00478 ‰ bleiben die Steifigkeitsverhältnisse weitestgehend wie im Zustand I. Wie in Abb. 5.3 erkennbar, ist die Stahldehnung in den gerissenen Elementen zwar deutlich höher als die Stahldehnung der ungerissenen Bereiche, was zweifelsohne auf einen bereits stark gestörten Verbund in der Zugzone des gerissenen Elements hinweist. Der Großteil der Kraft im Zuggurt wird jedoch weiterhin von der Betonfläche übertragen. Wird die aufgetragene Verformungseinwirkung in diesem labilen Gleichgewichtszustand weiter erhöht, sodass die Rissbreite zu groß ist, um noch Betonzugspannungen im Riss zu übertragen, so ändert sich der Bauteilzustand merklich. In den Gegenüberstellungen in Abb. 5.3 ist der deutliche Unterschied dargestellt. Während vor der effektiven Rissöffnung die maximalen Stahlzugdehnungen über das Bauteil affin zur Momentenverteilung verlaufen, ist nach der effektiven Rissöffnung eine deutliche Zunahme der Stahldehnungen in den gerissenen Bereichen zu verzeichnen, während die Dehnungen in den restlichen Elementen sogar leicht abfallen. Das Verhalten dieser Bauteilbereiche entspricht nun dem eines Stahlbetonquerschnitts im Zustand II unter Berücksichtigung des Tension Stiffening Effekts.



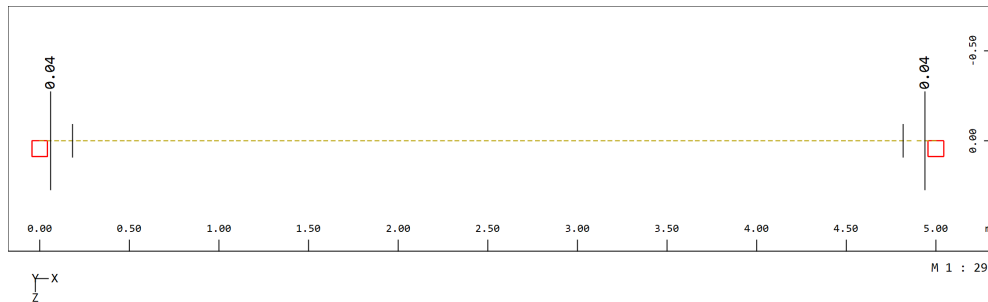
(a) vor Erreichen der kritischen Rissbreite



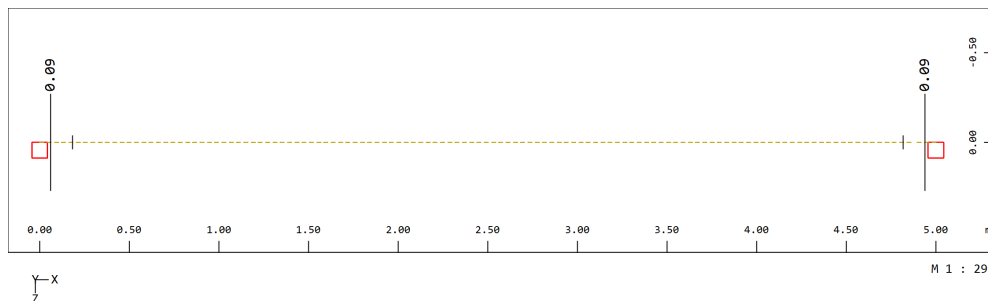
(b) nach Überschreiten der kritischen Rissbreite

Abb. 5.3: maximale Stahldehnung je Element in ‰

Im Zuge der Rissöffnung erfolgt auch, wie in Abb. 5.4 ersichtlich, eine Verlagerung der Risswurzel in Richtung der Druckzone des Querschnitts, sodass die Risstiefe über die halbe Querschnittshöhe anwächst.



(a) vor Erreichend der kritischen Rissbreite



(b) nach Überschreiten der kritischen Rissbreite

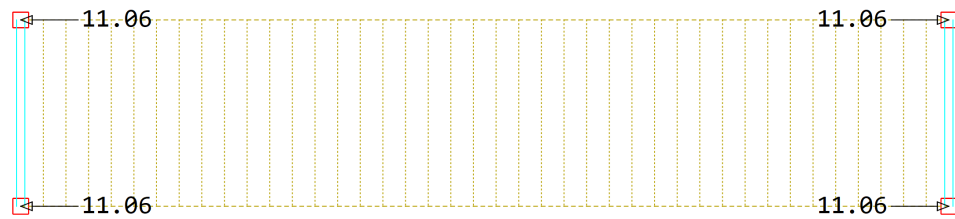
Abb. 5.4: Risstiefe von der Randfaser in das Bauteil in m

Folglich ist im Zustand nach Erreichen der kritischen Rissbreite auch die Schwereachse des Bauteils gerissen. Die auftretenden Zwangkräfte können hierbei vor Eintreten der effektiven Rissöffnung vereinfacht auf Grundlage einer elastischen Berechnung mit den Steifigkeiten im Zustand I erfasst werden. Hierbei herrscht eine annähernd volle Dehnungsbehinderung, womit sich die Zwangskraft zu

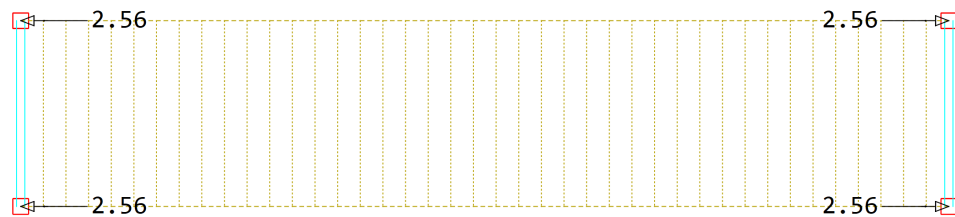
$$N_{\text{ind}} = \varepsilon_{\text{eff,vorh}} \cdot E_{\text{cm}} \cdot A_{\text{c}} = 0,00478 \cdot 33000 \cdot 0,15 = 23,6 \text{ kN}$$

ergibt.

Die über die FE-Simulation berechneten Zwangkräfte ergeben sich nach Abb. 5.5 zu 22,12 kN, was die getroffenen Annahmen bestätigt.



(a) vor Erreichen der kritischen Rissbreite



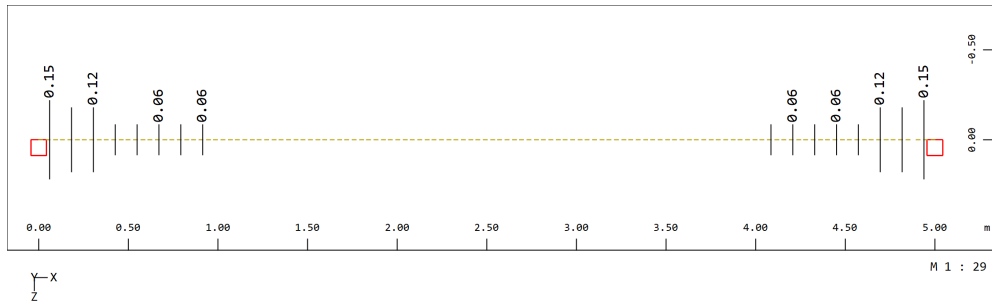
(b) nach Überschreiten der kritischen Rissbreite

Abb. 5.5: Zwangnormalkräfte im Bauteil in kN, dargestellt in Form der Lagerkräfte

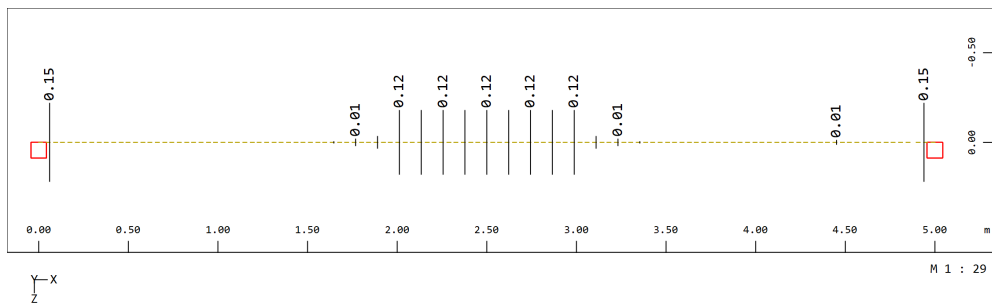
Nach der effektiven Öffnung des Risses an beiden Stützquerschnitten ist nach Abb. 5.5 ein deutlicher Abfall der Zwangnormalkraft im Bauteil auf 7,02 kN zu erkennen. Die Zwangkraft kann hier nicht mehr ohne Weiteres hergeleitet werden, da eine Großzahl von Einflussfaktoren das mechanische Verhalten bestimmen. Ab diesem Übertritt in das gerissene Bauteilverhalten müssen ingenieurmäßige Ansätze zur Erfassung der Zwangkraft herangezogen werden. Der deutliche Zwangkraftabfall steht hierbei jedoch in Zusammenhang mit einem starken Steifigkeitsabfall im Rissquerschnitt und einer deutlich erfassbaren Rissbreite.

5.2.3 Zustand bei Erreichen der vorgegebenen Verformungseinwirkung

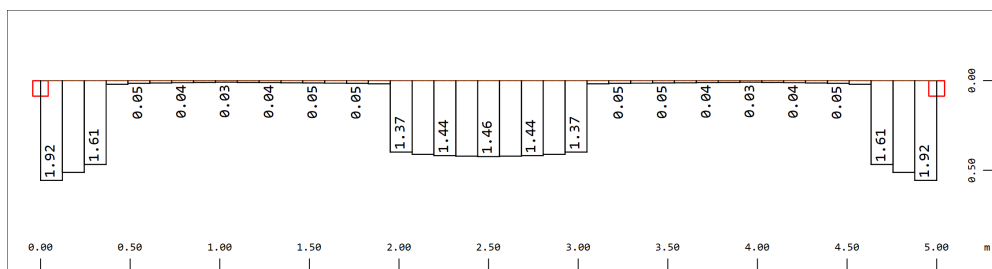
Mit Erreichen der vorgegebenen Verformungseinwirkung von 0,19‰ hat sich bereits ein ausgeprägtes Rissbild über das Bauteil eingestellt. Neben Rissen in den Stützbereichen hat sich auch im Feldbereich ein gerissener Bereich eingestellt, wie in Abb. 5.6 gut erkennbar ist.



(a) Risstiefe oben



(b) Risstiefe unten



(c) maximale Stahldehnung auf der Biegezugseite

Abb. 5.6: Bauteilzustand bei Erreichen der vorgegebenen Verformung

Die Zwangskraft in diesem Zustand ergibt sich zu 158,6 kN. Hierbei ist jedoch darauf zu achten, dass für eine Bemessung auf Zwang die maximal auftretende Zwangskraft in der Lastgeschichte berücksichtigt werden muss. Wie im folgenden Abschnitt gezeigt, tritt diese kurz vor dem Erreichen der vorgegebenen Verformungseinwirkung auf. Dies rührt daher, dass es kurz vor Erreichen der hier dargestellten Laststufe zu weiteren Rissöffnungen kommt, sodass die Zwangskraft kurzzeitig abfällt. Die maximal auftretende Zwangnormalkraft ergibt sich zu 167,2 kN.

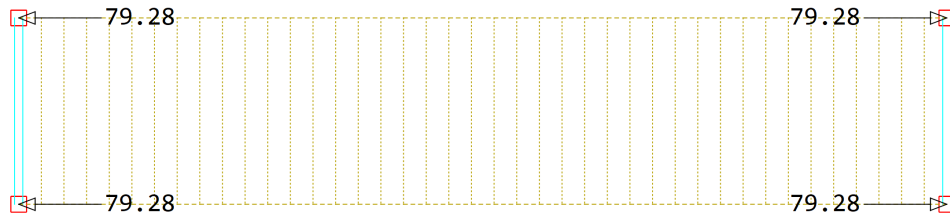


Abb. 5.7: auftretende Zwangnormalkraft bei Erreichen der vorgegebenen Verformungseinwirkung

5.2.4 Entwicklung des Systemzustandes über die Verformungsaufbringung

Kapitel 5.2.1, Kapitel 5.2.2 und Kapitel 5.2.3 betrachten diskrete Lastsituationen. In diesem Abschnitt soll die Entwicklung des Bauteilzustandes von der reinen Lastbeanspruchung über die sukzessive Verformungsaufbringung bis zum Erreichen der vorgegebenen Einwirkung von 0,19‰ und darüber hinaus betrachtet werden. Hierfür erfolgt zweckgemäß eine Unterteilung der Verformungsaufbringung in fünf Bereiche. Die Unterkapitel dieses Abschnitts basieren auf den in Abb. 5.8 bis Abb. 5.11 dargestellten grafischen Auswertungen zum Referenzbeispiel. Hierbei werden die Parameter am maßgebenden Stütz- und maßgebenden Feldquerschnitt nach Kapitel 4 aufgezeichnet.

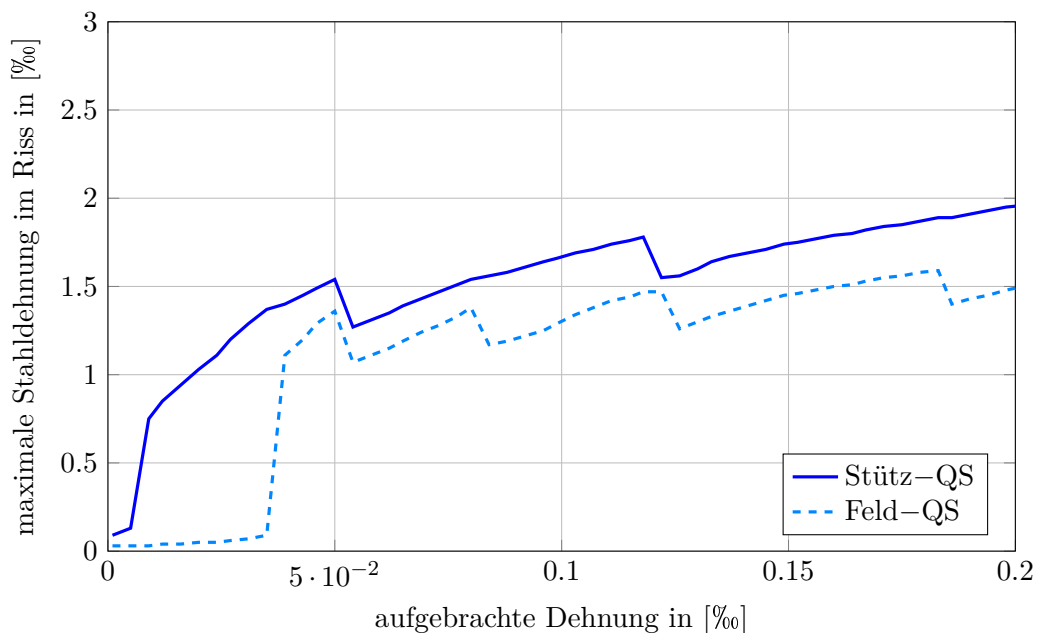


Abb. 5.8: maximale Stahldehnung im Riss

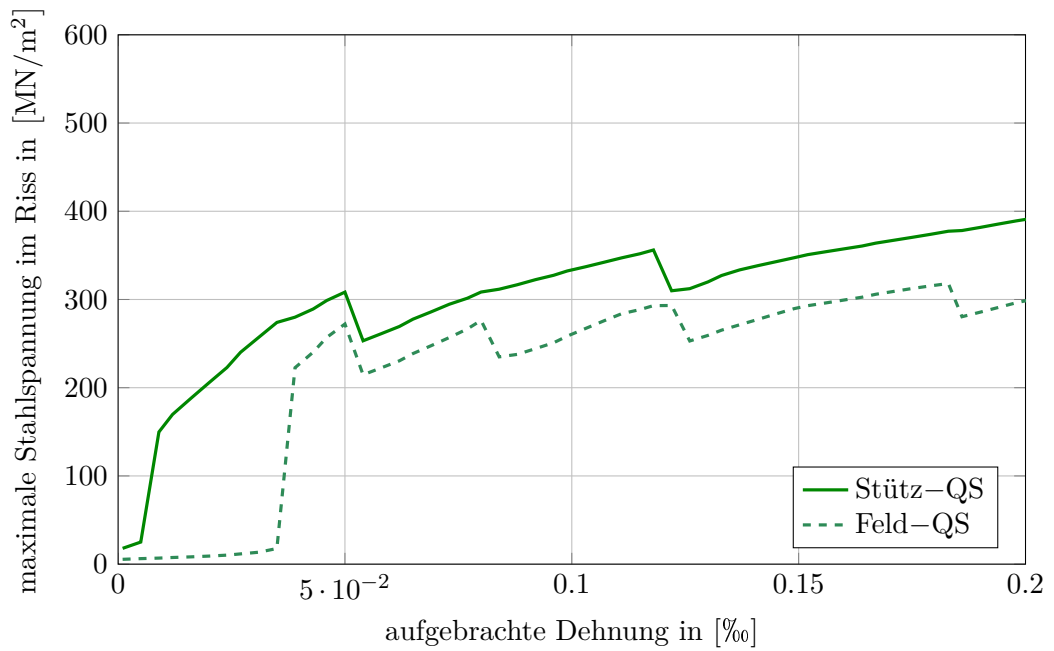


Abb. 5.9: maximale Stahlspannung im Riss

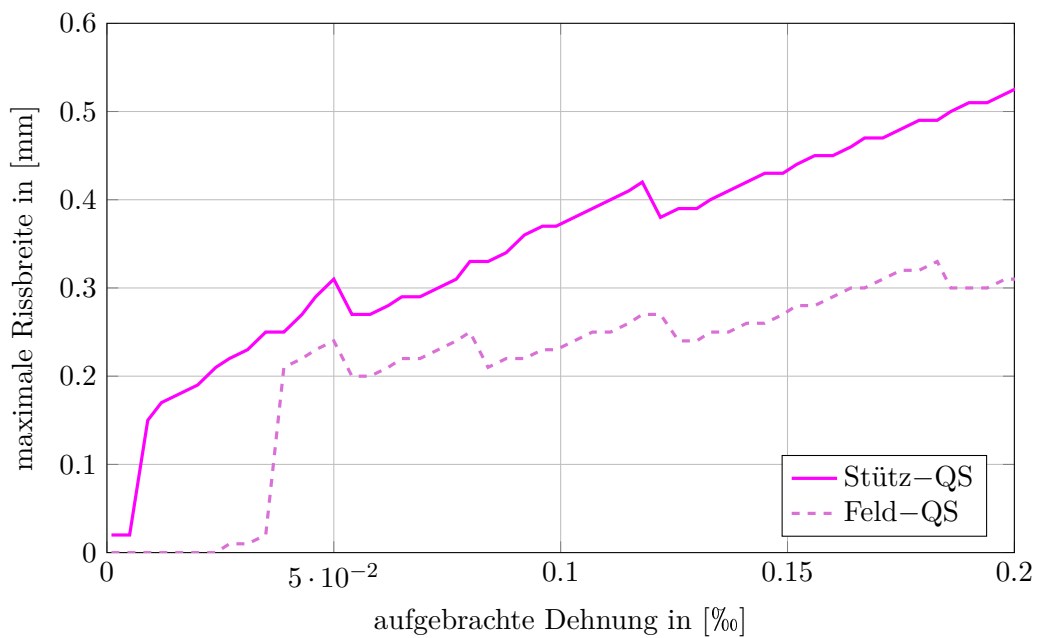


Abb. 5.10: maximale Rissbreite

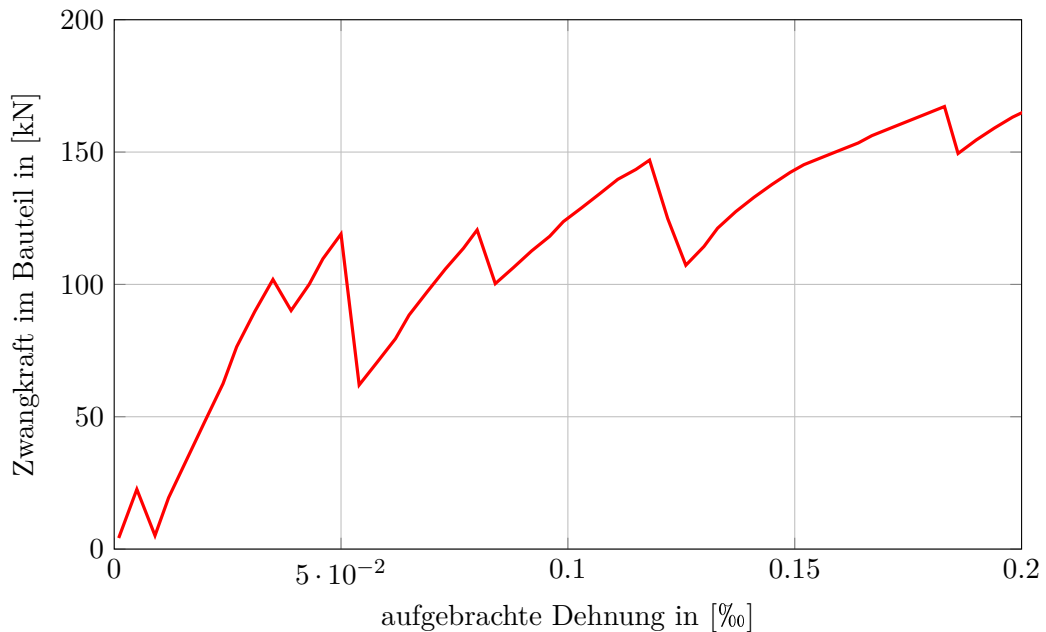


Abb. 5.11: Zwangnormalkraft im Bauteil

Zustand I

Sind aufgrund der bei der betrachteten Laststufe einwirkenden Belastung noch keine Risse zu erwarten, so befindet sich das Bauteil im Zustand I und kann über ein linear elastisches Materialgesetz beschrieben werden. In der Betonfaser auf Höhe der Bewehrung herrscht entlang des gesamten Bauteils Dehnungskompatibilität zwischen Beton und Stahl. Die Zwangkraft steigt in diesem Zustand aufgrund der annähernd vollen Behinderung abhängig von der Bauteilsteifigkeit über $N_{\text{ind}} = \varepsilon \cdot EA$ linear an. Das hier untersuchte Bauteil hat diesen Bereich bereits unter reiner Lastbeanspruchung verlassen.

Erreichen der Zugfestigkeit des Betons

Mit Überschreiten der effektiven Risszugfestigkeit der Betonrandfaser sind erste Risse zu erwarten. Im untersuchten Beispiel ist dies bereits unter reiner Lastbeanspruchung im Stützquerschnitt der Fall. Ab diesem Zeitpunkt tritt bis zum Erreichen einer kritischen Rissbreite ein Übergangszustand vom ungerissenen zum gerissenen Querschnitt auf. Wie in Kapitel 5.2.1 beschrieben, erfolgt die Kraftübertragung im Zuggurt noch weitestgehend über die Betonzugzone, jedoch ist aufgrund der bereits vorhandenen Störung des Verbundes im Wirkungsbereich der Bewehrung eine überproportionale Erhöhung der Stahlspannung zwischen den Laststufen zu verzeichnen. Die Zwangkräfte im Bauteil entwickeln sich in diesem Bereich weiterhin wie im Zustand I.

Erstrisszustand

Mit Erreichen einer kritischen Rissbreite in der Größenordnung von ca. 0,05 – 0,1 mm können keine Zugspannungen mehr über den Beton übertragen werden und der Riss öffnet sich schlagartig. Damit zusammenhängend steigt die Stahldehnung ebenso wie die Stahlspannung im Riss deutlich an. Die Zugkraft im gerissenen Element wird nun weitestgehend über die Bewehrung übertragen. Der Beton wirkt über die Zugversteifung zwischen den Rissen mit. Mit der Öffnung des Erstrisses im Stützbereich wird im Bauteil nun eine axiale Verformung hervorgerufen, welche der aufgezwungenen Verkürzung des Bauteils entgegenwirkt. Diese Entlastung äußert sich als sprunghaftes Abfallen der Zwangsnormalkraft bei derselben Laststufe, in welcher der Riss sich öffnet. Das Bauteil in diesem Zustand wird in der Literatur generell als „im Erstrisszustand“ bezeichnet, vgl. (Zilch und Zehetmaier, 2010).

Bereich der sukzessiven Rissbildung

Eine weitere Steigerung der Verformungseinwirkung hat zweierlei Folgen. Einerseits steigt die Stahldehnung im betrachteten Stützquerschnitt weiter stark an, da durch die deutlich geringere Steifigkeit im gerissenen Zustand größere Dehnungen zur Übertragung der Zwangskraft notwendig sind. Andererseits nehmen die Zwangskräfte im Bauteil deutlich zu, da die insgesamt noch sehr hohe Dehnsteifigkeit des Bauteils eine freie Verformung stark behindert. Damit nehmen auch die Spannungen im Feldquerschnitt zu, bis auch in diesem Bereich die Rissbildung einsetzt. Dabei ist ein dritter Effekt der sukzessiven Rissbildung über das Bauteil zu beobachten. Die Dehnsteifigkeit des Bauteils nimmt mit zunehmender Rissbildung nämlich so weit ab, dass die zusätzlich aufgebrachte Verformungseinwirkung je Laststufe weitestgehend als freie Verformung in den Rissen abgebaut wird. Im Umkehrschluss bedeutet dies, dass die zusätzliche Verformungseinwirkung nur mehr sehr gering behindert und somit kaum spannungswirksam wird. Dies ist an den zunehmend abflachenden Kurven zu erkennen.

Abgeschlossenes Rissbild im Bauteil oder Fließbeginn

Dieser letzte Abschnitt ist für eine praxisgerechte Bemessung von verformungsbehinderten Hochbaudecken, welche als Durchlaufträger wirken, im Allgemeinen von untergeordneter Bedeutung. Ein Fließbeginn der Bewehrung im Gebrauchszustand ist generell nicht zulässig, während die erforderliche Verformungseinwirkung, dass sich ein abgeschlossenes Rissbild über das gesamte Bauteil einstellt, üblicherweise nicht erreicht wird. Folglich ist dieser Bereich in den vorgestellten Diagrammen auch nicht enthalten, da im gegebenen Beispiel bei Erreichen der maximalen Verformungseinwirkung weder das gesamte Bauteil gerissen ist, noch der Stahl zu fließen beginnt. Würde man jedoch ausgehend von Kapitel 5.2.4 die Verformungseinwirkung weiter steigern, so können grundsätzlich zwei Szenarien eintreffen. Das erste Szenario wäre der Zustand, dass in einem Bauteilquerschnitt die Bewehrung zu fließen beginnt. Im theoretischen, linear elastisch / ideal plastischem Materialmodell für Bewehrungsstahl kann ab dieser Grenze

keine zusätzliche Kraft vom Stahl übertragen werden. Die Stahldehnung und damit die Rissbreite steigen bis zum Bruch an. In der Realität findet man auch in diesem Zustand noch ein Gleichgewicht am Querschnitt, da mit einer Zunahme des inneren Hebelarms noch immer weitere Tragreserven aktiviert werden können. Zudem weist der verwendete Bewehrungsstahl charakteristische verfestigende Eigenschaften nach Erreichen der Fließgrenze auf. Allerdings ist das Erreichen der Fließgrenze auf Gebrauchslastniveau in den gängigen Normen nicht zulässig.

Das zweite Szenario betrifft die abgeschlossene Rissbildung. Während einzelne Bereiche aufgrund der kombinierten Zug- und Biegebeanspruchung aus Zwang und Last ohne Weiteres die Merkmale eines abgeschlossenen Rissbildes aufweisen können, ist das Szenario einer Rissbildung über das gesamte Bauteil unwahrscheinlich. Mit steigender Verformungseinwirkung und Zwangnormalkraft vergrößern sich die gerissenen Bereiche zunehmend. Angefangen von Querschnitten mit größter Ausnutzung aus Lastbeanspruchung kann der gerissene Bereich letztlich bis zu den Momentennullpunkten der Biegelinie aus Last gelangen. In der theoretischen Annahme, dass es zu einer derart ausgeprägten Rissbildung kommt, befindet sich das gesamte Bauteil im gerissenen Bereich. Weitere Verformungseinwirkungen können in diesem Fall ausschließlich über weitere Öffnung der Risse bis zum Fließen des Bewehrungsstahls kompensiert werden. Das Bauteil verhält sich in diesem Bereich zunehmend wie ein zentrisch gezogener Stahlbetonstab im Zustand II.

5.3 Einfluss des statischen Systems

Der erste Aspekt der Parameterstudie betrifft das statische System. Es wird untersucht, ob und welchen Einfluss das statische System auf das Verhältnis von mittlerer Bauteildehnung und mittlerer Stahldehnung der gerissenen Bereiche nach Kapitel 4.2 hat. Hierzu werden die Ergebnisse der Variationen 11 und 12 aus Tab. 5.1 mit den als Referenzergebnisse verwendeten Variationen 1 und 7 verglichen.

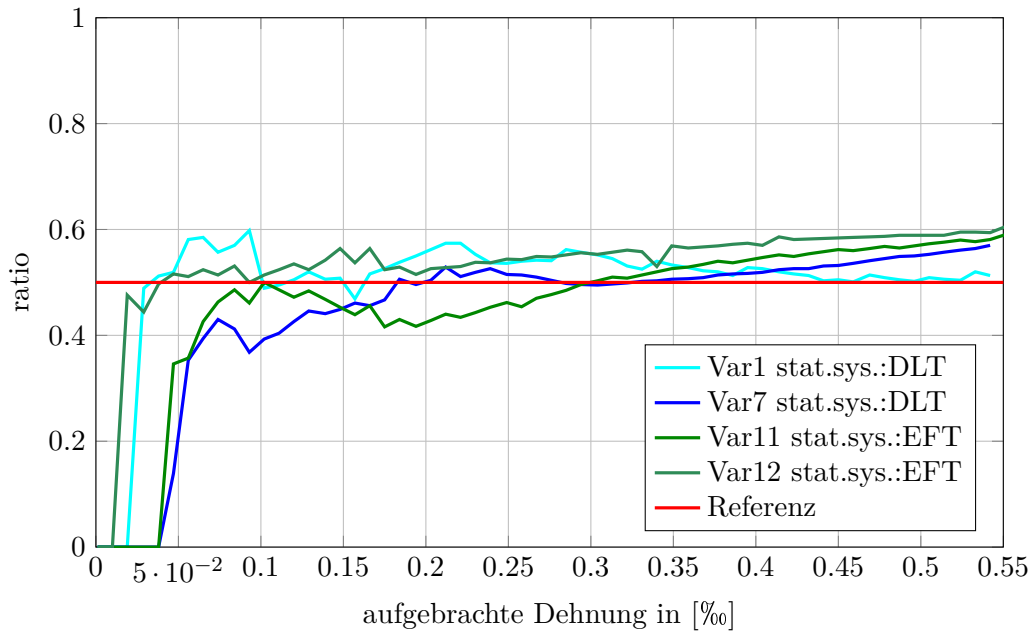


Abb. 5.12: Variation des statischen Systems

5.4 Einfluss der Biegeschlankheit

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Biegeschlankheit dargestellt. Hierbei wird die Querschnittshöhe bei gleichbleibendem Bewehrungsgrad variiert. Es werden die Querschnittshöhen nach Tab. 5.1 untersucht, wobei die Darstellung für einen Bewehrungsgrad von 0,33% erfolgt.

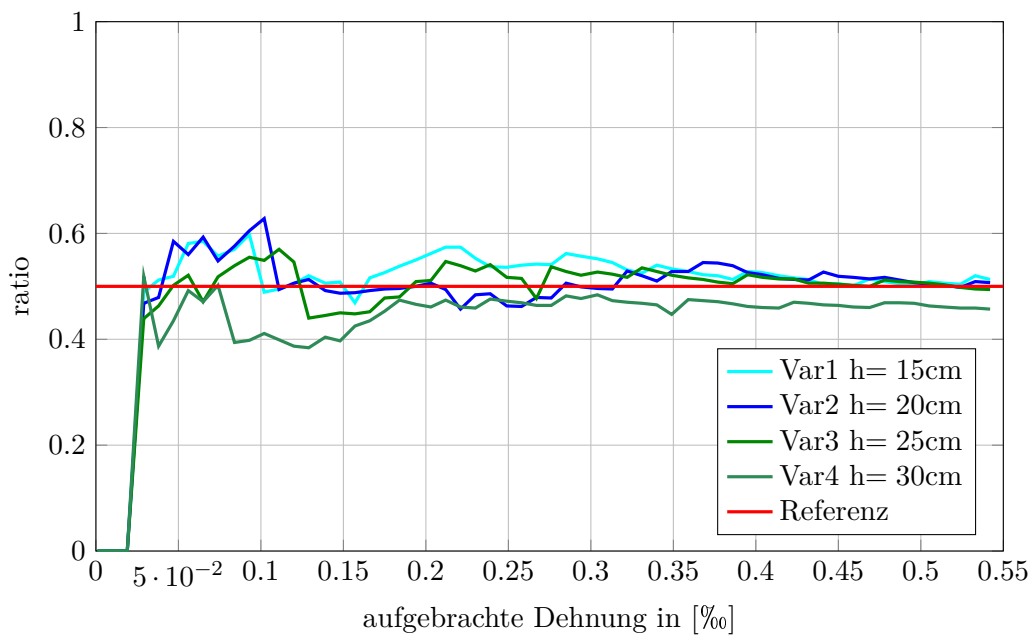


Abb. 5.13: Variation der Bauteilhöhe

5.5 Einfluss der Baugeschichte

Bei Berücksichtigung des Zwangkraftabbaus zufolge Rissbildung spielt die zeitdiskrete, bzw. vereinfacht, die ereignisorientierte Modellierung eine Rolle. Bezüglich der Rissbildung im Bauteil kann hier zwischen folgenden beiden Fällen unterschieden werden.

1. Das Stahlbetonbauteil reißt aus Lastbeanspruchung vor Einsetzen der Dehnungsbehinderung durch verformungsschlüssige Verbindungen zu angrenzenden Bauteilen.
2. Das Stahlbetonbauteil bleibt nach Aufbringen der Lastbeanspruchung im ungerissenen Zustand und reißt erst mit Einsetzen der Verformungseinwirkung.

Nachfolgend werden hierfür die beiden Variationen 9 und 10 nach Kapitel 5.1 mit den Variationen 3 und 5 verglichen.

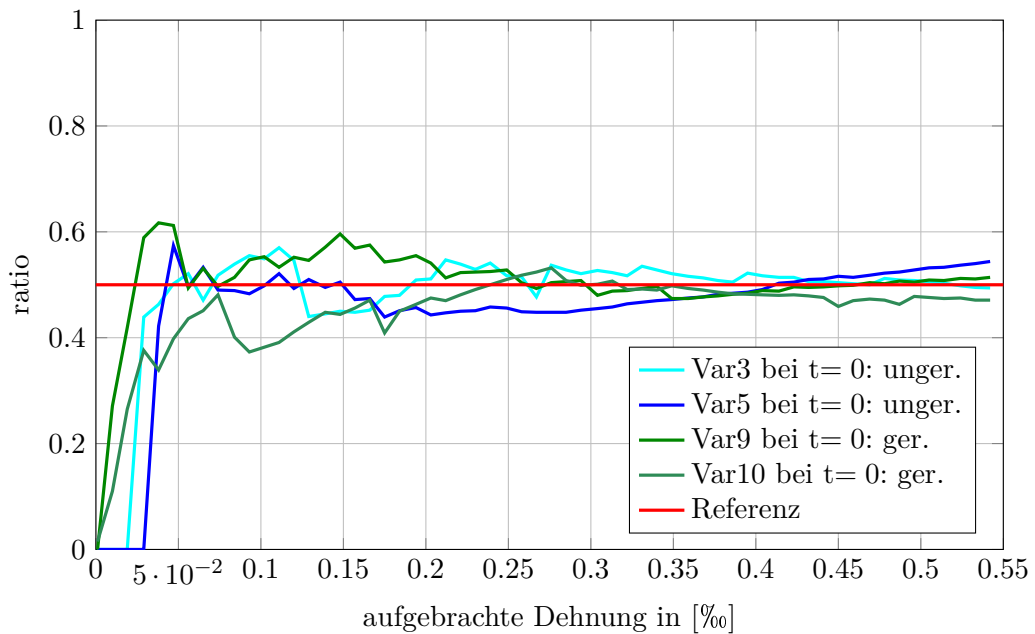


Abb. 5.14: Variation der Baugeschichte

5.6 Einfluss des Bewehrungsgrades

Zur Erfassung des Einflusses des Bewehrungsgrades wird der Bewehrungsgrad von $\rho = 0,33\%$ und $\rho = 1,0\%$ untersucht.

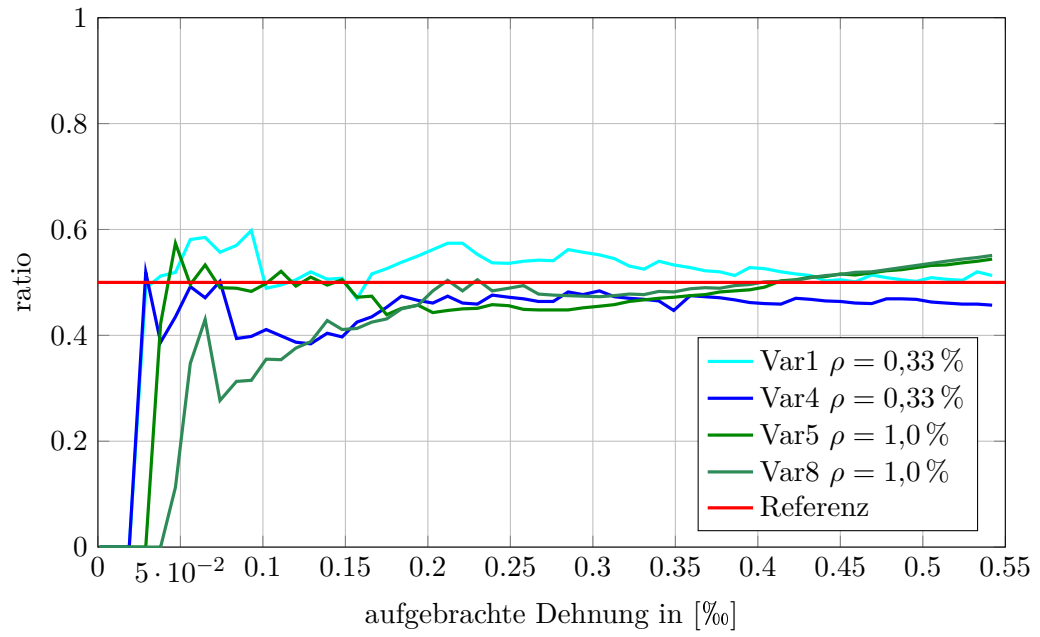


Abb. 5.15: Variation des Bewehrungsgrades

6 Diskussion

6.1 Diskussion der Ergebnisse aus den Handrechnungen und der FE-Simulation des Benchmark Beispiels

Die in Kapitel 2.3 vorgestellten und in Kapitel 3.2 angewandten Ansätze unterscheiden sich trotz ähnlicher Grundgedanken teilweise erheblich in den zugrundeliegenden Annahmen, ihren Herleitungen und den Einflussparametern. Bei Decken des üblichen Hochbaus resultieren jedoch aufgrund der in der Regel beschränkten Bandbreite der vorhandenen Schlankheiten und verwendeten Bewehrungsgrade vergleichbare Ergebnisse. Im Allgemeinen basieren alle drei Verfahren auf der in Kapitel 4.2 näher ausgeführten äußeren Verträglichkeit, welche über elastische Dehnung des Betons im Zustand I sowie über den Verformungsbeitrag der Bereiche mit Zustand II erfüllt werden muss. Während dies bei den Ansätzen nach Schlicke (2017) und Taferner, Keuser und Bergmeister (2009) offensichtlich ist, ist das entsprechende mechanische Modell bei Schnell, Albert und Dridiger (2017) im Kapitel 2.3.2 vorgestellten Interaktionsdiagramm enthalten.

Während die Unterscheidung der gerissenen und ungerissenen Bereiche auf Basis der auftretenden Zugspannungen, sowie der Verformungsbeitrag der Bauteilbereiche im Zustand I bei allen drei Modellen gleich ist, sind der Ermittlung der axialen Verformungen der gerissenen Bereiche drei grundsätzlich verschiedene Zugänge zugrunde gelegt. Während im ersten Ansatz nach Taferner, Keuser und Bergmeister (2009) eine zu den ungerissenen Bereichen analoge Betrachtung mit einer vereinfachten Annahme von konstanten Steifigkeiten im gerissenen Bereiche erfolgt, wird in Schlicke (2017) die in Kapitel 4.2 zitierte mittlere Bauteildehnung im gerissenen Bereich über die mittlere Stahldehnung betrachtet. Die realistische Berechnung der mittleren Stahldehnung im Riss ist hierbei wiederum indirekt von den Steifigkeiten im Zustand II abhängig. Schnell ermittelt den Dehnungsbeitrag der gerissenen Bereiche implizit über die numerischen Berechnungen, welche dem Interaktionsdiagramm zugrunde liegen. Bei Schlicke (2017) findet sich zusätzlich die Risskraft der Wirkungszone der Zugbewehrung als oberer Grenzwert der Zwangbeanspruchung. Diese muss jedoch ausschließlich von der Bewehrung auf der Biegezugseite aufgenommen werden. In Tab. 6.1 wurde dennoch zu Vergleichszwecken die ermittelte Zwangskraft nach Schlicke (2017) ohne obere Begrenzung durch die Risskraft von $A_{c,eff}$ in Klammer angegeben.

Die Ermittlung der erforderlichen Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten erfolgt bei Taferner, Keuser und Bergmeister (2009) und Schnell, Albert und Dridiger (2017) über die aus Last- und Zwangbeanspruchung superpositionierten Kräfte im Bewehrungsstahl. Bei Schlicke (2017) wird an dieser Stelle die Zwangbeanspruchung getrennt von der Lastbeanspruchung betrachtet.

Vergleicht man die aus den Handrechnungen erhaltenen Zwangkräfte mit den Ergebnissen der in Kapitel 5.2 durchgeführten FE-Simulation, so zeigt sich nach Tab. 6.1 eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse. Dies lässt die Schlussfolgerung zu, dass die Ansätze der äußeren Verträglichkeit auch in der Realität zu genaueren Ergebnissen bei der Quantifizierung der Zwangbeanspruchung führen.

Ansatz [-]	N_{ind} [kN]	$A_{s,\text{erf},o}$ [cm ² /m]	$A_{s,\text{erf},u}$ [cm ² /m]
konstante Steifigkeiten	198	5,8	4,3
Interaktionsdiagramm	174	5,5	3,9
verformungsbasiert	145(175)	4,0	4,0
FEM-Simulation	163	-	-
EN 1992-1-1	348	4,8	4,8

Tab. 6.1: Ergebnisse des untersuchten Beispiels zufolge unterschiedlicher Berechnungsansätze

Im untersuchten Beispiel führen die vorgestellten Ansätze zur ganzheitlichen Erfassung der Wirkung aus Last und Zwang zu keinen wesentlichen Einsparungen von Bewehrungsstahl zur Begrenzung der Rissbreiten. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, dass die alleinige Lastbeanspruchung im vorliegenden Fall noch zu keiner wesentlichen Rissbildung im Bauteil führt. Aus diesem Grund müssen neue Risse im Bauteil erzeugt werden, die aber gleichzeitig zu einem Anwachsen der erforderlichen Zwangkraft führen. Bei genauerer Betrachtung der in Kapitel 5.2 vorgestellten Untersuchungen kann jedoch eine klare Korrelation zwischen Abfall der Zwangbeanspruchung und der Öffnung von Rissen beobachtet werden. Dies steht im Einklang mit den in Kapitel 4.2 vorgestellten Überlegungen.

Weiterführend kann man also davon ausgehen, dass eine wie in Kapitel 4 geforderte mechanisch konsistente und analytisch herleitbare Lösung zur Ermittlung der Zwangkraft bei überlagerter Last- und Verformungseinwirkung auf Basis der Verformungskompatibilität durchaus von praktischer Relevanz sein kann.

6.2 Auswertung und Diskussion der Ergebnisse der Parameterstudie

Für weitere Betrachtungen soll nun die zweite in Kapitel 4.2 aufgeworfene Frage geklärt werden, inwiefern die abstrakte Rechengröße der mittleren Bauteildehnung der gerissenen Bereiche über eine bekannte Größe wie die Stahlspannung im Riss in Zusammenhang gebracht werden kann.

Betrachtet man die Ergebnisse der Parameterstudie im Verhältnis der mittleren Bauteildehnung zur mittleren Stahldehnung in den gerissenen Bereichen, so lässt sich in Abb. 6.1 deutlich erkennen, dass im praxisrelevanten Bereich das beschriebene Verhältnis generell mit 0,5 ausreichend genau erfasst wird.

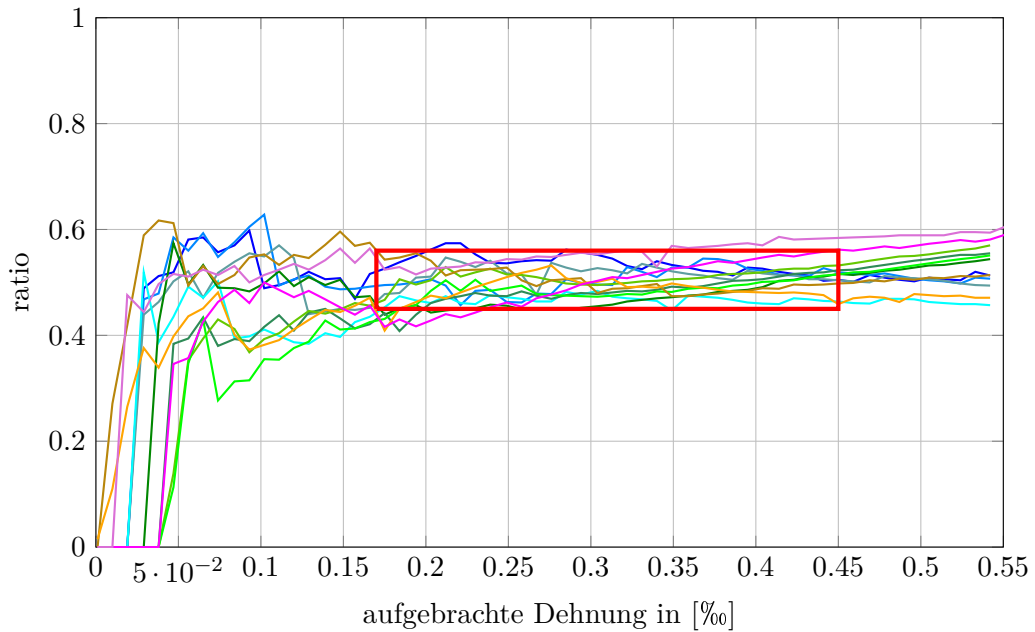


Abb. 6.1: Überblick über alle Variationen aus Kapitel 5 im für die Praxis relevanten Bereich

Wie in Kapitel 5.2 angedeutet, nähert sich die Zwangskraft zum Erzeugen von neuen Rissen zum Erreichen der Verformungskompatibilität bei sehr großen einwirkenden Verformungen an die Risskraft eines zentrisch gezogenen Stabs an. Der Einfluss einer Vorbelastung infolge der Lastbeanspruchung wird also kleiner. Gleichzeitig beteiligen sich die Bauteilbereiche mit geringerer Biegebeanspruchung in der Nähe der Momentennullpunkte zunehmend an der Verformungskompatibilität. Insgesamt steigt damit das Verhältnis zwischen mittlerer Bauteildehnung und mittlerer Stahldehnung in den gerissenen Bereichen an. Dies ist auch in den Graphen in Kapitel 5 ersichtlich. Der Effekt tritt bei stärker bewehrten Bauteilen früher auf.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Fugenlos ausgeführte Stahlbetondecken gewinnen aufgrund ihrer Vorteile bezüglich Wirtschaftlichkeit und Zuverlässigkeit stets an Bedeutung. Im Gegensatz zur traditionellen Bauweise mit ausreichender Anordnung von Bauwerksfugen kann bei fugenloser Konstruktion die Zwangbeanspruchung aus spätem Zwang nicht weiter vernachlässigt werden, da unter Umständen signifikante Verformungsbehinderungen durch Aussteifungselemente wie Bauwerkskerne auftreten. Während Zwangkräfte im Grenzzustand der Tragfähigkeit aufgrund der geringen Steifigkeiten im reinen Zustand II vernachlässigt werden können, sind sie im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit bei der Nachweisführung zu berücksichtigen.

Trotz auftretender Zwangkräfte handelt es sich bei Decken jedoch weiterhin um Biegebauteile, auf welche entsprechende Flächenlasten einwirken. Folglich muss bei der Bemessung fugenloser Hochbaudecken die überlagerte Wirkung von Last- und Verformungseinwirkung berücksichtigt werden. Hierbei sind zwei Aspekte zu betrachten. Einerseits die wirklichkeitsnahe Erfassung der Verformungseinwirkung, was in den ersten Kapiteln dieser Arbeit betrachtet wird, und andererseits die wirklichkeitsnahe Erfassung der auftretenden Zwangkraft aufgrund der kombinierten Last- und Verformungseinwirkung im Bauteil. Dieser zweite Teil wird im Kern dieser Arbeit näher behandelt. Die derzeit gültigen Normen fordern zur Abdeckung von Zwangbeanspruchungen, dass die gesamten Zwangsschnittkräfte kurz vor Auftreten erster Risse anschließend vom gerissenen Bauteilquerschnitt aufgenommen werden können. Dies führt zu Zwangkräften, welche deutlich auf der sicheren Seite liegen und in weiterer Folge mit teils stark überhöhten Bewehrungsgraden zur Begrenzung der Rissbreite einhergehen. Bei einer ganzheitlichen Erfassung von Zwang- und Lastbeanspruchung kommt es nämlich durch früher eintretende Rissbildung zufolge der Lastbeanspruchung zu deutlich geringeren Zwangbeanspruchungen aus der behinderten Verformungseinwirkung.

Zum besseren Verständnis der Thematik werden eingangs drei ausgewählte Berechnungsansätze aus der Literatur zur wirklichkeitsnahen Erfassung von überlagerten Last- und Zwangbeanspruchungen im Hochbau genauer betrachtet und mit einem Beispiel anschaulich dargestellt. Auf Basis der aus den vorgestellten Ansätzen gewonnenen Erkenntnisse wird im anschließenden Hauptteil der Arbeit die Idee einer Kompatibilitätsgleichung zur Ermittlung der auftretenden Zwangkraft näher verfolgt. Hierbei muss die aufgezwungene Längenänderung zufolge der Einwirkung gleich der Längenänderung des Bauteils sein. Während der Anteil der nicht gerissenen Bereiche aus der Elastizitätslehre mit $\Delta l = N/EA \cdot l$ ermittelt werden kann, wird zur Erfassung des Anteils der gerissenen Bauteilbereiche die rechnerische Größe der „mittleren Bauteildehnung der gerissenen Bereiche“ eingeführt. Da es sich hierbei um eine sehr abstrakte Größe handelt, wird im Zuge einer Parameterstudie der Zusammenhang zur mittleren Stahldehnung

der gerissenen Bereiche ermittelt, um hier die mittlere Bauteildehnung anschließend über die mittlere Stahldehnung ausdrücken zu können. In der hierfür durchgeführten FE-Berechnung konnten folgende Erkenntnisse gewonnen werden:

- Die Berechnung der Zwangsschnittkräfte nach den händischen Verfahren unter Berücksichtigung der Verformungskompatibilität und die FE-Berechnung führen zu vergleichbaren Ergebnissen, wobei sich bei der FE-Berechnung tendenziell geringere Zwangskräfte als bei den Handrechnungen ergeben.
- Die wirklichkeitsnahe, ganzheitliche Betrachtung der überlagerten Last- und Zwangsbelastung führt vor allem bei Platten mit einem höheren Ausnutzungsgrad zufolge der Lasteinwirkung zu Einsparungen bei der Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite.
- Die axiale Verlängerung von gerissenen Bereichen kann näherungsweise als die Hälfte der Verlängerung der Bewehrung erfasst werden.

Auf der Suche nach einem wirtschaftlichen Bemessungsverfahren auf Basis einer mechanisch konsistenten und dennoch einfach nachvollziehbaren Lösung ist der hier verfolgte Ansatz der Verformungskompatibilität sicher von großer Bedeutung. Während die im Zuge dieser Arbeit durchgeführten FE-Simulationen auf Basis eines bewusst sehr einfach und nachvollziehbar gehaltenen Modells basieren, ist eine genaue Modellierung unter Vernachlässigung der Plattentheorie und diskreter Modellierung der Bewehrung von großem Interesse.

Literatur

- Altenbach, H. (2015). *Kontinuumsmechanik: Einführung in die materialunabhängigen und materialabhängigen Gleichungen*. Springer Vieweg.
- Azenha, Miguel (2017). *Design challenge for reinforcement in a highly restrained slab*. Seminar: Design of reinforcement for RC elements under the combined effect of applied loads and restrained shrinkage.
- B 1991-1-5, ÖNORM (2012). *Nationale Festlegungen zu ÖNORM EN 1991-1-5 und nationale Ergänzungen*. Österreichisches Normungsinstitut, Wien. Ausgabe: 2012-01-01.
- Bödefeld, J. u. a. (2012). »Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten in Stahlbetonbauteilen infolge des Hydratationsprozesses - Teil 2: Neues Konzept auf Grundlage der Verformungskompatibilität«. In: *Beton- und Stahlbetonbau*. Bd. Heft 2. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, S.79–85.
- DAfStb-Heft-600 (2012). *Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2)*. Bd. Heft 600. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton.
- Eierle, B. und K. Schikora (2000). »Bodenplatten unter frühem Temperaturzwang - Rechenmodelle und Tragverhalten«. In: *Bauingenieur 75*. Bd. Heft 10. Springer-VDI-Verlag, Düsseldorf, ab S.671.
- EN 1991-1-5 (2012). *Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-5: Allgemeine Einwirkungen - Temperatureinwirkungen*. Austrian Standards Institute/Österreichisches Normungsinstitut, Wien. Ausgabe: 2012-01-01.
- EN 1992-1-1 (2015). *Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Austrian Standards Institute/Österreichisches Normungsinstitut, Wien. Ausgabe: 2015-02-15.
- Falkner, H. (1984). »Fugenloser Stahlbetonbau«. In: *Beton- und Stahlbetonbau*. Bd. Heft 7. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, S.183–188.
- Fastabend, M. (2002). »Zur ingenieurmäßigen Bestimmung des Steifigkeitsabfalls von Stahlbeton im Zustand II«. In: *Beton- und Stahlbetonbau*. Bd. Heft 8. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, S.415–420.
- Fastabend, M. u. a. (2012). »Fugenlose und fugenreduzierte Bauweise- Optimierung im Hochbau«. In: *Beton- und Stahlbetonbau*. Bd. Heft 4. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, S.225–235.

- Meier, A. (2012). »der späte Zwang als unterschätzter-aber maßgebender-Lastfall für die Bemessung«. In: *Beton- und Stahlbetonbau*. Bd. Heft 4. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, S.216–224.
- (2015). »der späte Zwang als unterschätzter-aber maßgebender-Lastfall für die Bemessung - Teil 2: Hinweise für Tragwerksplaner«. In: *Beton- und Stahlbetonbau*. Bd. Heft 3. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, S.179–190.
- Merkel, M. und A. Öchsner (2014). *Eindimensionale Finite Elemente*. Springer Vieweg.
- Müller, H. und V. Kvitsel (2002). »Kriechen und Schwinden von BEton«. In: *Beton- und Stahlbetonbau*. Bd. Heft 1. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, S.8–19.
- Röhling, S. (2009). *Zwangsspannungen infolge Hydratationswärme*. Verlag Bau + Technik, Düsseldorf.
- Röhling, S. und H. Meichsner (2018). *Rissbildung im Stahlbetonbau*. Fraunhofer IRB.
- Schlicke, D. (2014). *Mindestbewehrung für zwangbeanspruchten Beton*. Verlag der Technischen Universität Graz.
- (2017). *A new methodology for design of large and highly restrained RC elements*. Seminar: Design of reinforcement for RC elements under the combined effect of applied loads and restrained shrinkage.
- Schnell, J., A. Albert und A. Dridiger (2017). *Ressourcenschonende Reduktion von Bewehrungsstahl in Hochbaudecken*.
- SOFiSTiK (2016). *Statik / FEM*. SOFiSTiK AG, Oberschleissheim. Ausgabe: 2016.
- Taferner, J., M. Keuser und K. Bergmeister (2009). »Integrale Konstruktionen aus Beton«. In: *BetonKalender*. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, S.233–370.
- Trost, H. (1967). »Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton«. In: *Beton- und Stahlbetonbau*. Bd. Heft 10. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, S.230–238.
- Wesche, Karlhans (1973). *Über das Kriechen von Zementstein, Mörtel und Beton*. Springer.
- Zilch, K. und G. Zehetmaier (2010). *Bemessung im konstruktiven Betonbau*. Springer.