



Tobias Schröckmayr, BSc

Plastisches Rotations- und Umlagerungsvermögen von Rahmen im Vergleich zu Durchlaufträgern

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften - Konstruktiver Ingenieurbau

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue

Dipl.-Ing. Dipl.-Ing. Michael Mayer, Bsc

Institut für Betonbau

Lessingstraße 25, 8010 Graz

Graz, Juni 2019

Kontakt:
Tobias Schröckmayr
t.schroeckmayr@gmail.com

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

AFFIDAVIT

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used anything other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or contextually from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.

31.5.2019

Datum / Date



Unterschrift / Signature

Danksagung

Ich möchte mich bei all jenen bedanken, die mich beim Schreiben dieser Arbeit sowie während des Studiums unterstützt haben.

An erster Stelle seien hier die Mitarbeiter des Instituts für Betonbau und allen voran Prof. Nguyen Viet Tue erwähnt, der mir die Möglichkeit gegeben hat eine Masterarbeit in einem interessanten Themenbereich zu verfassen.

Besonderer Dank gilt meinem Betreuer Michael Mayer. Danke für deine fachliche Unterstützung sowie für die Motivation und Freude, die du in den unzähligen Stunden an den Tag gelegt hast.

Weiters möchte ich mich bei meiner Familie bedanken, insbesondere bei meinen Eltern Gerda und Gerald. Danke, dass ihr immer hinter mir steht und mich in allen Lebenssituationen unterstützt. Meinen Geschwistern Julia und Jakob sowie meinen Großeltern danke ich ebenso für die ständige und liebevolle Unterstützung im Leben.

Meiner Freundin Anna-Sophie möchte ich für die schönen Momente abseits des Uni-Alltags danken. Danke, dass du an meiner Seite stehst und immer ein offenes Ohr für mich hast.

Stellvertretend für all die gewonnenen Freundschaften und unvergesslichen Momente während der Studienzeit möchte ich mich beim harten Kern der Gruppe „Zur Not Architektur“ bedanken. Ihr habt großen Anteil daran, dass dieses Studium als besonders schöner Lebensabschnitt in Erinnerung bleibt.

Kurzfassung

Durchlaufträger und Rahmen haben sich im konstruktiven Ingenieurbau als wesentliche statische Systeme etabliert. Bei Über- und Unterführungen mehrspuriger Verkehrswege kommen sie beispielsweise in Form von Plattenquerschnitten aus Stahlbeton zum Einsatz. Die typischen Feldlängen betragen dabei bis zu 25 Meter, wodurch eine Ausführung in Integralbauweise sehr sinnvoll ist. In diesem Fall steigen die Ansprüche an die Tragwerksplanung, da vor allem die Zwangkräfte stark vom Steifigkeitszustand des Systems abhängen. Angesichts dieser Tatsache soll die vorliegende Arbeit das plastische Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen in den Vordergrund rücken. Hierzu werden das plastische Rotationsvermögen und die zugehörige Schnittgrößenumlagerung in Abhängigkeit des mechanischen Bewehrungsgrades eingehend untersucht.

Eine hohe Vergleichbarkeit der auftretenden Rotation zwischen Eckbereich des Rahmens und Stützbereich des Durchlaufträgers wird dem Entwurf als Hauptkriterium vorangestellt. Das negative Biegemoment sowie die Schubslankheit werden in Folge vereinheitlicht, da sie gemeinsam die Basis der Rotationsbestimmung bilden. Dadurch ergeben sich an anderen Punkten Systemdifferenzen. Zu nennen sind hier die Normalkraft im Rahmen, das Lastniveau sowie die unterschiedlichen Feldlängen und -momente.

Die Berechnungen erfolgen mithilfe der nichtlinearen Finite-Elemente-Software ATENA, die sowohl geometrische als auch materielle Nichtlinearitäten berücksichtigt. Zusätzlich wird die Betonarbeitslinie auf Basis aktueller Forschungsergebnisse modifiziert, um die Auswirkungen eines mehrachsialen Spannungszustandes zu berücksichtigen und dem Beton mehr plastische Verformung zu verleihen. Zum Vergleich wird eine vereinfachte händische Berechnung sowie Berechnung nach Norm durchgeführt.

Bei Betrachtung der Ergebnisse zeigt sich das Verhalten der Durchlaufträger nahe an den Erwartungen. Sowohl die plastische Rotation als auch das Umlagerungsvermögen können infolge eines abnehmenden Bewehrungsgrades gesteigert werden und erfüllen somit die allgemein gültigen Regeln der Verformungsfähigkeit von Stahlbetonbauteilen. Das Rotations- und Umlagerungsvermögen, berechnet nach Norm, überschätzt jedoch die Ergebnisse der numerischen Untersuchung.

Beim Rahmen kann ein Zusammenhang zwischen der Größe der Normalkraft im Riegel und der Lage des lokalen Versagensbereiches beobachtet werden. Global liefern die geometrisch ermittelten Rotationen gute und aussagekräftige Ergebnisse, während der Diskontinuitätsbereich der Rahmenecke zu Problemen im Zuge der Momentenauswertung führt. Deshalb wird das Umlagerungsvermögen anhand der Änderung des Feldmomentes bestimmt.

Aufgrund der Differenz der Feldmomente nach linear-elastischer Berechnung ist ein quantitativer Vergleich zwischen den Systemen nur für das plastische Rotationsvermögen zielführend. Beim gering bewehrten Querschnitt kommt es hier zu einer Übereinstimmung der auftretenden plastischen Rotationen im Rahmeneck und Stützbereich des Durchlaufträgers.

Stichwörter: Plastische Rotation, Umlagerung, Rahmen, Durchlaufträger, ATENA

Abstract

Plastic rotation capacity and moment redistribution of frames in comparison to continuous beams

Continuous beams and frames have established themselves as essential systems in structural engineering. For overpasses and underpasses of multi-lane traffic routes they are used in the form of solid and reinforced concrete slabs. The typical field length is up to 25 metres, which makes integral construction reasonable. In this case, the demands on the structural design increase, as the restrained actions depend strongly on the stiffness of the members. In view of this fact, the present work is intended to focus on the plastic load-bearing and deformation behaviour of reinforced concrete components. For this purpose, the plastic rotation and the corresponding moment redistribution are investigated in detail as a function of the reinforcement ratio.

A high comparability of the occurring rotation between the corner of the frame and the support of the continuous beam is put before the design as the main criterion. The negative bending moment as well as the shear slenderness are unified, since they together form the basis of the determination of rotation. This results in system differences at other points, including different field lengths, field moments, load levels and the normal forces in the frame.

The calculations are performed with the aid of the nonlinear finite element software ATENA, which takes both geometric and material nonlinearities into account. In addition, the stress-strain relation of concrete is modified on the basis of current research results in order to consider the effects of a multi-axial stress condition and to give the concrete more plastic deformation. As a comparison, a simplified manual calculation as well as calculation according to standard is carried out.

When considering the results, the behaviour of the continuous beams is close to the expectations. Both the plastic rotation capacity and the moment redistribution can be increased as a result of a decreasing reinforcement ratio and thus meet the generally valid rules of deformation capability of reinforced concrete components. However, the rotation and redistribution, calculated according to the standard, overestimates the results of the numerical investigation.

A correlation between the normal force in the beam of the frame and the position of the local failure area can be observed. Globally, the geometrically determined rotations provide good and meaningful results, while the discontinuity in the frame corner leads to problems in the moment evaluation. Therefore the moment redistribution is determined by the change in the field moment.

Due to the difference of the field moments according to linear-elastic calculation, a quantitative comparison between the systems is only useful for the plastic rotation. In the case of a slightly reinforced cross-section, there is a correlation between the occurring plastic rotation in the frame corner and support area of the continuous beam.

Tags: Plastic rotation, redistribution, frame, continuous beam, ATENA

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Ausgangslage und Motivation	1
1.2	Zielsetzung	2
1.3	Aufbau der Arbeit	2
1.4	Hilfsmittel und Software	3
2	Grundlagen zur plastischen Rotation	4
2.1	Definition	4
2.2	Bestimmung der Rotation	4
2.3	Technische Biegelehre	5
2.4	Phasen der Biegesteifigkeit	5
2.5	Auftretende Nichtlinearitäten	6
2.5.1	Nichtlineare Materialgesetze	6
2.5.2	Nichtlineare Dehnungsverteilung	7
2.5.3	Geometrische Nichtlinearität - Theorie 2. Ordnung	8
2.6	Prozess der Schnittgrößenumlagerung	8
2.7	Relevante Einflussparameter	9
2.7.1	Mechanischer Bewehrungsgrad (bezogene Druckzonenhöhe)	9
2.7.2	Stahleigenschaften	10
2.7.3	Betongrenzdehnung	11
2.7.4	Schubslankheit	14
2.7.5	Konstruktive Ausbildung der plastischen Bereiche	16
2.8	Handhabung nach Norm	17
2.8.1	Linear-elastische Berechnung mit begrenzter Umlagerung	17
2.8.2	Berechnung auf Grundlage der Plastizitätstheorie	18
2.8.3	Nichtlineare Berechnungsverfahren	19
3	Systembildung	20
3.1	Eigenschaften üblicher Brückentragwerke	20
3.2	Hauptaspekte	21
3.3	Statisches System	21
3.3.1	Durchlaufträger	21
3.3.2	Rahmen	22
3.3.3	Vergleich der beiden Systeme	22
3.4	Querschnitt	25
3.4.1	Form und Abmessungen	25
3.4.2	Bauteilschlankheit	25
3.4.3	Bewehrung	25
3.5	Modelle für Material und Verbund	28
3.5.1	Arbeitslinie für Beton unter Druck	28
3.5.2	Arbeitslinie für Bewehrungsstahl unter Zug	29
3.5.3	Verbundgesetz	30

3.6	Darstellung der Systeme und Querschnitt	31
3.6.1	Stabmodelle mit Schnittgrößen	31
3.6.2	Vergleich der Schnittgrößen	32
3.6.3	Querschnitt	33
3.6.4	Konstruktionsskizzen	33
4	Vereinfachte Berechnung	37
4.1	Querschnittsbemessung	37
4.1.1	Bemessungswerte der Materialien	38
4.1.2	Materialmittelwerte	39
4.1.3	Mittelwerte mit erhöhten Betongrenzstauchungen	39
4.1.4	Vergleich der Betonmodelle	40
4.2	Maximale, rechnerische Umlagerung	41
4.3	Ermittlung des Umlagerungsvermögens nach EC2	42
4.3.1	Linear-elastische Berechnung mit begrenzter Umlagerung	42
4.3.2	Berechnung nach Plastizitätstheorie ohne direkten Nachweis	43
4.3.3	Vereinfachter Nachweis der plastischen Rotation	44
5	Numerische Untersuchung	47
5.1	Software	47
5.1.1	Pre-Processing	47
5.1.2	Processing	49
5.1.3	Post-Processing	49
5.2	Versuchsnachrechnung	49
5.2.1	Lokale und nichtlokale Versagensformulierung	49
5.2.2	Kalibrierung des Betonmodells	51
5.3	Durchführung	51
5.3.1	Modellierung	51
5.3.2	Ablauf	53
5.3.3	Versagensszenarien	53
5.4	Auswertung	54
5.4.1	Dehnungen	54
5.4.2	Krümmung	56
5.4.3	Lastniveau	56
5.4.4	Schnittgrößen	56
5.4.5	Rotation	58
5.5	Ergebnisse	59
5.5.1	Materialdehnungen	59
5.5.2	Querschnittsverkrümmung	63
5.5.3	Verlauf der Biegesteifigkeiten	64
5.5.4	Umlagerungsvermögen und Schnittgrößenverläufe	66
5.5.5	Plastische Rotation	75
6	Analyse und Zusammenfassung der Ergebnisse	78
6.1	Verhalten der Rahmenecke	78
6.1.1	Einspanneffekt der Rahmenecke	78
6.1.2	Auswirkungen der Schnittkräfte	79
6.1.3	Auswirkungen des Schubeinflusses	80
6.1.4	Lage des Versagensbereiches	81

6.2	Umlagerungsvermögen	81
6.2.1	Umlagerungsfaktor im Stützbereich	82
6.2.2	Schubslankheit	82
6.2.3	Umlagerungsfaktor im Feldbereich	83
6.3	Plastische Rotation	83
6.4	Vergleich mit der händischen Berechnung nach Norm	84
6.4.1	Schnittgrößenumlagerung	84
6.4.2	Plastische Rotation	85
7	Schlussfolgerung und Ausblick	86

Abbildungsverzeichnis

2.1	Vergleich der Ansätze zur Ermittlung der Rotation	4
2.2	Momenten-Rotations-Diagramm [König <i>et al.</i> , 1999]	6
2.3	B- und D-Bereiche beim 3-Punkt-Biegeversuch [König & Tue, 2003]	7
2.4	Nichtlineare Dehnungsverteilung im Rahmeneck [Akermann & Eibl, 2002]	7
2.5	Tragverhalten eines Zweifeldträgers [Zilch & Zehetmaier, 2006]	9
2.6	Einfluss der Stahlgrenzdehnung auf das Bruchmoment und die zugehörige Verkrümmung [König <i>et al.</i> , 1999]	11
2.7	Einfluss der Betongrenzstauchung auf das Bruchmoment und die zugehörige Verkrümmung [König <i>et al.</i> , 1999]	12
2.8	Betondehnungen an der Versuchskörperoberseite, Versuch RR3 [Akermann & Eibl, 2002]	13
2.9	Biege- und Schubanteil der plastischen Rotation [König & Tue, 2003]	15
2.10	Einfluss der Schubslankheit auf die plastische Rotation [König <i>et al.</i> , 1999]	16
2.11	Konstruktive Ausbildungen der Rahmeneckbewehrung [Akermann & Eibl, 2002]	16
2.12	Einfluss des Biegerollendurchmessers und der Verbügelung [Akermann & Eibl, 2002]	17
2.13	Plastische Rotation θ_s für Stahlbetonquerschnitte [EN1992-1-1, 2015]	18
3.1	Statisches System und Momentenverteilung beim Durchlaufträger	22
3.2	Momentenverlauf in der Rahmenecke nach Kordina [Akermann & Eibl, 2002]	23
3.3	Statisches System und Momentenverteilung beim Rahmen	23
3.4	Direkter Vergleich der Momentenverläufe beider Systeme	23
3.5	Betonarbeitslinie für Druckbeanspruchung	29
3.6	Stahlarbeitslinie für Zugbeanspruchung	30
3.7	Verbundmodell für $\varnothing_L = 26$ mm	30
3.8	Durchlaufträger: Belastung und Schnittgrößen	31
3.9	Rahmen: Belastung und Schnittgrößen	31
3.10	Querschnitt M 1:20	33
3.11	Konstruktionsskizze Durchlaufträger Mittelfeld M 1:50	34
3.12	Konstruktionsskizze Durchlaufträger Randfeld M 1:50	35
3.13	Konstruktionsskizze Rahmen, M 1:50	36
4.1	$M - \kappa$ -Beziehungen für unterschiedliche Betonmodelle	37
4.2	Schnittgrößenverläufe beim Durchlaufträger für $q = 120$ kN/m und maximaler, rechnerischer Umlagerung	41
4.3	Schnittgrößenverläufe beim Rahmen für $q = 100$ kN/m und maximaler, rechnerischer Umlagerung	42
4.4	Bestimmung der rechnerischen, vorhandenen Rotation	44
5.1	Betonarbeitslinie in ATENA [Cervenka <i>et al.</i> , 2018]	48
5.2	FE-Berechnungen verschiedener Versagensformulierungen [Akermann & Eibl, 2002]	50

5.3	Schädigung bei lokaler und nichtlokaler Versagensformulierung [Akkermann & Eibl, 2002]	50
5.4	M- θ -Beziehung des Versuches RR4 [Akkermann & Eibl, 2002] im Vergleich zur Nachrechnung mit ATENA	51
5.5	Spannungen σ_{yy} am Mittelaufleger des Durchlaufträgers Typ ② bei Auftreten der Fließspannung	52
5.6	Auswertung und Mittelung der Betonstauchungen im Rahmeneck	54
5.7	Auswertung und Mittelung der Stahldehnungen am Mittelaufleger des Durchlaufträgers	55
5.8	Querschnittskrümmung im Riegelanschnitt	56
5.9	Schnittgrößenverteilung aus ATENA im Rahmeneck	58
5.10	Bestimmung der Rotation beim Rahmen (links) und Durchlaufträger (rechts)	58
5.11	Verlauf der Materialdehnungen beim Durchlaufträger	60
5.12	Verlauf der Materialdehnungen beim Rahmen	61
5.13	Vergleich der Momenten-Krümmungs-Beziehung	63
5.14	Verlauf der Biegesteifigkeiten beider Systeme	65
5.15	Durchlaufträger Typ ① - Verlauf der normierten Momente	67
5.16	Durchlaufträger Typ ② - Verlauf der normierten Momente	68
5.17	Durchlaufträger Typ ③ - Verlauf der normierten Momente	68
5.18	Rahmen Typ ① - Verlauf der normierten Momente	70
5.19	Rahmen Typ ② - Verlauf der normierten Momente	70
5.20	Rahmen Typ ③ - Verlauf der normierten Momente	71
5.21	Rahmen Typ ① - Verlauf der normierten Normalkräfte	72
5.22	Rahmen Typ ② - Verlauf der normierten Normalkräfte	73
5.23	Rahmen Typ ③ - Verlauf der normierten Normalkräfte	73
5.24	Momenten-Rotations-Diagramm	75
5.25	Gleichlast-Rotations-Diagramm	76
6.1	Schnittkräfte am Rahmeneck als Scheibenmodell	79

Tabellenverzeichnis

1.1	Verwendete Software	3
2.1	Optimaler Bewehrungsgrad für ausgewählte Fälle	10
2.2	Duktilitätseigenschaften von Betonstahl	11
3.1	Vergleich der Momente beider Systeme	24
3.2	Vergleich der Schlankheiten beider Systeme	25
3.3	Variation des mechanischen Bewehrungsgrades	26
3.4	Längsabstände der Querkraftbügel in [m]	27
3.5	Vergleich der Schnittgrößen an den maßgebenden Stellen	32
3.6	Systemverhältnisse	32
4.1	Einwirkungen und Dehnungsebene des Querschnitts im Versagensfall bei Verwendung der Bemessungswerte	38
4.2	Einwirkungen und Dehnungsebene des Querschnitts im Versagensfall bei Verwendung der Materialmittelwerte	39
4.3	Einwirkungen und Dehnungsebene des Querschnitts im Versagensfall bei Verwendung der Materialmittelwerte und erhöhter Betongrenzdehnung	39
4.4	Maximale Querschnittsmomente bei Verwendung unterschiedlicher Materialmodelle	40
4.5	Maximale Querschnittskrümmungen bei Verwendung unterschiedlicher Materialmodelle	41
4.6	Maximal mögliche Umlagerungsfaktoren	43
4.7	Anwendung der Plastizitätstheorie ohne direkten Nachweis	44
4.8	Vorhandene, rechnerische Rotation θ_S	45
4.9	Zulässige, plastische Rotation $\theta_{pl,d}$	45
4.10	Vereinfachter Nachweis der plastischen Rotation	46
5.1	Bezeichnung der Diagramme	59
5.2	Materialdehnungen im Versagensfall beim Durchlaufträger	60
5.3	Materialdehnungen im Versagensfall beim Rahmen	61
5.4	Normierte Biegemomente \bar{M} beim Durchlaufträger	67
5.5	Normierte Biegemomente \bar{M} beim Rahmen	69
5.6	Normierte Normalkräfte \bar{N} beim Rahmen	72
5.7	Charakteristische Punkte der M- θ -Beziehungen	75
5.8	Charakteristische Punkte der q- θ -Beziehungen	76
6.1	Normierte Normalkräfte des Rahmens im Versagensfall	79
6.2	Maximal erreichbare Momente im Riegelanschnitt im Verhältnis zum Stützbereich des Durchlaufträgers	80
6.3	Einflüsse auf den plastischen Schubanteil	80
6.4	Materialdehnungen im Versagensfall beim Rahmen	81
6.5	Umlagerungsfaktor δ zum Versagenszeitpunkt berechnet mit $M_{Stütz}$ bzw. M_{Riegel}	82

6.6 Schubslankheiten im Versagensfall	82
6.7 Umlagerungsfaktor δ zum Versagenszeitpunkt berechnet mit M_{Feld}	83
6.8 Plastische Rotation im Vergleich	84
6.9 Vergleich der Umlagerungsfaktoren der Stützbereiche	85
6.10 Vergleich der plastischen Rotation der numerischen Untersuchung mit Berechnung nach Norm	85

1 Einleitung

Die Duktilität ist im Sicherheitsdenken des Bauwesens eine Grundvoraussetzung, unabhängig vom Materialeinsatz. So muss ein Tragwerk im Grenzzustand der Tragfähigkeit sein Versagen rechtzeitig ankündigen, um den Menschen Zeit und Raum für etwaige Handlungen zu bieten. Im Stahlbetonbau geschieht dies anfangs in Form von Rissen, sowie später durch große Verformungen als Folge plastischen Materialverhaltens, allen voran Bewehrungsfließen. Handelt es sich beim Tragwerk um ein statisch unbestimmtes System, so kommt es in dieser plastischen Phase zu einer weitreichenden Umlagerung von Kräften. Eine wirtschaftliche Ausnutzung, Laststeigerung sowie der Abbau von Zwangkräften sind die positiven Folgen. Dieser Abbau von Zwangkräften wird im Eurocode [EN1992-1-1, 2015] zufolge des gerissenen Zustandes berücksichtigt. Ein ausgeprägter plastischer Zustand einzelner Tragwerksteile reduziert diesen Anteil nochmals deutlich.

Um schlussendlich die Summe der genannten Prozesse in großem Umfang auszunutzen, bedarf es ausreichender Verformungskapazitäten an den maßgebenden Bauwerksstellen. Bei Biegebauteilen wird konkret eine hohe Rotationskapazität an ausgeprägten, absoluten Momentenmaxima, wie Stütz- und Feldbereich gefordert. Eine detaillierte Bemessung mit Abstimmung zwischen Material-, Querschnitt- und Systemparameter kann die benötigten Kapazitäten quantifizieren.

1.1 Ausgangslage und Motivation

Das Institut für Betonbau der Technischen Universität Graz betreibt seit einigen Jahren intensive Forschungen im Bereich der Integralbauweise. Integrale Brücken stehen dabei aufgrund ihrer zunehmenden Popularität im Vordergrund. Daher werden in der vorliegenden Arbeit Brückentragwerke des Typs Vollplatte untersucht, da diese bei beiden Systemen Anwendung finden. Die plastische Rotation und das Umlagerungsvermögen als Folge von Steifigkeitsänderungen im Tragwerk sollen das Verständnis hinsichtlich Zwangkraftreduktion verbessern und bilden den Hintergrund dieser Untersuchung.

Möchte der oder die PlanerIn nun bei einem Tragwerk das Umlagerungsvermögen bestimmen, so bietet der Eurocode mit Kapitel 5 ein Berechnungskonzept. Handelt es sich beim Tragwerk jedoch um einen Durchlaufträger mit unüblichen Stützweiten- oder Steifigkeitsverhältnissen oder um ein anderes System, beispielsweise einen Rahmen, so stößt man schnell auf die Grenzen dieses Berechnungskonzeptes.

Der Eurocode deklariert Durchlaufträger mit Stützweitenverhältnissen kleiner dem Zweifachen sowie ähnlichen Steifigkeiten klarerweise als günstigstes System für eine Schnittgrößenumlagerung. Rahmensysteme werden vom Eurocode, inklusive österreichischem Anhang, in keinsten Weise erwähnt. Einzig „Rahmensysteme aus Spannbeton“ sowie „verschiebliche Rahmensysteme“ werden als Negativbeispiele dem Verfahren klar ausgeschlossen, ebenso „schiefwinklige und gekrümmte Brückensysteme“ [EN1992-1-1, 2015, EN1992-2, 2012, ÖN1992-1-1, 2018, ÖN1992-2, 2014]. Erweitert man den Normenkreis um den deutschen Anhang, so findet man

darin einen Paragraphen, der den Umlagerungsgrad bei unverschieblichen Rahmensystemen begrenzt [DAfStb, 2012].

Die einschlägige Literatur bietet neben anerkannten und allgemein gültigen Werken [König & Tue, 2003, Zilch & Zehetmaier, 2006] zwei Beiträge vom Deutschen Ausschuss für Stahlbeton, die sich dem Thema detaillierter nähern. Einer beschäftigt sich mit der Rotationsfähigkeit von Rahmenecken [Akkermann & Eibl, 2002], der andere mit dem nichtlinearen Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbetonbauteilen [König *et al.*, 1999] auf Grundlage eines Zweifeldträgersystems.

1.2 Zielsetzung

Ein direkter Vergleich des plastischen Verformungsverhaltens der beiden im Stahlbetonbau häufig eingesetzten Systeme Rahmen und Durchlaufträger existiert aktuell nicht und soll mit dieser Arbeit nun erstmals untersucht werden. Dazu werden die Systeme hinsichtlich einer gegenseitigen Vergleichbarkeit entworfen, um deren Einflussfaktor zu quantifizieren. Das Tragwerksverhalten mit Fokus auf das plastische Plateau soll durch den Einsatz eines nichtlinearen Finite-Elemente-Programmes wahrheitsgetreu abgebildet werden. Grundlage dafür ist eine realitätsnahe Modellierung der nichtlinearen Material- und Verbundgesetze, sowie deren Funktionsfähigkeit hinsichtlich der Bewehrungsführung im Rahmeneck. Zusätzlich wird der große Einfluss des Bewehrungsgrades untersucht.

1.3 Aufbau der Arbeit

Nach der Einleitung werden in Kapitel 2 die Grundlagen erläutert. Dabei geht es neben der Definition und Ermittlung der plastischen Rotation unter anderem auch um das ganzheitliche Tragverhalten bewehrter Stahlbetonbauteile von der Erstbelastung bis zum Versagen und damit einhergehender Phänomene wie der Schnittgrößenumlagerung. Weiters werden die wesentlichen Einflussparameter vermittelt und mit dem Stand der Technik inklusive Handhabung der Norm abgeschlossen.

In Kapitel 3 werden die Eigenschaften üblicher Brückentragwerke vorgestellt und darauf aufbauend die Hauptaspekte dieser Arbeit definiert. Anschließend erfolgt der Entwurf der Systeme ausgehend vom statischen System über die Wahl der Querschnitte und Materialien bis hin zur konstruktiven Bewehrungsdurchbildung.

In Kapitel 4 werden zuerst die Schnittgrößen linear-elastisch sowie infolge maximaler Umlagerungsgrade berechnet. Danach werden eine nichtlineare Querschnittsbemessung durchgeführt und die seitens der Norm zur Bestimmung der plastischen Rotation zur Verfügung gestellten Verfahren angewandt.

Kapitel 5 beschäftigt sich mit der numerischen Untersuchung. Nach Informationen zur Software, Durchführung und Auswertung werden die Ergebnisse auf Materialebene (Dehnungen), Querschnittsebene (Krümmungen) und Systemebene (Schnittgrößen, Rotation, Umlagerung) wiedergegeben. Einerseits wird das Verhalten der Systeme getrennt und in Abhängigkeit der Änderung des Bewehrungsgrades untersucht. Weiters erfolgt der Vergleich der beiden System bei gleicher Bewehrung. Besonderer Fokus liegt auf dem Verhalten der Normalkraft sowie dem Schubeinfluss, da diese beiden Faktoren den Systemunterschied am meisten prägen.

Kapitel 6 fasst die wichtigsten Erkenntnisse dieser Arbeit zusammen und stellt einen Vergleich zwischen den Ergebnissen der numerischen Untersuchung zur Berechnung nach Norm her.

1.4 Hilfsmittel und Software

Für die Durchführung der Untersuchung werden Programme auf neuestem Stand der Technik verwendet. Plausibilitätskontrollen werden begleitend per Hand durchgeführt. Folgende Programme kommen zur Anwendung:

Name der Software	Einsatzbereich	Homepage
RuckZuck	Berechnung von Stabstatiken	http://www.ruckzuck.co.at/
INCA2	Nichtlineare Querschnittsbemessung	http://www.u-pfeiffer.de/
Atena 2D	Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnung	https://www.cervenka.cz/
MATLAB	Auswertung und Verarbeitung der Daten	https://www.mathworks.com/

Tabelle 1.1: Verwendete Software

2 Grundlagen zur plastischen Rotation

2.1 Definition

Im konstruktiven Ingenieurbau definiert man die plastische Rotation folgendermaßen:

- „Rotation“ bezeichnet die Verdrehung eines Bauteils über einem Punkt oder Bereich.
- „Plastisch“ ist im Stahlbetonbau jener Zeitraum ab dem Erreichen der Fließgrenze des Bewehrungsstahls bis zum Globalversagen, siehe Abbildung 2.2.

Die plastische Rotation stellt somit eine Verformungsgröße dar. Das Umlagerungsvermögen hingegen stellt eine Systemgröße dar und beschreibt bei statisch unbestimmten Systemen die Fähigkeit, Kräfte im Tragwerk von Stellen hoher Ausnutzung zu Stellen niedrigerer Ausnutzung umzulagern. Dieser Prozess prägt sich im plastischen Zustand am meisten aus. Die plastische Rotation und das Umlagerungsvermögen korrelieren sehr stark.

2.2 Bestimmung der Rotation

Zur Bestimmung der Verdrehung stehen nun zwei mathematische Ansätze zur Verfügung:

1. Geometrischer Ansatz: Ausgehend vom Verdrehpunkt werden zwei Sekanten auf die Bauteilachse im gleichen Abstand $\pm x$ konstruiert und deren Differenzwinkel θ_{geo} berechnet.
2. Differentieller Ansatz: Im Abstand $\pm x$ werden die Tangenten der Bauteilachse konstruiert und deren Differenzwinkel θ_{diff} bestimmt. Dies entspricht der Integration der Querschnittsverkrümmung von $-x$ bis $+x$.

Dass die Ergebnisse dieser Ansätze auch bei gleicher Länge und Punktabstand nicht vergleichbar sind, ist in Abbildung 2.1 ersichtlich und sollte unbedingt beachtet werden. Während Variante 1 die einfachere ist (man benötigt lediglich die Knotenverschiebungen an drei Punkten) ist Variante 2 die mechanisch korrekte, vor allem unter Annahme der linearen Biegetheorie. Gilt diese nicht mehr, so stößt man bereits bei der Definition der Querschnittschrümmung auf Probleme. Materielle Nichtlinearitäten sowie Diskontinuitätsbereiche prägen diese Arbeit

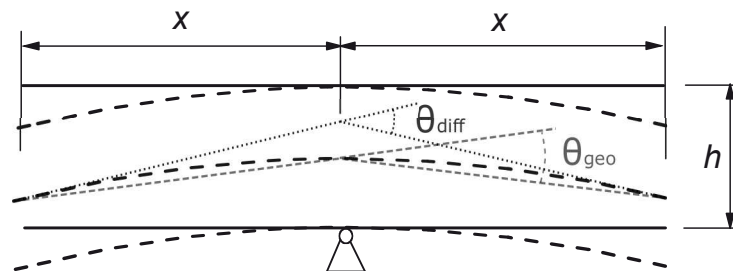


Abbildung 2.1: Vergleich der Ansätze zur Ermittlung der Rotation

sehr stark, weshalb Variante 1 zur Bestimmung der Rotation herangezogen wird, äquivalent zu [Akkermann & Eibl, 2002]. Der Fokus liegt auf der qualitativen und prozentuellen Auswertung. Identische Koordinaten der Auswertungspunkte bzw. identische Intervalle zwischen den Auswertungspunkten begünstigen diese Vorgehensweise und liefern ausreichende Ergebnisse. Eine quantitative Beurteilung der Rotation ist aufgrund der Unsicherheiten in den Eingangsparametern nicht zielführend.

2.3 Technische Biegelehre

Die Grundlage der technischen Biegelehre ist die Bernoulli-Hypothese, die vom Ebenbleiben des Querschnitts ausgeht. Unter dieser Annahme kann ein differentieller Zusammenhang zwischen Gleichlast, Querkraft und Moment, sowie Verformung, Verdrehung und Verkrümmung bestimmt werden. Die Kraft- und Verformungsgrößen werden durch die Biegesteifigkeit aneinander gekoppelt. Die Querschnittsverkrümmung kann somit als zweite Ableitung der Biegelinie sowie als Quotient aus Moment und Biegesteifigkeit berechnet werden (Glg. 2.2). Bei Annahme einer ebenen Dehnungsverteilung kann die Krümmung alternativ auch mit Gleichung 2.1 berechnet werden. Geht man nun davon aus, dass die Rotation gleich der Krümmungsänderung entlang eines Bereiches ist, so kann die Rotation durch Integration der Krümmung bestimmt werden (Glg. 2.3). Die Gültigkeit der angeführten Gleichungen kann im Betonbau nur für den ungerissenen Zustand mit Sicherheit bestätigt werden.

$$\kappa = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_c}{d} \quad (2.1)$$

$$\kappa = w''(x) = \frac{M}{EI} \quad (2.2)$$

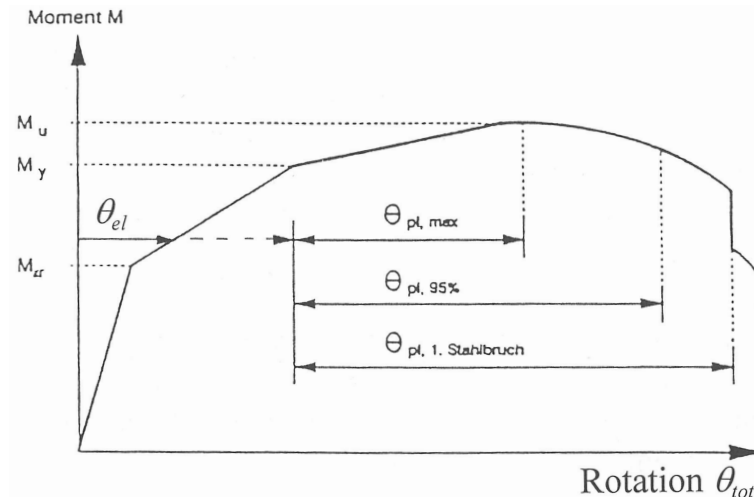
$$\theta = w'(x) = \int \kappa dx \quad (2.3)$$

2.4 Phasen der Biegesteifigkeit

Nach der Biegetheorie hat die Biegesteifigkeit EI deutlichen Einfluss auf die Bestimmung der Verformungsgrößen aus den Kraftgrößen (vgl. Glg. 2.2). Im Stahlbetonbau wird hierdurch jedes Kraft-Verformungs-Diagramm sehr stark geprägt, wie beispielsweise das Momenten-Rotations-Diagramm in Abbildung 2.2. Beginnend bei der Erstbelastung durchläuft ein Stahlbetonquerschnitt bei kontinuierlicher Laststeigerung bis zum Erreichen der maximalen Tragfähigkeit drei charakteristische Phasen. Der absteigende Ast nach Erreichen der Höchstlast ist irrelevant.

- Ungerissener Zustand (Zustand I) – Erst- und geringe Belastung: Die Steifigkeit errechnet sich hauptsächlich aus den Querschnittsabmessungen (b, h für einen Rechteckquerschnitt) sowie dem Elastizitätsmodul des Betons E_c (Glg. 2.4). Der marginale Einfluss der Bewehrung im Zustand I wird vernachlässigt.

$$EI_I = E_c \cdot I_c \quad (2.4)$$

Abbildung 2.2: Momenten-Rotations-Diagramm [König *et al.*, 1999]

- Gerissener Zustand (Zustand II) – Betonrandspannung erreicht Zugfestigkeit: Nach Erreichen von f_{ctm} am äußeren Betonrand reißt der Querschnitt und die Biegesteifigkeit wird maßgeblich durch die Bewehrung (Fläche und Lage) sowie den E-Modul des Stahls E_s bestimmt. Als ingenieurmäßige Abschätzung wird oft Gleichung 2.5 verwendet. Für Beanspruchungen auf Gebrauchslastniveau ($f_c \leq 0.4 \cdot f_{cm}$) sowie ohne Normalkraft und Druckbewehrung kann EI_{II} nach Gleichung 2.6 berechnet werden.

$$EI_{II} \approx 0.40 \cdot EI_I \quad (2.5)$$

$$EI_{II} = E_s \cdot A_s \cdot z_{II} \cdot (d - x_{II}) \quad (2.6)$$

- Plastischer Zustand (Zustand III) – Stahlspannung erreicht Fließgrenze: Nach Erreichen der Fließgrenze reduziert sich die Biegesteifigkeit des Querschnitts erneut um einen erheblichen Anteil. Hauptgrund dafür ist die sehr flache Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Stahlarbeitslinie. Wird bei der Stahlarbeitslinie ein horizontales Fließplateau angenommen, so entspricht dies einem E-Modul von $E_s \approx 0$. Im Falle eines ansteigenden Astes immerhin $E_s \approx 1000$ MPa. Das Erreichen der maximalen Tragfähigkeit definiert das Ende des plastischen Bereiches.

2.5 Auftretende Nichtlinearitäten

Wie eingangs erwähnt, wird die Untersuchung auf Grundlage von Nichtlinearitäten durchgeführt. Dies ist notwendig, um ein realistisches Bauteilverhalten im plastischen Bereich abzubilden.

2.5.1 Nichtlineare Materialgesetze

Die Streuung der Materialeigenschaften wird durch die Mittelwerte ausreichend berücksichtigt. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Beton und Stahl sowie das Verbundgesetz werden

nichtlinear abgebildet und stellen die Grundlage dieser Untersuchung dar. Die Arbeitslinie des Betons für den Druckbereich wird durch einen parabelförmig ansteigenden und linear abfallenden Ast modelliert. Für die Arbeitslinie des Bewehrungsstahls sowie das Verbundgesetz werden Linearkombinationen verwendet. Die verwendeten Modelle sind in Abschnitt 3.5 dargestellt.

2.5.2 Nichtlineare Dehnungsverteilung

Die in Abschnitt 2.3 vorgestellte, technische Biegelehre gilt nur in sogenannten B-Bereichen (B für Bernoulli oder Biege). Dies sind Bereiche, in denen ein Ebenbleiben des Querschnitts angenommen werden kann. D-Bereiche treten im Falle von geometrischen (Querschnittsänderungen) oder statischen (Einzel- oder Auflagerkräfte) Diskontinuitäten auf, in Folge deren sich eine nichtlineare Dehnungsverteilung einstellt [König & Tue, 2003]. Abbildung 2.3 zeigt die Unterteilung in B- und D-Bereiche anhand eines Drei-Punkt-Biegeversuches.

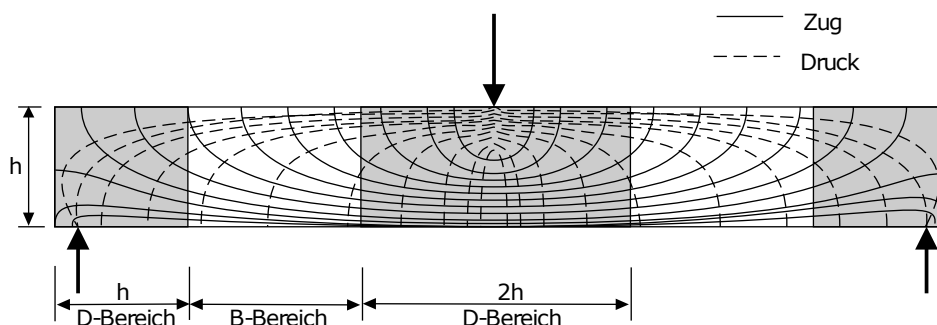


Abbildung 2.3: B- und D-Bereiche beim 3-Punkt-Biegeversuch [König & Tue, 2003]

Bei einem Durchlaufträger unter Gleichlast treten Diskontinuitätsbereiche nur in Auflagerbereichen auf. Bei Rahmen unter Gleichlast handelt es sich neben den Auflagerbereichen speziell bei der Rahmenecke um einen ausgeprägten Diskontinuitätsbereich. Eine negative Momentenbelastung erzeugt im Innenbereich sehr große Druckspannungs- und -dehnungsspitzen. Die Diagonaldruckstrebe erzeugt außerdem eine im Betonbau ungünstige Querzugbeanspruchung. Abbildung 2.4 zeigt die Dehnungsverteilungen im Bereich der Rahmenecke im Zustand I und II bei negativem Moment.

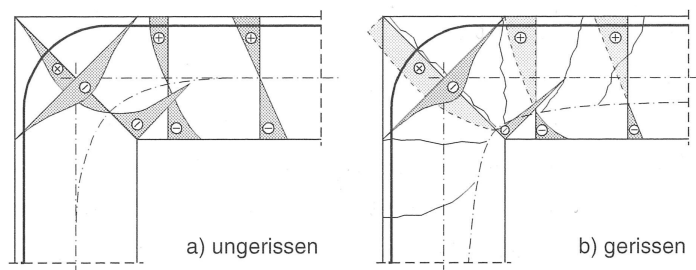


Abbildung 2.4: Nichtlineare Dehnungsverteilung im Rahmeneck [Akkermann & Eibl, 2002]

2.5.3 Geometrische Nichtlinearität - Theorie 2. Ordnung

Bei Anwendung der Theorie 2. Ordnung wird das Gleichgewicht am verformten System gebildet. Bei Bauteilen mit Normalkraft kann sich das sehr stark auswirken. Durch die Verformung verschiebt sich die Wirkungslinie der Normalkraft und beteiligt sich mit ihrer Exzentrizität am Biegetragverhalten. Die eingesetzte FE-Software berücksichtigt diesen Effekt.

2.6 Prozess der Schnittgrößenumlagerung

Bei statisch bestimmten Systemen hat die vorhandene Biegesteifigkeit eines Querschnitts keine Auswirkung auf die Schnittgrößen, sondern lediglich auf die Verformungen. Bei statisch unbestimmten Systemen hingegen nimmt eine über die Bauteillänge veränderliche Biegesteifigkeit bereits bei der Schnittgrößenermittlung eine zentrale Rolle ein. Es gilt der Grundsatz, dass steifere Tragwerksbereiche die Schnittgrößen anziehen. Ein Tragwerksbereich, dessen Querschnitt bereits gerissen ist (z.B. Stützbereich beim Durchlaufträger), erfährt bei steigender Belastung weniger Momentenzunahme als dessen benachbarter Bereich (z.B. ungerissener Feldbereich). Dieser Prozess wird im Allgemeinen als Schnittgrößenumlagerung bezeichnet und ist in Abbildung 2.5 [Zilch & Zehetmaier, 2006] anhand eines Zweifeldträgers erläutert. Von links nach rechts sind dabei die drei zusammenhängenden Parameter Biegesteifigkeit, Biegemoment und Querschnittsverkrümmung dargestellt. Von oben nach unten die wesentlichen Zeitpunkte ungerissen (a), Stützbereich gerissen (b), Stütze und Feld gerissen (c), und Fließgelenk über der Stütze (d).

Der große Vorteil ist die gleichmäßige und somit wirtschaftliche Ausnutzung mehrerer Bereiche eines Tragwerks. Während bei einem statisch bestimmten System lokales Querschnittsversagen zum globalen Systemversagen führt, kann bei statisch unbestimmten Systemen, infolge ausreichender Verformungs- bzw. Rotationskapazität, die Traglast weiter gesteigert werden.

Definition der wesentlichen Parameter:

Um die Schnittgrößenumlagerung quantitativ zu bewerten, werden die Parameter Umlagerungsfaktor sowie Umlagerungsgrad verwendet. Der Umlagerungsfaktor gibt das Verhältnis des vorhandenen zum linear-elastisch berechneten Moment an, siehe Gleichung 2.7. Der Umlagerungsgrad nach Gleichung 2.8 berechnet sich aus dem Verhältnis des umgelagerten zum linear-elastischen Moment, bzw. aus der Differenz zwischen Umlagerungsfaktor und eins.

$$\delta = \frac{M_{\text{vorh}}}{M_{\text{el}}} \quad (2.7)$$

$$(1 - \delta) = \frac{M_{\text{el}} - M_{\text{vorh}}}{M_{\text{el}}} = \frac{\Delta M}{M_{\text{el}}} \quad (2.8)$$

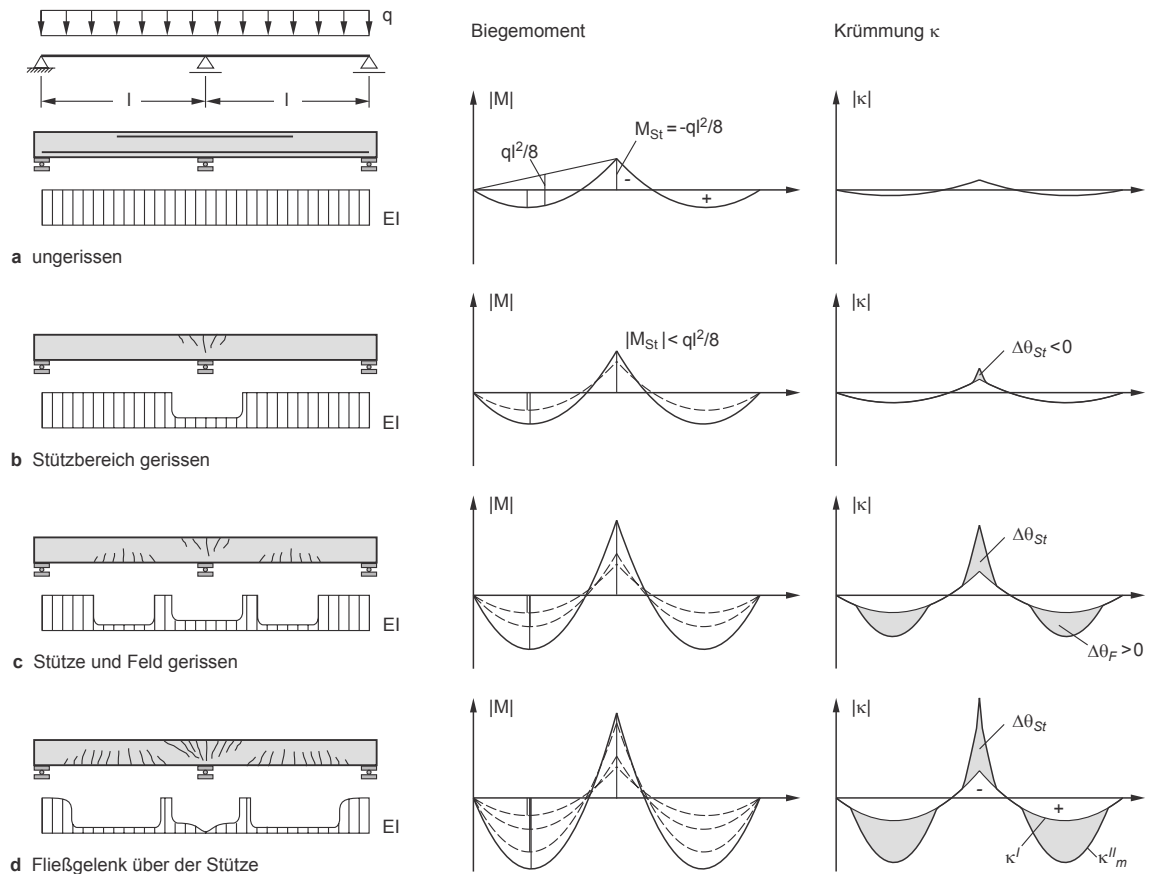


Abbildung 2.5: Tragverhalten eines Zweifeldträgers [Zilch & Zehetmaier, 2006]

2.7 Relevante Einflussparameter

2.7.1 Mechanischer Bewehrungsgrad (bezogene Druckzonenhöhe)

Der mechanische Bewehrungsgrad ω hat die gleiche Bedeutung wie die bezogene Druckzonenhöhe x/d und gibt eine Aussage über den Ausnutzungsgrad der Materialien sowie die Art des Versagens eines Stahlbetonquerschnitts mit Zugbewehrung [König *et al.*, 1999]. Er wird mit Gleichung 2.9 bestimmt und leitet sich aus den verwendeten Arbeitslinien sowie Querschnittseigenschaften ab. Qualitativ deutet ein kleiner mechanischer Bewehrungsgrad auf Stahlversagen und ein großer mechanischer Bewehrungsgrad auf Betonversagen hin. Der Grenzfall, und somit beidseitiges Erreichen der Maximaldehnung, wird als optimaler Bewehrungsgrad ω^* gekennzeichnet.

$$\omega = \frac{A_{sl} \cdot f_{ym}}{b \cdot d \cdot f_{cm}} \quad (2.9)$$

2.7.1.1 Einwirkende Drucknormalkraft

Eine auf das Bauteil einwirkende Drucknormalkraft entlastet die Zugbewehrung und belastet die Betondruckzone. Die Art des Versagens verlagert sich in Richtung Betondruckversagen.

War bei reiner Biegebeanspruchung Stahlversagen maßgebend ($\omega < \omega^*$), so führt eine Drucknormalkraft zu einer höheren Betonstauchung und somit höheren Querschnittsverkrümmung. Im umgekehrten Fall (Betondruckversagen bei reiner Biegebeanspruchung, $\omega > \omega^*$) wird das Krümmungspotenzial durch eine Drucknormalkraft verringert.

2.7.1.2 Druckbewehrung

Eine Druckbewehrung unterstützt die Betondruckzone und verhält sich somit gegensätzlich zu einer einwirkenden Drucknormalkraft. Die Größe der Anteilnahme ist dabei stark von ihrer Lage abhängig. Je näher sich eine Druckbewehrung am Bauteilrand befindet, desto größer wird ihr Einfluss. Andererseits kann eine hohe Betondeckung und geringe Druckzonenhöhe dazu führen, dass die Druckbewehrung nahe der Nulllinie liegt und somit wenig oder sogar negative Auswirkungen hat.

2.7.1.3 Optimaler Bewehrungsgrad für ausgewählte Fälle

Der optimale Bewehrungsgrad gibt jenen mechanischen Bewehrungsgrad an, bei dem im Versagensfall sowohl in der Randfaser der Druckzone die Betongrenzstauchung, als auch in der Bewehrungsebene die Stahlgrenzdehnung erreicht wird. In Tabelle 2.1 sind in Anlehnung an die in Kap. 3 gewählten System- und Materialeigenschaften für verschiedene Eingangsgrößen die optimalen Bewehrungsgrade dargestellt. Die Gründe zur Wahl der erhöhten Betongrenzstauchungen $\varepsilon_{c,lim} = 4.5\text{‰}$ und 7.0‰ werden in Abschnitt 3.5 erläutert. Während die Betongrenzstauchung sowie der Normalkraftanteil variieren, bleiben die folgenden Parameter konstant:

- die Breite $b = 1.00\text{ m}$ und die statische Nutzhöhe $d = 0.73\text{ m}$
- die mittlere Betondruckfestigkeit $f_{cm} = 43.0\text{ MPa}$
- die mittlere Fließgrenze des Bewehrungsstahls $f_{ym} = 599\text{ MPa}$ mit der Grenzdehnung $\varepsilon_{s,lim} = 50\text{‰}$

Grenzdehnung $\varepsilon_{c,lim}$	Anteil Normalkraft	$A_{s1}[\text{cm}^2]$	ω_{OPT}	Bauteil & Stelle
3.5 ‰	reine Biegung	≈ 21.0	0.040	Standardfall
4.5 ‰	reine Biegung	≈ 31.0	0.059	Durchlaufträger am Mittelaufleger
7.0 ‰	$N/M = 0.415$	≈ 42.0	0.080	Rahmen beim Stielanschnitt
7.0 ‰	$N/M = 0.330$	≈ 45.0	0.086	Rahmen beim Riegelanschnitt

Tabelle 2.1: Optimaler Bewehrungsgrad für ausgewählte Fälle

2.7.2 Stahleigenschaften

In Österreich wird standardmäßig Betonstahl B 550 mit einer charakteristischen Streckgrenze von $f_{yk} = 550\text{ MPa}$ eingesetzt. Dieser ist in drei Duktilitätsklassen verfügbar, deren Anforderungen in [EN1992-1-1, 2015] geregelt, und in Tabelle 2.2 angeführt sind. Der Zuwachs der Grenzdehnung beispielsweise von Klasse A auf B ist sehr groß, weshalb sich die Duktilitätsklasse, sofern es die Betondruckzone zulässt, stark auf die Querschnittsverkrümmung und

somit die plastische Rotation auswirkt. Diese Auswirkung ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Dabei ist festzustellen, dass sich eine Erhöhung der Duktilitätsklasse klarerweise nur im Fall von Stahlversagen ($\omega < \omega^*$) auswirkt. Das maximal erreichbare Bruchmoment zeigt sich davon wiederum unbeeinflusst.

	A	B	C
Mindestwert von $k = \frac{f_{tk}}{f_{yk}}$	≥ 1.05	≥ 1.08	≥ 1.15 < 1.35
Grenzdehnung ε_{uk}	25 ‰	50 ‰	75 ‰

Tabelle 2.2: Duktilitätseigenschaften von Betonstahl

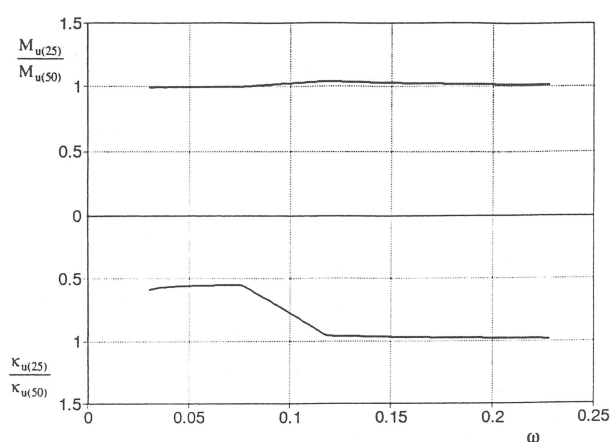


Abbildung 2.6: Einfluss der Stahlgrenzdehnung auf das Bruchmoment und die zugehörige Verkrümmung [König *et al.*, 1999]

2.7.3 Betongrenzdehnung

Die in der heutigen Praxis im konstruktiven Ingenieurbau eingesetzten Betone weisen sehr ähnliche Verformungseigenschaften auf. Unter Druckbeanspruchung liegt die Stauchung bei Höchstlast im Bereich $\varepsilon_{c1} = 2.0 \div 2.5 \text{ ‰}$ und die Grenzstauchung bei $\varepsilon_{c,lim} = 3.5 \text{ ‰}$. Somit ist der Einfluss auf die Querschnittsverkrümmung aufgrund der Größenordnung etwas geringer als infolge der Duktilitätsklassen des Stahls. Abbildung 2.7 zeigt den Einfluss zweier Betongrenzstauchungen $\varepsilon_{c,lim} = 2.5 \text{ ‰}$ und 3.5 ‰ auf die Querschnittsverkrümmung, wobei hier auf die positive Auswirkung bei hohen mechanischen Bewehrungsgraden ($\omega > \omega^*$) hingewiesen wird.

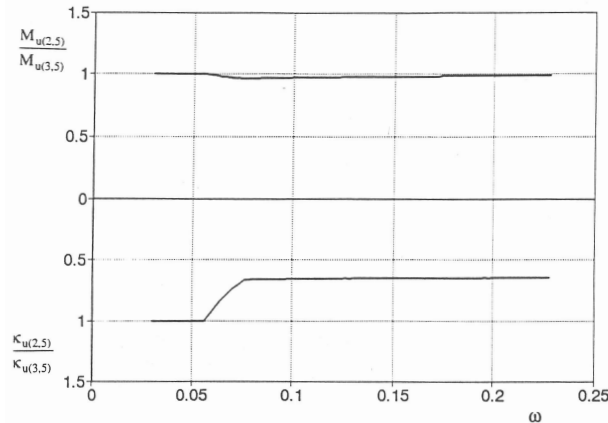


Abbildung 2.7: Einfluss der Betongrenzstauchung auf das Bruchmoment und die zugehörige Verkrümmung [König *et al.*, 1999]

Beton ist im Allgemeinen ein spröder Werkstoff. Dennoch hat sich durch Versuche gezeigt, dass die aus dem einachsialen Druckversuch entstehende Grenzstauchung von $\varepsilon_{c,lim} = 3.5 \text{ ‰}$ in einigen Situationen nicht der Realität entspricht und gesteigert werden kann. Grundsätzlich sind das Bereiche, in denen eine Verformungsbehinderung oder Krafteinwirkung abseits der Hauptrichtung zu einem mehrachsialen Spannungszustand führen und das Betonverhalten deutlich verbessern.

2.7.3.1 Mehraxialer Spannungszustand

Berücksichtigung der Norm

Die Norm [EN1992-1-1, 2015] liefert für die Arbeitslinie des Betons bei mehrachsialen Spannungszustand ein Berechnungsmodell, dem eine idente Druckspannung in zweiter und dritter Richtung vorausgesetzt wird ($\sigma_2 = \sigma_3$). Mit der Annahme eines 10 %igen Querdruckes ($\sigma_2/f_{ck} = 0.10$) ergibt sich mit den Gleichungen 2.10 bis 2.12 eine Erhöhung der Stauchung von nahezu 100 % bei Höchstlast sowie 600 % im Falle der Grenzstauchung.

$$\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} = 1.125 + 2.50 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}} = 1.125 + 2.50 \cdot 0.10 = 1.375 \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \cdot \left(\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} \right)^2 = 0.0023 \cdot 1.375^2 = 0.0043 \hat{=} 4.3 \text{ ‰} \quad (2.11)$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2} + 0.2 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}} = 0.0035 + 0.2 \cdot 0.10 = 0.0235 \hat{=} 23.5 \text{ ‰} \quad (2.12)$$

Versuchserkenntnisse

In Versuchen [Akkermann & Eibl, 2002] wurden im Anschnitt der Rahmenecken mittels Dehnmessstreifen mit einer Referenzlänge von 60 mm Betonstauchungen von bis zu $\varepsilon_c = 3.90\text{‰}$ gemessen. Im Inneneck wurden in der Druckdiagonalen mittels induktiven Wegaufnehmern ($L_{\text{ref}} \geq 10\text{ cm}$) sogar Dehnungsspitzen von $\varepsilon_c = 7.50\text{‰}$ gemessen. Abbildung 2.8 zeigt die gemessenen Dehnungsverläufe. Die Abmessungen des untersuchten Stahlbetonquerschnittes betragen 30/30 cm, weshalb speziell in Tiefenrichtung nur ein sehr geringer Querdruck auftreten konnte. Plattenartige Tragwerke weisen in dieser Hinsicht noch günstigeres Verhalten auf.

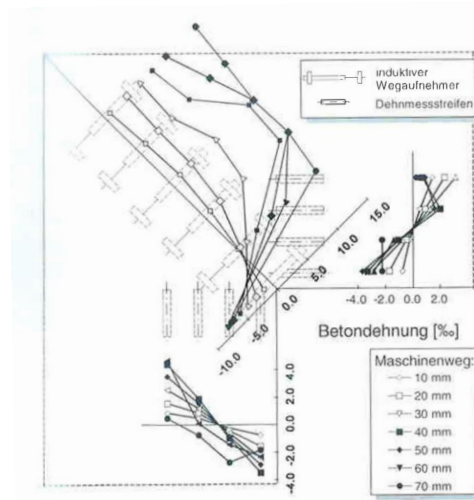


Abbildung 2.8: Betondehnungen an der Versuchskörperoberseite, Versuch RR3 [Akkermann & Eibl, 2002]

2.7.3.2 Umschnürungsbewehrung

Berücksichtigung nach Model Code

Eine vorhandene Querverteiler- sowie Querkraftbewehrung induziert ebenso einen mehraxialen Spannungszustand. Ein Verfahren zur Berechnung der auftretenden Spannungen in Querrichtung bietet [MC90, 1993]. Die geometrischen Parameter sind dem späteren Querschnittstyp ② zugeordnet und liegen somit im Durchschnitt dieser Untersuchung. Der durch die Umschnürungsbewehrung entstehende Querdruck, berechnet nach den Formeln 2.13 bis 2.15, beträgt demnach 5.4% der charakteristischen Druckspannung.

$$\frac{\sigma_2}{f_{ck}} \approx \frac{\sigma_3}{f_{ck}} = \frac{1}{2} \cdot \alpha_n \cdot \alpha_s \cdot \omega_w = 0.054 \quad (2.13)$$

$$\alpha_n = 1 - \frac{n \cdot (b_1^2/6)}{b_0} = 0.98 \quad (2.14)$$

$$\alpha_s = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{s}{b_0} = 1.10 \quad (2.15)$$

mit:	$\omega_w = 0.10$...	mechanischer Bewehrungsgrad
	$n = 10$...	Anzahl der Längseisen je Plattenstreifen
	$b_1 = 1.00 \text{ m}$...	Breite eines Plattenstreifen
	$b_0 = b_1/n = 0.10 \text{ m}$...	Abstand der Längsbewehrung in Querrichtung
	$s = 0.20$...	Abstand der Querkraftbewehrung

Setzt man den durch die Umschnürungsbewehrung entstehenden Querdruck in die Formeln des vorhergehenden Abschnittes ein, so erhöht sich die charakteristische Betondruckfestigkeit um 25 %. In weiterer Folge beträgt die Dehnung bei Höchstlast $\varepsilon_{c,1} = 3.60 \text{ ‰}$ und die maximale Betongrenzstauchung $\varepsilon_{c,\text{lim}} = 13.50 \text{ ‰}$. Da jedoch die Querkraftbewehrung eine Betondeckung von 4.5 cm aufweist und sich die maximalen Stauchungen in der Randfaser befinden, ist eine derartige Steigerung der Grenzstauchung, induziert durch die Querbewehrung, zu hinterfragen.

Erkenntnisse aus Versuchen

In [König *et al.*, 1999] wird dieses Thema ebenso behandelt. Dabei wird allgemein von einer erhöhten Betongrenzstauchung $\varepsilon_{c,\text{lim}} = 4 - 5 \text{ ‰}$ infolge einer Umschnürungsbewehrung gesprochen. Konkret wird auf Untersuchungen von Kreller verwiesen, dessen Ergebnisse ein durch die Umschnürungsbewehrung verursachtes, konstantes Dehnungsplateau von $\Delta\varepsilon = 1.0 \text{ ‰}$ zeigen.

2.7.4 Schubschlankheit

Die Schubschlankheit wird entweder durch den Abstand a des Momentenmaximums zum -nullpunkt definiert (tatsächliche Schubschlankheit, Glg. 2.16), oder durch das Momenten-Querkraft-Verhältnis (Ersatzschubschlankheit, Glg. 2.17), jeweils zur statischen Nutzhöhe d :

$$\lambda_q = \frac{a}{d} \quad (2.16)$$

$$\lambda_{q,\text{Ersatz}} = \frac{M}{V \cdot d} \quad (2.17)$$

Die Verdrehung eines Bauteils wird primär durch Biegung hervorgerufen. Dennoch hat auch die einwirkende Querkraft ihren Anteil an der plastischen Rotation, der als Schubanteil bezeichnet wird. Ursprung dieses Anteiles ist das Versatzmaß a_1 , das durch eine Querkraftbeanspruchung und dem Ansatz der Fachwerkanalogie generiert wird [König & Tue, 2003]. Bei Verwendung vertikaler Bügel ($\alpha = 90^\circ$) berechnet sich die dadurch entstehende, zusätzliche Zugkraft nach Gleichung 2.18. Diese Kraft ΔF_s ist unabhängig vom Querschnittszustand und wirkt sich ab Bewehrungsfließen durch die Abnahme des E-Moduls auf $\approx 0.5 \text{ ‰}$ sehr sprunghaft auf die Verformung aus (Glg. 2.19). Abbildung 2.9 veranschaulicht die Thematik des Schubanteils im Vergleich zum Biegeanteil.

$$\Delta F_s = \frac{V \cdot \cos \theta}{2} \quad (2.18)$$

$$\Delta \varepsilon_s = \frac{\Delta F_s}{A_s \cdot E_s} \quad (2.19)$$

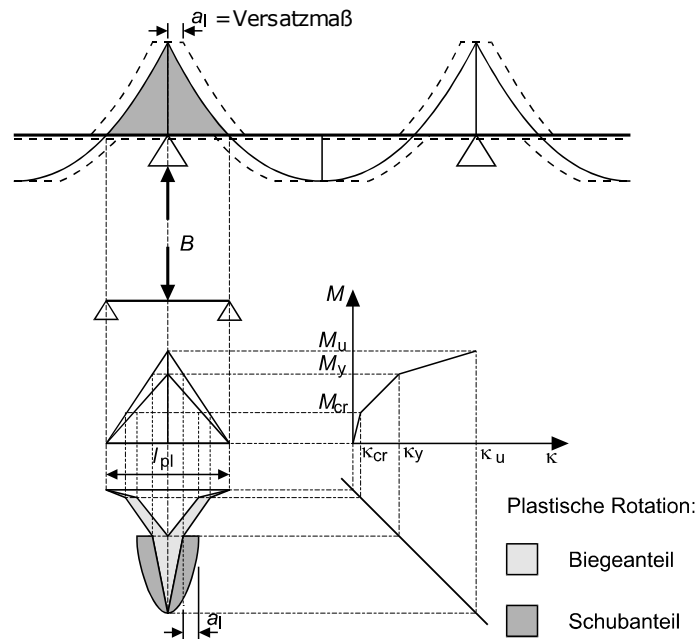
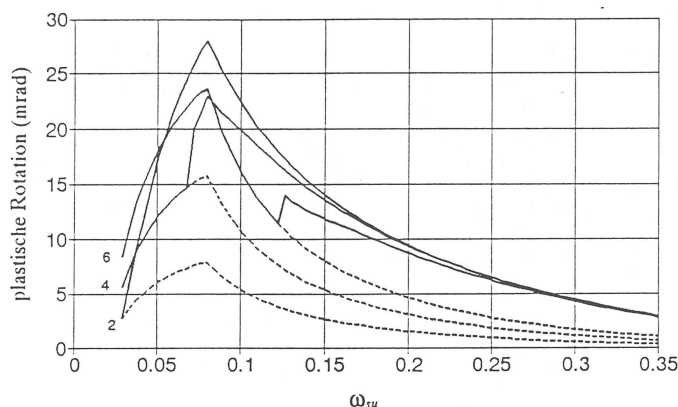


Abbildung 2.9: Biege- und Schubanteil der plastischen Rotation [König & Tue, 2003]

In [König *et al.*, 1999] wurde der Einfluss der Schubslankheit in Abhängigkeit des mechanischen Bewehrungsgrades untersucht. Die Ergebnisse sind in Abbildung 2.10 dargestellt. Neben dem schlagartigen Einsetzen des Schubanteils sind dabei einige weitere Erkenntnisse wichtig. Wie die Gleichungen 2.18 und 2.19 zeigen, ist die Größe der Dehnungszunahme direkt von der einwirkenden Querkraft abhängig. Bei Annahme eines konstanten Momentes ist bei gedrungenen Bauteilen ($\lambda_q \ll$) der Schubanteil dadurch größer als bei schlanken Bauteilen ($\lambda_q \gg$). Weiters kommt es bei geringem Bewehrungsgrad zum Bewehrungsfließen bevor (Biege-) Schubrisse zur Ausbildung des Fachwerkmodells führen. Der Schubanteil kann dann aufgrund der geringen Laststeigerung im plastischen Bereich nicht mehr generiert werden. Bei hochbewehrten Querschnitten ist außerdem eine Abnahme des plastischen Schubanteils nach Gleichung 2.19 schlüssig.

Abbildung 2.10: Einfluss der Schubschlankheit auf die plastische Rotation [König *et al.*, 1999]

2.7.5 Konstruktive Ausbildung der plastischen Bereiche

Für die konstruktive Durchbildung einer Rahmenecke stehen viele Ausführungsvarianten zur Verfügung. Dabei sollten nicht nur die auftretenden Kräfte, sondern auch der Bauablauf berücksichtigt werden. Besonders hervorzuheben ist hierbei die Lage der Arbeitsfuge, die meist im Stielanschnitt angeordnet wird. Um die Biegezugbewehrung dennoch normgerecht anzuordnen, werden Übergreifungs- oder Schlaufenstöße eingesetzt.

Hinsichtlich des Kraftflusses treten bei Rahmenecken mit negativem (schließendem) Moment teilweise sehr hohe Querkzug- und Spaltzugkräfte infolge der Diagonaldruckstrebe in der Rahmenecke auf. Diese müssen durch Einlegen passender (Steck-) Bügel aufgenommen werden. Einem möglichen Spaltzugversagen kann mit ausreichender seitlicher Betondeckung begegnet werden.

Abbildung 2.11 zeigt sechs verschiedene Durchbildungen. Betrachtet man anfangs nur die Hauptzugbewehrung so sind die Varianten a-e ident. Variante f hingegen verwendet einen Schlaufenstoß und beseitigt somit das vorhin angesprochene Probleme eines Bewehrungsstoßes. Hinsichtlich Querkzug- und Spaltzugkräfte sind die Ansätze sehr verschieden.

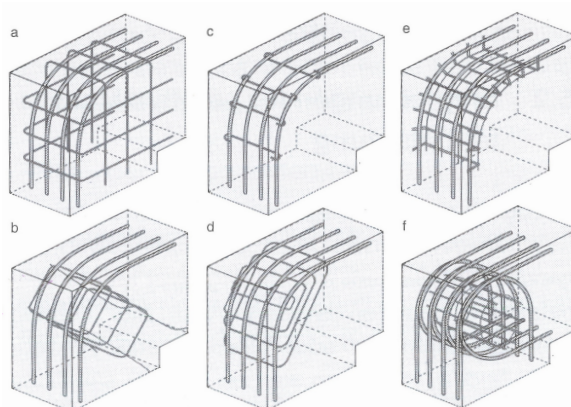


Abbildung 2.11: Konstruktive Ausbildungen der Rahmeneckbewehrung [Akkermann & Eibl, 2002]

Abbildung 2.12 zeigt den Einfluss des Biegerollendurchmessers und der Verbügelung der Rahmenecke aus einem Versuch von Stroband und Kolpa in [Akkermann & Eibl, 2002]. Sie kommen zu dem Ergebnis, dass sich ein großer Biegerollendurchmesser sowie die Verwendung von horizontalen und vertikalen Steckbügel positiv auf die plastische Rotation auswirken. Diese Kombination stellt Bild a in Abbildung 2.11 dar. Ein Schlaufenstoß erhöht die plastische Rotation der Rahmenecke nochmals.

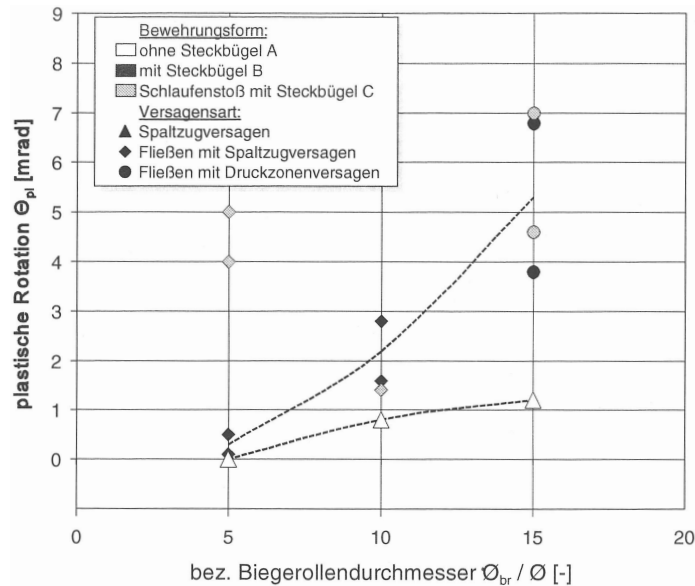


Abbildung 2.12: Einfluss des Biegerollendurchmessers und der Verbügelung [Akkermann & Eibl, 2002]

2.8 Handhabung nach Norm

Die plastische Rotation an sich wird nur selten behandelt. Meist wird diese Eigenschaft über das Thema der Schnittgrößenumlagerung abgegolten. Im Eurocode [EN1992-1-1, 2015] behandelt Kapitel 5 das Thema der Ermittlung der Schnittgrößen. Dabei kann zwischen den folgenden Verfahren gewählt werden.

2.8.1 Linear-elastische Berechnung mit begrenzter Umlagerung

Dieses Verfahren darf für den Grenzzustand der Tragfähigkeit bei durchlaufenden Balken oder Platten, die vorwiegend auf Biegung beansprucht sind, angewendet werden. Das Stützweitenverhältnis benachbarter Felder mit annähernd gleicher Steifigkeit darf dabei 0.5 – 2.0 betragen. Unter diesen Umständen kann ohne ausdrücklichem Nachweis der Rotationsfähigkeit für Bauteile mit einer Betongüte von $f_{ck} \leq 50$ MPa und Betonstahl der Klasse B eine Umlagerung nach Gleichung 2.20 angesetzt werden. Der minimale Umlagerungsfaktor δ_{min} für Brücken beträgt 0.85. Für Vollplattensysteme gilt jedoch der allgemeine Grenzwert von $\delta_{min} = 0.70$.

$$\delta \geq 0.44 + 1.25 \cdot \frac{x_u}{d} \geq \delta_{min} \quad (2.20)$$

Vereint man die Ausnahmen aus [EN1992-1-1, 2015, ÖN1992-1-1, 2018, EN1992-2, 2012, ÖN1992-2, 2014], so werden folgende Tragwerke diesem Verfahren ausgeschlossen:

- Ecken von Rahmen aus Spannbeton
- Verschiebliche Rahmensysteme
- Gekrümmte oder schiefwinklige Brücken

Wie in Kapitel 1 ausführlich erläutert wurde, basiert dieses Verfahren, ebenso wie die nachfolgenden, auf dem System eines Durchlaufträgers. Rahmensysteme werden im Basisdokument sowie österreichischen Anhang nicht erwähnt. Der nationale Anhang von Deutschland hingegen begrenzt den minimalen Umlagerungsfaktor δ_{\min} für Rahmensysteme mit $\delta_{\min} = 0.90$ [DAfStb, 2012].

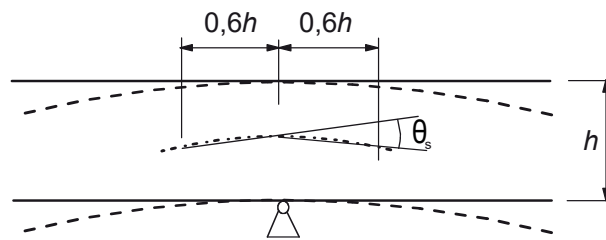


Abbildung 2.13: Plastische Rotation θ_s für Stahlbetonquerschnitte [EN1992-1-1, 2015]

2.8.2 Berechnung auf Grundlage der Plastizitätstheorie

Die Verfahren der Plastizitätstheorie dürfen für den Grenzzustand der Tragfähigkeit angewandt werden und sind auf Grundlage der unteren Grenze (statisches Verfahren) oder der oberen Grenze (kinematisches Verfahren) durchzuführen. In Abhängigkeit eines vorgeschriebenen Grenzwertes ist kein direkter oder ein vereinfachter Nachweis zu führen:

1. Um die Plastizitätstheorie ohne direkten Nachweis der Rotationsfähigkeit anzuwenden, muss für Bauteile mit einer Betongüte von $f_{ck} \leq 50$ MPa, Betonstahl der Klasse B und einem Momentenverhältnis $2.0 > M_{\text{Stütz}}/M_{\text{Feld}} > 0.5$, die bezogene Druckzonenhöhe im Grenzzustand der Tragfähigkeit unter dem Grenzwert $\left(\frac{x}{d}\right)_{\max}$ liegen. Für Brücken beträgt dieser Grenzwert $\left(\frac{x}{d}\right)_{\max} = 0.15$. Im Falle von Vollplatten kann wiederum der allgemeine Grenzwert $\left(\frac{x}{d}\right)_{\max} = 0.25$ verwendet werden.
2. Vereinfachter Nachweis: Dabei wird der Grundwert der plastischen Rotation $\theta_{\text{pl,d}}$ in Abhängigkeit der Betongüte, Bewehrungsklasse sowie der bezogenen Druckzonenhöhe $\frac{x}{d}$ berechnet. Dieser wird mit einem Korrekturfaktor zur Berücksichtigung der Schubslankheit k_λ multipliziert und ergibt die zulässige Rotation. Die vorhandene Rotation wird für den Grenzzustand der Tragfähigkeit nach Abbildung 2.13 mit den Mittelwerten der Baustoffeigenschaften ermittelt.

Der nationale Anhang Österreichs besagt allerdings zur Anwendung der Plastizitätstheorie generell:

„Für die Anwendung von Verfahren nach der Plastizitätstheorie liegen in Österreich keine behördlichen Zulassungen vor. Die Anwendung ist auf Sonderfälle und in Abstimmung mit dem Bauherrn beschränkt, wie z.B. Nachrechnung bestehender Tragwerke.“ [EN1992-2, 2012]

2.8.3 Nichtlineare Berechnungsverfahren

Der nationale Anhang Österreichs besagt:

„Es werden keine zulässigen Methoden nichtlinearer Berechnungen festgelegt. Derartige Berechnungen sind nur in Sonderfällen und in Abstimmung mit dem Bauherrn zulässig.“ [EN1992-1-1, 2015, EN1992-2, 2012]

Nichtlineare Berechnungsverfahren werden demnach explizit vom Bauherrn, im Falle von Brücken sind das meist Straßen- oder Eisenbahnbetreiber, vorgegeben. Da nichtlineare Berechnungen sehr rechenintensiv und zeitaufwändig sind, sowie außerdem das Superpositionsgesetz ausschließen, ist eine umfangreiche Bemessung hinsichtlich der vielen Lastfälle ungeeignet und unwirtschaftlich. Vielmehr kommen nichtlineare Berechnungen begleitend und für nur wenige ausgewählte Lastfallkombinationen zur Anwendung.

3 Systembildung

Die Längen der beiden unterschiedlichen Tragsysteme Durchlaufträger und Rahmen, der verwendete Querschnitt sowie die Materialgüten werden analog zu standardmäßigen und in der Praxis vorfindbaren Brückentragwerken gewählt. Dazu werden im ersten Schritt Eigenschaften üblicher, aus Stahlbeton hergestellter Brückentragwerke des Typs Vollplatte vorgestellt, danach einige Hauptaspekte aufgezählt und anschließend die Eigenschaften der finalen Tragwerke stufenweise auf den Ebenen System - Querschnitt - Material hergeleitet und dargestellt.

3.1 Eigenschaften üblicher Brückentragwerke

Betongüte:

Die Mindestfestigkeitsklasse C_{\min} für das Tragwerk von Brücken beträgt C25/30. Höhere Betonklassen werden in Abhängigkeit vom Brückentyp, der vorgeschriebenen Nutzungsdauer (im Normalfall 100 Jahre, Tendenz steigend) und den äußeren Einwirkungen gewählt, sodass Betone häufig den Anforderungen der Expositionsklassen XC2, XD3, XF4 entsprechen müssen [ÖN1992-2, 2014]. Um die Summe dieser Anforderungen zu erfüllen, wird eine Betongüte von zumindest C30/37 oder C35/45 gewählt.

Stahlgüte:

In Österreich wird grundsätzlich Bewehrungsstahl B 550 (charakteristische Streckgrenze $f_{yk} = 550$ MPa) verwendet. Um ausreichende Duktilität zu erhalten, wird im Brückenbau mindestens Duktilitätsklasse B gefordert. Klasse B bedeutet „hochduktil“ und muss den Anforderungen nach Abschnitt 2.7.2 entsprechen.

Konstruktive Durchbildung:

Die Mindestbetondeckung nach Norm beträgt bei den o.a. Expositionsklassen $c_{\text{nom}} = 4.5$ cm.

Als Durchmesser werden im Brückenbau Bewehrungsseisen der Größen $\varnothing 26/30/36$ eingesetzt. Dies ist den sehr großen Bewehrungsgraden von $\rho_L \geq 1\%$ geschuldet und reduziert die Anzahl der Eisen sowie den Arbeitsaufwand.

Bei Brückenbauwerken fließt der Ausführungsprozess stark in die konstruktive Durchbildung ein. Bei Plattentragwerken kommen als Querkraftbewehrung anstatt herkömmlicher Bügel zum Beispiel zweiteilige Steckbügel mit Überlappung zur Anwendung. Weiters ist die Anordnung der Rahmeneckbewehrung stark an den Arbeitsablauf, und im Speziellen an die Lage der Arbeitsfuge gekoppelt. Im Normalfall werden deshalb die Eisen der Hauptzugbewehrung auf mehrere Positionen aufgeteilt und überlappend angeordnet. Die zugehörige Verbügelung wird meist orthogonal angeordnet.

Biegeschlankheit:

Die Biegeschlankheit $\lambda_1 = L/H$ mit der Bauwerkslänge L und der Konstruktionshöhe H beträgt für ein Plattentragwerk aus Stahlbeton im Brückenbau üblicherweise 10 – 15 für Einfeldträgersysteme und 15 – 20 für Durchlaufträger- oder Rahmensysteme. Als wirtschaftlich gelten dabei Stützweiten bis 20 m.

Schub schlankheit:

In [König *et al.*, 1999] werden Schub schlankheiten für typische Brückenträger aus Stahlbeton mit $\lambda_q = 3.75 - 5$ ohne Umlagerung und mit $\lambda_q = 3 - 4$ nach 20 %iger Umlagerung beziffert.

3.2 Hauptaspekte

Um wirtschaftliche Systeme zu erhalten, wird für Vollplatten aus Stahlbeton empfohlen:

- Maximale Stützweite ≈ 20 m

Rahmenbauwerke werden primär für Unterführungen verwendet. Um eine sinnvolle Nutzung zu gewährleisten, wird vorausgesetzt:

- Höhe des Rahmenbauwerks ≈ 5 m

Um die plastische Rotation der beiden Systeme sinnvoll vergleichen zu können, werden die folgenden beiden Parameter vereinheitlicht:

- Stützmoment
- Schub schlankheit

Es soll außerdem der maßgebende Einfluss des Bewehrungsgrades gezeigt werden. Dazu werden drei Querschnittstypen unterschiedlicher Bewehrungsmenge untersucht:

- Typ ① mit $\rho_{L1} \approx 1.00\%$
- Typ ② mit $\rho_{L2} \approx 0.75\%$
- Typ ③ mit $\rho_{L3} \approx 0.50\%$

3.3 Statisches System**3.3.1 Durchlaufträger**

Für den Durchlaufträger wird ein dreifeldriges, symmetrisches System mit den Stützweiten 12 m – 15 m – 12 m gewählt. Das Längenverhältnis der Randfelder zum Mittelfeld von 0.8 führt zu ähnlich großen Feldmomenten und dadurch zu symmetrischen Momentenverläufen im Stützbereich. Das Mittelaufleger besitzt eine Breite von $t_b = 0.40$ m und wird durch eine Momentenausrundung im Stützbereich berücksichtigt. Das verbleibende Randaufleger kann aufgrund des geringen Einflusses als Punktlager ausgeführt werden. Abbildung 3.1 zeigt das System sowie den Momentenverlauf für eine Gleichlast von

$q_{DLT} = 120 \text{ kN/m}$ nach linear-elastischer Berechnung. Im Zuge der Modellierung wird eine Symmetriebedingung eingeführt.

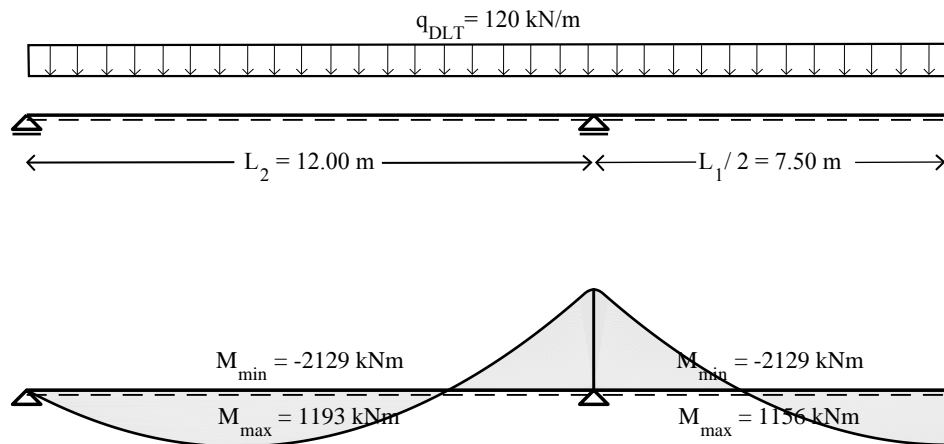


Abbildung 3.1: Statisches System und Momentenverteilung beim Durchlaufträger

3.3.2 Rahmen

Es wird ein eingespanntes, unverschiebliches Rahmensystem mit einer Höhe von $H = 5.00 \text{ m}$ und einer Stützweite von $L = 17.60 \text{ m}$ gewählt, wobei auch hier eine Symmetriebedingung eingeführt wird. Äquivalent zum Durchlaufträger wird auch beim Rahmen das Stützmoment infolge der flächigen Auflagerung im Bereich der Rahmenecke ausgerundet. Dabei wird der Ansatz von Kordina [Akkermann & Eibl, 2002] verwendet (siehe Abb. 3.2). Dieser erwartet das maximale Moment im Abstand $x = 0.2 \cdot h$ vom Innenrand. Ab dem Anschnitt wird der Momentenverlauf durch die auf $0.2 \cdot h$ konzentrierte Auflagerpressung stark ausgerundet und verläuft nach Erreichen des Maximums konstant über die Rahmenecke. Dies führt nach linear-elastischer Berechnung beim vorliegenden System zu einem höheren Stützmoment im Stielanschnitt. Die Momentenverteilung für eine Gleichlast von $q_{RA} = 100 \text{ kN/m}$ ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

3.3.3 Vergleich der beiden Systeme

Momentenverlauf und Gleichlast

Legt man nun die beiden Systeme samt deren Momentenverläufen maßstabsgetreu übereinander, so erkennt man die Ähnlichkeit der Momentenverläufe im Stützbereich. Abbildung 3.4 und Tabelle 3.1 zeigen den Vergleich der beiden Systeme. Es sei nochmals auf die unterschiedlichen Belastungen ($q_{DLT} = 120 \text{ kN/m}$ und $q_{RA} = 100 \text{ kN/m}$) hingewiesen, die notwendig sind, um bei den angeführten Systeme ähnliche Stützmomente sowie Schubslankheiten zu erhalten.

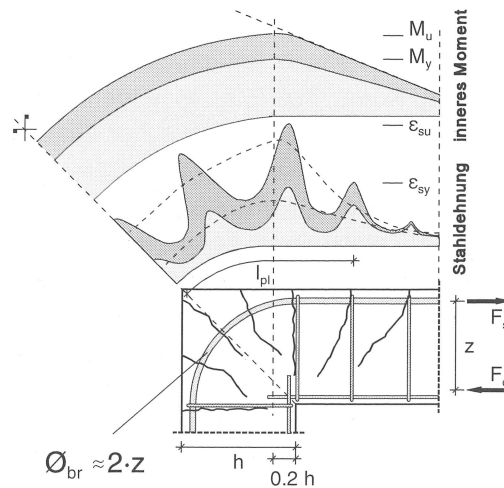


Abbildung 3.2: Momentenverlauf in der Rahmenecke nach Kordina [Akkermann & Eibl, 2002]

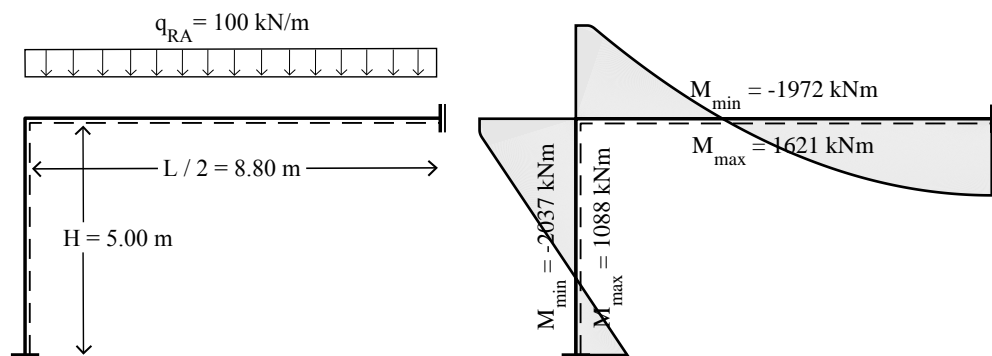


Abbildung 3.3: Statisches System und Momentenverteilung beim Rahmen

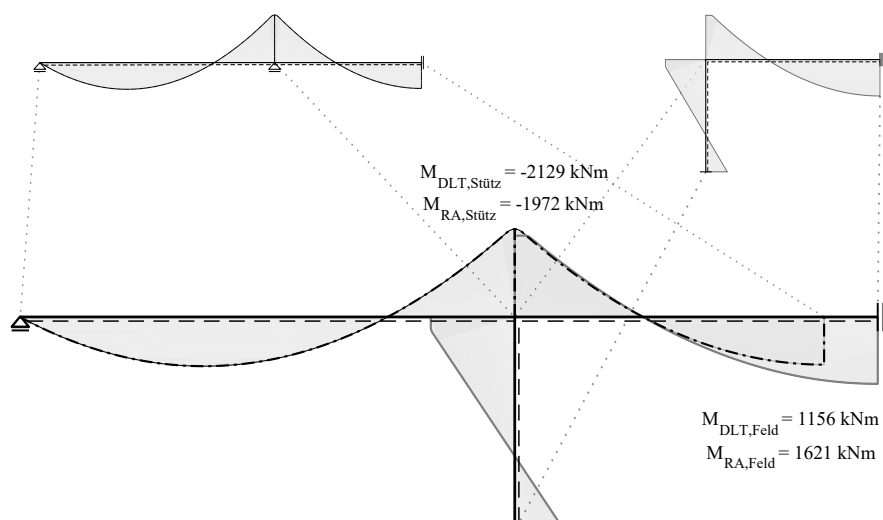


Abbildung 3.4: Direkter Vergleich der Momentenverläufe beider Systeme

	Durchlaufträger	Rahmen
Belastung	$q_{DLT} = 120 \text{ kN/m}$	$q_{RA} = 100 \text{ kN/m}$
Stützmoment	$M_{DLT,Stütz} = -2129 \text{ kNm}$	$M_{RA,Stütz} = -1972 \text{ kNm}$
Momentennullpunkt	$x_{a,DLT} = 3.10 \text{ m}$	$x_{a,RA} = 3.10 \text{ m}$

Tabelle 3.1: Vergleich der Momente beider Systeme

Querkraft

Aus den in Tabelle 3.1 dargestellten Werten lässt sich eine ähnliche Querkrafteinwirkung im Stützbereich des Durchlaufträgers sowie Rahmenriegel ableiten. Am Rahmenstiel wirkt jedoch keine Gleichlast, die Querkraft verläuft somit konstant und bei gleicher Schubslankheit ergibt sich beim Rahmenstiel eine geringere Querkrafteinwirkung. Aufgrund der sprunghaften Auswirkung des Schubanteils (vgl. Abs. 2.7.4) kann der Einfluss auf das Ergebnis nicht abgeschätzt werden. Es sei noch angemerkt, dass für den Fall des Rahmenstiels die tatsächliche Schubslankheit, gerechnet über den Momentennullpunkt, und die Ersatzschubslankheit, gerechnet über das Momenten-Querkraft-Verhältnis, einen identen Wert aufweisen.

Normalkraft

Die Normalkraft im Rahmen bringt die größten Einflüsse in die Vergleichbarkeit dieser Untersuchung, da sie nur im Rahmensystem und mit wesentlicher Größe vorhanden ist. Folgende drei mögliche Auswirkungen werden vorab hinterfragt:

- Änderung der Tragfähigkeit: Denkt man an das N/M -Interaktionsdiagramm eines Stahlbetonquerschnittes, so kann eine Drucknormalkraft die Momententragfähigkeit anfangs erhöhen, später jedoch auch reduzieren. An den Momentenmaxima treten Verhältnisse von $N/M = 0.33$ bzw. 0.42 auf, infolge dieser die Tragfähigkeiten erhöht werden. Mit zunehmendem Abstand von den Momentenmaxima nehmen diese Verhältnisse zu.
- Bei Betrachtung der $M - \kappa$ -Diagramme wird festgestellt, dass N/M -Verhältnisse von 0.33 und 0.42 das Moment bei Fließbeginn steigern. Die maximale Querschnittsverkrümmung wird dadurch ebenso beeinflusst (vgl. Abs. 2.7.1.1).
- Im Falle eines Stabmodells würde ein Fließgelenk in der Rahmenecke die Normalkraft im Riegel stark abmindern. Die Normalkraft im Stiel ist davon unbeeinträchtigt und errechnet sich direkt aus der einwirkenden Gleichlast. Ob dieser Ansatz nun auch für ein zweidimensionales Scheibenmodell gilt, ist zu hinterfragen.

Aufgrund der Summe dieser Ungewissheiten wird die Normalkraft nicht in den Entwurfsprozess einbezogen und im Zuge der Auswertungen hinterfragt.

3.4 Querschnitt

3.4.1 Form und Abmessungen

Es handelt sich um einen rechteckigen 1-Meter-Streifen einer Platte aus Stahlbeton. Die Höhe wird infolge der Stützweiten und den vorgegebenen Biegeschlankheiten mit $h = 0.80$ m gewählt. Der Abstand des Bewehrungsmittelpunktes vom Bauteilrand errechnet sich aus dem Anteil des Nennmaßes der Betondeckung $c_{\text{nom}} = 4.5$ cm (siehe Abs. 3.1), der Querbewehrung (Annahme $\varnothing 12$) sowie des halben Durchmessers der Hauptzugbewehrung $\varnothing_L/2 = 26/2 = 13$ mm. In Summe ergibt sich ein Abstand $d_1 = 4.5 + 1.2 + 1.3 = 7.0$ cm und eine statische Nutzhöhe von $d = h - d_1 = 0.80 - 0.07 = 0.73$ m.

3.4.2 Bauteilschlankheit

Mit der festgelegten Querschnittshöhe sowie der statischen Nutzhöhe können die Schub- schlankheiten sowie Biegeschlankheiten bestimmt werden. Diese sind in Tabelle 3.2 angeführt und befinden sich großteils im empfohlenen Bereich. Lediglich die Biege- schlankheit des Rahmens liegt ein wenig über dem empfohlenen Grenzwert.

	Durchlaufträger	Rahmen
Schubslankheit	$\lambda_{q,DLT} = 3.10/0.73 = 4.25$	$\lambda_{q,RA} = 3.10/0.73 = 4.25$
Biegeschlankheit	$\lambda_{i,DLT} = 15.0/0.80 = 18.75$	$\lambda_{i,RA} = 17.60/0.80 = 22.0$

Tabelle 3.2: Vergleich der Schlankheiten beider Systeme

3.4.3 Bewehrung

Der im vorigen Absatz gewählte Querschnitt inklusive seiner später gewählten Betongüte bleibt für beide Systeme, die drei Typen und über alle Tragwerksbereiche konstant, weshalb die Bewehrung eine zentrale Bedeutung hat. Die vorliegende Untersuchung soll die plastische Rotation unterschiedlicher Systeme vergleichen. Die maximale plastische Rotation ist erreicht, wenn an allen charakteristischen Tragwerksstellen das maximale Moment auftritt. Um dies zu erreichen, kommen in den Stütz- und Feldbereichen idente Querschnitte inklusive identer Bewehrungsanordnung, jedoch gedreht, zur Anwendung. Gleiche Bewehrung, jedoch geringere Belastung, führt in den Feldbereichen zu deutlichen Kapazitätsreserven.

3.4.3.1 Hauptzugbewehrung

Als Hauptaspekt für die Wahl des Bewehrungsdurchmessers fungiert der Biegerol- lendurchmesser in der Rahmenecke. Dieser soll $\varnothing_{br} \approx 1.0 \cdot d = 1.0 \cdot 0.73 = 0.73$ m betragen, damit das Maximum der plastischen Rotation ausgenutzt werden kann [Akkermann & Eibl, 2002]. Ausführungstechnisch erleichtert ein um eine Klasse kleinerer Durchmesser diese Aufbiegung enorm. Um jeglichen Einfluss des Verbundes auszuschließen wird der gewählte Durchmesser über alle Systeme und Typen konstant

gehalten. Weiters soll der Abstand zwischen den Bewehrungseisen hinsichtlich des Verlegeprozesses zumindest im 2.5 cm-Raster liegen (7.5, 10.0, 12.5, ..).

Mit einem Durchmesser $\varnothing_L = 26$ mm und Abständen $s = 7.5 / 10.0 / 15.0$ cm kann eine gute und praxisnahe Querschnittskonstruktion erreicht werden, siehe Tab. 3.3. Der Längsbewehrungsgrad ρ_L berechnet sich nach Gleichung 3.1. Der mechanische Bewehrungsgrad ω wird mit den Materialeigenschaften aus Abschnitt 3.5 und nach Gleichung 2.9 ermittelt.

$$\rho_L = \frac{A_{sl}}{b \cdot d} \dots \text{Längsbewehrungsgrad} \quad (3.1)$$

3.4.3.2 Druckbewehrung

Bei Brücken wird aufgrund des sehr hohen Belastungsniveaus meist eine Druckbewehrung vorgesehen. Sie erhöht außerdem die plastische Rotation von infolge Betondruck versagenden und somit tendenziell hochbewehrten Stahlbetonbalken wie Typ ① und ② sie darstellen. Nach [EN1992-1-1, 2015] müssen ohnehin 25 % der im Feld liegenden Bewehrung über das Auflager geführt werden und dienen somit im Stützbereich als Druckbewehrung. Deshalb wird in allen Bereichen eine 25 %ige Druckbewehrung vorgesehen.

		Typ ①	Typ ②	Typ ③
Gewählter Durchmesser und Abstand		$\varnothing 26/7.5$	$\varnothing 26/10$	$\varnothing 26/15$
Bewehrungsmenge	[cm ² /m]	70.79	53.09	35.40
Druckbewehrung	[cm ² /m]	17.70	13.27	8.85
Längsbewehrungsgrad ρ_L	[%]	0.97	0.73	0.48
Mechanischer Bewehrungsgrad ω	[-]	0.135	0.101	0.068

Tabelle 3.3: Variation des mechanischen Bewehrungsgrades

3.4.3.3 Querkraftbewehrung

Die vorliegende Untersuchung behandelt die plastische Rotation und somit ein hauptsächlich durch Biegung hervorgerufenen Phänomen, weshalb frühzeitiges Versagen infolge Querkraft auszuschließen ist. Die erforderliche Querkraftbewehrung wird in Abhängigkeit des in Kapitel 4 bestimmten, maximalen Lastniveaus berechnet. Der Betonanteil wird dabei vernachlässigt. Für alle Systeme und Typen kommen zweiseitige Bügel mit $\varnothing_Q = 16$ mm zur Anwendung, um den Einfluss des Verbundverhaltens auszuschließen. In Querrichtung wird konstant je Meterstreifen ein Bügel eingebaut. In Längsrichtung erfolgt eine Unterteilung mit drei unterschiedlichen Abständen, um die veränderliche Querkrafteinwirkung zu berücksichtigen.

Grund für die verschiedenen Bügelabstände ist der Schubanteil der plastischen Rotation. Denn während beim Durchlaufträger die Querkraft im Stützbereich auf beiden Seiten die gleichen Werte annimmt, unterscheidet sich diese beim Rahmen zwischen Riegel und Stiel. Um nun dem Schubanteil der plastischen Rotation gleichermaßen zu begegnen,

Bereich	Stelle	Typ ①	Typ ②	Typ ③
QK-1	Stützbereiche beider Systeme	0.15	0.20	0.275
QK-2	Rahmenstiel	0.20	0.25	0.35
QK-3	Feldbereich und Rahmenriegel	0.25	0.30	0.35

Tabelle 3.4: Längsabstände der Querkraftbügel in [m]

wird das Verhältnis zwischen einwirkender zu aufnehmbarer Querkraft bereichsweise vereinheitlicht. Bei den beiden Systemen werden bei gleichen Typen dieselben Bügelabstände verwendet. Das beim Rahmen etwas höher liegende Belastungsniveau wird durch die Annahme einer durch die Normalkraft verursachten, geringeren Druckstrebenneigung kompensiert. Tabelle 3.4 zeigt die gewählten Längsabstände der Bügel.

3.4.3.4 Konstruktive Ausführung

Verankerungslänge:

Um die Kraftübertragung zwischen Beton und Bewehrung zu gewährleisten, wird die Hauptzugbewehrung ausgehend vom Momentennullpunkt um die Verankerungslänge erweitert. Mit den Randbedingung der Betongüte C35/45, der Betondeckung $c_{\text{nom}} \geq 40$ mm sowie dem Bewehrungsdurchmesser $\varnothing_L = 26$ mm errechnet sich die erforderliche Verankerungslänge bei gutem Verbund zu $l_{L,\text{bd}} = 87$ cm. Analog ergibt sich für die Steckbügel der Rahmenecke mit $\varnothing_S = 14$ mm und $c_{\text{nom}} \gg$ eine Verankerungslänge $l_{S,\text{bd}} = 45$ cm.

Berücksichtigung der Schnittgrößenumlagerung:

Bei linear-elastischer Schnittgrößenberechnung beträgt die Schubslankheit für beide Systeme $\lambda_q = a_I/d = 4.25$. Durch eine Schnittgrößenumlagerung von beispielsweise 20 % ändert sich der Momentenverlauf und der Momentennullpunkt verschiebt sich in Richtung des geringeren Momentes. Bei einer angenommenen Schubslankheit von $\lambda_q = 3.00$ würde die Differenz der Momentennulldurchgänge $a_I - a_{II}$ in etwa 0.90 m betragen. Die Hauptzugbewehrung wird dementsprechend in Richtung der Umlagerung verlängert.

Bewehrungsführung in der Rahmenecke:

Der Biegerollendurchmesser im Rahmeneck wird wie in [Akkermann & Eibl, 2002] empfohlen mit $\varnothing_{\text{br}} = 1.0 \cdot d = 1.0 \cdot 0.73 = 0.73$ m ausgeführt und liegt somit über dem Mindestbiegerollendurchmesser $\varnothing_{\text{br},\text{min}} = 7 \cdot \varnothing$, der für Stäbe mit einem Durchmesser $\varnothing \geq 16$ mm gilt. Die Eckverbügelung wird praxisgerecht mit horizontalen und vertikalen Steckbügeln ausgeführt. Spaltzugversagen kann aufgrund der Plattencharakteristik in Tiefenrichtung ausgeschlossen werden, da jegliche Spaltzugkräfte durch den ebenen Verzerrungszustand überdrückt werden.

3.5 Modelle für Material und Verbund

3.5.1 Arbeitslinie für Beton unter Druck

Bei der Wahl der Betongüte wird hinsichtlich der zukünftig steigenden Nutzungsdauer die höhere Betonklasse C35/45 mit folgenden Eigenschaften gewählt [MC10, 2013]:

f_{ck}	= 35.0 MPa	...	Charakteristische Zylinderdruckfestigkeit
f_{cm}	= 43.0 MPa	...	Mittlere Betondruckfestigkeit
E_c	= 31400 MPa	...	Rechn. E-Modul (Sekante bei $0.4 \cdot f_{cm}$)
ε_{c1}	= 2.3 ‰	...	Betonstauchung bei maximaler Druckfestigkeit
$\varepsilon_{c,lim}$	= 3.5 ‰	...	Betongrenzstauchung

Abbildung 3.5 zeigt verschiedene Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für die Betongüte C35/45. Auf der Abszisse wird die Betonstauchung ε_c unter zentrischer Druckbeanspruchung, auf der Ordinate die Zylinderdruckfestigkeit σ_C aufgetragen. Das Diagramm vergleicht die folgenden vier Modelle:

- „Mittelwerte“ beschreibt die Spannungs-Dehnungs-Beziehung auf Mittelwertbasis und berücksichtigt den absteigenden Ast nach Erreichen der maximalen Druckfestigkeit f_{cm} .
- „Charakteristisch“ stellt die charakteristische Arbeitslinie nach [EN1992-1-1, 2015] dar. Die maximale Spannung f_{ck} bleibt nach Erreichen der zugehörigen Dehnung ε_{c1} konstant.
- „Mehrachsig“ ist ein nach [EN1992-1-1, 2015] berechneter Spannungsverlauf unter Berücksichtigung eines mehrachsialen Spannungszustandes. Die dabei angenommene Druckspannung in die zweite und dritte Richtung beträgt $\sigma_2 = \sigma_3 = 0.10 \cdot f_{ck}$. Die maximale Druckfestigkeit wird auf $f_{ck,multiaxial} = 48.1$ MPa gesteigert.
- „Atena“ beschreibt die später im Programm ATENA verwendete Arbeitslinie, die zuvor an einer Versuchsnachrechnung kalibriert wird (siehe Abs. 5.2). Im Falle eines zweiachsialen Spannungszustandes wird die Festigkeit programmintern um bis zu 20 % erhöht, die dritte Richtung hat aufgrund der zweidimensionalen Modellierung keinen Einfluss.

Beim Vergleich der Linien sei vor allem auf den Anstieg der Festigkeit und die Verschiebung der wesentlichen Stauchungspunkte unter Einwirkung eines lediglich 10 %igen Querdrucks hingewiesen. In der durchgeführten Untersuchung wird im Bereich der Rahmenecke sowie am Mittelaufleger des Durchlaufträgers ein zweiachsialer Spannungszustand vorausgesetzt, in Tiefenrichtung sorgt der Plattencharakter für einen ebenen Verzerrungszustand, weshalb bereichsweise von einem dreiachsigen Spannungszustand ausgegangen werden kann.

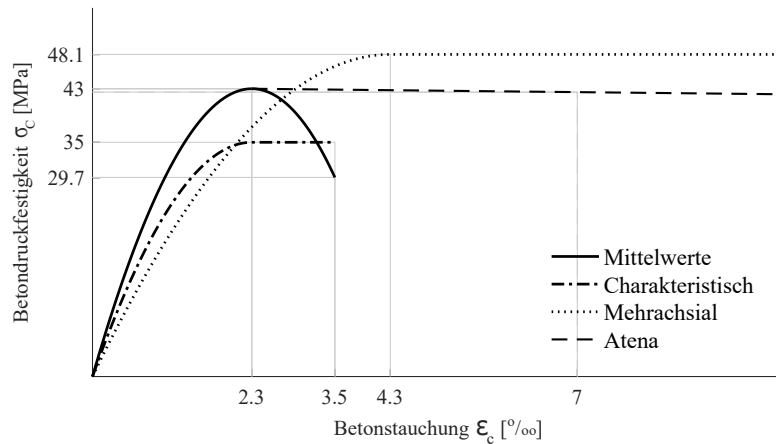


Abbildung 3.5: Betonarbeitslinie für Druckbeanspruchung

Mit diesen Erkenntnissen und den in Abschnitt 2.7.3 vorgestellten Versuchsergebnissen werden die Betongrenzstauchungen für die numerische Untersuchung erhöht. Im mehrachsialen Spannungsfeld der Rahmenecke beträgt $\epsilon_{c,RA} = 7.0 ‰$ und im Auflagerbereich des Durchlaufträgers $\epsilon_{c,DLT} = 4.5 ‰$.

3.5.2 Arbeitslinie für Bewehrungsstahl unter Zug

Wie in diesem Kapitel eingangs bereits erwähnt, kommt im Brückenbau hauptsächlich Bewehrungsstahl der Güte 550 und Klasse B zur Anwendung. Für diesen gelten die folgenden Eigenschaften.

f_{yk}	= 550 MPa	...	Charakteristische Fließgrenze
E_s	= 200000 MPa	...	Elastizitätsmodul für Betonstahl
ϵ_{su}	= 50 ‰	...	Grenzdehnung
k	= 1.08	...	Duktilitätswert

Für die Schnittgrößenermittlung sowie Querschnittsbemessung auf Basis nichtlinearer Verfahren wird vereinfachend eine bilineare Arbeitslinie auf Mittelwertbasis verwendet. Die mittlere Fließgrenze wird anhand eines probabilistischen Ansatzes aus [Illich, 2015] berechnet, die Standardabweichung wird dabei mit $\nu = 5 ‰$ übernommen (Glg. 3.2). Die Berechnung der mittleren Zugfestigkeit erfolgt auf der sicheren Seite liegend mit dem Faktor k (Glg. 3.3). Abbildung 3.6 zeigt abschließend die charakteristische sowie mittlere Stahlarbeitslinie für den Zugbereich.

$$f_{ym} = \frac{f_{yk}}{1 - 1.645 \cdot \nu} = 599 \text{ MPa} \quad (3.2)$$

$$f_{tm} = k \cdot f_{tm} = 647 \text{ MPa} \quad (3.3)$$

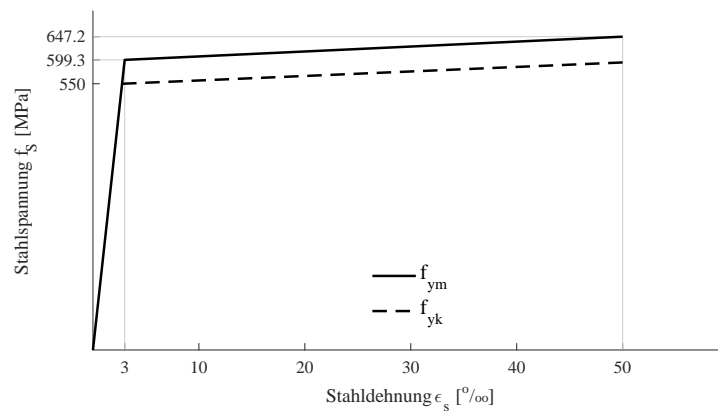
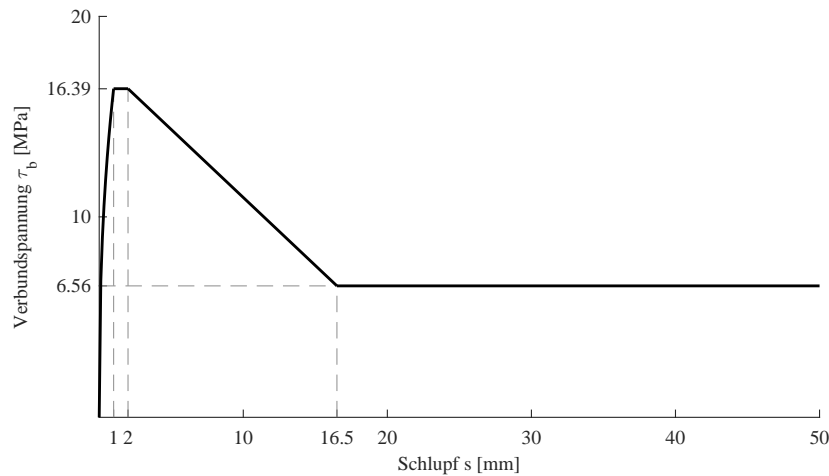


Abbildung 3.6: Stahlarbeitslinie für Zugbeanspruchung

3.5.3 Verbundgesetz

Im Programm Atena kann das Verbundgesetz über eine Verbundspannung-Schlupf-Beziehung manuell eingegeben werden. Über diese Beziehung werden die Knoten der Bewehrung an jene des FE-Netzes gekoppelt. Das Verbundgesetz wird nach [MC10, 2013] für den Versagensfall „Stahlauszug“ und der Annahme eines guten Verbunds berechnet. Die hohe Betondeckung sowie Querbewehrung unterstützen diese Annahmen. Weiters fließen die mittlere Druckfestigkeit $f_{cm} = 43$ MPa sowie geometrische Größen des Bewehrungsstabes mit Durchmesser $\varnothing_L = 26$ mm ein. Abbildung 3.7 zeigt das Verbundmodell. Analog dazu wurde ein zweites Modell für die Querkraft- sowie Steckbügel mit $\varnothing \approx 16$ mm bestimmt.

Abbildung 3.7: Verbundmodell für $\varnothing_L = 26$ mm

3.6 Darstellung der Systeme und Querschnitt

3.6.1 Stabmodelle mit Schnittgrößen

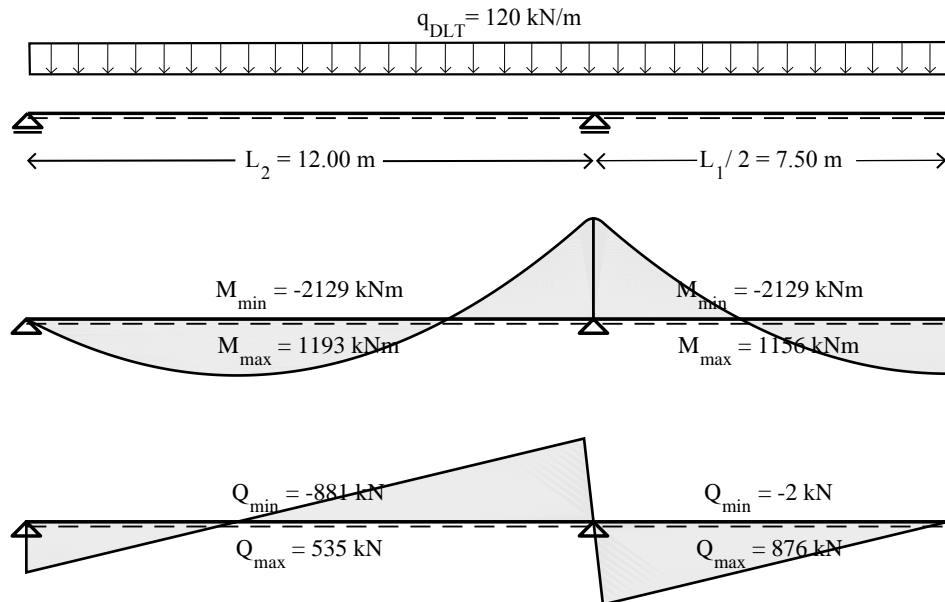


Abbildung 3.8: Durchlaufträger: Belastung und Schnittgrößen

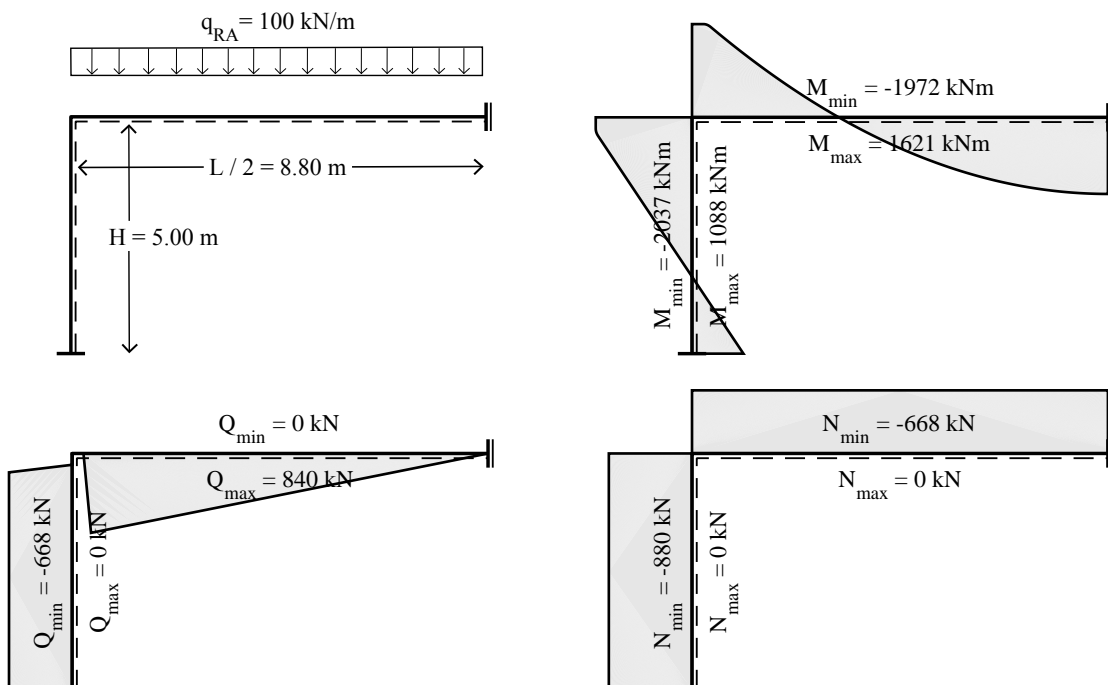


Abbildung 3.9: Rahmen: Belastung und Schnittgrößen

3.6.2 Vergleich der Schnittgrößen

Tabelle 3.5 gibt die soeben ermittelten Schnittgrößen an den maßgebenden Stellen an. Es sei nochmals auf die um 20 % höhere Gleichlast beim Durchlaufträgersystem hingewiesen. Durch die gesteigerte Belastung beim Durchlaufträger werden idente Momentenverläufe sowie Schubschlankheiten erzielt.

System	Stelle	q [MN/m]	M [MNm]	Q [MN]	N [MN]
DLT	Stützbereich	0.120	-2.129	0.876	0
DLT	Feldbereich	0.120	1.156	0	0
RA	Stielanschnitt	0.100	-2.037	0.668	-0.880
RA	Riegelanschnitt	0.100	-1.972	0.840	-0.668
RA	Feldbereich	0.100	1.621	0	-0.668

Tabelle 3.5: Vergleich der Schnittgrößen an den maßgebenden Stellen

Anschließend wird für beide Systeme das linear-elastische Momentenverhältnis zwischen Stütz- und Feldbereich sowie die Ersatzschubslankheit bestimmt. Der tatsächliche Momentennullpunkt wird aus Abschnitt 3.6.4 entnommen. Die beste Übereinstimmung liefert wie erwartet der Rahmenstiel. Weiters werden außerdem die Normalkraft-Momenten-Verhältnisse am Rahmen bestimmt, da diese für die spätere Querschnittsbemessung relevant sind.

System	Stelle	$M_{\text{Stütz}}/M_{\text{Feld}}$	$Q/M \cdot d$	$\lambda_q = a/d$	N/M
DLT	Stützbereich	1.84	3.33	4.25	–
DLT	Feldbereich	–	–	–	–
RA	Stielanschnitt	1.26	4.18	4.62	0.43
RA	Riegelanschnitt	1.22	3.22	4.25	0.34
RA	Feldbereich	–	–	–	0.41

Tabelle 3.6: Systemverhältnisse

3.6.3 Querschnitt

Abb. 3.10 zeigt den gewählten Querschnitt für Typ ②. Bei den anderen Typen ① und ③ ändert sich im Querschnitt nur die Hauptzug- und prozentuell dazu die Druckbewehrung.

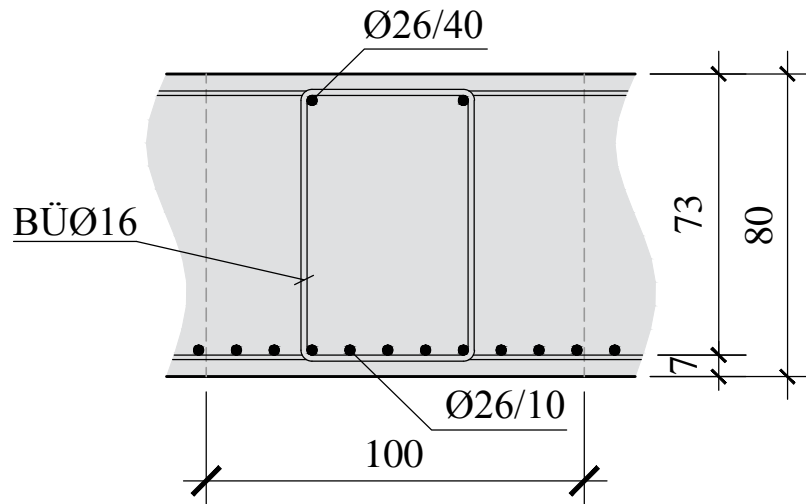


Abbildung 3.10: Querschnitt M 1:20

3.6.4 Konstruktionsskizzen

Die Konstruktionsskizzen werden für beide Systeme für Typ ② dargestellt. Die Momenten- und Querkraftverläufe sind eingezeichnet sowie die Momentennulldurchgänge und Querkraftbereiche (verschiedene Längsabstände) kotiert.

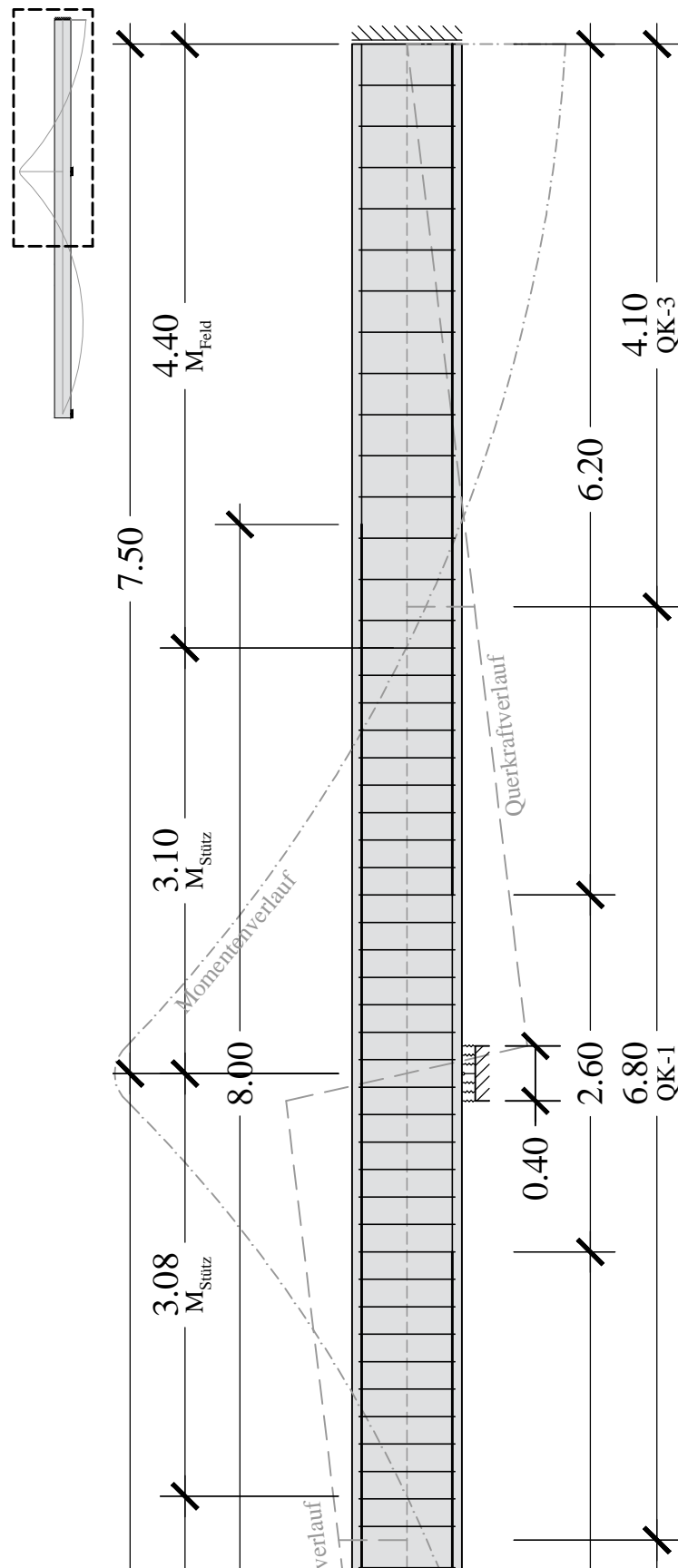


Abbildung 3.11: Konstruktionsskizze Durchlaufträger Mittelfeld M 1:50

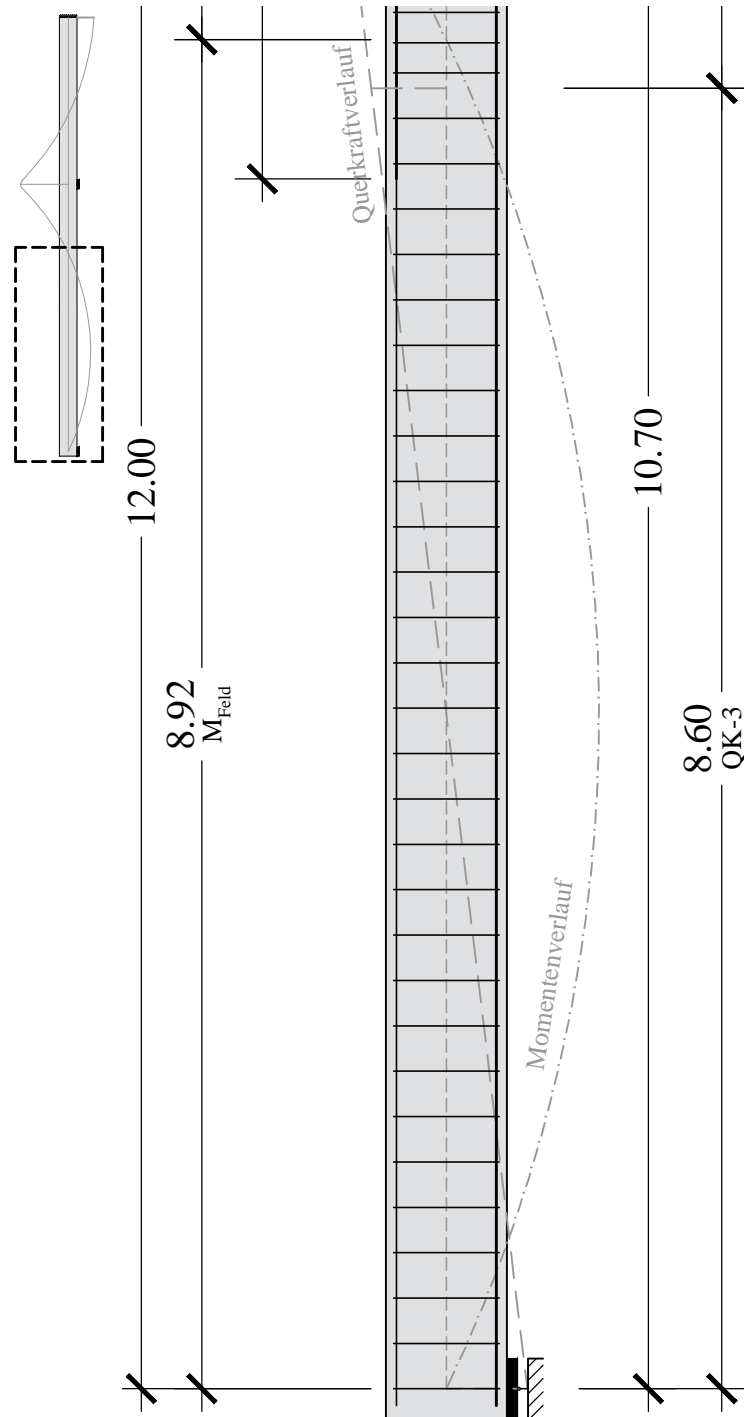


Abbildung 3.12: Konstruktionsskizze Durchlaufträger Randfeld M 1:50

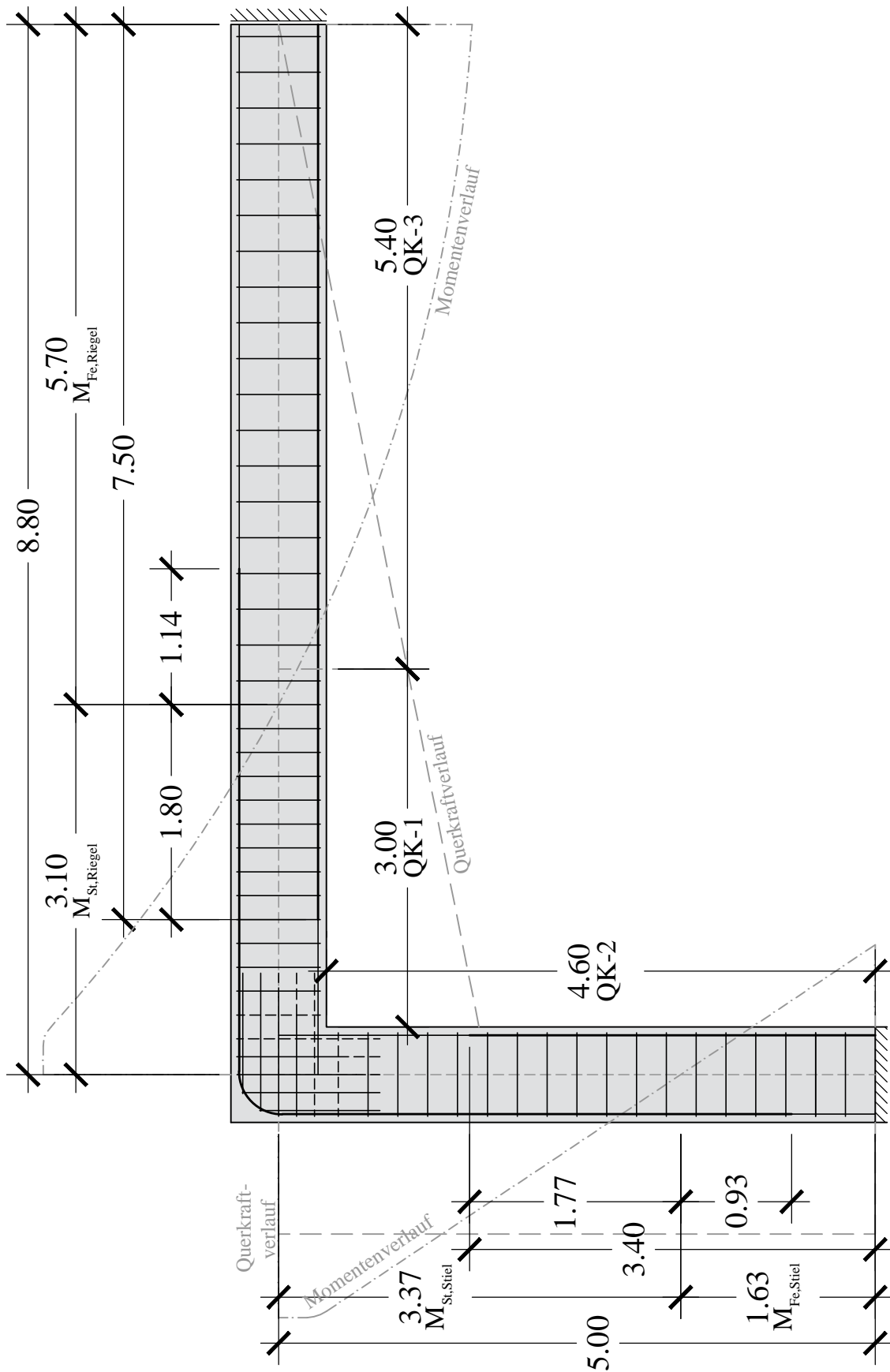


Abbildung 3.13: Konstruktionsskizze Rahmen, M 1:50

4 Vereinfachte Berechnung

Die vereinfachte Berechnung mit der Bestimmung der Rotationsfähigkeit nach Norm wird auf Basis der linear-elastischen Schnittgrößen aus Abschnitt 3.6.1 und der Querschnittsbemessungen aus Abschnitt 4.1 geführt.

4.1 Querschnittsbemessung

Die Querschnittsbemessung mit gegebener Bewehrung wird mithilfe des Programms INCA2 durchgeführt. Dieses berücksichtigt eine etwaige Nichtlinearität auf Materialebene. Ein Ebenbleiben des Querschnitts wird dabei vorausgesetzt. Die Berechnung der Rotationsfähigkeit und des Umlagerungsvermögens nach Norm basiert größtenteils auf den Bemessungswerten der Materialeigenschaften, sowie teilweise auf den Materialmittelwerten. Um einen direkten Vergleich zur numerischen Untersuchung zu zeigen, wird zusätzlich eine Betrachtung des Querschnitts mit den erhöhten Materialdehnungen aus Abschnitt 3.5 durchgeführt. Abbildung 4.1 zeigt die M - κ -Beziehungen der anschließend beschriebenen Betonmodelle beispielhaft für Typ ②), jeweils für eine reine Biegebeanspruchung sowie eine kombinierte Biege-Normalkraft-Beanspruchung mit dem Verhältnis $N/M = 0.33$.

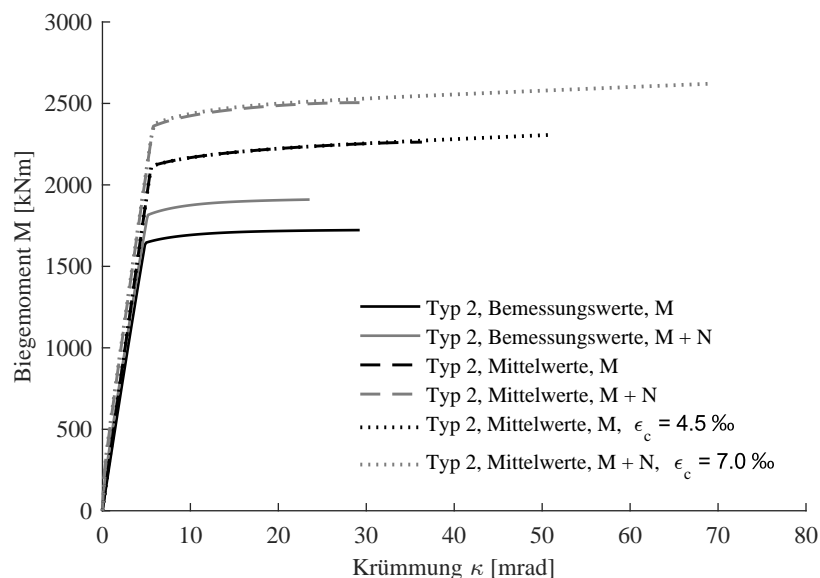


Abbildung 4.1: M – κ -Beziehungen für unterschiedliche Betonmodelle

4.1.1 Bemessungswerte der Materialien

Die Bemessungswerte der Materialien werden laut Norm nach Gleichung 4.1 und 4.2 ermittelt. Die Werte der Teilsicherheitsbeiwerte γ_c und γ_s werden für den Fall der ständigen und vorübergehenden Bemessungssituation verwendet. Bei Verwendung der Bemessungswerte der Materialfestigkeiten tritt bei allen Typen beider Systeme Betonversagen durch Erreichen der Betongrenzstauchung $\varepsilon_{c,\text{lim}} = 3.50\text{‰}$ ein. Die Dehnungszustände zum Zeitpunkt des Versagens sind in Tabelle 4.1 dargestellt.

$$f_{\text{cd}} = \frac{f_{\text{ck}}}{\gamma_c} = \frac{35}{1.5} = 23.3 \text{ MPa} \quad (4.1)$$

$$f_{\text{yd}} = \frac{f_{\text{yk}}}{\gamma_s} = \frac{550}{1.15} = 478 \text{ MPa} \quad (4.2)$$

Durchlaufträger					Rahmen				
$N = 0$	Typ	①	②	③	$N/M = 0.33$	①	②	③	
M_{max}	[MNm]	2.26	1.72	1.17	M_{max}	[MNm]	2.48	1.91	1.31
N	[MN]	-	-	-	N	[MN]	-0.82	-0.63	-0.43
$\varepsilon_{\text{c,max}}$	[‰]	3.5	3.5	3.5	$\varepsilon_{\text{c,max}}$	[‰]	3.5	3.5	3.5
$\varepsilon_{\text{s,max}}$	[‰]	13.4	17.9	25.9	$\varepsilon_{\text{s,max}}$	[‰]	10.0	13.7	20.6
κ_{max}	[mrad]	23.1	29.3	40.3	κ_{max}	[mrad]	18.4	23.6	33.0
x/d	[-]	0.21	0.16	0.12	x/d	[-]	0.26	0.20	0.15

Tabelle 4.1: Einwirkungen und Dehnungsebene des Querschnitts im Versagensfall bei Verwendung der Bemessungswerte

4.1.2 Materialmittelwerte

Die Mittelwerte der Materialeigenschaften wurden in Abschnitt 3.5 bereits ausführlich hergeleitet. Die mittlere Zylinderdruckfestigkeit des Betons C35/45 beträgt $f_{cm} = 43$ MPa, die mittlere Zugfestigkeit des Bewehrungsstahls $f_{tm} = 647$ MPa. Tabelle 4.2 zeigt die Schnittkräfte sowie Dehnungsebene bei Verwendung der Materialmittelwerte. Im Vergleich zu den Bemessungswerten steigt die Betondruckfestigkeit deutlicher an (Faktor 1.85, beim Stahl nur 1.35), wodurch die Stahldehnungen sowie Krümmungen gesteigert werden. Trotz dieser Steigerung kommt es weiterhin zum Betonversagen.

Durchlaufträger					Rahmen				
$N = 0$	Typ	①	②	③	$N/M = 0.33$	①	②	③	
M_{\max}	[MNm]	2.94	2.26	1.56	M_{\max}	[MNm]	3.24	2.50	1.74
N	[MN]	-	-	-	N	[MN]	-1.07	-0.83	-0.57
$\varepsilon_{c,\max}$	[‰]	3.5	3.5	3.5	$\varepsilon_{c,\max}$	[‰]	3.5	3.5	3.5
$\varepsilon_{s,\max}$	[‰]	17.5	23.0	33.0	$\varepsilon_{s,\max}$	[‰]	13.5	18.2	26.8
κ_{\max}	[mrad]	28.7	36.3	50.0	κ_{\max}	[mrad]	23.3	29.7	41.5
x/d	[-]	0.17	0.13	0.10	x/d	[-]	0.21	0.16	0.12

Tabelle 4.2: Einwirkungen und Dehnungsebene des Querschnitts im Versagensfall bei Verwendung der Materialmittelwerte

4.1.3 Mittelwerte mit erhöhten Betongrenzstauchungen

In Abschnitt 2.7.3 wurden die Auswirkungen eines mehrachsialen Spannungszustandes ausführlich diskutiert und anschließend die erhöhten Betongrenzstauchungen mit $\varepsilon_{c,DLT} = 4.50$ ‰ und $\varepsilon_{c,RA} = 7.00$ ‰ gewählt. Tabelle 4.3 zeigt die Ergebnisse bei Verwendung von Materialmittelwerten mit erhöhten Betongrenzstauchungen. Der deutliche Anstieg der Betongrenzstauchung führt erstmals zum Stahlversagen beim Rahmen des Typs ③.

Durchlaufträger					Rahmen				
$N = 0$	Typ	①	②	③	$N/M = 0.33$	①	②	③	
M_{\max}	[MNm]	3.00	2.31	1.60	M_{\max}	[MNm]	3.38	2.62	1.81
N	[MN]	-	-	-	N	[MN]	-1.13	-0.87	-0.60
$\varepsilon_{c,\max}$	[‰]	4.5	4.5	4.5	$\varepsilon_{c,\max}$	[‰]	7.0	7.0	5.9
$\varepsilon_{s,\max}$	[‰]	25.2	32.5	45.3	$\varepsilon_{s,\max}$	[‰]	34.3	43.6	50.0
κ_{\max}	[mrad]	40.7	50.7	68.2	κ_{\max}	[mrad]	56.6	69.3	76.5
x/d	[-]	0.15	0.12	0.09	x/d	[-]	0.17	0.14	0.11

Tabelle 4.3: Einwirkungen und Dehnungsebene des Querschnitts im Versagensfall bei Verwendung der Materialmittelwerte und erhöhter Betongrenzdehnung

4.1.4 Vergleich der Betonmodelle

Maximale Querschnittsmomente

Tabelle 4.4 zeigt die maximalen Momente am Querschnitt zum Versagenszeitpunkt. Es lässt sich eine deutliche Traglaststeigerung bei Verwendung der Mittelwerte anstelle der Bemessungswerte erkennen. Die Verwendung der erhöhten Betongrenzstauchungen hingegen bringt wie erwartet nur eine geringe Traglaststeigerung. Die Traglast der unterschiedlichen Typen wird vom Bewehrungsgrad bestimmt. Typ ③ erreicht mit 50 % der Bewehrungsmenge von Typ ① etwas mehr als 50 % des Querschnittsmomentes von Typ ①. Vergleicht man die beiden Systeme, so zeigt sich der positive Einfluss der Drucknormalkraft auf die Traglast unabhängig von Typ und Materialmodell. Das Widerstandsmoment wird bei einem Verhältnis von $N/M = 0.33$ um etwa 20 % gesteigert.

Durchlaufträger					Rahmen				
M_{\max} [MNm]	Typ	①	②	③	M_{\max} [MNm]	Typ	①	②	③
Bemessungswerte		2.26	1.72	1.17	Bemessungswerte		2.48	1.91	1.31
Mittelwerte		2.94	2.26	1.56	Mittelwerte		3.24	2.50	1.74
Mittelwerte mit erhöhten Betongrenzstauchungen		3.00	2.31	1.60	Mittelwerte mit erhöhten Betongrenzstauchungen		3.38	2.62	1.81

Tabelle 4.4: Maximale Querschnittsmomente bei Verwendung unterschiedlicher Materialmodelle

Maximale Querschnittskrümmungen

Tabelle 4.5 stellt das Verformungsvermögen zum Versagenszeitpunkt in Form der Querschnittskrümmung dar. Diese nimmt bei Reduzierung des Bewehrungsgrades in Richtung optimalen Bewehrungsgrad, und somit von Typ ① bis Typ ③, konstant zu.

Es kommt bei den vorliegenden Untersuchungen hauptsächlich zum Betondruckversagen, weshalb die Krümmung beim Rahmen infolge der Drucknormalkraft geringer sein muss.

Vergleicht man die verschiedenen Materialmodelle, kann die Krümmung trotz gleicher Grenzdehnungen bereits bei Verwendung der Mittelwerte gesteigert werden. Bei Verwendung der experimentellen Betongrenzdehnung kommt es naturgemäß zu einer größeren Zunahme.

Durchlaufträger					Rahmen				
κ_{\max} [mrad]	Typ	①	②	③	κ_{\max} [mrad]	Typ	①	②	③
Bemessungswerte		23.1	29.3	40.3	Bemessungswerte		18.4	23.6	33.0
Mittelwerte		28.7	36.3	50.0	Mittelwerte		23.3	29.7	41.5
Mittelwerte mit erhöhten Betongrenzstauchungen		40.7	50.7	68.2	Mittelwerte mit erhöhten Betongrenzstauchungen		56.6	69.3	76.5

Tabelle 4.5: Maximale Querschnittskrümmungen bei Verwendung unterschiedlicher Materialmodelle

4.2 Maximale, rechnerische Umlagerung

In der vorliegenden Berechnung wurde pro Typ je ein Querschnitt mit Zug- und Druckbewehrung gewählt und sowohl im Feld- als auch Stützbereich verwendet. Somit ist die Umlagerung begrenzt, sobald in den maßgebenden Tragwerksbereichen (Feld- und Stützbereich) das vorhandene Biegemoment den gleichen Wert annimmt. Die maximalen Umlagerungsgrade berechnen sich aus dem Verhältnis der Momentenmaxima mit:

$$\delta_{\text{DLT,max}} = \frac{M_{\text{Feld}}}{2 \cdot |M_{\text{Stütz}}|} + 0.5 = \frac{1}{2 \cdot 1.84} + 0.5 \cong 0.77 \quad (4.3)$$

$$\delta_{\text{RA,max}} = \frac{M_{\text{Feld}}}{2 \cdot |M_{\text{Stütz,Riegel}}|} + 0.5 = \frac{1}{2 \cdot 1.22} + 0.5 \cong 0.91 \quad (4.4)$$

Die Abbildungen 4.2 und 4.3 zeigen die Schnittgrößenverläufe im Falle der maximalen, rechnerischen Umlagerung bei einer Gleichlast von $q_{\text{DLT}} = 120$ bzw. $q_{\text{RA}} = 100$ kN/m.

Treten tatsächlich Umlagerungen dieser Größenordnung auf, so kann die Gleichlast beim Durchlaufträger um 30 % und beim Rahmen um 10 % gesteigert werden. Die maximalen, rechnerischen Umlagerungsfaktoren sowie Steigerungen der Gleichlast leiten sich aus der Schnittgrößenverteilung nach linear-elastischer Berechnung ab.

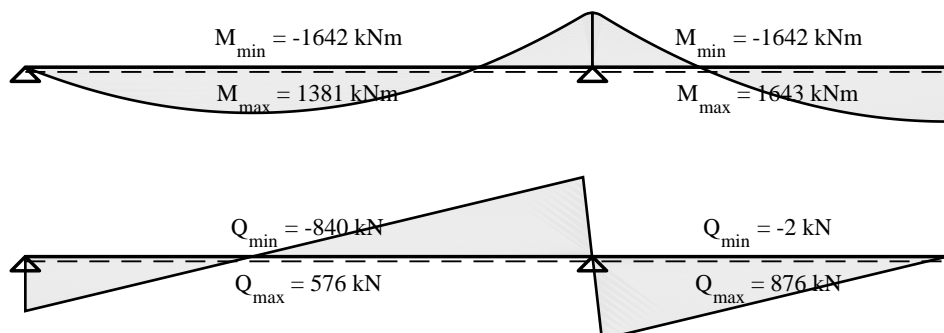


Abbildung 4.2: Schnittgrößenverläufe beim Durchlaufträger für $q = 120$ kN/m und maximaler, rechnerischer Umlagerung

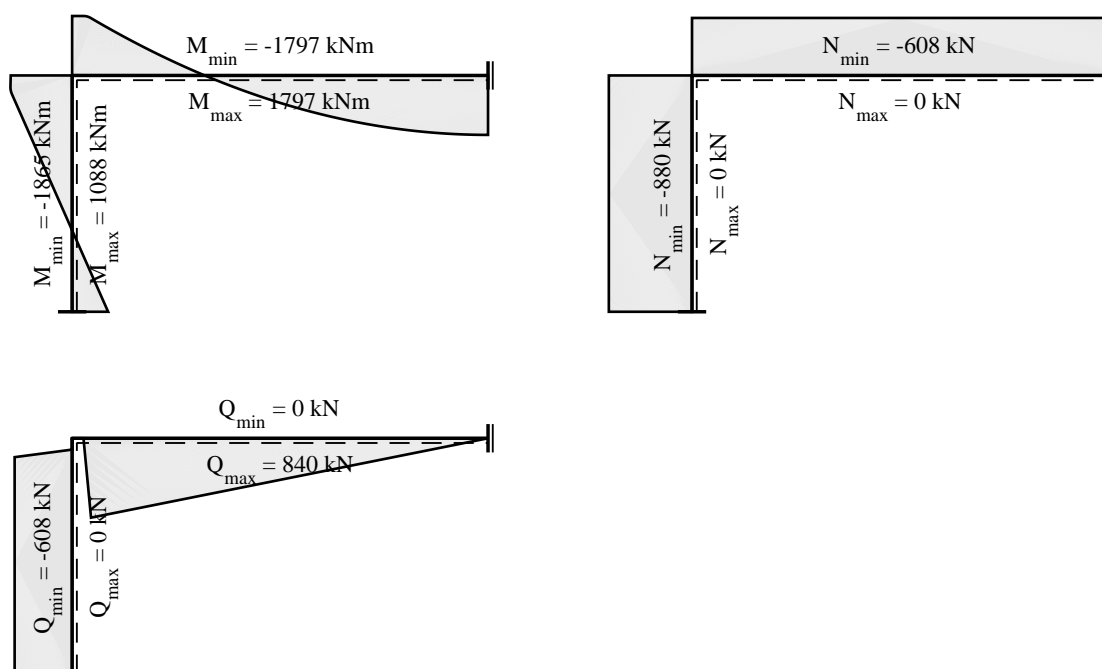


Abbildung 4.3: Schnittgrößenverläufe beim Rahmen für $q = 100 \text{ kN/m}$ und maximaler, rechnerischer Umlagerung

4.3 Ermittlung des Umlagerungsvermögens nach EC2

4.3.1 Linear-elastische Berechnung mit begrenzter Umlagerung

Der Eurocode beinhaltet ein Berechnungsverfahren, das die Änderung der Biegesteifigkeit und daraus resultierende Schnittgrößenumlagerungen berücksichtigt. Die Anwendungsgrenzen lauten:

„Die unter Verwendung des linear-elastischen Verfahrens ermittelten Momente dürfen für die Nachweise im GZT umgelagert werden, wobei die resultierenden Schnittgrößen mit den einwirkenden Lasten im Gleichgewicht stehen müssen. Dies gilt bei durchlaufenden Balken oder Platten, die vorwiegend auf Biegung beansprucht werden und bei denen das Stützweitenverhältnis benachbarter Felder mit annähernd gleicher Steifigkeit 0,5-2 beträgt.“ [EN1992-1-1, 2015]

Als Negativbeispiele zur Anwendung des Verfahrens eindeutig ausgeschlossen werden „Ecken von Rahmen aus Spannbeton“ [EN1992-1-1, 2015], „gekrümmte oder schiefwinklige Brücken“ [EN1992-2, 2012] sowie verschiebliche Rahmen ohne Stabilitätsnachweis [ÖN1992-1-1, 2018]. Der Umlagerungsfaktor δ kann dabei für Betone mit $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ sowie Betonstähle der Klasse B nach Gleichung 4.5 berechnet werden. Ein Grenzwert von 0.85 bei Brückentragwerken ist einzuhalten [EN1992-2, 2012], bei Vollplattensystemen darf jedoch der allgemeine Grenzwert von $\delta_{DLT, \text{norm}} = 0.70$ verwendet werden [EN1992-1-1, 2015].

Durchlaufträger					Rahmen				
$N = 0$	Typ	①	②	③	$N/M = 0.33$	①	②	③	
M_{\max}	[MNm]	2.26	1.72	1.17	M_{\max}	[MNm]	2.48	1.91	1.312
N	[MN]	-	-	-	N	[MN]	-0.82	-0.63	-0.43
x/d	[-]	0.21	0.16	0.12	x/d	[-]	0.26	0.20	0.15
δ	[-]	0.70	0.65	0.59	δ	[-]	0.77	0.70	0.62
$\delta_{\text{DLT,norm}}$	[-]		0.70		$\delta_{\text{RA,norm}}$	[-]		0.90	
$\delta_{\text{DLT,max}}$	[-]		0.77		$\delta_{\text{RA,max}}$	[-]		0.91	

Tabelle 4.6: Maximal mögliche Umlagerungsfaktoren

Unverschiebliche Rahmensysteme aus Stahlbeton werden nicht erwähnt, weshalb die Regelung der DIN herangezogen wird [DAfStb, 2012]. Diese lässt die Umlagerung in Eckknoten von unverschieblichen Rahmen explizit zu und begrenzt den Umlagerungsfaktor mit $\delta_{\text{RA,norm}} = 0.90$. Die Berechnung ist auf Grundlage der Bemessungswerte der Materialeigenschaften zu führen.

$$\delta \geq 0.44 + 1.25 \cdot \frac{x_u}{d} \geq 0.7 \quad (4.5)$$

mit:

- δ ... Verhältnis des umgelagerten Moments zum Ausgangsmoment
- x_u ... die bezogene Druckzonenhöhe im GZT nach Umlagerung
- d ... statische Nutzhöhe

Tabelle 4.6 zeigt, dass die berechneten Umlagerungsfaktoren kleiner sind als die Grenzwerte δ_{norm} nach Norm. Die infolge der Systemlängen und Belastung hergeleiteten, maximal zulässigen Umlagerungsfaktoren δ_{max} (siehe Abs. 4.2) liegen beim Durchlaufträger nochmals höher. Beim Rahmen sind diese ähnlich der Grenzwerte nach Norm. Die nach Gleichung 4.5 ermittelten und auf Material- und Querschnittseigenschaften basierenden Umlagerungen können nicht ausgenutzt werden.

4.3.2 Berechnung nach Plastizitätstheorie ohne direkten Nachweis

Die Plastizitätstheorie kann ohne direkten Nachweis in Abhängigkeit der bezogenen Druckzonenhöhe x/d angewendet werden. Es gelten die selben, allgemeinen Voraussetzungen an den Beton ($f_{\text{ck}} \leq 50$ MPa), den Bewehrungsstahl (Klasse B) sowie die Momentenverteilung im System ($M_{\text{Stütz}} \div M_{\text{Feld}} = 0.5 \div 2.0$). Der Grenzwert beträgt generell für Brücken $(\frac{x}{d})_{\text{Grenz}} = 0.15$ [EN1992-2, 2012]. Für den vorliegenden Fall eines Plattentragwerks kann jedoch der allgemeine Wert $(\frac{x}{d})_{\text{Grenz}} = 0.25$ [EN1992-1-1, 2015] verwendet werden. Die Berechnung ist weiters auf Grundlage der Bemessungswerte der Materialeigenschaften zu führen.

Tabelle 4.7 zeigt, dass nur beim Rahmen des Typs ① ein genauer Nachweis erbracht werden muss. Die Anwendung der Plastizitätstheorie durch den kinematischen (oberen) Grenzwertsatz führt im optimalen Fall zu gleichen Biegemomenten im Stütz- und Feldbereich. Das Ergebnis deckt sich somit mit der Begrenzung der Umlagerung infolge maximaler, rechnerischer Umlagerung in Abschnitt 4.3.1.

Durchlaufträger					Rahmen				
$N = 0$	Typ	①	②	③	$N/M = 0.33$	①	②	③	
M_{\max}	[MNm]	2.258	1.723	1.172	M_{\max}	[MNm]	2.480	1.910	1.312
x/d	[-]	0.207	0.164	0.119	x/d	[-]	0.260	0.204	0.145
≤ 0.25		Ja	Ja	Ja	≤ 0.25		Nein	Ja	Ja

Tabelle 4.7: Anwendung der Plastizitätstheorie ohne direkten Nachweis

4.3.3 Vereinfachter Nachweis der plastischen Rotation

Beim vereinfachten Nachweis wird die rechnerische, vorhandene Rotation θ_s im Stützbe-
reich nach Abbildung 4.4 und auf Grundlage der Bemessungswerte der Einwirkungen und
der Mittelwerte der Baustoffeigenschaften ermittelt. Das Verhältnis x/d sollte 0.30 nicht
überschreiten und ist erfüllt (siehe Abs. 4.1.2). [EN1992-1-1, 2015, EN1992-2, 2012]

Anschließend wird die zulässige plastische Rotation $\theta_{pl,d}$ nach Gleichung 4.6 und 4.7
berechnet [DAfStb, 2012].

Der Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit gilt als erbracht, wenn die rechnerische,
vorhandene Rotation θ_s die zulässige plastische Rotation $\theta_{pl,d}$ nicht überschreitet.

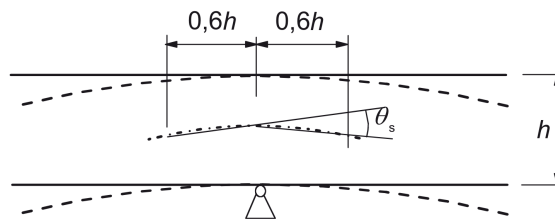


Abbildung 4.4: Bestimmung der rechnerischen, vorhandenen Rotation

4.3.3.1 Bestimmung der vorhandenen, rechnerischen Rotation

Für die Bestimmung der vorhandenen Rotation werden die Momentenverläufe mit
maximaler Umlagerung aus Abschnitt 4.2 herangezogen und faktoriell gesteigert bis
die Querschnittstragfähigkeit aus Abschnitt 4.1.2 erreicht wird. Anschließend wird
mithilfe der Momenten-Krümmungs-Beziehung auf Mittelwertbasis aus Abschnitt 4.1
der Krümmungsverlauf ermittelt und die Rotation durch Integration der Krümmung
nach Gleichung 2.3 bestimmt. Tabelle 4.8 zeigt die dabei ermittelten Rotationen.

Durchlaufträger				Rahmen			
	①	②	③		①	②	③
θ_s [mrad]	9.8	12.0	17.0	θ_s [mrad]	16.3	20.2	29.9

Tabelle 4.8: Vorhandene, rechnerische Rotation θ_S

4.3.3.2 Bestimmung der zulässigen plastischen Rotation

Die zulässige plastische Rotation mit dem bilinearen Ansatz nach Norm berechnet sich nach Gleichung 4.6 und 4.7 [DAfStb, 2012]. Bei Verwendung üblicher Materialien haben die bezogene Druckzonenhöhe x/d sowie die Schubslankheit λ den größten Einfluss. Die Schubslankheit wird dabei nach linear-elastischer Berechnung mit $\lambda = 4.25$ verwendet. Die bezogenen Druckzonenhöhen werden aus Abschnitt 4.1.2 übernommen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.9 dargestellt.

$$\theta_{pl,d} = \beta_n \cdot \beta_s \cdot \frac{\varepsilon_{su}^* - \varepsilon_{sy}}{1 - x_u/d} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{3}} \cdot 10^3 \text{ [mrad]} \quad (4.6)$$

$$\varepsilon_{su}^* = \min \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{su,1} = 0.28 \cdot \left(\beta_{cd} \cdot \frac{x_d}{d} \right)^{0.2} \cdot \varepsilon_{uk} \\ \varepsilon_{su,2} = 1.75 \cdot \left(\frac{x_d}{d} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(1 - \left(\frac{x_d}{d} \right)^{-1} \right) \cdot \varepsilon_{cu1} \end{array} \right\} \quad (4.7)$$

mit:

$$\beta_n = 22.5$$

$$\beta_s = (1 - f_{yk}/f_{tk}) = 0.074$$

$$\beta_{cd} = (-0.0035/\varepsilon_{cu1})^3 = 3.524$$

ε_{su}^* ... Stahldehnung beim Bruch unter vereinfachter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen

$$\varepsilon_{uk} = 0.05 \quad \dots \text{ Stahldehnung unter Höchstlast}$$

$$\varepsilon_{sy} = 0.00275 \quad \dots \text{ Stahldehnung bei Fließbeginn bei Mittelwertbetrachtung}$$

Durchlaufträger					Rahmen				
$N = 0$	Typ	①	②	③	$N/M = 0.33$	①	②	③	
x/d	[-]	0.17	0.13	0.10	x/d	[-]	0.21	0.16	0.12
$\varepsilon_{su,1}$	[‰]	12.6	12.0	11.3	$\varepsilon_{su,1}$	[‰]	13.1	12.4	11.7
$\varepsilon_{su,2}$	[‰]	6.1	6.9	7.9	$\varepsilon_{su,2}$	[‰]	5.4	6.2	7.3
$\theta_{pl,d}$	[mrad]	8.8	10.3	12.1	$\theta_{pl,d}$	[mrad]	7.5	9.0	11.0

Tabelle 4.9: Zulässige, plastische Rotation $\theta_{pl,d}$

4.3.3.3 Nachweis

Tabelle 4.10 zeigt, dass der Nachweis der plastischen Rotation für keinen der Fälle erfüllt ist. Betrachtet man die Berechnung der rechnerischen, vorhandenen Rotation, so wird dafür im Stützbereich das maximal erreichbare Moment sowie die maximale Krümmung vorausgesetzt. Dies bedeutet Stahldehnungen von $13 \div 33 \text{ ‰}$ (siehe Abs. 4.1.2). Die Berechnung der zulässigen plastischen Rotation berücksichtigt jedoch infolge Gleichung 4.7 lediglich Stahldehnungen im Bereich von $5 \div 8 \text{ ‰}$. Die zugehörige Betonstauchung beträgt bei beiden Methoden $\varepsilon_{c,\text{lim}} = 3.50 \text{ ‰}$.

Ein Vergleich dieser beiden Dehnungsebenen zur Bestimmung der Rotationsfähigkeit scheint nicht schlüssig und ist zu hinterfragen.

Durchlaufträger				Rahmen			
	θ_s		$\theta_{\text{pl,d}}$		θ_s		$\theta_{\text{pl,d}}$
①	9.8	↯	8.8	①	16.3	↯	7.5
②	12.0	↯	10.3	②	20.2	↯	9.0
③	17.0	↯	12.1	③	29.9	↯	11.0

Tabelle 4.10: Vereinfachter Nachweis der plastischen Rotation

5 Numerische Untersuchung

5.1 Software

Die zur numerischen Untersuchung verwendete Computersoftware ATENA ist ein Finite-Elemente-Programm mit Fokus auf die nichtlineare Berechnung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Atena steht dabei für „Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis“ und wurde von der Firma Cervenka Consulting s.r.o. mit Sitz in Prag, Tschechien entwickelt. Dabei wird das Verhalten auf Materialebene, insbesondere jenes von Beton, sehr realitätsnah abgebildet. Das verwendete Betonmodell berücksichtigt folgende Effekte:

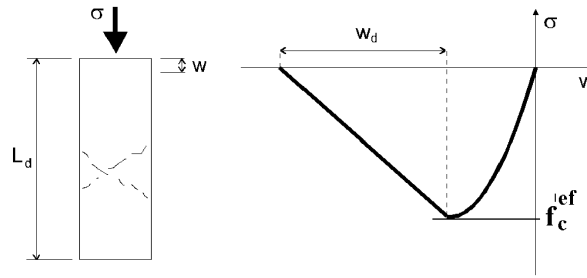
- Nichtlineares Betonverhalten mit Softening- und Hardening-Effekt
- Betonzugversagen basierend auf der nichtlinearen Bruchmechanik
- Zweiachsiges Versagenskriterium
- Reduzierung der Druckfestigkeit sowie Schubsteifigkeit nach Rissbildung
- Tension-Stiffening Effekt
- Zwei Rissmodelle: Fixiert und rotiert

Weiters werden die Bewehrungsstäbe diskret abgebildet und über ein manuelles Verbundgesetz sowie in Abhängigkeit der Staboberfläche an die Knoten des FE-Netzes gekoppelt.

ATENA bietet Anwendungen für zwei- sowie dreidimensionale Modellbetrachtungen. Für die vorliegende Untersuchung wurde aufgrund der Plattencharakteristik eine zweidimensionale Modellierung gewählt.

5.1.1 Pre-Processing

Das Pre-Processing beschäftigt sich bei ATENA mit der Eingabe von Struktur, Belastung und Material. Die Materialmodelle wurden bereits in Abschnitt 3.5 vorgestellt und werden exakt in dieser Form im Programm berücksichtigt. Anschließend werden einige weitere Einstellungen für das Verhalten von Beton beschrieben.

Abbildung 5.1: Betonarbeitslinie in ATENA [Cervenka *et al.*, 2018]

Betonmodell SBETA

Der wesentliche Parameter für die vorliegende Untersuchung ist das plastische Nachbruchverhalten von Beton, das nach Gleichung 5.1 und Abbildung 5.1 berücksichtigt wird. ε_c ist dabei die Betonstauchung bei Höchstlast und liegt bei Normalbetonen bei 2.3 ‰. L_d beschreibt die Referenzlänge des versagenden Betonteiles und ist bei Anwendung Finiter-Elemente gleich der Netzgröße. w_d ist die absolute, plastische Verformung in Lastrichtung. Im Zuge der Versuchsnachrechnung (siehe Abs. 5.2) konnte bei einer Netzgröße von 25 mm und einem Wert $w_d = 20$ mm die beste Übereinstimmung der globalen Last-Verformungskurve erzielt werden (vgl. Abb. 5.4). Auf die theoretisch erreichbare Betonstauchung von über 800 ‰ wird weiter unten eingegangen. Vorab sei jedoch erwähnt, dass die Größenordnung von einem Mitarbeiter der Firma Cervenka bestätigt wurde.

$$\varepsilon_d = \varepsilon_c + \frac{w_d}{L_d} = 2.3 + \frac{20}{25} \cdot 1000 = 802.3 \text{ ‰} \quad (5.1)$$

Im Falle eines zweiachsialen Spannungszustandes kann die Druckfestigkeit um bis zu 20 % gesteigert werden, die Dehnung bei Höchstlast bleibt allerdings mit $\varepsilon_{c2} = 2.3 \text{ ‰}$ konstant und unterscheidet sich somit vom Ansatz nach Norm (vgl. Abs. 2.7.3.1). Die Spannung in der dritten Dimension wird nicht berücksichtigt.

Als Rissmodell wird „fixiert“ gewählt. Die Option „rotiert“ würde eine Änderung der Rissneigung nach Erstriss zulassen und für den untersuchten Fall unrealistische Rissbilder entstehen lassen.

Die Bruchenergie wird nach Gleichung 5.2 berechnet. Die verwendete Formel entstammt [MC10, 2013] und liefert eine größere Bruchenergie als die programminterne Berechnung, die auf [MC90, 1993] basiert. In Anbetracht des gewählten Rissmodells liegt dieser Ansatz näher der Realität, da die Risse samt Neigung einem höheren Belastungsniveau entstammen. Zusätzlich hat der ungerissene und gerissene Bereich ohnehin nur eine untergeordnete Bedeutung für die vorliegende Untersuchung.

$$G_F = 73 \cdot f_{cm}^{0.18} = 73 \cdot 43^{0.18} = 143.66 \text{ N/m} \hat{=} 14.37 \cdot 10^{-5} \text{ MN/m} \quad (5.2)$$

5.1.2 Processing

Nichtlineare Finite-Elemente-Anwendungen werden mithilfe von iterativen Lösungsverfahren berechnet. ATENA bietet dafür zwei grundsätzliche Verfahren:

1. Newton-Raphson-Verfahren: Bei diesem Verfahren wird entlang eines vorgegebenen Lastniveaus iteriert bis das Gleichgewicht zu einem passenden Verformungszustand erfüllt ist. Da das Lastniveau bekannt sein muss, kann es im Bereich von Spitzenwerten oder einer abnehmenden Last-Verformungs-Kurve nicht verwendet werden.
2. Bogenlängenverfahren (Arc-Length): Hier wird das Last- und das Verformungsincrement geändert. Die Länge des Last-Verformungs-Vektors bleibt jedoch konstant, sodass die Iteration visuell betrachtet entlang eines Bogens passiert. Dieses Verfahren sollte bei volumsbezogenen Lasten wie Eigengewicht, Schwinden oder Kriechen aufgrund der Laständerungen nicht verwendet werden. Bei Stabilitätsproblemen, geometrischen oder materiellen Nichtlinearitäten verhält es sich im Gegensatz zu Newton-Raphson-Verfahren stabiler.

5.1.3 Post-Processing

In ATENA ist nur eine sehr eingeschränkte Ergebnisdarstellung verfügbar, weshalb die Auswertung und Darstellung extern durch die Software MATLAB erfolgt. Dazu werden sämtliche Informationen (Koordinaten, Verformungen, Spannungen, etc.) eines jeden Elementes (Quad-Element, Integrationspunkt, etc.) in Form von Textdateien exportiert. In Matlab können diese Textdateien anschließend zu anschaulichen Grafiken und Diagrammen verarbeitet werden. Dadurch ist eine bessere Analyse und vor allem Vergleichbarkeit der unterschiedlichen Systeme und Typen gegeben.

5.2 Versuchsnachrechnung

5.2.1 Lokale und nichtlokale Versagensformulierung

Die Finite-Elemente-Theorie ist stark elementbasiert, sodass Materialversagen nur von einem Element ausgeht. Man spricht dabei von lokaler Versagensformulierung, das jedoch nicht der Realität entspricht, da die Elemente kleiner dem Versagensbereich sind. Tatsächlich kommt es stattdessen zur Bildung einer Versagenszone, deren Größe von den umliegenden Gegebenheiten abhängt und im Falle von beispielsweise seitlicher Dehnungsbehinderung (mehrachsialer Spannungszustand) deutlich steigt.

Abbildung 5.2 zeigt das Last-Verformungsverhalten und Abbildung 5.3 die Schädigung bei verschiedenen Versagensformulierungen [Akkermann & Eibl, 2002]. Bei lokaler Definition tritt frühzeitiges Versagen ein und das maximale Lastniveau wird nicht erreicht. Formuliert man das Versagen hingegen nichtlokal, so erhält man den tatsächlichen Last-Verformungs-Weg mit plastischem Plateau.

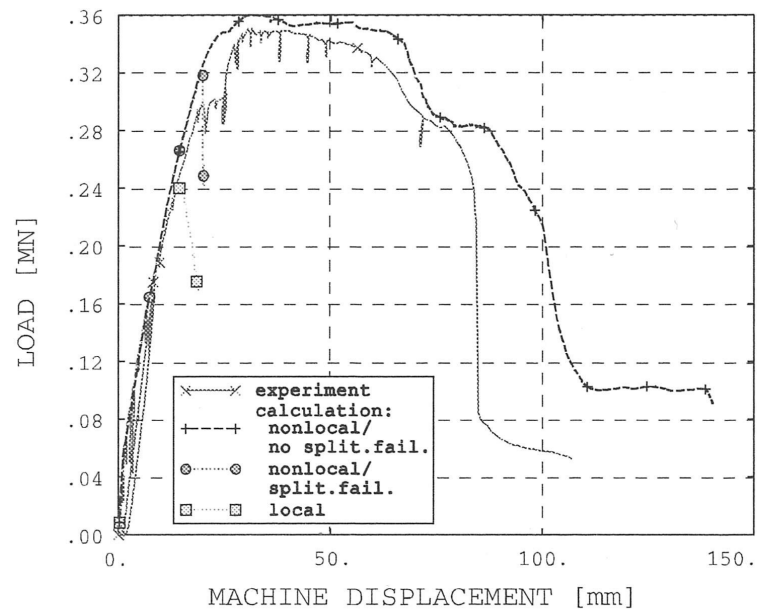


Abbildung 5.2: FE-Berechnungen verschiedener Versagensformulierungen [Akkermann & Eibl, 2002]

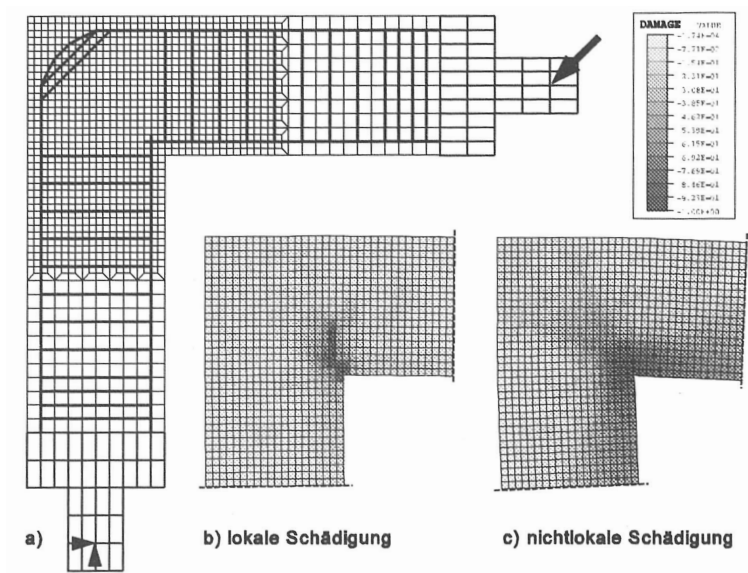


Abbildung 5.3: Schädigung bei lokaler und nichtlokaler Versagensformulierung [Akkermann & Eibl, 2002]

5.2.2 Kalibrierung des Betonmodells

Um die soeben vorgestellte, nichtlokale Versagensformulierung möglichst realitätsnah zu berücksichtigen, wird das Betonmodell anhand einer Versuchsnachrechnung kalibriert. Beim dafür verwendeten Versuch aus [Akkermann & Eibl, 2002] handelt es sich um eine symmetrische Rahmenecke mit einer Seitenlänge von 1.85 m und einem Querschnitt 0.30 / 0.50 m. In Anlehnung an Gleichung 5.1 werden die beiden Parameter L_d und w_d , die zusammen die Neigung der Betonarbeitslinie nach Erreichen der Höchstlast beschreiben, untersucht. Die zu erwartenden Abweichungen entstehen zum Teil aus der Modellierung, die im vorliegenden Fall zweidimensional erfolgt und somit dreidimensionale Effekte, wie Längsrisse an der Bauteilaußenseite, nicht abdecken kann. Weiters wird die Streuung der Materialparameter nicht erfasst.

Abbildung 5.4 stellt die Momenten-Rotations-Beziehung des Versuches aus [Akkermann & Eibl, 2002] sowie die Nachrechnung mit ATENA dar. Das Plateau bei $M \approx 0.340$ ist den Längsrissen an der Bauteilaußenseite geschuldet. Berücksichtigt man diese Tatsache durch Versatz der Nachrechnungskurve, so stimmt die Nachrechnung mit dem Versuch sehr gut überein. Die beiden wesentlichen Parameter betragen $w_d = 20$ mm und $L_d = 25$ mm.

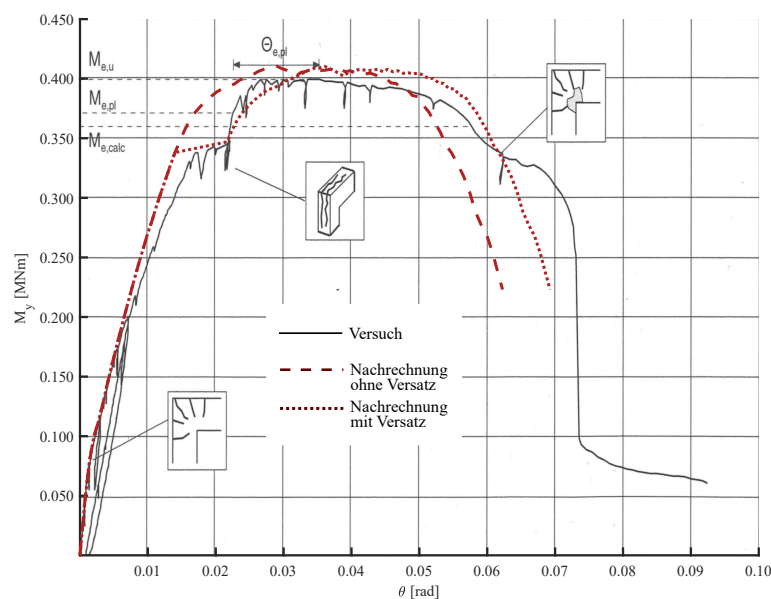


Abbildung 5.4: M - θ -Beziehung des Versuches RR4 [Akkermann & Eibl, 2002] im Vergleich zur Nachrechnung mit ATENA

5.3 Durchführung

5.3.1 Modellierung

Die beiden Systeme werden analog zu den Konstruktionsskizzen aus Abschnitt 3.6.4 als zweidimensionale Scheiben mit einer Breite $b = 1.00$ m modelliert. Die wesentlichsten Aspekte im Zuge der Modellierung werden nachstehend erläutert.

Parameterstudie

Wie in Abschnitt 3.2 und 3.4.3 beschrieben, kommen drei unterschiedliche Bewehrungsanordnungen zur Anwendung, um den Einfluss des mechanischen Bewehrungsgrades ausführlich zu untersuchen. Bei der Längsbewehrung wird der Abstand zwischen den Stäben und somit die Bewehrungsfläche variiert, die Querkraft- und Rahmeneckbewehrung wird durch Variation der Bügelabstände in Längsrichtung angepasst.

Lagerung

Die Auflagereinspannung des Rahmenstiels sowie die Symmetrielager beider Systeme werden durch feste Linienlager gebildet. Das Randlager des Durchlaufträgers wird als Punktlager mit Lastverteilungsplatte modelliert. Aufgrund des geringen Biegemomentes ($M \approx 0$) hat es ohnehin nur minimalen Einfluss auf das globale Systemverhalten. Das Mittellauger des Durchlaufträgers muss eine Vergleichbarkeit der Rotation gewährleisten und soll deshalb bei Fließbeginn eine konstante Spannungsverteilung aufweisen. Aufgrund der zeitlichen Effekte im Beton ist das eine realistische Annahme. Um dies bei allen drei Querschnittstypen und den zugehörigen Lastniveaus zu erreichen, werden Federn verschiedener Steifigkeiten verwendet. Abbildung 5.5 zeigt die Spannungsverteilungen am Mittellauger zu Fließbeginn bei Typ ②. Aufgrund der größeren Länge des Mittelfeldes erfährt die rechte Seite mehr Belastung als jene zum Randfeld.

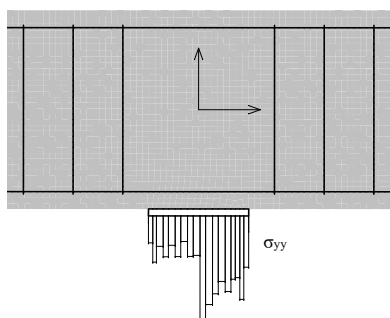


Abbildung 5.5: Spannungen σ_{yy} am Mittellauger des Durchlaufträgers Typ ② bei Auftreten der Fließspannung

Belastung

Mit Ausnahme des Rahmenstiels, der keine Belastung erfährt, werden die Systeme mit einer vertikal wirkenden Gleichstreckenlast belastet. Die bei Brücken auftretenden Lasten relevanter Größe (Eigengewicht und Verkehrslast) werden dadurch ausreichend abgebildet.

Finite-Elemente-Netz

Es werden vorrangig quadratische Viereckselemente verwendet. Infolge der Erkenntnisse aus Abschnitt 5.2 werden zwei verschiedene Netzgrößen verwendet:

1. Feines Netz mit 25 mm: Im Stützbereich des Durchlaufträgers sowie dem Rahmeneckbereich treten die größten Betonspannungen auf. Das in Abschnitt 5.2.2 kalibrierte Betonmodell mit $L_d = 25$ mm kommt hier zur Anwendung.

2. Grobes Netz mit 50 mm: In den Feldbereichen hingegen liegt eine kleinere Beanspruchung vor. Plastisches Betonverhalten wird hier nicht benötigt. Hinsichtlich des Rechenaufwandes eignet sich deshalb ein größeres Netz.

Die Übergangsbereiche zwischen den beiden Netzen werden per Hand mit Dreieckselementen vorgegeben.

Lokale Effekte

Zu Beginn der Untersuchung wurden vermehrt lokale Probleme in den Krafteinleitungsbereichen der Querkraftbewehrung festgestellt. Diese wird aufgrund der zweidimensionalen Modellierung nicht in Form von Bügeln, sondern zwei einzelnen Zugstäben abgebildet, die vom Programm als ein äquivalenter Stab abgebildet werden. Werden die Endpunkte dieser Stäbe fest im Modell verankert, entstehen sehr hohe Querkraftkräfte im Beton, die frühzeitiges Versagen verursachen. Da die Querkraftbewehrung überdimensioniert wurde, können bei Krafteinleitung über das Verbundmodell die Spitzenwerte vermieden und ein besseres Ergebnis erzielt werden.

5.3.2 Ablauf

Im Zuge der Untersuchung finden beide in Abschnitt 5.1.2 beschriebenen Lösungsverfahren Anwendung. Newton-Raphson wird bei beiden Systemen (Durchlaufträger und Rahmen) aufgrund der zeitlichen Effizienz im ansteigenden Ast verwendet. Dabei wird ein Lastinkrement von $\Delta q = 1 \text{ kN/m}$ gewählt. Kurz vor Erreichen des Fließmomentes wird ein Wechsel zur Bogenlängenmethode angestrebt. Während dies beim Rahmen gut funktioniert, kommt es beim Durchlaufträger zu Problemen. Es wird vermutet, dass dieses Problem durch die Federelemente am Mittelaufleger ausgelöst wird. Beim Durchlaufträger kommt deshalb auch nach Erreichen des Fließmomentes das Newton-Raphson-Verfahren zur Anwendung. Die geringe, jedoch konstante Laststeigerung am plastischen Plateau ermöglicht die Berechnung bis zum Versagen. Es kommen reduzierte Lastinkremente von $\Delta q = 0.10 \div 0.25 \text{ kN/m}$ zur Anwendung.

5.3.3 Versagensszenarien

Bei allen drei Querschnittstypen kommt es beim Rahmen zum Betondruckversagen im Eckbereich. Bei Typ ① tritt das Versagen im Stielanschnitt, bei Typ ② und ③ im Riegelanschnitt ein. Das Versagen wird jedoch manuell im Zuge der Auswertung definiert, da die gemittelten Materialdehnungen die für die Untersuchung festgelegten Materialgrenzwerte (siehe Abs. 3.5) erreichen. Die Software setzt hingegen den Last-Verformungs-Weg weiter fort. Die in Abschnitt 5.2.2 gewählten Parameter des Betonmodells bedeuten demnach eine etwas zu günstige Annahme im lokalen Bereich der vorliegenden Systeme. Das globale Verhalten wird äquivalent zur Versuchsnachrechnung als richtig eingestuft.

Beim Durchlaufträger kommt es bei Typ ① und ② zu Betondruckversagen und bei Typ ③ zu Stahlzugversagen, jeweils im Stützbereich des Mittelauflegers.

5.4 Auswertung

Die Auswertung der Ergebnisse erfolgt über den Export von .txt-Dateien aus ATENA und deren Verarbeitung zu Diagrammen in MATLAB. Ein manueller Eingriff ist unumgänglich und wird nachfolgend detailliert beschrieben.

5.4.1 Dehnungen

Die verwendeten Dehnungen entsprechen den Dehnungen im Mittelpunkt eines Elementes, der zugleich den Integrationspunkt darstellt.

Betonstauchung

Wie bereits in Abschnitt 5.2.1 ausführlich erläutert wurde, muss das Betonverhalten nichtlokal formuliert werden, um frühzeitiges Versagen auszuschließen. Dazu werden die in ATENA auftretenden, sehr großen Betonstauchungen (bis zu 30 ‰) im Zuge der Nachbearbeitung mit MATLAB gemittelt und anschließend quantitativ bewertet. Die Grenzwerte werden nach Mittelung mit $\varepsilon_{c,DLT} = 4.50 ‰$ bzw. $\varepsilon_{c,RA} = 7.00 ‰$ (vgl. Abs. 3.5.1) gewählt. Die Größe der Versagenszone wird analog zur Referenzlänge der induktiven Wegaufnehmer laut Skizze aus [Akkermann & Eibl, 2002] mit 10 cm angenommen. Man kann davon ausgehen, dass die Hälfte dieser Zone im dreiachsigen Spannungsfeld der Rahmenecke liegt. Die tatsächliche Größe der Versagenszone von 5 cm berechnet sich alternativ nach Gleichung 5.3. Abbildung 5.6 zeigt die Vorgehensweise als Beispiel für Typ ① des Rahmens.

$$3 \cdot \varnothing_{\text{Korn}} = 3 \cdot 16 \approx 50 \text{ mm} \quad (5.3)$$

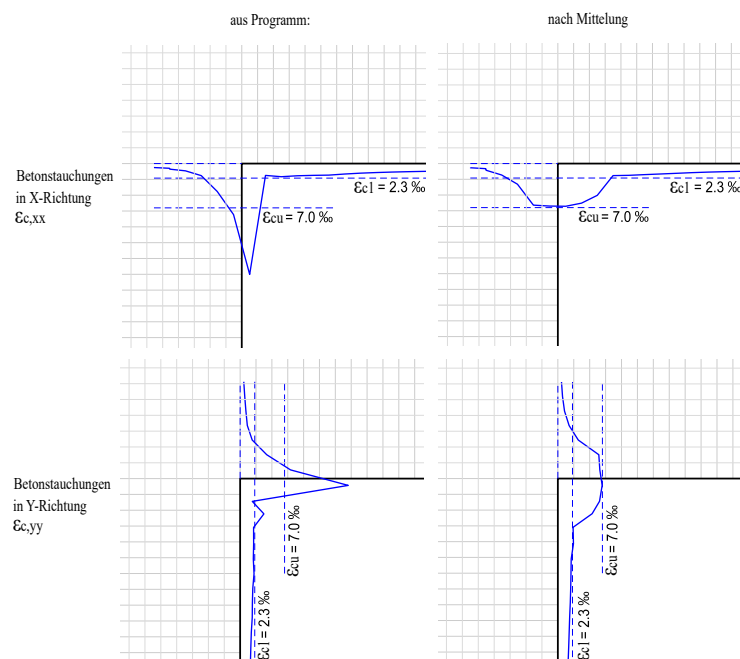


Abbildung 5.6: Auswertung und Mittelung der Betonstauchungen im Rahmeneck

Stahldehnung

Beim Bewehrungsstahl wird ebenso lokales Versagen in einem Element ausgeschlossen, da zumindest die zum Versagen notwendige Kraft in den Stab eingeleitet werden muss und dies über mehrere Elemente geschieht. Während im Versagenselement die Zugfestigkeit auftritt, wird im weit entferntesten Element die Fließgrenze angenommen. Die zu übertragende Kraft eines Stabes errechnet sich demnach mit Gleichung 5.4. Für die Berechnung der Lasteinleitungslänge nach Gleichung 5.5 wird eine Verbundspannung bei großem Schlupf nach Abschnitt 3.5.3 angenommen. Die errechnete Länge von 10 cm stellt einen fiktiven Rechenwert für die Auswertung dar.

$$\Delta F = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot (f_{tm} - f_{ym}) = \frac{0.026^2 \cdot \pi}{4} \cdot (647 - 599) = 0.027 \text{ MN} \quad (5.4)$$

$$2 \cdot l_e = 2 \cdot \frac{\Delta F}{\tau_{\text{plast}} \cdot U} = 2 \cdot \frac{0.027}{6.56 \cdot 0.082} = 0.10 \text{ m} \quad (5.5)$$

Systemversagen infolge Stahlzugversagen tritt nur beim Typ ③ des Durchlaufträgers auf. Abbildung 5.7 zeigt links die im Programm auftretende Dehnungsverteilung im Versagensfall sowie rechts die Mittelung, die angesichts der sehr sprunghaften Dehnungsverteilung als korrekt eingestuft wird.

Beim Bewehrungsstahl wird programmintern keine Überschreitung der Bruchdehnung zugelassen. Die maximale, gemittelte Stahldehnung beträgt dadurch lediglich 45 ‰ anstatt 50 ‰.

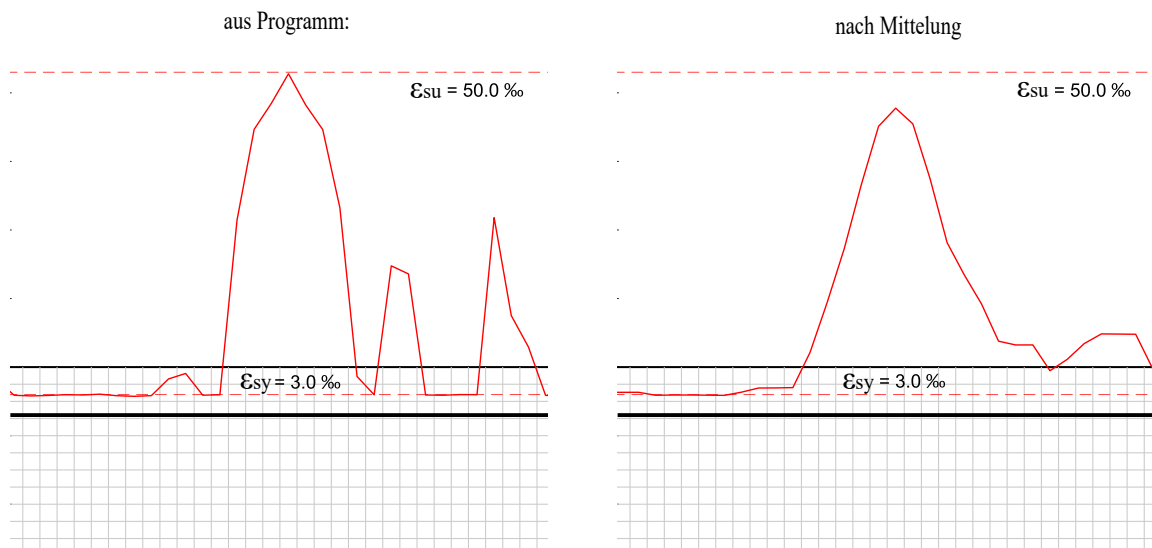


Abbildung 5.7: Auswertung und Mittelung der Stahldehnungen am Mittelaufleger des Durchlaufträgers

5.4.2 Krümmung

Die Querschnittskrümmung wird nach Gleichung 2.1 und auf Basis der gemittelten Beton- und Stahldehnungen aus Abs. 5.4.1 ermittelt. Die Referenzebene wird normal zur Bauteilachse definiert. Beim Durchlaufträger treten die maximalen Beton- und Stahldehnungen exakt im Stützbereich und dadurch in einer Ebene auf, wodurch sich die Querschnittskrümmung maximiert. Beim Rahmen hingegen variiert die Lage der maximalen Materialverformungen infolge der enormen Diskontinuität. Es kommt zur Ausbildung zweier Krümmungsmaxima (siehe Abb. 5.8), wobei der durch die maximale Stahldehnung induzierte Hochpunkt des Krümmungsverlaufes wesentlich größer ist. Eine Vergleichbarkeit der Querschnittskrümmungen zwischen Durchlaufträger und Rahmen ist somit nicht gegeben.

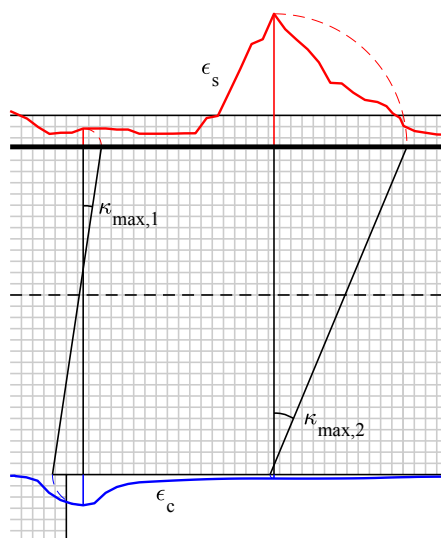


Abbildung 5.8: Querschnittskrümmung im Riegelanschnitt

5.4.3 Lastniveau

Das Lastniveau wird durch die Größe der aufgetragenen Gleichlast repräsentiert. Bei Anwendung des Newton-Raphson-Verfahrens wird die Gleichlast explizit vorgegeben. Beim Bogenlängenverfahren wird sie hingegen vom Programm ermittelt. Um nun beide Fälle abzudecken, wird die Gleichlast aus den Knotenlasten der Randknoten mit deren Einflussbreiten berechnet.

5.4.4 Schnittgrößen

Die Schnittgrößen werden programmintern entlang einer zuvor definierten Linie („Momentenlinie“) ermittelt. Neben Biegemomenten werden auch Quer- und Normalkräfte in vorgegebenen Abständen berechnet.

Biegemoment

Die Momentenberechnung erfolgt nach Gleichung 5.6. Um die Normalkraft nicht mit-einzubeziehen wird die Momentenlinie in die Bauteilachse gelegt. Diese Vorgehensweise funktioniert im Auflagerbereich des Durchlaufträgers ohne Probleme und stellt auch die Momentenausrundung dar. Ab dem Anschnitt der Rahmenecke steuern hingegen die Schubspannungen des zweiten Bauteiles aufgrund deren Lage normal zur Momentenlinie Teile zur Berechnung bei. Der vom Programm ermittelte Momentenverlauf im Rahmen-eck (siehe Abb. 5.9a) ist nicht korrekt und wird deshalb ausgehend vom Anschnitts-moment und nach Abbildung 2.4 (Ansatz nach Kordina, [Akkermann & Eibl, 2002]) bestimmt.

$$M_y = \int_{-t/2}^{t/2} (\sigma_{xx} \cdot z) \cdot dA \quad (5.6)$$

Die Auswirkungen einer konzentrierten (auf einer Fläche von $\sim 0.2 \cdot h$) Normalkraftbe-anspruchung auf das Biegemoment im Bereich der Rahmenecke werden vernachlässigt. Durch die Konzentration der Normalspannungen im Druckbereich würde das Biegemoment tatsächlich gesteigert werden. Unabhängig davon sind besonders die quantitativen Werte der Biegemomente, jedoch auch die qualitativen Verläufe im Diskontinuitätsbe-reich der Rahmenecke zu hinterfragen.

Querkraft

Die Querkraftbestimmung in ATENA liefert keine guten und aussagekräftigen Ergeb-nisse. In Anlehnung an die Schnittgrößenverteilung bei Stabbemessung werden die Querkräfte aus Gleichlast und Normalkraft bestimmt.

Normalkraft

Die Normalkraft berechnet sich nach Gleichung 5.7, wobei es zum selben Problem wie beim Biegemoment kommt (siehe Abb. 5.9b). Für Rahmenriegel und -stiel wird analog zu den Stabschnittgrößen eine konstante Normalkraft vorausgesetzt. Mithilfe des Medians kann ein repräsentativer Wert des Verlaufes bestimmt werden, der zugleich kleinere Abweichungen sowie Spitzenwerte nicht berücksichtigt. Die Normalkraft im Rah-menstiel kann direkt von der Gleichlast abgeleitet werden, wodurch die Vorgehensweise kontrolliert werden kann.

$$N_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{xx} \cdot dz \quad (5.7)$$



Abbildung 5.9: Schnittgrößenverteilung aus ATENA im Rahmeneck

5.4.5 Rotation

Die Rotation oder Verdrehung wird nach dem geometrischen Ansatz aus Abschnitt 2.2 ermittelt. In [Akkermann & Eibl, 2002] wurde die Auswertung analog durchgeführt.

Der Abstand der beiden Punkte zum Verdrehpunkt $\pm\Delta x$ wurde nach folgenden Aspekten gewählt: Beim Durchlaufträger charakterisiert sich die plastische Zone aufgrund der konstanten Bauteilhöhe beim maximalen Moment und somit im Stützbereich am Mittelaufleger. Im Gegensatz dazu weist der Rahmen eine enorme Diskontinuität auf. Die plastische Zone formiert sich in geringem Abstand der Anschnitte. Wertet man nun die Verdrehung in einem sehr kleinen Bereich Δx aus, würde dies beim Durchlaufträger die plastische Zone einschließen, beim Rahmen jedoch nicht. Aus diesem Grund wird für die Bestimmung der Rotation der gesamte Stützbereich mit $\Delta x = \pm 3.00$ m betrachtet (vgl. Tab. 3.1).

Abbildung 5.10 zeigt die Rissbilder und Verdrehungen. Die Verformungsfiguren werden dabei zehnfach überhöht zum Zeitpunkt des Versagens des Typs ② dargestellt.

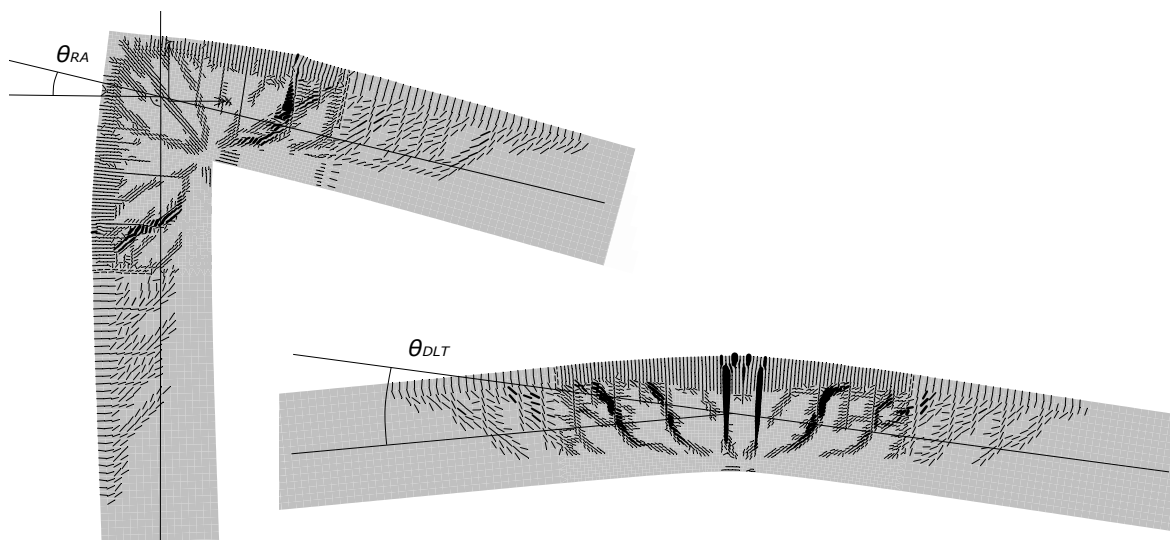


Abbildung 5.10: Bestimmung der Rotation beim Rahmen (links) und Durchlaufträger (rechts)

5.5 Ergebnisse

Die Ergebnisse werden nun nach Anwendung der in Abschnitt 5.4 angeführten Maßnahmen dargestellt. Der Fokus liegt am qualitativen Vergleich, da ein quantitativer Vergleich nicht zielführend wäre. Es wird ein Vergleich zwischen Rahmen und Durchlaufträger bei gleichem Bewehrungsgrad geführt. Weiters werden die Auswirkungen verschiedener Bewehrungsgrade bei beiden Systemen separat untersucht. In den Tabellen und Diagrammen dieses Kapitels werden die nachfolgenden Abkürzungen verwendet:

System	RA	...	Rahmen
	DLT	...	Durchlaufträger
Typen	①	...	$\rho_L = 1.00\%$, $\omega = 13.5\%$
	②	...	$\rho_L = 0.75\%$, $\omega = 10.1\%$
	③	...	$\rho_L = 0.50\%$, $\omega = 6.8\%$
Bauteil	Fe	...	Feldbereich
	St	...	Stützbereich beim Durchlaufträger
	Rie	...	Riegelanschnitt beim Rahmen
	Stie	...	Stielanschnitt beim Rahmen
Phase	y	...	Fließzeitpunkt
	u	...	Versagenszeitpunkt
	plast	...	plastischer Bereich ($\hat{=} u - y$)

Tabelle 5.1: Bezeichnung der Diagramme

5.5.1 Materialdehnungen

Es werden die Stahl- sowie Betondehnungen in Abhängigkeit der Laststufen von Erstbelastung bis Versagen dargestellt. Für den Durchlaufträger zeigt Abbildung 5.11 die Verläufe der Materialdehnungen im Stütz- und Feldbereich und Tabelle 5.2 die Werte zum Zeitpunkt des Versagens. Die mit * gekennzeichneten Werte verursachen das Versagen. Typ ① und ② versagen demnach infolge Betondruck, Typ ③ infolge Stahlzug.

Abbildung 5.12 und Tabelle 5.3 zeigen analog dazu die Ergebnisse des Rahmens. Aufgrund der deutlichen Unterschiede werden anstelle eines Stützbereiches die beiden Anschnitte getrennt behandelt. Beim Rahmen tritt bei allen drei Typen Betondruckversagen ein. Bei Typ ① geschieht dies im Stielanschnitt, bei ② und ③ im Riegelanschnitt. In Abschnitt 5.5.1.3 wird dieses Verhalten analysiert.

5.5.1.1 Durchlaufträger

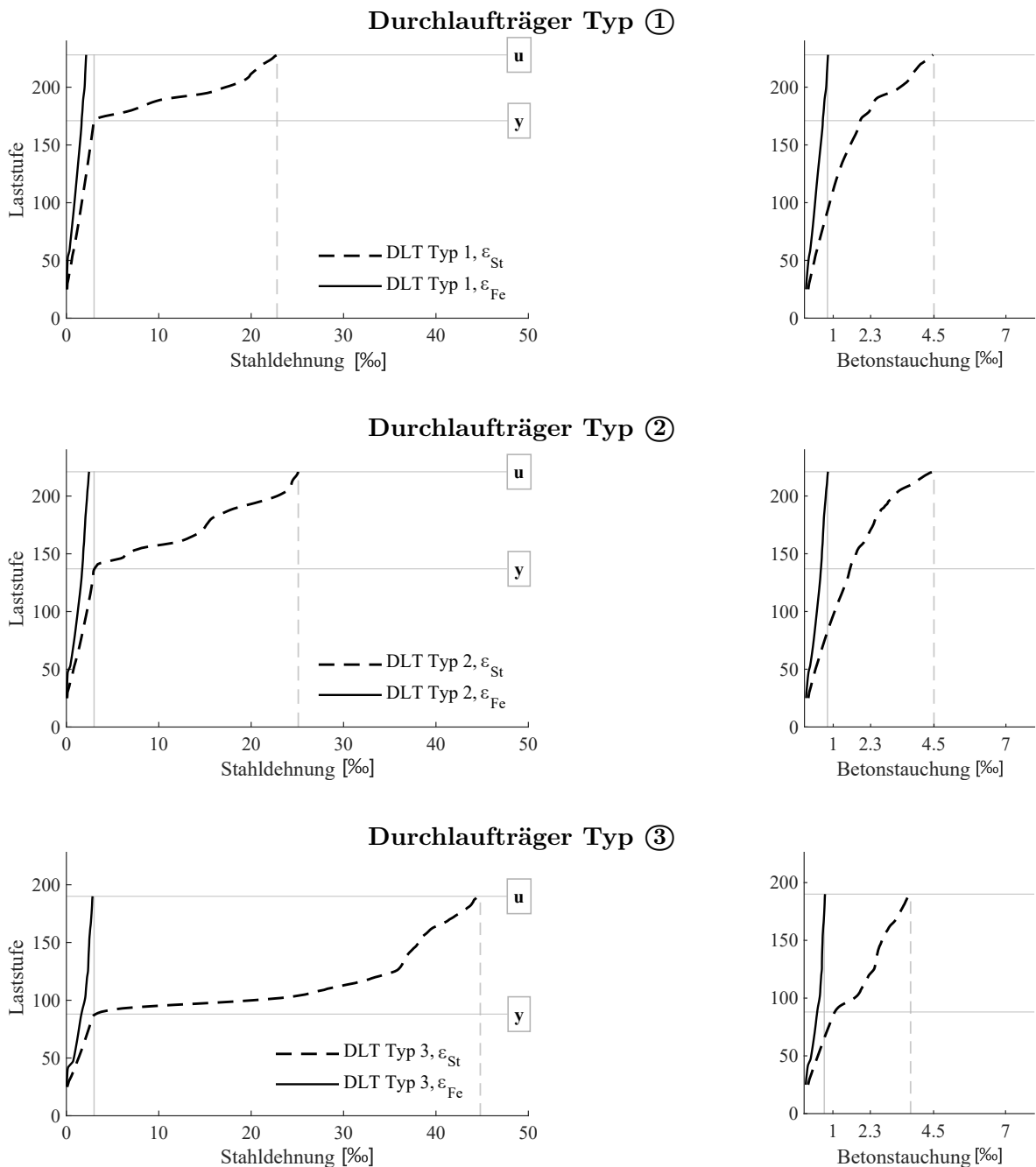


Abbildung 5.11: Verlauf der Materialdehnungen beim Durchlaufträger

in [%]	Typ ①	Typ ②	Typ ③
ϵ_c	4.5*	4.5*	3.7
ϵ_s	22.8	25.1	45.0*

Tabelle 5.2: Materialdehnungen im Versagensfall beim Durchlaufträger

5.5.1.2 Rahmen

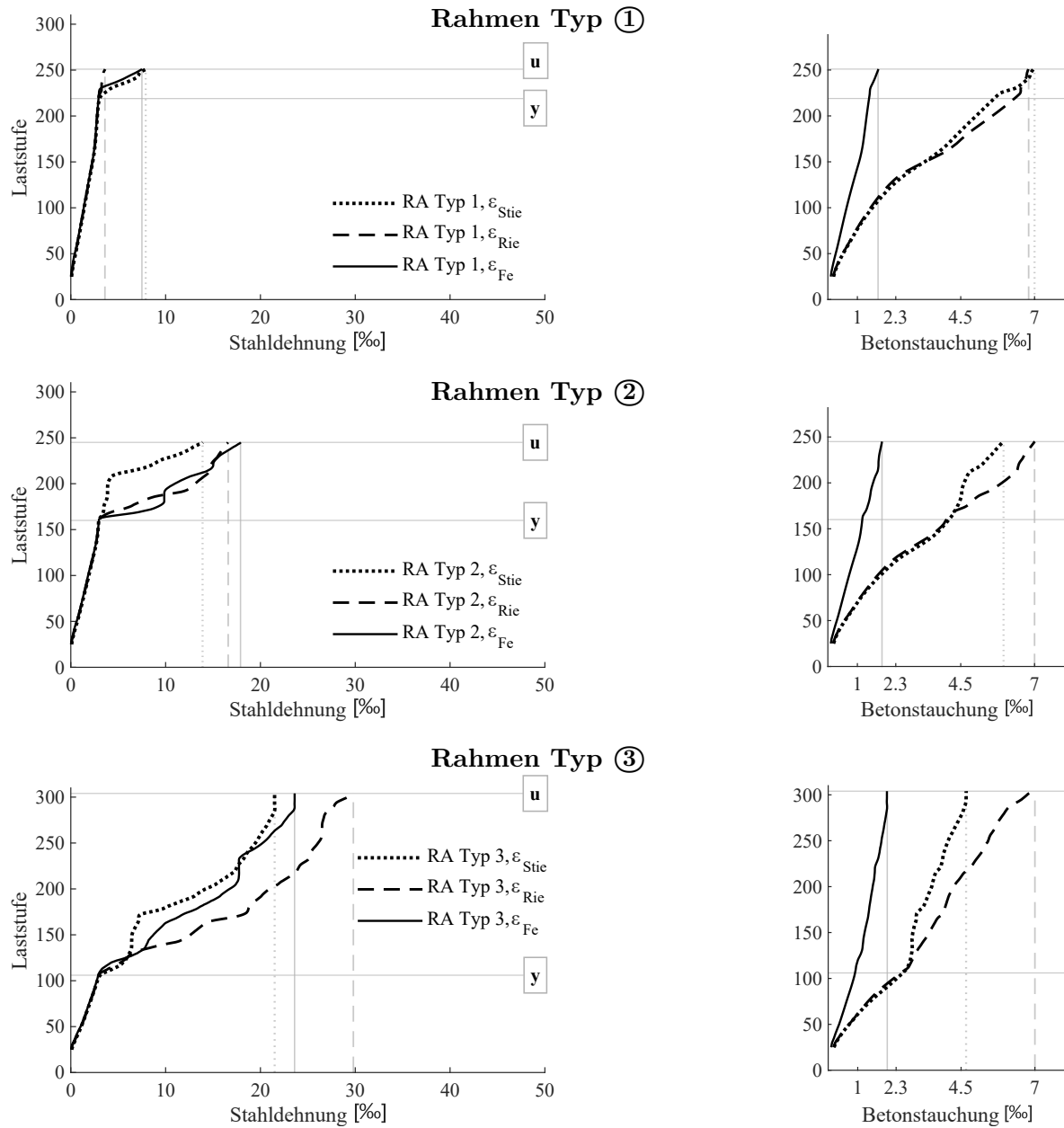


Abbildung 5.12: Verlauf der Materialdehnungen beim Rahmen

in [%]	Typ ①	Typ ②	Typ ③
$\epsilon_{c,Rie}$	6.8	7.0*	7.0*
$\epsilon_{c,Stie}$	7.0*	5.9	4.7
$\epsilon_{s,Rie}$	3.6	16.6	29.9
$\epsilon_{s,Stie}$	7.9	13.9	21.5

Tabelle 5.3: Materialdehnungen im Versagensfall beim Rahmen

5.5.1.3 Fazit

Die Durchlaufträger erfüllen die allgemeinen Charakteristiken des plastischen Material- und Querschnittsverhaltens. So ist mit den Gegebenheiten einer reinen Biegung und Betongrenzdehnung von $\varepsilon_{cu} = 4.5\text{‰}$ festzustellen, dass der optimale mechanische Bewehrungsgrad zwischen jenen von Typ ② und ③ liegt, also bei in etwa $\omega \approx 0.08 \div 0.09$. Dadurch tritt bei höherem Bewehrungsgrad Betondruckversagen und bei niedrigerem Bewehrungsgrad Stahlzugversagen ein.

Das Biegemoment im Feldbereich des Durchlaufträgers ist wesentlich geringer als im Stützbereich (siehe Abs. 3.6.1). Der Querschnitt in beiden Bereichen ist jedoch ident (siehe Abs. 3.4.3), sodass die Fließgrenze im Feld in keinem der Fälle erreicht wird. Es zeigt sich jedoch, dass die maximale Stahldehnung im Feld wie zu erwarten bei Typ ③ auftritt.

Beim Rahmen erreichen die Bewehrungen der Stütz- und Feldbereiche die Fließspannung bei gleichem Lastniveau. Daraus lässt sich eine erhebliche Schnittgrößenumlagerung durch das Entstehen des gerissenen Zustandes ableiten. Zusätzlich lokalisieren sich die plastischen Bereiche der Bewehrung nicht an der Stelle des maximalen Momentes, sondern etwas versetzt im Abstand $\sim 0.5 \cdot h$ vom Anschnitt.

Ein interessantes Verhalten lässt sich aus den maximalen Betonstauchungen und Stahldehnungen im Bereich der Rahmenecke ableiten. Wie Tabelle 5.3 belegt, treten bei Typ ① die maximalen Materialverformungen im Bereich des Stielanschnittes auf, bei Typ ② und ③ hingegen im Riegelanschnitt. Trotz des größeren Biegemomentes im Stielanschnitt (vgl. Abs. 3.6.1) kommt es bei geringerem Bewehrungsgrad und zunehmender Umlagerung zu einer deutlichen Verschiebung der Maximalbeanspruchung.

5.5.2 Querschnittsverkrümmung

Abbildung 5.13 zeigt den Vergleich der maximalen Querschnittskrümmungen zwischen Stützbereich beim Durchlaufträger und Riegelanschnitt. Die Krümmung wird nach Gleichung 2.1 berechnet, berücksichtigt die punktuell auftretenden Dehnungsspitzen beider Materialdehnungsverläufe nach Mittelung, und stützt sich auf die technische Biegelehre mit der Annahme des Ebenbleiben des Querschnitts.

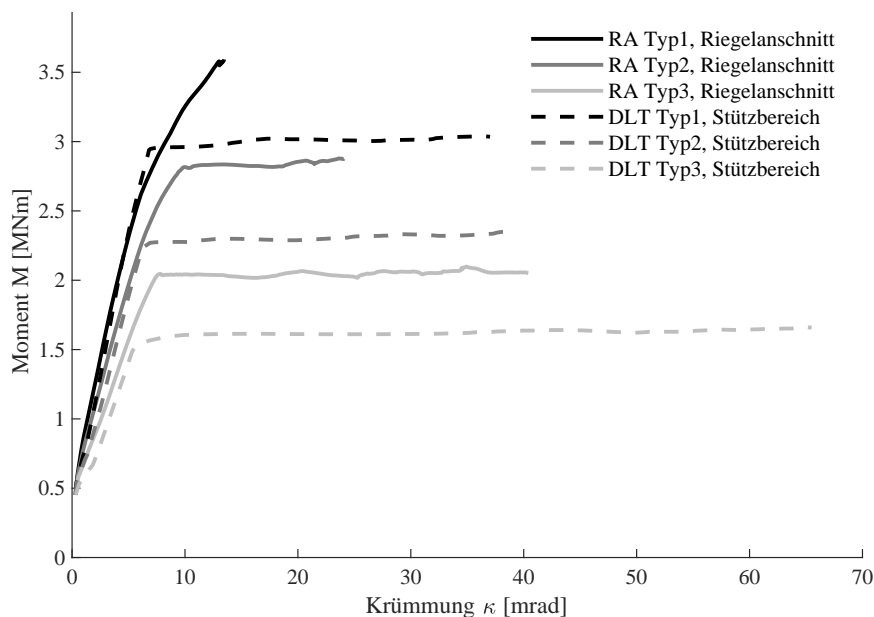


Abbildung 5.13: Vergleich der Momenten-Krümmungs-Beziehung

5.5.2.1 Fazit

In Abs. 5.4.2 wurde für die Ermittlung der Querschnittskrümmung bereits der grundlegende Unterschied zwischen den Systemen Durchlaufträger und Rahmen hervorgehoben. Ein quantitativer Vergleich zwischen den beiden Systemen scheint daher nicht sinnvoll.

Die Durchlaufträger des Typs ① und ② erreichen nahezu die gleichen maximalen Krümmungswerte. Bei beiden tritt Betondruckversagen mit $\varepsilon_c = 4.5\text{‰}$ ein. Die Stahldehnungen befinden sich ebenso in einem ähnlichen Bereich ($\varepsilon_s = 22.8$ und 25.1‰ , vgl. Tab. 5.3). Beim späteren Vergleich der plastischen Rotation (siehe Abs. 5.5.5) erkennt man einen überzeugenderen Unterschied dieser beiden Typen. Zurückzuführen lässt sich dies auf die zunehmende Länge des plastischen Bereiches und zeigt außerdem den deutlichen Unterschied einer Aussage auf Querschnittsebene zu einer auf Systemebene. Bei Durchlaufträger Typ ③ kommt es erstmals zum Stahlversagen bei einer Dehnung von $\varepsilon_s = 45\text{‰}$. Die maximale Querschnittskrümmung steigt wie erwartet sprunghaft an.

Beim Rahmen entspricht die Krümmungszunahme infolge abnehmendem Bewehrungsgrad qualitativ den Erwartungen. Da bei allen drei Typen Betondruckversagen auftritt und die maximale Stahldehnung bei Typ ③ lediglich $\varepsilon_s = 29.9\text{‰}$ beträgt, könnte die Krümmung durch Reduzierung der Bewehrung noch deutlich gesteigert werden. Die

Querschnittskrümmung beim Rahmen des Typs ① ist nicht repräsentativ, weil Versagen im Stielanschnitt auftritt und die dortige Krümmung höher ist als die dargestellte Krümmung des Riegelanschnittes.

5.5.3 Verlauf der Biegesteifigkeiten

Abbildung 5.14 zeigt die nach Gleichung 5.8 bestimmten, prozentuellen Verläufe der Biegesteifigkeiten. Die vorhandenen, nach Gleichung 2.2 berechneten Steifigkeiten werden dabei ins Verhältnis zur Biegesteifigkeit im Zustand I nach Gleichung 2.4 gesetzt. Die händisch ermittelte Biegesteifigkeit des Zustands I liegt im Diagramm somit beim Wert 1.0, jene im Zustand II (nach Glg. 2.6) wird analog zur vorhandenen Biegesteifigkeit behandelt. Die Druckzonenhöhe x wird der vereinfachten Berechnung aus Abschnitt 4.1.3 entnommen. Auf der x -Achse sind die zugehörigen Rotationen dargestellt.

$$EI^* = \frac{EI_{\text{vorh}}}{EI_I} \quad (5.8)$$

5.5.3.1 Fazit

Die händische Berechnung der Biegesteifigkeiten für Zustand I und II liefert gute Ergebnisse. EI_I unterschätzt die tatsächliche Biegesteifigkeit des ungerissenen Querschnitts aufgrund der nicht berücksichtigten Bewehrung ein wenig. EI_{II} ist mit den Steifigkeiten in den Stützbereichen EI_{St} bzw. EI_{Rie} vor Fließbeginn zu vergleichen, die besonders bei Typ ③ eine gute Übereinstimmung zeigen. Es sei angemerkt, dass der Formel zur Berechnung von EI_{II} (siehe Glg. 2.6) Gebrauchslastniveau und ein Querschnitt ohne Normalkraft sowie Druckbewehrung zugrunde liegen.

Die Verläufe der Biegesteifigkeiten weisen im Allgemeinen folgendes, richtiges Verhalten auf: Nach Rissbildung wird die Biegesteifigkeit maßgeblich von der Bewehrungsfläche bestimmt. Die absoluten Werte liegen im gerissenen Zustand (II) und plastischen Zustand (III) bei großen Bewehrungsgraden erwartungsgemäß höher. Ein durch Fließen der Bewehrung induzierter Steifigkeitsverlust bildet sich sehr abrupt aus und ist der Unstetigkeitsstelle der bilinearen Arbeitslinie geschuldet. Im Gegensatz dazu wird der konstant abnehmende Steifigkeitsverlust infolge Fortschreiten der Betonstauchung durch die stetige Arbeitslinie des Betons geprägt.

Beim Durchlaufträger kommt es nur im Stützbereich zum Fließen der Bewehrung. Die Biegesteifigkeit im Feldbereich in Richtung Versagen stagniert.

Beim Rahmen hingegen wird die Fließgrenze in den Anschnitten sowie im Feldbereich unabhängig von der Bewehrungsmenge erreicht, bei Typ ① jedoch nur minimal. Dadurch kommt es im plastischen Bereich zu einer interaktiven Umlagerung mit ständigen Steifigkeitsänderungen dieser Bereiche. Während bei Typ ① die drei Bereiche im Versagensfall eine ähnliche Biegesteifigkeit aufweisen, erkennt man bei Typ ② und ③ im plastischen Bereich eine etwas größere Steifigkeit des Stielanschnittes.

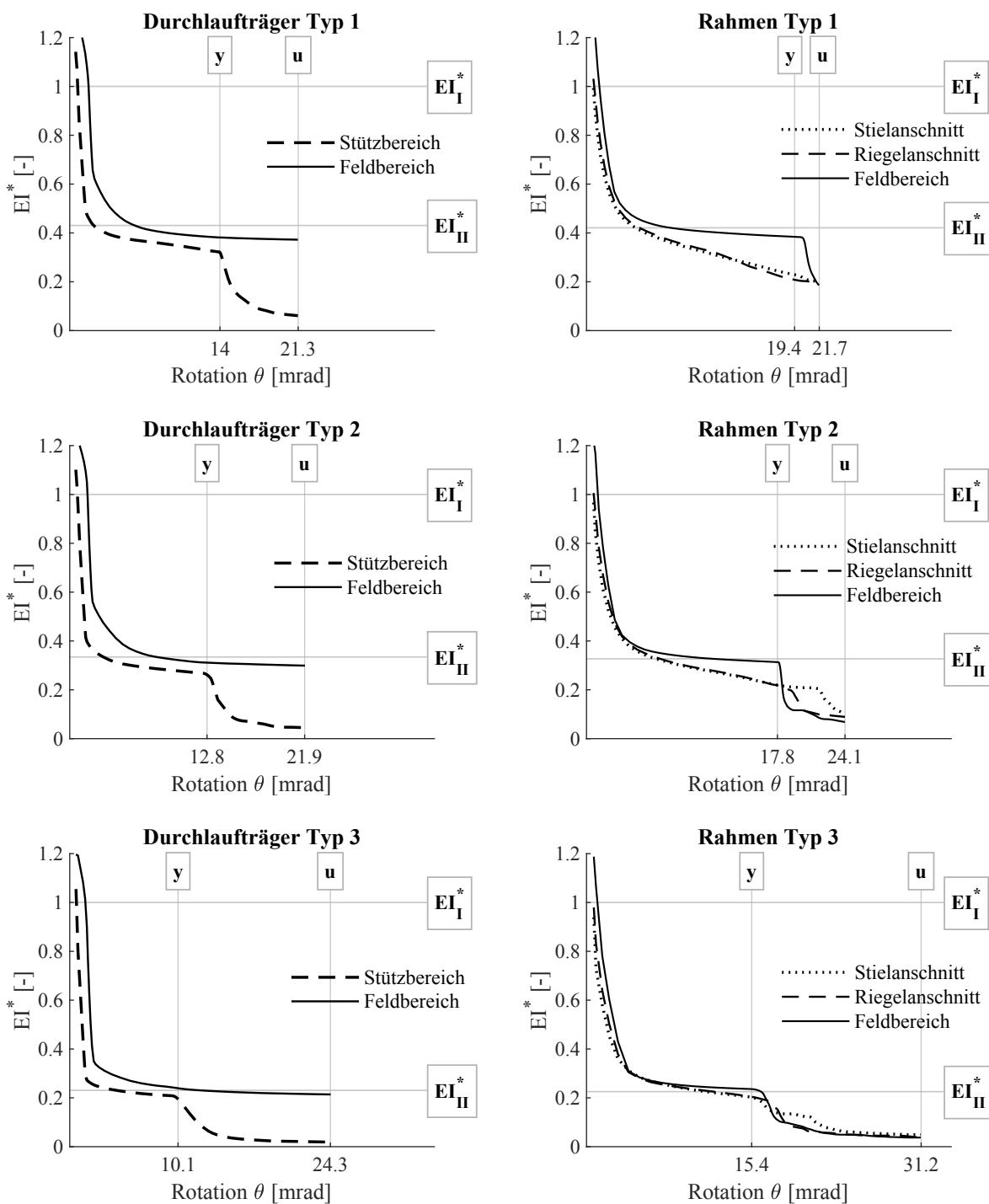


Abbildung 5.14: Verlauf der Biegesteifigkeiten beider Systeme

5.5.4 Umlagerungsvermögen und Schnittgrößenverläufe

Das Umlagerungsvermögen von statisch bestimmten Systemen wird durch den Umlagerungsfaktor nach Glg. 2.7 bestimmt, in dessen Berechnung die auftretenden Schnittgrößen sowie jene nach linear-elastischer Berechnung einfließen.

Um eine bessere Vergleichbarkeit zu schaffen, werden die Schnittgrößenverläufe unabhängig von Lastniveau und Systemlänge in Form von normierten Schnittgrößen nach Gleichung 5.9 und 5.10 dargestellt.

$$\bar{M} = \frac{M}{q \cdot L^2} \quad (5.9)$$

$$\bar{N} = \frac{N}{q \cdot L} \quad (5.10)$$

Abschnitt 5.5.4.1 behandelt die normierten Biegemomente des Durchlaufträgers für Stütz- und Feldbereich. Anfangs werden dazu in Tabelle 5.4 die linear-elastischen Momente, die in den Untersuchungen auftretenden Momente zu Fließbeginn, sowie jene zum Zeitpunkt des Versagens wiedergegeben. Die Differenz zwischen Fließbeginn und Versagen charakterisiert das plastische Verhalten. Weiters wird noch der Umlagerungsfaktor berechnet. Anschließend zeigen die Abbildungen 5.15 bis 5.17 die zugehörigen Verläufe.

Analog dazu wird in Abschnitt 5.5.4.2 mit den Biegemomenten des Rahmens, sowie in Abschnitt 5.5.4.3 mit den Normalkräften des Rahmens fortgesetzt.

5.5.4.1 Durchlaufträger - Normierte Biegemomente

	lin.-elast.	y	u	Δ_{plast}	δ
	$\bar{M}_{\text{Stütz}}$ \bar{M}_{Feld}	$\bar{M}_{\text{Stütz}}$ \bar{M}_{Feld}	$\bar{M}_{\text{Stütz}}$ \bar{M}_{Feld}	$\bar{M}_{\text{Stütz}}$ \bar{M}_{Feld}	$\bar{M}_{\text{Stütz}}$ \bar{M}_{Feld}
①	0.315 0.171	0.311 0.176	0.285 0.197	-0.026 0.023	0.905 1.152
②	0.315 0.171	0.304 0.184	0.271 0.214	-0.033 0.030	0.860 1.251
③	0.315 0.171	0.309 0.191	0.260 0.227	-0.049 0.036	0.825 1.327

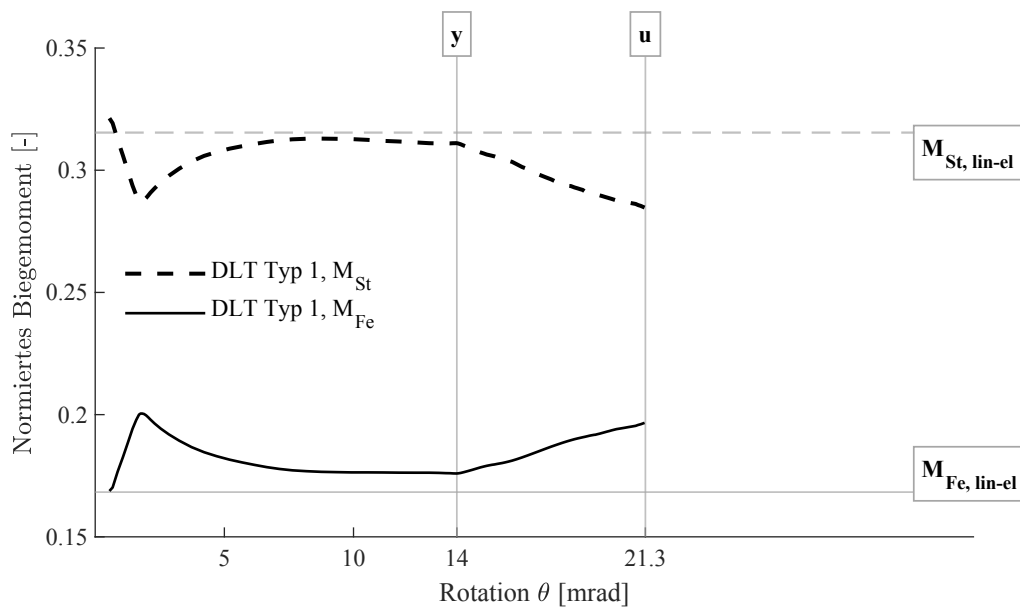
Tabelle 5.4: Normierte Biegemomente \bar{M} beim Durchlaufträger

Abbildung 5.15: Durchlaufträger Typ ① - Verlauf der normierten Momente

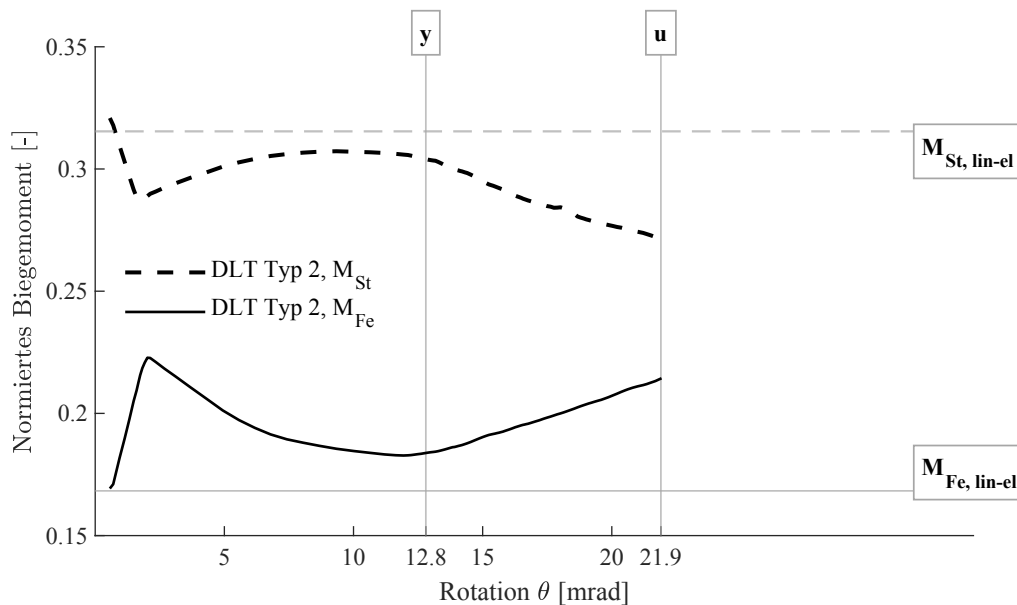


Abbildung 5.16: Durchlaufträger Typ ② - Verlauf der normierten Momente

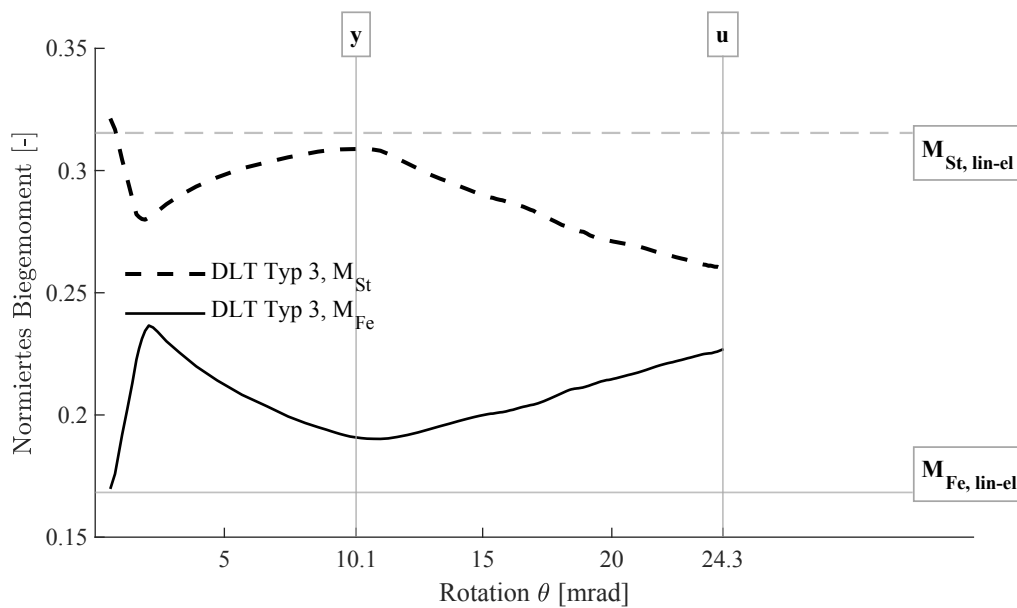


Abbildung 5.17: Durchlaufträger Typ ③ - Verlauf der normierten Momente

5.5.4.2 Rahmen - Normierte Biegemomente

	lin.-elast.			y			u			Δ_{plast}			δ		
	\bar{M}_{Stie}	\bar{M}_{Rie}	\bar{M}_{Feld}	\bar{M}_{Stie}	\bar{M}_{Rie}	\bar{M}_{Feld}	\bar{M}_{Stie}	\bar{M}_{Rie}	\bar{M}_{Feld}	\bar{M}_{Stie}	\bar{M}_{Rie}	\bar{M}_{Feld}	\bar{M}_{Stie}	\bar{M}_{Rie}	\bar{M}_{Feld}
①	0.263	0.255	0.209	0.254	0.249	0.221	0.252	0.247	0.224	-0.002	-0.002	0.003	0.958	0.967	1.071
②	0.263	0.255	0.209	0.253	0.249	0.219	0.254	0.250	0.223	-0.001	0.001	0.004	0.966	0.980	1.067
③	0.263	0.255	0.209	0.253	0.253	0.213	0.258	0.255	0.224	0.005	0.002	0.011	0.981	1.000	1.071

Tabelle 5.5: Normierte Biegemomente \bar{M} beim Rahmen

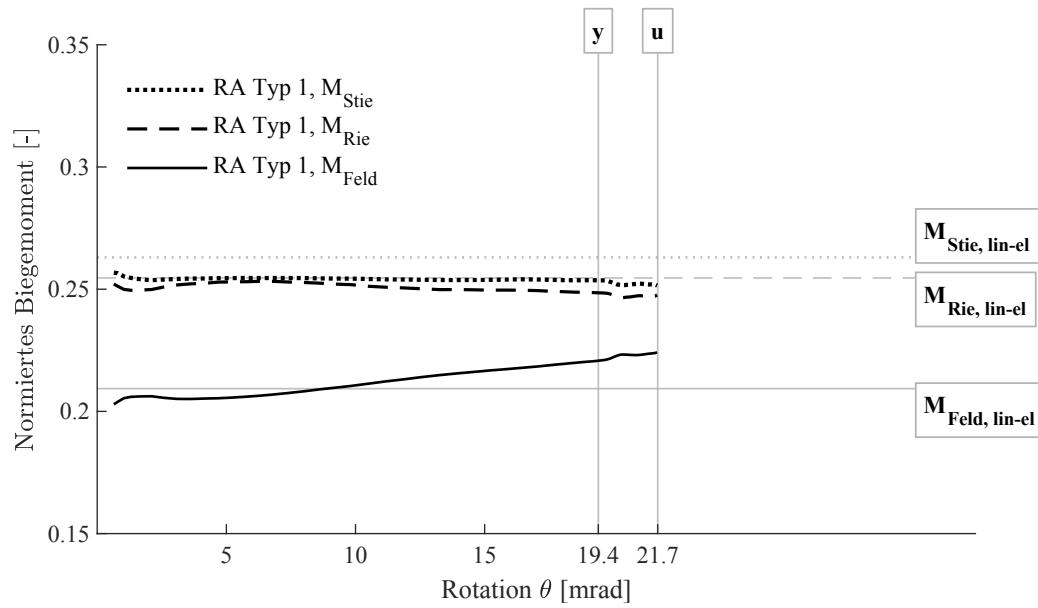


Abbildung 5.18: Rahmen Typ ① - Verlauf der normierten Momente

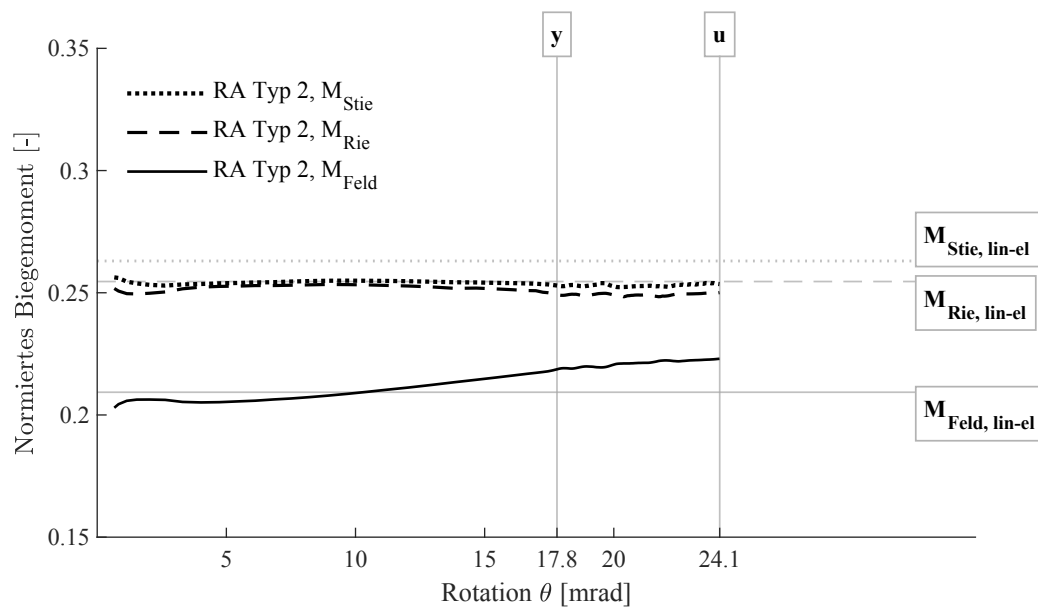


Abbildung 5.19: Rahmen Typ ② - Verlauf der normierten Momente

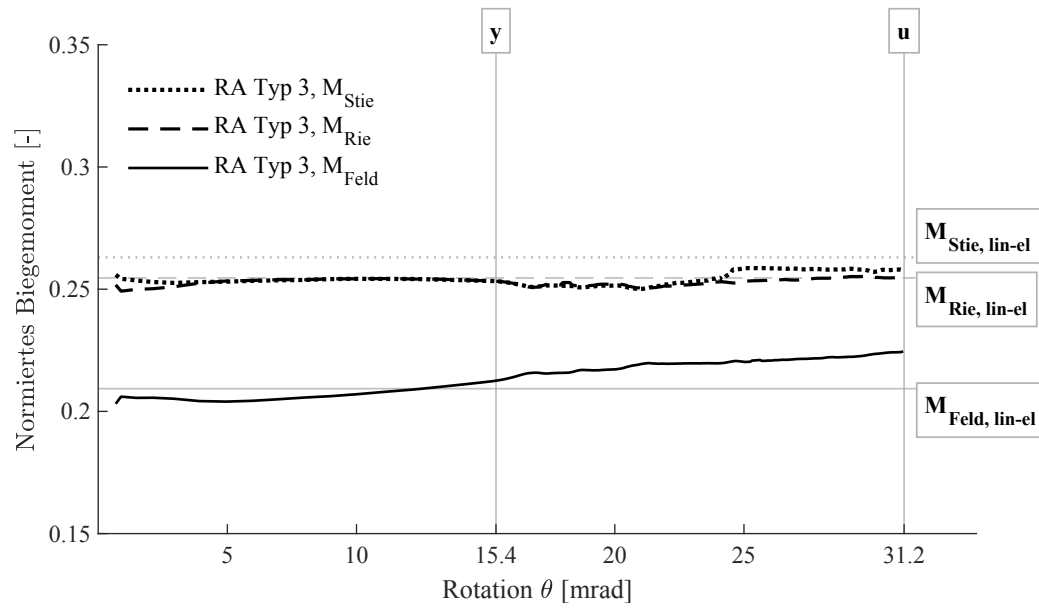


Abbildung 5.20: Rahmen Typ ③ - Verlauf der normierten Momente

5.5.4.3 Rahmen - Normierte Normalkräfte

	lin.-elast.	y	u	Δ_{plast}
	\bar{N}_{Stiel} \bar{N}_{Riegel}	\bar{N}_{Stiel} \bar{N}_{Riegel}	\bar{N}_{Stiel} \bar{N}_{Riegel}	\bar{N}_{Stiel} \bar{N}_{Riegel}
①	1.00 0.76	1.00 0.79	1.00 0.79	0 0
②	1.00 0.76	1.00 0.80	1.00 0.82	0 0.02
③	1.00 0.76	1.00 0.84	1.00 0.89	0 0.05

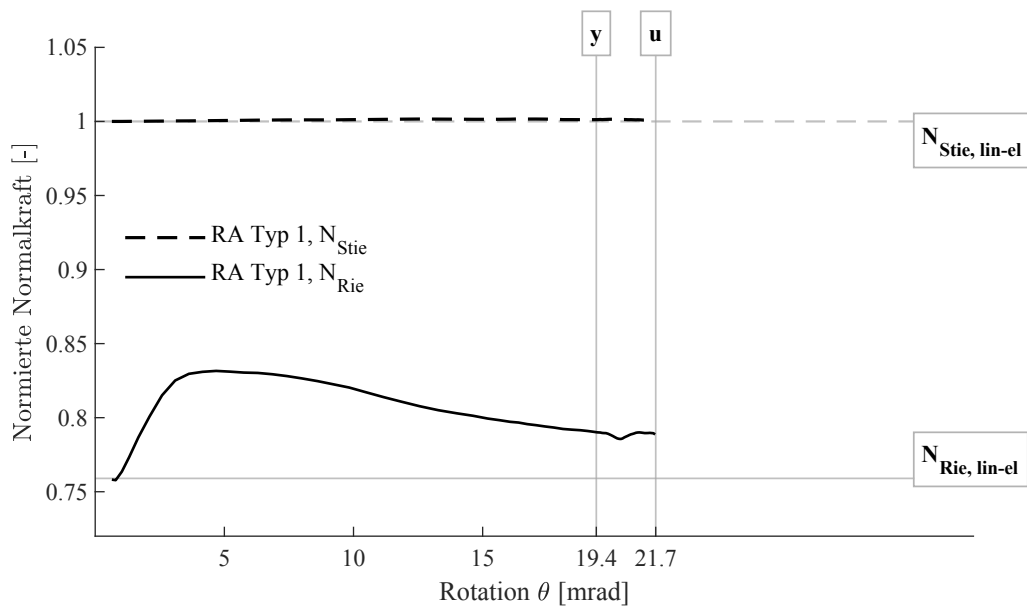
Tabelle 5.6: Normierte Normalkräfte \bar{N} beim Rahmen

Abbildung 5.21: Rahmen Typ ① - Verlauf der normierten Normalkräfte

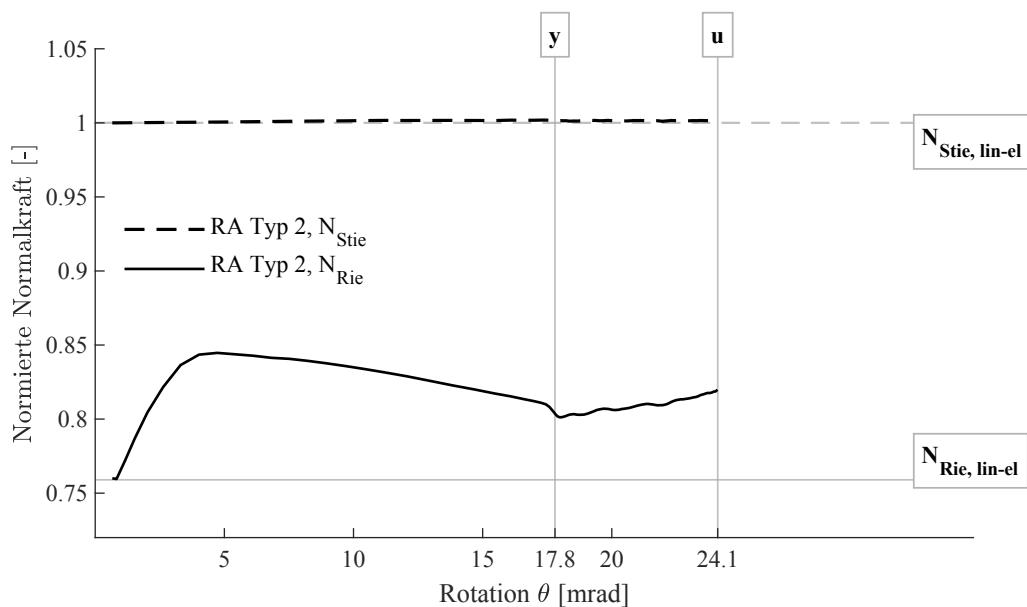


Abbildung 5.22: Rahmen Typ ② - Verlauf der normierten Normalkräfte

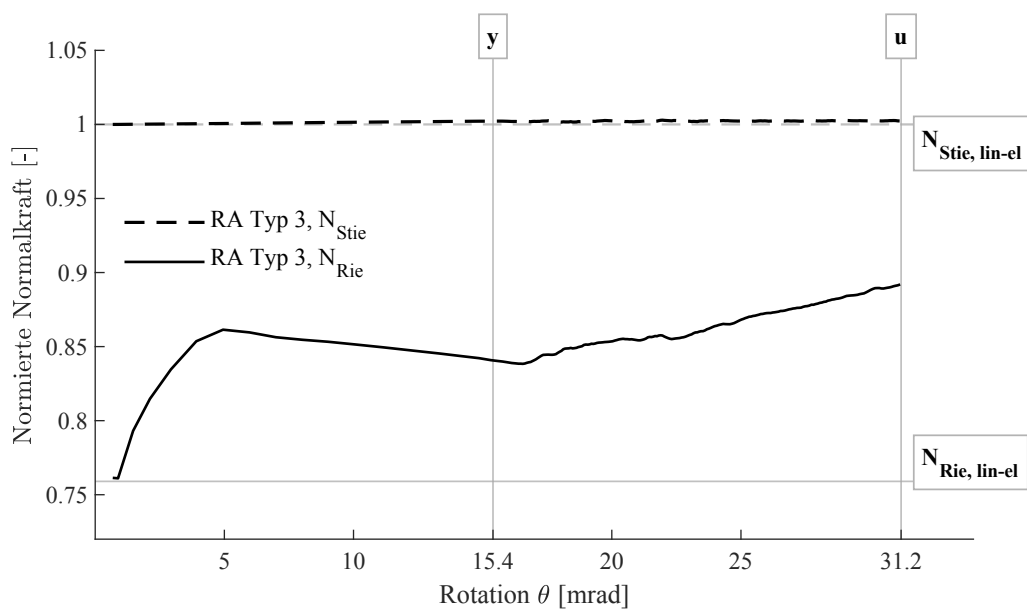


Abbildung 5.23: Rahmen Typ ③ - Verlauf der normierten Normalkräfte

5.5.4.4 Fazit

Im Allgemeinen unterstützen die dargestellten Verläufe die in Abschnitt 2.6 vorgestellte Theorie der Schnittgrößenumlagerung, wobei der gesamte Prozess beim Durchlaufträger deutlicher stattfindet. So führt die Rissbildung bereits bei geringem Lastniveau zu einer wesentlichen Umlagerung. Mit Fortpflanzung der Risse in alle Tragwerksbereiche nähern sich die Schnittgrößen wieder der linear-elastischen Berechnung an, da äquivalent zur Erstbelastung im System eine homogene Steifigkeitsverteilung herrscht. Eine zweite, jedoch oftmals umfassendere Phase der Schnittgrößenumlagerung wird durch das Fließen der Bewehrung im höchstbelasteten Bereich verursacht.

Beim Durchlaufträger liegen die Untersuchungsergebnisse nahe an den Erwartungen. Gemeinsam mit der plastischen Rotation kann auch der Umlagerungsgrad des Stützmomentes nach Gleichung 2.8 infolge abnehmendem Bewehrungsgrad gesteigert werden und beträgt schließlich 9.5 % für Typ ①, 14.0 % für Typ ② und 17.5 % für Typ ③.

Bei den Biegemomenten des Rahmens kommt es hingegen nur zu sehr geringen Umlagerungen. Ausschlaggebend dafür ist das Momentenverhältnis zwischen Stütz- und Feldbereich, das beim Rahmen mit 1.26 deutlich geringer ist als beim Durchlaufträger (1.84). Weiters liegt die plastische Bewehrungszone nicht am Maximum des Stützmomentes (vgl. Abs. 5.5.1.3). In Summe tritt deshalb nahezu gleichzeitig Fließen im Stielanschnitt, Riegelanschnitt sowie Feldbereich auf. Die Grundlage für eine großzügige Schnittgrößenumlagerung ist nicht gegeben, dennoch kann das Feldmoment des Rahmens im plastischen Bereich geringfügig gesteigert werden.

Die Differenz der Momente im Stiel- zu Riegelanschnitt zeigt sich in der Berechnung wesentlich geringer als nach linear-elastischer Berechnung angenommen.

Die Normalkraft im Rahmenstiel entspricht der Summe der einwirkenden Gleichlast und verhält sich wie erwartet unabhängig jeglicher Verformungsform.

Die Normalkraft im Rahmenriegel würde sich bei Betrachtung eines Stabmodells durch ein plastisches Gelenk am Rahmeneck reduzieren (vgl. Abb. 4.3). Die Abbildung als Scheibe führt jedoch zu einer Einspannung, wodurch sich eine Querschnittsverdrehung normalkraftsteigernd auswirkt. Die Ursache dieses Effektes liegt in der höheren Biegesteifigkeit des Rahmenstiels, der aufgrund seiner geringeren Beanspruchung ein höheres Lastniveau benötigt, um Zustand II (gerissen) bzw. III (plastisch) zu erreichen. Die an der Rahmenecke durch Krümmung hervorgerufene, horizontale Verschiebung wird vom Rahmenstiel nicht zugelassen, wodurch sich die Normalkraft im Riegel erhöht.

5.5.5 Plastische Rotation

Die Rotationen der Stützbereiche, wie in Abschnitt 5.4.5 dargestellt, werden in Bezug zum Stützmoment sowie zur Gleichlast dargestellt. Erstgenanntes wurde in Abschnitt 3.2 als Hauptaspekt definiert und kann im folgenden Abschnitt kontrolliert werden. Die Gleichlast hingegen wurde im Entwurfsprozess der beiden Systeme mit unterschiedlicher Größe angenommen.

5.5.5.1 Rotation zu Stützmoment

	Rotation in [mrad]			Moment in [MNm]			Typ	$\frac{M_{y,RA}}{M_{y,DLT}}$
	θ_y	θ_u	$\Delta\theta_{pl}$	M_y	M_u	ΔM_{pl}		
RA ①	19.41	21.68	2.27	3.55	3.59	0.04		
RA ②	17.81	24.09	6.28	2.78	2.88	0.10	①	1.21
RA ③	15.40	31.06	15.66	2.02	2.09	0.07	②	1.24
DLT ①	13.98	21.27	7.29	2.94	3.04	0.10	③	1.32
DLT ②	12.76	21.93	9.17	2.24	2.34	0.10		
DLT ③	10.06	24.33	14.27	1.53	1.66	0.13		

Tabelle 5.7: Charakteristische Punkte der M- θ -Beziehungen

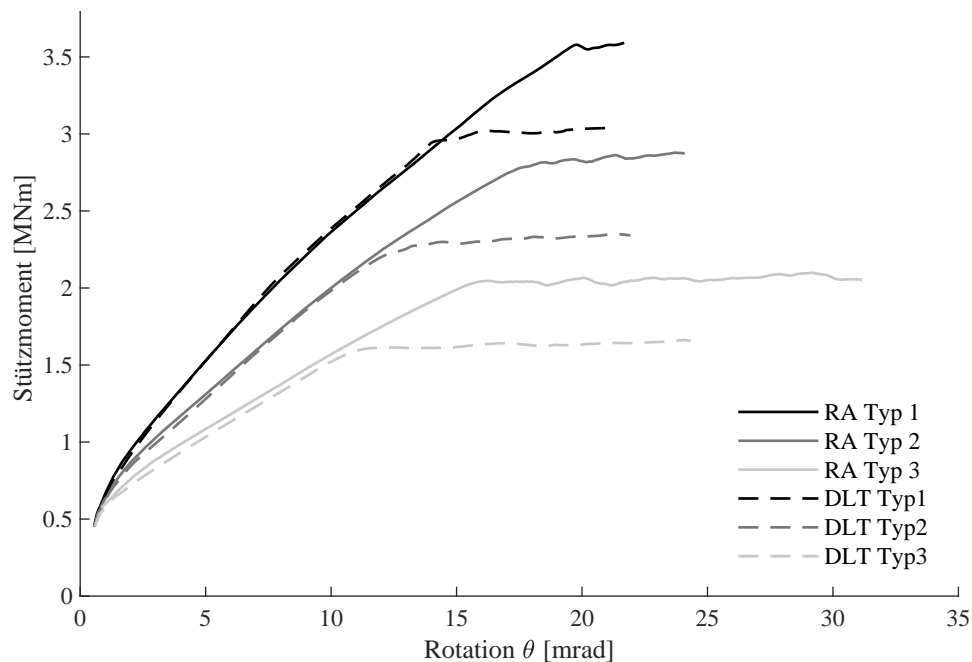


Abbildung 5.24: Momenten-Rotations-Diagramm

5.5.5.2 Rotation zu Gleichlast

	θ_y	θ_u	$\Delta\theta_{pl}$	q_y	q_u	Δq_{pl}	Typ	$\frac{q_{y,RA}}{q_{y,DLT}}$
RA ①	19.41	21.68	2.27	184.5	187.3	2.8	①	1.10
RA ②	17.81	24.09	6.28	144.3	148.6	4.3	②	1.10
RA ③	15.40	31.06	15.66	103.0	104.4	1.4	③	1.17
DLT ①	13.98	21.27	7.29	168.0	189.5	21.5		
DLT ②	12.76	21.93	9.17	131.0	153.5	22.5		
DLT ③	10.06	24.33	14.27	88.0	113.5	25.5		

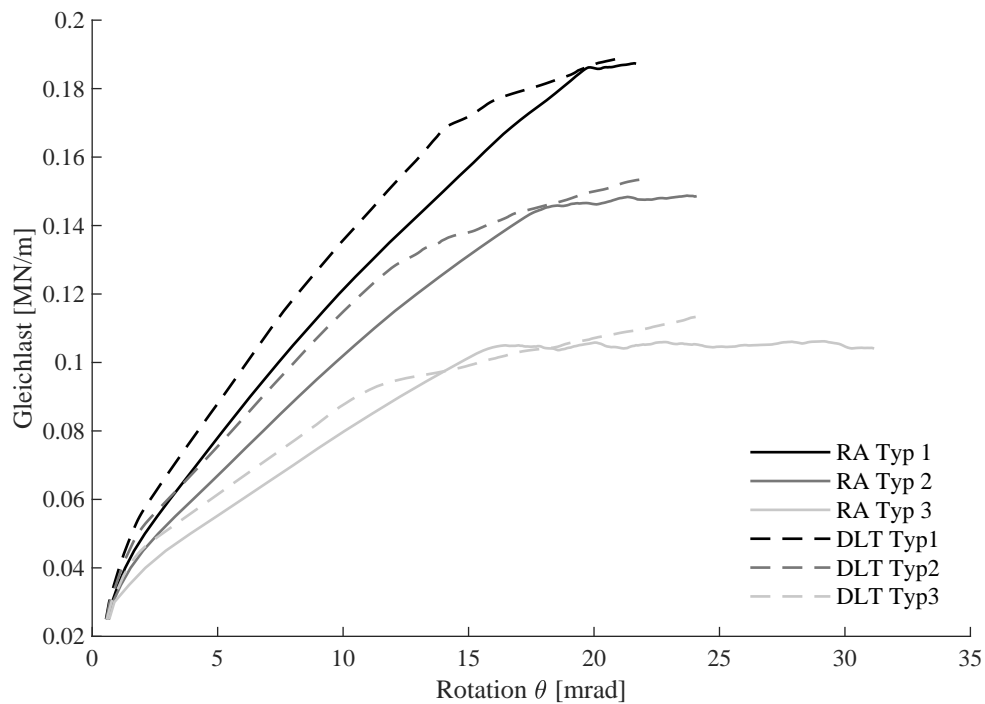
Tabelle 5.8: Charakteristische Punkte der q - θ -Beziehungen

Abbildung 5.25: Gleichlast-Rotations-Diagramm

5.5.5.3 Fazit

Die auftretenden plastischen Rotationen stimmen mit den Erwartungen sehr gut überein. Qualitativ ist bei beiden Systemen eine deutliche Zunahme bei abnehmendem Bewehrungsgrad erkennbar. Bei Querschnittstyp ③ stimmen diese sogar quantitativ überein. Bei den höher bewehrten Querschnitten erzielen die Durchlaufträger eine größere plastische Rotation.

Betrachtet man die zugehörigen Stützmomente in Abschnitt 5.5.5.1 (beim Rahmen wird das Moment im Riegelanschnitt verwendet), so zeigt Tabelle 5.7 rechts, dass die Fließmomente beim Rahmen je nach Typ um $\sim 20 \div 30\%$ höher liegen als beim Durchlaufträger. Die Traglast eines Querschnittes kann durch eine Drucknormalkraft der vorhandenen Größenordnung erheblich gesteigert werden. Die größer werdenden Traglaststeigerungen bei Typ ② und ③ resultieren wiederum aus der im plastischen Bereich wachsenden Riegelnormalkraft und verhalten sich quantitativ äquivalent dazu (siehe Tab. 5.6).

Betrachtet man die Rotations-Gleichlast-Beziehung aus Abschnitt 5.5.5.2, so kann trotz der unterschiedlichen Gleichlasten im Entwurfsprozess ($q_{DLT} = 120 \text{ kN/m}$ und $q_{RA} = 100 \text{ kN/m}$) aufgrund der momentensteigernden Normalkraft zum Fließzeitpunkt ein höheres Lastniveau erreicht werden, siehe Tabelle 5.8 rechts. Im plastischen Bereich stagniert die Lastebene beim Rahmen, während beim Durchlaufträger eine deutliche Laststeigerung erzielt werden kann.

6 Analyse und Zusammenfassung der Ergebnisse

Nachfolgend werden die in Kapitel 5 angeführten Ergebnisse der verschiedenen Ebenen (Material, Querschnitt, System) analysiert und zusammengefasst. Dabei treten einige sehr interessante Erkenntnisse auf, die vorab nicht zu erwarten waren.

6.1 Verhalten der Rahmenecke

In den Abbildungen 2.4 und 3.2 wurde bereits auf die Charakteristiken des Bauteils Rahmenecke hingewiesen, die sich vorrangig aus der auftretenden Diskontinuität ergeben. Das Verhalten der Rahmenecke nimmt in der vorliegenden Untersuchung wie erwartet eine zentrale Rolle ein. Nachfolgend werden die wesentlichen Phänomene und ihre Auswirkungen näher erläutert.

6.1.1 Einspanneffekt der Rahmenecke

Betrachtet man den Momentenverlauf des gesamten Rahmensystems nach linear-elastischer Berechnung (siehe Abs. 3.6.1), so beträgt das Verhältnis zwischen den Momentenmaxima im Rahmeneck, im Feld und an der Auflagereinspannung des Stiels

$$M_{\text{Eck}}/M_{\text{Feld}}/M_{\text{Einspann}} \approx 1.00 / 0.80 / 0.55.$$

Nach Durchführung der numerischen Untersuchungen wird festgestellt, dass die Umlagerung infolge gerissenem Zustand sowie die Ausbildung der plastischen Bereiche in den Anschnitten dazu führt, dass die Stahlspannungen im Rahmeneck und im Feldbereich bei ähnlichem Lastniveau die Fließgrenze erreichen. Im Gegensatz dazu erreicht die Bewehrung an der Auflagereinspannung des Rahmenstiels die Fließspannung auch bei Typ ③ nicht. In Summe liegt dadurch die Steifigkeit des Rahmenstiels höher als beim restlichen System. Eine durch die Querschnittskrümmung generierte horizontale Verschiebung der Rahmenecke wird durch den Rahmenstiel behindert. Als Resultat steigt die Normalkraft im Riegel an.

$$\bar{N} = \frac{N}{q \cdot L} \quad (6.1)$$

Tabelle 6.1 zeigt die normierten Normalkräfte nach Gleichung 6.1 für die Rahmensysteme zum Zeitpunkt des Versagens (vgl. Abb. 5.21 bis 5.23). Nach linear-elastischer Berechnung betragen diese 0.76 im Riegel und 1.00 im Stiel. Bei Typ ③ führt die größte Querschnittskrümmung (siehe Abb. 5.8) richtigerweise zum größten Anstieg der Riegelnormalkraft.

Typ	①	②	③
\bar{N}_{Riegel}	0.79	0.82	0.89
\bar{N}_{Stiel}	1.00	1.00	1.00

Tabelle 6.1: Normierte Normalkräfte des Rahmens im Versagensfall

6.1.2 Auswirkungen der Schnittkräfte

Abbildung 6.1 zeigt die Lage der Schnittkräfte am Rahmeneck anhand eines Scheibenmodells. Die allgemein gültigen Gleichgewichtsgleichungen $\Sigma F_V = 0$, $\Sigma F_H = 0$ und $\Sigma M_0 = 0$ führen zu den einfachen Zusammenhängen

$$N_{\text{Stiel}} = V_{\text{Riegel}}, \quad N_{\text{Riegel}} = V_{\text{Stiel}} \quad \text{und} \quad M_{\text{Stiel}} \approx M_{\text{Riegel}} \quad (6.2)$$

Bildet man nun die Momente in den Anschnitten (Punkte A und B), so zeigt sich folgender Einfluss der oben angeführten Kräftepaare:

- Steigt die Normalkraft im Riegel (N_{Riegel}) an, so wird das Moment im Riegelanschnitt (M_A) gesteigert, während das Moment im Stielanschnitt (M_B) abnimmt.
- Die Normalkraft im Stiel (N_{Stiel}) hat folglich gegensätzliche Auswirkungen, wobei diese im Verhältnis zur Gleichlast konstant bleibt und in keinster Weise von den auftretenden Verformungen abhängt.

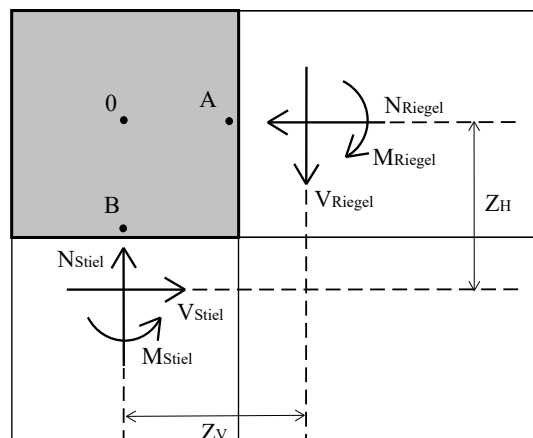


Abbildung 6.1: Schnittkräfte am Rahmeneck als Scheibenmodell

Tabelle 6.2 stellt das Verhältnis des Moments im Riegelanschnitt des Rahmens zu jenem im Stützbereich des Durchlaufträgers dar. Der erkennbare Anstieg des Rahmenriegelmomentes verhält sich nahezu ident zur Normalkraftsteigerung in Tabelle 5.6. Der Einfluss der Normalkraft auf das Biegemoment im Riegelanschnitt ist somit bestätigt.

Typ	①	②	③
$M_{y,Rie}/M_{y,Stütz}$	1.21	1.24	1.32

Tabelle 6.2: Maximal erreichbare Momente im Riegelanschnitt im Verhältnis zum Stützbereich des Durchlaufträgers

6.1.3 Auswirkungen des Schubeinflusses

Der Schubanteil der plastischen Rotation wird durch die Gleichungen 2.18 und 2.19 beschrieben. Die dadurch generierte zusätzliche Stahldehnung $\Delta\varepsilon_s$ hängt neben dem für alle Typen äquivalenten, bilinear verlaufenden E-Modul des Stahls von der einwirkenden Querkraft, der Bewehrungsfläche sowie dem Druckstrebenwinkel ab, deren qualitatives Verhalten in Tabelle 6.3 beschrieben ist. Die deutlich geringere Bewehrungsfläche bei Typ ③ im Vergleich zu ① und ② vergrößert den Schubanteil erheblich. Weiters führt eine im plastischen Bereich steigende Normalkraft des Rahmenriegels zu einem flacheren Druckstrebenwinkel und dieser wiederum zur Zunahme des Schubanteiles. Die normierte Querkrafteinwirkung im Riegelanschnitt nach Glg. 6.3 bleibt hingegen konstant.

$$\bar{V}_{\text{Riegel}} = \bar{N}_{\text{Stiel}} = \frac{N_{\text{Stiel}}}{q \cdot L} \quad (6.3)$$

Typ	①	②	③
\bar{V}_{Riegel} [-]	1.00	1.00	1.00
Druckstrebenwinkel	$\beta_{\text{Rie},1}$	$> \beta_{\text{Rie},2}$	$> \beta_{\text{Rie},3}$
Bewehrungsfläche	$A_{s,1}$	$\gg A_{s,2}$	$\gg A_{s,3}$

Tabelle 6.3: Einflüsse auf den plastischen Schubanteil

Trotz des weitaus höheren Lastniveaus bei Typ ① steigt der Schubanteil der plastischen Rotation bei Abnahme des Bewehrungsgrades deutlicher an und führt zu einer zusätzlichen und wesentlichen Dehnung beider Materialien.

6.1.4 Lage des Versagensbereiches

Die Erkenntnisse aus Abschnitt 6.1.1 bis 6.1.3 sind zusammengefasst wie folgt:

- Eine Querschnittsverkrümmung im Rahmeneck führt zum Anstieg der Normalkraft im Riegel
- Eine steigende Normalkraft im Riegel führt zu einem höheren Biegemoment im Riegelanschnitt als im Stielanschnitt
- Der Schubanteil der plastischen Rotation ist im Riegelanschnitt größer als im Stielanschnitt, sowie bei Typ ③ größer als bei Typ ① und ②

Basierend auf den Schnittgrößen aus linear-elastischer Berechnung bestimmen diese drei Faktoren die Lage des maximal beanspruchten Querschnittes, der schlussendlich den Versagensbereich darstellt. Während bei Typ ① Versagen im Stielanschnitt der Rahmenecke auftritt, kommt es bei kleinerem Bewehrungsgrad zur Verlagerung in den Riegelanschnitt.

Tabelle 6.4 zeigt die Materialdehnungen in beiden Anschnitten. Man erkennt im Riegelanschnitt eine zunehmende Betonstauchung, während sich diese im Stielanschnitt reduziert. Bei allen drei Typen tritt Betondruckversagen ein, die Stelle ist mit * gekennzeichnet. Die Stahldehnungen steigen in beiden Anschnitten an, die Zunahme ist im Riegelanschnitt jedoch deutlich größer.

in [% ₀₀]	Typ ①		Typ ②		Typ ③
$\varepsilon_{c,Rie}$	6.8	<	7.0*	=	7.0*
$\varepsilon_{s,Rie}$	3.6	≪	16.6	≪	29.9
$\varepsilon_{c,Stie}$	7.0*	>	5.9	>	4.7
$\varepsilon_{s,Stie}$	7.9	<	13.9	<	21.5

Tabelle 6.4: Materialdehnungen im Versagensfall beim Rahmen

6.2 Umlagerungsvermögen

Der Vorgang einer Schnittgrößenumlagerung wird durch die in Abschnitt 2.6 vorgestellten Parameter Umlagerungsfaktor und Umlagerungsgrad quantifiziert. Weiters kann die Schubschlankheit hinzugezogen werden, die hier aufgrund der konstanten statischen Nutzhöhe d lediglich eine Lageänderung des Momentennullpunktes beschreibt.

Die auftretenden Umlagerungsfaktoren und -grade können zwischen den beiden Systemen nur bedingt verglichen werden, da sich das Momentenverhältnis nach linear-elastischer Berechnung deutlich unterscheidet und beim Durchlaufträger zum Fließzeitpunkt Tragwerksteile mit wesentlich höherer Steifigkeit zur Verfügung stehen (vgl. Tab. 3.6).

6.2.1 Umlagerungsfaktor im Stützbereich

Tabelle 6.5 zeigt die Umlagerung beider Systeme, berechnet mit den Stützmomenten. Ein kleiner Umlagerungsfaktor δ bedeutet im Stützbereich eine höhere Reduktion des Biegemomentes und somit eine weitreichendere Umlagerung.

Beim Durchlaufträger zeigt sich bei geringem Bewehrungsgrad eine deutliche Abnahme des tatsächlichen Stützmomentes in Bezug zum linear-elastischen Moment. Eine Umlagerung von bereits 10 % bei Typ ① kann auf nahezu 20 % bei Typ ③ gesteigert werden und erfüllt somit die Erwartungen. Die Größenordnung wird in Abschnitt 6.4 diskutiert.

Beim Rahmensystem tritt unerwarteterweise gegensätzliches Verhalten auf. So fällt die Umlagerung mit maximal 4.2 % (Stielanschnitt Typ ①) allgemein sehr gering aus und ist weiters bei hohen Bewehrungsgraden minimal größer. Typ ③ weist im Riegelanschnitt schlussendlich keine Umlagerung mehr auf.

In Abschnitt 5.4.4 wurde bereits über die fehlerhafte Auswertung der Biegemomente im Diskontinuitätsbereich der Rahmenecke diskutiert, sodass hier ein Auswertungsfehler vermutet wird und somit keine Aussage möglich ist.

δ [-]	①		②		③
$\delta_{\text{Durchlaufträger}}$	0.905	>	0.860	>	0.825
$\delta_{\text{Rahmenriegel}}$	0.967	\lesssim	0.980	\lesssim	1.000
$\delta_{\text{Rahmenstiel}}$	0.958	\lesssim	0.966	\lesssim	0.981

Tabelle 6.5: Umlagerungsfaktor δ zum Versagenszeitpunkt berechnet mit $M_{\text{Stütz}}$ bzw. M_{Riegel}

6.2.2 Schubschlankheit

Tabelle 6.6 stellt die Schubschlankheiten zum Versagenszeitpunkt dar. Bei beiden Systemen beträgt die Schubschlankheit nach linear-elastischer Berechnung $\lambda_q = 4.25$.

Die Änderung der Schubschlankheit stimmt mit den in Tabelle 6.5 gezeigten Umlagerungsfaktoren gänzlich überein.

λ_q [-]	①		②		③
$\lambda_{q,\text{Durchlaufträger}}$	3.85	>	3.55	>	3.39
$\lambda_{q,\text{Rahmenriegel}}$	4.12	\lesssim	4.18	\lesssim	4.24

Tabelle 6.6: Schubschlankheiten im Versagensfall

6.2.3 Umlagerungsfaktor im Feldbereich

Ergänzend zu den in Tabelle 6.6 gezeigten Umlagerungsfaktoren der Stützbereiche werden aufgrund der nicht aussagekräftigen Ergebnisse des Rahmens in Tabelle 6.7 die Umlagerungsfaktoren der Feldbereiche dargestellt.

Beim Durchlaufträger kann das Feldmoment gesteigert werden und die absolute Momentenzunahme im Feldbereich deckt sich nahezu mit der absoluten Momentenreduktion im Stützbereich.

Beim Rahmen zeigt sich ein Anstieg von 7% der Feldmomente aller Typen. Betrachtet man die normierten Schnittgrößenverläufe in Abschnitt 5.5.4.2, so erkennt man die konstante Zunahme der Feldmomente im gerissenen sowie plastischen Zustand.

Das Rahmensystem erfüllt bei allen drei Querschnittstypen die allgemeinen Erwartungen an eine Schnittgrößenumlagerung nicht, da sich keine korrekte Abhängigkeit zum Bewehrungsgrad erkennen lässt. Grund dafür ist einerseits das Verhältnis der Momentenmaxima, das mit 1.26 beim Rahmen deutlich niedriger ist als beim Durchlaufträger mit 1.84. Andererseits formen sich die plastischen Bereiche der Rahmenecke in geringem Abstand zum Anschnitt, und dadurch unter geringerer Momentenbelastung aus (vgl. Abs. 5.5.1.3 und 5.5.4.4).

$\lambda_q [-]$	①		②		③
$\lambda_{q,\text{Durchlaufträger}}$	1.15	<	1.25	<	1.33
$\lambda_{q,\text{Rahmenriegel}}$	1.07	=	1.07	=	1.07

Tabelle 6.7: Umlagerungsfaktor δ zum Versagenszeitpunkt berechnet mit M_{Feld}

6.3 Plastische Rotation

Tabelle 6.8 zeigt die plastischen Rotationen, die definitionsgemäß zwischen Fließ- und Versagenszeitpunkt auftreten. Diese wurden mithilfe des geometrischen Ansatzes (siehe Abs. 2.2) im Bereich $\pm 3.00\text{ m}$ vom Auflager bzw. von der Rahmenecke bestimmt. Es lässt sich bei beiden Systemen qualitativ eine deutliche Steigerung bei Abnahme des Bewehrungsgrades erkennen. Auffällig ist die quantitative Übereinstimmung der plastischen Rotation bei Typ ③ mit $\sim 15\text{ mrad}$, die so nicht erwartet wurde. Bei höherem Bewehrungsgrad liefert das Durchlaufträgersystem größere Rotationen, die bei Typ ② $\sim 150\%$ und bei Typ ① $\sim 300\%$ der plastischen Rotation des Rahmens betragen.

Im Gegensatz zur Schnittgrößenumlagerung erfüllt die plastische Rotation in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades die allgemeinen Erwartungen gänzlich.

θ [mrad]	①		②		③
Durchlaufträger	7.29	<	9.17	<	14.27
Rahmen	2.27	<	6.28	<	15.66

Tabelle 6.8: Plastische Rotation im Vergleich

6.4 Vergleich mit der händischen Berechnung nach Norm

Nachfolgend wird ein Vergleich der Ergebnisse der vereinfachten Berechnung aus Kapitel 4 mit den Ergebnissen der numerischen Untersuchung aus Kapitel 5 hergestellt. Es sei vorab erwähnt, dass hier verschiedene Berechnungsmethoden, basierend auf unterschiedlichen Annahmen, verglichen werden.

6.4.1 Schnittgrößenumlagerung

In Tabelle 4.6 wurde die Berechnung der maximalen Umlagerungsfaktoren nach Norm durchgeführt. Die in Abhängigkeit der bezogenen Druckzonenhöhe berechneten Werte liegen unter den Grenzwerten der Norm und diese wiederum unter der vom System maximal zulässigen Umlagerung. Für die vorliegenden Systeme und Querschnitte wird die Umlagerung nach Gleichung 4.5 deutlich überschätzt. Es sei angemerkt, dass diese Methode aus [EN1992-1-1, 2015] bei Rahmensystemen eigentlich nicht angewendet werden darf. Nach [DAfStb, 2012] ist es wiederum erlaubt.

$$\delta = \frac{M_{\text{vorh}}}{M_{\text{el}}} \quad (6.4)$$

Tabelle 6.9 zeigt den Vergleich der Umlagerungsfaktoren der vereinfachten, händischen Berechnung nach Norm (Kap. 4) mit den der numerischen Untersuchung (Kap. 5).

Beim Durchlaufträger zeigt sich, dass die Handrechnung die Umlagerungskapazitäten überschätzt. Berücksichtigt man, dass ein Umlagerungsgrad von $\delta = 0.77$ idente Biegemomente in Stütz- und Feldbereich bedeuten würde, so ist $\delta = 0.83$ ein ausgezeichneter Wert. Die Regelung aus [EN1992-2, 2012], für Vollplattensysteme den Grenzwert von 0.70 anstelle von 0.85 für allgemeine Brücken zu verwenden, ist für den vorliegenden Fall ungerechtfertigt und zu hinterfragen.

Beim Rahmen sind die Umlagerungswerte aus der numerischen Untersuchung kritisch zu sehen (siehe Abs. 6.2.1), was vorrangig der Momentenauswertung geschuldet ist. Der Grenzwert aus [DAfStb, 2012] von $\delta = 0.90$ und die systembedingte, maximal zulässige Umlagerung von $\delta = 0.91$ stimmen gut überein. Die Ergebnisse bei Anwendung von Gleichung 4.5 liegen deutlich unterhalb der Grenzwerte.

Durchlaufträger					Rahmen				
δ für $M_{\text{Stütz}}$ [-]	Typ	①	②	③	δ für $M_{\text{Stütz}}$ [-]	Typ	①	②	③
aus Tab. 4.6		0.77	0.77	0.77	aus Tab. 4.6		0.91	0.91	0.91
numerische U.		0.91	0.86	0.83	numerische U.		0.96	0.98	1.00

Tabelle 6.9: Vergleich der Umlagerungsfaktoren der Stützbereiche

6.4.2 Plastische Rotation

Ein Vergleich zwischen der Rotation aus Abschnitt 4.3.3.1 mit jener der numerischen Untersuchung ist nicht zielführend. Grund dafür ist einerseits die unterschiedliche Einflusslänge von ± 0.48 zu ± 3.00 m und andererseits die angewandte Methodik (Tangente bzw. Sekante der Biegelinie, siehe Abs. 2.2). Um dennoch einen Vergleich herbeizuführen, wird analog zu Abschnitt 4.3.3.1 die Rotation vereinfacht über die Länge ± 3.00 m bestimmt, der elastische Anteil wird subtrahiert. Tabelle 6.10 zeigt die Ergebnisse.

Beim Durchlaufträger treten ähnliche Ergebnisse auf, sodass die unterschiedlichen Bestimmungsmethoden keine schwerwiegenden Auswirkungen haben können. Beim Rahmen lässt sich zwischen vereinfachter und numerischer Berechnung eine konstant bleibende Differenz von ~ 20 mrad erkennen. Dies ist der Annahme eines konstanten Momentenplateaus mit voller plastischer Krümmung nach Ansatz von Kordina (siehe Abb. 3.2) geschuldet. Die Länge des maximalen Momentes wird weit überschätzt und wirkt sich in Folge deutlich auf die Rotation aus.

Ein quantitativer Vergleich zwischen der Rotationsberechnung nach Norm sowie jener im Zuge der Untersuchung ist beim Rahmen mit Sicherheit nicht gegeben. Qualitativ zeigt sich jedoch eine konstante Zunahme beider Berechnungsmethoden.

Durchlaufträger					Rahmen				
θ [mrad]	Typ	①	②	③	θ [mrad]	Typ	①	②	③
händisch, vereinfacht		8.1	9.6	13.6	händisch, vereinfacht		22.9	26.3	35.5
numerische U.		7.3	9.2	14.3	numerische U.		2.3	6.3	15.7
Δ		0.8	0.4	-0.7	Δ		20.6	20.0	19.8

Tabelle 6.10: Vergleich der plastischen Rotation der numerischen Untersuchung mit Berechnung nach Norm

7 Schlussfolgerung und Ausblick

Die numerischen Berechnungen liefern sowohl beim Durchlaufträger als auch beim Rahmen stabile Last-Verformungs-Pfade und in weiterer Folge aussagekräftige Ergebnisse. Bei sämtlichen Untersuchungen erreicht die Stahlspannung in den Bewehrungsstäben zumindest im Stützbereich die Fließgrenze und verursacht dadurch plastische Verformungen. Großen Einfluss darauf hat das verwendete und modifizierte Betonmodell, dessen plastisches Nachbruchverhalten unter Druckbeanspruchung frühzeitiges Tragwerksversagen verhindert.

Mit den Ergebnissen der numerischen Untersuchung kann dem vorliegenden Rahmensystem bei einem mechanischen Bewehrungsgrad nahe dem optimalen, mechanischen Bewehrungsgrad ein sehr gutes Verformungsverhalten, ähnlich jenem bei Durchlaufträgern, attestiert werden. Bei höheren Bewehrungsgraden zeigt der Durchlaufträger eine bessere Verformungsfähigkeit.

Eine Quantifizierung des Umlagerungsvermögens des Rahmens anhand der Reduktion des Eckmomentes ist hier nicht zielführend, da die Diskontinuität zu einer hohen Ungenauigkeit in der Momentenbestimmung führt. Bei Betrachtung des Biegemomentes im Feld lässt sich unabhängig vom Bewehrungsgrad eine gesamte Umlagerung von 7 % erkennen. Bei einem hohen Bewehrungsgrad wird der Großteil dieser Umlagerung bereits im gerissenen Zustand generiert, bei niedrigem Bewehrungsgrad hingegen im plastischen Zustand.

Das Durchlaufträgersystem zeigt wie erwartet eine deutliche Umlagerung der Schnittgrößen nach Ausbildung eines plastischen Gelenks im Stützbereich. Die absolute Momentenänderung ist dabei im Stütz- und Feldbereich ähnlich groß. Im Stützbereich beträgt die relative Umlagerung je nach Bewehrungsgrad 10-20 % des linear-elastischen Moments.

In der getätigten Untersuchung wurden die Stütz- und Feldbereiche ident und somit vom Momentenverlauf unabhängig bewehrt. Eine Variation der Feldbewehrung würde die Steifigkeitsverhältnisse ändern und sich dadurch auf das Umlagerungsvermögen beider Systeme auswirken.

Rahmen- und Durchlaufträgersysteme werden auch in Zukunft die gängigsten Lösungen im Brückenbau darstellen. Hinzu kommt der steigende Trend, Brückenbauwerke aus Stahlbeton in Integralbauweise herzustellen. Um das gesamtheitliche Verständnis hinsichtlich des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetonbauteilen zu stärken, sind deshalb auch im Bereich der Plastizität weitere Forschungsaktivitäten erforderlich. Am Institut für Betonbau der Technischen Universität Graz wurden hierzu bereits die nächsten Forschungsprojekte im Bereich des konstruktiven Stahlbetonbaus gestartet.

Literaturverzeichnis

- [Akkermann & Eibl, 2002] Akkermann, Jan, & Eibl, Josef. 2002. *Rotationsfähigkeit von Rahmenecken*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag GmbH.
- [Cervenka *et al.*, 2018] Cervenka, Vladimir, Jendele, Libor, & Cervenka, Jan. 2018 (Jan.). *ATENA Program Documentation Part 1: Theory*.
- [DAfStb, 2012] DAfStb. 2012. *Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2)*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag GmbH.
- [EN1992-1-1, 2015] EN1992-1-1. 2015 (Feb.). *Eurocode 2 Basisdokument, ÖNORM EN 1992-1-1, Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*.
- [EN1992-2, 2012] EN1992-2. 2012 (Mar.). *Eurocode 2 Basisdokument, ÖNORM EN 1992-2, Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 2: Betonbrücken - Bemessungs- und Konstruktionsregeln*.
- [Illich, 2015] Illich, Günther Werner. 2015. *Ein Beitrag zur allgemeinen Beschreibung des Tragverhaltens von schlanken Betondruckgliedern*. Ph.D. thesis, Technische Universität Graz.
- [König & Tue, 2003] König, Gert, & Tue, Nguyen Viet. 2003. *Grundlagen des Stahlbetonbaus*. Springer Vieweg.
- [König *et al.*, 1999] König, Gert, Pommerening, Dieter, & Tue, Nguyen Viet. 1999. *Nichtlineares Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen, Verformungsvermögen und Schnittgrößenermittlung*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag GmbH.
- [MC10, 2013] MC10. 2013. *fib Model Code for Concrete Structures 2010*.
- [MC90, 1993] MC90. 1993. *CEB-FIP Model Code 1990*.
- [ÖN1992-1-1, 2018] ÖN1992-1-1. 2018. *Eurocode 2 mit nationalem Anhang Österreich, ÖNORM B 1992-1-1, Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*.
- [ÖN1992-2, 2014] ÖN1992-2. 2014 (Sept.). *Eurocode 2 mit nationalem Anhang Österreich, ÖNORM B 1992-2, Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 2: Betonbrücken - Bemessungs- und Konstruktionsregeln*.
- [Zilch & Zehetmaier, 2006] Zilch, Konrad, & Zehetmaier, Gerhard. 2006. *Bemessung im konstruktiven Betonbau*. Springer.