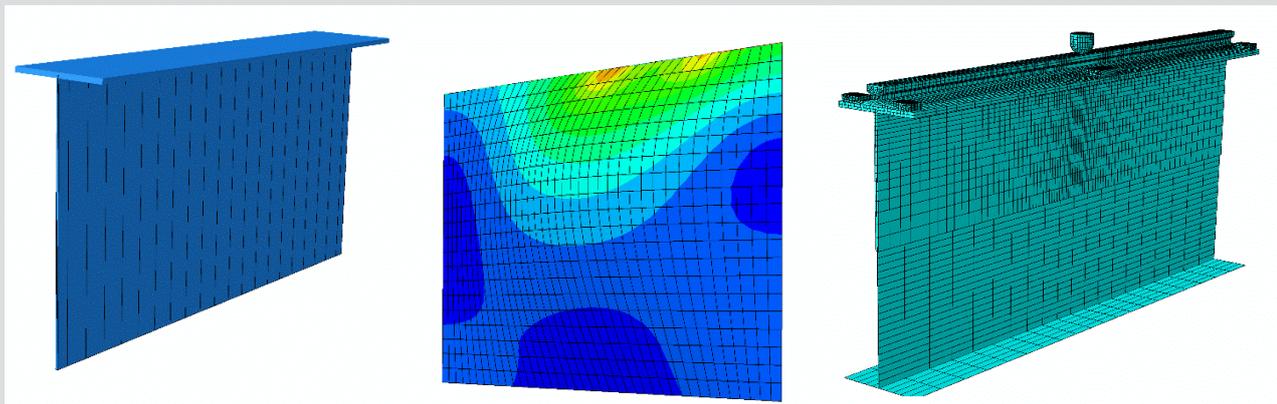


Einfluss der Überfahrt exzentrischer Radlasten auf das lokale Spannungskollektiv von Kranbahnträgern



D-5-80/2019

Telch Moritz, BSc.
Institut für Stahlbau
Technische Universität Graz

Einfluss der Überfahrt exzentrischer Radlasten auf das lokale Spannungskollektiv von Kranbahnträgern

Masterarbeit

Zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur (Dipl.-Ing.)

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften – Konstruktiver Ingenieurbau

Eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Fakultät für Bauingenieurwissenschaften – Institut für Stahlbau

Betreuer

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Harald Unterwiesing

Ass. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Markus Kettler

Verfasser

Moritz Telch, BSc

Graz, 2019

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen / Hilfsmittel benutzt habe. Unter den angeführten Quellen habe ich die wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit ident.

Statutory declaration

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources / resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.

Datum / date

Unterschrift / signature

Danksagung

Ich bedanke mich bei Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Harald Unterweger und Ass. Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Markus Kettler, dass ich am Stahlbauinstitut der Technischen Universität Graz meine Masterarbeit schreiben konnte.

Ein besonderer Dank gilt Herrn Ass. Prof.Dipl.-Ing. Dr.techn. Markus Kettler, der mich engagiert betreut hat und stets bereit war, Gespräche mit mir zu führen und dadurch wichtige Ansätze zum Entstehen dieser Masterarbeit gegeben hat.

Ebenfalls danken möchte ich meiner Familie, Freunden, Studienkollegen und der Fußballgruppe, die mich über die Jahre hinweg durch das Studium begleitet haben und stets für Freude und Motivation gesorgt haben.

Kurzfassung

Für die Ermittlung der maximalen lokalen Biegespannungen im Steg von I-Profilen infolge einer exzentrischen Radlasteinleitung stellt Eurocode EN 1993-6 eine Formel zur Verfügung. Diese Formel beinhaltet nur die maximal auftretenden Biegespannungen im Steg infolge einer exzentrischer Radlasteinleitung, unmittelbar darüber. Der Verlauf der Biegespannung aus einer Radüberfahrt kann mit dieser Formel nicht bestimmt werden. In dieser Arbeit wird der Spannungsverlauf infolge zweier exzentrischer Radlasten durch numerische Parameterstudien, aufbauend auf dem Modell nach Oxfort, analysiert und daraus ein Bemessungsvorschlag für den Ermüdungsnachweis erarbeitet.

Abstract

The current European Standard EN 1993-6 provides a formula for calculating the maximum local bending stresses in the web of I-sections as a result of eccentric wheel load introduction. This formula deals purely with the maximum occurring bending stresses in the web due to eccentric wheel load introduction, directly above the web. The curve of the bending stresses from a wheel crossing in longitudinal direction of the system can not be determined with this formula. In this work, the stress profile due to two eccentric wheel loads is analyzed by the underlying model based on studies of Oxfort. A design proposal for the fatigue check due to two eccentric wheel loads is given.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Grundlagen.....	3
2.1. Analytisches Modell nach Oxford zur Berechnung der Biegespannungen.....	3
2.2. Lasteinleitung aus Rädern von Laufkränen nach OENORM_EN_1993-6 [5].....	8
2.3. Rechenbeispiel zur Stegbiegung und Stegpressung im Steg eines I-Schweißprofils mit angeschweißter Schiene A65	10
3. Voruntersuchung.....	15
3.1. Systembeschreibung.....	15
3.2. Stegbiegespannung infolge unterschiedlicher Lasteinleitungslänge L_w	16
3.3. Parameterstudie am Referenzmodell.....	18
3.3.1. Parameterstudie für den Einfluss der Stegdicke t_w	19
3.3.2. Parameterstudie für den Einfluss der Steghöhe h_w	20
3.3.3. Parameterstudie für den Einfluss des Torsionsträgheitsmoments I_T	21
3.4. Untersuchung der minimalen Spannung σ_T, min zwischen den Spannungsspitzen ...	22
3.4.1. Ergebnisse der Untersuchung mittels FE-Analyse.....	22
4. Spannungsänderung der Lastspiele unterschiedlicher Achsabstände b.....	27
4.1. Stegbiegung infolge einer Überfahrt für Fall 1	29
4.2. Stegbiegung infolge einer Überfahrt für Fall 2	30
4.3. Stegbiegung infolge einer Überfahrt für Fall 3	33
5. Untersuchung des zutreffenden Funktionsverlaufs bei den FE-Analysen	37
5.1. Ansatz mittels Exponentialfunktion $f_2(x/a)$	37
5.1.1. Berechnungsbeispiel mit Auswertung der Exponentialfunktion f_2	40
5.1.2. Vergleich Auswertung Exponentialfunktion mit Ergebnis FE-Analyse	41
5.2. Ansatz mittels SinusHyperbolicusfunktion $f_3(x/a)$	44
5.2.1. Berechnungsbeispiel mit Ansatz der SinusHyperbolicusfunktion f_3	46
5.2.2. Vergleich Auswertung SinusHyperbolicusfunktion f_3 mit FE-Analyse	47
5.3. Ansatz mittels Tangensfunktion $f_4(x/a)$	49
5.3.1. Berechnungsbeispiel mit Ansatz der Tangensfunktion f_4	51
5.3.2. Vergleich Auswertung Tangensfunktion mit f_4 mit Ergebnis FE-Analyse	52
5.4. Zusammenfassung der Ergebnisse	54
6. Modifizierte Berechnungsmodelle.....	55
6.1. Modifiziertes Berechnungsmodell für Fall 2.....	57

6.2. Modifiziertes Berechnungsmodell für Fall 3	59
7. Parameterstudie für Variable n	63
7.1. Parameterstudie am Referenzmodell 2	64
7.2. Parameterstudie am Referenzmodell 3	65
7.3. Parameterstudie am Referenzmodell 4	67
7.4. Parameterstudie am Referenzmodell 5	69
7.5. Auswertung der Ergebnisse	70
8. Ermüdungsnachweis Kranbahnträger eines Brückenkrans mit 2 Rädern	73
8.1. Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte	73
8.2. Einstufung der Kranbahnen in Beanspruchungsklassen	74
8.3. Schadensäquivalente Spannungsschwingbreite	74
8.4. Bestimmung der zutreffenden Kerbfälle nach [9]	75
8.5. Ermüdungsnachweis für einen Kranbahnträger infolge eines Krans mit 2 Rädern....	75
8.6. Ermüdungsnachweis eines Kranbahnträgers infolge eines zweiachsigen Krans.....	76
8.6.1. Ermüdungsnachweis nach [9].....	80
8.6.2. Ermüdungsnachweis durch Erhöhung der Spannungsschwingbreite bei $b/a = 0,25$ mit vorgeschlagenem n	83
8.6.3. Ermüdungsnachweises mit Spannungsschwingbreiten bei $b/a = 0,75$ mit vorgeschlagenem n	84
8.6.4. Ermüdungsnachweis mit Spannungsschwingbreiten mit zutreffenden n	85
8.6.5. Zusammenfassung der Untersuchung.....	88
8.6.6. Schädigung D für $0 < b/a < 1$	89
9. FE-Volumenmodell.....	93
9.1. FE-Modell-Übersicht	93
9.2. Anlegeverhältnisse für FE-Volumenmodell	96
9.3. Ergebnisse der Untersuchung am FE-Volumenmodell	98
9.4. Vergleich Volumenmodell und Schalenmodell	100
9.4.1. Qualitativer Verlauf der Biegespannung σ_T	100
9.4.2. Quantitativer Vergleich der Biegespannung σ_T	101
10 Zusammenfassung, Kritik und Ausblick.....	103
Literaturverzeichnis.....	104
A Torsionsträgheitsmoment typischer Schienenprofile 12,5% Abnutzung	

1. Einleitung

Krane sind Hebezeuge und dienen im Allgemeinen dem vertikalen und horizontalen Transport schwerer Lasten. Als Fahrweg für bewegliche Krane werden Kranbahnen bzw. Kranbahnträger eingesetzt. Die Querschnitte der Kranbahnträger können als geschweißte oder gewalzte I-Profile ausgebildet werden. Für höhere Lasten und Spannweiten werden Kranbahnträger auch als geschweißte Hohlkasten-Profile ausgeführt. Die Kranbahnträger sind meist einfache statische Systeme (Ein-, oder Mehrfeldträger). Aufgrund der wiederholt auftretenden Lasten bei der Überfahrt werden Kranbahnträger im Regelfall nicht vorwiegend ruhend beansprucht. Mit zunehmender Lastwechselzahl nimmt die Beanspruchbarkeit des Werkstoffes ab und eine Notwendigkeit des Ermüdungsnachweises ist unvermeidbar.

Für die lokalen Spannungen unter einer Radlast weist der Eurocode EN 1993-6 [5] auf zwei Spannungsanteile hin. Zum einen kommt es durch die zentrisch angreifende Radlast zu einer lokalen vertikalen Druckspannung σ_{oz} im Steg (vgl. Abbildung 1.1 Mitte). Zum anderen kommt es aufgrund von Radabnutzung und Schienenexzentrizität zu einer exzentrisch einwirkenden Radlast. Beide Wirkungen gemeinsam führen zu resultierenden vertikalen Normalspannungen σ_z im Steg (Abb.1.1, links). Diese Exzentrizität führt zu einer zusätzlichen Biegespannung σ_T im Steg. (vgl. Abbildung 1.1 rechts)

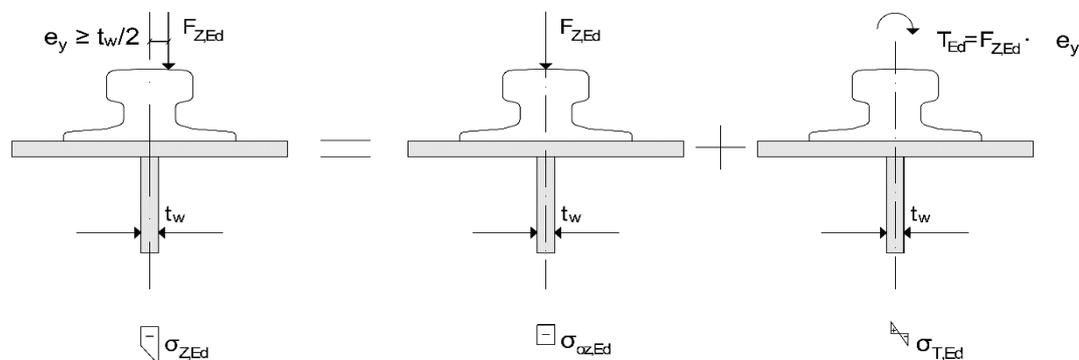


Abbildung 1.1: Gesamtwirkung im Steg aus exzentrischer Radlast (links) als Summe aus zentrischer Lasteinleitung; Mitte und exzentrischer Lasteinleitung (rechts)

Die Formeln zur Ermittlung der lokalen Spannungen unter einer Radlast für I-Profile werden im Eurocode angeführt. Mit diesen Formeln werden für die Biegewirkung nur die Maximalwerte direkt unter der Radlast, nicht aber die Spannungsverläufe in Trägerlängsrichtung aus einer Radüberfahrt bestimmt. Diese Arbeit beschäftigt sich nun mit den Biegespannungsverlauf im Steg in Trägerlängsrichtung infolge zweier exzentrischer Radlasten (Belastung infolge einer Kranbrücke) und soll einen Bemessungsvorschlag für den Ermüdungsnachweis infolge zweier exzentrischer Radlasten für I-Profile-Querschnitte erstellen.

Für die Untersuchung wurde das analytische Modell von Oxfort [1] für Kranbahnträger mit I-Profile-Querschnitte mit den Ergebnissen zahlreicher FEM-Berechnungen verglichen. Durchgeführt wurden die FEM-Berechnungen mit dem Softwarepaket Abaqus [7] Es wird dabei versucht das Verhalten der Biegespannungen im Steg infolge zweier exzentrischer Radlasten zu analysieren und einen mathematischen Ansatz für den Verlauf zu finden.

Dieser mathematische Ansatz soll das Verhalten von zwei exzentrisch angreifenden Lasten beschreiben und einen Beitrag für den Ermüdungsnachweis, durch die Spannungskollektivermittlung für einen Brückenkran mit zwei Radlasten, liefern.

2. Grundlagen

2.1. Analytisches Modell nach Oxfort zur Berechnung der Biegespannungen

Damit das Verhalten der Stegblechbiegespannung σ_T beschrieben werden kann, wird das Modell von Oxfort [1] genauer betrachtet. In Abbildung 2.1, aus [1], wird das analytische Modell des Torsionsstabes gezeigt. Der Torsionsstab setzt sich dabei aus dem Obergurt und der Schiene zusammen. Die Lagerung des Obergurtes und des Untergurtes wird dabei als seitlich unverschiebliche Lagerung angenommen. Das Stegblech wird als biegesteifer Anschluss an den Obergurt, einschließlich Kranschiene, und den Untergurt gewählt. Der Obergurt mit Schiene wird an den beiden Enden an einer Quersteife angeschweißt und ist dadurch um seine Längsachse nicht verdrehbar gelagert. Der durch das Stegblech drehelastisch gebettete Balken wird durch ein Einzeltorsionsmoment in Feldmitte zwischen zwei benachbarten Quersteifen, infolge der exzentrischen Radlast, belastet.

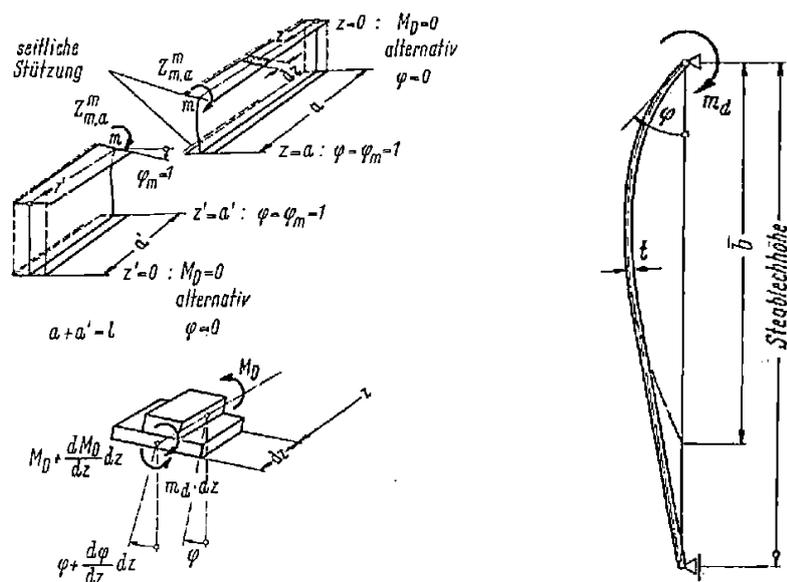


Abbildung 2.1. – Quelle: [1]: links: Übersicht analytisches Modell; rechts: Verdrehungswiderstad m_d des Stags

Das Berechnungsmodell sieht nur eine exzentrische Radlast vor. Für die Berechnung wird nun das Momenten-Gleichgewicht $\sum M_z = 0$ des Torsionschnittmomentes des Torsionsstabes M_D und des stützenden Momentes $m_d \cdot dz$ vom Stegblechrand gebildet, daraus ergibt sich:

$$-\frac{\partial M_D}{\partial z} + m_d = 0 \quad (1)$$

Darin kann m_d näherungsweise als Produkt der auftretenden Stegblechbiegesteifigkeit \overline{m}_d und der Verdrehung φ angenommen werden.

$$m_d = \overline{m}_d \cdot \varphi \quad (2)$$

Berücksichtigt man zusätzlich noch den Drillwiderstand des Stegblechstreifen von 1m, wird als erste Annahme in [1] eine reduzierte Länge \bar{b} in Rechnung gestellt. Die Behinderung der Querdehnung wird durch die Plattenbiegesteifigkeit an Stelle der Balkenbiegesteifigkeit, berücksichtigt. Daraus ergibt sich:

$$\overline{m}_d = \frac{1}{\bar{b}} 3E \frac{t^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3)$$

Für E wird der Elastizitätsmodul ($E=210000\text{N/mm}^2$) für ν die Querdehnzahl $\nu = 0,3$ sowie für t die Stegblechdicke t_w eingesetzt.

Weiters wird nun die Gleichung des Torsionsstabes Gl.(4) auf den Obergurt angewandt

$$M_D = GJ_D \frac{\partial \varphi}{\partial z} - EC_g \frac{\partial^3 \varphi}{\partial z^3} \quad (4)$$

und die erste Ableitung von Gl. (4) in Gl. (1) eingesetzt

$$EC_g \varphi'''' - GJ_D \varphi'' + \overline{m}_d \cdot \varphi = 0 \quad (5)$$

Wird die Wölbsteifigkeit vernachlässigt, ergibt sich daraus:

$$\varphi'' - \frac{\overline{m}_d}{GJ_D} \varphi = 0 \quad (6)$$

Nun wird laut vorherigen Abschnitt die Stegblechbiegesteifigkeit \overline{m}_d näherungsweise als in Trägerlängsrichtung konstant angenommen. Die Torsionssteifigkeit GJ_D des Obergurtes einschließlich Schiene wird als konstante angenommen. Auch wenn J_D aufgrund des veränderlichen Gurtquerschnittes nicht immer gleich ist oder die Verdrehung zwischen Schiene und Obergurt nicht immer gleich sind. Zur kompakteren Darstellung wird der Parameter λ eingeführt.

$$\lambda^2 = \frac{\overline{m}_d}{GJ_D} \quad (7)$$

Wird die Obergurtverdrehung durch Quersteifen verhindert (vgl. Abbildung 2.1) folgt durch den Randbedingungen:

$$z = 0; \varphi = 0 \text{ und } z = a; \varphi = 1$$

Daraus folgt die Lösung der homogenen Differentialgleichung zweiter Ordnung (6) zu:

$$\varphi = \frac{\sinh(\lambda z)}{\sinh(\lambda a)} \quad (8)$$

a ist dabei der Quersteifenabstand

Durch die erste Ableitung von Gl (8) und Einsetzen in Gl (4) ergibt sich daraus:

$$M_D = GJ_D \lambda \frac{\cosh(\lambda z)}{\sinh(\lambda a)} \quad (9)$$

Für den Fall, dass eine Drehsteifigkeit Z_m^m aufgrund einer Verdrehung von $\varphi_m = 1$ und ein Momenten-Angriffspunkt in der Mitte der Quersteifen $z=a/2$ vorliegt (vgl. Abbildung 2.1) so ergibt sich daraus:

$$Z_m^m = GJ_D \lambda 2 \coth\left(\lambda \frac{a}{2}\right) \quad (10)$$

Darauffolgend ergänzte Oxfort in [2], dass die bis dahin abgeschätzte reduzierte Länge \bar{b} nun direkt aus der Plattentheorie abgeleitet werden kann. Nimmt man an, dass eine allseitig gelenkig gelagerte Platte mit einem Randmoment m_d aus einer sinusförmigen Momentenverteilung belastet wird, dann ergibt sich daraus eine Verdrehungsverteilung laut Girkmann [3] zu: (vgl. Abbildung 2.2).

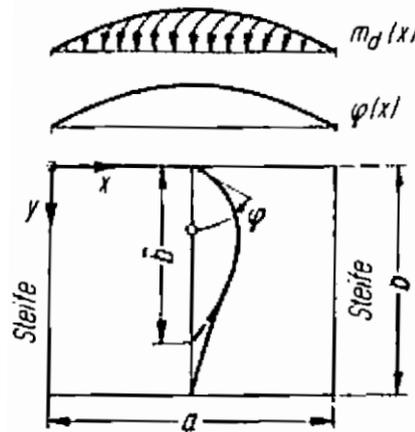


Abbildung 2.2.: Quelle: [1]: Momentenbeanspruchung und Verdrehung des oberen Stegblechrandes

$$\varphi(x) = m_d(x) \frac{12(1-\nu^2)}{2Et^3\pi} a \cdot \left[\coth\left(\frac{\pi}{a}b\right) - \frac{\frac{\pi}{a}b}{\sinh^2\left(\frac{\pi}{a}b\right)} \right] \quad (11)$$

Wird die Annahme zugrunde gelegt, dass die Verdrehung $\varphi(x)$ sinusförmig der Momentenverteilung $m_d(x)$ gleicht, ergibt sich daraus:

$$\frac{m_d(x)}{\varphi(x)} = \bar{m}_d = \frac{2Et^3\pi}{6(1-\nu^2)a} \cdot \frac{\sinh^2\left(\frac{\pi}{a}b\right)}{\sinh\left(2\frac{\pi}{a}b\right) - 2\frac{\pi}{a}b} \quad (12)$$

Zusammengefasst ergibt sich:

$$\bar{m}_d = 1,15 \frac{Et^3}{a} \cdot \frac{\sinh^2\left(\frac{\pi}{a}b\right)}{\sinh\left(2\frac{\pi}{a}b\right) - 2\frac{\pi}{a}b} \quad (13)$$

Mit der reduzierten Stegblechhöhe \bar{b} ergibt sich aus Gl. (3) und Gl. (13) zu:

$$\bar{b} = \frac{a}{4,19} \cdot \frac{\sinh\left(2\frac{\pi}{a}b\right) - 2\frac{\pi}{a}b}{\sinh^2\left(\frac{\pi}{a}b\right)} \quad (14)$$

Die Stegblechrandspannung (Biegespannung vertikal) in der Mitte zwischen den Quersteifen, infolge Gurttorsion, ergibt sich aus Gl. (12) zu:

$$\sigma_T = \frac{m_{d,m}}{1 \cdot t^2} \cdot 6 = \varphi_m \cdot \overline{m_d} \cdot \frac{6}{t^2} \quad (15)$$

Mit der Gl.(10),(13),(7) und $\varphi_m = M_D/Z_m^m$ erhält man:

$$\sigma_T = \frac{6}{t^2} \cdot M_D \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \tanh\left(\frac{\lambda}{2} a\right) \quad (16)$$

Im Eurocode [5] ist Gl. (16) mit geänderter Bezeichnung: $b = h_w$, $\sigma_{T,Ed} = \sigma_T$, $I_T = J_D$ sowie $M_D = T_{Ed}$ und $t = t_w$ enthalten:

wobei:

$$\eta = \frac{\lambda}{2} a \quad (17)$$

$$\sigma_{T,Ed} = \frac{6 \cdot T_{Ed}}{a \cdot t_w^2} \eta \cdot \tanh(\eta) \quad (18)$$

mit

$$\eta = \left[\frac{0,75 \cdot a \cdot t_w^3}{I_t} \cdot \frac{\sinh^2\left(\frac{\pi}{a} h_w\right)}{\sinh\left(2\frac{\pi}{a} h_w\right) - 2\frac{\pi}{a} h_w} \right]^{0,5} \quad (19)$$

Das Torsionsträgheitsmoment I_t darf bei einer schubstarrten Verbindung zwischen Schiene und Obergurt, als die Summe der beiden Einzeltorsionsträgheitsmomente angenommen werden nach [5]. Für das einwirkende Torsionsmoment T_{Ed} gilt $T_{Ed} = F_z \cdot e$ wobei sich die Exzentrizität e zu $e = k/4$ ergibt, wobei k die Schienenkopfbreite ist.

2.2. Lasteinleitung aus Rädern von Laufkranen nach OENORM_EN_1993-6 [5]

Durch die Radlasten von Laufkranen kommt es im Obergurt und darauffolgend auch im Bereich des Steges zu lokalen Spannungen. Diese Drucknormalspannungen werden auch als Radlastpressungen σ_{oz} bezeichnet. Die Drucknormalspannungen müssen für den Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT), als auch beim Ermüdungsnachweis, berücksichtigt werden. In Abbildung 2.3. wird der Verlauf der vertikalen Druckspannung mit dem Maximalwert $\sigma_{oz,Ed}$ im Steg beschrieben.

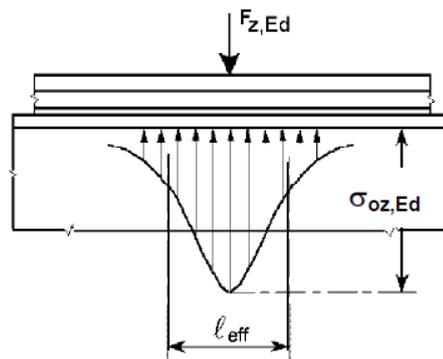


Abbildung 2.3: Quelle: [5]: σ_{oz} entspricht dem Maximalwert der tatsächlichen Spannungsverteilung

Die lokale vertikale Druckspannung σ_{oz} im Steg, infolge einer zentrischen Radlast, ergibt sich zu:

$$\sigma_{oz,Ed} = \frac{F_{z,Ed}}{l_{eff} \cdot t_w} \quad (20)$$

Für Walzprofile mit einem Ausrundungsradius r ergeben sich die Druckspannungen σ_{oz} im Steg, unmittelbar unter der Stegausrundung, zu:

$$\sigma_{oz,Ed} = \frac{F_{z,Ed}}{(l_{eff} + 2 \cdot r) \cdot t_w} \quad (21)$$

Die vertikale Druckspannung σ_{oz} darf über die Lastausbreitungslänge l_{eff} infolge einer einzelnen Radlast als gleichmäßig verteilt angenommen werden. (vgl. Abbildung 2.3) Falls am System zwei Radlasten angreifen und deren Abstand kleiner als l_{eff} ist, so sollen nach [5],

Abschnitt 5.7.1 die vertikalen Druckspannungen aus beiden Rädern überlagert werden, entspricht Gl. (22). Die effektive Lastausbreitungslänge lässt sich mit Tabelle 2.1 ermitteln.

$$\sigma_{oz,Ed,ges} = \sigma_{oz,Ed,Rad 1} + \sigma_{oz,Ed,Rad 2} \quad (22)$$

Aufgrund von Radabnutzung oder Schienenabnutzung kommt es durch exzentrischen Angriff von einer Radlast zusätzlich zu einer Stegbiegung $\sigma_{T,Ed}$. (Abb. 1.1). Der exzentrische Angriff von Radlasten darf bei dem Nachweis im Grenzzustände der Tragfähigkeit vernachlässigt werden, laut [5], Abschnitt 6.5.1. Für den Nachweis der Ermüdung ist in den Beanspruchungsklassen S₄ bis S₉ die Stegbiegung zu berücksichtigen [5], Abschnitt 9.3.3. Die Lösung für die Stegbiegung kann als Differentialgleichung beschrieben werden siehe Kap.2.1. Dabei wird der Obergurt tordiert und es kommt zu einer Verbiegung des mit dem Obergurt biegesteif verbundenen Steges. Im Folgenden wird die Formel für die Stegbiegung $\sigma_{T,Ed}$ nach Gl. (18) und (19), gemäß Kap.2.1, übernommen.

Tabelle 2.1: Quelle [5] Tabelle für die effektive Lastausbreitungslänge l_{eff} und b_{eff}

Fall	Beschreibung	Effektive Lastausbreitungslänge l_{eff}
(a)	Kranschiene schubstarr am Flansch befestigt	$l_{eff} = 3,25 [I_{rf} / t_w]^{1/3}$
(b)	Kranschiene nicht schubstarr am Flansch befestigt	$l_{eff} = 3,25 [(I_r + I_{f,eff}) / t_w]^{1/3}$
(c)	Kranschiene auf einer mind. 6mm dicken nachgiebigen Elastomerunterlage	$l_{eff} = 4,25 [(I_r + I_{f,eff}) / t_w]^{1/3}$
$I_{f,eff}$	Flächenmoment zweiten Grades um die horizontale Schwerlinie des Flansches mit der effektiven Breite b_{eff}	
I_r	Flächenmoment zweiten Grades um die horizontale Schwerlinie der Schiene	
I_{rf}	Flächenmoment zweiten Grades um die horizontale Schwerlinie des zusammengesetzten Querschnitts einschließlich der Schiene und des Flansches mit der effektiven Breite b_{eff}	
t_w	Stegdicke	
$b_{eff} = b_{fr} + h_r + t_f$ aber $b_{eff} \leq b$		
Dabei ist		
b	die Gesamtbreite des Obergurtes;	
b_{fr}	die Breite des Schienenfußes, siehe Bild 5.2;	
h_r	die Schienenhöhe, siehe Bild 5.1;	
t_f	die Flanschdicke.	
ANMERKUNG Der Verschleiß der Kranschiene wird bei der Bestimmung von I_r , I_{rf} und h_r berücksichtigt, siehe 5.6.2(2) und 5.6.2(3).		

2.3. Rechenbeispiel zur Stegbiegung und Stegpressung im Steg eines I-Schweißprofils mit angeschweißter Schiene A65

Das folgende Rechenbeispiel soll das Verhalten von Stegpressung und Stegbiegung an einem I-Profil mit angeschweißter Schiene A65 durch *eine* Radlast nach [5] beschreiben. Für eine Beanspruchungsklasse ab S_4 ist für den Ermüdungsnachweis die Stegbiegung zu berücksichtigen. Abbildung 2.4 zeigt die Abmessungen des Systems. In Tab 2.2 sind die Eingangsgrößen festgehalten.

Gegeben:

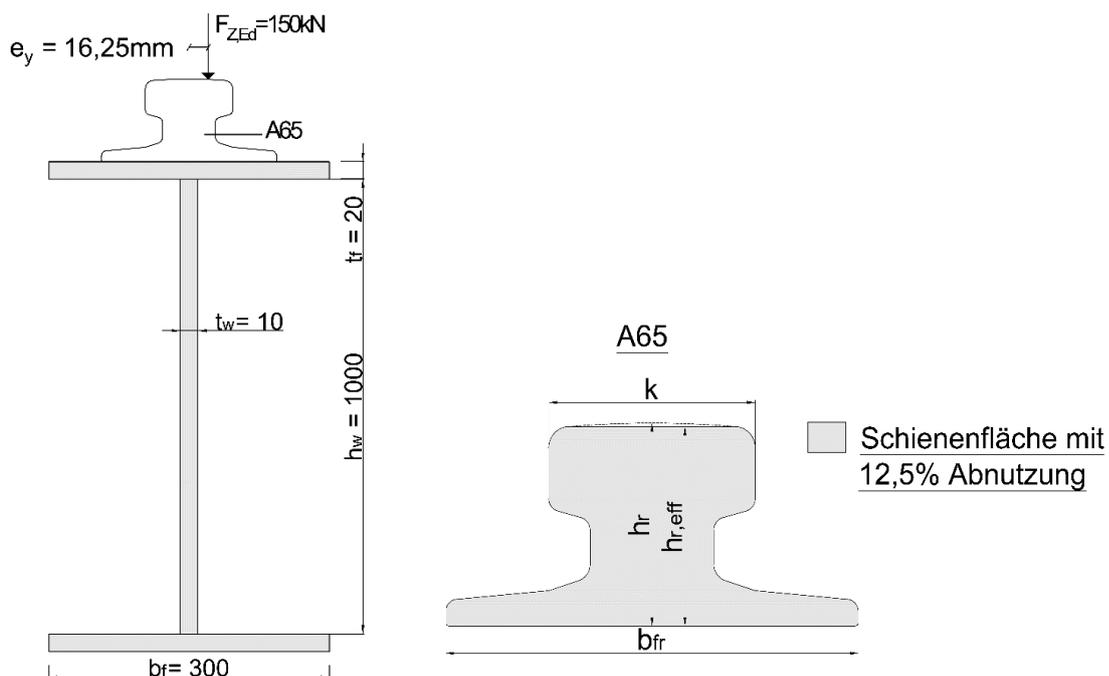


Abbildung 2.4: Querschnittsabmessung des Systems und Querschnitt der A65 Schiene

Tabelle 2.2: Eingangsgrößen des Rechenbeispiels

Beanspruchungsklasse	S4
Quersteifenabstand a	2000mm
Stegdickte t_w	10mm
Steghöhe h_w	1000mm
Torsionsträgheitsmoment I_T (Obergurt und abgenutzte Schiene) siehe Anhang A	$232 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
Flächenträgheitsmoment der abgenutzten Schiene $I_{y,r}$ aus [12]	$276,3 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
Radlast $F_{z,Ed}$	150 000 N
Exzentrizität e_y	16,25mm
Torsionsmoment T_{Ed}	$T_{Ed} = F_{z,Ed} \cdot e_y = 243,75 \cdot 10^4 \text{ Nmm}$
Breite des Schienenfußes b_{fr}	175mm
Schienenhöhe h_r	75mm
Schienenkopfbreite k	65mm
Schienenhöhe abgenutzt $h_{r,eff}$	71,2mm

Gesucht:

Lasteinleitungsspannungen im oberen Stegbereich, unmittelbar unter der Radlast, für den Ermüdungsnachweis:

1. Stegpressung

Schiene A65 mit 12,5 % Abnutzung:

$$l_{eff} = 3,25 \left[\frac{I_{rf}}{t_w} \right]^{1/3}$$

$$I_{rf} = I_{y,f,eff} + I_{y,r}$$

$$I_{y,f,eff} = \frac{b_{eff} \cdot t_f^3}{12}$$

$$b_{eff} = b_{fr} + h_{r,eff} + t_f < b_f$$

I_{rf} ... Flächenträgheitsmoment des Obergurtes inkl. Schiene

$I_{y,f,eff}$.. Flächenträgheitsmoment des Obergurtes mit effektiver Breite

$$b_{eff} = 175 + 71,2 + 20 = 266,2 < 300$$

$$I_{y,f,eff} = \frac{270 \cdot 20^3}{12} = 17,75 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_{rf} = 17,75 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 + 276,3 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 = 294,04 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$l_{eff} = 3,25 \left[\frac{294,04 \cdot 10^4}{10} \right]^{1/3} = 216,12 \text{ mm}$$

Vertikale Druckspannung $\sigma_{Oz,Ed}$

$$\sigma_{Oz,Ed} = \frac{F_{z,Ed}}{l_{eff} \cdot t_w} = \frac{150 \cdot 10^3}{216,12 \cdot 10} = 69,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

2. Stegbiegung

Torsionsmoment aus exzentrischen Radlastangriff

$$T_{Ed} = F_{z,Ed} \cdot e_y = 150 \cdot 10^3 \cdot 16,25 = 243,75 \cdot 10^4 \text{ Nmm}$$

$$\eta = \left[\frac{0,75 \cdot a \cdot t_w^3}{I_T} \cdot \frac{\sinh^2\left(\frac{\pi}{a} h_w\right)}{\sinh\left(2\frac{\pi}{a} h_w\right) - 2\frac{\pi}{a} h_w} \right]^{0,5}$$

$$\eta = \left[\frac{0,75 \cdot 2000 \cdot 10^3}{232 \cdot 10^4} \cdot \frac{\sinh^2\left(\frac{\pi}{2000} 1000\right)}{\sinh\left(2\frac{\pi}{2000} 1000\right) - 2\frac{\pi}{2000} 1000} \right]^{0,5} = 0,638$$

$$\sigma_{T,Ed} = \frac{6 \cdot T_{Ed}}{a \cdot t_w^2} \eta \cdot \tanh(\eta)$$

$$\sigma_{T,Ed} = \frac{6 \cdot 243,75 \cdot 10^4}{2000 \cdot 10^2} \cdot 0,638 \cdot \tanh(0,638) = 26,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

3. Nachweis der Spannungen

- Für den Spannungsnachweis im GZT: nur Radlastpressung

$$\sigma_{Oz,Ed} = \frac{F_{z,Ed}}{l_{eff} \cdot t_w} = 69,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

- Für den Ermüdungsnachweis: Radlastpressung und Stegbiegung

$$\sigma_{Oz,Ed,ges} = \sigma_{Oz,Ed} + \sigma_{T,Ed} = 69,4 + 26,3 = 95,7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Wird jedoch ein Kranbahnträger infolge *zwei* Radlasten belastet, so überlagern sich die Biegespannungsverläufe der beiden Einzelräder. Das kann zum einen dazu führen, dass die Spannungsspiele aus exzentrischer Radlast zum Teil kleiner sind, als die Spannungen aus den Einzelrad-Überfahrten. Bei sehr kleinen Radabständen kann dieser Effekt allerdings auch zu einer Vergrößerung der maximalen lokalen Biegespannungen $\sigma_{T,Ed}$ führen. Die nachfolgenden Untersuchungen sollen dieses Verhalten genauer beschreiben und nachvollziehen.

3. Voruntersuchung

3.1. Systembeschreibung

Damit der Einfluss der einzelnen Parameter, welche die Biegespannung im Steg beeinflussen, beschrieben werden kann, wird eine Parameterstudie durchgeführt. Dabei diene das Modell von Oxfort [1] und [2], welches zur Berechnung der Biegespannungen in Stegen von I-Profilen infolge exzentrischer Radlasteinleitung herangezogen wird, als Grundlage. Die Abbildung 3.1 zeigt das Referenzmodell (Modell 1). Der Obergurt wird als Stabelement mit einer Querschnittsabmessung von $b_f=400\text{mm}$ und $t_f=20\text{mm}$ gewählt. Der Steg mit einer Abmessung von $h_w=1000\text{mm}$ und $t_w=10\text{mm}$ wird mit Schalenelementen modelliert. Der Abstand der Quersteifen im Referenzmodell beträgt $a=2000\text{mm}$. Die exzentrische Kraft soll als Linientorsionsmoment dargestellt werden. Das einwirkende Torsionsmoment M_T von $1\text{kNm} = 1 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$ wird als gleichmäßig verteiltes Linientorsionsmoment mit der Länge $L_w=100\text{mm}$ gewählt. Der Achsabstand der beiden Räder wird mit $b=1000\text{mm}$, gewählt. Das Stegblech wird rundum gelenkig gelagert. Außerdem werden an den beiden Stegblechenden Quersteifen angebracht, d.h. die Verdrehung des Obergurtes um die x-Achse wird gesperrt. Die Stegunterkante wird als Loslager in X-Richtung dargestellt.

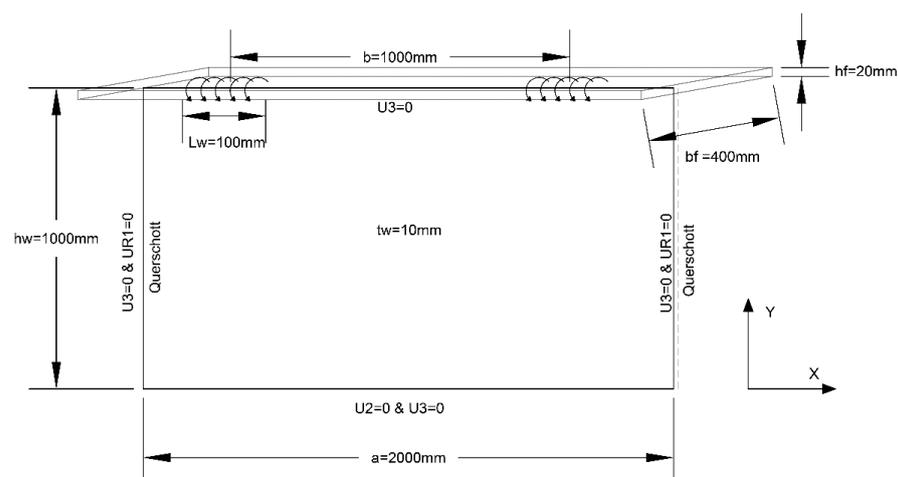


Abbildung 3.1: Referenzmodell (Modell 1) zur Beschreibung des analytischen Modells nach Oxfort [1]

3.2. Stegbiegespannung infolge unterschiedlicher Lasteinleitungslänge L_w

Um das Verhalten der Lasteinleitungslänge des Linientorsionsmomentes genauer beschreiben zu können, wird am Referenzmodell (Modell 1) die Lasteinleitungslänge L_w des Linientorsionsmomentes variiert.

Die Abbildung 3.4 zeigt den Verlauf der Biegespannung in Stegmitte bei einer Überfahrt der beiden Radlasten. Auf der X-Achse ist die Lage der 1.Achse dargestellt. Dabei werden die beiden Linientorsionsmomente mit gleichbleibendem Achsabstand von $b = 1000\text{mm}$ fortlaufend auf das Referenzmodell aufgebracht und jeweils der Wert der Biegespannung am Steg in Feldmitte abgelesen. Die Spannungen werden an der Stegoberkante abgelesen. Es ist klar ersichtlich, dass die maximale Biegespannung im Steg von der Lasteinleitungslänge abhängig ist. Diese wurde mit $L_w = 50, 100, 200$ und 500mm variiert, werden hingegen die beiden Linientorsionslasten, ausgehend von der Feldmitte, mit gleichem Abstand aufgebracht Lastfall LP2, Achsabstand $b = 1000\text{mm}$ (vgl. Abbildung 3.2 Mitte), so ist die minimale Biegespannung zwischen den Spannungsspitzen annähernd gleich. Dies lässt daraus schließen, dass für die Ermittlung der minimalen Stegbiegespannung, zwischen den Spannungsspitzen, die Länge der Lasteinleitungslänge L_w ohne Einfluss ist. Dieser Sachverhalt wird nachfolgend genauer betrachtet.

Die Abbildung 3.2 zeigt die Lastfallpositionen LP1, LP2 und LP3. Diese drei Lastfallpositionen bewirken dabei die größten bzw. kleinsten Stegbiegespannungen in Stegmitte. R1 und R2 werden als Linientorsionsmoment $M_T = 1 \cdot 10^6 \text{Nmm}$ abgebildet.

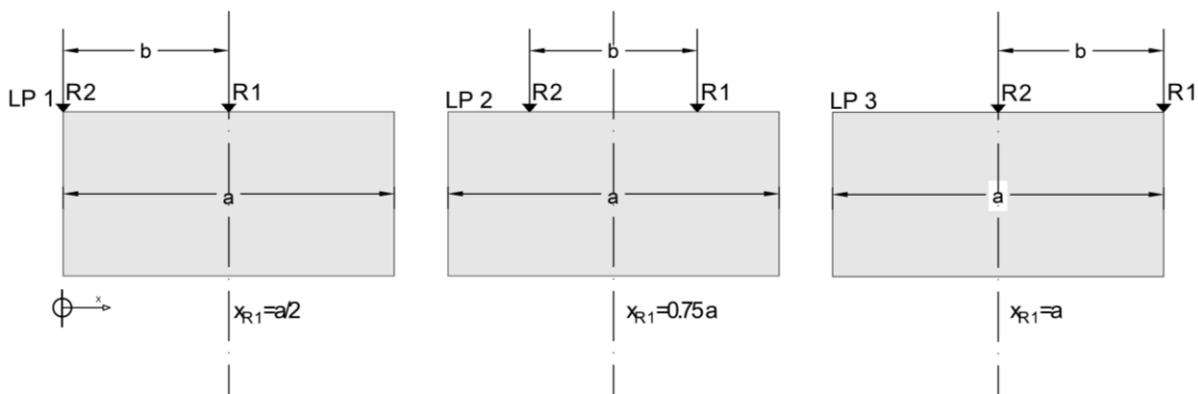


Abbildung 3.2: Lasteinleitung LP1, LP2 und LP3 am Referenzmodell (Modell 1)

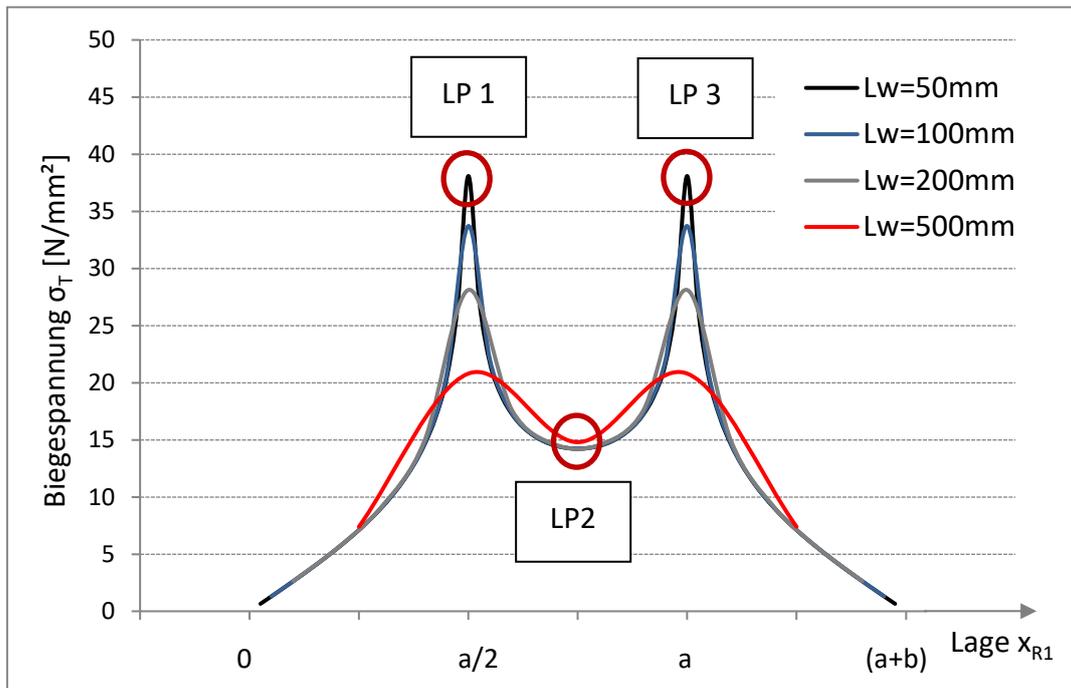


Abbildung 3.4: Stegbiegespannung in Feldmitte mit unterschiedlichen L_w bei Radlastüberfahrt

Die Abbildung 3.4 zeigt, dass sich die maximale Biegespannung durch die Lasteinleitungslänge stark verändert. Durch eine Vergrößerung der Lasteinleitungslänge wird die Stegbiegung verringert.

Für die weiteren Parameterstudien wurde eine Lasteinleitungslänge von $L_w = 100$ mm gewählt, da sie eine gewisse lastverteilende Wirkung der Schiene zulässt, aber dennoch als konservative Annahme angesehen werden kann.

3.3. Parameterstudie am Referenzmodell

Die nachfolgenden Untersuchungen sollen das Verhalten zwischen der maximalen Stegbiegespannung $\sigma_{T,Ed}$ mit der Formel (18) nach Eurocode EN1993-6 [5] für eine exzentrische Last und der FE- Analyse, ebenfalls mit einer exzentrischen Last, beschreiben und vergleichen. Die Parameterstudie wird am Referenzmodell (Modell 1) mit einer gewählten Lasteinleitungslänge von $L_w=100\text{mm}$ durchgeführt. Dabei wird jeweils ein Parameter, der die Formel (18) und (19) für lokale Biegespannung im Steg infolge exzentrischer Radlasten, beeinflusst variiert.

Das Torsionsträgheitsmoment I_T setzt sich aus dem Torsionsmoment des Flansches und der Schiene zusammen. Im Anhang A sind die zusammengesetzten Torsionsträgheitsmomente von gängigen abgenutzten Schienenprofilen (12,5% Abnutzung) festgehalten.

Für die folgende Berechnung wird davon ausgegangen, dass die Verbindung zwischen Schiene und Flansch Schubstarr ist.

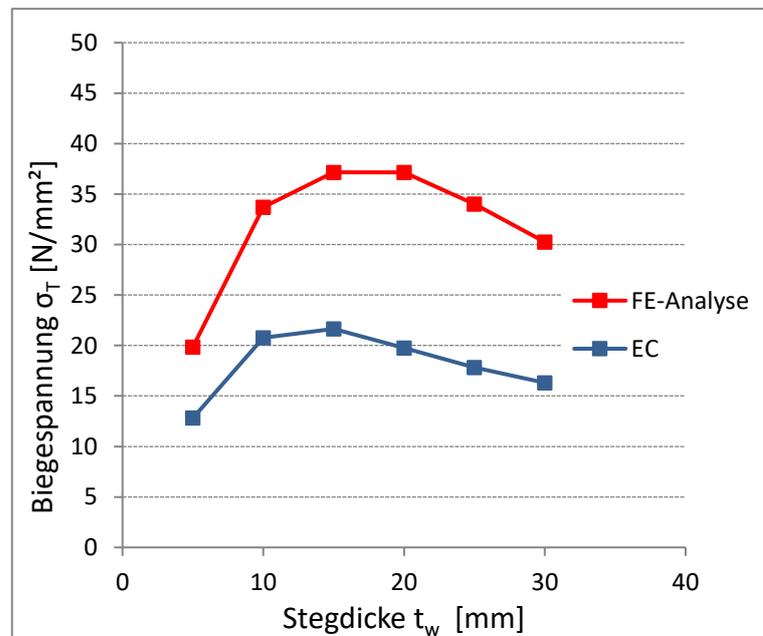
In Tabelle 3.1, 3.2 und 3.3. werden die Eingangsgrößen, sowie die Ergebnisse der Studie festgehalten. Die Stegbiegespannung $\sigma_{T,Ed,EC}$ ergibt sich aus den Gleichungen (18) und (19), siehe Abschnitt 2.1. Das Ergebnis der Stegbiegespannung am Referenzmodell (Modell 1) mit Abaqus wird mit $\sigma_{T,Ed,FE}$ bezeichnet.

Alle Ergebnisse gelten für den Lastfall LP 1 (s. Abb. 3.2)

Die Abbildungen 3.5 sowie 3.6 und 3.7 zeigen den Verlauf der maximal auftretenden Biegespannungen im Steg durch die Veränderung von Stegdicke t_w , Steghöhe h_w und Torsionsträgheitsmoment I_T . Die Norm-Berechnungsergebnisse [5] zufolge einer exzentrischen Radlast werden in blau dargestellt, die Ergebnisse der FE- Analyse in rot .

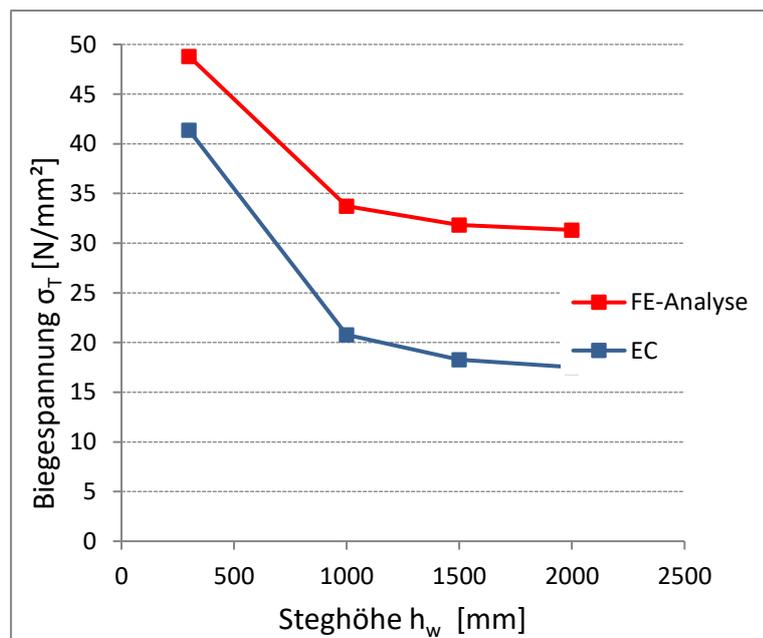
3.3.1. Parameterstudie für den Einfluss der Stegdicke t_w Tabelle 3.1: Eingangsgrößen für die Parameterstudie für t_w

LP1	Referenzmodell1	Modell 1	Modell 2	Modell 3	Modell 4	Modell 5
M_T [Nmm]	$1 \cdot 10^6$					
a [mm]	2000	2000	2000	2000	2000	2000
h_w [mm]	1000	1000	1000	1000	1000	1000
t_w [mm]	10	5	15	20	25	30
I_T [mm ⁴]	$106,67 \cdot 10^4$					
b_f [mm]	400	400	400	400	400	400
t_f [mm]	20	20	20	20	20	20
$\sigma_{T,ED,EC}$ [N/mm ²]	20,8	12,8	21,7	19,8	17,8	16,3
$\sigma_{T,ED,FE}$ [N/mm ²]	33,7	19,9	37,2	37,1	34,0	30,3

Abbildung 3.5: Einfluss der Stegdicke t_w auf die maximale Biegespannung im Steg

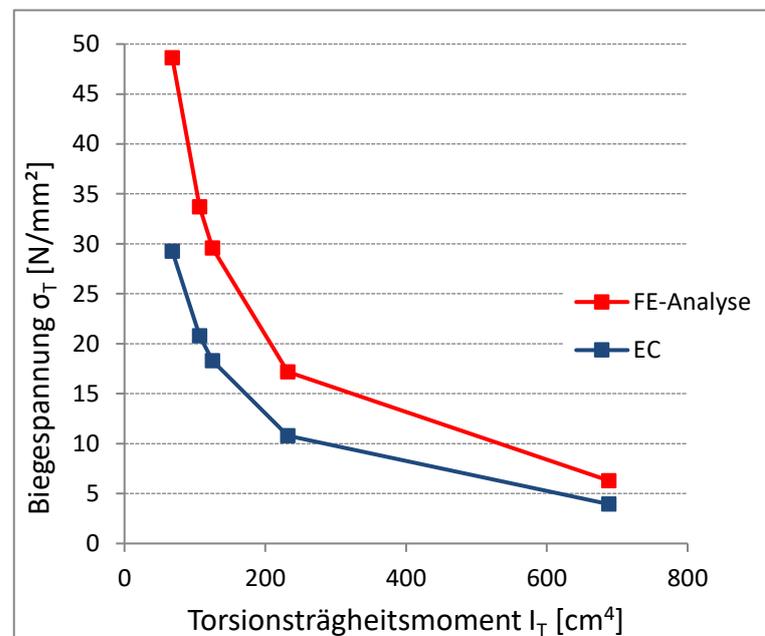
3.3.2. Parameterstudie für den Einfluss der Steghöhe h_w Tabelle 3.2: Eingangsgrößen für die Parameterstudie von h_w

LP1	Referenzmodell1	Modell 1	Modell 2	Modell 3
M_T [Nmm]	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$
a [mm]	2000	2000	2000	2000
h_w [mm]	1000	300	1500	2000
t_w [mm]	10	10	10	10
I_T [mm ⁴]	$106,67 \cdot 10^4$	$106,67 \cdot 10^4$	$106,67 \cdot 10^4$	$106,67 \cdot 10^4$
b_f [mm]	400	400	400	400
t_f [mm]	20	20	20	20
$\sigma_{T,ED,EC}$ [N/mm ²]	20,8	41,4	18,3	17,5
$\sigma_{T,ED,FEM}$ [N/mm ²]	33,7	48,8	31,8	31,3

Abbildung 3.6: Einfluss der Steghöhe h_w auf die maximale Biegespannungen im Steg

3.3.3. Parameterstudie für den Einfluss des Torsionsträgheitsmoments I_T Tabelle 3.3: Eingangsgrößen für die Parameterstudie von I_T

LP1	Referenzmodell1	Modell 1	Modell 2	Modell 3	Modell 4
M_T [Nmm]	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$
a [mm]	2000	2000	2000	2000	2000
h_w [mm]	1000	1000	1000	1000	1000
t_w [mm]	10	10	10	10	10
I_T [mm ⁴]	$106,67 \cdot 10^4$	$68 \cdot 10^4$	$125 \cdot 10^4$	$232 \cdot 10^4$	$688 \cdot 10^4$
b_f [mm]	400	400	400	400	400
t_f [mm]	20	17,21	21,06	25,91	37,23
$\sigma_{T,ED,EC}$ [N/mm ²]	20,8	29,3	18,3	10,8	3,9
$\sigma_{T,ED,FEM}$ [N/mm ²]	33,7	48,6	29,6	17,2	6,3

Abbildung 3.7: Einfluss des Torsionsträgheitsmomentes I_T auf die maximale Biegespannung im Steg

Die durchgeführten Parameterstudien zeigen, dass die Spannungsverläufe zwischen dem Eurocode-Modell und der FE-Analyse bei Variation der untersuchten Parameter annähernd synchron verlaufen. Das Referenzmodell kann den qualitativen Verlauf der Biegespannung im Steg ausreichend genau beschreiben. Der quantitative Wert der maximal auftretenden Biegespannung kann aufgrund der unbekannteten Lasteinleitungslänge nur unzureichend genau beschrieben werden. Außerdem basiert das Modell im Eurocode [5] auf einigen Näherungen. Unter anderem auf der Annahme eines sinusförmigen Verlaufes der Verdrehung nach [2].

3.4. Untersuchung der minimalen Spannung

$\sigma_{T,min}$ zwischen den Spannungsspitzen

Die nachfolgende Untersuchung soll den absoluten Wert der minimalen Biegespannung im Steg σ_{min} zwischen den Spannungsspitzen bei unmittelbarer Radlastüberfahrt beschreiben. Am Referenzmodell (Modell 1) werden die beiden Linientorsionsmomente R1 und R2 mit $L_w=100\text{mm}$ und einen Achsabstand von $b=1000\text{mm}$ aufgebracht. Fortlaufend werden die beiden Linientorsionslasten über die x-Achse des Modells aufgebracht und jeweils die Biegespannung in Feldmitte abgelesen. Der Quersteifenabstand a beträgt $a=2000\text{mm}$

In Abbildung 3.8 soll das Verhalten anschaulicher gemacht werden. Die Abbildung zeigt das Verhalten für unterschiedliche Lastpositionen LP.

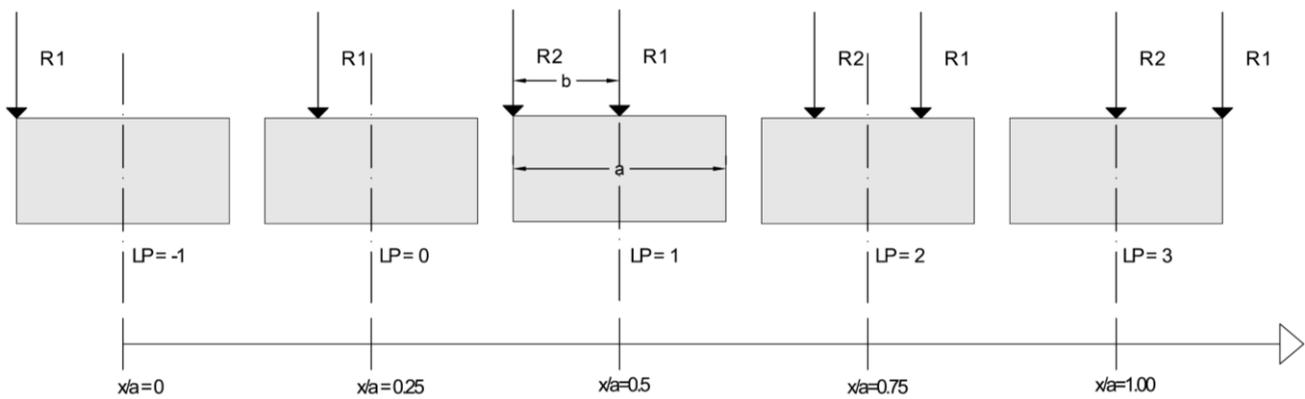


Abbildung 3.8: unterschiedliche Lastpositionen am Referenzmodell (Modell 1)

3.4.1. Ergebnisse der Untersuchung mittels FE-Analyse

Die nachfolgenden Abbildungen 3.10, 3.11 und 3.12 zeigen den Verlauf der Biegespannungen im Steg in Feldmitte an der Stegoberkante am Referenzmodell (Modell 1) bei Radlastüberfahrt ($R1 + R2$), auf Basis der FE-Analyse. Die Torsionslasten werden fortlaufend, wie in Abbildung 3.8 ersichtlich ist, aufgebracht und jeweils die Biegespannung in Feldmitte abgelesen und dargestellt. Um den Einfluss der einzelnen Parameter auf die Größe der Stegbiegespannung zu erhalten, wurden die einzelnen Parameter, welche laut Formeln (18) die Biegespannung im Steg beschreiben, variiert. Diese sind: die Stegbreite t_w , die Steghöhe h_w und das zusammengesetzte Torsionsträgheitsmoment I_T aus Schiene und Obergurt. Die Ergebnisverläufe werden in Abbildung 3.10, 3.11 und 3.12 dargestellt.

Abbildung 3.12. zeigt den Verlauf, in Abhängigkeit unterschiedlicher Torsionsträgheitsmomente gängiger abgenutzter Schienenprofilen, siehe Anhang (A). Dabei wurde am Referenzmodell (Modell 1) die Flanschbreite b_f konstant gehalten $b_f=400\text{mm}$ und die Flanschhöhe h_f variiert, um das entsprechende I_T aus Anhang (A) zu erhalten, mit Formel (23).

$$I_T = \frac{h_f \cdot b_f^3}{3} \quad (23)$$

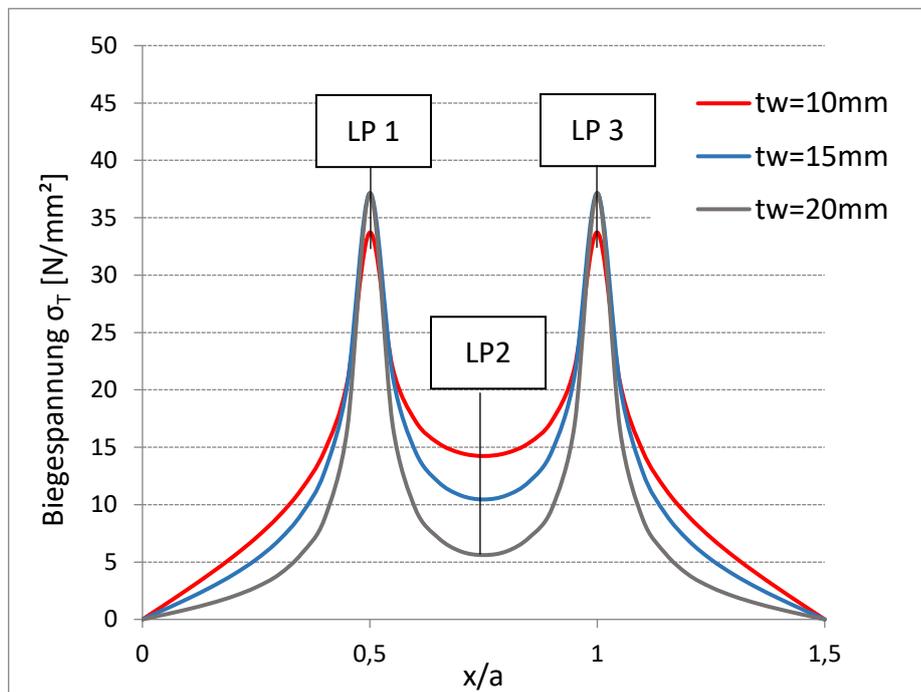


Abbildung 3.10: Biegespannung im Steg in Feldmitte infolge Radlastüberfahrt. Variation unterschiedlicher t_w

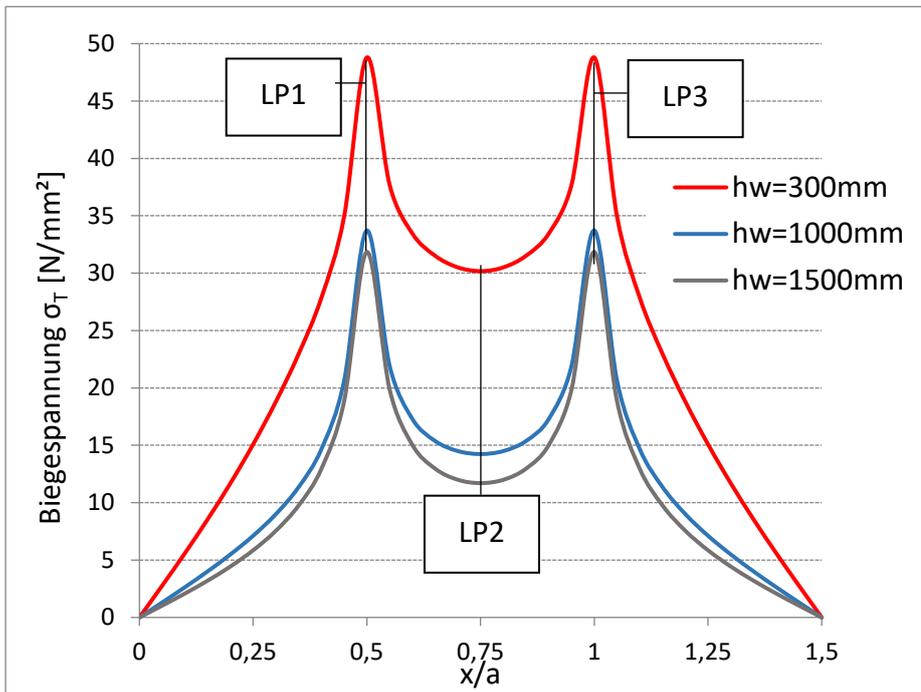


Abbildung 3.11: Biegespannung im Steg in Feldmitte infolge Radlastüberfahrt, Variation unterschiedlicher h_w

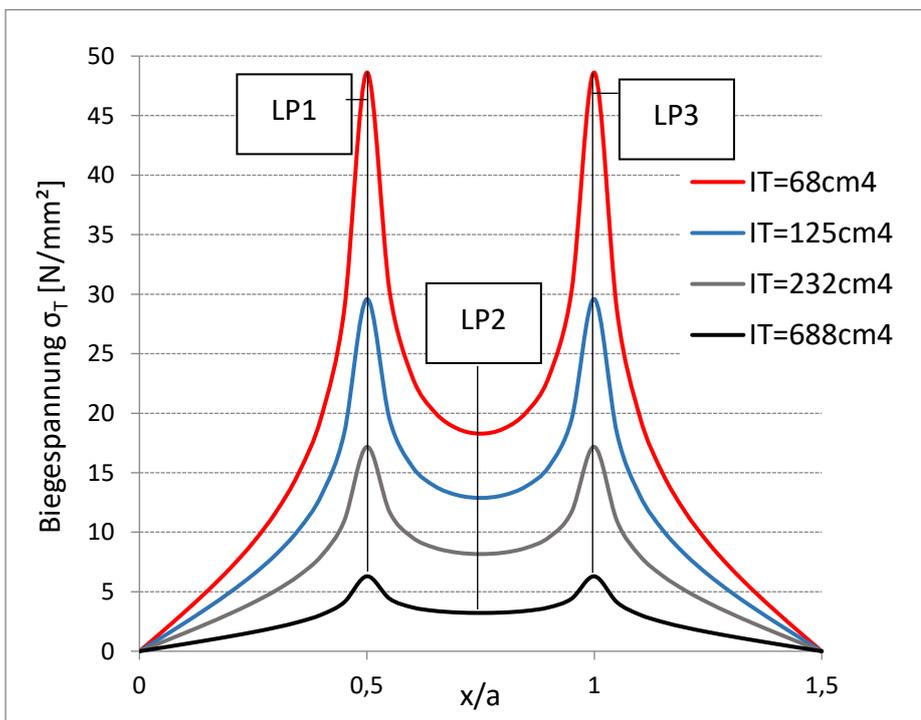


Abbildung 3.12: Biegespannung im Steg in Feldmitte infolge Radlastüberfahrt, Variation unterschiedlicher I_T

Die Ergebnisverläufe zeigen, dass sich der Absolutwert der minimale Stegbiegespannung $\sigma_{T,\min}$ aufgrund der Veränderung der einzelnen Parameter sehr stark unterscheiden kann. Es kann nun vorerst festgehalten werden, dass die minimale Biegespannung im Steg zwar unabhängig von der Lasteinleitungslänge L_w ist (vgl. Abbildung 3.4), jedoch deutlich von t_w , h_w und I_T abhängt. Für eine genaue Größe und Auswirkung der Lasteinleitungslänge L_w auf den Absolutwert der minimalen Biegespannung im Steg $\sigma_{T,\min}$ bedarf es weiterer Untersuchungen und es wird in dieser Arbeit darauf nicht weiter eingegangen. Die weiteren Untersuchungen sollen sich mit dem Spannungsverlauf infolge von zwei Radlasten mit unterschiedlichen Achsabständen beschäftigen. Es soll überprüft werden, dass es nicht immer konservativ ist, die Radlasten unabhängig voneinander isoliert zu betrachten. Aufgrund der unterschiedlichen Achsabstände können sich die Spannungsspiele aus der gemeinsamen Wirkung beider Räder verändern.

4. Spannungsänderung der Lastspiele infolge unterschiedlicher Achsabstände b

Im folgenden Kapitel werden die Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ infolge einer Kranüberfahrt „1 Lastspiel“ (entspricht einer Überfahrt der beiden Räder) betrachtet (vgl. Abbildung 4.1). Es soll festgehalten werden, welchen Einfluss der unterschiedliche Achsabstand b auf die Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ hat. Der Vorgang wird am Referenzmodell (Modell 1) mittels FE-Analyse durchgeführt. Der Quersteifenabstand a dient als Referenzlänge für die Lage der 1. Radlast bei den Darstellungen (s. Abb. 4.1) für die Kranüberfahrt eines Lastspiels. Als erste vereinfachte Annahme, wird das Verhalten anhand des linearen Verlaufs f_1 , der linearen Näherung (linearer Verlauf der Einflusslinie für die Biegespannung σ_T in Feldmitte), eingeführt. In Abbildung 4.1 ist dieser Verlauf strichliert dargestellt. Der blaue Verlauf ergibt sich aus den Ergebnissen der FE-Analyse, aus der Überfahrt des Krans Um das Verhalten der linearen Näherung zu beschreiben, werden drei Fälle eingeführt. Die Fälle unterscheiden sich durch die unterschiedlichen Grenzen des Achsabstandes (Tabelle 4.1). Die exzentrisch einwirkende Kraft der Räder wird als Linientorsionsmoment M_T als Belastung ausgesetzt. Als Lasteinleitungslänge wird $L_w=100$ mm angenommen.

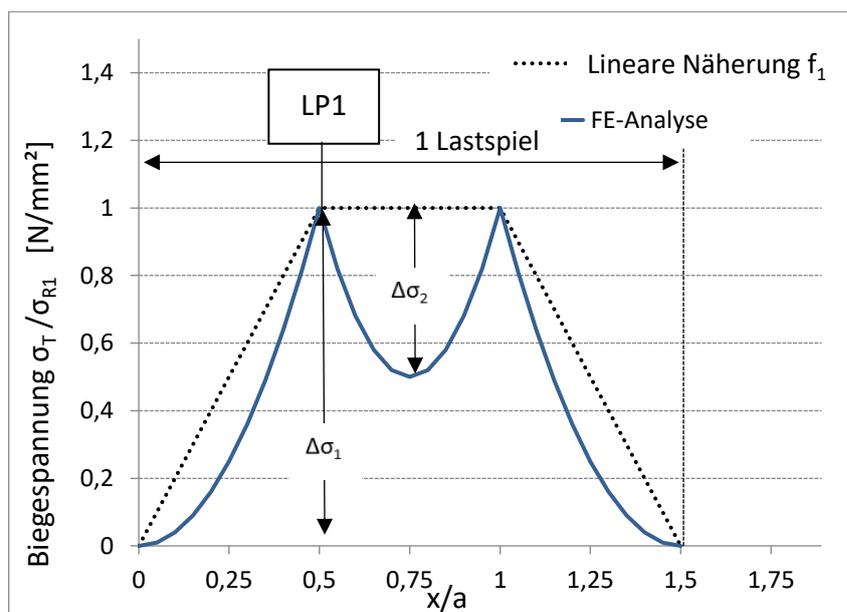


Abbildung 4.1: Spannungsänderung infolge Überfahrt zweier Räder

4. Spannungsänderung eines Lastspiels

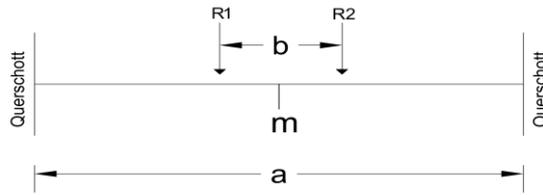


Abbildung 4.2: Definition Quersteifenabstand a , Achsabstand b

Tabelle 4.1: Spannungsverlauf in m basierend auf einer vereinfachten linearen Näherung

(Anm: $\Delta\sigma_{R1}$ ist das Ergebnis zufolge 1 Rades unmittelbar über Querschnitt in Feldmitte LP1)

<p><u>Fall 1</u></p> <p>$b \geq a$</p> <p>$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{R1}$</p>	
<p><u>Fall 2</u></p> <p>$a/2 \leq b < a$</p> <p>$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{R1}$</p> <p>$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \left(\frac{2b}{a} - 1 \right)$</p>	
<p><u>Fall 3</u></p> <p>$0 \leq b < a/2$</p> <p>$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{R1} \left[\frac{2b}{a} + 2 \left(1 - \frac{2b}{a} \right) \right]$</p>	

4.1. Stegbiegung infolge einer Überfahrt für Fall 1

Der Fall 1 laut Tab. 4.1 soll das Verhalten beschreiben, bei dem der Achsabstand b der Räder größer oder gleich als der Quersteifenabstand a ist. Die Untersuchung wurde am Referenzmodell (Modell 1) durchgeführt mit $b = a$. Die Eingangsgrößen sind in Tab.4.2 dargestellt. Der Verlauf aus der FE- Untersuchung zeigt in Abbildung 4.3, dass es bei einem Verhältnis von $b \geq a$ zu keiner Überlagerung der Spannungen aus den isolierten Rädern kommt.

Tabelle 4.2: Eingangsgrößen Fall1 für das Referenzmodell (Modell 1)

Kranbahnträger	Schiene Schubstarr an Obergurt angeschlossen
Quersteifenabstand a	2000mm
Achsabstand b	2000mm
Torsionsträgheitsmoment (Obergurt und Schiene) I_T	$106,67 \cdot 10^4 \text{mm}^4$
Steg	$1000 \times 10 \text{mm}^2$
Torsionsmoment M_T	$1 \cdot 10^6 \text{Nmm}$

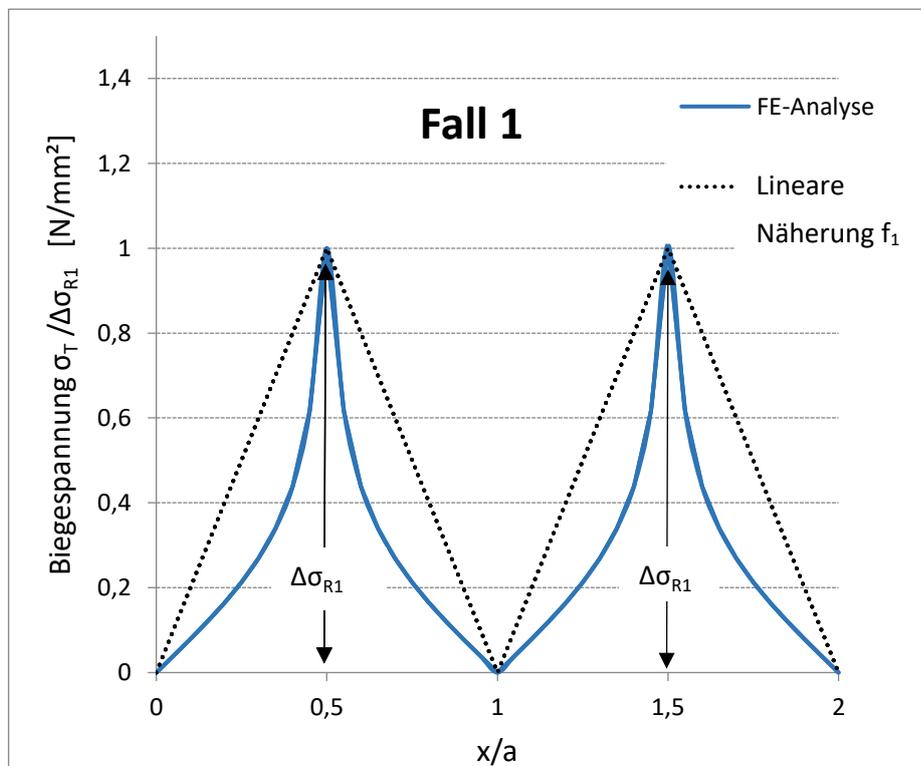


Abbildung 4.3: Verlauf Stegbiegespannung in Feldmitte für Fall1 am Referenzmodell (Mod.1)

4.2. Stegbiegung infolge einer Überfahrt für Fall 2

Der Fall 2 laut Tab. 4.1. soll das Verhalten beschreiben, bei dem der Achsabstand b der Räder zwischen $a/2 \leq b < a$ liegt. Die Untersuchung wird am Referenzmodell (Modell 1) durchgeführt. Die Eingangsgrößen sind in Tab.4.3. ersichtlich, wobei $b=0,75 a$ gilt.

Zusätzlich wird das Verhalten bei einem Torsionsträgheitsmoment von $I_T = 68 \text{ cm}^4$ und $I_T = 232 \text{ cm}^4$ des Obergurtes mit dem analytischen Ansatz der linearen Näherung verglichen.

Tabelle 4.3: Eingangsgrößen Fall 2 für das Referenzmodell (Modell 1)

Kranbahnträger	Fall 2 mit $I_T = 68 \text{ cm}^4$	Fall 2 mit $I_T = 232 \text{ cm}^4$
Quersteifenabstand a	2000mm	2000mm
Achsabstand b	1500mm	1500mm
Torsionsträgheitsmoment (Obergurt und Schiene) I_T	$68 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$	$232 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
Steg	$1000 \times 10 \text{ mm}^2$	$1000 \times 10 \text{ mm}^2$
Torsionsmoment M_T	$1 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$	$1 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$
Ergebnisse FE-Analyse		
$\Delta\sigma_{R1}$	48,6 N/mm ²	17,1 N/mm ²
$\Delta\sigma_1$	48,6 N/mm ²	17,1 N/mm ²
$\Delta\sigma_1/\Delta\sigma_{R1}$	1	1
$\Delta\sigma_2$	40,2 N/mm ²	13,3 N/mm ²
$\Delta\sigma_2/\Delta\sigma_1$	0,83	0,77

Fall 2 $a/2 \leq b < a$

$b = 1500 \text{ mm}$

Berechnung mit Ansatz der linearen Näherung aus Tab 4.1

$$\Delta\sigma_{2, \text{Lineare Näherung}} = \Delta\sigma_{R1} \left(\frac{2b}{a} - 1 \right) \quad (24)$$

$$\Delta\sigma_{2, \text{Lineare Näherung}} = \Delta\sigma_{R1} \left(\frac{2 \cdot 1500}{2000} - 1 \right)$$

$$\Delta\sigma_{2, \text{Lineare Näherung}} = \Delta\sigma_{R1} \cdot 0,5$$

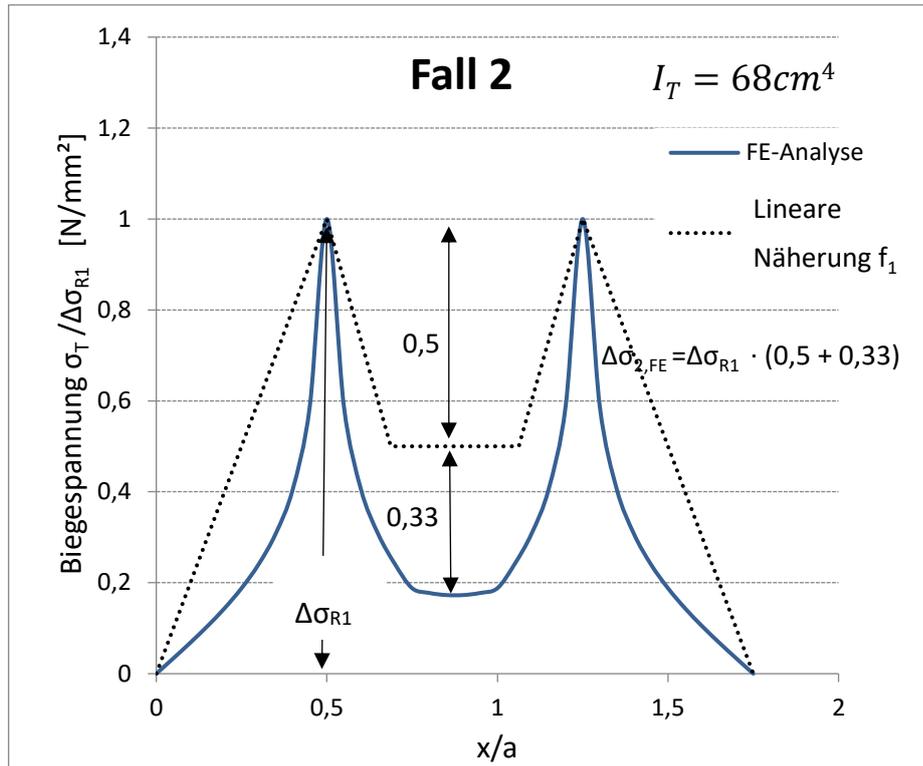


Abbildung 4.4: Verlauf Stegbiegespannung in Feldmitte für Fall 2 mit $I_T = 68 \text{ cm}^4$

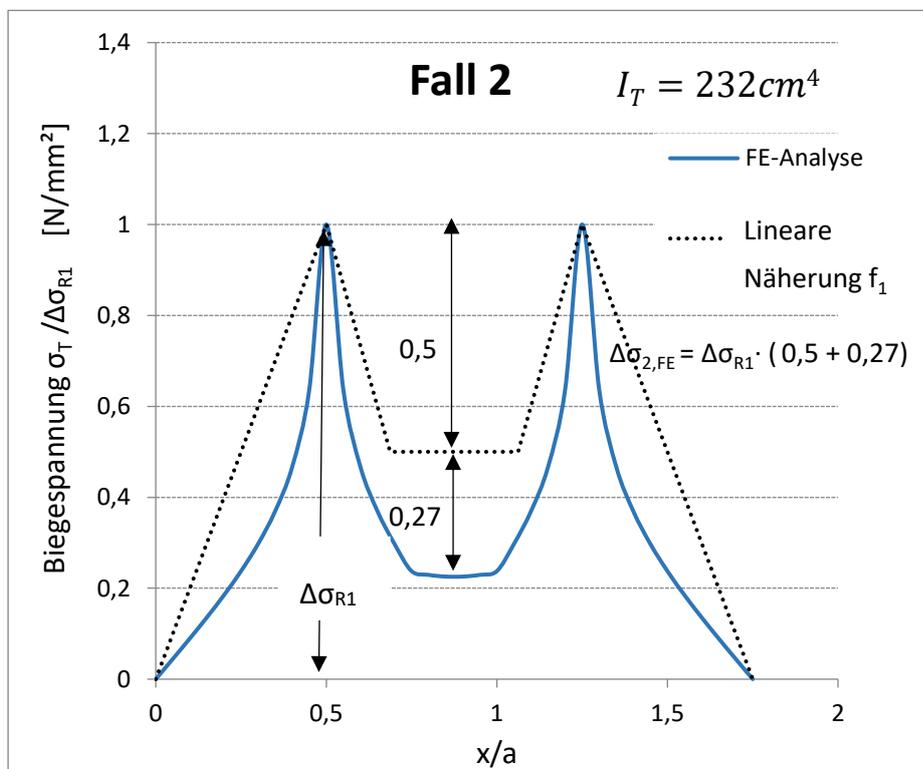


Abbildung 4.5: Verlauf Stegbiegespannung in Feldmitte für Fall 2 mit $I_T = 232 \text{ cm}^4$

Aus Abbildung 4.4 und Abbildung 4.5 ist zu erkennen, dass im *Fall 2* die Ermittlung von $\Delta\sigma_2$ mittels linearer Näherung nach Formel (24), das Verhalten klar unterschätzt. Bei einem Achsabstand von $b=1500$ mm und einem Torsionsträgheitsmoment des Obergurtes, einschließlich Schiene, von $I_T = 68\text{cm}^4$ ergibt sich ein $\Delta\sigma_{2, \text{Lineare Näherung}} = 0,5 * \Delta\sigma_{R1}$. Die FE-Analyse jedoch liefert $\Delta\sigma_{2, FE} = 0,83 * \Delta\sigma_{R1}$. Wird das Torsionsträgheitsmoment erhöht auf $I_T = 232\text{cm}^4$, so reduziert sich die lokale Biegespannung aus der Einzelüberfahrt $\Delta\sigma_{R1}$ von $48,6$ N/mm² auf $17,1$ N/mm² (s. Tab. 4.3). Die FE- Analyse liefert hier $\Delta\sigma_{2, FE} = 0,77 * \Delta\sigma_{R1}$. Dieser Wert ist ebenfalls deutlich höher als jener der linearen Näherung.

4.3. Stegbiegung infolge einer Überfahrt für Fall 3

Der Fall 3 laut Tab.4.1 soll das Verhalten beschreiben, bei dem der Achsabstand b der Räder zwischen $0 \leq b < a/2$ liegt. Die Untersuchung wird am Referenzmodell (Modell 1) durchgeführt mit $b = 0,25 a$. Die Eingangsgrößen sind in Tab. 4.4. dargestellt. Zusätzlich wird das Verhalten bei einem Torsionsträgheitsmoment von $I_T = 68 \text{ cm}^4$ und $I_T = 232 \text{ cm}^4$ des Obergurtes mit dem analytischen Ansatz der linearen Näherung aus Tab.4.1 verglichen.

Der Verlauf aus der FE- Untersuchung zeigt in Abbildung 4.6 und Abbildung 4.7, dass es bei einem bestimmten Verhältnis von b/a (in diesem Fall $b/a=0,25$) zu einer Überlagerung der Spannungen kommt. Außerdem kann festgehalten werden, dass der Abstand zwischen den Spannungsspitzen dem b/a -Verhältnis entspricht.

Tabelle 4.4: Eingangsgrößen Fall 3 für das Referenzmodell (Modell 1)

Kranbahnträger	Fall 3 mit $I_T = 68 \text{ cm}^4$	Fall 3 mit $I_T = 232 \text{ cm}^4$
Querstreifenabstand a	2000mm	2000mm
Achsabstand b	500mm	500mm
Torsionsträgheitsmoment (Obergurt und Schiene) I_T	$68 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$	$232 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
Steg	$1000 \times 10 \text{ mm}^2$	$1000 \times 10 \text{ mm}^2$
Torsionsmoment M_T	$1 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$	$1 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$
Ergebnisse FE-Analyse		
$\Delta\sigma_1$	57,4 N/mm ²	21,1 N/mm ²
$\Delta\sigma_1/\Delta\sigma_{R1}$	1,18	1,23
$\Delta\sigma_2$	22,8 N/mm ²	6,9 N/mm ²
$\Delta\sigma_2/\Delta\sigma_{R1}$	0,47	0,40

Fall 3 $0 < b \leq a/2$: $b = 500 \text{ mm}$

Lineare Näherung nach Tab. 4.1.:

$$\Delta\sigma_{1, \text{Lineare Näherung}} = \Delta\sigma_{R1} \left[\frac{2b}{a} + 2 \left(1 - \frac{2b}{a} \right) \right]$$

$$\Delta\sigma_{1, \text{Lineare Näherung}} = \Delta\sigma_{R1} \left[\frac{2 * 500}{2000} + 2 \left(1 - \frac{2 * 500}{2000} \right) \right] \quad (25)$$

$$\Delta\sigma_{1, \text{Lineare Näherung}} = \Delta\sigma_{R1} * 1,5$$

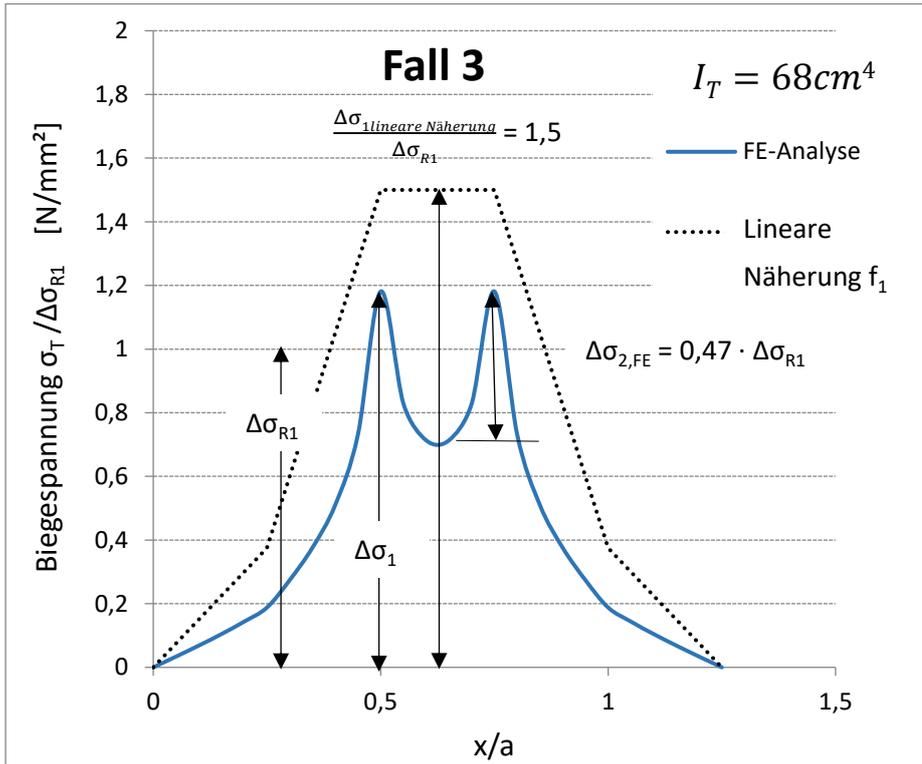


Abbildung 4.6: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte für Fall 3 mit $I_T=68\text{cm}^4$

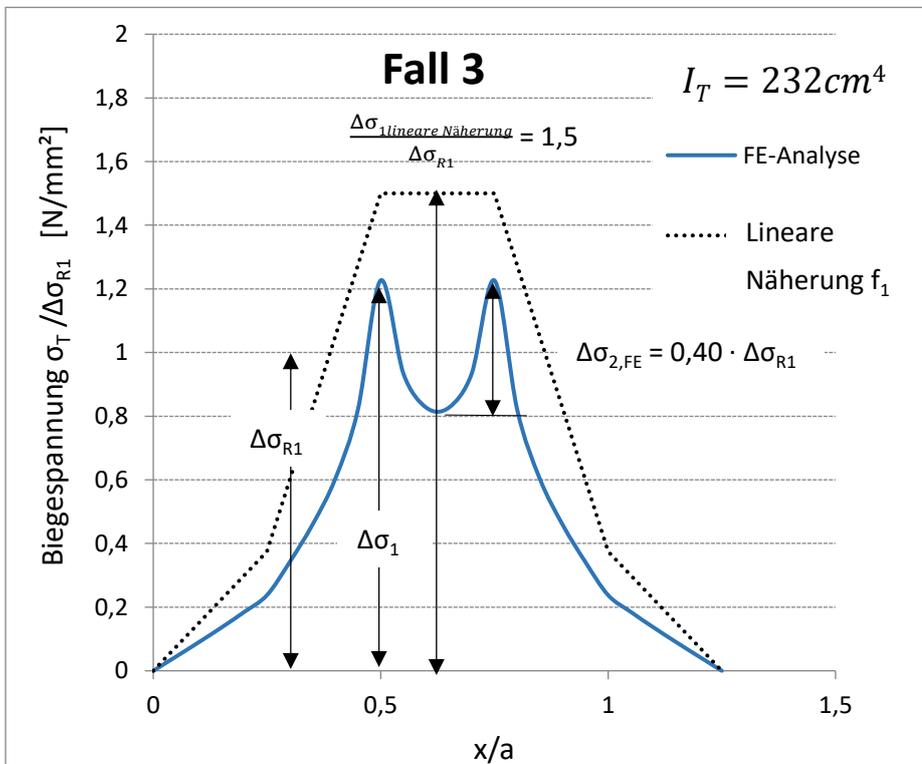


Abbildung 4.7: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte für Fall 3 mit $I_T=232\text{cm}^4$

Vergleicht man die Ergebnisse aus Tab.4.4 so ist zu erkennen, dass für den Fall 3 die Ermittlung von $\Delta\sigma_1$ mittels Ansatz der linearen Näherung, Formel (25), das Verhalten überschätzt. Bei einem Achsabstand von $b=500$ mm und einem Torsionsträgheitsmoment des Obergurtes von $I_T = 68\text{cm}^4$ ergibt sich ein $\Delta\sigma_{1, \text{Lineare Näherung}} = 1,5 * \Delta\sigma_{R1}$. Die FE-Analyse liefert ein $\Delta\sigma_1 = 1,18 * \Delta\sigma_{R1}$. Für den Fall 3 sieht Tab.4.1 keine Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_2$ vor. Die FE-Analyse liefert jedoch ein $\Delta\sigma_{2,FE} = 0,47 * \Delta\sigma_{R1}$

Wird das Torsionsträgheitsmoment des Obergurtes erhöht auf $I_T = 232\text{cm}^4$ und alle anderen Parameter bleiben gleich, so liefert die FE-Analyse ein $\Delta\sigma_1 = 1,23 * \Delta\sigma_{R1}$, der Unterschied mittels Ansatz der linearen Näherung Formel (25) wird verringert. Für $\Delta\sigma_2$ liefert die FE-Analyse $\Delta\sigma_{2,FE} = 0,40 * \Delta\sigma_{R1}$.

Zusammenfassend kann aus dieser Untersuchung festgehalten werden, dass die Ermittlung der Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ mittels linearer Näherung f_1 , das auftretende Verhalten unzureichend genau beschreibt. Bezogen auf *Fall 3* für $0 \leq b < a/2$ wird das Verhalten mit Ansatz der linearen Näherung Formel (25) überschätzt. Im *Fall 2* hingegen, für $a/2 \leq b < a$, wird das Verhalten mit Ansatz der linearen Näherung Formel (24) unterschätzt.

5. Untersuchung des zutreffenden Funktionsverlaufs bei den FE-Analysen

Die Untersuchung aus Kapitel 4 hat ergeben, dass die Ermittlung der Spannungsschwingbreiten infolge zweier Radlasten mit Ansatz der linearen Näherung, nicht ausreichend genau beschrieben werden kann. Das folgende Kapitel beschäftigt sich nun genauer mit dem Verlauf der Stegbiegespannung, infolge zweier exzentrischer Radlasten. Es wird versucht den Verlauf durch eine analytische Funktion zu beschreiben.

5.1. Ansatz mittels Exponentialfunktion $f_2(x/a)$

Die erste Untersuchung befasst sich mit dem Ansatz einer Exponentialfunktion f_2 , die den Einflusslinienverlauf zutreffend beschreibt. Um den Verlauf zutreffend zu erfassen, wird am Referenzmodell (Modell 1) wieder entlang der x-Achse (Träger Längsrichtung) fortlaufend eine exzentrische Linienlast aufgebracht und jeweils die Biegespannung in Feldmitte abgelesen und dargestellt. Abbildung 5.1. zeigt den entsprechenden Verlauf der Stegbiegespannung, infolge einer Überfahrt, wobei die aktuelle Lage x der Radlast auf der Abszisse dargestellt ist. Nun wird die Kurve in zwei Abschnitte geteilt, einen zunehmenden Ast und einen abnehmenden Ast. Die Spannungsspitze befindet sich genau in Feldmitte ($\frac{x}{a} = 0,5$). Für den zunehmenden Verlauf $f_{2,zu}(\frac{x}{a})$ und den abnehmende Verlauf $f_{2,ab}(\frac{x}{a})$ wird in weiterer Folge die Herleitung mittels Exponentialfunktion beschrieben.

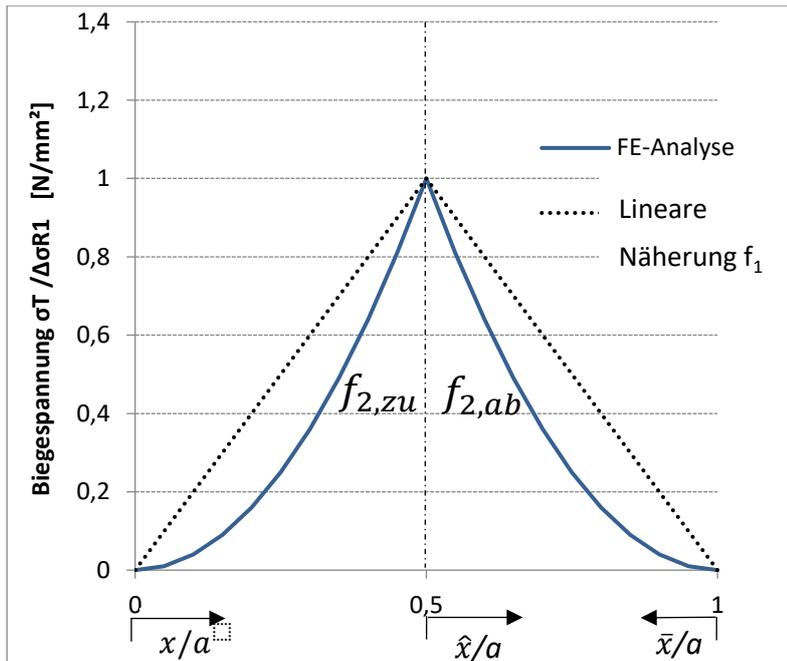


Abbildung 5.1: Verlauf der Stegbiegespannung infolge einer exzentrischen Last für ein Lastspiel

Herleitung der Formel für $f_{2,zu}(x/a)$: vgl. Abbildung 5.1

Bereich

$$0 \leq x/a \leq 0,5$$

$$f_{2,zu}(x/a) = \left(\frac{x}{a}\right)^n * C$$

$$f_{2,zu}\left(\frac{x}{a} = 0,5\right) \equiv 1$$

$$0,5^n * C \equiv 1 \rightarrow C = 2^n$$

$$f_{2,zu}(x/a) = 2^n * \left(\frac{x}{a}\right)^n$$

(26)

Herleitung der Formel für $f_{2,ab}(x/a)$: vgl. Abbildung 5.1

Bereich

$$0,5 \leq x/a \leq 1$$

$$f_{2,ab}(\bar{x}/a) = 2^n * \left(\frac{\bar{x}}{a}\right)^n$$

$$\hat{x}/a = \frac{1}{2} - \left(\frac{\bar{x}}{a}\right)$$

$$f_{2,ab}(\hat{x}/a) = 2^n * \left(\frac{1}{2} - \frac{\hat{x}}{a}\right)^n$$

$$x/a = \hat{x}/a + \frac{1}{2}$$

$$f_{2,ab}(x/a) = \left(1 - \frac{x}{a}\right)^n * 2^n \tag{27}$$

Befinden sich am System jetzt zwei exzentrische Radlasten, führt es bei Auswertung der Einflusslinie nach Gl.(26), (27) zu zwei Spannungsspitzen im Steg (wenn jeweils eine Radlast direkt über den Punkt in Feldmitte liegt). Im Bereich zwischen den Spannungsspitzen kommt es zu einer Superposition der Radlastspannungen. In Abbildung 5.2. wird das Verhalten gezeigt für den Fall $b=0,5 a$. Der Abstand zwischen den Spannungsspitzen hängt dabei vom b/a - Verhältnis ab. Der Verlauf zwischen den Spannungsspitzen wird als $f_{2,abzu}$ beschrieben. Im Folgenden wird die Herleitung der Funktion $f_{2,abzu}$ beschrieben.

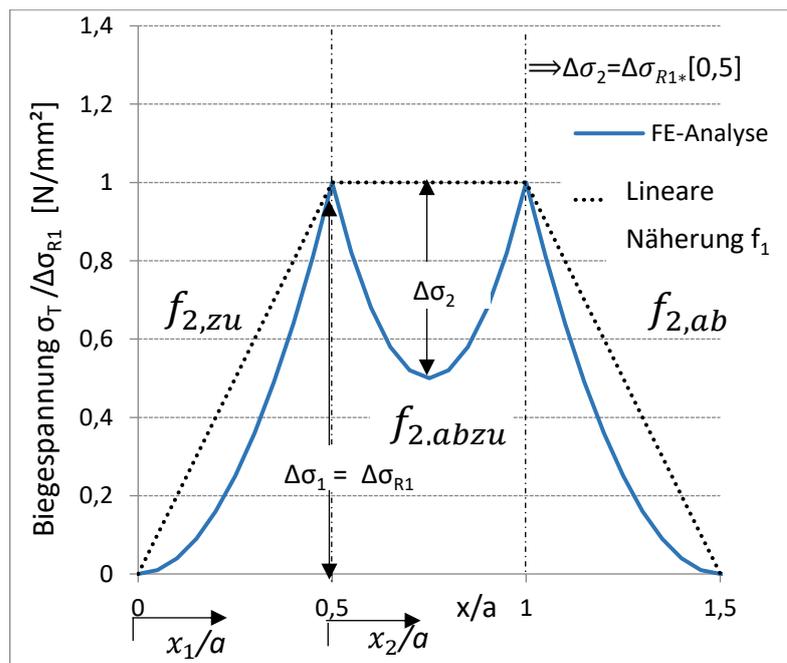


Abbildung 5.2: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte der Überfahrt infolge zweier exzentrische Lasten für ein Lastspiel ($b=0,5 a$)

Herleitung der Formel für $f_{2,abzu}(x/a)$:

$$0,5 \leq \frac{x}{a} \leq 0,5 + b/a$$

Bereich

$$x_1/a = \frac{x}{a}$$

$$x_2/a = x/a - b/a$$

$$f_{2,abzu}(x/a) = f_{2,ab}(x_1/a) + f_{2,zu}(x_2/a)$$

$$f_{2,abzu}(x/a) = 2^n * \left(1 - \frac{x}{a}\right)^n + 2^n * \left(\frac{x}{a} - \frac{b}{a}\right)^n \quad (28)$$

Die Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_2$ kann damit wie folgt ermittelt werden:

$$\Rightarrow \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} * \left[1 - f_{2,abzu}\left(0,5 + \frac{b}{2a}\right)\right] \text{ vgl. Abbildung 5.2} \quad (29)$$

5.1.1. Berechnungsbeispiel mit Auswertung der Exponentialfunktion f_2

- Berechnungsannahmen:

$$x=1500\text{mm}$$

$$a=2000\text{mm}$$

$$b=1000\text{mm}$$

$$\frac{x}{a} = 0,75$$

$$\frac{b}{a} = 0,5$$

- Anm: dies entspricht Laststellung LP2 in Abb. 3.8

$$f_{2,abzu}(x/a) = 2^n * \left(1 - \frac{x}{a}\right)^n + 2^n * \left(\frac{x}{a} - \frac{b}{a}\right)^n \text{ s. Gl. (28)}$$

$$f_{2,abzu}(0,75) = 2^n * (1 - 0,75)^n + (0,75 - 0,25)^n * 2^n$$

$$\text{mit : } n = 2$$

$$f_{2,abzu}(0,75) = 2^2 * (0,25)^2 + (0,25)^2 * 2^2$$

$$f_{2,abzu}(0,75) = 0,5$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} * [1 - f_{2,abzu}(0,75)]$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} * [1 - 0,50] \text{ s. Gl. (29)}$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} * [0,5]$$

5.1.2. Vergleich Auswertung Exponentialfunktion mit Ergebnis FE-Analyse

Die folgenden Abbildungen 5.3, 5.4 und 5.5. sollen den Vergleich zwischen den Spannungsverläufen aus der FE-Analyse (schwarz,blau,grau) und dem Verlauf mittels analytischem Ansatz der Exponentialfunktion f_2 (rot) mit Formeln (26),(27) und(28) beschreiben. Der Spannungsverlauf gilt für die Überfahrt der beiden exzentrischen Radlasten für $b/a=0,5$. Der analytische Verlauf wird in Excel erzeugt. Um den Verlauf zu vergleichen, werden die auftretenden Biegespannungen σ_T auf die Spannungsschwingbreite σ_{R1} bezogen, die sich bei einer Einzelrad-Überfahrt einstellen würde. (Ergebnis aus FE-Analyse). Für die Variable n wurde jeweils ein Wert gewählt, der das Verhalten auf der sicheren Seite beschreibt. d.h. bei dem die Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_2$ größer ist als bei der FE-Simulation der Überfahrt. Die FE-Analyse wurde am Referenzsystem (Modell 1) durchgeführt und jeweils ein Parameter der Formel für die Stegbiegespannung nach Formel (18) wurde variiert.

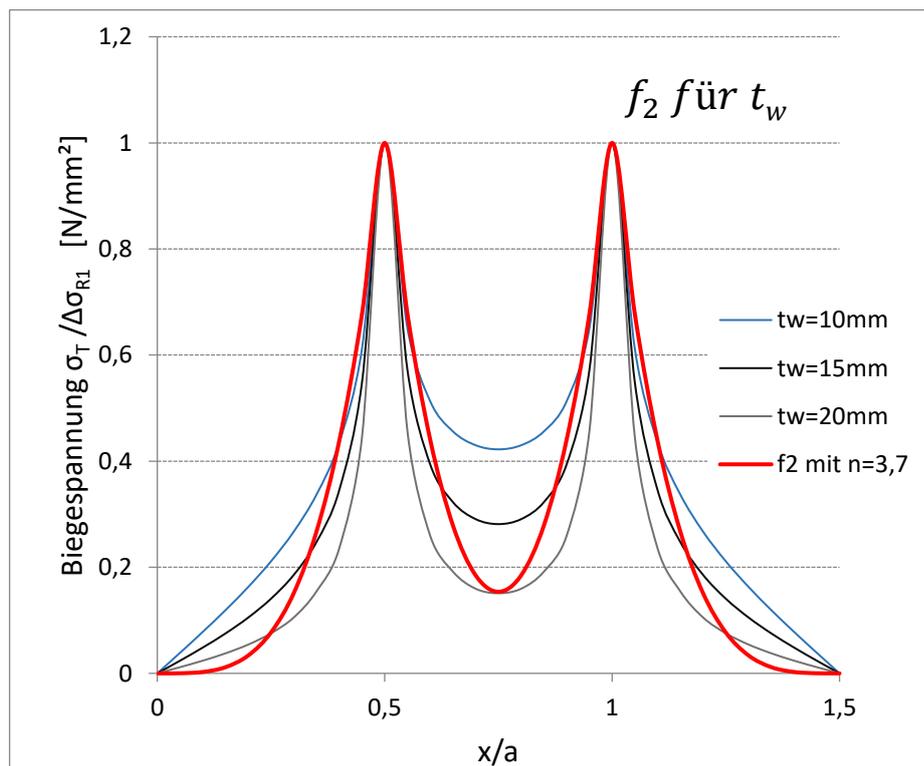


Abbildung 5.3: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte infolge einer Überfahrt der beiden Radlasten ($b=0,5 a$)

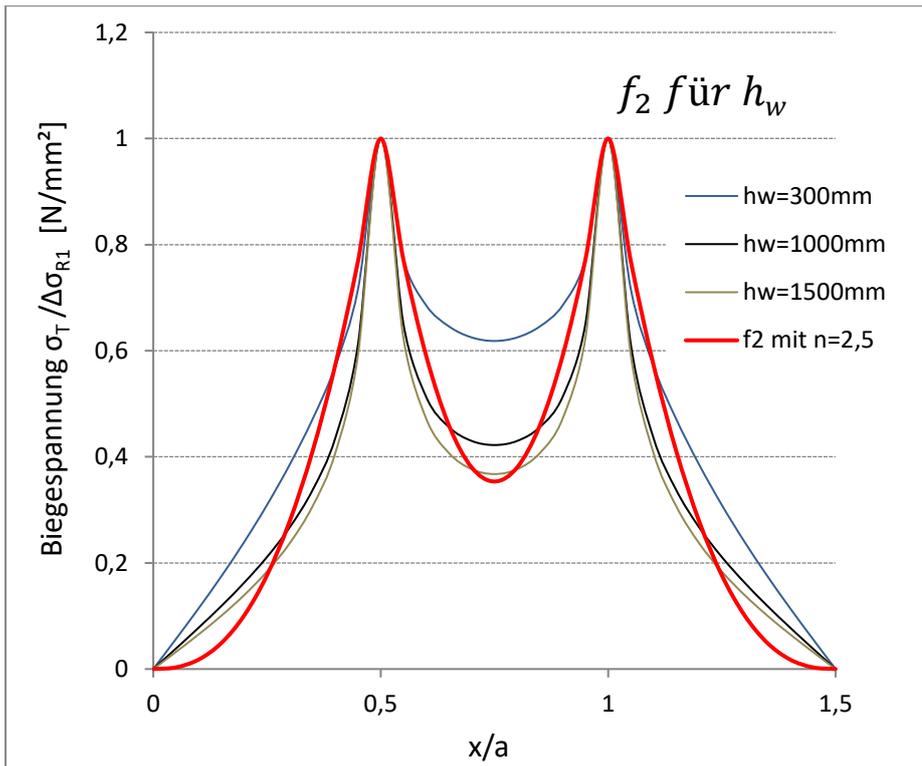


Abbildung 5.4: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte infolge einer Überfahrt der beiden Radlasten ($b=0,5 a$)

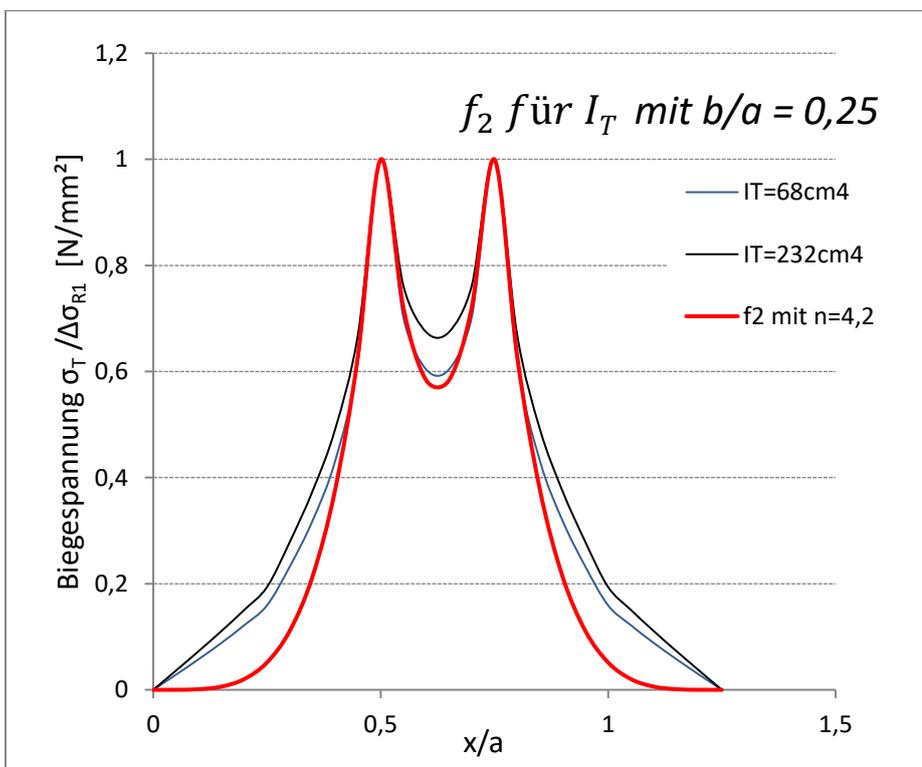


Abbildung 5.5: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte infolge einer Überfahrt der beiden Radlasten ($b=0,5 a$)

Vergleicht man die Abbildungen, so ist zu erkennen, dass sich der Verlauf zwischen FE-Analyse und der Verlauf mittels Ansatz einer Exponentialfunktion f_2 (rot) unterscheidet. Daraus ist zu schließen, dass das Verhalten mit Hilfe der Exponentialfunktion nicht ausreichend genau beschrieben wird. In weiterer Folge wird nun versucht den Verlauf durch eine SinusHyperbolicusfunktion f_3 darzustellen.

5.2. Ansatz mittels SinusHyperbolikusfunktion $f_3(x/a)$

Es soll nun der Verlauf der FE-Analyse am Referenzmodell, mit Hilfe einer SinusHyperbolikusfunktion f_3 beschrieben werden. Zunächst wird auf die Herleitung der Formel eingegangen:

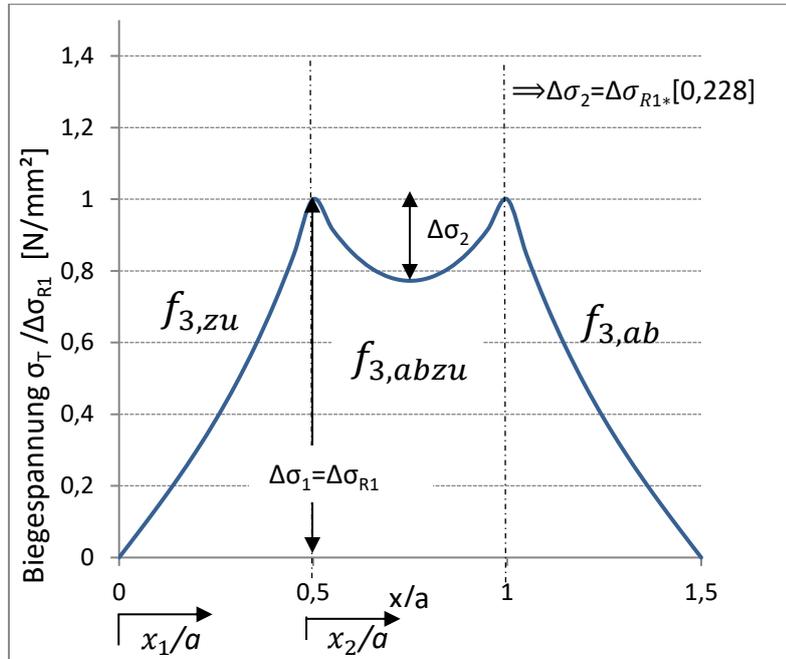


Abbildung 5.6: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte mittels f_3 infolge einer Überfahrt der beiden Radlasten für $b=0,5 a$

Herleitung der Formel für $f_{3,zu}(x/a)$ bei nur 1 Radlast: vgl. Abbildung 5.1

Bereich

$$0 \leq x/a \leq 0,5$$

$$f_{3,zu}(x/a) = \sinh\left(n * \frac{x}{a}\right) * C$$

$$f_{3,zu}\left(\frac{x}{a} = 0,5\right) \equiv 1$$

$$\sinh(n * 0,5) * C \equiv 1 \rightarrow C = \frac{1}{\sinh(n * 0,5)}$$

$$f_{3,zu}(x/a) = \frac{\sinh\left(n * \frac{x}{a}\right)}{\sinh\left(\frac{n}{2}\right)} \quad (30)$$

Herleitung der Formel für $f_{3,ab}(x/a)$:vgl. Abbildung 5.1

$$\begin{aligned}
 & \text{Bereich} \\
 & 0,5 \leq x/a \leq 1 \\
 & f_{3,ab}(\bar{x}/a) = \frac{\sinh(n * \bar{x}/a)}{\sinh\left(\frac{n}{2}\right)} \\
 & \hat{x}/a = 0,5 - \left(\frac{\bar{x}}{a}\right) \\
 & f_{3,ab}(\hat{x}/a) = \frac{\sinh\left(n * \left(0,5 - \frac{\bar{x}}{a}\right)\right)}{\sinh\left(\frac{n}{2}\right)} \\
 & x/a = \hat{x}/a + 0,5 \\
 & f_{3,ab}(x/a) = \frac{\sinh\left(n * \left(1 - \frac{x}{a}\right)\right)}{\sinh\left(\frac{n}{2}\right)} \tag{31}
 \end{aligned}$$

Befinden sich am System jetzt zwei exzentrische Radlasten führt es zu zwei Spannungsspitzen im Steg. Im Bereich zwischen den Spannungsspitzen kommt es zu einer Superposition der Radlastspannungen. In Abbildung 5.6. wird das Verhalten für $b=0,5 a$ gezeigt. Der Abstand zwischen den Spannungsspitzen hängt dabei vom b/a - Verhältnis ab. Der Verlauf zwischen den Spannungsspitzen wird als $f_{3,abzu}$ beschrieben. Im Folgenden wird die Herleitung der Funktion $f_{3,abzu}$ beschrieben.

$$\begin{aligned}
 & \text{Bereich} \\
 & 0,5 \leq \frac{x}{a} \leq 0,5 + b/a \\
 & x_1/a = \frac{x}{a} \\
 & x_2/a = x/a - b/a \\
 & f_{3,abzu}(x/a) = f_{3,ab}(x_1/a) + f_{3,zu}(x_2/a) \\
 & f_{3,abzu}(x/a) = \frac{\sinh\left(n * \left(1 - \frac{x}{a}\right)\right)}{\sinh\left(\frac{n}{2}\right)} + \frac{\sinh\left(n * \left(\frac{x}{a} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\sinh\left(\frac{n}{2}\right)} \tag{32} \\
 & \Rightarrow \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} * \left[1 - f_{3,abzu}\left(0,5 + \frac{b}{2a}\right)\right] \text{ s. Gl: (29)}
 \end{aligned}$$

5.2.1. Berechnungsbeispiel mit Ansatz der Sinushyperbolikusfunktion f_3

$$x = 1500\text{mm}$$

$$a = 2000\text{mm}$$

$$b = 1000\text{mm}$$

$$\frac{x}{a} = 0,75$$

$$\frac{b}{a} = 0,5$$

$$\text{Bogenmaß} = \sinh\left(n * \frac{x}{a}\right)$$

$$\text{Grad} = \sinh\left(n * \frac{x}{a} * \frac{360}{2\pi}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} * [1 - f_{3,abzu}\left(0,5 + \frac{b}{2a}\right)] \text{ (s. Gl. (29))}$$

$$f_{3,abzu}(x/a) = \frac{\sinh\left(n * \left(\frac{x}{a} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\sinh\left(\frac{n}{2}\right)} + \frac{\sinh\left(n * \left(1 - \frac{x}{a}\right)\right)}{\sinh\left(\frac{n}{2}\right)}$$

$$f_{3,abzu}(x/a) = \frac{\sinh(n * (0,75 - 0,50))}{\sinh\left(\frac{n}{2}\right)} + \frac{\sinh(n * (1 - 0,75))}{\sinh\left(\frac{n}{2}\right)}$$

$$\text{mit } n = 3$$

$$f_{3,abzu}(x/a) = \frac{\sinh(n * (0,75 - 0,50))}{\sinh\left(\frac{n}{2}\right)} + \frac{\sinh(n * (1 - 0,75))}{\sinh\left(\frac{n}{2}\right)}$$

$$f_{3,abzu}(0,75) = \frac{\sinh(0,75)}{\sinh(1,5)} + \frac{\sinh(0,75)}{\sinh(1,5)}$$

$$f_{3,abzu}(0,75) = 0,386 + 0,386$$

$$f_{3,abzu}(0,75) = 0,772$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} * [1 - 0,772] = \Delta\sigma_{R1} * [0,228] \text{ (vgl. Abbildung 5.6)}$$

5.2.2. Vergleich Auswertung SinusHyperbolikusfunktion f_3 mit Ergebnis FE-Analyse

Die folgenden Abbildungen 5.7, 5.8 und 5.9 sollen den Vergleich zwischen den Verläufen aus der FE-Analyse (schwarz,blau,grau) und den Verlauf mittels Ansatz der SinusHyperbolikusfunktion f_3 (rot) beschreiben. Der Verlauf f_3 wird in Excel mit den Formeln (29), (30) und (31) erzeugt. Um den Verlauf zu vergleichen, wird die jeweilige auftretende Biegespannung σ_T auf die Spannungsschwingbreite σ_{R1} bezogen, die sich bei einer Einzelrad-Überfahrt einstellen würde. Für die Variable n wurde ein Wert gewählt, der das Verhalten auf der sicheren Seite beschreibt. d.h. die Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_2$ am größten ist. Die FE-Analyse wurde am Referenzsystem (Modell 1) durchgeführt und jeweils ein Parameter der Formel für die Stegbiegespannung Formel nach (18) wurde variiert.

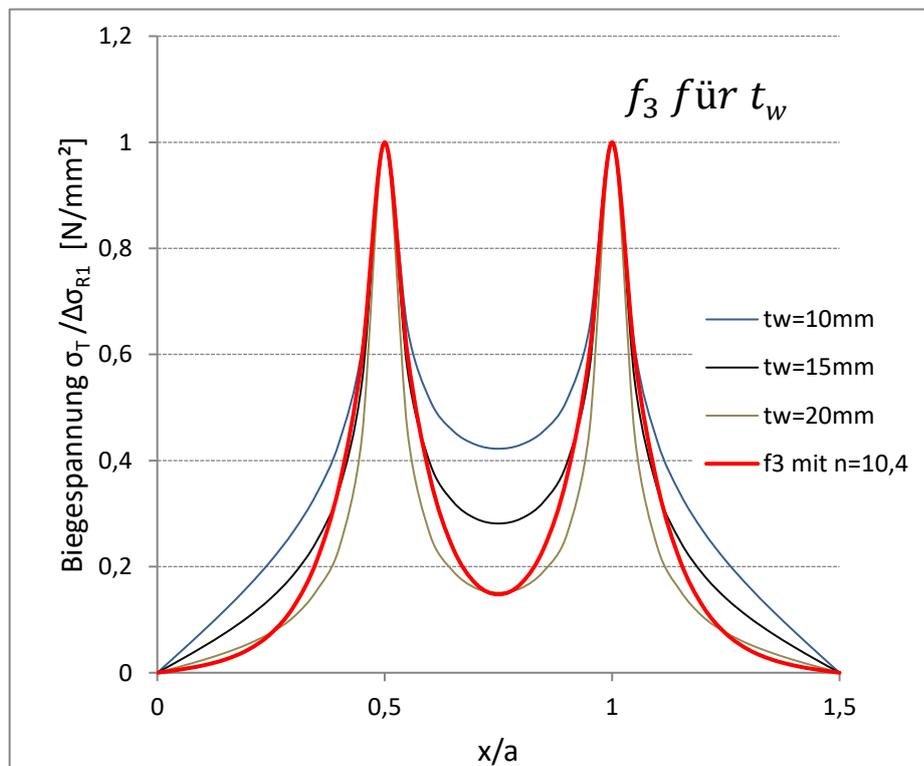


Abbildung 5.7: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte mittels f_3 einer Überfahrt der beiden Radlasten ($b=0,5 a$)

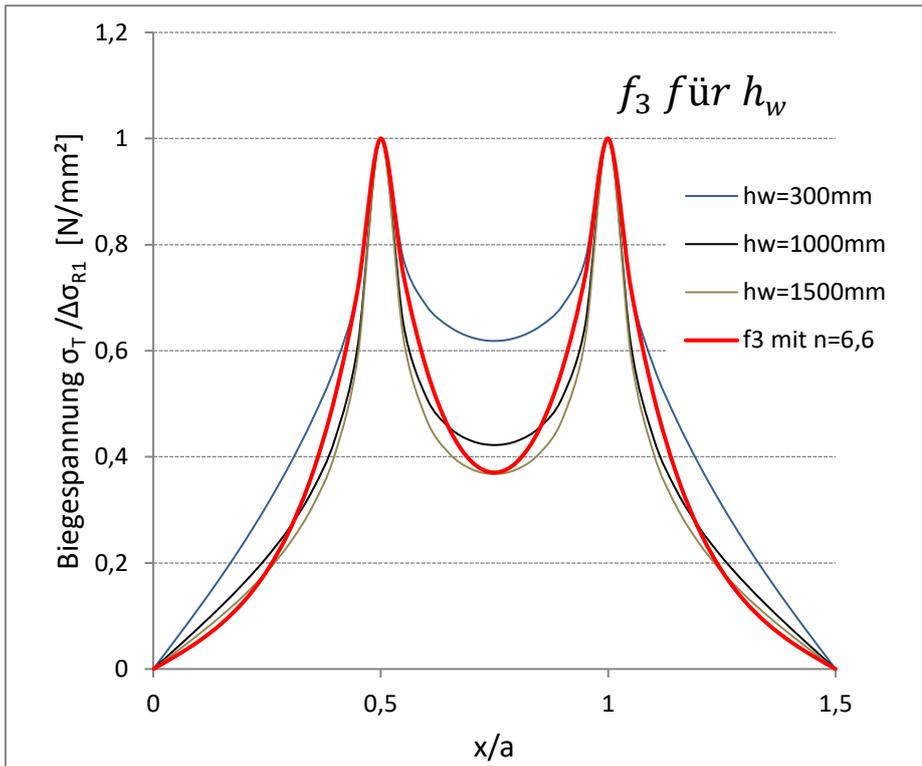


Abbildung 5.8: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte mittels f_3 infolge einer Überfahrt der beiden Radlasten ($b=0,5 a$)

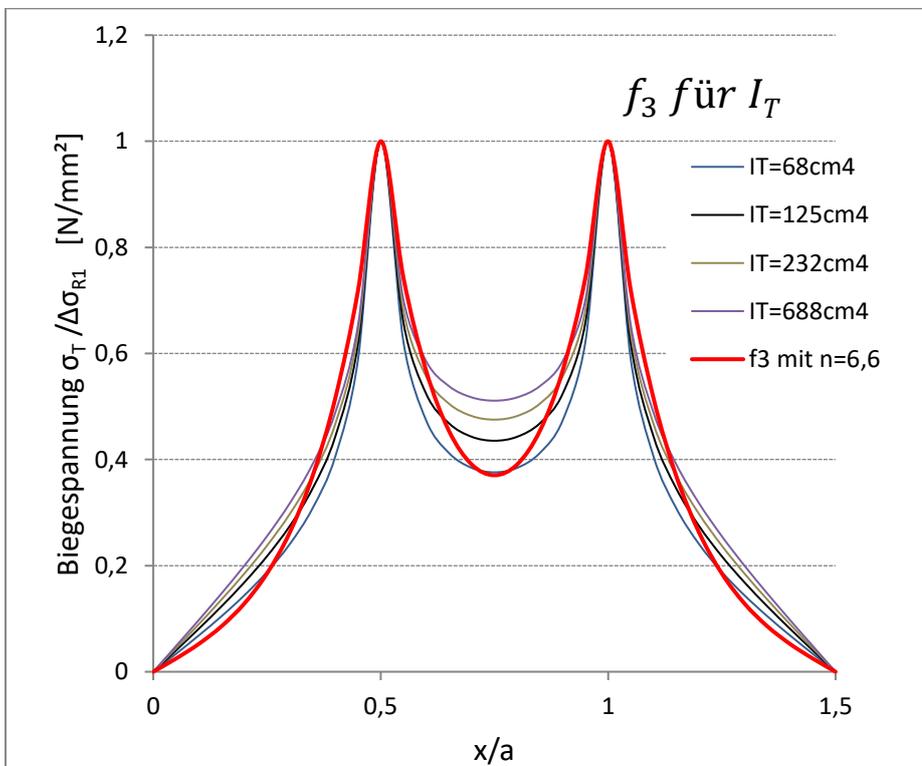


Abbildung 5.9: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte mittels f_3 infolge einer Überfahrt der beiden Radlasten ($b=0,5 a$)

Vergleicht man die einzelnen Abbildungen, so ist zu erkennen, dass mit Hilfe des Ansatzes einer SinusHyperbolikusfunktion f_3 der Spannungsverlauf, im Vergleich zur FE-Simulation annähernd synchron verläuft. Da allerdings immer noch Unterschiede im Spannungsverlauf zu erkennen sind, wird im nächsten Abschnitt eine weitere Funktion untersucht.

5.3. Ansatz mittels Tangensfunktion $f_4(x/a)$

Es soll nun mit Hilfe einer Tangensfunktion f_4 der Spannungsverlauf der FE-Analyse am Referenzmodell (Modell 1) beschrieben werden. Zunächst wird auf die Herleitung der Formel eingegangen:

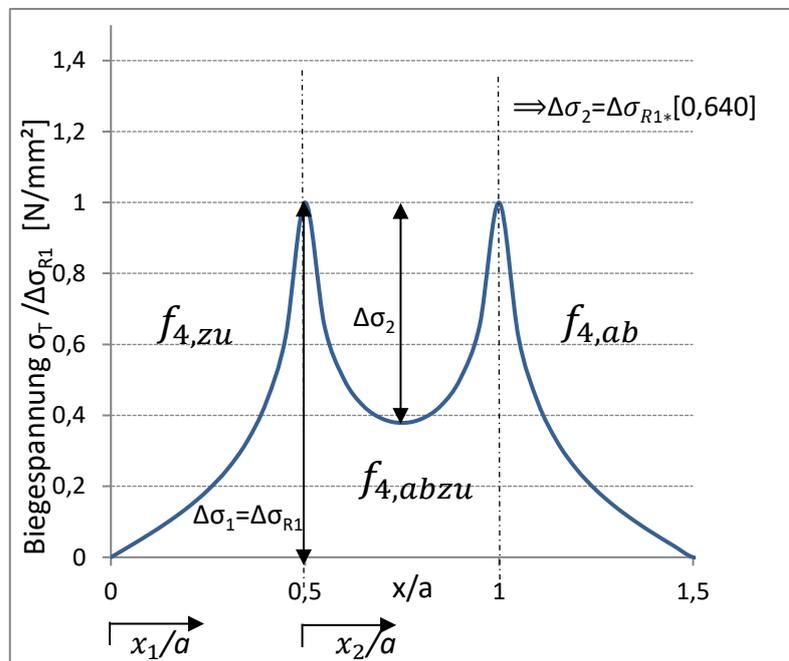


Abbildung 5.10: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte mittels f_4 infolge einer Überfahrt der beiden Radlasten ($b=0,5 a$)

Herleitung der Formel für $f_{4,zu}(x/a)$ für eine einzelne Radlast : vgl. Abbildung 5.1.

Bereich

$$0 \leq x/a \leq 0,5$$

$$f_{4,zu}(x/a) = \tan\left(n * \frac{x}{a}\right) * C$$

$$f_{4,zu}\left(\frac{x}{a} = 0,5\right) \equiv 1$$

$$\tan(n * 0,5) * C \equiv 1 \rightarrow C = \frac{1}{\tan(n * 0,5)}$$

$$f_{4,zu}(x/a) = \frac{\tan\left(n * \frac{x}{a}\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \quad (33)$$

Herleitung der Formel für $f_{4,ab}(x/a)$: vgl. Abbildung 5.1.

Bereich

$$0,5 \leq x/a \leq 1$$

$$f_{4,ab}(\bar{x}/a) = \frac{\tan(n * \bar{x}/a)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)}$$

$$\hat{x}/a = 0,5 - \left(\frac{\bar{x}}{a}\right)$$

$$f_{4,ab}(\hat{x}/a) = \frac{\tan\left(n * \left(0,5 - \frac{\bar{x}}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)}$$

$$x/a = \hat{x}/a + 0,5$$

$$f_{4,ab}(x/a) = \frac{\tan\left(n * \left(1 - \frac{x}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \quad (34)$$

Befinden sich am System jetzt zwei exzentrische Radlasten führt es bei Auswertung der Einflusslinie nach Gl. (33),(34) zu zwei Spannungsspitzen im Steg. Im Bereich zwischen den Spannungsspitzen kommt es zu einer Superposition der Radlastspannungen. In Abbildung 5.10. wird das Verhalten gezeigt. Der Abstand zwischen den Spannungsspitzen hängt dabei vom b/a- Verhältnis ab. Der Verlauf zwischen den Spannungsspitzen wird als $f_{4,abzu}$ beschrieben. Im Folgenden wird die Herleitung der Funktion $f_{3,abzu}$ beschrieben.

Bereich

$$0,5 \leq \frac{x}{a} \leq 0,5 + b/a$$

$$x_1/a = \frac{x}{a}$$

$$x_2/a = x/a - b/a$$

$$f_{4,abzu}(x/a) = f_{4,ab}(x_1/a) + f_{4,zu}(x_2/a)$$

$$f_{4,abzu}(x/a) = \frac{\tan\left(n \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} + \frac{\tan\left(n \cdot \left(\frac{x}{a} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \quad (35)$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 - f_{4,abzu} \cdot \left(0,5 + \frac{b}{2a}\right)\right] \text{ s. Gl. (29)}$$

5.3.1. Berechnungsbeispiel mit Ansatz der Tangensfunktion f_4

$$x = 1500\text{mm}$$

$$a = 2000\text{mm}$$

$$b = 1000\text{mm}$$

$$\frac{x}{a} = 0,75$$

$$\frac{b}{a} = 0,5$$

$$\text{Bogenmaß} = \sinh\left(n \cdot \frac{x}{a}\right)$$

$$\text{Grad} = \sinh\left(n \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{360}{2\pi}\right)$$

$$f_{4,abzu}(0,75) = \frac{\tan\left(n \cdot \left(\frac{x}{a} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} + \frac{\tan\left(n \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)}$$

$$f_{4,abzu}(0,75) = \frac{\tan\left(n \cdot (0,75 - 0,50)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} + \frac{\tan\left(n \cdot (1 - 0,75)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)}$$

$$\text{mit } n = 2,7$$

$$f_{4,abzu}(0,75) = \frac{\tan\left(n \cdot (0,75 - 0,50)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} + \frac{\tan\left(n \cdot (1 - 0,75)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)}$$

$$f_{4,abzu}(0,75) = \frac{\tan(0,675)}{\tan(1,35)} + \frac{\tan(0,675)}{\tan(1,35)}$$

$$f_{4,abzu}(0,75) = 0,180 + 0,180$$

$$f_{4,abzu}(0,75) = 0,359$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \cdot [1 - 0,359] = \Delta\sigma_{1R} \cdot [0,640] \text{ vgl. Abbildung 5.10}$$

5.3.2. Vergleich Auswertung Tangensfunktion mit f_4 mit Ergebnis FE-Analyse

Die folgenden Abbildungen 5.11, 5.12 und 5.13 sollen den Vergleich zwischen den Spannungsverläufen aus der FE-Analyse (schwarz,blau,grau) und den Verlauf mittels analytischen Ansatz der Tangensfunktion f_4 (rot) beschreiben. Der Verlauf f_4 wird in Excel mit den Formeln (33), (34) und (35) erzeugt. Um den Verlauf zu vergleichen, wird die jeweilige auftretenden Biegespannungen σ_T auf die Spannungsschwingbreite σ_{R1} bezogen, die sich bei einer Einzelrad-Überfahrt einstellen würde. Für die Variable n wurde ein Wert gewählt, der das Verhalten auf der sicheren Seite beschreibt. d.h. die Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_2$ am größten ist. Die FE-Analyse wurde am Referenzsystem (Modell 1) durchgeführt und jeweils ein Parameter der Formel für die Stegbiegespannung nach Formel (18) variiert.

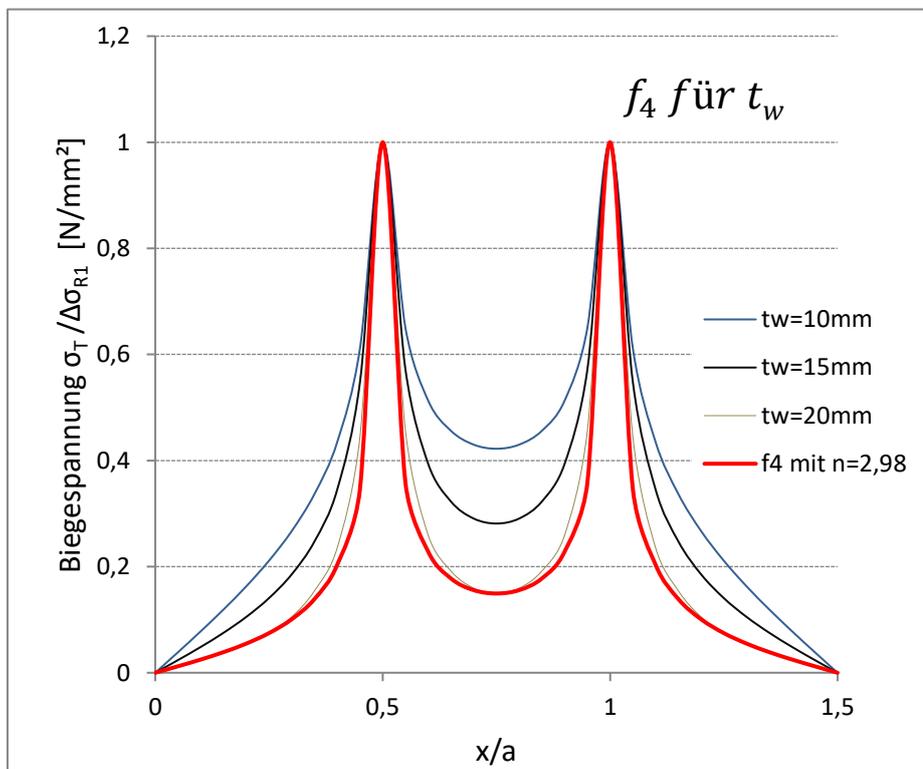


Abbildung 5.11: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte mittels f_4 infolge einer Überfahrt der beiden Radlasten ($b=0,5 a$)

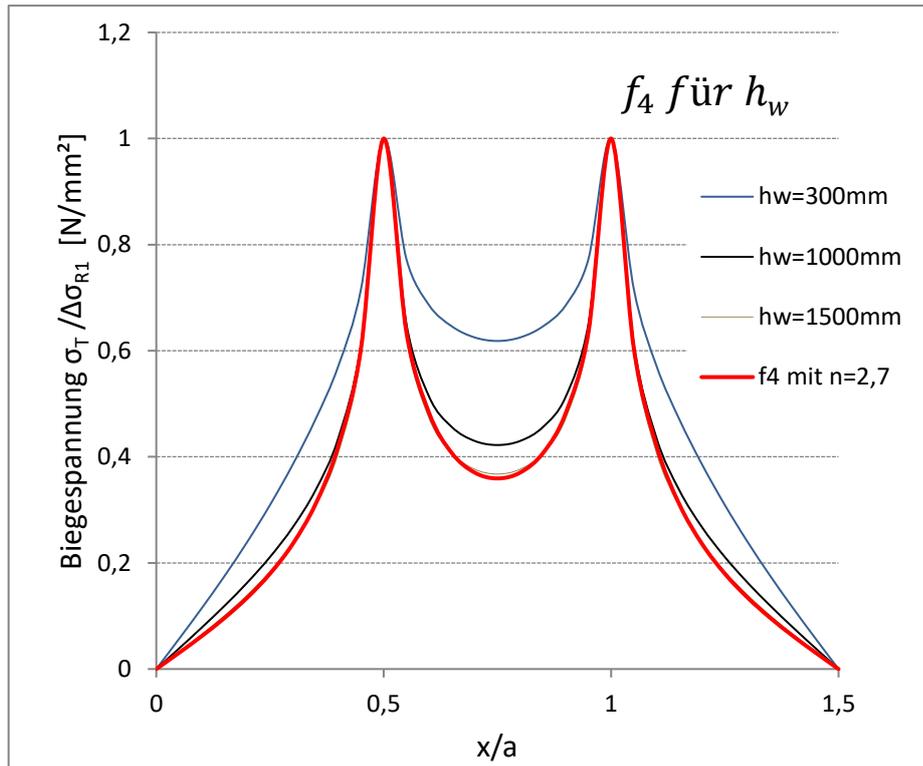


Abbildung 5.12: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte mittels f_4 infolge einer Überfahrt der beiden Radlasten ($b=0,5 a$)

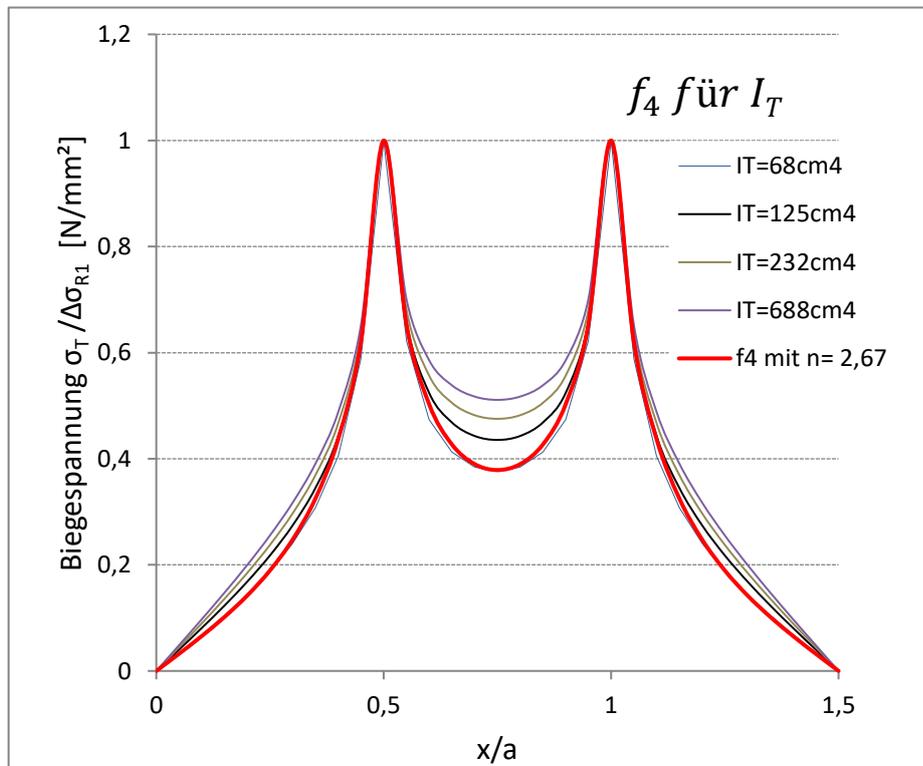


Abbildung 5.13: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte mittels f_4 infolge einer Überfahrt der beiden Radlasten ($b=0,5 a$)

Vergleicht man die Abbildungen 5.11, 5.12 und 5.13 so ist zu erkennen, dass der Ansatz einer Tangensfunktion das Verhalten der FE-Analyse am besten wiedergibt. Die einzige unbekannte Größe ist die Variable n . Wird diese Variable n zutreffend gewählt, so können mit Formeln (33), (34) und (35) die Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ bestimmt werden. Die Variable n wird für das Verhalten mit Ansatz einer Tangensfunktion in Kapitel 6 genauer untersucht.

5.4. Zusammenfassung der Ergebnisse

Für die folgende Abbildung 5.14. wurde ausschließlich der zunehmende Verlauf f_{zu} der Einflusslinie der Biegespannung in Feldmitte dargestellt. Die einzelnen Kurven beschreiben das Verhalten mit der jeweils gewählten analytischen Ansatzfunktion. Die strichlierte Kurve bildet den Verlauf mittels FE-Analyse ab. Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass der Ansatz mittels Tangensfunktion f_4 das Verhalten der Biegespannung im Steg sehr gut beschreibt.

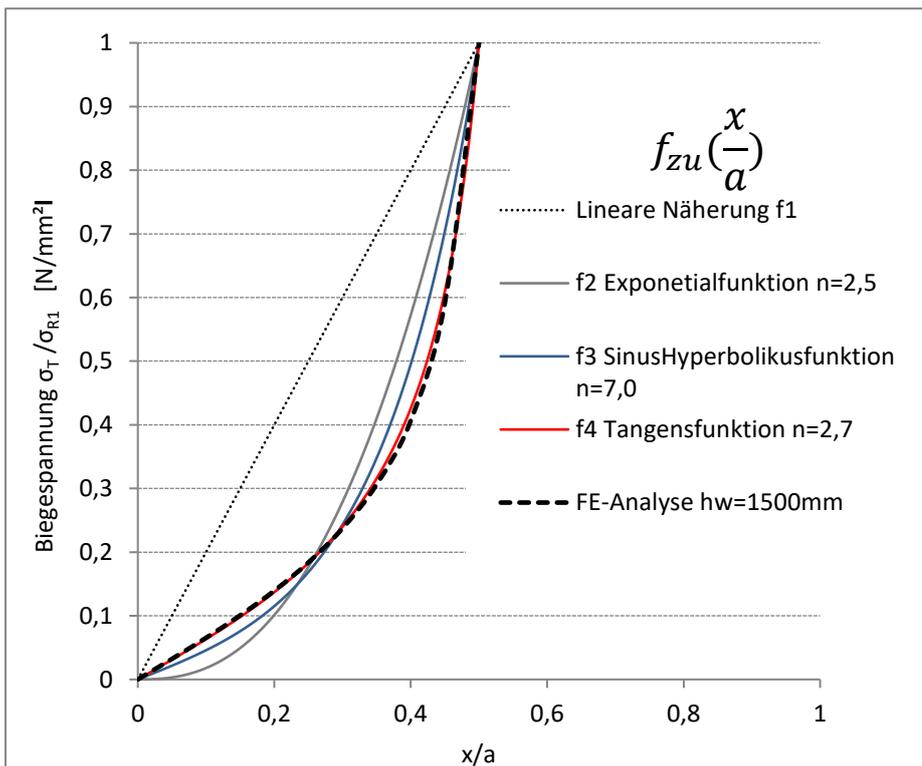


Abbildung 5.14: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte durch unterschiedlichen Ansatzfunktionen

6

6. Modifizierte Berechnungsmodelle

Ausgehend von dem Verlauf der linearen Näherung für den Einflusslinienverlauf aus Kapitel 4, wird das vereinfachte Berechnungsmodell durch den analytischen Ansatz eines Tangensfunktionsverlaufes aus Kapitel 5 modifiziert. Die Herleitung der Formeln in Tab. 6.1 wird in weiterer Folge genau beschrieben und dokumentiert. In Tab. 6.1 sind die modifizierten Berechnungsergebnisse bereits zusammengefasst.

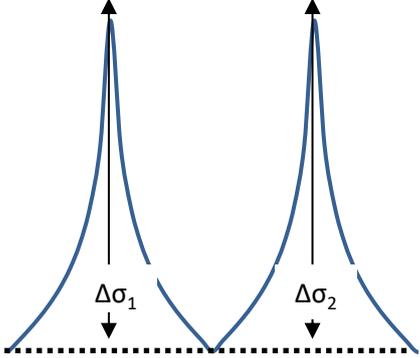
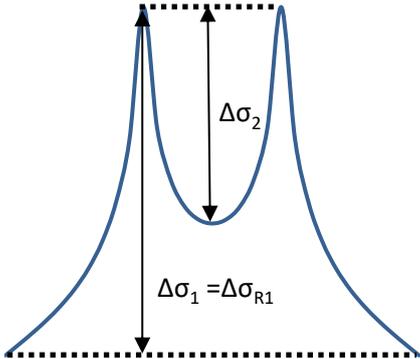
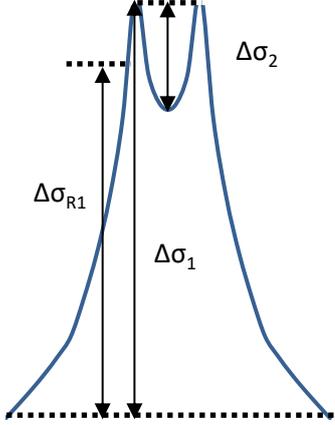
<p><u>Fall 1</u></p> <p style="text-align: center;">$b \geq a$</p> <p style="text-align: center;">$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{R1}$</p>	
<p><u>Fall 2</u></p> <p style="text-align: center;">$a/2 \leq b < a$</p> <p style="text-align: center;">$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{R1}$</p> <p style="text-align: center;">$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 - 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{n}{2} \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \right]$</p> <p>Anm.:zutreffende n-Werte siehe Kapitel 7</p>	
<p><u>Fall 3</u></p> <p style="text-align: center;">$0 \leq b < a/2$</p> <p style="text-align: center;">$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 + \frac{\tan\left(n \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \right]$</p> <p style="text-align: center;">$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 + \frac{\tan\left(n \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} - 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{n}{2} \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \right]$</p> <p>Anm.:zutreffende n-Werte siehe. Kapitel 7</p>	

Tabelle 6.1: Analytischer Spannungsverlauf mit Ansatz der Tangensfunktion unterteilt in drei Fälle

Ausgehend von $\Delta\sigma_{R1}$ kommt es infolge zwei exzentrischen Radlasten bei einem Achsabstand : $a/2 \leq b < a$ zu keiner Erhöhung der Spannung. Daraus folgt:

$$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{R1}$$

Für die Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_2$ bei $\frac{x}{a} = \frac{1}{2} + \frac{b}{2a}$ kommt es zu einer Abnahme der Funktion

$$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \left(1 - f_{4,abzu} \left(\frac{1}{2} + \frac{b}{2a}\right)\right) \quad (36)$$

Der Senkungsfaktor der Funktion $f_{4,abzu}$ siehe (Kap.5/5.3) stellt sich bei $\frac{x}{a} = \frac{1}{2} + \frac{b}{2a}$ ein:

$$f_{4,abzu} \left(\frac{x}{a}\right) = \frac{\tan\left(n * \left(1 - \frac{x}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} + \frac{\tan\left(n * \left(\frac{x}{a} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \quad (37)$$

$$f_{4,abzu} \left(\frac{1}{2} + \frac{b}{2a}\right) = 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{n}{2} * \left(1 - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \quad (38)$$

Wird nun Formel (38) in Formel (36) eingesetzt, so ergibt dies die Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_2$ infolge zweier Radlasten:

$$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 - 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{n}{2} * \left(1 - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)}\right] \quad (39)$$

6.2. Modifiziertes Berechnungsmodell für Fall 3

Nun wird das Verhalten für den Fall 3 mit: $0 \leq b < a/2$ beschrieben. Es wird wiederum, ausgehend von den vereinfachten Kollektiven, das Verhalten mit Ansatz der Tangensfunktion aus Kapitel 5 modifiziert, siehe Tab. 6.1. In Abbildung 6.2 wird das Verhalten für den Fall 3 gezeigt.

$\Delta\sigma_{R1}$ ist die maximale Spannungsschwingbreite in Feldmitte ($\frac{x}{a} = 0,5$) zufolge einer einzelnen exzentrisch angreifenden Radlast, unmittelbar darüber.

$\overline{\Delta\sigma_1} = \frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_{R1}}$ ist die erhöhte Spannungsschwingbreite $\overline{\Delta\sigma_1}$ aufgrund der gemeinsamen Überfahrt zweier Räder und entspricht der Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_1$ zufolge der Überfahrt zweier Räder bezogen auf die maximale Spannungsschwingbreite einer exzentrisch angreifenden Radlast $\Delta\sigma_{R1}$. Dieses Verhalten stellt sich bei einem Achsabstand der Räder von $0 \leq b < a/2$ ein.

$\overline{\Delta\sigma_2} = \frac{\Delta\sigma_2}{\Delta\sigma_{R1}}$ ist die Spannungsschwingbreite $\overline{\Delta\sigma_2}$ die sich zwischen den Spannungsspitzen bei $\frac{1}{2}b$ bzw. $\frac{1}{2} + \frac{b}{a}$ einstellt und ergibt sich aus der Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_2$ zufolge der gemeinsamen Überfahrt zweier Räder bezogen auf die maximale Spannungsschwingbreite einer exzentrisch angreifenden Radlast $\Delta\sigma_{R1}$. Nachfolgend werden die Herleitungen der Ergebnisse aus Tab 6.1. beschrieben.

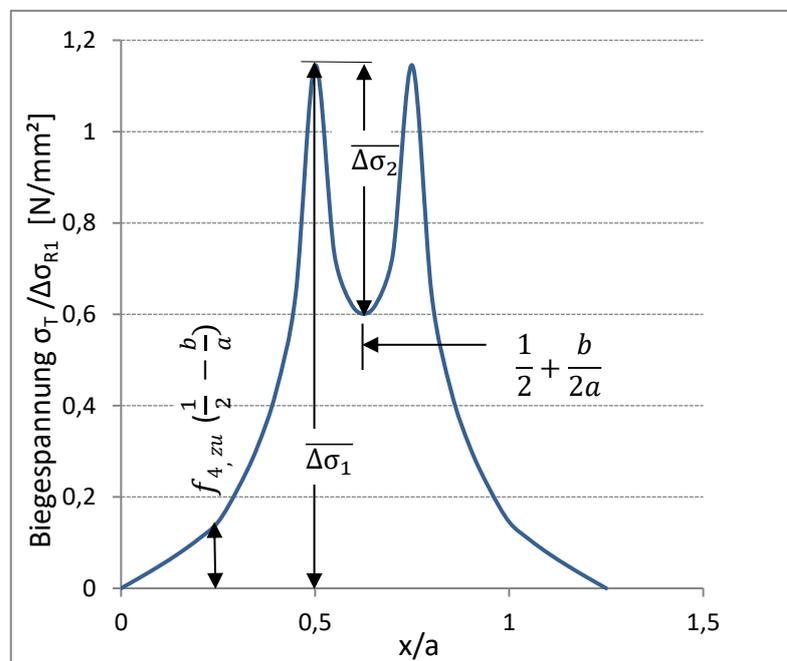


Abbildung 6.2: Verlauf der Stegbiegespannung in Feldmitte infolge zweier Räder für Fall 3 ($b=0,25 a$)

Ausgehend von $\Delta\sigma_{R1}$ kommt es durch die Superposition der Spannungen infolge zweier Radlasten zu:

$$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{R1} \left(1 + f_{4,zu} \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{a}\right)\right) \quad (40)$$

Die Erhöhungsfaktor der zunehmenden Funktion $f_{4,zu}$ siehe (Kap.5/5.3) stellt sich bei $\frac{x}{a} = \frac{1}{2} - \frac{b}{a}$ ein:

- Allgemein gilt:

$$f_{4,zu} \left(\frac{x}{a}\right) = \frac{\tan\left(n * \frac{x}{a}\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \quad (41)$$

$$f_{4,zu} \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{a}\right) = \frac{\tan\left(n * \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \quad (42)$$

Wird nun Formel (42) in Formel (40) eingesetzt, so ergibt dies die erhöhte Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_1$ infolge zweier Radlasten:

$$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 + \frac{\tan\left(n * \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)}\right] \quad (43)$$

Für die Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_2$ bei $\frac{x}{a} = \frac{1}{2} + \frac{b}{2a}$ kommt es zu einer Abnahme der Funktion

$$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_{R1} \cdot f_{4,abzu} \left(\frac{1}{2} + \frac{b}{2a}\right) \quad (44)$$

Der Senkungsfaktor der Funktion $f_{4,abzu}$ siehe (Kap.5/5.3) stellt sich bei $\frac{x}{a} = \frac{1}{2} + \frac{b}{2a}$ ein:

$$f_{4,abzu}\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{\tan\left(n \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} + \frac{\tan\left(n \cdot \left(\frac{x}{a} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \quad (45)$$

$$f_{4,abzu}\left(\frac{1}{2} + \frac{b}{2a}\right) = \frac{\tan\left(n \cdot \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{b}{2a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} + \frac{\tan\left(n \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{b}{2a} - \frac{2b}{2a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)}$$

$$f_{4,abzu}\left(\frac{1}{2} + \frac{b}{2a}\right) = 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{n}{2} \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \quad (46)$$

Wird nun Formel (46) in Formel (44) eingesetzt, so ergibt dies die Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_2$ infolge zweier Radlasten:

$$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 + \frac{\tan\left(n \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \right] - \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{n}{2} \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \right]$$

$$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 + \frac{\tan\left(n \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} - 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{n}{2} \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \right] \quad (46)$$

7

7. Parameterstudie für Variable n

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit der Untersuchung hinsichtlich zutreffender Werte der Variable n . Dafür werden vier Referenzmodelle eingeführt. Die nachfolgend untersuchten Referenzmodelle (Modell 2), (Modell 3), (Modell 4) und (Modell 5) unterscheiden sich durch unterschiedliche b/a -Verhältnisse. Für jedes Referenzmodell werden unterschiedliche Varianten erzeugt, dafür wird ein Parameter, der die Biegespannung im Steg laut Formel (18) beschreibt, variiert. Der erhaltene Verlauf der FE-Untersuchung wird mit dem analytischen Verlauf mit Ansatz der Tangensfunktion f_4 mit Formeln (33), (34) und (35) verglichen. Der analytische Verlauf wird in Excel erzeugt und durch eine Variable n an die Verläufe der FE-Untersuchung angepasst. Ziel der Untersuchung ist es, ein passendes n zu finden welches die verschiedensten Systemmodelle möglichst genau beschreibt.

7.1. Parameterstudie am Referenzmodell 2

In der nachfolgenden Tabelle 7.1 werden die Eingangsgrößen für die Parameterstudie mit FE-Analyse am Referenzmodell (Modell 2) beschrieben. Die exzentrisch angreifende Kraft wird als Linientorsionsmoment mit einer gewählten Lasteinleitungslänge von $L_w=100\text{mm}$ gewählt.

Tabelle 7.1: Eingangsgrößen für Referenzmodell (Modell 2)

Referenzmodell 2	
Quersteifenabstand a	4000mm
Achsabstand b	1000mm
b/a	0,25
Stegdicke t_w	10mm
Steghöhe h_w	1000mm
Flanschbreite b_f	400mm
Flanschhöhe t_f	20mm
Torsionsträgheitsmoment I_T	$106,67 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
Torsionsmoment M_T	$1 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$
Lasteinleitungslänge L_w	100 mm

- Ergebnisse der Parameterstudie für Referenzmodell 2

Vergleicht man die Verläufe der FE-Untersuchung mit jenen der analytischen Ansatz-Methode der Formeln (33), (34) und (35), so muss für die Variable n , der entsprechende Wert aus Tabelle 7.2. eingesetzt werden, um denselben Spannungsverlauf in Feldmitte aus der gemeinsamen Überfahrt zweier Radlasten wie in der FE-Untersuchung zu erhalten.

Tabelle 7.2: Variable n für unterschiedliche Varianten der Steghöhe, der Stegdicke und des Torsionsträgheitsmoments

Referenzmodell 2			
Steghöhe [mm]	300	1000	1500
Variable n	2,64	2,76	2,80

Referenzmodell 2			
Stegdicke [mm]	10	15	20
Variable n	2,76	2,96	3,06

Referenzmodell 2				
Torsionsträgheitsmoment I_T [mm ⁴]	$68 \cdot 10^4$	$106,67 \cdot 10^4$	$125 \cdot 10^4$	$232 \cdot 10^4$
Variable n	2,83	2,76	2,73	2,64

7.2. Parameterstudie am Referenzmodell 3

Für die Parameterstudie am Referenzmodell (Modell 3) werden die in Tabelle 7.3 dargestellten Eingangsgrößen gewählt und anschließend wiederum ein Parameter der Eingangsgrößen variiert.

Tabelle 7.3: Eingangsgrößen für Referenzmodell 3

Referenzmodell 3	
Quersteifenabstand a	2000mm
Achsabstand b	1000mm
b/a	0,50
Stegdicke t_w	10mm
Steghöhe h_w	1000mm
Flanschbreite b_f	400mm
Flanschhöhe t_f	20mm
Torsionsträgheitsmoment I_T	$106,67 \cdot 10^4 \text{mm}^4$
Torsionsmoment M_T	$1 \cdot 10^6 \text{Nmm}$
Lasteinleitungslänge L_w	100 mm

- **Ergebnisse der Parameterstudie für Referenzmodell 3**

Die Ergebnisse aus dem Vergleich zwischen FE- Analyse und analytischem Ansatz werden in Tabelle 7.4. angegeben.

Tabelle 7.4: Variable n für unterschiedliche Varianten der Steghöhe, der Stegdicke und des Torsionsträgheitsmoments

Referenzmodell 3			
Steghöhe [mm]	300	1000	1500
Variable n	2,21	2,60	2,69

Referenzmodell 3			
Stegdicke [mm]	10	15	20
Variable n	2,60	2,81	2,97

Referenzmodell 3				
Torsionsträgheitsmoment I_T [mm ⁴]	$68 \cdot 10^4$	$106,67 \cdot 10^4$	$125 \cdot 10^4$	$232 \cdot 10^4$
Variable n	2,68	2,60	2,58	2,51

7.3. Parameterstudie am Referenzmodell 4

Für die Parameterstudie am Referenzmodell (Modell 4) werden die in Tabelle 7.5 dargestellten Eingangsgrößen gewählt und anschließend wiederum ein Parameter der Eingangsgrößen variiert.

Tabelle 7.5: Eingangsgrößen für Referenzmodell 4

Referenzmodell 4	
Quersteifenabstand a	2000mm
Achsabstand b	1500mm
b/a	0,75
Stegdicke t_w	10mm
Steghöhe h_w	1000mm
Flanschbreite b_f	400mm
Flanschhöhe t_f	20mm
Torsionsträgheitsmoment I_T	$106,67 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
Torsionsmoment M_T	$1 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$
Lasteinleitungslänge L_w	100 mm

- Ergebnisse der Parameterstudie für Referenzmodell 4

Die Ergebnisse der Parameterstudie werden in Tabelle 7.6. angegeben.

Tabelle 7.6: Variable n für unterschiedliche Varianten der Steghöhe, der Stegdicke und des Torsionsträgheitsmoments

Referenzmodell 4			
Steghöhe [mm]	300	1000	1500
Variable n	2,19	2,57	2,68

7. Parameterstudie für Variable n

Referenzmodell 4			
Stegdicke [mm]	10	15	20
Variable n	2,57	2,81	2,98

Referenzmodell 4				
Torsionsträgheitsmoment I_T [mAm ⁴]	$68 \cdot 10^4$	$106,67 \cdot 10^4$	$125 \cdot 10^4$	$232 \cdot 10^4$
Variable n	2,65	2,57	2,54	2,46

7.4. Parameterstudie am Referenzmodell 5

Tabelle 7.7: Eingangsgrößen für Referenzmodell 5

Referenzmodell 5	
Quersteifenabstand a	1000mm
Achsabstand b	1000mm
b/a	1,00
Stegdicke t_w	10mm
Steghöhe h_w	1000mm
Flanschbreite b_f	400mm
Flanschhöhe t_f	20mm
Torsionsträgheitsmoment I_T	$106,67 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
Torsionsmoment M_T	$1 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$
Lasteinleitungslänge L_w	100 mm

- Ergebnisse der Parameterstudie für Referenzmodell 5

Die Ergebnisse der Parameterstudie werden in Tabelle 7.8 angegeben.

Tabelle 7.8: Eingangsgrößen für Referenzmodell 5

Referenzmodell 5			
Steghöhe [mm]	300	1000	1500
Variable n	1,87	2,51	2,51

Referenzmodell 5			
Stegdicke [mm]	10	15	20
Variable n	2,51	2,65	2,76

Referenzmodell 5				
Torsionsträgheitsmoment $I_T[\text{mm}^4]$	$68 \cdot 10^4$	$106,67 \cdot 10^4$	$125 \cdot 10^4$	$232 \cdot 10^4$
Variable n	2,54	2,51	2,48	2,44

7.5. Auswertung der Ergebnisse

Abbildung 7.1. fasst das Verhalten der Variable n für die Parameterstudie mit den unterschiedlichen b/a -Verhältnissen der Referenzmodelle (Modell 2), (Modell 3), (Modell 4) und (Modell 5) zusammen. Dabei kann festgehalten werden, dass sich der zutreffende Variable n -Wert -größtenteils zwischen den Wert $n=2,0$ bis $n=3,0$ befindet.

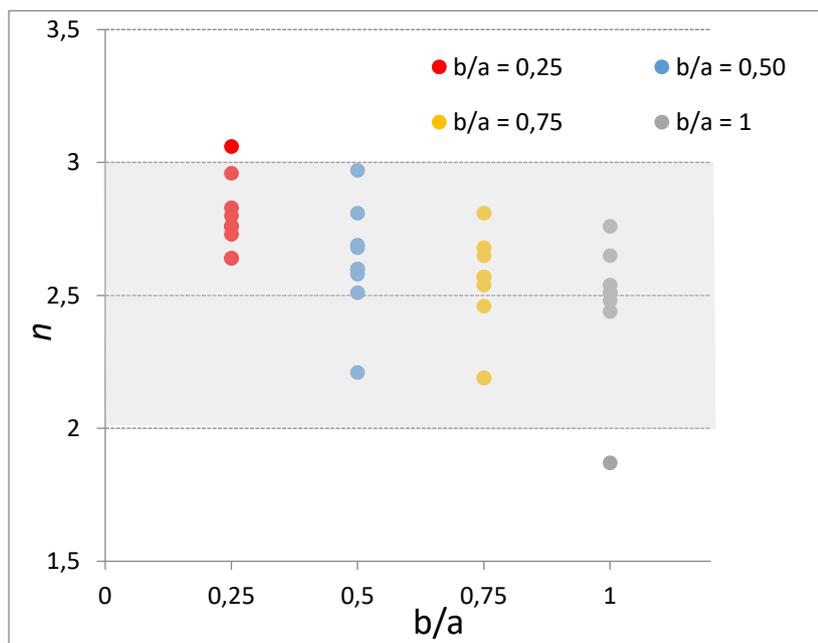


Abbildung 7.1: Variable n für unterschiedliche b/a - Verhältnisse

Damit das Ergebnis der Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ in Abhängigkeit der Variable n und dem b/a -Verhältnis beschrieben werden kann, wird angenommen, dass sich die untersuchten Systemmodelle (Modell 2), (Modell 3) (Modell 4) und (Modell 5) allesamt durch ein n im Bereich zwischen $n=2,0$ bis $3,0$ zusammenfassen lassen.

Die Abbildung 7.2 und Abbildung 7.3. sollen den Verlauf der Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1/\Delta\sigma_{R1}$ und $\Delta\sigma_2/\Delta\sigma_{R1}$, in Abhängigkeit unterschiedlicher b/a -Verhältnisse, beschreiben. Der Verlauf ergibt sich durch die in Kapitel 6, Tab 6.1. beschriebenen Formeln für $n=2,0$ und $n=3,0$ und unterschiedlichen b/a - Verhältnisse.

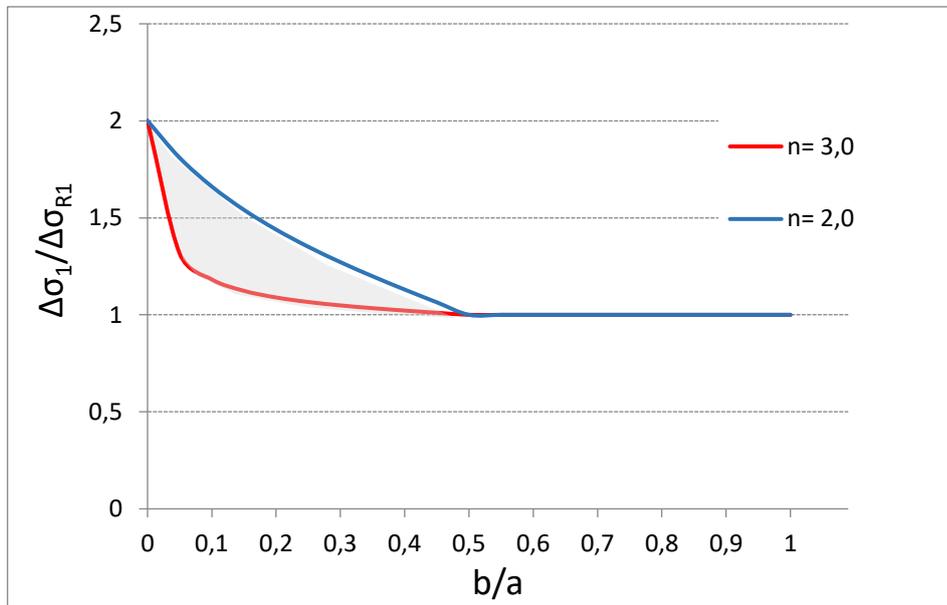


Abbildung 7.2: Verlauf $\Delta\sigma_1/\Delta\sigma_{R1}$ mit $n=2,0$ und $n=3,0$

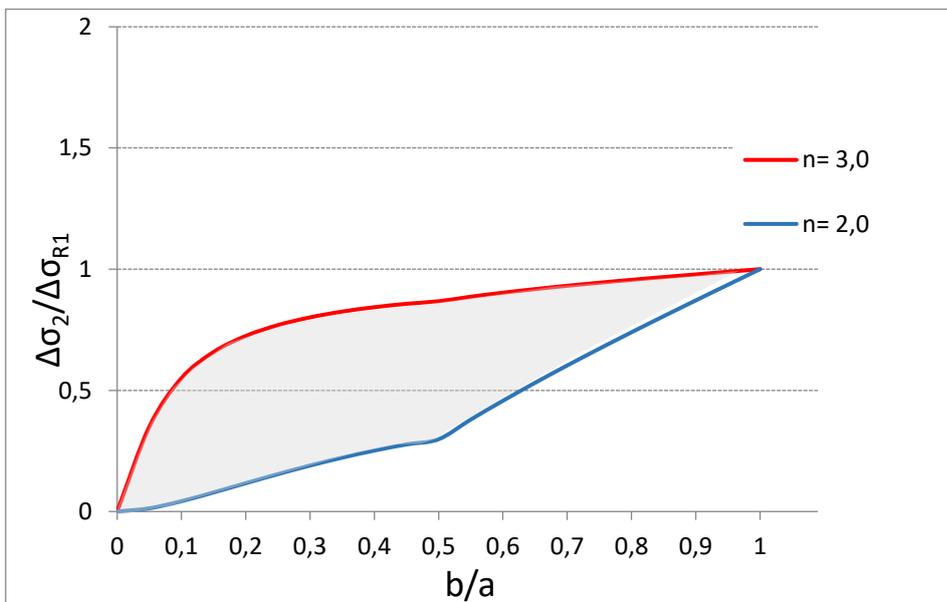


Abbildung 7.3: Verlauf $\Delta\sigma_2/\Delta\sigma_{R1}$ mit $n=2,0$ und $n=3,0$

Aus Abbildung 7.2 kann festgehalten werden, dass für die Ermittlung der maßgebenden Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_1$ ein Wert $n=2,0$ das Verhalten auf der sicheren Seite beschreibt. Aus Abbildung 7.3 ist ersichtlich, dass für die Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_2$ konservativ ein Wert von $n= 3,0$ gewählt werden kann. Dabei ist anzumerken, dass die Streuung der Variable n zwar klein ist (vgl. Abbildung 7.1), der Unterschied sich aber sehr stark auf den Verlauf der Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ auswirkt.

8. Ermüdungsnachweis für einen Kranbahnträger infolge eines Brückenkrans mit 2 Rädern

In diesem Kapitel werden die relevanten Punkte für den Ermüdungsnachweis von Kranbahnträgern nach EN 1993-6 [5], EN 1993-1-9 [9] und EN 1991-3 [10] beschrieben. Anschließend wird ein Rechenbeispiel zum Ermüdungsnachweis für einen Kranbahnträger, infolge eines Krans mit 2 Rädern durchgeführt.

8.1. Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte

Die Wahl des Zuverlässigkeitskonzept Tab.8.1 nach [9] sowie die Anzahl der Inspektionsintervalle legt die Festlegung des Teilsicherheitsbeiwerts γ_{Mf} für den Widerstand fest. Grundsätzlich kann $\gamma_{Mf} = 1,15$ bei 3 Inspektionsintervallen bei einer Lebensdauer des Kranbahnträgers von 25 Jahren angenommen werden.

Der Teilsicherheitsbeiwert γ_{Ff} für die Einwirkung wird mit $\gamma_{Ff} = 1,00$ festgelegt nach [9]

Tabelle 8.1: Quelle [9] Empfehlungen für Teilsicherheitsbeiwert γ_{Mf}

Bemessungskonzept	Schadensfolgen	
	niedrig	hoch
Schadenstoleranz	1,00	1,15
Sicherheit gegen Ermüdungsver-sagen ohne Vorankündigung	1,15	1,35

8.2. Einstufung der Kranbahnen in Beanspruchungsklassen

Aufgrund der Sicherheit gegen Ermüdungsversagen muss den Kranbahnträger eine Beanspruchungsklasse (BK) zugeordnet werden. ÖNORM EN 13001-3-1 [11] geht von 10 BK aus, S_0 - S_9 . Dabei steht S_0 für einen leichten Kranbetrieb und S_9 für einen sehr hohen Betrieb. Grundsätzlich kann die Einstufung der Kranbahn unterschiedlich vorgenommen werden. Beispielsweise kann es durch eine grobe Einstufung nach [10/Tab B.1] oder einer feinen Einstufung nach [10], Tab 2.11 durchgeführt werden. Außerdem kann die Einstufung durch die Spannungsverläufe nach [11], Tab.15.4 vorgenommen werden. Die einfachste Variante ist jedoch die Einstufung des Kranbahnträgers über die Kranleistungsblätter.

Ausgehend von der Beanspruchungsklasse, lässt sich der schadensäquivalente Beiwert λ nach Tab.8.3 ermitteln, welcher das genormte Ermüdungslastspektrum für Kranbahnen und eine Gesamtzahl $N = 2 \cdot 10^6$ Lastspielen zu Grunde liegt.

Wichtig dabei ist, dass der Eurocode vorsieht, dass für einen Kran mit 2 Rädern die Beanspruchungsklasse um 1 erhöht werden soll, falls es aufgrund einer Kranüberfahrt zu zwei getrennten Spannungsspitzen kommt. Laut [5], Kap.9.3.2 gilt z.B. S_4 auf S_5 .

Alternativ kann man auch die Beanspruchungsklasse belassen und man addiert die Einzelschädigungen aus beiden Spannungsspielen.

8.3. Schadensäquivalente Spannungsschwingbreite

Ausgehend von der Beanspruchungsklasse lässt sich der schadensäquivalente Beiwert λ nach Tab.8.3 ermitteln, welcher das genormte Ermüdungslastspektrum für Kranbahnen und die Gesamtanzahl $N = 2 \cdot 10^6$ Lastspielen zu Grunde liegt. Daraus lässt sich die schadensäquivalente Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_{E,2}$ folgendermaßen berechnen:

$$\Delta\sigma_{E,2} = \lambda \cdot \Delta\sigma$$

Tabelle 8.3:Quelle [10],Schadensäquivalenter Beiwert λ

Klasse S	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9
Längs- spannungen	0,198	0,250	0,315	0,397	0,500	0,630	0,794	1,000	1,260	1,587
Schub- spannungen	0,379	0,436	0,500	0,575	0,660	0,758	0,871	1,000	1,149	1,320

8.4. Bestimmung der zutreffenden Kerbfälle nach [9]

Für den Ermüdungsnachweis eines Bauteiles ist deren ertragbare Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_c$ bei $N_c = 2 \cdot 10^6$ Lastwechseln erforderlich. In den Kerbfalltabellen wird jeder Kerbfall mit einer Kerbfallnummer bezeichnet. Dieser Wert entspricht der Ermüdungsfestigkeit $\Delta\sigma_c$ in N/mm^2 für den beschriebene Kerbfall. Je höher dabei die Kerbfallnummer ist, desto höher ist auch die Beanspruchbarkeit.

8.5. Ermüdungsnachweis für einen Kranbahnträger infolge eines Krans mit 2 Rädern

Für den Ermüdungsnachweis eines Kranbahnträgers mit einem einzelnen zweiachsigen Krans sind folgende Nachweise laut [9] zu führen.

$$\frac{\gamma_{Ff} \cdot \Delta\sigma_{E,2}}{\Delta\sigma_c / \gamma_{Mf}} \leq 1,0$$

$$\frac{\gamma_{Ff} \cdot \Delta\tau_{E,2}}{\Delta\tau_c / \gamma_{Mf}} \leq 1,0$$

Daraus ergibt sich eine Schädigung D bei gemeinsamer Wirkung von Längs- und Schubspannungen an der maßgebenden Nachweisstelle zu:

$$D = \left(\frac{\gamma_{Ff} \cdot \Delta\sigma_{E,2}}{\Delta\sigma_c / \gamma_{Mf}} \right)^3 + \left(\frac{\gamma_{Ff} \cdot \Delta\tau_{E,2}}{\Delta\tau_c / \gamma_{Mf}} \right)^5 \leq 1,0 \quad (48)$$

für das nachfolgende Rechenbeispiel wurde die Schädigung D infolge Schubspannung $\Delta\tau_{E,2}$ aufgrund des geringen Einflusses auf die Schädigung D vernachlässigt.

8.6. Rechenbeispiel für den Ermüdungsnachweis eines Kranbahnträgers infolge eines zweiachsigen Krans

Für das folgende Rechenbeispiel werden die ermittelten Ansätze aus den vorherigen Kapitel herangezogen und mit den Ermüdungsnachweise nach [9] bewertet.

Für die Ermittlung der Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_{R1}$ werden zwei Varianten eingeführt:

- Variante 1 : $\Delta\sigma_{T,R1,FE}$ durch die FE-Analyse am Referenzmodell 1, mit den Eingangsgrößen aus Tab.8.4
- Variante 2 : $\Delta\sigma_{T;R1,EN}$ durch die Formel (18),(19) nach [5], mit den Eingangsgrößen aus Tab 8.4

Tabelle 8.4: Eingangsgrößen für Variante 1 und Variante 2

Beanspruchungsklasse	S4
Quersteifenabstand a	2000mm
Stegdicke t_w	10mm
Steghöhe h_w	1000mm
Torsionsträgheitsmoment I_T (Obergurt und abgenutzte Schiene) siehe Anhang A	$232 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
Torsionsmoment T_{Ed}	$243,75 \cdot 10^4 \text{ Nmm}$
Radlast $F_{z,Ed}$	150 kN
Exzentrizität e	16,25mm

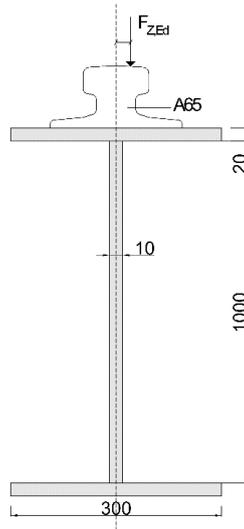


Abbildung 8.1: Abmessungen des Träger-Querschnittes

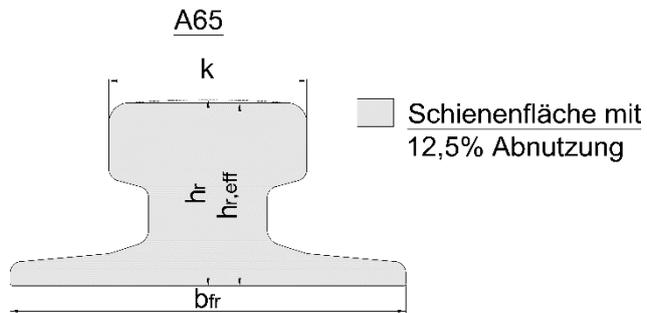


Abbildung 8.2: Abgenutzte Schienenfläche bei 12,5%

Ermittlung der Lasteinleitungsweite b_{eff} und Lasteinleitungslänge l_{eff} auf der Höhe der Flanschunterkante, mit den Eingangsgrößen aus Tab.8.5.

Tabelle 8.5: Eingangsgrößen für b_{eff} und l_{eff}

Schiennenprofil	A65
Breite des Schienenfußes b_{fr}	175mm
Schienehöhe h_r	75mm
Schienehöhe Abgenutzt $h_{r,eff}$	71,2mm
Schienekopfbreite k	65mm
Flanschdicke t_f	20mm

Schienenprofil	A65 mit 12,5 % Abnutzung
Trägheitsmoment abgenutzter Schiene $I_{y,r}$ aus [12]	$276,3 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
Torsionsträgheitsmoment Schiene $I_{T,r}$	$152,0 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

Schiene A65, mit 12,5 % Abnutzung:

$$l_{eff} = 3,25 \left[\frac{I_{rf}}{t_w} \right]^{1/3}$$

$$I_{rf} = I_{y,f,eff} + I_{y,r}$$

$$I_{y,f,eff} = \frac{b_{eff} \cdot t_f^3}{12}$$

$$b_{eff} = b_{fr} + h_{r,eff} + t_f < b_f$$

$$b_{eff} = 175 + 71,2 + 20 = 266,2 < 300$$

I_{rf} ...Flächenträgheitsmoment des Querschnitts (Schiene und Obergurt)

$I_{y,f,eff}$..Flächenträgheitsmoment des Obergurtes mit effektiver Breite

$$I_{y,f,eff} = \frac{266,2 \cdot 20^3}{12} = 17,75 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_{rf} = 18 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 + 276,3 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 = 294,04 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$l_{eff} = 3,25 \left[\frac{294,04 \cdot 10^4}{10} \right]^{1/3} = 216,12 \text{ mm}$$

Für den Ermüdungsnachweis, ab Beanspruchungsklasse S4, ist neben der Radlastpressung $\sigma_{oz,Ed}$ auch die zusätzliche Stegbiegung $\sigma_{T,Ed}$ zu berücksichtigen

Ermittlung der Radlastpressung $\sigma_{oz,Ed}$ am oberen Stegrand Punkt 1 (vgl. Abbildung 8.3)

$$\sigma_{oz,Ed} = \frac{F_{z,Ed}}{l_{eff} \cdot t_w}$$

Für einen schubstarrten Anschluss der Kranschiene am Obergurt ergibt sich l_{eff} zu (vgl. Tab 2.1):

$$l_{eff} = 216,12 \text{ mm}$$

$$\sigma_{oz,Ed} = \frac{150.000}{216,12 \cdot 10} = 69,4 \text{ N/mm}^2$$

Stegbiegung infolge exzentrischer Radlasteinleitung nach Formeln (18) und (19):

$$\sigma_{T,R1,EN} = \frac{6 \cdot T_{Ed}}{a \cdot t_w^2} \eta \cdot \tanh(\eta)$$

mit

$$\eta = \left[\frac{0,75 \cdot a \cdot t_w^3}{I_T} \cdot \frac{\sinh^2\left(\frac{\pi}{a} h_w\right)}{\sinh\left(2\frac{\pi}{a} h_w\right) - 2\frac{\pi}{a} h_w} \right]^{0,5}$$

$$T_{Ed} = F_{z,Ed} \cdot e_y$$

$$\sigma_{T,R1,EN} = \Delta\sigma_{R1} = 26,3 \text{ N/mm}^2$$

Aus der FE- Untersuchung mit den Eingangsgrößen aus Tab 8.4 ergibt sich ein $\Delta\sigma_{T,R1,FE}$ von:

$$\Delta\sigma_{T,R1,FE} = 41,4 \text{ N/mm}^2$$

Mit den Formel (18) und (19) und den Eingangsgrößen aus Tab.8.4 ergibt sich ein $\Delta\sigma_{T,R1,EN}$ von:

$$\Delta\sigma_{T,R1,EN} = 26,3 \text{ N/mm}^2$$

Für die FE-Analyse am Referenzmodell (1) wurde eine Lasteinleitungslänge der Linientorsionslast $L_w = 100 \text{ mm}$ angenommen (vgl. Abbildung 3.1). Da sich die Werte $\Delta\sigma_{T,R1,FE}$ aufgrund der unbekanntem Länge L_w sehr stark unterscheiden (vgl. Abbildung 3.4), wird für die weitere Berechnung $\Delta\sigma_{R1} = \Delta\sigma_{T,R1,EN}$ herangezogen.

Daraus ergibt sich ein $\sigma_{z,ges}$ von:

$$\sigma_{z,ges} = \sigma_{oz,Ed} + \sigma_{T,R1,EN}$$

$$\sigma_{z,ges} = 69,4 + 26,3 = 95,7 \text{ N/mm}^2$$

8.6.1. Ermüdungsnachweis nach [9]

Der Ermüdungsnachweis wird an der oberen Stegrandstelle durchgeführt - Stelle 1 (vgl. Abbildung 8.3.). In Tabelle 8.5 wird der nachzuweisende Kerbfall beschrieben.

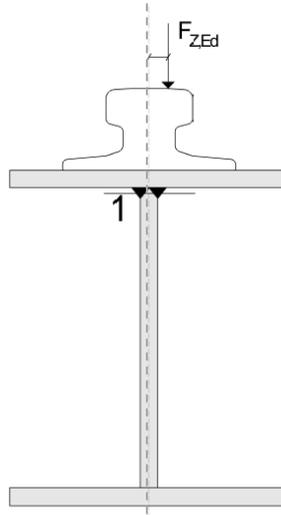
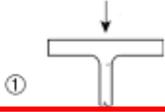
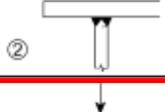
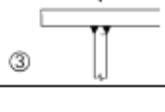


Abbildung 8.3: Stelle für Ermüdungsnachweis

Tabelle 8.5: Quelle [9]:Kerbfall 71

Kerbfall	Konstruktionsdetail	Beschreibung	Anforderungen
160		1) Gewalzte I- oder H-Querschnitte.	1) Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_{vert.}$ im Steg infolge vertikaler Druckkräfte aus Radlasteinleitung.
71		2) Voll durchgeschweißter T-Stumpfstoß.	2) Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_{vert.}$ im Steg infolge vertikaler Druckkräfte aus Radlasteinleitung.
36*		3) Nicht voll durchgeschweißter T-Stumpfstoß oder wirksam voll durchgeschweißter T-Stumpfstoß in Übereinstimmung mit EN 1993-1-8	3) Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_{vert.}$ in der Schweißnaht infolge vertikaler Druckkräfte aus Radlasteinleitung.

Für die angenommenen Beanspruchungsklasse S_4 ergibt sich nach Tab.8.6 ein schadensäquivalenter Beiwert λ von:

$$\lambda = 0,500$$

Tabelle 8.6: Quelle [10]: Schadensäquivalenter Beiwert λ

Klasse S	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇	S ₈	S ₉
Längs- spannungen	0,198	0,250	0,315	0,397	0,500	0,630	0,794	1,000	1,260	1,587
Schub- spannungen	0,379	0,436	0,500	0,575	0,660	0,758	0,871	1,000	1,149	1,320

a.) Vorgangsweise 1

Da nun das Verhalten für zwei exzentrischen Radlasten nur durch 1 Spannungsspiel beschrieben werden soll, wird laut [5/9.3.2] die Beanspruchungsklasse um eins erhöht, Klasse S5 daraus ergibt sich ein λ von:

$$\lambda = 0,630$$

- Schadensäquivalente Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_{E,2}$

$$\Delta\sigma_{E,2} = \lambda \cdot \sigma_{z,ges}$$

mit

γ_{Ff}	1,00
γ_{Mf}	1,15

Ermüdungsnachweis für einen zweiachsigen Kran nach [9]

$$\frac{\gamma_{Ff} \cdot \Delta\sigma_{E,2}}{\Delta\sigma_c / \gamma_{Mf}} = \frac{\gamma_{Ff} \cdot (\lambda \cdot \sigma_{z,ges})}{\Delta\sigma_c / \gamma_{Mf}}$$

$$\frac{1,00 \cdot (0,63 \cdot 95,7)}{71/1,15} = 0,977 \leq 1,00$$

Die Schädigung D ergibt sich zu:

$$D = \left(\frac{\gamma_{Ff} \cdot \Delta\sigma_{E,2}}{\Delta\sigma_c / \gamma_{Mf}} \right)^3$$

$$D = (0,977)^3 = 0,93$$

b.) Vorgangsweise 2

8. Ermüdungsnachweis infolge zwei Kranlasten

Alternativ dazu kann man die Beanspruchungsklasse belassen und man addiert die Einzelschädigung aus 2 getrennten Spannungsspielen (2 Räder):

$$\lambda = 0,500$$

$$\Delta\sigma_{E,2} = \lambda \cdot \sigma_{z,ges}$$

mit

γ_{Ff}	1,00
γ_{Mf}	1,15

- Nachweis einzelnes Rad:

-

$$\frac{\gamma_{Ff} \cdot \Delta\sigma_{E,2}}{\Delta\sigma_c / \gamma_{Mf}} = \frac{\gamma_{Ff} \cdot (\lambda \cdot \sigma_{z,ges})}{\Delta\sigma_c / \gamma_{Mf}}$$

$$\frac{1,00 \cdot (0,500 \cdot 95,7)}{71/1,15} = 0,775 \leq 1,00$$

- Schädigung je Rad:

$$D_1 = \left(\frac{\gamma_{Ff} \cdot \Delta\sigma_{E,2}}{\frac{\Delta\sigma_c}{\gamma_{Mf}}} \right)^3$$

$$D_1 = (0,775)^3 = 0,465$$

- Schädigung beider Räder:

$$D_{ges} = 2 \cdot D_1 = (0,775)^3 \cdot 2 = 0,93$$

Es bestätigt sich die Gleichwertigkeit beider Vorgangsweisen.

8.6.2. Ermüdungsnachweis durch Erhöhung der Spannungsschwingbreite bei $b/a = 0,25$ mit vorgeschlagenem n

Das folgende Rechenbeispiel soll die Schädigung D_1 und D_2 aufgrund der ermittelten Formel nach Tab. 6.1. beschreiben. Für die Variable n wird dabei laut Kapitel 7/7.4.4 für $\Delta\sigma_1$ ein $n=2,0$ und für $\Delta\sigma_2$ ein $n=3,0$ vorgeschlagen, um das Verhalten auf der sicheren Seite zu beschreiben.

Für das Beispiel mit $b/a = 0,25$ sieht Tab 6.1 folgende Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ vor.

$$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 + \frac{\tan\left(n \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \right] = 26,3 \cdot \left[1 + \frac{\tan\left(2 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0,25\right)\right)}{\tan\left(\frac{2}{2}\right)} \right]$$

$$= 35,5 \frac{N}{mm^2} \underline{\underline{1,35}} \Delta\sigma_{R1}$$

$$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 + \frac{\tan\left(n \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} - 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{n}{2} \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \right]$$

$$\Delta\sigma_2 = 26,3 \cdot \left[1 + \frac{\tan\left(3 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0,25\right)\right)}{\tan\left(\frac{3}{2}\right)} - 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{3}{2} \cdot \left(1 - 0,25\right)\right)}{\tan\left(\frac{3}{2}\right)} \right] = 20,2 \frac{N}{mm^2} \underline{\underline{0,77}} \Delta\sigma_{R1}$$

Ermüdungsnachweis für einen zweiachsigen Kran:

- nur Radlast 1:

$$\frac{1,00 \cdot (0,50(69,4 + 35,5))}{\frac{71}{1,15}} = 0,85 \leq 1,00$$

- nur Radlast 2:

$$\frac{1,00 \cdot (0,5(69,4 + 20,2))}{71/1,15} = 0,73 \leq 1,00$$

Die Schädigung ergibt sich zu:

$$D_1 = (0,85)^3 = 0,61$$

$$D_2 = (0,73)^3 = 0,38$$

Schädigung beider Räder:

$$D_{ges} = 0,61 + 0,38 = 0,99$$

8.6.3. Ermüdungsnachweises mit Spannungsschwingbreiten bei $b/a = 0,75$ mit vorgeschlagenem n

Für das Beispiel mit $b/a = 0,75$, sieht Tab 6.1 folgende Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ vor.

$$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{R1}$$

$$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 - 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{n}{2} \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \right]$$

Wird für die Variable, laut Kap. 7/7.4.2 für $\Delta\sigma_2$ ein $n=3,0$ vorgeschlagen und $\Delta\sigma_{R1} = 26,3 \text{ N/mm}^2$ eingesetzt, ergibt sich daraus:

$$\Delta\sigma_1 = 26,3 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 - 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{3}{2} \cdot (1 - 0,75)\right)}{\tan\left(\frac{3}{2}\right)} \right] = 24,8 \text{ N/mm}^2 \underline{\underline{0,94}} \cdot \Delta\sigma_{R1}$$

Ermüdungsnachweis für einen zweiachsigen Kran:

- nur Radlast 1:

$$\frac{1,00 \cdot (0,50(69,4 + 26,3))}{71/1,15} = 0,775 \leq 1,00$$

- nur Radlast 2:

$$\frac{1,00 \cdot (0,50(69,4 + 24,8))}{71/1,15} = 0,763 \leq 1,00$$

Schädigung D ergibt sich zu:

$$D = (0,775)^3 = 0,47$$

$$D = (0,763)^3 = 0,44$$

Schädigung beider Räder:

$$D = 0,47 + 0,44 = 0,91$$

Ermüdungsnachweis mit Spannungsschwingbreiten mit zutreffenden n

Das folgende Rechenbeispiel soll die Schädigung D_1 und D_2 aufgrund der ermittelten Formel nach Tab. 6.1. beschreiben. Für die Variable n wird dabei der zutreffende Wert, der sich aufgrund des selben Verlaufes zwischen FE- Analyse und analytischen Ansatz mit Formel (33), (34) und (35), einstellt (siehe Tab. 8.7). Die FE- Analyse wird mit den Eingangsgrößen aus Tab. 8.4 durchgeführt.

Tabelle 8.7: Variable n

b/a	0,25	0,75
Variable n	2,52	2,46

Für das Beispiel mit $b/a = 0,25$ sieht Tab 6.1 folgende Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ vor.

Wird für die Variable, laut Tab.8.7 ein $n = 2,52$ und $\Delta\sigma_{R1} = 26,3 \text{ N/mm}^2$ eingesetzt, ergibt sich daraus

$$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 + \frac{\tan\left(n \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \right] = 26,3 \cdot \left[1 + \frac{\tan\left(2,52 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0,25\right)\right)}{\tan\left(\frac{2,52}{2}\right)} \right]$$

$$= \frac{32,5 \text{ N}}{\text{mm}^2} \underline{\underline{1,23}} \cdot \Delta\sigma_{R1}$$

$$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 + \frac{\tan\left(n \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} - 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{n}{2} \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \right]$$

$$\Delta\sigma_2 = 26,3 \cdot \left[1 + \frac{\tan\left(2,52 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0,25\right)\right)}{\tan\left(\frac{2,52}{2}\right)} - 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{2,52}{2} \cdot (1 - 0,25)\right)}{\tan\left(\frac{2,52}{2}\right)} \right]$$

$$= 9,1 \text{ N/mm}^2 \underline{\underline{0,35}} \cdot \Delta\sigma_{R1}$$

Ermüdungsnachweis für einen zweiachsigen Kran:

- aus $\Delta\sigma_1$

$$\frac{1,00 \cdot (0,50 \cdot (69,40 + 32,5))}{\frac{71}{1,15}} = 0,825 \leq 1,00$$

- aus $\Delta\sigma_2$

$$\frac{1,00 \cdot (0,50 \cdot (69,4 + 9,1))}{71/1,15} = 0,636 \leq 1,00$$

Die Schädigung ergibt sich zu:

$$D_1 = (0,825)^3 = 0,56$$

$$D_2 = (0,636)^3 = 0,26$$

Schädigung beider Räder :

$$D_{ges} = 0,56 + 0,26 = 0,82$$

- nach [5]

Gesamtlebensdauer 25 Jahre

$$D_{ges} = 0,93$$

$$\frac{25}{0,93} = 26,8 \text{ Jahre}$$

- mit Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ für $b/a=0,25$

$$D_{ges} = 0,82$$

$$\frac{25}{0,82} = 30,5 \text{ Jahre}$$

Der Ermüdungsnachweis durch Erhöhung der Spannungsschwingbreiten für $b/a = 0,25$ entspricht einer um 3,7 Jahre längeren Lebensdauer, gegenüber der Normberechnung im Abschnitt 8.6.1.

Für das Beispiel mit ein $b/a = 0,75$ sieht Tab 6.1 folgende Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ vor.

$$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_{R1}$$

$$\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_{R1} \cdot \left[1 - 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{n}{2} \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)\right)}{\tan\left(\frac{n}{2}\right)} \right]$$

Wird für die Variable, laut Tab.8.7 ein $n= 2,46$ und $\Delta\sigma_{R1} = 26,3 \text{ N/mm}^2$ eingesetzt, ergibt sich daraus

$$\Delta\sigma_1 = 26,3 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta\sigma_2 = 26,3 \cdot \left[1 - 2 \cdot \frac{\tan\left(\frac{2,46}{2} \cdot (1 - 0,75)\right)}{\tan\left(\frac{2,46}{2}\right)} \right] = 20,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \triangleq 0,77 \cdot \Delta\sigma_{R1}$$

Ermüdungsnachweis für einen zweiachsigen Kran:

$$\frac{1,00 \cdot (0,50 \cdot (69,4 + 26,3))}{71/1,15} = 0,775 \leq 1,00$$

$$\frac{1,00 \cdot (0,50 \cdot (69,4 + 20,4))}{71/1,15} = 0,727 \leq 1,00$$

Die Schädigung ergibt sich zu:

$$D_1 = (0,775)^3 = 0,47$$

$$D_2 = (0,727)^3 = 0,38$$

Schädigung beider Räder:

$$D_{ges} = 0,47 + 0,38 = 0,85$$

- nach [5]

Gesamtlebensdauer 25 Jahre

$$D_{ges} = 0,93$$

$$\frac{25}{0,93} = 26,8 \text{ Jahre}$$

- mit Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ für $b/a=0,75$

$$D_{ges} = 0,85$$

$$\frac{25}{0,85} = 29,4 \text{ Jahre}$$

Der Ermüdungsnachweis durch Erhöhung der Spannungsschwingbreiten für $b/a = 0,75$ entspricht einer um 2,6 Jahre längeren Lebensdauer, gegenüber der Normberechnung im Abschnitt 8.6.1.

8.6.4. Zusammenfassung der Untersuchung

In den folgenden Tabellen 8.8 und 8.9 werden die Ergebnisse aus der Untersuchung zum Ermüdungsnachweis mit einem Kran mit 2 Rädern gezeigt. Nachweis nach [9] sieht vor, dass $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2$ ist, dadurch ergeben sich die Schädigungen $D_1=D_2= 0,465$.

Werden die Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ mit den Formeln aus Tab. 6.1 ermittelt und ein vorgeschlagenes n aus Kap.7.4.2. sowie ein exakter Wert n aus Tab. 8.7. eingesetzt, so kommt es bei $b/a= 0,25$ zu einer Erhöhung von $\Delta\sigma_1$ und dadurch erhöht sich auch die Schädigung D_1 im Vergleich zu [9]. $\Delta\sigma_2$ aus Tab.6.1. verringert sich und auch die Schädigung D_2 verringert sich.

Bei einem $b/a = 0,75$ erhöht sich laut Tab. 6.1, die Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_1$ nicht. Die Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_2$ hingegen verringert sich und dadurch verringert sich auch D_2 geringfügig.

Tabelle 8.8: Schädigung D mit vorgeschlagenen n aus Kap.7.4.2.

	Nachweis nach [9]	Nachweis mit Spannungsschwingbreiten und vorgeschlagenem n $b/a=0,25$	Nachweis mit Spannungsschwingbreiten und vorgeschlagenem n $b/a=0,75$
Schädigung D_1 und D_2	0,465+0,465	0,61+0,38	0,47+0,44
Summe Schädigung D_{ges}	0,93	0,99	0,91

Tabelle 8.9: Schädigung D mit zutreffenden n -Werten aus Tab.8.7

	Nachweis nach [9]	Nachweis mit Spannungsschwingbreiten und exaktem n $b/a=0,25$	Nachweis mit Spannungsschwingbreiten und exaktem n $b/a=0,75$
Schädigung D_1 und D_2	0,465+0,465	0,56+0,26	0,47+0,38
Summe Schädigung D_{ges}	0,93	0,82	0,85

8.6.5. Schädigung D für $0 < b/a < 1$

Im Folgenden wird die Schädigung D für $0 < b/a < 1$ ermittelt und in Abbildung 8.4 dargestellt. In Tab. 8.10 werden die exakten n für unterschiedliche b/a-Verhältnisse dargestellt. Diese ergeben sich aus dem Vergleich zwischen der FE-Analyse und dem analytischen Verlauf mit Formeln (33), (34) und (35). Das System entspricht den Eingangsgrößen aus Tab.8.4

Tabelle 8.10: exaktes n für unterschiedliche b/a

b/a	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
n	2,61	2,54	2,49	2,48	2,50	2,49	2,48	2,44	2,44	2,50

In Tab 8.11 werden die Ergebnisse der Schädigungsberechnung für unterschiedlicher b/a-Verhältnisse gezeigt. In der zweiten Spalte werden die Schädigungen D_1 und D_2 mit den Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ nach Tab.6.1 ermittelt (nur Anteil Biegespannung $\Delta\sigma_T$), wobei für die Variable n die Werte aus Tab. 8.10 eingesetzt werden. In der dritten Spalte wird die Schädigung D_1 und D_2 nach Formel (48) ermittelt, wobei als Variable n der vorgeschlagene Wert aus Kap.7 eingesetzt wird ($n=2,0$ und $n=3,0$). Die Schädigung zweier Räder setzt sich aus der Schädigung des ersten Rades D_1 und der Schädigung des zweiten Rades D_2 zusammen. Die Schädigung D_1 des ersten Rades ergibt sich aus $\Delta\sigma_1$, die Schädigung D_2 des zweiten Rades aus $\Delta\sigma_2$.

In Spalte vier ist die Schädigung D nach [9] eingetragen. Der Ermüdungsnachweis und die daraus resultierende Schädigung D sieht vor, dass $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2$ ist, dies führt zu $D_1=D_2$.

Tabelle 8.11: Ermüdungsschädigung im Vergleich für unterschiedliche b/a

Achsabstand/ Quersteifenabstand	Schädigung D zweier Räder mit exakten n	Schädigung D zweier Räder mit vorg. $n=2,0/3,0$	Schädigung D nach [9]
$b/a=0,10$	0,67+0,21=0,88	0,77+0,31=1,08	0,47+0,47=0,94
$b/a=0,20$	0,59+0,24=0,83	0,66+0,37=1,03	0,47+0,47=0,94
$b/a=0,30$	0,54+0,27=0,81	0,58+0,39=0,97	0,47+0,47=0,94
$b/a=0,40$	0,50+0,29=0,79	0,52+0,41=0,93	0,47+0,47=0,94
$b/a=0,50$	0,47+0,31=0,78	0,47+0,42=0,89	0,47+0,47=0,94
$b/a=0,60$	0,47+0,34=0,81	0,47+0,43=0,90	0,47+0,47=0,94
$b/a=0,70$	0,47+0,37=0,84	0,47+0,44=0,91	0,47+0,47=0,94
$b/a=0,80$	0,47+0,40=0,87	0,47+0,45=0,92	0,47+0,47=0,94
$b/a=0,90$	0,47+0,43=0,90	0,47+0,46=0,93	0,47+0,47=0,94
$b/a=1,00$	0,47+0,47=0,94	0,47+0,47=0,94	0,47+0,47=0,94

Die Ermittlung der Schädigung D_{ges} nach [9] sieht eine Addition der Einzelschädigungen vor mit $D_1=D_2$ ($\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2$). Betrachtet man jedoch den Verlauf der FE- Analysen so kommt es zu einer Reduktion der Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_2$, die Schädigung D_2 nimmt ab. Die Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ hingegen erhöhen sich bei einem $b/a < 0,5$, dadurch erhöht sich auch die Schädigung D_1

Vergleicht man nun die einzelnen Werte miteinander, so kann festgehalten werden, dass die Schädigung D_{ges} mit Berücksichtigung der Spannungsschwingbreiten und exakten n -Werten unter der Schädigung D_{ges} nach [9] liegt.

Wird die Schädigung D_{ges} mit Berücksichtigung der Spannungsschwingbreiten, jedoch mit vorgeschlagenem n -Wert ($n=2,0$ und $n=3,0$) aus Kapitel 7 berechnet, so wird die Schädigung D_{ges} , bei einem $b/a < 0,4$ überschätzt im Vergleich zurr Schädigung nach [9]

Die folgende Abbildung 8.4. soll das Verhalten der Schädigung D_{ges} in Abhängigkeit vom b/a -Verhältnis beschreiben. Die rote Gerade zeigt das Verhalten der Schädigung nach [9]. Bei diesem Verhalten wird beim Ermüdungsnachweis und der daraus resultierenden Schädigung D_{ges} davon ausgegangen, dass die Spannungsschwingbreiten für den Nachweis $\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2$ sind. Die graue Kurve zeigt das Verhalten mit einem vorgeschlagenen n -Wert aus Kapitel 7, mit den Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ aus Tab. 6.1. Die blaue Kurve zeigt das Verhalten durch zutreffenden n aus Tab 8.10, mit den Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ aus Tab. 6.1

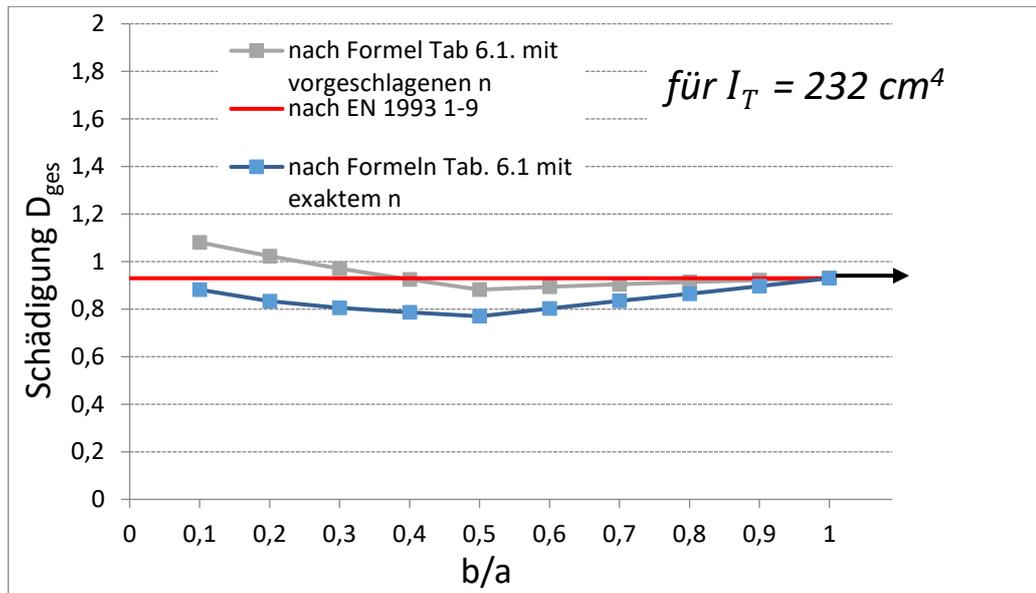


Abbildung 8.4: Vergleich Schädigung D_{ges}

9. FE-Volumenmodell

Im folgenden Kapitel wird der Verlauf der Biegespannung im Steg σ_T anhand eines 3D FE-Modells mit Volumenelementen erzeugt. Es soll das Ergebnis zwischen den Berechnungen nach Referenzmodell (1), (Schalenelemente) und dem FE-Modell mit Volumenelementen analysiert und verglichen werden.

9.1. FE-Modell-Übersicht

Damit die Biegespannung $\sigma_{T,FE,Vol}$ im Steg anhand des FE-Modells bestimmt werden kann, wird ein exzentrischer Fall mit $e = k/4$ berechnet. k entspricht der Schienenkopfbreite. Die Schiene wird mittig über den Steg positioniert. (vgl. Abbildung 9.4)

Um das Modell zu erzeugen wurden folgende Annahmen getroffen:

- Als Materialwerte für das FE-Modell wird ein E-Modul von Stahl mit 210000 N/mm^2 und einer Poissonsahl $\nu = 0.3$ angenommen.
- Die einwirkende Kraft $F_{z,Ed}$ wird als sphärischer Laststempel dargestellt.(s. Abbildung 9.2)
- Die Kontaktbedingung zwischen Träger und Schiene sowie Schienenklemme und Schiene wird mittels der Abaqus-Interaction „Surface-to-Surface contact“ erzeugt.
- Die Schiene wird am Obergurt als vollflächiger Kontakt definiert-ein Abheben der Schiene ist möglich.
- Die Schienenklemmen werden im Auflagerbereich und Feldmitte angebracht. (vgl. Abbildung 9.1.)- es folgt keinerlei Kraftübertragung zwischen Schiene und Klemme
- Der Kontakt zwischen Schienenklemme (SK) und Obergurt wird mit Abaqus Constraint „Tie“ modelliert.
- Der Reibbeiwert μ von Stahl auf Stahl wird mit $\mu=0,25$ angenommen.(Für Schien-Obergurt)
- Das Profil wird ohne Ausrundungsradius zwischen Steg und Obergurt modelliert.
- Die Spannungen im Steg am FE- Modell werden 10mm unter der Stegoberkante abgelesen, da dort das Maximum auftritt.
- Die Schiene sowie die obere Hälfte des Trägers werden mit Volumenelementen modelliert, in diesem Bereich wird die Biegespannung abgelesen. Die untere Hälfte des

Trägers wird mit Schalenelementen erzeugt um die Rechenzeit zu verringern. Die Verbindung zwischen Shell und SolidParts wird mittels der Abaqus Constraint „Shell-to-Solid-coupling“ erzeugt. (vgl. Abbildung 9.2)

- An beiden Enden des Trägers befinden sich Auflagersteifen, diese werden mit dem Abaqus Constraint „MPC-Beam“ erzeugt. Die gesamten Punkte die mit dem „Control-Point“ CP verbundenen sind verformen sich wie der CP.
- Die Auflagerpunkte entsprechen den CP-Punkten und werden in Längsrichtung gelenkig ausgeführt.
- Die Elementgrößen werden in Abaqus-Mesh erzeugt und werden als „quadratic Elemente“ ausgeführt. Je weiter die Elemente vom Lasteinleitungsbereich entfernt sind, desto größer werden die Elementabmessungen. Dadurch kann die Rechenzeit verringert werden. (vgl. Abbildung 9.3)
- Die Größe der Elemente werden im Lasteinleitungsbereich mit 5x5x7 mm gewählt.

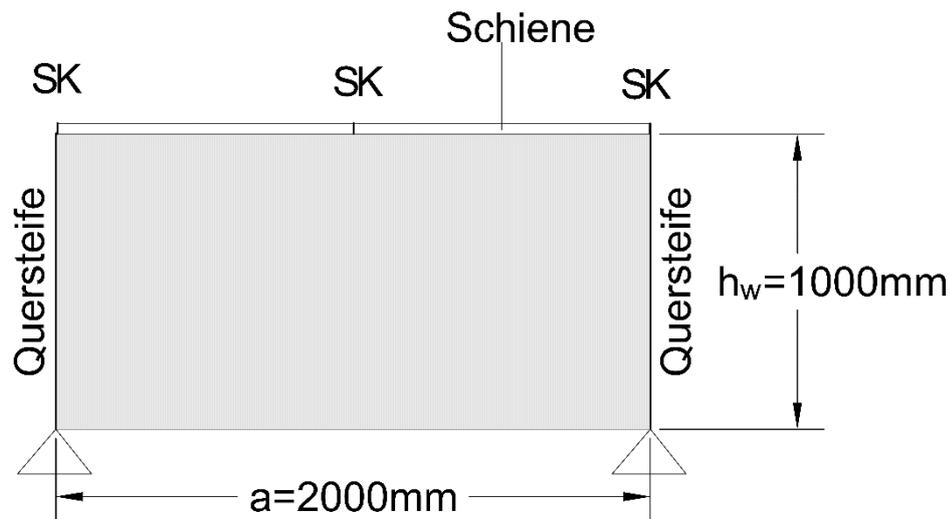


Abbildung 9.1: Position der Schienenklemmen

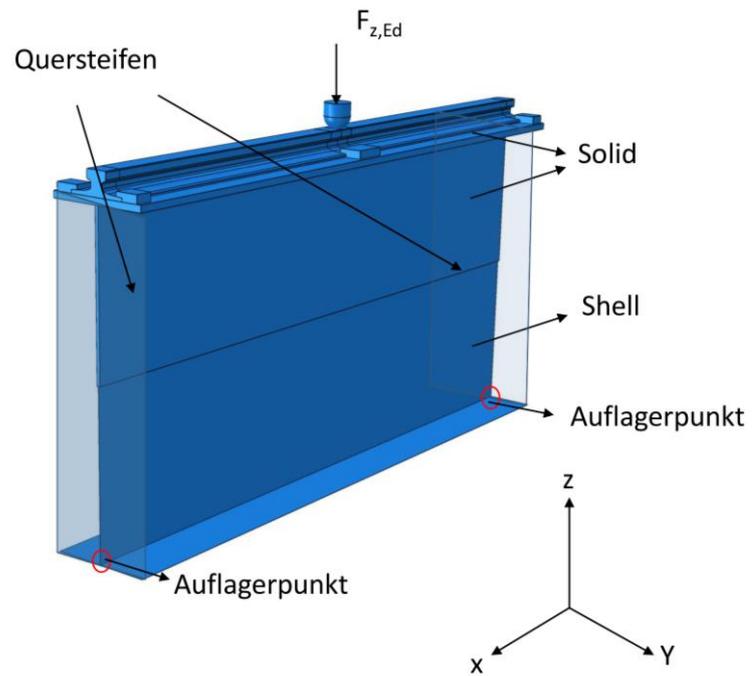


Abbildung 9.2: Darstellung des Modells

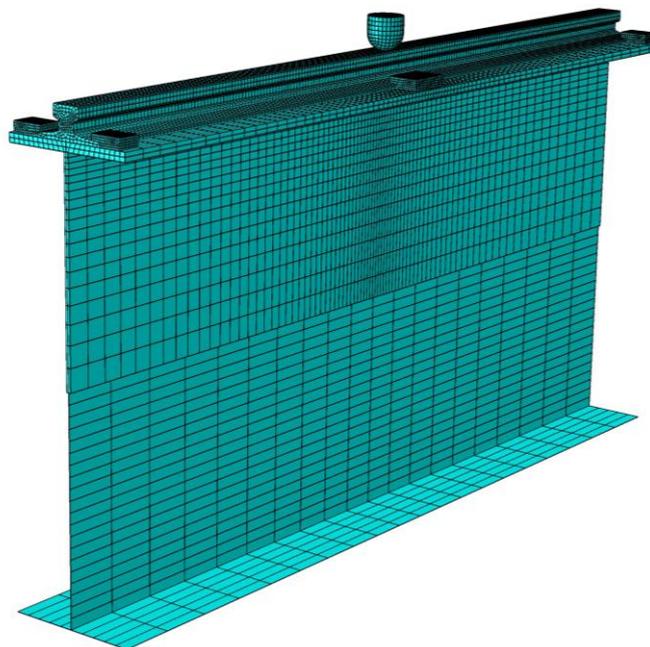


Abbildung 9.3: Netzfeinheit aus quadratischen Elementen

9.2. Anlegeverhältnisse für FE-Volumenmodell

In Tabelle 9.1 sind die Eingangsgrößen der Untersuchung am FE-Volumenmodell festgehalten.

Die Spannung im Steg am FE-Volumenmodell wird 10mm unter der Stegoberkante abgelesen, da dort das Maximum auftritt

Die Stegpressung $\sigma_{oz,FE,Vol}$ ergibt sich aus dem Mittelwert zwischen der Spannung am rechten Stegrand (Punkt 2) und der Spannung am linken Stegrand (Punkt 1). (vgl. Abbildung 9.4)

Für die Ermittlung der Biegespannung $\sigma_{T,FE,Vol}$ wird die auftretende Spannung an den Stegaußenkanten (Punkt 1 und Punkt 2) abgelesen. Die Spannung σ_{oz} wird in Stegmitte (Punkt 3) abgelesen, die Differenz der beiden Ergebniswerte multipliziert mit 0,5 entspricht der Biegespannung $\sigma_{T,FE,Vol}$.

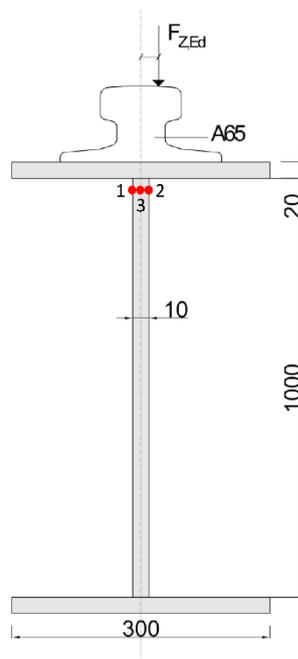


Abbildung 9.4: Abmessungen des FE-Volumenmodell

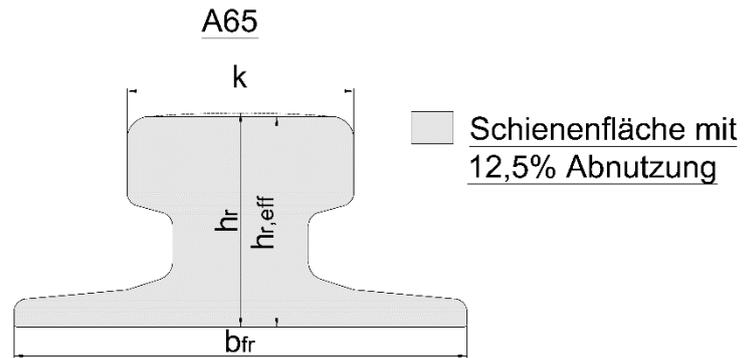


Abbildung 9.5: Schienenprofil mit 12,5% Abnutzung

Tabelle 9.1: Eingangsgrößen am FE-Volumenmodell

Schienenprofil	A65 mit 12,5 % Abnutzung
Trägheitsmoment Schiene $I_{y,r}$	$276,3 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
Torsionsträgheitsmoment Schiene und Obergurt siehe Anhang A	$232 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$
Obergurt	300x20
Steg	1000x10
Quersteifenabstand a	2000mm
$F_{z,Ed}$	$150 \cdot 10^3 \text{ N}$
Exzentrizität e	16,25mm
Breite des Schienenfußes b_{fr}	175mm
Schienenhöhe h_r	75mm
Schienekopfbreite k	65mm
Schienenhöhe Abgenutzt $h_{r,eff}$	71,2mm

9.3. Ergebnisse der Untersuchung am FE-Volumenmodell

In Abbildung 9.6 ist der Verlauf der Stegdruckspannung $\sigma_{oz,FE,Vol}$ entlang der Längsrichtung (x-Achse), dargestellt. Der blaue Verlauf zeigt die Stegdruckspannung durch die exzentrische Krafteinleitung in Feldmitte. Die strichlierten Verläufe zeigen die Stegdruckspannung $\sigma_{oz,FE,Vol}$ für andere Laststellungen. Dabei wird die exzentrische Last bei einem Abstand x , ausgehend von der Feldmitte, ($x=200\text{mm}, 400\text{mm}, 600\text{mm}$ und 800mm) angebracht.

Die Stegdruckspannung $\sigma_{oz,FE,Vol}$ ergibt sich aus dem Mittelwert zwischen der Spannung am rechten Stegrand und der Spannung am linken Stegrand. (vgl. Abbildung 9.4)

In Abbildung 9.7 ist der Verlauf der Biegespannung $\sigma_{T,FE,Vol}$ entlang der Längsrichtung (x-Achse) des Systems dargestellt. Der blaue Verlauf zeigt die Stegbiegung durch die exzentrische Krafteinleitung in Feldmitte. Die strichlierten Verläufe zeigen die Biegespannung $\sigma_{T,FE,Vol}$ für andere Laststellungen. Dabei wird die exzentrische Last bei einem Abstand x , ausgehend von der Feldmitte, ($x=200\text{mm}, 400\text{mm}, 600\text{mm}$ und 800mm) am System angebracht.

Für die Biegespannung $\sigma_{T,FE,Vol}$ wird die auftretende Spannung an den Stegaußenkanten abgelesen, die Differenz der beiden Ergebniswerte, multipliziert mit 0,5, entspricht der Biegespannung $\sigma_{T,FE,Vol}$. (vgl. Abbildung 9.4)

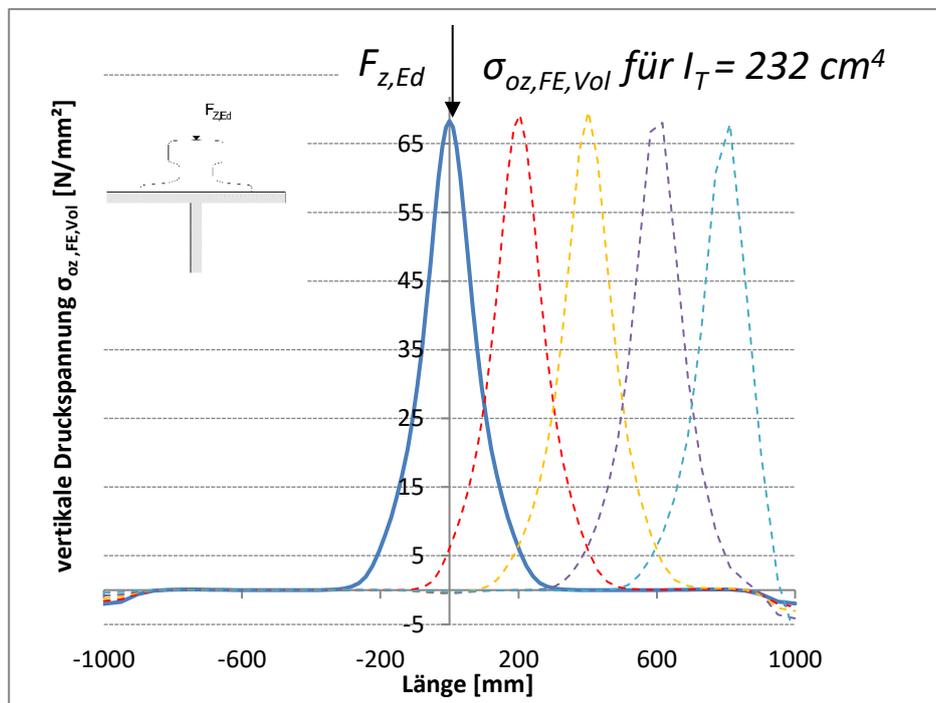
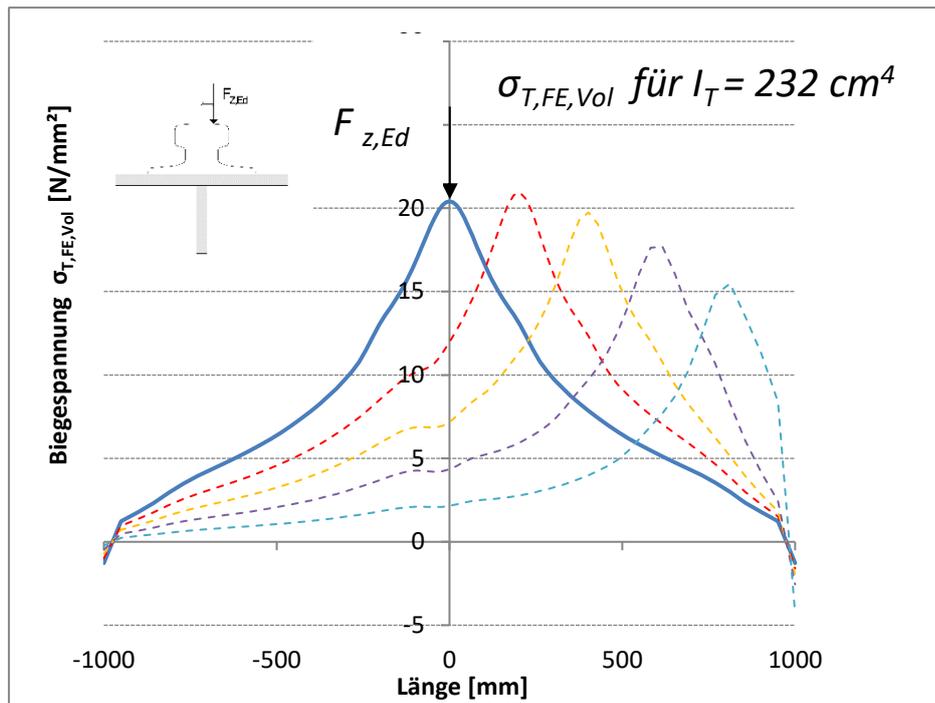


Abbildung 9.6: Verlauf $\sigma_{oz,FE,Vol}$ entlang der x-Achse

Abbildung 9.7: Verlauf $\sigma_{T,FE,Vol}$ entlang der x-Achse

9.4. Vergleich Volumenmodell und Schalenmodell

9.4.1. Qualitativer Verlauf der Biegespannung σ_T

In Abbildung 9.8. wird das Verhalten der Biegespannung im Steg entlang der x-Achse (Längsrichtung) dargestellt, der Verlauf ergibt sich aus den Biegespannungswerten in Feldmitte, durch Verschiebung der Last.

Damit ausschließlich der Verlauf zwischen Volumenmodell und Schalenmodell verglichen werden kann, werden die Biegespannungen σ_T auf die jeweilige maximale Biegespannung $\sigma_{T,max}$ bezogen. Die blaue Kurve zeigt den Verlauf der Biegespannung σ_T am Volumenmodell mit der Einwirkung eines Laststempels. Die rote Kurve zeigt den Verlauf der Biegespannung σ_T am Schalenmodell mit der Einwirkung eines Linientorsionsmomentes M_T (vgl. Kapitel 3). Die strichlierte Kurve zeigt den Verlauf der Biegespannung σ_T mit dem analytischen Ansatz einer Tangensfunktion, bezogen auf das Schalenmodell (vgl. Kapitel 5/5.3).

Betrachtet man den Verlauf der Biegespannung σ_T so kann vorerst festgehalten werden, dass der Verlauf zwischen Volumenmodell und Schalenmodell ähnlich verläuft und dadurch auch das Verhalten der Biegespannung σ_T am Volumenmodell durch den analytischen Ansatz einer Tangensfunktion zutreffend beschrieben werden kann.

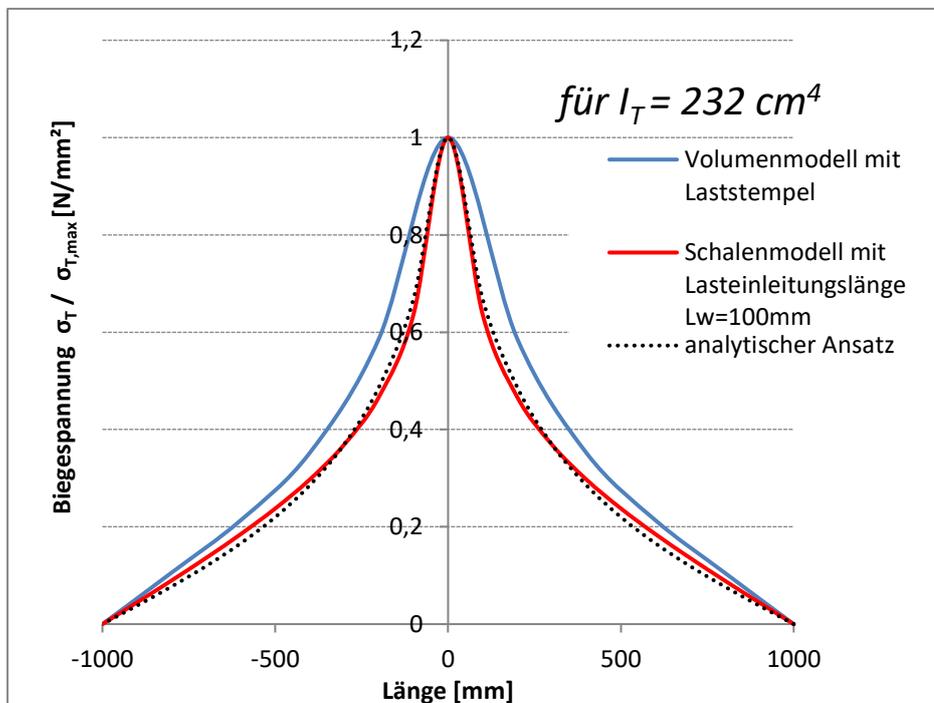


Abbildung 9.8: Biegespannungsverlauf σ_T an zwei unterschiedlichen Systemmodellen

9.4.2. Quantitativer Vergleich der Biegespannung σ_T

Das Verhalten der auftretenden Biegespannung σ_T soll nun betragsmäßig zwischen Schalenmodell und Volumenmodell analysiert werden.

Für die Untersuchung der Biegespannung σ_T für $I_T=232 \text{ cm}^4$ an dem Schalenmodell wurde ein einwirkendes Torsionsmoment von $T_{Ed,Schal}=100 \cdot 10^4 \text{ Nmm}$ mit einer Lasteinleitungslänge von $L_w=100\text{mm}$ angenommen.

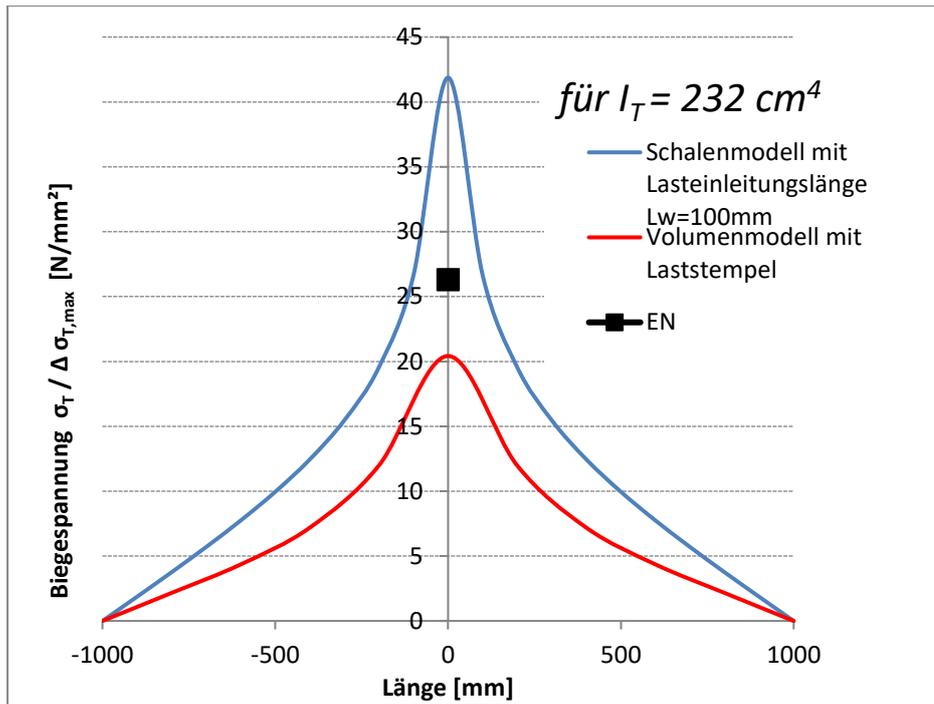
Für die Untersuchung der Biegespannung σ_T für $I_T=232 \text{ cm}^4$ an dem Volumenmodell wurde der Laststempel mit exzentrisch einwirkenden Kraft von $F_{z,Ed}=150 \cdot 10^3 \text{ N}$ und einer Exzentrizität $e=16,25 \text{ mm}$ belastet. Daraus ergibt sich ein Torsionsmoment $T_{Ed,Vol}=243,75 \cdot 10^4 \text{ Nmm}$.

Um die Biegespannung σ_T betragsmäßig vergleichen zu können, wird das Torsionsmoment des Volumenmodells $T_{Ed,Vol}$ auf das Torsionsmoment des Schalenmodells $T_{Ed,Schal}$ bezogen. Daraus ergibt sich eine erhöhte Biegespannung σ_T des Schalenmodells.

In Abbildung 9.6 ist der Verlauf der Biegespannung σ_T am Schalenmodell (blau) und am Volumenmodell (rot) bei gleichem Torsionsmoment T_{Ed} festgehalten.

Die Abbildung 9.6 zeigt, dass die maximale Biegespannung des Volumenmodells deutlich kleiner als jene des Schalenmodells ist. D.h. die Lastausbreitung des Volumenmodells ist deutlich besser als jenes des Schalenmodells mit der angenommenen Lasteinleitungslänge $L_w=100\text{mm}$. Damit das Schalenmodell eine ähnliche Lastausbreitungseffekt erzielt wie das Volumenmodell, könnte man die im Kapitel 3 angenommen Lasteinleitungslänge L_w am Schalenmodell von $L_w=100\text{mm}$ auf $L_w=200\text{-}300\text{mm}$ erhöhen.(vgl. Abbildung.3.4).

Außerdem kann festgehalten werden, dass die Ermittlung σ_T nach EN [5] kleinere Werte liefert als das Schalenmodell mit $L_w=100\text{mm}$. Das ist darauf zurückzuführen, dass das Modell von Eurocode [5] auf einigen Näherungen der Biegespannung basiert, unter anderem auf der Annahme eines sinusförmigen Verlaufes der Verdrehung nach [2].

Abbildung 9.9: Verlauf der Biegespannung σ_T an Schalen- und Volumenmodell

10 Zusammenfassung, Kritik und Ausblick

Grundsätzlich kann festgehalten werden, dass das analytische Modell von Oxfort [2] für die Ermittlung der maximalen Stegblechbiegespannungen bei Kranbahnträger mit I-Profilen, infolge einer Radlast, nicht ganz zutreffend ist. Vor allem führt die Annahme einer sinusförmigen Stegblechbiegesteifigkeit und die Vernachlässigung der Wölbsteifigkeit des Obergurtes zu einem Fehler. Es ist zu erwähnen, dass ein genauere Ansatz mit einem Dreiecksverlauf zu komplexen mathematischen Formeln führen kann.

Für die Berechnung der maximalen Stegblechbiegespannung infolge der gemeinsamen Überfahrt zweier Radlasten ist es sinnvoll, die Radlasten nicht unabhängig voneinander zu betrachten. Aufgrund der unterschiedlichen Achsabstände kann sich das Spannungsspiel vergrößern bzw. verkleinern, es führt zu unterschiedlichen Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$.

In Kapitel 5 wurde gezeigt, dass der Spannungsverlauf der FE-Analysen aus der Kranüberfahrt sich mit dem mathematischen Ansatz einer Tangensfunktion sehr genau beschreiben lässt.

Für die unterschiedlichen Achsabständen wurden drei Fälle eingeführt, deren mathematische Formelwerke dem Anwender in der Praxis zur Verfügung stehen können. (siehe Tabelle 6.1).

Für die Variable n wurden vereinfachbar zwei Werte $n=2,00$ und $n=3,00$ in Kapitel 7 vorgeschlagen, welche die analysierten Modelle größtmöglich abdecken. Jedoch zeigt das Verhalten in Kapitel 8, dass es wirtschaftlicher wäre, für jedes System eine entsprechende Variable n zu definieren, welche den Verlauf genau widerspiegelt. In dieser Masterarbeit wurde die Variable n für ein gängigen Schienenprofil mit einem $I_T = 232\text{cm}^4$ genauer untersucht.

Als Torsionsträgheitsmoment wurde eine schubstarre Verbindung zwischen Obergurt und Schiene nach [5] angesetzt. Nun stellt sich die Frage, ob die Verdrehung der Schiene und des Obergurtes wirklich ident sind und in welchem Ausmaß die beiden Torsionsträgheitsmoment wirklich aktiviert werden.

Außerdem wurde festgestellt, dass die Biegespannungsverläufe zwischen Schalenmodell und Volumenmodell ähnlich verlaufen. Dadurch kann der Ansatz mittels Tangensfunktion für weitere Untersuchungen auch am Volumenmodell angewandt werden.

Als Imperfektionen wurde ausschließlich die Schienenexzentrizität mit $e = k/4$ betrachtet. Toleranzen zur Geometrie oder Schiefstellung beim Einbau des Systems wurden nicht genauer untersucht.

Literaturverzeichnis

- [1] Oxfort, J.K.: Zur Beanspruchung der Obergurte vollwandiger Kranbahnträger durch Torsionsmomente und durch Querkraftbiegung unter dem örtlichen Radlastangriff. Stuttgart. Der Stahlbau 12/1963 S. 360-363
- [2] Oxfort, J.K.: Zur Biegebeanspruchung des Stegblechanschlusses infolge exzentrischer Radlasten auf dem Obergurt von Kranbahnträgern. Stuttgart. Der Stahlbau 7/1981 S. 215-219
- [3] Girkmann, Karl.: Flächentragwerke. Wien, 1963 S. 205-210
- [4] Seeßelberg, Christoph.: Kranbahnen: Bemessung und konstruktive Gestaltung nach Eurocode, 5. Auflage. Köln, 2014
- [5] ÖNORM EN 1993-6, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten: Teil 6: Kranbahnen. Wien. Österreichisches Normungsinstitut. Ausgabe: 15.08.2010
- [6] Harrer Bernhard: lokale Biegespannung im Steg infolge exzentrischer Radlasteinleitung, Masterarbeit TU-Graz, 2017
- [7] Abaqus/CAE 6.14-5, Softwarepaket, Dassault Systèmes Simulia Corp., 2015
- [8] Kettler, Markus: Studienblatt typischer Schienen-Obergurt Kombinationen, Graz, 2018
- [9] ÖNORM EN 1993-1-9, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten: Teil 1-9: Ermüdung. Wien. Österreichisches Normungsinstitut. Ausgabe: 01.04.2013
- [10] ÖNORM EN 1991-3, Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke: Teil 3: Einwirkungen infolge Krane und Maschinen. Wien. Österreichisches Normungsinstitut. Ausgabe: 01.04.2013
- [11] ÖNORM EN 13001-3-1, Krane- Konstruktion allgemein: Teil 3-1: Grenzzustände und Sicherheitsnachweise von Stahltragwerken, Wien. Österreichisches Normungsinstitut. Ausgabe: 01.04.2013
- [12] Mämpl M. Kraus, Kennwerte neuer und abgenutzter Kranschienen für die Bemessung von Kranbahnträgern, Stahlbau 86, S36-44 Ausgabe: 2017

A Torsionsträgheitsmoment typischer Schienenprofile mit 12,5% Abnutzung

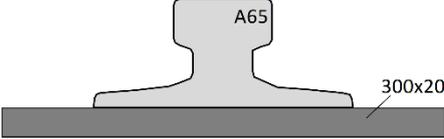
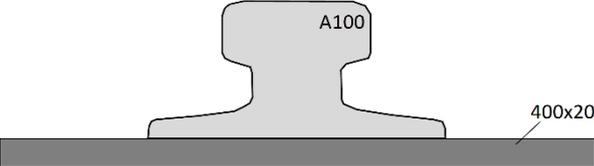
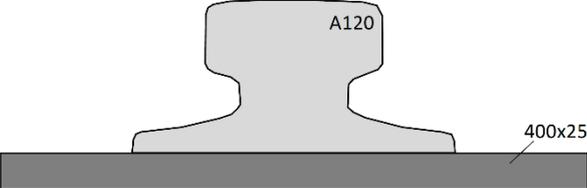
Torsion constant I_t	Typical rail and flange combinations
$I_t \approx I_{t,r} + I_{t,f} =$ $= 45 + 23 = \underline{68cm^4}$	
$I_t \approx I_{t,r} + I_{t,f} =$ $= 45 + 80 = \underline{125cm^4}$	
$I_t = I_{t,r} + I_{t,f} =$ $= 152 + 80 = \underline{232}$	
$I_t = I_{t,r} + I_{t,f} =$ $= 581 + 107 = \underline{688cm^4}$	
$I_t = I_{t,r} + I_{t,f} =$ $= 1121 + 208 = \underline{1329cm^4}$	
<p>Note: Rails A65, A100 and A120 have been considered with 12.5% abrasion. Values from [1].</p>	

Abbildung A.1: Quelle [8] Torsionsträgheitsmoment typischer Schienenprofile

Dies ist eine Veröffentlichung des

FACHBEREICHS INGENIEURBAUKUNST (IBK) AN DER TU GRAZ

Der Fachbereich Ingenieurbaukunst umfasst die dem konstruktiven Ingenieurbau nahe stehenden Institute für Baustatik, Betonbau, Stahlbau, Holzbau & Holztechnologie, Materialprüfung & Baustofftechnologie, Baubetrieb & Bauwirtschaft, Hochbau & Industriebau, Bauinformatik und Allgemeine Mechanik der Fakultät für

Bauingenieurwissenschaften an der Technischen Universität Graz.

Dem Fachbereich Ingenieurbaukunst ist das Bautechnikzentrum (BTZ) zugeordnet, welches als gemeinsame hochmoderne Laboreinrichtung zur Durchführung der experimentellen Forschung aller beteiligten Institute dient. Es umfasst die drei Laboreinheiten für konstruktiven Ingenieurbau,

für Bauphysik und für Baustofftechnologie.

Der Fachbereich Ingenieurbaukunst kooperiert im gemeinsamen Forschungsschwerpunkt „Advanced Construction Technology“.

Dieser Forschungsschwerpunkt umfasst sowohl Grundlagen- als auch praxisorientierte Forschungs- und Entwicklungsprogramme.

Weitere Forschungs- und Entwicklungskooperationen bestehen mit anderen Instituten der Fakultät, insbesondere mit der Gruppe Geotechnik, sowie nationalen und internationalen Partnern aus Wissenschaft und Wirtschaft.

Die Lehrinhalte des Fachbereichs Ingenieurbaukunst sind aufeinander abgestimmt. Aus gemeinsam betreuten Projektarbeiten und gemeinsamen Prüfungen innerhalb der Fachmodule können alle Beteiligten einen optimalen Nutzen ziehen.

Durch den gemeinsamen, einheitlichen Auftritt in der Öffentlichkeit präsentiert sich der Fachbereich Ingenieurbaukunst als moderne Lehr- und Forschungsgemeinschaft, welche die Ziele und Visionen der TU Graz umsetzt.

Nummerierungssystematik der Schriftenreihe:

D – Diplom-, Masterarbeiten/Dissertationen | F – Forschungsberichte

S – Skripten, Vorlesungsunterlagen | V – Vorträge, Tagungen

Institutskenzahl:

1 – Allgemeine Mechanik | 2 – Baustatik | 3 – Betonbau

4 – Holzbau & Holztechnologie | 5 – Stahlbau & Flächentragwerke

6 – Materialprüfung & Baustofftechnologie | 7 – Baubetrieb & Bauwirtschaft

8 – Hochbau & Industriebau | 9 – Bauinformatik

10 – Labor für Konstruktiven Ingenieurbau

Fortlaufende Nummer pro Reihe und Institut / Jahreszahl