

Anna-Maria Loitzenbauer, BSc.

Experimentelle Untersuchungen zum Rotationsvermögen von Stahlbetonbalken mit hochfester Bewehrung

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieurin

Masterstudium Bauingenieurwissenschaften - Konstruktiver Ingenieurbau

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue Institut für Betonbau

Priv.-Doz. Dipl.-Ing. Dr.techn. Bernhard Freytag Labor für Konstruktiven Ingenieurbau

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG AFFIDAVIT

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.

Datum / Date	Unterschrift / Signature

Danksagung

Ich bedanke mich bei meinen Betreuern Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue vom Institut für Betonbau der Technischen Universität Graz und Herrn Priv.-Doz. Dipl.-Ing. Dr.techn. Bernhard Freytag vom Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Graz für die nette und ausgezeichnete Betreuung während der Arbeit. Weiterhin danke ich den Mitarbeitern des Labors für Konstruktiven Ingenieurbau, wobei ich Herrn Dipl.Ing. BSc Valentino Sliskovic und Herrn Amtsdirektor Ing. Uwe Fülöp für die freundliche Unterstützung bei den Versuchen und der Auswertung stellvertretend erwähnen möchte.

Bei meinen Studienkollegen und Freunden möchte ich mich für eine unvergessliche Studienzeit bedanken. Ein besonderer Dank gilt meinen Eltern, Reinhard und Regina, die mir mein Studium ermöglicht und mich in all meinen Entscheidungen bis jetzt unterstützt haben. Herzlich bedanken möchte ich mich auch bei meinem Freund Sebastian, der mich während des Studiums immer wieder ermutigt hat und mir zur Seite gestanden ist.

Kurzfassung

Hochfester Bewehrungsstahl zeichnet sich durch eine höhere Fließgrenze und eine höhere Zugfestigkeit als herkömmliche Bewehrung aus. Der Einsatz von hochfesten Bewehrungsstählen ermöglicht schlankere Bauteile und damit eine ressourceneffiziente Bauweise sowie eine bessere Betonierbarkeit durch die geringere Bewehrungskonzentration.

Neben hochfesten Druckgliedern sollen in Zukunft auch biegebeanspruchte Stahlbetonbauteile zum Anwendungsgebiet zählen. Im Rahmen einiger Forschungsarbeiten wurde in der Vergangenheit bereits das Verbundverhalten und in weiterer Folge die Rissentwicklung von Biegebauteilen mit hochfester Bewehrung analysiert.

Um die Grundlagen für die Verwendung von hochfester Bewehrung in Biegebauteilen weiter zu untersuchen, wird im Zuge dieser Masterarbeit die plastische Rotationsfähigkeit analysiert. Für die Bestimmung der Rotationsfähigkeit von Biegebalken mit hochfester Bewehrung werden im Rahmen dieser Arbeit 3-Punkt Biegeversuche durchgeführt. Zentrische Zugversuche an so genannten Dehnkörpern werden zum Vergleich der effektiven Zugzone der Biegebalken geprüft. Als Referenz wird jeweils eine Serie mit herkömmlicher Bewehrung getestet.

Aufbauend auf den Untersuchungen zur Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen anhand der Dehnkörperversuche wird ein Verfahren entwickelt mit dem das Fließniveau der Ergebnisse der Biegeversuche unabhängig von der dazugehörigen Stahlarbeitslinie bestimmt werden kann.

Die Versuchsergebnisse zeigen, dass die Rotationsfähigkeit von den Balken mit hochfester Bewehrung im Bereich der Rotationsfähigkeit von Balken mit normalfester Bewehrung liegt.

Abstract

High-strength reinforcement is characterised by a higher yield strength and a higher axial tensile strength than conventional reinforcement. Using high-strength reinforcement steels enables slimmer construction components and thus a resource-efficient construction method as well as better concreting properties due to the lower reinforcement concentration.

In addition to high-strength compression members, reinforced concrete components subject to bending stress will also be part of the area of application in the future. Within the scope of some research work, the bond behaviour and subsequently the crack development of bending componets with high-strength reinforcement have already been analysed in the past.

In order to further investigate the fundamentals for the use of high-strength reinforcement in bending components, the plastic rotational capacity is analyzed in the course of this master's thesis. For the determination of the rotational capacity of bending beams with high-strength reinforcement, 3-point bending tests are carried out within the scope of this paper. Axial tensile tests are used to compare the effective tensile zone of the bending beams. As a reference one series with conventional reinforcement is testet.

Based on the investigations of the cooporation of the concrete between the cracks on the basis of the tensile tests, a method is developed with which the yielding point of the results of the bending tests can be determined independenty of the corresponding tensile test diagram.

The test results show that the rotational capacity of beams reinforced with conventional reinforcement is in the range of the rotational capacity of beams reinforced with high-strength reinforcement

Inhaltsverzeichnis

1	Einl	eitung		1
	1.1	Ausga	ngslage und Motivation	1
		1.1.1	Definition hochfeste Bewehrung	1
		1.1.2	Anwendung von hochfester Bewehrung	3
		1.1.3	Stand der Forschung	6
	1.2	Aufga	benstellung und Zielsetzung	7
2	Gru	ndlager	1	g
	2.1	Schnit	etgrößenumlagerung	Ć
		2.1.1	Definition Schnittgrößenumlagerung	11
		2.1.2	Phasen der Schnittgrößenumlagerung	12
	2.2	Rotati	ionsfähigkeit	13
		2.2.1	Einflüsse auf die Rotationsfähigkeit	13
		2.2.2	Definition der plastischen Rotation	18
		2.2.3	Biegeanteil der plastischen Rotation	21
		2.2.4	Schubanteil der plastischen Rotation	22
		2.2.5	Ermittlung der plastischen Rotation nach Eurocode 2	24
		2.2.6	Versuche zur Rotationsfähigkeit	27
	2.3	Rissm	echanische Zusammenhänge des Stahlbetons	29
		2.3.1	Last-Verformungs-Verhalten eines Stahlbetonzugstabs	29
		2.3.2	Modell zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons in einem	
			Stahlbetonzugstab	37
		2.3.3	Die effektive Betonzugzone	36
3	Vers	suchspr	rogramm	41
	3.1	Zugsta	abversuch	41
		3.1.1	Konzept und Zielsetzung	41
		3.1.2	Versuchskörperherstellung	
		3.1.3	Versuchsaufbau	46
		3.1.4	Messtechnik	49
	3.2	3-Pun	kt-Biegeversuch	53
		3.2.1	Konzept und Zielsetzung	53
		3.2.2	Versuchskörper	54
		3.2.3	Versuchsaufbau	
		3 2 4	Messtechnik	60

	wertung		64
4.1	Beweh	rung	. 64
4.2	Zugsta	abversuch	. 65
	4.2.1	Rissentwicklung	. 65
	4.2.2	Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen	. 68
	4.2.3	Ermittlung der Fließgrenze	. 71
4.3	3-Pun	kt-Biegeversuch	. 74
	4.3.1	Rissentwicklung und Versagensart	. 75
	4.3.2	Methode zur Auswertung der Dehnungsmessungen (Momenten-Dehnun	ıgs-
		Diagramme)	. 79
	4.3.3	Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen	. 84
	4.3.4	Ermittlung des Fließmomentes	. 86
	4.3.5	Ermittlung des Bruchmomentes für die Berechnung der Rotationsfä-	
		higkeit	. 87
	4.3.6	Ermittlung der Stahldehnung bei Mu	. 88
	4.3.7	Nachrechnung	. 91
	4.3.8	Ermittlung der Rotationsfähigkeit	. 94
Disk	cussion	der Ergebnisse	106
Zusa	ammen	fassung und Ausblick	114
Ges	ammelt	e Versuchsergebnisse	115
7.1	Zugsta	abversuch	. 115
	7.1.1	Übersicht der Ergebnisse	. 115
7.2	3-Pun	kt-Biegeversuch	. 138
	7.2.1	Übersicht der Ergebnisse	. 138
	7.2.2	Dehnungsmessungen für My und Mu	. 153
Anh	ang		163
	4.2 4.3 Disk Zusa 7.1 7.2	4.2 Zugsta 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.3 3-Pun 4.3.1 4.3.2 4.3.3 4.3.4 4.3.5 4.3.6 4.3.7 4.3.8 Diskussion Zusammen Gesammelt 7.1 Zugsta 7.1.1 7.2 3-Pun 7.2.1	4.2 Zugstabversuch 4.2.1 Rissentwicklung . 4.2.2 Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen 4.2.3 Ermittlung der Fließgrenze 4.3 3-Punkt-Biegeversuch 4.3.1 Rissentwicklung und Versagensart 4.3.2 Methode zur Auswertung der Dehnungsmessungen (Momenten-Dehnun Diagramme) 4.3.3 Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen 4.3.4 Ermittlung des Fließmomentes 4.3.5 Ermittlung des Bruchmomentes für die Berechnung der Rotationsfähigkeit 4.3.6 Ermittlung der Stahldehnung bei Mu 4.3.7 Nachrechnung 4.3.8 Ermittlung der Rotationsfähigkeit Diskussion der Ergebnisse Zusammenfassung und Ausblick Gesammelte Versuchsergebnisse 7.1 Zugstabversuch 7.1.1 Übersicht der Ergebnisse 7.2 3-Punkt-Biegeversuch 7.2.1 Übersicht der Ergebnisse 7.2.2 Dehnungsmessungen für My und Mu

Abbildungsverzeichnis

1.1	Begriffsdefinition hochfeste Bewehrung nach [36]	2
1.2	Bewehrungsstäbe \oslash 25, S 670 (oben) und B 500 B (unten) aus [1]	3
1.3	Querschnittsreduktion durch Einsatz des S 670 und der Erhöhung des	
	Bewehrungsgrades bei gleicher Tragfähigkeit im Stoßbereich aus [16]	4
1.4	Querschnitte der Beispielträger für Abb. 1.5 nach [1]	5
1.5	Vergleich von Tragfähigkeit, erforderlicher Bewehrung und Biegesteifigkeiten	
	nach [1]	6
2.1	Biegelinie und Momentenverlauf eines Einfeldträgers nach [25]	10
2.2	Biegelinie und Momentenverlauf eines Zweifeldträgers nach [25]	10
2.3	Verdrehfähigkeit in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad nach [15]	14
2.4	Verschiedene Definitionen zur Bestimmung der Rotationsanteile sowie der	
	plastischen Ersatzlänge nach [20]	19
2.5	Modell zur Ermittlung der plastischen Rotation nach [25]	20
2.6	Biegerissgelenk (oben) und Schubrissgelenk (unten) nach Bachmann [3]	21
2.7	Verkrümmung und plastische Rotation für den Stützbereich, abgebildet	
	durch Einfeldträger und Einzellast nach [23]	22
2.8	Anteil der plastischen Rotation infolge Schrägrissbildung (Versatzmaß bei	
	Biege-Schub-Beanspruchung) nach [23]	24
2.9	Grundwert der zulässigen plastischen Rotation von Stahlbetonquerschnitten	
	für Bewehrungsklassen B und C aus dem Eurocode [32]	26
2.10	Plastische Verdrehfähigkeit in Abhängigkeit von der bezogenen Druckzo-	
	nenhöhe nach [37]	28
2.11	Last-Verformungs-Verhalten eines Stahlbetonzugstabes nach $[28]$ bei Verformung	S-
	steigerung	30
2.12	Dehnungsverlauf am Einzelriss nach [28]	32
2.13	Qualitativer Spannungs-, Verschiebungs- und Verbundspannungsverlauf zwi-	
	schen zwei Rissen nach [24]	33
2.14	Dehnungsverlauf am Riss bei abgeschlossener Rissbildung nach [28]	35
2.15	Bestimmung der mittleren Stahldehnung nach [28]	36
2.16	Zusammenhang zwischen Spannungen und mittleren Dehnungen nach $\left[40\right]$.	38
2.17	Primär- und Sekundärrisse nach [25]	39
3.1	Konzept der Dehnkörperversuche	42
3.2	Schalung mit eingelegter Bewehrung	43
3.3	Ausbreitversuch	44
3 4	Probekörner	44

3.5	Versuchsaufbau Dehnkörper mit hochfester Bewehrung	47
3.6	Details Versuchsaufbau Dehnkörper mit hochfester Bewehrung	47
3.7	Details Versuchsaufbau Dehnkörper mit normalfester Bewehrung	48
3.8	Belastungsgeschichte beim Dehnkörperversuch	49
3.9	Befestigung des Tauchankers unten (links) und oben (rechts)	51
3.10	Befestigung DD1 zur Rissbreitenaufzeichnung	51
3.11	Messanordnung	52
3.12	Anordnung der Messtechnik am Versuch 1-1	52
3.13	Bewehrung Beispiel Biegebalken	56
3.14	Versuchsaufbau 3-Punkt Biegeversuch	57
3.15	Lagerung (links) und Lasteinleitung (rechts	58
3.16	Verbogenes Profil beim ersten Versuch B-0-1	58
3.17	Diagramm Kraft-Zylinderweg vom Versuchskörper 1-1	59
3.18	Anordnung der Messtechnik vorne (Ansicht)	60
3.19	Anordnung der Messtechnik hinten (Ansicht)	61
3.20	Anordnung der Messtechnik oben (Grundriss)	61
3.21	Befestigung von den DD1 und den Wegaufnehmer am Versuchskörper $$	63
4 1		C
4.1 4.2	Repräsentative Arbeitslinien der hochfesten Bewehrung	
4.2	Rissbild eines Dehnkörpers am Beispiel Versuch 0-1	
4.3	Dehnungsverlauf zwischen zwei Rissen mit mittlerem Rissabstand	69
4.4	Ermittlung von β_1 anhand des Versuches 1-X	
4.6	Zusammenhang der Dehnungen im Bereich des Fließen	
4.0	Stahl- und Betondehnungen zwischen den Rissen im Fließzustand	
4.7	Ermittlung von β_2 anhand des Versuches 1-X	
4.0	Momentenabfall im Momenten-Zeit-Diagramm des Versuches 4-1	
	Detail des Momentenabfalls im Momenten-Zeit-Diagramm des Versuches 4-1	
	Versagensbeginn der Betondruckzone	
	Druckzone bei unterschiedlichen Laststufen beim Versuch 4-1	
	Zerstörte Betondruckzone bei Versuchsende	
	Momenten-Mittendurchbiegung-Beziehung der Versuche	
	Messmarken für die Dehnungsaufnahme zur Ermittlung des Fließmomentes	79
	Momenten-Verlauf	80
	Umrechnung der Dehnung in den Bereich mit konstantem Moment	81
	Momenten-Dehnungs-Diagramm vom Versuch 3-1	82
	Momenten-Dehnungs-Diagramm vom Versuch 3-1, Detailausschnitt	83
	Ermittlung der plastischen Länge	84
	Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen am Beispiel 3-1	85
	Ermittlung des Fließmomentes am Beispiel 3-1	87
	Detail überlasteter Druckrand gekennzeichnet durch den Momentenabfall	01
ਧ.∠⊍	Versuch 3-1	88
4 94	Messmarken für die Dehnungsaufnahme zur Ermittlung von M_u	
	Momenten-Dehnung-Beziehung am Beginn zur Ermittlung von M_{11}	

Momenten-Dehnung-Beziehung zur Ermittlung von M_u im Detail	. 90
Vergleich Nachrechnung b-4-1, b-4-2 und b-3-1	. 92
Vergleich Nachrechnung b-3-2, b-2-1 und b-2-2	. 92
Vergleich Nachrechnung b-1-1, b-1-2, b-0-1 und b-0-2	. 93
Biegelinien des Versuches 3-1 bei verschiedenen Laststufen	. 94
Biegelinien der Versuche beim Fließmomment M_y	. 95
Biegelinien der Versuche beim Moment M_u	. 95
Ermittlung der Rotation über die Biegelinie	. 96
Ermittlung der Krümmung über die Dehnungsebene	. 97
Dehnungsebene aufgenommen mit DD1 am Versuch 3-1	. 98
Plastische Rotation mit angepasster Lasteinleitung	. 99
Ermittlung der Rotationsfähigkeit, Vereinfachung ohne Knick bei ${\rm M_{cr}}$. 100
Dehnungsebene aufgenommen mit DD1 am Versuch 2-1	. 102
Vergleich der ermittelten plastischen Rotationen 0-1, 0-2, 1-1, 1-2, 2-1 $$. 104
Vergleich der ermittelten plastischen Rotationen 2-2, 3-1, 3-2, 4-1, 4-2	. 105
Momenten-Rotations-Beziehung der Versuche	. 112
Risshilder der Serie 0	116
• •	
	$\label{thm:problem} \begin{tabular}{lll} Vergleich Nachrechnung b-4-1, b-4-2 und b-3-1 & & & & \\ Vergleich Nachrechnung b-3-2, b-2-1 und b-2-2 & & \\ Vergleich Nachrechnung b-1-1, b-1-2, b-0-1 und b-0-2 & & \\ Biegelinien des Versuches 3-1 bei verschiedenen Laststufen & & \\ Biegelinien der Versuche beim Fließmomment M_y & & \\ Biegelinien der Versuche beim Moment M_u & & \\ Ermittlung der Rotation über die Biegelinie & & \\ Ermittlung der Krümmung über die Dehnungsebene & & \\ Dehnungsebene aufgenommen mit DD1 am Versuch 3-1 & \\ Plastische Rotation mit angepasster Lasteinleitung & & \\ Ermittlung der Rotationsfähigkeit, Vereinfachung ohne Knick bei M_{cr} & \\ Dehnungsebene aufgenommen mit DD1 am Versuch 2-1 & \\ Vergleich der ermittelten plastischen Rotationen 0-1, 0-2, 1-1, 1-2, 2-1 & \\ \end{tabular}$

7.24	Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 3-1	132
7.25	Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 3-1	132
7.26	Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 3-2	133
7.27	Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 3-2	133
7.28	Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 3-3	134
7.29	Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 3-3	134
7.30	Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 4-1	135
7.31	Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 4-1	135
7.32	Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 4-2	136
7.33	Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 4-2	136
7.34	Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 4-3	137
7.35	Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 4-3	137
7.36	Beurteilung des Rissbildes anhand von M_{cr} und M_{max}	138
7.37	Rissbild Versuch 0-1	139
7.38	Rissbild Versuch 0-2	139
7.39	Rissbild Versuch 1-1	140
7.40	Rissbild Versuch 1-2	140
7.41	Rissbild Versuch 2-1	140
7.42	Rissbild Versuch 2-2	141
7.43	Rissbild Versuch 3-1	141
7.44	Rissbild Versuch 3-2	141
7.45	Rissbild Versuch 4-1	142
7.46	Rissbild Versuch 4-2	142
7.47	Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 0-1	143
7.48	Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 0-1	143
7.49	Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 0-2	144
7.50	Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 0-2	144
7.51	Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 1-1	145
7.52	Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 1-1	145
7.53	Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 1-2	146
7.54	Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 1-2	146
7.55	Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 2-1	147
7.56	Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 2-1	147
7.57	Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 2-2	148
7.58	Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 2-2	148
7.59	Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 3-1	149
7.60	Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 3-1	149
7.61	Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 3-2	150
7.62	Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 3-2	150
7.63	Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 4-1	151
7.64	Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 4-1	151
7.65	Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 4-2	152
7.66	Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 4-2	152
7 67	Messmarken für die Dehnungsaufnahme vom Versuch 0-1	155

7.68	${\bf Messmarken}$	für di	e Dehnungsaufnahme	vom	Versuch 0-2		 	. 155	
7.69	${\bf Messmarken}$	für di	e Dehnungsaufnahme	vom	Versuch 1-1		 	 . 156	
7.70	${\bf Messmarken}$	für di	e Dehnungsaufnahme	vom	Versuch 1-2		 	. 156	
7.71	${\bf Messmarken}$	für di	e Dehnungsaufnahme	vom	Versuch 2-1		 	. 157	
7.72	${\bf Messmarken}$	für di	e Dehnungsaufnahme	vom	Versuch 2-2		 	. 157	
7.73	${\bf Messmarken}$	für di	e Dehnungsaufnahme	vom	Versuch 3-1		 	. 158	
7.74	${\bf Messmarken}$	für di	e Dehnungsaufnahme	vom	Versuch 3-2		 	. 158	
7.75	${\bf Messmarken}$	für di	e Dehnungsaufnahme	vom	Versuch 4-1		 	. 159	
7.76	${\bf Messmarken}$	für di	e Dehnungsaufnahme	vom	Versuch 4-2		 	. 159	

Tabellenverzeichnis

1.1	Querschnittsreduktion nach [16]
3.1	Übersicht der durchgeführten Dehnkörperversuche
3.2	Konzept der Dehnkörperversuche
3.3	Würfeldruckfestigkeit
3.4	Spaltzugfestigkeit
3.5	E-Modul
3.6	Verwendete Messtechnik der einzelnen Versuche
3.7	Versuchsprogramm der durchgeführten Biegeversuche Teil 1 53
3.8	Versuchsprogramm der durchgeführten Biegeversuche Teil 2 54
3.9	Anzahl der Probekörper
3.10	Würfeldruckfestigkeit
3.11	Zylinderdruckfestigkeit
3.12	Spaltzugfestigkeit
3.13	E-Modul
3.14	Bewehrung Biegebalken
3.15	Verwendete Weg- und Dehnungsaufnehmer
4.1	Fließspannung und E-Modul der in Abb. 4.1 dargestellten Arbeitslinien 65
4.2	berechnete Lasteinleitungslänge nach Glg. (4.3)
4.3	mittlere, maximale und minimale Primärrissabstände der Versuche 67
4.4	Vergleich von berechneten und ausgelesenen Völligkeitsbeiwerten
4.5	Ermittlung von β_2 anhand des Versuches 1-X
4.6	Festgelegte Dehnungsmessungen anhand des Versuches 3-1
4.7	Ermittlung der plastischen Länge anhand des Versuches 3-1 84
4.8	Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen anhand des Versuches 3-1 86
4.9	Ermittlung von M _y anhand des Versuches 3-1
4.10	Festgelegte Dehnungsmessungen
	Variation der Dehnungen bei M_u für unterschiedliche Messlängen 91
	Ergebnisse der Rotationsanteile und die Rotationsfähigkeit $\vartheta_{\rm pl}$ 97
	Bestimmung der Krümmungen anhand des Versuches 3-1
	Krümmungen mit Hilfe der aufgenommenen Dehnungsebene ermittelt 102
	Krümmungen mit Hilfe der Dehnungsebene aus INCA ermittelt 103
	Vergleich der ermittelten plastischen Rotationen
5.1	Bewehrungsgrad ω
5.2	Im Zuge der Versuchsdurchführung ermittelte Materialkenngrößen (Beweh-
0.2	rung)

5.3	Im Zuge der Versuchsdurchführung ermittelte Materialkenngrößen (Beton)	. 108
5.4	Nach dem Eurocode 2 ermittelte bezogene Druckzonenhöhe	. 109
5.5	Verhältnis M_u/M_y	. 113
7.1	Rissabstände Serie 0, 1 und 2	
7.2	Rissabstände Serie 3 und 4	
7.3	Zuordnung DD1 Versuch 0-1	. 119
7.4	Zuordnung DD1 Versuch 0-2	. 119
7.5	Zuordnung DD1 Versuch 0-3	. 120
7.6	Zuordnung DD1 Versuch 1-1	. 120
7.7	Zuordnung DD1 Versuch 1-2	. 120
7.8	Zuordnung DD1 Versuch 1-3	. 120
7.9	Zuordnung DD1 Versuch 2-1	. 120
7.10	Zuordnung DD1 Versuch 2-2	. 120
7.11	Zuordnung DD1 Versuch 2-3	. 121
7.12	Zuordnung DD1 Versuch 3-1	. 121
7.13	Zuordnung DD1 Versuch 3-2	. 121
7.14	Zuordnung DD1 Versuch 3-3	. 121
7.15	Zuordnung DD1 Versuch 4-1	. 121
7.16	Zuordnung DD1 Versuch 4-2	. 121
7.17	Zuordnung DD1 Versuch 4-3	. 122
7.18	Rissmoment M_{cr} und maximales Moment M_{max} der Versuche	. 138
7.19	Ermittlung von M_v Anhand der Versuche	. 153
	Ermittlung der plastischen Länge der Biegeversuche	
	2 2	

1 Einleitung

1.1 Ausgangslage und Motivation

Üblicherweise wird Bewehrungsstahl bis zu einer charakteristischen Fließgrenze ($f_{y,0.2k}$) von 550 N/mm^2 im Stahlbetonbau eingesetzt. Hochfeste Bewehrungsstähle mit einer Fließgrenze über 600 N/mm^2 sind nicht durch die gültigen Normen abgedeckt [36]. Die Bemessung von Stahlbetonbauteilen unter Druckbeanspruchung mit hochfester Bewehrung S 670 ist in der europäisch technischen Zulassung ETA-13/0840 [8] geregelt. Im Vergleich zum Eurocode 2 sind darin nach [1] unter anderem folgende Abweichungen für hochfeste Bewehrung vorgesehen:

- Erhöhung der zulässigen zentrischen Stauchung bis zur Fließgrenze des Stahls durch Berücksichtigung der Effekte infolge Kriechen und Schwinden des Betons.
- Erhöhung des maximalen Bewehrungsgrades auf 20%.
- Der Mindestbügeldurchmesser kann bei großen Durchmessern von 1/4 auf 1/6 des Längsbewehrungsdurchmessers verringert werden.

Die Anwendung von hochfester Bewehrung S 670 im allgemeinen Stahlbetonbau ist durch nationale Zulassungen (DIBt Z-1.5-268 [6] und DIBt Z-1.1-267 [5]) geregelt. Dabei werden nach [1] folgende Bemessungsgrundsätze geregelt:

- Im Grenzzustand der Tragfähigkeit kann die Biegebewehrung voll aktiviert werden.
- Die Gebrauchstauglichkeitsnachweise sind nach der jeweiligen Norm zu führen.
- Konstruktive Regeln, Verankerungslängen, Randabstände etc. sind der Zulassung bzw. der Norm zu entnehmen.

1.1.1 Definition hochfeste Bewehrung

Eine im Rahmen von [36] durchgeführte Recherche, kam zu dem Ergebnis, dass es keine allgemein gültige Definition des Begriffes "hochfeste Bewehrung" gibt. Aus diesem Grund wurde in [36] entsprechend Abb. 1.1 folgende Einteilung festgelegt, die auch für diese Masterarbeit als Grundlage dient:

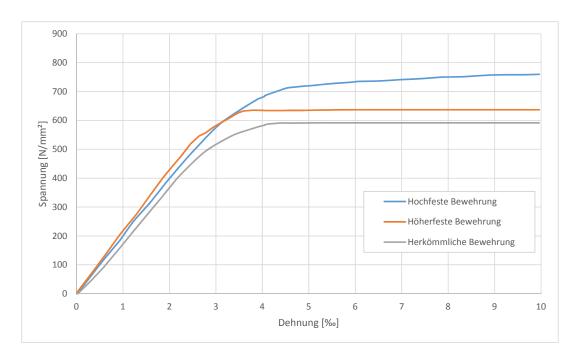


Abb. 1.1: Begriffsdefinition hochfeste Bewehrung nach [36]

 $\begin{array}{ll} \mbox{herk\"{o}mmliche Bewehrung:} & f_{yk} \leq 550 \ \mbox{N/mm}^2 \\ \mbox{h\"{o}herfeste Bewehrung:} & 550 \ \mbox{N/mm}^2 < f_{yk} < 650 \ \mbox{N/mm}^2 \\ \mbox{hochfeste Bewehrung:} & 650 \ \mbox{N/mm}^2 < f_{yk} < 835 \ \mbox{N/mm}^2 \end{array}$

 $f_{vk} > 835 \text{ N/mm}^2$ Spannstahl:

Hochfeste Bewehrung unterscheidet sich demnach von herkömmlicher Bewehrung durch eine höhere Fließgrenze und eine höhere Zugfestigkeit. Außerdem sind Durchmesser von 18 mm bis 75 mm möglich. Die Oberfläche ist mit Gewinderippen, mit einer bezogenen Rippenfläche $f_R > 0.075$ versehen. Im Vergleich dazu weist herkömmliche Bewehrung eine bezogene Rippenfläche von $f_R > 0.056$ auf. Der Unterschied der Rippenanordnung der hochfesten Bewehrung (S 670) und der normalfesten Bewehrung (B 500 B) ist in Abb. 1.2 zu erkennen.

Die Rippenhöhe ist bei beiden Bewehrungsstäben über den Umfang veränderlich. Bei der hochfesten Bewehrung ist die Gewinderippung sehr ausgeprägt. Die weiteren Eigenschaften sind ähnlich bis gleich denen von konventioneller Bewehrung. Hochfeste Bewehrung ist wie herkömmliche Bewehrung schweißbar, biegbar und besitzt eine geringe Spannungsrisskorrosionsempfindlichkeit. Der Elastizitätsmodul ist etwa gleich und beträgt nach [1] 200000 N/mm^2 .



Abb. 1.2: Bewehrungsstäbe ⊘ 25, S 670 (oben) und B 500 B (unten) aus [1]

1.1.2 Anwendung von hochfester Bewehrung

Anwendungsgebiete

Hochfeste Bewehrung wurde bisher nur in Druckgliedern verwendet. In den hochbelasteten Stützen von beispielsweise dem Opernturm in Frankfurt, den Tanzenden Türmen in Hamburg, dem Neuen World Trade Center in New York und dem 432-Park Avenue-Turm in New York ist bereits hochfeste Bewehrung verbaut [1]. In diesen Anwendungsbeispielen konnten die Anwendbarkeit sowie die technischen und wirtschaftlichen Vorteile der hochfesten Bewehrung für vorwiegend druckbeanspruchte Bauteile gezeigt werden.

Damit die Tragfähigkeit einer Stahlbetonstütze mit hochfester Bewehrung an die einer Stahloder Stahlverbundstütze heranreichen kann, reicht die höhere Fließgrenze alleine nicht aus. Ein hoher Bewehrungsgrad ist dazu erforderlich. Durch die großen möglichen Durchmesser kann dieser bereits mit wenigen Stäben erreicht werden. Aufgrund des Wegfalls der erhöhten Bewehrungskonzentration im Stoßbereich durch Muffenstöße anstatt von überlappend gestoßenen Stäben, wird durch die gute Bewehrungsführung eine bessere Betonierbarkeit erzielt. [36] In der ÖNORM [32] ist aufgrund der bisher üblichen Bewehrungskonzentration im Stoßbereich der maximale Bewehrungsgrad außerhalb des Stoßbereiches auf 4 % und im Stoßbereich auf 8 % begrenzt. Durch den Stoß mit Druckmuffen ist ein höherer Bewehrungsgrad von Stützen möglich, da diese für den maximalen Stützenbewehrungsgrad maßgebende Bewehrungskonzentration im Stoßbereich wegfällt. Nach [2] sind dabei Bewehrungsgrade bis zu 20 % möglich. Auch die nach [32] erforderliche zusätzliche Querbewehrung im gestoßenen Bereich, welche die Querzugkräfte im Stoßbereich aufnimmt, ist in diesem Fall nicht mehr notwendig.

Mit hochfester Bewehrung ist eine Optimierung der Querschnitte durch geringere Bewehrungsgrade bei gleicher Abmessung oder kleineren Abmessungen bei größeren zulässigen Bewehrungsgraden möglich. Bei einem derart großen Bauobjekt wie dem oben genannten Opernturm in Frankfurt bringen diese Optimierungen einen wesentlichen wirtschaftlichen

Vorteil. Zusätzlich bringt eine Verkleinerung der Stützenflächen in hohen Gebäuden eine, wenn auch geringe, Gewichtseinsparung und eine Vergrößerung der Nutzfläche mit sich. [36]

In [16] werden unterschiedliche Querschnitte mit gleicher Tragfähigkeit (3000 kN) und der Betongüte C 35/45 verglichen und für diese Arbeit in Abb. 1.3 dargestellt. Die dazugehörige Querschnittsabmessung, der Bewehrungsgrad und die verwendete Stahlgüte sind in Tab. 1.1 entsprechend dargestellt. Demnach ist der Stützenquerschnitt im Bereich des Bewehrungsstoßes mit konventioneller Bewehrung BSt 500 in Bild (a) ersichtlich. In Bild (b) sind die Querschnittsabmessungen beibehalten, der Unterschied zu Bild (a) ist die Verwendung von hochfester Bewehrung und damit einer Verringerung des Bewehrungsgrades, da im Stoßbereich Muffenverbindungen verwendet werden. Der minimierte Querschnitt ist in Bild (c) zu sehen. Durch die Verwendung von hochfester Bewehrung und der Ausnutzung der Bewehrungsgradgrenze ist es möglich, die Querschnittsfläche um 39% zu vermindern. Dadurch kann auch das Gewicht erheblich reduziert werden. Eine Querschnittsreduktion auf 20x20 cm ist baupraktisch schwierig herzustellen, es soll in diesem Fall trotzdem aufgezeigt werden, was mit hochfester Bewehrung möglich wäre.

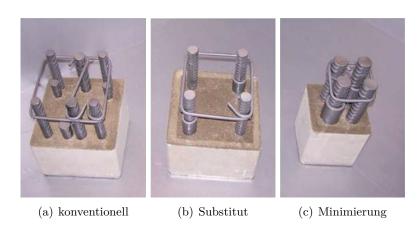


Abb. 1.3: Querschnittsreduktion durch Einsatz des S 670 und der Erhöhung des Bewehrungsgrades bei gleicher Tragfähigkeit im Stoßbereich aus [16]

	konventionell	Substitution	Minimierung
Dimension	32x32 [cm]	32x32 [cm]	20x20 [cm]
Bewehrungsgrad	9%	3.9%	17%
Stahlgüte	BSt 500	S 670	S 670
	4Ø32	4Ø35	4Ø43
	2Ø40		

Tab. 1.1: Querschnittsreduktion nach [16]

Auch im Bereich der Geotechnik wird hochfeste Bewehrung erfolgreich bei Mikropfählen und vorgespannten Ankern verwendet [7],[33].

Theoretische Anwendungsgebiete [36]

Durch die höhere Festigkeit wird für die Erreichung der gleichen Tragfähigkeit eine geringere Stahlfläche benötigt. Der Bewehrungsgrad wird kleiner. Durch die geringere Stahlfläche ist bei gleichem E-Modul eine höhere Dehnung erforderlich, wodurch die Bauteilsteifigkeit sinkt.

$$\sigma_{\rm s} = \frac{\rm F}{\rm A_{\rm s}} = \rm E_{\rm s} \cdot \epsilon \tag{1.1}$$

In Abhängigkeit von den Verbundeigenschaften bedeutet eine höhere Stahldehnung wiederum eine größere Rissbreite oder eine größere Anzahl der Risse.

$$w = s_r \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \tag{1.2}$$

Aus diesen Aspekten ergeben sich folgende Bedingungen für die Anwendung von hochfester Bewehrung:

- Die Beschränkung der Durchbiegung und die Rissbreitenbeschränkung dürfen nicht maßgebend sein.
- Für die Ausnutzung der hohen Festigkeit ist eine ausreichende Dehnung der Bewehrung zu gewährleisten.

Etliche Bauteile kommen aufgrund dieser Anforderungen für die Verwendung von hochfester Bewehrung nicht in Frage.

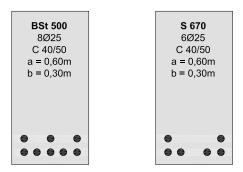


Abb. 1.4: Querschnitte der Beispielträger für Abb. 1.5 nach [1]

In Abb. 1.5 werden die Tragfähigkeit (M), die erforderliche Bewehrung (A_s) und die Biegesteifigkeiten im ungerissenen Zustand I (B_I) und gerissenen Zustand II (B_{II}) von zwei Trägern (siehe Abb. 1.4) miteinander verglichen. Beide Querschnitte sind gleich groß. Die Bewehrung des linken Querschnittes ist herkömmliche Bewehrung BSt 500, die des rechten Querschnittes ist hochfeste Bewehrung S 670. Es ist erkennbar, dass durch Verwendung von hochfester Bewehrung bei gleicher Biegetragfähigkeit die erforderliche Bewehrungsfläche um 25 % sinkt. Die Biegesteifigkeit im Zustand I sinkt um 4 %, die im Zustand II um 17 %. Die daraus folgende Durchbiegungsvergrößerung beträgt bis zu 17 %. [36]

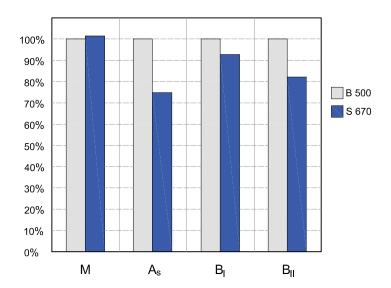


Abb. 1.5: Vergleich von Tragfähigkeit, erforderlicher Bewehrung und Biegesteifigkeiten nach [1]

In [36] werden folgende Anwendungsgebiete vorgeschlagen:

- Vorgespannte Systeme (die Durchbiegung wird durch die Vorspannung begrenzt und die Bewehrungskonzentration wird durch den Einsatz von hochfester Bewehrung reduziert)
- Brückenbauwerke mit geringer Schlankheit (bei hohen Verkehrslasten werden die Gebrauchstauglichkeitsnachweise nicht maßgebend, bemessungsbestimmend sind die Tragfähigkeitsnachweise)
- Fundamente (z.B. für Windkrafttürme, dort treten hohe ULS-Lasten auf)
- Bauwerke und Bauteile bei denen für die Bemessung der Bewehrung die SLS-Nachweise nicht maßgebend sind

1.1.3 Stand der Forschung

Wechtitsch [39] untersuchte im Zuge seiner Masterarbeit an der TU Graz die Tauglichkeit des SAS 670 im Einsatz als Biegezugbewehrung. Er versuchte die Frage zu klären, wie sich der aufgrund der Rippengeometrie bessere Verbund des SAS 670 auf die Trag- und Verformungseigenschaften unter reiner Biegebeanspruchung im Vergleich zu Bst 500 auswirkt. Anhand einer Analyse von Rissbild und Verformungen konnte das bessere Verbundverhalten des SAS 670 bestätigt werden. Im Vergleich zu den Trägern mit Bst 500 nehmen die Rissabstände und Rissbreiten im linearen Bereich der Arbeitslinie bei den Trägern mit SAS 670 ab. Außerdem traten bei den Trägern mit SAS 670 mit steigender Belastung auf Höhe der Bewehrung mehr Längsrisse auf, welche nach [39] als Verbundrisse interpretiert werden und Indiz für ein besseres Verbundverhalten sind. Außerdem waren die Risse der Träger mit SAS 670 auf Höhe der Bewehrungsachse merklich verästelter. Trotz des besseren Verbundes kommt es nach [39] bei voller Ausnutzung des Stahls mit Sicherheit zu größeren Durchbiegungen.

In [36] wurden Grundlagenuntersuchungen zur Verbundfestigkeit und Rissbreitenbeschränkung sowie einer möglichen Anpassung der normativen Regelungen für die Verwendung von hochfester Bewehrung durchgeführt. Der dabei untersuchte Gewindestahl der Güte 670/800 weist eine charakteristische Fließgrenze von $670~{\rm N/mm^2}$ und eine charakteristische Zugfestigkeit von $800~{\rm N/mm^2}$ auf [1]. Das Hauptaugenmerk der Untersuchung lag auf dem Verbundverhalten und der Rissbreitenentwicklung des S 670 im Vergleich zur herkömmlichen Bewehrung B 500 B. Für die Untersuchung des Verbundverhaltens wurden Pull-Out Versuche durchgeführt. Die Rissbreitenentwicklung wurde durch zentrisch belastete Dehnkörper und als Ergänzung mit Balkenversuchen untersucht.

Mit Pull-Out Versuchen wurden bei [36] auch Verbundspannungs-Schlupf Beziehungen ermittelt. Aus diesen Beziehungen wurde ein Verbundgesetz abgeleitet und darauf aufbauend die Berechnung der Rissbreite nach Eurocode 2 angepasst. Die Verbundgesetze laut Eurocode 2 liegen im Vergleich zu den durchgeführten Versuchen auf der konservativen Seite. Das im Zuge dieses Forschungsprojektes entwickelte Verbundgesetz bildet die Ergebnisse der Versuche eindeutiger ab. Aufbauend auf diesem Verbundgesetz wurde auch da Modell für die Rissbreitenberechnung modifiziert, wobei lediglich der Faktor k₁, welcher das Verbundverhalten berücksichtigt, angepasst wurde. Die Regelung des Eurocodes liegt hier auf der konservativen Seite und könnten auch für die hochfeste Bewehrung angewendet werden.

Mit Hilfe von Balkenversuchen wurde das Rissverhalten bei [36] ergänzend zu den Dehnkörperversuchen untersucht. Folgende Einflüsse der Versuchsparameter konnten festgestellt werden:

- Die Rissbreite wird bei erhöhtem Bewehrungsgrad reduziert.
- Die Betondruckfestigkeit hat im untersuchten Bereich keinen Einfluss auf die Rissbreite
- Eine größere bezogene Rippenfläche der Längsbewehrung führt zu einer Reduktion der Rissbreite.

Die Erkenntnisse des Projektes [36] sind folgende: Die Ausrichtung der Rippen der hochfesten Bewehrung bezogen auf die Betonoberfläche hat einen Einfluss auf die Verbundfestigkeit. In der ungünstigsten Lage, wenn die Rippen zur Oberfläche ausgerichtet sind, sind die Verbundfestigkeiten mit denen von herkömmlicher Bewehrung vergleichbar. Entgegen den Erwartungen tritt trotz der deutlich größeren bezogenen Rippenfläche keine höhere maximale Verbundspannung auf. Bei kleiner Betondeckung ist der Einfluss des Bewehrungsdurchmessers auf die Verbundfestigkeit größer, da die Gefahr der Längsrissbildung mit abnehmender Betondeckung zunimmt. Die Verbundspannung-Schlupf Beziehung wird gegenüber dem im Eurocode 2 zugrunde liegenden Modell angepasst. Die Versagensart der Pull-Out Versuche war, bis auf eine Versuchsreihe, ein Spaltversagen. Bei dieser einen Versuchsreihe trat ein Verbundversagen auf. Die Verbundfestigkeit war durch die niedrige Betonfestigkeisklasse so gering, dass der Bewehrungsstab aus dem Beton herausgezogen wurde.

1.2 Aufgabenstellung und Zielsetzung

Trotz der hohen Anzahl an Versuchen und Analysen mit hochfester Bewehrung wurde ein wichtiger Teil für die Bemessung, die Rotationsfähigkeit, noch nicht untersucht. Im Rahmen dieser Arbeit soll überprüft werden, ob Balken mit hochfester Bewehrung eine vergleichbare Rotationsfähigkeit wie Balken mit herkömmlicher Bewehrung aufweisen und ob die im

Eurocode 2, für herkömmliche Bewehrung, gültigen Regeln auch auf hochfeste Bewehrung adaptierbar sind. Durch die hohe Duktilität, welche nach EC2 der Duktilitätsklasse B entspricht, ist davon auszugehen, dass die Rotationsfähigkeit bei hochfest bewehrten Biegebauteilen gegeben ist. Nach dem Eurocode 2 ist zum Nachweis der Rotationsfähigkeit ein vereinfachter Nachweis der plastischen Rotation vorgesehen. Die Anwendungsregeln im Eurocode 2 [32] gelten für die Bemessung und die bauliche Durchbildung für Bewehrungsstahl im Bereich der Streckgrenze f_{yk} von 400 bis 600 MPa. Da die hochfeste Bewehrung in einigen Aspekten von der in der Norm geregelten Bewehrung abweicht, sind eigene Zulassungen für die Verwendung in Biegebauteilen insbesondere zur Bestimmung der zulässigen plastischen Rotation notwendig.

Für die Ermittlung der Rotationsfähigkeit von Balken mit hochfester Bewehrung als Längsbewehrung werden im Zuge dieser Arbeit 3-Punkt-Biegeversuche durchgeführt. Für den Vergleich des Rissverhaltens der Zugzone der Biegebalken werden zusätzlich zentrische Zugversuche mit Dehnkörpern ausgeführt und mit der effektiven Zugzone des Biegebalkens verglichen.

2 Grundlagen

2.1 Schnittgrößenumlagerung

Zur Ermittlung der Schnittgrößen können nach Eurocode 2 [32] folgende Verfahren verwendet werden:

- linear-elastische Verfahren
- linear-elastische Verfahren mit begrenzter Umlagerung
- nichtlineare Verfahren
- Verfahren nach der Plastizitätstheorie

Die Schnittgrößenermittlung erfolgt im Stahlbetonbau meist auf Grundlage der Elastizitätstheorie mit Steifigkeiten im ungerissenen Zustand 1 (EI^I). Erreicht der höchstbeanspruchte Querschnitt die Tragkapazität, wird ein Versagen des Tragwerks angenommen. [27] Die Anwendung der Elastizitätstheorie zur Ermittlung der Schnittgrößenverteilung unter Vernachlässigung von Schnittgrößenumlagerungen führt zu unnötigen Bewehrungskonzentrationen in hoch beanspruchten Bereichen. Die Berücksichtigung des wirklichen Tragverhaltens einschließlich der Momentenumlagerungen ermöglicht eine gleichmäßige Ausnutzung der Träger. [40] In Kapitel 2.2.5 auf Seite 25 sind die Voraussetzungen für eine linear-elastische Berechung mit begrenzter Umlagerung aufgelistet.

Das tatsächliche Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbetontragwerken folgt einem nichtlinearen Zusammenhang. Das bedeutet, dass die Steifigkeiten von der Belastung abhängig sind. Grund für das nichtlineare Verhalten sind einerseits die Rissbildung und andererseits die nichtlinearen Werkstoffgesetze von Stahl und Beton und der nichtlinearen Beziehung des Verbundes der beiden Komponenten. Mit der Schnittgrößenermittlung auf Grundlage von nichtlinearem Werkstoffverhalten kann das Tragverhalten in allen Lastbereichen sehr realitätsnah abgebildet werden. [23]

Bei statisch bestimmten Tragwerken erfolgt die Schnittgrößenermittlung alleine durch das Kräftegleichgewicht. Die Auflagerkräfte und der Momentenverlauf von Abb. 2.1 können ohne Wissen der Steifigkeit und deren Änderung berechnet werden [25].

$$M(x) = A \cdot x - \frac{(g+q) \cdot x^2}{2}$$
 und $A = B = \frac{(g+q) \cdot l}{2}$ (2.1)

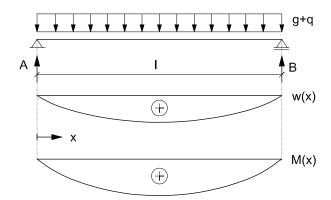
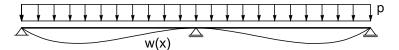
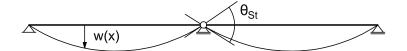


Abb. 2.1: Biegelinie und Momentenverlauf eines Einfeldträgers nach [25]

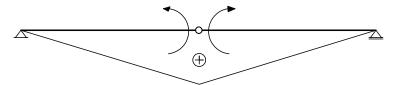
Bei statisch unbestimmten Tragwerken, wie jenes in Abb. 2.2, sind zusätzlich zu den Gleichgewichtsbedingungen Verträglichkeitsbedingungen für die Verformungen zur Ermittlung der Schnittgrößen nötig [25].



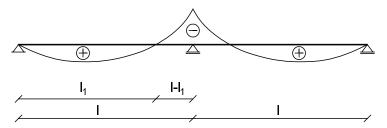
(a) System mit Biegelinie



(b) stat. best. Ersatzsystem mit Biegelinie und Rotationswinkel



(c) virtuelles System und zugehörige Momentenlinie



(d) Momentenverlauf des Zweifeldträgers

Abb. 2.2: Biegelinie und Momentenverlauf eines Zweifeldträgers nach [25]

Aus diesen Verträglichkeitsbedingungen wird der wesentliche Einfluss der Steifigkeitsverteilung bei statisch unbestimmten Tragwerken abgeleitet [23].

$$\frac{\theta_{St}}{2} = \int_{x=0}^{l_1} \frac{M_F(x) \cdot \bar{M}(x)}{EI_F(x)} dx + \int_{l_1}^{l} \frac{M_{St}(x) \cdot \bar{M}(x)}{EI_{St}(x)} dx = 0$$
 (2.2)

Die Verträglichkeitsbedingung in Glg. (2.2) berücksichtigt, dass die Biegelinie in Abb. 2.2 an keiner Stelle einen Knick aufweisen darf. Aus der Gleichung ist erkennbar, dass das Verhältnis von Stützmoment und Feldmoment vom Steifigkeitsverhältnis zwischen Feld und Stütze abhängt. Dabei wird das Feldmoment größer, wenn das Steifigkeitsverhältnis $(EI)_F/(EI)_{St}$ größer ist und umgekehrt. M(x) ist der tatsächliche Momentenverlauf und $\overline{M}(x)$ ist der Momentenverlauf infolge eines virtuellen Momentes von "1" am statisch bestimmten Ersatzsystem (siehe Abb. 2.2). [25]

Bei der Schnittgrößerermittlung mit den nichtlinearen Verfahren wird das plastische Verformungsvermögen der Bewehrung in Anspruch genommen. Die Traglast ist mit Erreichen des Fließmomentes im kritischen Querschnitt in der Regel noch nicht erschöpft. In dem hoch beanspruchten Querschnitt wird, beim Erreichen der Momentenkapazität gedanklich ein plastisches Gelenk gebildet. Zur Erfüllung der Verträglichkeitsbedingungen erlaubt dieses nach Erreichen der Momentenkapazität eine Gelenkrotation. Für eine derartige Laststeigerung sind ausreichend Steifigkeit und Tragkapazität in den unkritischen Bereichen sowie ein ausreichendes plastisches Verformungsvermögen der hoch ausgenutzten Tragwerksbereiche nötig. Sind diese Voraussetzungen erfüllt, können Schnittgrößen in weniger stark beanspruchte Bereiche umgelagert werden. Bei ausreichendem Verformungsvermögen kann die Last so lange gesteigert werden, bis sich eine vollständige kinematische Kette, infolge der Bildung einer entsprechenden Anzahl plastischer Gelenke, einstellt. [23] Durch die begrenzte Rotationsfähigkeit in plastifizierenden Bereichen ist die Umlagerung der Momente begrenzt [29].

Wird die Idealisierung des Fließgelenkes verwendet, ist eine Momentenlinie zugelassen, welche die Gleichgewichtsbedingungen erfüllt und durch das Gelenk zu einem Knick im Stützbereich führt. Dieser Knick muss kleiner als das plastische Rotationsvermögen in diesem Bereich sein. Dadurch ergibt sich nach Glg. (2.3) folgender Zusammenhang. [23]

$$\theta_{\mathrm{vorh}} = 2 \cdot \left[\int_{\mathrm{x=0}}^{l_{1}} \frac{\mathrm{M_{F}}\left(\mathrm{x}\right) \cdot \bar{\mathrm{M}}\left(\mathrm{x}\right)}{\mathrm{EI_{F}}\left(\mathrm{x}\right)} \mathrm{d}\mathrm{x} + \int_{l_{1}}^{l} \frac{\mathrm{M_{St}}\left(\mathrm{x}\right) \cdot \bar{\mathrm{M}}\left(\mathrm{x}\right)}{\mathrm{EI_{St}}\left(\mathrm{x}\right)} \mathrm{d}\mathrm{x} \right] \leq \theta_{\mathrm{pl,zul}} \tag{2.3}$$

Die Bedingung für die zulässige Momentenumlagerung ist, dass die mögliche plastische Rotation im hoch beanspruchten Bereich nicht kleiner sein darf, als die durch die Momentenumlagerung erforderliche plastische Rotation. [29]

2.1.1 Definition Schnittgrößenumlagerung

Da der Begriff Umlagerung oft missverstanden wird, wird in [25] die Abweichung, der nach der Elastizitätstheorie unter Annahme eines konstanten Steifigkeitsverhältnisses ermittelten Schnittgrößen von denen unter Berücksichtigung des wirklichen Steifigkeitsverhältnisses, als Schnittgrößenumlagerung bezeichnet. Das ursprünglich vorhandene elastische Moment erfährt keine Verringerung durch eine Umverteilung. Die Schnittgrößenumlagerung bezeichnet lediglich die Abweichung der tatsächlichen von der nach der Elastizitätstheorie

ermittelten Schnittgrößenverteilung. Der Begriff Schnittgrößenumlagerung bezeichnet also die Differenz zwischen dem theoretischen Wert nach der Elastizitätstheorie M_{el} und der im Bauteil tatsächlich vorhandenen Schnittgröße M_{vorh} bezogen auf den theoretischen Wert M_{el} . [23]

Umlagerungsfaktor δ [23]:

$$\delta = \frac{M_{\text{vorh}}}{M_{\text{el}}} \tag{2.4}$$

Umlagerungsgrad (1- δ) [23]:

$$(1 - \delta) = \frac{M_{el} - M_{vorh}}{M_{el}} = \frac{\Delta M_{uml}}{M_{el}}$$

$$(2.5)$$

Zur Beschreibung der Momentenumlagerung werden der Umlagerungsfaktor δ und der Umlagerungsgrad (1- δ) verwendet. Der Umlagerungsfaktor wird durch die im Bauteil vorhandene Schnittgröße bezogen auf die nach der Elastizitätstheorie ermittelten Schnittgröße definiert. Die Differenz der beiden Werte resultiert aus der lastabhängigen Änderung der Steifigkeitsverteilung infolge des nichtlinearen Werkstoffverhaltens. [23]

2.1.2 Phasen der Schnittgrößenumlagerung

Aufgrund der sich ändernden Steifigkeitsverhältnisse lassen sich alle statisch unbestimmten Stahlbetonbauteile in die folgenden Phasen der Schnittgrößenumlagerung einteilen: [25]

- 1. gesamtes Tragwerk ist im ungerissenen Zustand \mid M_{St} \mid < M_{cr}
- 2. Beginn der Rissbildung im stärker beanspruchten Bereich; Rissbildung beginnt im Stützbereich $\mid M_{St} \mid > M_{cr}$; Umlagerung von der Stütze zum Feld
- 3. Beginn der Rissbildung im weniger beanspruchten Bereich; Rissbildung beginnt im Feldbereich $M_F > M_{cr}$; Umlagerungsgrad nimmt wieder ab, Umlagerung in den Stützbereich bzw. Reduzierung der vorangegangenen Umlagerung in die Feldbereiche
- 4. Fließen im stärker beanspruchten Bereich; Bewehrung im Stützbereich erreicht die Streckgrenze $\mid M_{St} \mid > M_y$; Bildung von erstem plastischen Gelenk; Umlagerung von der Stütze zum Feld nimmt wieder zu
- 5. Erreichen der Traglast durch Erreichen des maximalen Verformungsvermögens des stärker beanspruchten Bereichs oder durch Erreichen des Fließmomentes im letzen kritischen Querschnitt mit Bildung einer kinematischen Kette

Es ist zu erkennen, dass das erforderliche Verformungsvermögen der kritischen Bereiche für die Umlagerung eines Momentes von der Steifigkeit der nicht kritischen, Last anziehenden Bereiche abhängig ist. Je größer die Steifigkeit dieser Bereiche ist, desto kleiner ist die erforderliche plastische Rotation im kritischen Bereich. Sehr großen Einfluss auf die Schnittgrößenumlagerung hat der Bewehrungsgrad. Bei einem großen Bewehrungsgrad ist der Abfall der Steifigkeit nach der Rissbildung geringer. Aus diesem Grund sind die Schnittgrößenumlagerungen auch geringer. [23]

2.2 Rotationsfähigkeit

Werden die Schnittgrößen von statisch unbestimmten Stahlbetontragwerken mit nicht linearen Verfahren berechnet, ist eine ausreichende Rotationsfähigkeit der am höchsten beanspruchten Bauteilbereiche erforderlich. Das bedeutet, dass eine ausreichende Verdrehfähigkeit der plastischen Gelenke nötig ist. Diese Verdrehfähigkeit resultiert hauptsächlich aus dem Verformungsvermögen von Zuggurt und Druckzone. Aus diesem Grund ist der vorhandenen Stahldehnung in den Rissquerschnitten und der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, dem Tension Stiffening Effekt, große Beachtung zu schenken. Dazu kommt, dass die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen im plastischen Bereich des Stahls um einiges größer ist, als im elastischen. Versagt der Stahl, wird die Rotationsfähigkeit im Wesentlichen von der Stahlarbeitslinie im plastischen Zustand beeinflusst. Besitzt der Stahl eine geringe Dehnfähigkeit und ein kleines Zugfestigkeit-Streckgrenzen-Verhältnis, so ist die Verdrehfähigkeit erheblich reduziert. Werden Schubrisse gebildet, wirkt sich das positiv auf die Verdrehfähigkeit aus, da der Trägerbereich mit plastischen Stahldehnungen vergrößert wird. [27]

2.2.1 Einflüsse auf die Rotationsfähigkeit

Die mögliche plastische Rotation wird von vielen Größen beeinflusst. Die wichtigsten sind Materialparameter (die Stahleigenschaften, die Betoneigenschaften und deren Verbundverhalten), Geometrieparameter (Form und Abmessungen des Querschnitts, Bewehrungsgrad, Schlankheit) und das statische System (Momentenverlauf, Art der Einwirkung). Die maximale plastische Verformung eines Querschnitts wird maßgeblich durch die Art des Versagens bestimmt. Entweder durch Betonversagen mit Erreichen der Grenzstauchung des Betons ε_{cu} oder durch Stahlversagen mit Erreichen der Grenzdehnung der Bewehrung ε_{su} . [40]

Einfluss des Bewehrungsgrades

Der Bewehrungsgrad entscheidet wesentlich darüber, ob Stahl- oder Betonversagen auftritt (siehe Abb. 2.3). Der Einfluss des Querschnitts auf die Rotationsfähigkeit wird durch den Bewehrungsgrad Glg. (2.6) beschrieben [29].

$$\omega = \frac{A_s}{A_c} = \frac{A_s}{b \cdot h} \tag{2.6}$$

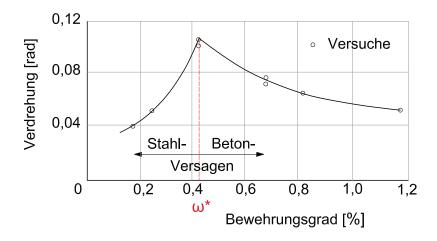


Abb. 2.3: Verdrehfähigkeit in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad nach [15]

Die Verdrehung in Abb. 2.3 zeigt in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad einen dachförmigen Verlauf. Daraus ist abzuleiten, dass es einen optimalen Bewehrungsgrad ω^* gibt, bei dem eine maximale Verdrehung erreicht wird. Dieser optimale Bewehrungsgehalt liegt bei rund 0,42%. Bei diesem optimalen Bewehrungsgrad wird sowohl die Grenzstauchung des Betons als auch die maximale Dehnung der Bewehrung ausgenutzt. Für Bewehrungsgrade $\omega < \omega^*$ ist Stahlversagen maßgebend und die Betongrenzzstauchung wird nicht ausgenutzt. Im Bereich des Stahlversagens nimmt die Rotation mit ansteigendem Bewehrungsgrad zu. Der Grund dafür ist nach [29] die Abnahme des mittleren Rissabstandes, wodurch die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen verringert wird. Für größere Bewehrungsgrade $\omega^* > \omega$ wird das Dehnvermögen des Stahls nicht voll aktiviert und der Beton ist für das Versagen maßgebend. Mit zunehmendem Bewehrungsgrad nimmt die Rotation wieder ab. Die aktivierbare mittlere Stahldehnung und die Grenzstauchung des Betons beeinflussen die Lage von ω^* . [23]

Einfluss der Trägerschlankheit

Mit zunehmender Trägerhöhe und damit abnehmender Schlankheit nimmt die Gesamtrotation sowie die elastische und plastische Rotation ab. Bei gleich bleibendem Bewehrungsgrad bleiben die Querschnitts-Dehnungen konstant. Dies führt mit zunehmender statischer Nutzhöhe d zu einer Abnahme der Krümmungen und somit zu einer Abnahme der Rotation. Mit zunehmender Trägerlänge und damit steigender Schlankheit steigt die Rotationsfähigkeit an. Damit einhergehend wird der Momentenverlauf mit steigender Trägerlänge und gleich bleibendem Bruchmoment flacher und die plastifizierte Länge wird größer. Die plastische Rotationsfähigkeit steigt also mit zunehmender Schlankheit an. [29]

Einfluss der Schubschlankheit

Ein sehr wichtiger Einflussparameter auf die Rotationsfähigkeit ist die Schubschlankheit λ_q (siehe Glg. (2.7)). a_q beschreibt den Abstand des Momentennulldurchgangs von der Innenstütze (siehe Abb. 2.5). Die Schubschlankheit verbindet die Systemschlankheit $\lambda_l = l/d$,

den Momentendeckungsgrad $\delta = M_{\text{vorh}}/M_{el}$ mit der Lastanordnung und dem daraus resultierenden Momentenverlauf zu einem Systemparameter. [23]

$$\lambda_{\rm q} = \frac{\rm M}{\rm Q \cdot d} \approx \frac{\rm a_{\rm q}}{\rm d} \tag{2.7}$$

Untersuchungen in [23] zeigen einen linearen Einfluss der Schubschlankheit auf den Biegeanteil des plastischen Rotationsvermögens. Die maximale plastische Rotation steigt mit größer werden der Schubschlankheit. Durch die Wirkung einer Schrägrissbildung wird dieser starke Einfluss für größere Bewehrungsgrade kompensiert.

Einfluss der Duktilitätsparameter der Bewehrung

Zwei wesentliche Einflussparameter auf das plastische Rotationsvermögen für Bauteile mit kleinen Bewehrungsgraden sind die Duktilitätsparameter der Bewehrung, das Verhältnis von Zugfestigkeit zur Streckgrenze f_t/f_y und die Dehnung bei Höchstlast $(A_{\rm gt})$ der Bewehrung. Ergebnisse von [29] zeigen, dass die Rotationsfähigkeit durch Erhöhung von $A_{\rm gt}$ verbessert wird. Mit zunehmendem Verhältnis von f_t/f_y steigt die Rotationsfähigkeit an, da die Bruchmomente und Stahldehnungen anwachsen [29]. Das Verhältnis f_t/f_y bestimmt wesentlich den Anteil der plastischen Länge, welcher aus der Biegung resultiert, mit. [23] Mit zunehmendem Bewehrungsgrad nimmt der Einfluss der Duktilität der Bewehrung auf die plastische Rotation ab.

Einfluss der Betondruckfestigkeit

Der Einfluss der Betondruckfestigkeit auf die Rotationsfähigkeit hängt nach [29] wesentlich davon ab, ob der Zuggurt oder die Betondruckzone versagt. Tritt ein Versagen der Betondruckzone auf, steigt die Rotationsfähigkeit mit wachsender Betondruckfestigkeit an, da das Bruchmoment vergrößert wird. Dadurch können höhere Stahldehnungen im Zuggurt aktiviert werden, was zu einer Vergrößerung der plastischen Länge führt. Die Rotationsfähigkeit fällt mit Zunahme der Betonfestigkeit, wenn der Zuggurt versagt, da die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ansteigt. Die Betondruckfestigkeit wird über den mechanischen Bewehrungsgrad mitberücksichtigt (siehe Glg. (2.8)). Nach [29] kann der Einfluss der Betondruckfestigkeit auf die Rotationsfähigkeit über den mechanischen Bewehrungsgrad berücksichtigt werden. [29] Eine höhere Betonfestigkeit und ein duktiles Verhalten der Betondruckzone führen bei hohen Bewehrungsgraden zu einem Anstieg der Verdrehfähigkeit [27].

$$\omega_{\rm s} = \frac{A_{\rm s} \cdot f_{\rm y}}{b \cdot d \cdot f_{\rm cm}} \tag{2.8}$$

Einfluss der Betongrenzstauchung

Die Duktilität des Betons in der Druckzone kann durch eine Umschnürung der Betondruckzone verbessert werden. Bei Betonbruch nimmt die Rotationsfähigkeit mit wachsender Bruchstauchung deutlich zu. Dies ist auf die Zunahme der Stahldehnung im Zuggurt sowie auf die Zunahme des Bruchmomentes bzw. der plastischen Länge zurückzuführen. Bei

Stahlversagen beeinflusst die Betongrenzstauchung die Rotationsfähigkeit nicht. [29] Für größere Bewehrungsgrade steigt das plastische Verformungsvermögen mit zunehmender Betongrenzstauchung deutlich an. Ohne jegliche Verbügelung ist nicht davon auszugehen, dass die Betondruckzone die Grenzstauchung von -3.5% immer erreicht. [23]

Einfluss einer Druckkraft

Die Variation der Drucknormalkraft bei gleichem Bewehrungsgehalt zeigt einen deutlichen Einfluss auf das Momenten-Krümmungs-Verhalten. Der optimale Bewehrungsgrad, bei dem die maximale Verformung auftritt, wird durch die Variation der Normalkraft beeinflusst. In [23] wird die Bruchkrümmung in Abhängigkeit von dem mechanischen Bewehrungsgrad für verschiedene Normalkräfte beschrieben. Die Funktionen weisen auch hier einen dachförmigen Verlauf auf. Beim ansteigenden Ast nimmt die Bruchkrümmung bei größer werdendem Bewehrungsgrad zu wogegen im abfallenden Ast der Funktion die Bruchkrümmung mit zunehmendem Bewehrungsgrad wieder abnimmt. Bei größer werdenden Normalkraft sinkt der Wert des optimalen Bewehrungsgrades und auch die maximale Bruchkrümmung nimmt ab.

Einfluss einer Druckbewehrung

Im Bereich vom Stahlversagen, bringt die Druckbewehrung keine Verbesserung. Beim Versagen der Druckzone, bringt ein steigender Druckbewehrungsgrad eine Verbesserung der Rotationsfähigkeit [29]. Aufgrund der verstärkten Druckzone kann ein größeres Bruchmoment aufgenommen und höhere Stahldehnungen im Zuggurt aktiviert werden. Dies führt wiederum zu größeren Querschnittskrümmungen [27]. Eine Druckbewehrung führt theoretisch zu einer höheren möglichen Dehnung in der Druckzone. Sie kann aber auch einen negativen Einfluss auf die Rotationskapazität haben, wenn sie vor Erreichen der maximalen Verformung der Druckzone ausknickt. Das Risiko des Knickens hängt unter anderem von der Betondeckung und dem Abstand der Bügel ab. [21] Wenn der Bügelabstand groß ist, kann die Druckbewehrung seitlich ausweichen, was zu einem signifikanten Kraftabfall führt [9].

Einfluss von Bügeln

Nach [21] beeinflussen Bügel als Querbewehrung die Rotationskapazität in verschiedenen Aspekten. Wie oben bereits erwähnt, sind Bügel wichtig um das Ausknicken der Druckbewehrung zu verhindern. Der wichtigste Aspekt für die Rotationskapazität ist, dass Bügel die Druckzone umschließen oder besser gesagt umschnüren. Dafür benötigen die Bügel aber einen sehr geringen Abstand. Sind keine Bügel und keine Druckbewehrung vorhanden, ist das Verformungsvermögen des Balkens bald ausgeschöpft. [9].

Einfluss von Schubrissen

Wenn Betonzugspannungen infolge der Querkraft ausreichend hoch werden, bilden sich ausgehend von den vorhandenen Biegerissen Schubrisse, welche schräg zur Lasteinleitungsstelle hin verlaufen. Durch die schräg laufenden Druckstreben wird der Zugkraftverlauf im Zuggurt verändert und die Zugkraft-Linie (M/z-Linie) wird um das so genannte Versatzmaß

v verschoben. [27] Das Versatzmaß vergrößert die für die Rotationsfähigkeit bedeutende plastische Länge l_{pl} . Infolge der Schubrissbildung wird so die Rotationskapazität erhöht. Voraussetzung ist, dass ein Schubbruch ausgeschlossen wird, durch den die Rotationsfähigkeit stark abnehmen würde. [29]

Einfluss der Belastungsbreite

Die Rotationskapazität steigt nach [29] mit zunehmender Belastungsbreite an. Die Belastung wurde über eine Einzellast auf verschieden lange Lastplatten aufgebracht. Die Ursache für die Steigerung der Rotationskapazität liegt demnach in der völliger werdenden Momentenlinie mit wachsender Belastungsbreite. Die plastische Länge wird dadurch vergrößert und in einer größeren Anzahl an Rissen treten plastische Stahldehnungen und Krümmungen auf.

Einfluss des Bewehrungsdurchmessers

Nach [29] nimmt die Rotationsfähigkeit mit steigendem Bewehrungsdurchmesser zu. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen mit größerem Durchmesser aufgrund der Längsrissbildung im ULS abnimmt und der Stahl mehr Kraft aufnimmt.

In den Design Codes berücksichtigte Größen

Die bezogene Druckzonenhöhe ξ ist ein geeigneter Parameter zur Beschreibung der Duktilität. Auch der Bewehrungsgrad ρ und die Geometrie eines Querschnitts können näherungsweise mit ξ beschrieben werden. Mit zunehmendem Bewehrungsgrad steigt auch ξ an. Mit der Schubschlankheit des Ersatzträgers λ wird die Ausdehnung des Bereichs zwischen Momentenmaximum und Momentennullpunkt beschrieben. Bei ansteigendem λ wächst der Bereich der Integrationslänge (der plastischen Krümmungen) und damit auch die plastische Rotationsfähigkeit. [40]

Als aussagekräftigste Einflussgrößen auf der Querschnittsebene gilt somit das Verhältnis der Druckzonenhöhe zur statischen Höhe x/d. Die bezogene Druckzonenhöhe x/d ist der Basisparameter, der in Design Codes wie dem Eurocode 2 [32] oder Model Code 2010 [10] zur Ermittlung der zulässigen plastischen Rotation verwendet wird. Zusätzlich gilt die Schubschlankheit λ als wichtige Einflussgröße auf der Tragwerksebene und ist ebenso in der Ermittlung der zulässigen plastischen Rotation in den Design Codes verankert (siehe Kapitel 2.2.5). Die Kennwerte $\varepsilon_{\rm uk}$ und $f_{\rm t}/f_{\rm y}$ des Betonstahls fließen durch die Einteilung in die jeweilige Duktilitätsklasse A, B und C in den Diagrammen zur Ermittlung der zulässigen plastischen Rotation ein. Der linearisierte Berechnungsansatz für die Ermittlung der in Abb. 2.9 dargestellten Kurven ist in Glg. (2.9) für eine Schubschlankheit $\lambda=3$ erläutert. [40]

$$\theta_{\rm pl,d} = \min \left[(0, 15 + 30 \cdot \varepsilon_{\rm c1u}) \cdot \xi_{\rm d} + 0,007 \right] \cdot \sqrt{\lambda/3} \qquad \text{(Stahlversagen)}$$

$$\left[(0, 0043 - 4, 2 \cdot \varepsilon_{\rm c1u}) - 0,03 \cdot \xi_{\rm d} \right] \cdot \sqrt{\lambda/3} \qquad \text{(Betonversagen)}$$

 $\theta_{\rm pl,d}$ zulässige plastische Rotation

 $\varepsilon_{\rm c1u}$ Betongrenzdehnung unter Höchstlast (nach Tabelle 3.1 des EC2 [32])

 $\xi_{\rm d}$ bezogene Druckzonenhöhe $\xi_{\rm d}=x_{\rm d}/{\rm d}$

Schubschlankheit, darf vereinfacht als $\lambda = M_{Ed}/(V_{Ed} \cdot d)$ angenommen werden

In Abb. 2.9 auf Seite 26 ist die nach dem Eurocode 2 [32] zulässige plastische Rotation über dem Bemessungswert der bezogenen Druckzonenhöhe (x/d) aufgetragen. Der linke Ast kennzeichnet den Bereich des Stahlversagens. Die Bewehrung erreicht vor dem Beton die Grenzdehnung. Die zulässige plastische Rotation nimmt mit größer werden der bezogenen Druckzonenhöhe zu. Ein Grund hierfür ist nach [12] die Abnahme des mittleren Rissabstandes und damit der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Dabei kommt es zu einem deutlichen Ansteigen der Dehnungen in der Zugzone und damit zu einer Erhöhung der maximalen Krümmungen.

Der rechte Teil von Abb. 2.9 stellt den Bereich des Betonversagens dar. Bei großen Bewehrungsgraden bestimmt die Betondruckzone die mögliche plastische Rotation. Dabei steigt mit dem Bewehrungsgrad auch die bezogene Druckzonenhöhe ξ an und die mögliche Rotation des Querschnitts sinkt. Verantwortlich hierfür ist die Abnahme der Querschnittskrümmung auf Grund der begrenzten Verformungsfähigkeit des Betons in der Druckzone. Daraus resultiert eine Abnahme der Stahldehnungen in der Zugzone. Die maximale plastische Rotation ist möglich, wenn die Grenzdehnung von Stahl und Beton gleichzeitig erreicht werden. Um möglichst große Rotationen zu erreichen, ist es erforderlich, die Druckzonenhöhe und damit auch den Bewehrungsgrad zu begrenzen. [12]

Ansätze wie dieser nach dem Eurocode 2, welche die Verdrehfähigkeit nur in Abhängigkeit der bezogenen Druckzonenhöhe x/d bzw. des Zugbewehrungsgrades bestimmen, können die große Anzahl an Einflussgrößen nur annähernd erfassen [27].

2.2.2 Definition der plastischen Rotation

In der Literatur sind unterschiedliche Definitionen für die Ermittlung des plastischen Rotationsvermögens zu finden. In Abb. 2.4 sind einige davon gegenübergestellt. Die Definition der dazugehörigen plastischen Ersatzlänge wird in Glg. (2.10) aufgezeigt. Die plastische Ersatzlänge $l_{\rm pl}^*$ ist dabei als Quotient aus der plastischen Rotationskapazität $\theta_{\rm pl}$ und der plastischen Verkrümmung $\kappa_{\rm pl,max}$ definiert.

$$l_{\rm pl}* = \frac{\theta_{\rm pl}}{\kappa_{\rm pl,max}} \tag{2.10}$$

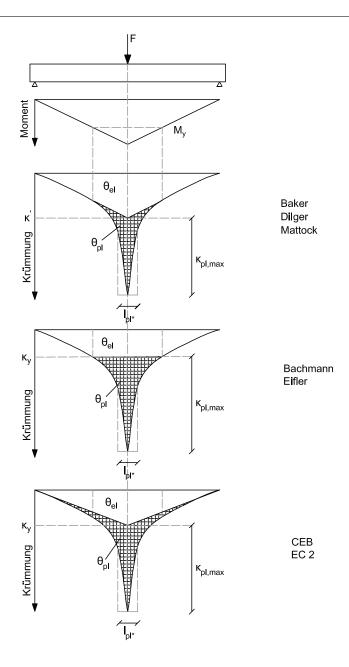


Abb. 2.4: Verschiedene Definitionen zur Bestimmung der Rotationsanteile sowie der plastischen Ersatzlänge nach [20]

 $\kappa_{\rm pl,max}$ wird nur durch materialbezogene und querschnittsbezogene Parameter beeinflusst. Dagegen kann die plastische Ersatzlänge $l_{\rm pl}^*$ als Parameter für die Berücksichtigung von Materialeigenschaften (Verhältnis von Zugfestigkeit zur Streckgrenze) und verschiedener Systemeinflüsse auf das plastische Verformungsverhalten des Tragwerkbereiches in Verbindung mit der Lastverteilung (Schubschlankheit) gesehen werden. [23]

In [25] wird die plastische Rotationsfähigkeit als Verformungsvermögen eines Tragwerksbereiches zwischen zwei benachbarten Momentennullpunkten nach Erreichen des rechnerischen Fließmomentes im höchstbeanspruchten Querschnitt definiert. Wie in Abb. 2.5 zu erkennen ist, wird für die Ermittlung der plastischen Rotation der Bereich über dem inneren Auflager eines Durchlaufträgers betrachtet. Dieser Bereich wird im weiteren als Ersatzträgerlänge $(2 \ a_q)$ bezeichnet. Da die Lage vom Momentennullpunkt mit der Lage des Wendepunktes

der Biegelinie ident ist, stimmt auch die Verdrehung des Ersatzträgers mit der Verdrehung des Durchlaufträgers überein [27].

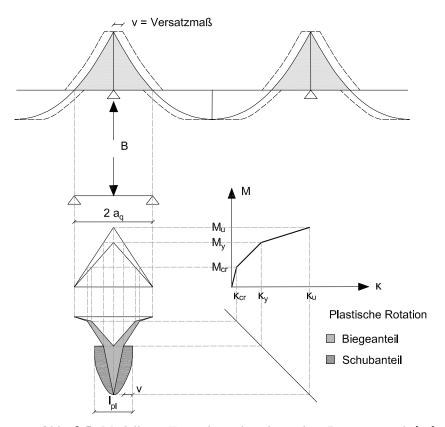


Abb. 2.5: Modell zur Ermittlung der plastischen Rotation nach [25]

Die plastische Rotation $\theta_{\rm pl}$ wird in [29] als Differenz von Gesamtrotation und elastischer Rotation definiert. Die Aufsummierung der Krümmungen bzw. der Risswinkel über die Ersatzträgerlänge, beim Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls im Zuggurt, ergibt die elastische Rotation $\theta_{\rm el}$. Die Integration der Krümmungen bzw. die Summe der Risswinkel über die Ersatzträgerlänge im Bruchzustand ergibt die Gesamtrotation θ . Sie entspricht der Summe der Verdrehungen der Endquerschnitte unter Bruchlast. Als Bruchzustand wird der Zustand bezeichnet, bei dem entweder der Betonstahl die Zugfestigkeit oder die Betondruckzone die Bruchstauchung erreicht. Somit entspricht die plastische Rotation $\theta_{\rm pl}$ der Aufsummierung der Zusatzkrümmungen, die nach Erreichen der Streckgrenze bis zum Bruchzustand über die Ersatzträgerlänge auftreten.

Einen wesentlichen Einfluss auf die plastische Rotation besitzt die Schrägrissbildung infolge einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung und Schub. Durch die Schrägrissbildung nimmt die plastische Rotation zu. [23]

Bachmann [3] erkannte, dass sich die Rotationen auf einzelne Risse konzentrieren. Die Verdrehfähigkeit der plastizierten Bereiche ergibt sich bei ihm als Summe der Risswinkel der Risse, in denen plastische Stahldehnungen auftreten. Bachmann entwickelte zur Bestimmung der Verdrehfähigkeit plastischer Trägerbereiche in Abhängigkeit vom Rissbildungsverhalten das Biegerissgelenk und das Schubrissgelenk (siehe Abb. 2.6) um die Art der Rissbildung und somit das unterschiedliche Verformungsverhalten aufzuzeigen. Bei den Biegerissgelenken

verlaufen die Biegerisse bis zum Bruch nur senkrecht zur Stabachse. Schubrissgelenke treten auf, wenn die Querkraft groß genug ist, um aus Biegerissen schräge Schubrisse zu bilden.

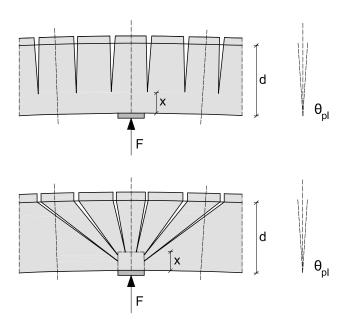


Abb. 2.6: Biegerissgelenk (oben) und Schubrissgelenk (unten) nach Bachmann [3]

Für die Ermittlung der plastischen Rotation werden deshalb zwei Anteile getrennt betrachtet, ein Anteil aus der Biegung und ein Anteil durch Schub verursacht:

$$\theta_{\rm pl,ges} = \theta_{\rm pl,Bieg} + \theta_{\rm pl,Schub}$$
 (2.11)

2.2.3 Biegeanteil der plastischen Rotation

Nach Bernoulli bleiben ebene Querschnitte auch nach der Biegung eben. Navier besagt, dass die Dehnungen proportional zum Abstand der neutralen Faser sind. Wird diese Hypothese, welche im elastischen Zustand gültig ist, auch im plastischen Zustand angenommen, kann mit den Materialgesetzen, welche bis zum Bruch definiert sind, die gesamte Momenten-Krümmungs-Beziehung bis zum Bruch bestimmt werden. Ist der Momentenverlauf über die gesamte Trägerlänge bekannt, dann ist damit auch der Krümmungsverlauf festgelegt. Wird die Krümmung über diesen Bereich integriert, ergibt sich daraus die Gesamtverdrehung θ . [27]

Allgemein ergibt sich das plastische Rotationsvermögen aus der Integration der Verkrümmungsdifferenzen zwischen den Momentennullpunkten:

$$\theta_{\rm pl,Bieg} = \int_{+a_{\rm q}}^{-a_{\rm q}} \Delta \kappa \, dx \tag{2.12}$$

Für die Integration wird das Momenten-Krümmungs Diagramm als Polygonzug vereinfacht. Die plastische Rotationsfähigkeit kann mit Hilfe des daraus abgeleiteten vereinfachten Modells von Abb. 2.7 ermittelt werden. Das vereinfachte Modell eines statisch bestimmten

Ersatzträgers bildet den Stützbereich eines Durchlaufträgers ab und stellt den häufigsten Fall der Schnittgrößenumlagerung von der Stütze ins Feld dar. Dieser Ersatzträger hat eine Länge, die dem Abstand zweier benachbarter Momentennullpunkte entspricht. Durch die übereinstimmende Lage von Momentennullpunkt und Wendepunkt der Biegelinie stimmt die Verdrehung des Ersatzträgers nach [27] mit der Verdrehung des Durchlaufträgers überein.

Der Biegeanteil der plastischen Rotation ergibt sich aus der Differenz zwischen der totalen Rotation bei Erreichen des rechnerischen Bruchmomentes und der Rotation bei Erreichen des Fließmomentes. Die schraffierte Fläche in Abb. 2.7 kennzeichnet diesen Biegeanteil des plastischen Rotationsvermögens. [23] Der Knick beim Rissmoment M_{cr} kann bei der Ermittlung der erforderlichen sowie der zulässigen Rotation nach [23] vernachlässigt werden.

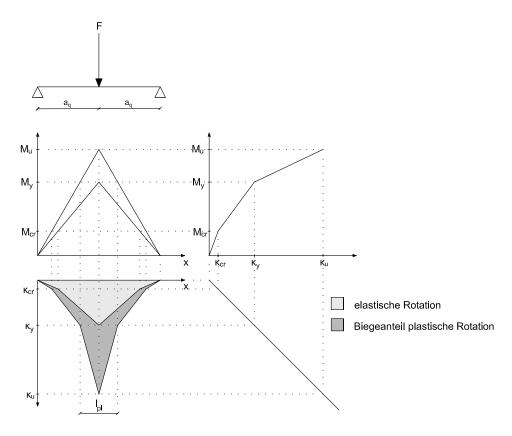


Abb. 2.7: Verkrümmung und plastische Rotation für den Stützbereich, abgebildet durch Einfeldträger und Einzellast nach [23]

2.2.4 Schubanteil der plastischen Rotation

Wenn die Schubbeanspruchung τ_0 über den Grenzwert τ_{0R} ansteigt, entstehen geneigte Risse. Durch ein Fachwerkmodell mit geneigten Druckstreben und daraus resultierendem Anwachsen der Zuggurtkraft wird die Wirkung der Schrägrissbildung mit dem Versatzmaß v berücksichtigt. Dadurch vergrößert sich der plastifizierende Bereich und das plastische Rotationsvermögen steigt an. Die Neigung der Druckstrebe stimmt näherungsweise mit der Neigung der Schrägrisse im Lasteinleitungsbereich überein. Diese Neigung ist abhängig vom Verhältnis Höhe der Schubbeanspruchung zur Biegebeanspruchung und der vorhandenen

Schubbewehrung. Dieses Verhältnis kann auch durch den mechanischen Bewehrungsgrad $\omega_{\rm u}$ ausgedrückt werden. Die Schubrisse weisen ein typisches fächerförmiges Muster wie im Schubrissgelenk von Bachmann Abb. 2.6 auf Seite 21 auf. [23]

$$\tau_0 = \frac{V}{b_w \cdot z} \tag{2.13}$$

V einwirkende Querkraft im betrachteten Schnitt

b_w Stegbreite

z innerer Hebelarm

Für den Grenzwert τ_{0R} gibt es in der Literatur verschiedene Ansätze, in der vorliegenden Arbeit wird die in [17] angegebene Beziehung entsprechend Glg. (2.14) verwendet. Da in der vorliegenden Arbeit eine Vorspannung nicht relevant ist, kann der letzte Term der Gleichung entfallen. Vollständigkeit halber ist aber die gesamte Gleichung angegeben. Die Schubbeanspruchung, ab der mit dem Auftreten von geneigten Rissen zu rechnen ist, hängt von der Betonfestigkeit (Zugfestigkeit), dem Längsbewehrungsgrad und der Bauteilhöhe (Maßstabsfaktor k) ab. [23]

$$\tau_{0R} = 0.05 \cdot f_{cm}^{2/3} \cdot k \cdot (1 + 50\rho_l) \cdot (1 + M_0/M_{sdu})$$
(2.14)

k Faktor zur Berücksichtigung des Maßstabeinflusses

 ρ_l Längsbewehrungsgrad

M₀ Dekompressionsmoment

M_{sdu} Bemessungsmoment

Durch die Verschiebung der Verkrümmungslinie um das Versatzmaß v wird der Einfluss der Schubbeanspruchung auf die plastische Rotation nach [23] berücksichtigt. Die Größe des Versatzmaßes ist entsprechend Glg. (2.15) zu bestimmen.

$$v = z/2 \cdot (\cot \beta - \cot \alpha) \tag{2.15}$$

- z innerer Hebelarm der Gurtkräfte
- β Neigung der Druckstrebe
- α Neigung der Zugstrebe (Bügelneigung)

Nach Eurocode 2 [32] darf für den inneren Hebelarm als Näherungswert $z=0.9 \cdot d$ verwendet werden. Mit einer Bügelneigung von 90° und einer Druckstrebenneigung von 45° ergibt sich für das Versatzmaß $v=z/2=0.45 \cdot d$.

Der Schubanteil der plastischen Rotation ist in Abb. 2.8 hervorgehoben. Mit Hilfe von Glg. (2.16) kann dieser Schubanteil bestimmt werden.

$$\theta_{\rm pl,Schub} = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot (\kappa_{\rm u} - \kappa_{\rm y}) \cdot {\rm v}$$
 (2.16)

Der Völligkeitsfaktor von 2/3 berücksichtigt die gleichmäßige Entwicklung der Druckstrebenneigung von 90° direkt im Lasteinleitungsbereich bis zu der im Fließpunkt ermittelten Druckstrebenneigung. Der unterste Grenzwerte von $\beta=35^{\circ}$ ist demnach nicht zu unterschreiten. Damit wird die plastische Länge von Abb. 2.7 auf Seite 22 infolge der Schrägrissbildung links und rechts von der Innenstütze um das Versatzmaß v erweitert (siehe Abb. 2.8). [23]

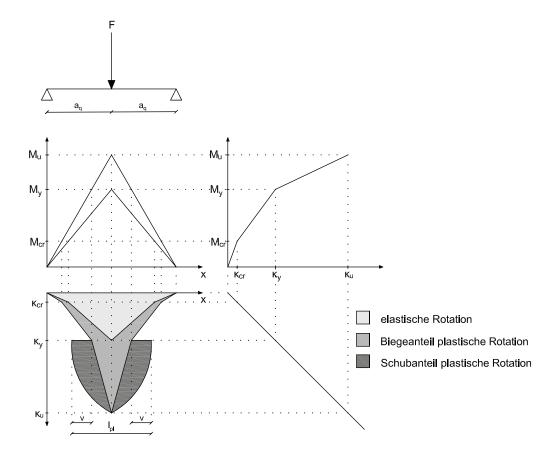


Abb. 2.8: Anteil der plastischen Rotation infolge Schrägrissbildung (Versatzmaß bei Biege-Schub-Beanspruchung) nach [23]

Im Bereich wo die Momentenbeanspruchung geringer als das Fließmoment ist, wird kein Rotationsanteil aus der Schrägrissbildung berücksichtigt (siehe Abb. 2.8), da nach [23] die Querkraft über der Stütze beim Erreichen des Fließmomentes bereits zu einer Schrägrissbildung geführt hat. Aus dem Bereich unterhalb des Fließmomentes entsteht nur eine minimale Zunahme der Verkrümmungen aus der Schrägrissbildung und somit auch nur eine geringe zusätzliche plastische Rotation. [23]

2.2.5 Ermittlung der plastischen Rotation nach Eurocode 2

Linear-elastische Berechnung mit begrenzter Umlagerung

Bei der linear-elastischen Schnittgrößenermittlung mit anschließender begrenzter Umlagerung werden die Ausgangsschnittgrößen linear-elastisch ermittelt und unter Einhaltung gewisser Randbedingungen plastisch umgelagert. [19] Nach Eurocode 2 [32] darf die Umlagerung der Biegemomente bei der linear-elastischen Berechnung ohne ausdrücklichen Nachweis der Rotationsfähigkeit ausgeführt werden, wenn folgende Voraussetzungen erfüllt sind:

- die durchlaufenden Balken oder Platten sind vorwiegend auf Biegung beansprucht
- $\bullet\,$ das Stützweitenverhältnis der benachbarten Felder mit annähernd gleicher Steifigkeit beträgt 0,5 bis 2

- In Abhängigkeit von der maßgebenden Betongüte, ist entweder Glg. (2.17) beziehungsweise Glg. (2.18) zu erfüllen.
- Für die Berücksichtigung der Stahlgüte sind die beiden nachfolgenden Beziehungen in Abhängigkeit von der Duktilitätsklasse der Bewehrung zu berücksichtigen.

Die Umlagerungsbeziehungen (siehe Glg. (2.17) und Glg. (2.18)) sind als Funktion der bezogenen Druckzonenhöhe in Abhängigkeit von der Betongüte und der Stahlsorte definiert. Der jeweils größere Wert ist maßgebend. Für die Berücksichtigung der Stahlgüte sind nach [32] zwei Duktilitätsklassen definiert. Für den normal duktilen Stahl der Klasse A ist eine Momentenumlagerung von maximal 20 % für den hochduktilen Stahl der Klasse B und C von maximal 30 % erlaubt.

$$\delta \geq k_1 + k_2 \cdot x_u / d \qquad \qquad \text{für } f_{ck} \leq 50 \text{MPa} \qquad \qquad (2.17)$$

$$\delta \ge k_3 + k_4 \cdot x_u/d$$
 für $f_{ck} > 50 MPa$ (2.18)

 $\delta \geq k_5 \quad \text{wenn Betonstahl der Klassen B und C verwendet wird}$

 $\delta \geq k_6$ wenn Betonstahl der Klasse A verwendet wird

Dabei ist:

δ das Verhältnis umgelagertes Moment zum Moment vor der Umlagerung

x_u die bezogene Druckzonenhöhe im Grenzzustand der Tragfähigkeit nach Umlagerung (ermittelt mit Bemessungswerten der Einwirkungen und der Baustoffestigkeiten)

d statische Nutzhöhe des Querschnitts

 $k_1 = 0.44$

 $k_2 = 1.25(0.6+0.0014/\varepsilon_{cu2})$

 $k_3 = 0.54$

 $k_4 = 1.25(0.6+0.0014/\varepsilon_{cu2})$

 $k_5 = 0.7$

 $k_6 = 0.8$

 $\varepsilon_{\rm cu2}$ die maximale Dehnung des Querschnitts nach [32]

Die Auswirkungen der Momentenumlagerung sind bei der Bemessung durchgängig zu berücksichtigen. Dieses Verfahren ist nach [12] nur für Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit zulässig, da die Umlagerungen eine ausgeprägte Rissbildung und damit einhergehende Steifigkeitsänderungen über das Tragwerk erfordern.

Verfahren nach der Plastizitätstheorie

Berechnungen nach der Plastizitätstheorie ohne direkten Nachweis der Rotationsfähigkeit im GZT dürfen nach [32] durchgeführt werden, wenn die Duktilität der kritischen Querschnitte für die geplante Plastifizierung ausreicht. Sind folgende drei Voraussetzungen erfüllt, kann die Duktilität als ausreichend angesehen werden. Ist eine dieser Voraussetzungen nicht erfüllt, ist der Nachweis der plastischen Rotationsfähigkeit zu führen.

- $x_u/d \le 0.25$ für Betonfestigkeitsklassen $\le C50/60$ $x_u/d \le 0.15$ für Betonfestigkeitsklassen $\ge C55/67$
- der verwendete Betonstahl ist entweder Klasse B oder C
- das Verhältnis von Stützmoment zu Feldmoment liegt zwischen 0,5 und 2

Normalduktiler Stahl der Klasse A darf bei der Berechnung nach der Plastizitätstheorie nicht angewendet werden. Das Dehnvermögen und damit einhergehend die Rotationsfähigkeit sind sehr gering. Im Vergleich dazu weist hochduktiler Stahl der Klasse B eine deutlich größere Dehnung bei Höchstlast ε_{uk} und ein größeres Verhältnis von Zugfestigkeit zu Streckgrenze f_t/f_y auf. Bei der Verwendung von normalduktilem Stahl kommt es aufgrund der kleineren plastischen Stahldehnungen zu einer geringeren Verformungsfähigkeit und kleineren Rotationen. [12]

Der vereinfachte Nachweis der plastischen Rotation für Stahlbetonquerschnitte gilt für durchlaufende, stabförmige Bauteile sowie für durchlaufende einachsig gespannte Platten. Er basiert auf dem Nachweis der Rotationsfähigkeit von Stab- oder Plattenabschnitten mit einer Länge von 1,2 mal der Querschnittshöhe. Es wird vorausgesetzt, dass sich dieser Abschnitt unter der maßgebenden Einwirkungskombination als Erster plastisch verformt. Der Nachweis der plastischen Rotation im Grenzzustand der Tragfähigkeit gilt als erfüllt, wenn die vorhandene bzw. rechnerische Rotation für eine angestrebte Umlagerung $\theta_{\rm s}$ unter der maßgebenden Einwirkungskombination die zulässige plastische Rotation nicht überschreitet. Für den vereinfachten Nachweis der plastischen Rotation sollten die Bereiche der plastischen Gelenke das Verhältnis $x_{\rm u}/{\rm d}$ von 0.45 bei Beton mit Festigkeitsklassen bis C50/60 und 0.35 bei Festigkeitsklassen von C55/67 nicht überschreiten. Das Verhältnis von $x_{\rm u}/{\rm d}$ ist nach [19] für die Schnittgrößen nach der Umlagerung zu ermitteln.

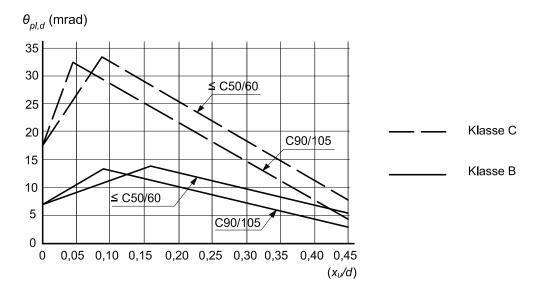


Abb. 2.9: Grundwert der zulässigen plastischen Rotation von Stahlbetonquerschnitten für Bewehrungsklassen B und C aus dem Eurocode [32]

Die Rotation θ_s ist auf Grundlage der Bemessungswerte der Einwirkungen und der Mittelwerte der Baustoffeigenschaften zu ermitteln. Die in Abb. 2.9 dargestellten Werte für die zulässige plastische Rotation $\theta_{pl,d}$ gelten für eine Schubschlankheit von $\lambda=3.0$. Weicht die vorhandene Schubschlankheit von diesem Wert ab, darf die zulässige plastische Rotation durch Multiplikation des Grundwertes der zulässigen plastischen Rotation $\theta_{pl,d}$ mit einem Korrekturfaktor k_{λ} nach Glg. (2.19) ermittelt werden.

$$k_{\lambda} = \sqrt{\lambda/3} \tag{2.19}$$

Die Schubschlankheit λ ist das Verhältnis aus dem Abstand zwischen Momentennullpunkt und Momentenmaximum nach der Umlagerung und der statischen Nutzhöhe d. Vereinfacht kann λ auch nach Glg. (2.20) mit den Bemessungswerten des Biegemoments und der zugehörigen Querkraft ermittelt werden.

$$\lambda = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed} \cdot d} \tag{2.20}$$

Die Anwendungsregeln für die Ermittlung der erforderlichen plastischen Rotation sind bei der Festlegung der Grundlagen für die Ermittlung der zulässigen plastischen Rotation zu berücksichtigen. Die erforderliche plastische Rotation wird für die umgelagerte Schnittgrößenverteilung unter Berücksichtigung der Steifigkeiten im gerissenen Zustand und der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ermittelt.

Im vorgestellten Modell zur Ermittlung der zulässigen plastischen Rotation (siehe Abb. 2.5) werden für die Ermittlung des plastischen Rotationvermögens alle Rotationsanteile nach Erreichen des Fließmomentes bis zur Ausnutzung der Stahlzugfestigkeit berücksichtigt. Die Definition dieses Modells steht in Übereinstimmung mit den Grundlagen zur Ermittlung der erforderlichen plastischen Rotation, wenn als Abstand a_q des Momentennulldurchgangs bis zur Stütze der Abstand nach der Schnittgrößenumlagerung verwendet wird. Versuche an statisch bestimmten Tragwerken bilden den so definierten plastischen Rotationsanteil direkt ab. Bei Versuchen an statisch unbestimmten Tragwerken kann dieser Rotationsanteil nicht direkt abgelesen werden. Durch eine Schnittgrößenumlagerung verschiebt sich der Momentennulldurchgang und der elastische Rotationanteil ändert sich ebenfalls. Wenn mit der Momentenlinie nach der Schnittgrößenumlagerung gerechnet wird kann dieser Effekt vernachlässigt werden. [23]

2.2.6 Versuche zur Rotationsfähigkeit

An der Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM) [15] wurden 20 einfeldrige Rechteckbalken geprüft. Die Versuchsergebnisse bilden den Einfluss des Bewehrungsgrades auf die Verdrehfähigkeit sehr deutlich ab (siehe Abb. 2.3 auf Seite 14). Mit abnehmendem Bewehrungsgrad ($\omega < \omega^*$) nimmt die Verdrehfähigkeit rasch ab, der Querschnitt versagte durch Bewehrungsversagen. Im Bereich $\omega > \omega^*$ nimmt die Verdrehfähigkeit mit zunehmendem Bewehrungsgrad ab, das Versagen der Druckzone war hier maßgebend. Durch die Wahl kleinerer Bewehrungsstabdurchmesser lässt sich aufgrund des damit verbundenen geringen Rissabstandes eine höhere Verdrehfähigkeit erzielen. Nur einen geringen Einfluss auf die Verdrehfähigkeit zeigte die Variation der Schlankheit zwischen 1/h = 7 - 13, die Variation des Momenten-Schub-Verhältnisses sowie die Variation der Belastungsart.

Erkenntnisse von Siegfried Bausch [4] waren unter anderem, dass die Verformungsfähigkeit erheblich gesteigert werden kann, wenn durch eine entsprechend große Druckbewehrung und deren gute Verbügelung das Versagen der Zugzone erzwungen wird. Trotz ausknicken der Druckbewehrung wächst die Verformungsfähigkeit durch eine enge Verbügelung an.

Den Einfluss der Stahlkennlinie auf die Trag- und Verformungsfähigkeit von auf Biegung beanspruchten Stahlbetonbalken hat Soretz [38] anhand von 33 Balkenversuchen untersucht. Mit zunehmendem mechanischen Bewehrungsgrad nehmen die unter Höchstlast erreichten Krümmungen im Bruchquerschnitt in etwa nach einer hyperbolischen Funktion ab. Das

gleiche gilt auch für die unter Höchstlast erreichten größten Stahldehnungen in Abhängigkeit von der Stärke der Zugbewehrung. Er stellte fest, dass es durch eine vereinfachte, bilineare Form der Spannungs-Dehnungs-Linie der Bewehrung mit einer Zugfestigkeit, die in etwa dem Wert der Streckgrenze entspricht, zu keiner Ankündigung des Bruches durch stark zunehmende Verformungsveränderungen bzw. Verdrehungen nach dem Überschreiten der Streckgrenze kommt. Eine kontinuierliche Form der Spannungs-Dehnungslinie liefert zunehmende Verdrehungen nach dem Überschreiten der Stahlstreckgrenze und kündigt das Versagen so an.

Durch eine zunehmende Lasteinleitungslänge steigt nach Chandrasekhar und Falkner [11] die plastische Verdrehung an. Den Einfluss der Lasteinleitungslänge haben sie an 15cm hohen Einfeldbalken mit gleicher Schlankheit geprüft.

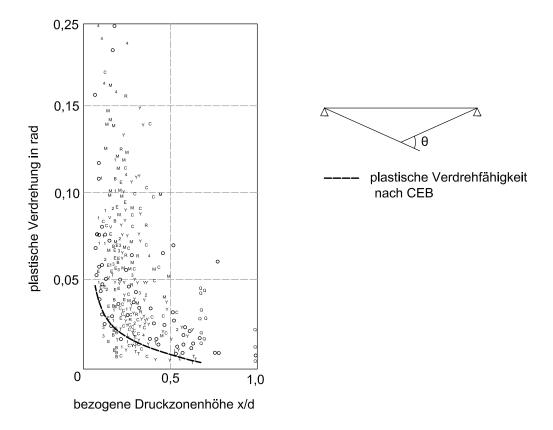


Abb. 2.10: Plastische Verdrehfähigkeit in Abhängigkeit von der bezogenen Druckzonenhöhe nach [37]

Die in Abb. 2.10 eingetragene Kurve der möglichen plastischen Verdrehungen fand im CEB-FIP Model-Code 1978 Verwendung. Siviero [37] wertete dafür 350 Bauteilversuche aus. Die ermittelten plastischen Verdrehungen sind über die bezogene Druckzonenhöhe x/d aufgetragen. Die eingetragene Kurve stellt die 5 % Fraktile der ermittelten plastischen Verdrehungen der Versuche dar. Die in diesen Versuchen hautpsächlich verwendeten Stähle weisen ein sehr großes Zugfestigkeit-Streckgrenzen-Verhältnis und dementsprechend hohe Werte für die Gleichmaßdehnung auf. Betonstauchungen von bis über 50 % wurde mit zum Teil sehr großen Druckbewehrungsgraden und enger Bügelbewehrung zur Umschnürung der Biegedruckzone erreicht. Die dadurch möglichen großen Querschnittskrümmungen

führen zu größeren Verformungen gegenüber Balken ohne Druckbewehrung und großen Bügelabständen.

Grundsätzlich ist bei so großer Streuung eine statistische Auswertung der Versuchswerte nach [27] abzulehnen, da offensichtlich wesentliche Einflussgrößen nicht erfasst sind. In vielen Fällen lagen günstige Bedingungen vor, welche zu einer Vergrößerung der Verdrehfähigkeit führten. Da solche günstigen Bedingungen oft nicht vorliegen, ist nach [27] zu vermuten, dass besonders bei hohen Querschnitten mit Bewehrungsstählen mit großem Zugfestigkeits-Streckgrenzenverhältnis und geringer Gleichmaßdehnung die Verdrehfähigkeit geringer ist als nach der Grenzkurve des CEB.

Ein weiterer wichtiger Einflussfaktor ist nach Peter Langer [27] die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, welche im plastischen Bereich wesentlich größer als im elastischen Bereich ist. Der Rissabstand nimmt mit abnehmenden Bewehrungsgrad stark zu. Es liegen somit immer weniger Risse mit plastischen Stahldehnungen im Trägerbereich zwischen My und Mu. Nimmt der Rissabstand zu, steigt die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen an und die Verformungsfähigkeit des Zuggurtes nimmt ab.

Bei der Versuchsdurchführung ist es von entscheidender Bedeutung, ob der Versuch lastgesteuert oder verfomungsgesteuert durchgeführt wird. Beim lastgesteuerten Versuch steigen die Verformungen, bereits bei minimaler Laststeigerung, in der Nähe des Bruchzustandes erheblich an. Ein schlagartiger Bruch ist die Folge davon. Dabei wird die tatsächliche Verformungsfähigkeit nicht ausreichend erfasst. Bei der Regelung über die Verformung wird das Verhalten unter Höchstlast und im Bruchzustand wesentlich besser erfasst: die Verformung wird allmählich vergrößert. Aus diesem Grund sind für Versuche zur Untersuchung des plastischen Bereichs verformungsgesteuerte Versuchsdurchführungen zu bevorzugen. [27]

2.3 Rissmechanische Zusammenhänge des Stahlbetons

Die Grundlagen für die Ermittlung der auftretenden Rissbreiten werden anhand eines Stahlbeton-Zugstabes abgeleitet und über die Betrachtung der mitwirkenden Zugzone auf Zuggurte biegebeanspruchter Bauteile übertragen [40].

2.3.1 Last-Verformungs-Verhalten eines Stahlbetonzugstabs

Ein zugbeanspruchter Stahlbetonstab zeigt qualitativ das in Abb. 2.11 dargestellte Zugkraft-Verformungs-Verhalten. Der Stahlbetonstab durchwandert dabei verschiedene Bereiche (A-B-C-D).

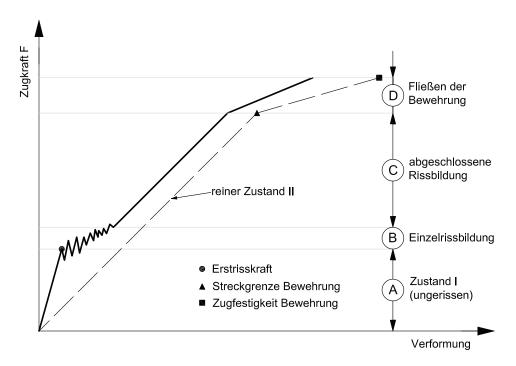


Abb. 2.11: Last-Verformungs-Verhalten eines Stahlbetonzugstabes nach [28] bei Verformungssteigerung

Bereich A - ungerissener Zustand

Im Zustand I ist der Zugstab ungerissen. Die äußere Zugkraft F wird vom Beton und der Bewehrung gemeinsam aufgenommen (siehe Glg. (2.21)). Die Betonspannung ist in diesem Bereich noch kleiner als die Zugfestigkeit. Die Dehnung im Stahl entspricht der Dehnung im Beton (Glg. (2.22)), das heißt es sind keine Dehnungsunterschiede zwischen dem Bewehrungsstahl und dem Beton vorhanden und an allen Stellen des Bauteils herrscht idealer, starrer Verbund.

$$F = F_c + F_s = \sigma_c \cdot A_{c,n} + \sigma_s \cdot A_s \tag{2.21}$$

$$\varepsilon_{\rm c} = \varepsilon_{\rm s}$$
 (2.22)

Unter Berücksichtigung des Hooke'schen Gesetztes im Zustand I wird die äußere Zugkraft nach Glg. (2.23) unter Berücksichtigung von Glg. (2.24) ermittelt. Wobei $A_{c,n}$ der Nettoquerschnitt und A_c der Bruttoquerschnitt des Betons ist.

$$F = \sigma_c \cdot A_{c,n} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s)$$
 (2.23)

mit:

$$\alpha_{\rm E} = \frac{E_{\rm s}}{E_{\rm c}} \qquad \qquad {\rm und} \qquad \qquad \rho_{\rm s} = \frac{A_{\rm s}}{A_{\rm c}} \qquad \qquad (2.24)$$

Bereich B - Einzelrissbildung

Durch Steigerung der Verformung des Zugstabes erreicht die Betonspannung σ_c an einer Schwachstelle des Betongefüges den unteren Grenzwert der Betonzugfestigkeit $f_{ct}=f_{ctk;0,05}$ und der erste Riss entsteht.

$$F_{cr} = f_{ct} \cdot A_{c,n} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s)$$
(2.25)

Die Risskraft wird nach Glg. (2.25) bestimmt. Im Riss nimmt die Bewehrung die freiwerdende Kraft auf. Dadurch steigen die Stahlspannungen und -dehnungen im Riss an ($\varepsilon_{\rm sr,2}$ in Abb. 2.12). Da der Beton im Riss keine Kraft übertragen kann, fällt die Betondehnung zum Riss hin auf Null ab (siehe Abb. 2.12). Sobald die Dehnungen voneinander abweichen und eine Spannungsdifferenz entsteht, wird der Verbund aktiviert. Ab dem Riss findet über die so genannte Lasteinleitungslänge $l_{\rm es}$ eine Rückübertragung der Kraft aus dem Bewehrungsstahl auf den Beton statt. Das heißt, über den Verbund baut sich der Dehnungsunterschied mit zunehmendem Abstand vom Riss wieder ab. Der Dehnungsunterschied zwischen Stahl und Beton ist bei Einzelrissbildung nur bereichsweise innerhalb der Lasteinleitungslänge links und rechts vom Riss vorhanden und die Dehnung von Stahl und Beton ist im Abstand der Lasteinleitungslänge wieder gleich. In diesem Bereich ist der Zugstab nach wie vor im ungerissenen Zustand.

$$\sigma_{\rm s} = (1 + \alpha_{\rm E} \cdot \rho_{\rm s}) \cdot \frac{f_{\rm ct}}{\rho_{\rm s}} \tag{2.26}$$

Die Kraft im Riss muss durch die mittlere Verbundspannung τ_{sm} , die über die Stablänge u_s vereinfacht als konstant angenommen wird (siehe Abb. 2.13 auf Seite 33), in den Beton eingeleitet werden. Daraus ergibt sich für die Lasteinleitungslänge unter Einsetzen von Glg. (2.26) folgender Zusammenhang:

$$l_{es} = \frac{\sigma_{s} \cdot A_{s}}{\tau_{sm} \cdot u_{s} \cdot (1 + \alpha_{E} \cdot \rho_{s})} = \frac{\sigma_{s} \cdot d_{s}}{4 \cdot \tau_{sm} \cdot (1 + \alpha_{E} \cdot \rho_{s})} = \frac{f_{ct} \cdot d_{s}}{4 \cdot \tau_{sm} \cdot \rho_{s}}$$
(2.27)

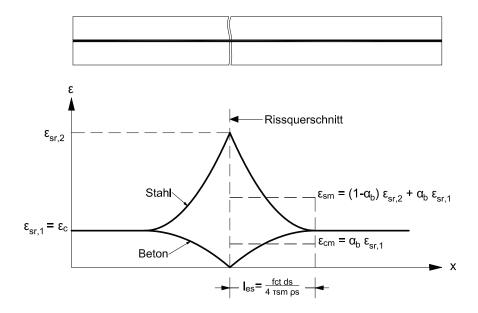


Abb. 2.12: Dehnungsverlauf am Einzelriss nach [28]

Die Rissbreite ergibt sich durch die Aufsummierung der Dehnungsdifferenzen zwischen dem Bewehrungsstahl und dem Beton über den jeweiligen Einflussbereich links und rechts vom Riss [34]. In den Normen wird die Rissbreite eines Einzelrisses w (siehe Glg. (2.28)) durch die mittlere Dehnungsdifferenz von Stahl und Beton über die Lasteinleitungslänge $l_{\rm es}$ definiert.

$$w = 2 \cdot l_{es} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \tag{2.28}$$

Unter Verwendung eines Völligkeitsbeiwertes α_b können die über die Lasteinleitungslänge gemittelten Stahldehnungen und Betondehnungen mit folgenden Gleichungen ermittelt werden. Der Völligkeitsbeiwert wird in Kapitel 2.3.1 näher erläutert.

$$\varepsilon_{\rm sm} = (1 - \alpha_{\rm b}) \cdot \varepsilon_{\rm sr,2} + \alpha_{\rm b} \cdot \varepsilon_{\rm sr,1} = \varepsilon_{\rm sr,2} - \alpha_{\rm b} \cdot (\varepsilon_{\rm sr,2} - \varepsilon_{\rm sr,1})$$
(2.29)

$$\varepsilon_{\rm cm} = \alpha_{\rm b} \cdot \varepsilon_{\rm c,1} = \alpha_{\rm b} \cdot \varepsilon_{\rm sr,1}$$
 (2.30)

 $\varepsilon_{\rm sr,2}$ Stahldehnung im Riss (Zustand II)

 $\varepsilon_{\mathrm{sr},1}$ Stahldehnung am Ende der Lasteinleitungslänge (Zustand I)

 $\varepsilon_{c,1}$ Betondehnung am Ende der Lasteinleitungslänge (Zustand I)

Mehrere Einzelrisse beeinflussen sich nicht, solange nach der Lasteinleitungslänge die Stahlund die Betondehnung wieder gleich sind.

Bereich C - abgeschlossene Rissbildung

Aufgrund der kleinen Streuung der Betonzugfestigkeit nimmt bei weiterer Verformungszunahme die Anzahl der Risse schnell zu. Bereits bei einer Betonzugfestigkeit von 1,3 · f_{ctm}

ist davon auszugehen, dass die Rissbildung abgeschlossen ist. In diesem Zustand existiert an jeder Stelle bereits ein Dehnungsunterschied zwischen Stahl und Beton. Der Abstand zwischen den Rissen reicht nicht mehr aus, um über den Verbund jene Kraft vom Stahl in den Beton einzuleiten, die für die Bildung eines neuen Risses notwendig wäre. Der Rissabstand verändert sich nicht mehr. An keiner Stelle liegt mehr ungestörter Verbund vor und entlang der gesamten Länge wirken Verbundspannungen.

$$F_{ct} = f_{ct} \cdot A_{c,n} \qquad max.\epsilon_c = \frac{F_{cr}}{A_{c,n} \cdot E_c} = \frac{f_{ct}}{E_c}$$
 (2.31)

Die im Betonquerschnitt infolge eines Risses unmittelbar vor der Rissbildung vorhandene Zugkraft F_{ct} nach Glg. (2.31) wird alleine von der Bewehrung aufgenommen. Über den Verbund wird diese Stahlzugkraft $F_s = \varepsilon_{sr} \cdot E_s \cdot A_s$ wieder in den Beton eingeleitet (siehe Glg. (2.32).

$$F_{ct} = F_s = F_b \tag{2.32}$$

In Abb. 2.13 sind der Spannungs-, Verbundspannungs- und Schlupfverlauf zwischen zwei Rissen bei abgeschlossener Rissbildung qualitativ dargestellt. Im Riss ist, wie in Abb. 2.3.1 auf Seite 31 erläutert, die Stahlspannung maximal, während die Spannung im Beton im Riss Null wird.

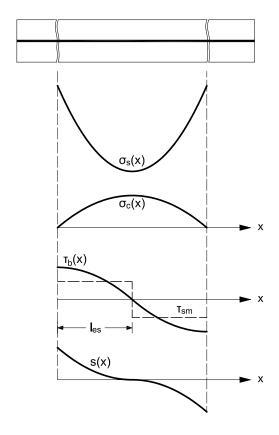


Abb. 2.13: Qualitativer Spannungs-, Verschiebungs- und Verbundspannungsverlauf zwischen zwei Rissen nach [24]

Ab dem Riss ist der Verbund auf eine bestimmte Länge des Bewehrungsstahls gestört. Die Erhöhung der Stahldehnung und der Abfall der Betondehnung im Bereich des Risses führen zu einer unterschiedlichen Verlängerung von Stahl und Beton. Diese Relativverschiebungen haben im Riss das Maximum. Aus diesem Grund erreichen Verbundspannung und Schlupf im Riss den Maximalwert und nehmen mit der Lasteinleitungslänge wieder ab. Die strichlierte Linie im Diagramm der Verbundspannung stellt die mittlere Verbundspannung innerhalb der Lasteinleitungslänge les dar. Die Summe der unterschiedlichen Dehnungen des Stahls entlang der Lasteinleitungslänge ergibt den Schlupf s(x). Der Schlupf charakterisiert über die Beziehung zur Verbundspannung das lokale Verbundverhalten. [34]

Die Verbundkraft F_b (siehe Glg. (2.33)) wird über die Lasteinleitungslänge l_{es} in den Stahl übertragen. Dabei wird eine konstante mittlere Verbundfestigkeit τ_{sm} über den Stabumfang und entlang der Lasteinleitungslänge l_{es} angenommen.

$$F_b = u_s \cdot l_{es} \cdot \tau_{sm} \tag{2.33}$$

Die dafür erforderliche Lasteinleitungslänge ergibt sich nach Glg. (2.34). Ist die für die Kraftübertragung erforderliche Lasteinleitungslänge nicht mehr vorhanden, können keine weiteren Risse gebildet werden, da die übertragbare Kraft die Zugtragfähigkeit des Betons nicht mehr erreicht.

$$l_{es} = \frac{f_{ct} \cdot A_{c,n}}{\tau_{sm} \cdot u_s} = \frac{f_{ct} \cdot A_{c,n} \cdot d_s}{\tau_{sm} \cdot d^2 \cdot \pi} = \frac{f_{ct} \cdot A_{c,n} \cdot d_s}{4 \cdot \tau_{sm} \cdot \rho_s} = \frac{f_{ct} \cdot d_s}{\tau_{sm} \cdot 4 \cdot \rho_s}$$
(2.34)

Das tatsächliche Rissbild eines Zugstabes ist aufgrund der Streuung der Betonzugfestigkeit und des Verbundverhaltens von Stahl und Beton nicht vorhersehbar. Krips [26] zeigt, dass zwei Risse sich gegenseitig beeinflussen, wenn der Rissabstand s_r zwischen der einfachen und der doppelten Lasteinleitungslänge $l_{\rm es}$ liegt.

$$s_{r,min} = l_{es} \le s_r < s_{r,max} = 2 \cdot l_{es}$$

$$(2.35)$$

 $s_{r,min}$ kleinstmöglicher Rissabstand bei abgeschlossener Rissbildung $s_{r,max}$ größtmöglicher Rissabstand bei abgeschlossener Rissbildung

Für die Erzeugung eines weiteren Risses muss die Zugkraft, die den Beton zum Reißen bringt, vollständig eingeleitet werden. Aus diesem Grund kann ein Rissabstand nicht kleiner als die Lasteinleitungslänge selbst sein. Ist der Rissabstand größer als die doppelte Lasteinflusslänge, überschneiden sich die Einflussbereiche der Risse nicht. Bei Erhöhung der Last könnte erneut die Zugfestigkeit erreicht werden und ein neuer Riss entstehen. Die Rissbildung wäre also noch nicht abgeschlossen. Für das Verhalten eines Zugstabes mit vielen Rissen ist der mittlere Rissabstand $\mathbf{s}_{r,m}$ von Bedeutung. Krips [26] zeigt, dass der mittlere Rissabstand nicht dem arithmetischen Mittel von minimalem und maximalem Rissabstand entspricht. Mit Hilfe einer Verteilungsdichtefunktion leitet Krips den mittleren Rissabstand her. Er zeigt, dass ein kleinerer Rissabstand innerhalb einer definierten Länge eine höhere Auftretenswahrscheinlichkeit besitzt als ein großer Rissabstand. Der mittlere Rissabstand ist etwas kleiner als das arithmetische Mittel aus minimalem und maximalem Rissabstand und ergibt sich zu $\mathbf{s}_{r,m}=1,443 \cdot \mathbf{s}_{r,min}$.

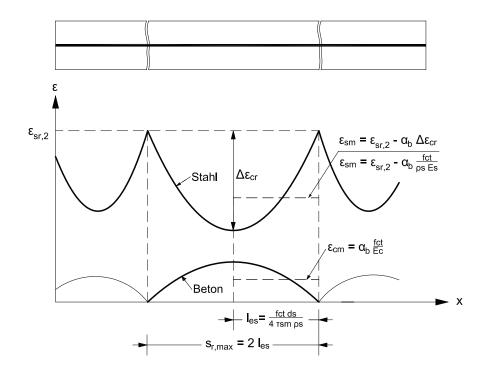


Abb. 2.14: Dehnungsverlauf am Riss bei abgeschlossener Rissbildung nach [28]

In Abb. 2.14 sind die Dehnungsverläufe von Stahl und Beton für den Grenzfall $s_{r,max}=2 \cdot l_{es}$ dargestellt.

Durch die Rissbildung im Zugstab entsteht wie bereits erläutert ein Dehnungsunterschied zwischen der Dehnung im Rissquerschnitt und der Dehnung im Querschnitt mittig zwischen zwei Rissen. Die Dehnungsdifferenz $\Delta \varepsilon_{\rm cr}$ ist durch den Unterschied der Stahlkraft im Riss $F_{\rm s,Riss}$ und der Stahlkraft zwischen zwei Rissen $F_{\rm s,zwischenRissen}$ in Glg. (2.38) definiert. Mit der Risskraft im Zugstab $F_{\rm ct}$ als Einflussgröße für diesen Dehnungssprung kann der Dehnungsunterschied $\Delta \varepsilon_{\rm cr}$ zwischen Rissquerschnitt und Querschnitt zwischen den Rissen nach Glg. (2.39) ermittelt werden.

$$F_{s,Riss} = F_{s,zwischenRissen} + F_{ct}$$
 (2.36)

$$F_{s,Riss} = E_s \cdot A_s \cdot \epsilon_{sr,2} \qquad F_{s,zwischendenRissen} = E_s \cdot A_s \cdot \epsilon_{sr,1} \qquad (2.37)$$

Daraus ergibt sich die Differenz von Stahlkraft im Riss zu Stahlkraft zwischen den Rissen zu:

$$\Delta F_s = E_s \cdot A_s \cdot (\varepsilon_{sr,2} - \varepsilon_{sr,1}) = E_s \cdot A_s \cdot \Delta \varepsilon_{cr}$$
 (2.38)

$$\Delta \varepsilon_{\rm cr} = \frac{F_{\rm ct}}{E_{\rm s} \cdot A_{\rm s}} = \frac{A_{\rm c,n} \cdot f_{\rm ct}}{E_{\rm s} \cdot A_{\rm s}} = \frac{f_{\rm ct}}{E_{\rm s} \cdot \rho_{\rm s}}$$
(2.39)

Zum besseren Verständnis ist $\Delta \varepsilon_{\rm cr}$ in Abb. 2.14 und Abb. 2.16 auf Seite 38 eingezeichnet. Dabei steht cr für crack=Riss, da diese Dehnung $\Delta \varepsilon_{\rm cr}$ genau bei der Erstrissbildung auftritt. Zwischen den Rissen wird die zu übertragende Kraft vom Stahl und vom Beton gemeinsam, im Riss jedoch vom Stahl alleine getragen.

Bei der abgeschlossenen Rissbildung ist für den Grenzfall, maximaler Rissabstand $s_r=s_{r,max}$, die mittlere Stahldehnung nach Glg. (2.40) und die mittlere Betondehnung nach Glg. (2.41) definiert.

$$\varepsilon_{\rm sm} = \varepsilon_{\rm s} - \alpha_{\rm b} \cdot (\varepsilon_{\rm sr,2} - \varepsilon_{\rm sr,1}) = \varepsilon_{\rm s} - \alpha_{\rm b} \cdot \Delta \varepsilon_{\rm cr} = \varepsilon_{\rm s} - \alpha_{\rm b} \cdot \frac{f_{\rm ct}}{\rho_{\rm s} \cdot E_{\rm s}}$$
(2.40)

 $\varepsilon_{\rm sm}$ mittlere Stahldehnung über die gesamte Bauteillänge

 $\varepsilon_{
m s}$ Stahldehnung infolge aktueller Belastung ermittelt im Zustand II

 $\varepsilon_{\mathrm{sr,2}}$ Stahldehnung infolge der Risslast im Zustand II

 $\varepsilon_{sr,1}$ Stahldehnung im infolge Risslast im Zustand I

$$\varepsilon_{\rm cm} = \alpha_{\rm b} \cdot \frac{f_{\rm ct}}{E_{\rm c}} = \alpha_{\rm b} \cdot \frac{f_{\rm ct}}{\rho_{\rm s} \cdot E_{\rm s}} \cdot \alpha_{\rm E} \cdot \rho_{\rm s}$$
(2.41)

Die maximale Rissbreite bei abgeschlossenem Rissbild ist mit Glg. (2.42) definiert.

$$w_{\text{max}} = s_{\text{r,max}} \cdot (\varepsilon_{\text{sm}} - \varepsilon_{\text{cm}}) \tag{2.42}$$

Völligkeitsbeiwerte zur Berechnung der mittleren Dehnungen

Der Völligkeitsbeiwert α_b zur Bestimmung der mittleren Dehnung $\varepsilon_{\rm sm}$ kann aus der Betrachtung der Dehnungsverläufe zwischen zwei Rissen, welche in Abb. 2.15 dargestellt sind, ermittelt werden. $\Delta\varepsilon_{\rm cr}$ ist der Dehnungsunterschied der Stahldehnungen im Rissquerschnitt und der Stahldehnung zwischen zwei Rissen. Mit $\alpha_b \cdot \Delta\varepsilon_{\rm cr}$ wird die Differenz zwischen der Stahldehnung im Riss und der mittleren Stahldehnung $\varepsilon_{\rm sm}$ beschrieben.

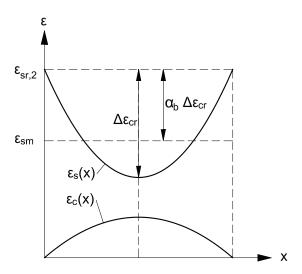


Abb. 2.15: Bestimmung der mittleren Stahldehnung nach [28]

Dabei kann α_b unter Berücksichtigung der Lasteinleitungslänge, dem Verbundgesetz, dem Stabdurchmesser und dem E-Modul vom Stahl bestimmt werden. Die in [24] von König und Tue erhaltenen Werte liegen im Allgemeinen in der Größenordnung von 0,6. [28] Der Völligkeitsbeiwert wird im Allgemeinen in Abhängigkeit von der Belastungsdauer und dem Rissabstand festgelegt. Im Vergleich zur kurzzeitigen Belastung verschlechtert sich bei Langzeitbelastung der Verbund durch das Verbundkriechen. Der Völligkeitsfaktor wird unter Berücksichtigung der Langzeiteffekte nach [32] von 0,6 auf 0,4 reduziert. Es ist darauf zu achten, dass der Völligkeitsbeiwert 0,6 bzw. 0,4 für den maximalen Rissabstand von $s_{r,max}=2 \cdot l_{es}$ definiert ist. In [12] wird für ein Bauteil mit einem angenommenen mittleren Rissabstand von $s_{rm}=2/3 \cdot s_{r,max}$ der Völligkeitsbeiwert angepasst. Der Völligkeitsbeiwert beträgt dann $\alpha_b=2/3 \cdot 0,6\approx 0,4$. Durch eine Berücksichtigung vom Verbundkriechen mit einem Faktor 2/3 ergibt sich bei langfristiger Lasteinwirkung $\alpha_b=2/3 \cdot 0,4\approx 0,25$.

Bereich D - Fließen der Bewehrung

In den Rissen erreicht der Stahl bereits die Fließgrenze. Nach Überschreiten der Fließgrenze des Stahls steigt die Verformung des Zugsstabs bei geringer Laststeigerung deutlich an. Durch die Verfestigung des Stahls und der Vergrößerung des inneren Hebelarms ist eine weitere Zugkraftaufnahme möglich, bis entweder der Stahl oder der Beton die Grenzdehnung beziehungsweise Grenzstauchung erreicht. Nur in unmittelbarer Nähe der Risse treten lokal plastische Stahldehnungen auf, denn die Spannungen sind mit zunehmender Entfernung vom Riss kleiner [22]. Die maximale Verformung bzw. die Tragfähigkeit des Stabes wird mit Erreichen der Zugfestigkeit der Bewehrung erreicht. [40]

2.3.2 Modell zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons in einem Stahlbetonzugstab

Die Zugzone eines Biegeträgers kann als zentrisch gezogener Stab interpretiert werden. Wenn nur die Bewehrung berücksichtigt wird, führt dies zu einer Überschätzungen der Spannungen im Bauteil zu einer Unterschätzung der Steifigkeiten im gerissenen Zustand. Daher wird die Zugzone vereinfacht als modifizierte Stahlarbeitslinie dargestellt und die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen auf diese Weise berücksichtigt. Werden die Dehnungen über die Länge des Stabes betrachtet, ist die mittlere Betondehnung nicht Null und die mittlere Stahldehnung ist deutlich kleiner als im Riss. Das bedeutet, dass der Beton zwischen den Rissen eine Zugkraft aufnimmt und der Stab sich deutlich steifer als im "nackten Zustand II" verhält. Dieses Verhalten wird als Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen oder Tension Stiffening Effekt bezeichnet. [25]

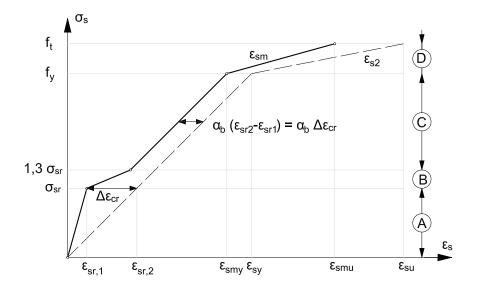


Abb. 2.16: Zusammenhang zwischen Spannungen und mittleren Dehnungen nach [40]

Diese Art der Berücksichtigung wird unter anderem im Eurocode 2 [32] und Model Code 2010 [18] verwendet. Der Verbund zwischen Stahl und Beton wird durch die Beschreibung der mittleren Stahldehnung in der Zugzone des Stahlbetonbauteils berücksichtigt [25]. Die Zugversteifung oder Mitwirkung des Betons wird durch eine um den Betrag $\alpha_b \cdot \Delta \varepsilon_p$ kleinere Dehnung berücksichtigt. In Abb. 2.16 ist die Modifikation der Stahlarbeitslinie dargestellt. Die Annahme der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ist eine Vereinfachung des tatsächlichen Verhaltens. In Wirklichkeit kann sich das Rissbild eines Bauteils bei höheren Laststufen noch ändern [25].

Ungerissener Bereich $(0 < \sigma_{s2} \le \sigma_{sr})$

Im Bereich von $(0 < \sigma \le \sigma_{sr})$ befindet sich das Bauteil im ungerissenen Zustand I. Bis zur Rissbildung ist die Steifigkeit des Betons maßgebend. Bis zum ersten Riss verhält sich der Zugstab annähernd linear elastisch. Dieses linear elastische Verhalten endet mit der Erstrissbildung.

Rissbildung (
$$\sigma_{\rm sr} < \sigma_{\rm s2} \le 1.3 \cdot \sigma_{\rm sr}$$
)

Mit Überschreitung der Zugfestigkeit in einem nicht vorhersehbaren Bereich des Bauteils wird der erste Riss gebildet. Im Spannungs-Dehnungs-Diagramm (siehe Abb. 2.16) ist der erste Riss mit einem Knick, aufgrund des Steifigkeitsabfalles durch die Rissbildung, gekennzeichnet. Nach Erreichen der Betonzugfestigkeit tritt der erste Riss auf.

$$\varepsilon_{\rm sm} = \varepsilon_{\rm s2} - \frac{\alpha_{\rm b} \cdot (\sigma_{\rm s2} - \sigma_{\rm sr}) + (1, 3 \cdot \sigma_{\rm sr} - \sigma_{\rm s2})}{0, 3 \cdot \sigma_{\rm sr}}$$

$$(2.43)$$

Abgeschlossene Rissbildung $(1, 3 \cdot \sigma_{sr} < \sigma_{s2} \le f_y)$

Mit Glg. (2.44) kann die mittlere Stahldehnung im Bereich der abgeschlossenen Rissbildung berechnet werden.

$$\varepsilon_{\rm sm} = \varepsilon_{\rm s} - \alpha_{\rm b} \cdot \Delta \varepsilon_{\rm cr} = \varepsilon_{\rm s} - \alpha_{\rm b} \cdot \frac{A_{\rm c,n} \cdot f_{\rm ct}}{E_{\rm s} \cdot A_{\rm s}}$$
(2.44)

Der Verlauf der mittleren Stahldehnung wird dabei vereinfacht als parallele zur Spannungs-Dehnungs-Linie des nackten Stahls beschrieben. Eine Lasterhöhung über $1,3 \cdot \sigma_{\rm sr}$ führt nur mehr zu einer Aufweitung der vorhandenen Risse, es werden grundsätzlich keinen neuen Risse mehr gebildet.

Fließen der Bewehrung $(f_y < \sigma_{s2} \le f_t)$

Nach [25] kann die mittlere Stahldehnung in diesem Bereich nach Glg. (2.45) ermittelt werden.

$$\varepsilon_{\rm sm} = \varepsilon_{\rm sy} - \alpha_{\rm b} \cdot (\varepsilon_{\rm sr,2} - \varepsilon_{\rm sr,1}) + \delta_{\rm d} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{\rm s}}{f_{\rm yk}}\right) \cdot (\varepsilon_{\rm s} - \varepsilon_{\rm sy})$$
(2.45)

 $\varepsilon_{\rm sy}$ Stahldehnung beim Fließen

 $\sigma_{sr,2}$ Stahlspannung infolge der Risslast im Zustand II

 $\delta_{\rm d}$ ein Faktor zur Berücksichtigung der Duktilität des Stahls $f_{\rm tk}/f_{\rm yk}$ $\delta_{\rm d}{=}0,6$ für normalduktilen Stahl $\delta_{\rm d}{=}0,6$ für hochduktilen Stahl

2.3.3 Die effektive Betonzugzone

Bei der Untersuchung des Rissverhaltens von Biegebalken wird die Zugzone durch einen zentrisch beanspruchten Zugstab mit der Querschnittsfläche $A_{c,eff}$ ersetzt. Die für den Zugstab abgeleiteten rissmechanischen Beziehungen sollen auch bei Biegebalken im Bereich der mitwirkenden Fläche $A_{c,eff}$ Gültigkeit haben.

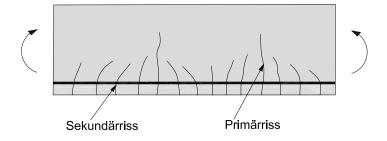


Abb. 2.17: Primär- und Sekundärrisse nach [25]

Beim Zugstab sind die Zugspannungen gleichförmig über den Querschnitt verteilt sind. Bei Bauteilen wie zum Beispiel Biegebalken und hohen Bauteilen, bei denen die Bewehrung am Rand konzentriert ist, trifft dies nur bedingt zu. Primärrisse entstehen ebenfalls beim Erreichen der Zugfestigkeit und durchkreuzen beinahe die gesamte Zugzone. Durch den Verbund überträgt die Bewehrung die bei der Rissbildung übernommene Kraft wieder auf den Beton, jedoch nur innerhalb der Wirkungsfläche der Bewehrung. Mit zunehmender Beanspruchung wird innerhalb der Wirkungsfläche der Bewehrung die Zugfestigkeit erreicht und so genannte Sekundärrisse entstehen. Die Sekundärrisse erstrecken sich nur über eine begrenzte Höhe im Bauteil, im Bereich der Bewehrung. Ausgehend vom Primärriss finden entlang der Einleitungslänge aufeinanderfolgende Einzelrisse statt, die mit zunehmendem Abstand vom Primärriss eine geringere Rissbreite aufweisen. [34]

Die effektive Betonzugfläche $A_{c,eff}$ ist in der Modellvorstellung der Wirkungsbereich der Bewehrung. Für die Bestimmung der effektiven Betonzugfläche nach Glg. (2.46) wird die Definition für die Höhe der effektiven Fläche des nationalen Anhangs des Eurocode 2 [30] verwendet.

$$A_{c,eff} = h_{eff} \cdot b \tag{2.46}$$

$$h_{\text{eff}} = \min [k_2 \cdot (h - d); h/2]$$
 (2.47)

$$\begin{array}{ll} k_2{=}2{,}5 & h \leq 5 \, \cdot \, (\text{h-d}) \\ k_2{=}5{,}0 & h \geq \! 30 \, \cdot \, (\text{h-d}) \end{array}$$

Für Zwischenwerte von h darf interpoliert werden.

3 Versuchsprogramm

3.1 Zugstabversuch

3.1.1 Konzept und Zielsetzung

Für die Untersuchung des Rissverhaltens der Biegebalken wurden zentrische Zugversuche, im Folgenden als Dehnkörperversuche bezeichnet, durchgeführt. Diese Dehnkörperversuche sollen die mitwirkende Zugzone der Biegebalken, auch effektive Zugzone genannt, darstellen. Alle Versuchskörper weisen einen quadratischen Querschnitt mit einer Seitenlänge sauf. Mit 5 Versuchsserien zu je 3 Probekörpern werden der Bewehrungsdurchmesser, die Fließgrenze der Bewehrung, die Betondruckfestigkeit und die Betondeckung variiert. In Tab. 3.1 ist eine Übersicht der Dehnkörperversuche dargestellt.

\mathbf{S}	Anzahl	$ m d_{s} \ [mm]$	Stahlgüte	Betongüte	s [cm]	ρ _s [-]
0	3	25	B 500	C 30/37	15	0,022
1	3	25	AM 670	C 30/37	15	0,022
2	3	43	AM 670	C 30/37	15	0,069
3	3	25	AM 670	C 70/85	15	0,022
4	3	25	AM 670	C 30/37	12	0,035

Tab. 3.1: Übersicht der durchgeführten Dehnkörperversuche

Die Serie 0 ist die "Referenzserie" mit normal fester Bewehrung B 500. In [31] wird die in Österreich zulässige Bewehrung geregelt. Sie bezieht sich auf die Bewehrungssorten B 500 A, B 500 B, B 550 A, B 550 B, B 600 A und B 600 B. Im Vergleich dazu ist die in Deutschland zulässige Bewehrung auf die beiden Betonstahlsorten B 500 A und B 500 B beschränkt [14]. Aus diesem Grund wird zum Vergleich für die durchgeführten Versuche mit hochfester Bewehrung, die Bewehrung mit einer Streckgrenze von 500 N/mm² verwendet. Bei den Versuchskörpern der Serie 2 ist der Bewehrungsgrad am größten, da hier ein Bewehrungsdurchmesser von 43 mm, anstatt der 25 mm in den übrigen Serien, verwendet wird. Zusätzlich wird bei der Serie 3 anstatt der Betonfestigkeitsklasse C30/37 die Festigkeitsklasse C70/85 verwendet und bei der Serie 4 die Querschnittsabmessung von 15 cm x 15 cm auf 12 cm x 12 cm geändert. Die Länge der Betonkörper beträgt jeweils 2m.

Um die Körper der einzelnen Serien voneinander zu unterscheiden, werden beispielsweise die 3 Versuchskörper der Serie 2 mit 2-1, 2-2 und 2-3 deklariert.

S	⊘ [mm]	L [mm]	O [mm]	U [mm]
0	25	2000	550	250
1	25	2000	550	250
2	43	2000	600	280
3	25	2000	550	250
4	25	2000	550	250

Tab. 3.2: Konzept der Dehnkörperversuche

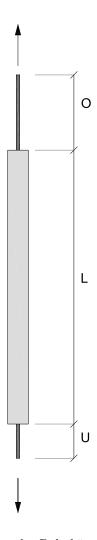


Abb. 3.1: Konzept der Dehnkörperversuche

Damit die Dehnkörper in die Versuchsvorrichtung eingebaut werden können, ragt die Bewehrung oben und unten vom Betonkörper heraus (siehe Abb. 3.1). Mit O wird der Bewehrungsüberstand am oberen Ende der Versuchskörper und mit U der Bewehrungsüberstand am unteren Ende der Versuchskörper bezeichnet. Die Abmessungen der einzelnen Versuchskörper sind in Tab. 3.2 ergänzt.

3.1.2 Versuchskörperherstellung

Schalung und Bewehrung

In Abb. 3.2 ist die Schalung mit der eingelegten Bewehrung vom ersten Betoniertag dargestellt. Die Schalung wurde aus Holz hergestellt und auf einer großformatigen Stahlschalung aufgebaut. Um die Bewehrung in Position zu halten wurde sie, wie in Abb. 3.2 erkennbar ist, zusätzlich mit einem Faden gehalten.



Abb. 3.2: Schalung mit eingelegter Bewehrung

Herstellung und Lagerung

Die Versuchskörper der Serie 0 bis 2 wurden am Betoniertag 1 am 11.06.2018 und die der Serie 3 bis 4 am Betoniertag 2 am 15.06.2018 im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau an der TU Graz betoniert. Aufgrund der längeren Dauer der Versuche erfolgte die Betonage gestaffelt an zwei Tagen, damit der Beton am Tag der Prüfung nicht "zu alt" ist.

Zu Beginn wurde der Mischer mit den Zuschlagsstoffen und Zement befüllt und trocken durchmischt. Erst danach erfolgte die Zugabe von Wasser und Fließmittel. Insgesamt dauerte der Mischvorgang etwa 10 Minuten. Wie in Kapitel 3.1.2 beschrieben, erfolgte im Anschluss an den Mischvorgang ein Ausbreitversuch um die Einhaltung der erforderlichen Konsistenz zu Prüfen, damit eventuell nachdosiert werden konnte.





Abb. 3.3: Ausbreitversuch

Der eingebrachte Beton wurde mit einer Rüttelflasche verdichtet. Die Verdichtung der Begleitkörper erfolgte mit Hilfe einer Rüttelplatte. Anschließend wurde die Oberfläche der Versuchs- und Begleitkörper per Hand abgezogen. Die Oberfläche der Dehnkörper wurde am Ende zusätzlich mit Styropor geglättet.

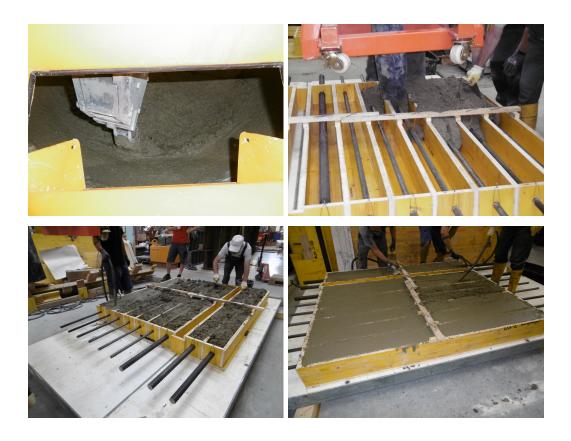




Abb. 3.4: Probekörper

Die fertig betonierten Versuchskörper wurden im Anschluss mit einer Folie abgedeckt, um Trockungsrisse zu vermeiden. Nach 2 Tagen wurden die Körper mit Hilfe des Schalbodens aus Stahl aufgestellt und bis zum Versuch stehend gelagert, um beim weiteren Transport und beim Einbau in die Prüfmaschine Risse zu vermeiden, die beim Aufrichten von der vertikalen in die horizontale Lage entstehen könnten. Die Versuchskörper wurden in der Versuchshalle gelagert ($\sim 23^{\circ}$ C).

Im Anschluss sind noch einige Bilder von der Herstellung der Versuchskörper dargestellt.



Betoneigenschaften

Die Würfeldruckfestigkeit, der E-Modul sowie die Spaltzugfestigkeit werden mittels Begleitprüfungen nach EN 12390 ermittelt.

Im Zuge der Herstellung der Versuchskörper wurden am ersten Betoniertag 9 Probewürfel mit einer Abmessung von 150 x 150 mm und 3 Probezylinder mit einem Durchmesser von 150 mm und einer Höhe von 300 mm für die Begleitprüfungen hergestellt. Am zweiten Betoniertag wurden für die Betonfestigkeitsklasse C30/37 6 Würfel und 3 Zylinder hergestellt. Für die Betonfestigkeitsklasse C70/85 wurden 8 Würfel und 3 Zylinder betoniert. Die Zylinder dienen zur Ermittlung des E-Moduls bzw. der Zylinderdruckfestigkeit. Die Würfeldruckfestigkeit und die Spaltzugfestigkeit wurden an den Würfeln bestimmt.

Serie	Herstellung	Prüfung	Alter [d]	$\mathbf{f_{c,cube}} [\mathbf{N/mm^2}]$
0-2	11.06.2018	16.07.2018	35	47,1
3	15.06.2018	12.07.2018	27	96,4
4	15.06.2018	12.07.2018	27	58,7

Tab. 3.3: Würfeldruckfestigkeit

Die Würfeldruckfestigkeiten der Serie 0 bis 3 wurden nach Tab. 3.3 als Mittelwert anhand von 3 Würfeln bestimmt, die der Serie 3 und 4 jeweils nur an einem Würfel.

Serie	Herstellung	Prüfung	Alter [d]	$ m f_{ct,cube} \ [N/mm^2]$
0-2	11.06.2018	16.07.2018	35	3,3
3	15.06.2018	11.07.2018	26	4,3
4	15.06.2018	12.07.2018	27	3,3

Tab. 3.4: Spaltzugfestigkeit

In Tab. 3.4 sind die Spaltzugfestigkeiten der unterschiedlichen Serien aufgelistet. Die Werte der Serien 0 bis 2 und 3 sind dabei Mittelwerte von drei Prüfungen, der Mittelwert der Serie 4 besteht nur aus 2 Prüfungen.

Serie	Herstellung	Prüfung	Alter [d]	$\mathbf{E_c} \; [\mathbf{N}/\mathbf{mm}^2]$
0-2	11.06.2018	16.07.2018	35	29456
3	15.06.2018	12.07.2018	27	40695
4	15.06.2018	12.07.2018	27	34574

Tab. 3.5: E-Modul

Die in Tab. 3.5 dargestellten Werte der E-Moduli sind jeweils Mittelwerte aus 3 Prüfungen.

Wie in Tab. 3.1 zu erkennen ist, soll die Betongüte der Serien 0 bis 2 und 4 C30/37 und die der Serie 3 der Betongüte C70/85 entsprechen. Nach der Betonfestigkeitsentwicklung laut Eurocode 2 [32] ist die Betongüte der Serie 4 jedoch überfest und passt von den Werten her eher zu der um zwei Klassen höheren Festigkeitsklasse C40/50. Bei den restlichen Serien stimmt die Betongüte nach der Festigkeitsentwicklung mit der erwarteten überein.

3.1.3 Versuchsaufbau

Die Dehnkörperversuche wurden an einem 4 Säulen-Prüfgerüst mit einem 4 MN Prüfantrieb bestückt durchgeführt. Zur Übertragung der Kraft in die Bewehrung sind im Hohlkolbenzylinder (oben) und in der Einspanneinrichtung (unten) jeweils ein um einen Durchmesser größerer Bewehrungsstab eingespannt. Grund dafür war, ein Versagen außerhalb des Messobjektes zu vermeiden. Die Verbindung zum Dehnkörper erfolgte, wie in Abb. 3.6 zu erkennen ist, jeweils über eine Muffenverbindung. Das quer montierte Formrohr oberhalb der Muffe erleichtert die Befestigung des Versuchskörpers. Im Gegensatz dazu dient das Formrohr, welches knapp oberhalb des Betonkörpers mit zwei Muttern befestigt ist, dem stehenden Einbau und Transport des Versuchskörpers.

In Abb. 3.5 ist der Versuchsaufbau mit der hochfesten Bewehrung dargestellt. Die Muffe ist eine eigene Muffe vom Bewehrungshersteller für Bewehrungsstöße und wurde eigens für das Gewinde der hochfesten Bewehrung hergestellt. (siehe Abb. 3.6).



Abb. 3.5: Versuchsaufbau Dehnkörper mit hochfester Bewehrung

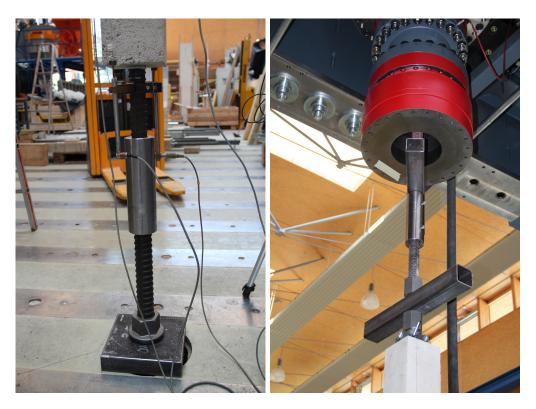


Abb. 3.6: Details Versuchsaufbau Dehnkörper mit hochfester Bewehrung

Bei Versuchen mit normalfester Bewehrung ist der Versuchsaufbau grundsätzlich ident, lediglich die verwendete Muffe ist anders, da die Rippung im Gegensatz zur hochfesten Bewehrung kein Gewinde aufweist. Für den Aufbau wurde eine Reduziermuffe der Firma Halfen verwendet. Die kraftschlüssige Verbindung der Stäbe erfolgt über die Klemmwirkung im Inneren der Muffe. Die Muffe wird über die Enden der zu verbindenden Stäbe geschoben und durch das Eindrehen der Schrauben befestigt (siehe Abb. 3.7).



Abb. 3.7: Details Versuchsaufbau Dehnkörper mit normalfester Bewehrung

Versuchssteuerung

Die Belastungsgeschichte der Dehnkörperversuche ist in Abb. 3.8 dargestellt. Die Belastung erfolgte zwar weggesteuert, für die Darstellung wurde vereinfacht ein Kraft-Zeit-Verlauf gewählt.

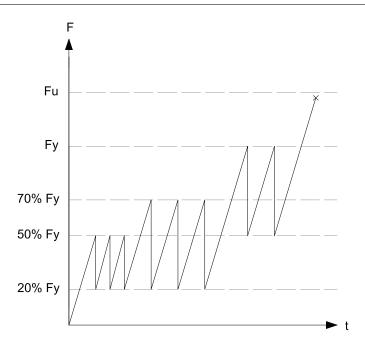


Abb. 3.8: Belastungsgeschichte beim Dehnkörperversuch

Bei einer berechneten Last von $50\% \cdot F_y$ begann der erste Zyklus. Dabei wurde bis $20\% \cdot F_y$ entlastet und anschließend wieder auf $50\% \cdot F_y$ belastet. Wie in Abb. 3.8 zu erkennen, wurde diese Be- und Entlastung 3 mal durchgeführt. Anschließend wurde bis zu einer Last von $70\% \cdot F_y$ belastet. Der zweite Zyklus erfolgte mit einer Entlastung bis $20\% \cdot F_y$. Im dritten Zyklus wird zwischen einer Oberlast von F_y und einer Unterlast von $50\% \cdot F_y$ gewechselt. Hier wurde nur zweimal entlastet. Schlussendlich wurde weiter bis zur theoretischen Bruchlast gefahren. Um eine Beschädigung der Versuchseinrichtung zu verhindern wurde der Versuch nicht bis zum Bruch durchgeführt, sondern bereits davor abgebrochen.

Eine Aufnahme von Rissbild und Rissbreiten erfolgte jeweils nach dem Zyklus. Aus diesem Grund war nach jedem Zyklus ein Halt notwendig. Ziel der zyklischen Belastung war, eventuelle Verzahnungen der Rissufer und somit verringerte Ergebnisse der Rissbreite zu verhindern.

3.1.4 Messtechnik

Für die Rissbreitenmessung kamen Rissmesslupe und DD1-Dehnungsaufnehmer zum Einsatz. Mit den Wegaufnehmern wurde die mittlere Dehnung des Betondehnkörpers aufgenommen. Die Messeinrichtungen des Prüfgerüstes zeichnen die Maschinenkraft und den Maschinenweg auf. Gemessen wurde das ganze mit einem synchronisierten HBM QuantumX 840A Messverstärker.

Verwendete Messtechnik

Rissmesslupe:

Die verwendete Rissmesslupe besitzt eine 8-fache Vergrößerung.

Dehnungsaufnehmer DD1 der Firma HBM:

Das Messprinzip der DD1 beruht auf einer DMS-Vollbrückenschaltung mit einer Kennlinienabweichung vom Endwert (Genauigkeit) von $<\pm$ 0,05%. Die Basis von diesen Sensoren ist ein Wegaufnehmer, der die Verschiebung einer Spitze auf einer Tastzunge über Dehnmessstreifen in ein elektrisches Signal umformt. Die Tastspitze kann Verschiebungen im Bereich von \pm 2,5 mm aufnehmen.

Wegaufnehmer der Firma HBM:

Die im Zuge dieses Versuches verwendeten Wegaufnehmer waren so genannte Tauchanker (mit losem Kern). Dabei handelt es sich um induktive Vollbrücken Wegaufnehmer nach dem Differentialdrossel-Prinzip mit einer Kennlinienabweichung vom Endwert oder Genauigkeit von $<\pm$ 0,2%. Im Gegensatz zu den DD1 besitzen sie eine geringere Messgenauigkeit, jedoch eine größere Messlänge. Die im Versuch verwendeten Wegaufnehmer WA100 können Verschiebungen von 100mm aufnehmen.

Kraftmessdose der Firma GTM:

Die Maschinenkraft wird mit einer Kraftmessdose gemessen. Die verwendete Kraftmessdose stammt aus der Kraftaufnehmer Serie RF der Firma GTM für die Aufnahme von statisch und dynamischen Zug- und Druckkräften. Diese Kraftmessdose hat einen Nennkraftbereich von 400 kN bis 4 MN und eine Genauigkeit von 0,05%.

Positionssensoren MTS-RP:

Mit dem magnetostriktiven Positionssensoren der Firma MTS wird der Maschinenweg aufgenommen. Die Temposonics RP ist ein absolutes Längenmesssystem zur Erfassung von linearen Bewegungen und besitzt eine Messlänge von 50 bis 5000mm und eine hohe Genauigkeit von $<\pm$ 0,02%. Das Messverfahren basiert auf einem magnetostriktiven Messverfahren, das die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Körper-Ultraschallwelle in einem Sensorelement zur Positionsbestimmung nutzt.

Anordnung der Messtechnik (siehe Abb. 3.12)

Die mittlere Dehnung der Versuchskörper wurde links (WA2) und rechts (WA1) auf einer Länge von 1000 mm aufgenommen (siehe Abb. 3.11). Die Messmarken waren so positioniert, dass die Dehnung in der Mitte des Körpers gemessen wurde. Die Messmarken, zur Montage des Wegaufnehmers, wurden auf den Versuchskörper aufgeklebt. An der unteren Messmarke wurde die Befestigung des Wegaufnehmers angeschraubt (siehe Abb. 3.9 linkes Bild). An der oberen Messmarke wurde eine Schraube montiert, an der das Ende der Schnur vom Tauchanker befestigt war (siehe Abb. 3.9 rechtes Bild).



Abb. 3.9: Befestigung des Tauchankers unten (links) und oben (rechts)

Da die Position der Risse nicht vorhersehbar war, wurde der Versuch nach dem ersten Zyklus angehalten und die Rissbreiten zu diesem Zeitpunkt zum ersten Mal gemessen und die Risse nummeriert. An 3 Rissen wurden zusätzlich DD1 positioniert um den Verlauf der Rissbreitenentwicklung aufzuzeichnen. Die Befestigung der DD1 erfolgte direkt am Messobjekt mit Gummibändern (siehe Abb. 3.10).



Abb. 3.10: Befestigung DD1 zur Rissbreitenaufzeichnung

Am Ende eines jeden Zyklus wurde der Versuch angehalten, um die Rissbreite jener Risse zu dokumentieren, die nicht kontinuierlich aufgezeichnet wurden. An einigen Versuchen wurde außerhalb des Betonkörpers, je nach Verfügbarkeit, mit einem (WA3) oder zwei Tauchankern (WA3 und WA4) zusätzlich die Gesamtlängenänderung aufgenommen.

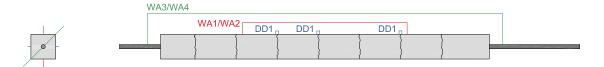


Abb. 3.11: Messanordnung



Abb. 3.12: Anordnung der Messtechnik am Versuch 1-1

Wie oben bereits erläutert wurde je nach Verfügbarkeit von Wegaufnehmern bei einigen Versuchen die Dehnung zusätzlich über eine größere Länge aufgenommen. Auch die Anzahl der DD1 zur Aufnahme der Rissbreitenentwicklung variierte je nach verfügbarer DD1 zum jeweiligen Zeitpunkt der Prüfung. In Tab. 3.6 sind die jeweiligen Messaufnehmer den einzelnen Versuchskörpern zugeordnet. In der letzten Spalte sind die Rissbezeichnungen der mit DD1 aufgezeichneten Risse aufgelistet. In den Klammern steht die Anzahl der Seiten an denen mit den DD1 gemessen wurde. Im Zuge dieses Versuches wurden die DD1 mit einer Messbasis von 25 mm ausgestattet.

S	Prüfdatum	WA1	WA2	WA3	WA4	aufgezeichnete Risse
0-1	17.07.2018	✓	√	√	-	W3(3), W4(3), W5(3)
0-2	18.07.2018	✓	√	√	✓	W3(3), W4(3), W5(3)
0-3	18.07.2018	✓	✓	✓	✓	W3(3), W4(3), W5(3)
1-1	16.07.2018	\checkmark	✓	✓	-	W3(3), W5(3), W7(3)
1-2	16.07.2018	\checkmark	\checkmark	\checkmark	-	W3(3), W4(3), W7(3)
1-3	17.07.2018	√	√	√	-	W2(3), W4(3), W6(3)
2-1	19.07.2018	✓	✓	√	✓	W3(3), W5(3), W6(3)
2-2	19.07.2018	✓	✓	✓	✓	W4(3), W6(3), W8(3)
2-3	20.07.2018	\checkmark	✓	✓	✓	W5(3), W7(3), W8(3)
3-1	10.07.2018	\checkmark	\checkmark	-	-	W3(2), W5(2), W7(2)
3-2	11.07.2018	\checkmark	\checkmark	-	-	W4(2), W6(2), W8(2)
3-3	11.07.2018	✓	✓	-	-	W1(3), W5(3), W7(3)
4-1	12.07.2018	✓	✓	✓	-	W4(3), W6(3), W8(3)
4-2	12.07.2018	✓	✓	✓	-	W3(3), W5(3), W7(3)
4-3	13.07.2018	✓	✓	✓	-	W6(3), W7(3), W8(3)

Tab. 3.6: Verwendete Messtechnik der einzelnen Versuche

3.2 3-Punkt-Biegeversuch

3.2.1 Konzept und Zielsetzung

Wie in Kapitel 2.2.2 erläutert, wird für die Untersuchung der Rotationsfähigkeit von statisch unbestimmten Mehrfeldträgern durch den Einfeldträger ein aus dem System herausgeschnittener Ersatzträger verwendet. Die Ersatzträgerlänge wird durch zwei nebeneinanderliegende Momentennullpunkte, zwischen denen der plastfizierte Bereich liegt, festgelegt. [27]

\mathbf{S}	Stück	Bewehrung	Stahlgüte	Betongüte	\mathbf{b} [m]	h $[m]$	d [m]	1 [m]
B-0	2	$4\varnothing25$	B 500	$C \ 30/37$	0,4	0,580	0,52	3,72
B-1	2	2Ø18	AM 670	$C \ 30/37$	0,3	0,572	0,52	3,72
B-2	2	$2\varnothing25$	AM 670	$C \ 30/37$	0,4	0,578	0,52	3,72
B-3	2	$3\varnothing25$	AM 670	C 30/37	0,4	0,580	0,52	3,72
B-4	2	$2\varnothing 25$	AM 670	C 30/37	0,4	0,403	0,345	3,72

Tab. 3.7: Versuchsprogramm der durchgeführten Biegeversuche Teil 1

S	$f_{y,exp}$ [MPa]	x_u [m]	x_u/d	\mathbf{a}/\mathbf{d}	M_u [kNm]	M_y [kNm]	$\rho_{\mathrm{s,eff}}$
B-0	550	0,124	0,24	3,0	0,599	0,513	0,028
B-1	750	0,058	0,11	3,0	0,209	0,190	0,011
B-2	750	0,084	0,16	3,0	0,394	0,360	0,014
B-3	750	0,127	0,24	3,0	0,570	0,523	0,021
B-4	750	0,084	0,24	4,5	0,252	0,231	0,016

Tab. 3.8: Versuchsprogramm der durchgeführten Biegeversuche Teil 2

Die Versuchsreihe besteht aus 5 Serien zu jeweils 2 Balken. In Tab. 3.7 und Tab. 3.8 ist die Versuchsmatrix dargestellt. Dabei ist anzumerken, dass alle Werte von Tab. 3.7 und Tab. 3.8 Planwerte sind. Die beiden Balken der Serie B-0 sind mit B 500 bewehrt und sollen als Referenzserie zu den übrigen Balken, die mit S 670 bewehrt sind, dienen. Die variierten Parameter sind im Weiteren das Verhältnis von Druckzonenhöhe im Bruchzustand zur statischen Höhe x_u/d und die Schubschlankheit $\lambda=a/d$. Da im Eurocode 2 [32] die zulässige plastische Rotation auf eine Schlankheit von 3.0 bezogen ist, wird die Schubschlankheit der Serien B-0, B-1, B-2 und B-3 mit 3.0 festgelegt. Bei der Serie B-4 wird eine Schubschlankheit festgelegt, die größer als 3.0 ist, um den Umrechnungsfaktor, der in Kapitel 2.2.5 auf Seite 26 erklärt ist, zu überprüfen. Um dabei den festgelegten Wert von 4.5 zu erhalten, werden die statische Höhe d, somit auch die Höhe h des Querschnittes, und die Länge l angepasst. Da auch das Verhältnis von x_u/d im Eurocode 2 [32] in Abhängigkeit von der Festigkeitsklasse des Betons (siehe Kapitel 2.2.5) begrenzt ist, wird die Bedingung von $x_u/d < 0.35$ berücksichtigt. Die übrigen Querschnittswerte und die Balkenlänge ergeben sich aus diesen Bedingungen. Die Druckzonenhöhe wird dabei mit dem Spannungsblock und den im Eurocode 2 festgelegten Faktoren ermittelt. Die Schubschlankheit wird vereinfacht mit $\lambda = M/(V \cdot d)$ bestimmt. Der effektive Bewehrungsgrad ist der Bewehrungsgrad der, nach dem nationalen Anhang der ONORM [30] berechneten, effektiven Betonzugfläche.

Zusätzlich wurden Materialprüfungen des Betons durchgeführt, um die Würfeldruckfestigkeit, den E-Modul und die Spaltzugfestigkeit zu bestimmen. Um die Versuchskörper der einzelnen Serien zu unterscheiden, werden die Körper, wie in Kapitel 3.1, der Serie 0 beispielsweise mit B-0-1 und B-0-2 bezeichnet.

3.2.2 Versuchskörper

Die Versuchskörper und die Begleitkörper für die Betonprüfung wurden bei der Firma Rauter, die auf die Herstellung von Fertigteilen spezialisiert ist, gefertigt.

Betoneigenschaften

Bei der verwendeten Betonrezeptur handelt es sich bei allen Balken um einen Beton der Festigkeitsklasse C30/37.

Im Zuge der Herstellung der Versuchskörper wurden Begleitkörper für die Betonprüfung hergestellt (siehe Tab. 3.9).

Serie	Würfel	Zylinder
B-0	3	3
B-1	2	3
B-2	3	3
B-3	3	3
B-4	3	2

Tab. 3.9: Anzahl der Probekörper

Serie	Herstellung	Prüfung	Alter [d]	$\mathbf{f_{c,cube}} \ [\mathbf{N/mm^2}]$
B-0	29.08.2018	01.10.2018	33	50,35
B-1	05.09.2018	26.09.2018	21	43,57
B-2	03.09.2018	09.10.2018	36	45,36
B-3	30.08.2018	09.10.2018	40	51,02
B-4	04.09.2018	17.10.2018	43	47,37

Tab. 3.10: Würfeldruckfestigkeit

Die Würfeldruckfestigkeit nach Tab. 3.10 der Serie 0 wurde als Mittelwert anhand von zwei Würfelprüfungen bestimmt, die der übrigen Serien jeweils nur an einem Würfel.

Serie	Herstellung	Prüfung	Alter [d]	$ m f_{c,cyl} \ [N/mm^2]$
B-0	29.08.2018	03.10.2018	35	46,31
B-1	05.09.2018	05.10.2018	30	39,25
B-2	03.09.2018	09.10.2018	36	42,3
B-3	30.08.2018	09.10.2018	40	44,66
B-4	04.09.2018	17.10.2018	43	41,86

Tab. 3.11: Zylinderdruckfestigkeit

Für die Prüfung der Zylinderdruckfestigkeit nach Tab. 3.11 stand jeweils nur ein Zylinder zur Verfügung

Serie	Herstellung	Prüfung	Alter [d]	$\mathbf{f_{ct,cube}} \; [\mathbf{N/mm^2}]$
B-0	29.08.2018	-	-	-
B-1	05.09.2018	05.10.2018	30	3,499
B-2	03.09.2018	09.10.2018	36	2,929
B-3	30.08.2018	09.10.2018	40	3,355
B-4	04.09.2018	17.10.2018	43	2,627

Tab. 3.12: Spaltzugfestigkeit

In Tab. 3.12 sind die Spaltzugfestigkeiten der unterschiedlichen Serien aufgelistet. Die Werte der Serien 2,3 und 4 sind dabei Mittelwerte von zwei Prüfungen. Der Wert der Spaltzugfestigkeit der Serie 1 besteht nur aus einer Prüfung.

Serie	Herstellung	Prüfung	Alter [d]	$\mathbf{E_c} \; [\mathbf{N}/\mathbf{mm}^2]$
B-0	29.08.2018	03.10.2018	35	32431
B-1	05.09.2018	05.10.2018	30	29213
B-2	03.09.2018	09.10.2018	36	29895
B-3	30.08.2018	09.10.2018	40	31773
B-4	04.09.2018	17.10.2018	43	29151

Tab. 3.13: E-Modul

Die in Tab. 3.13 dargestellten Werte der E-Module sind, bis auf den Wert der Serie 4, jeweils Mittelwerte aus zwei Prüfungen. Bei der Serie 4 war nur ein Zylinder für die Ermittlung des E-Moduls vorhanden.

Wie in Tab. 3.7 zu erkennen ist, soll die Betongüte aller Serie einem C30/37 entsprechen. Im Vergleich mit der Betonfestigkeitsentwicklung nach dem Eurocode 2 [32] ist die Betongüte der Serie 0 und 3 jedoch zu hoch und passt wertmäßig eher zu der um eine Klasse höheren Festigkeitsklasse C35/45. Bei den restlichen Serien entspricht die Betongüte der gewollten.

Bewehrung

In Abbildung Abb. 3.13 ist die Bewehrung eines Beispielbalkens abgebildet. Die Querschnittsabmessungen der jeweiligen Versuchsreihe sind in Tab. 3.7 auf Seite 53 aufgelistet.

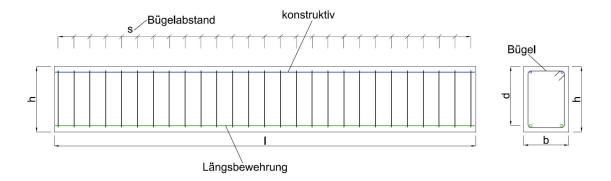


Abb. 3.13: Bewehrung Beispiel Biegebalken

In Tab. 3.14 ist die in den Versuchskörpern eingebaute Bewehrung angeführt. Die Referenzserie B-0 wird mit normalfestem B 500 bewehrt. Die restlichen Serien sind mit hochfestem AM 670 bewehrt. Die Längsbewehrung in der Zugzone wurde anhand des festgelegten Verhältnisses von x_u/d (siehe Tab. 3.8 auf Seite 54) bestimmt. Die Längsbewehrung in der Druckzone dient ausschließlich als konstruktive Bewehrung für den Bewehrungskorb und besteht aus B 550. Die Bügelbewehrung wurde folgendermaßen festgelegt: Zuerst wurde die rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung berechnet und mit der Mindestbewehrung verglichen, wobei die berechnete jeweils größer ist. Anschließend wurden die Bügel so gewählt, dass sie die erforderliche Querkraftbewehrung abdecken. Außerdem dürfen die Bügelabstände nicht zu klein sein, um den Beton ohne Probleme einbringen und verdichten zu können. Zusätzlich wurden bei zwei Balkenserien die beiden Balken mit unterschiedlichen

Bügelabständen bewehrt, um den Einfluss der Druckzonenumschnürung auf die Rotationsfähigkeit zu untersuchen. Die Stahlfestigkeit der Bügel ist bei allen Versuchskörpern B 550.

S	längs	Stahlgüte	längs	Stahlgüte	Bügel	Stahlgüte
	${f unten}$		oben			
B-0	$4\varnothing25$	B 500	2Ø8	B 550	Ø12/14	B 550
B-1	2Ø18	AM 670	2Ø8	B 550	Ø8/18	B 550
B-2-1	$2\varnothing25$	AM 670	2Ø8	B 550	Ø10/14	B 550
B-2-2	$2\varnothing25$	AM 670	2Ø8	B 550	Ø10/10	B 550
B-3-1	$3\varnothing25$	AM 670	2Ø8	B 550	Ø12/14	B 550
B-3-2	$3\emptyset 25$	AM 670	2Ø8	B 550	Ø12/10	B 550
B-4	$2\varnothing25$	AM 670	2Ø8	B 550	Ø10/14	B 550

Tab. 3.14: Bewehrung Biegebalken

Die Bewehrungspläne der Versuchsbalken können dem Anhang in Kapitel 8 entnommen werden.

3.2.3 Versuchsaufbau

In Abb. 3.14 ist der Versuchsaufbau des 3-Punkt Biegeversuchs dargestellt. Die Einfeldträger wurden zur Ermittlung der Rotationsfähigkeit in Feldmitte belastet. Die Belastung erfolgte durch einen im 4 Säulen-Prüfgerüst montierten 4 MN Prüfzylinder.



Abb. 3.14: Versuchsaufbau 3-Punkt Biegeversuch

Die Balken wurden, wie in Abb. 3.15 (links) zu sehen ist, auf Stahlrollen verschieblich gelagert. Der Durchmesser der Stahlrollen beträgt 120 mm. Für die Einleitung der Lagerkräfte wurde ein Flachstahl mit einem Querschnitt von 20 x 100 mm und einer Länge, die der Balkenbreite entspricht, auf die Versuchskörper aufgegipst. In Abb. 3.14 sind die Seitenanschläge (in rot) zu erkennen, welche den Balken im Versagensfall gegen seitliches Ausweichen schützen. Dieser Seitenanschlag wurde links und rechts vom Balken jeweils vorne und hinten angebracht und an den Lagerblöcken befestigt. Die massiven Lagerblöcke aus Stahl, auf denen die Stahlrollen aufliegen, sind mit dem Aufspannfeld verspannt.



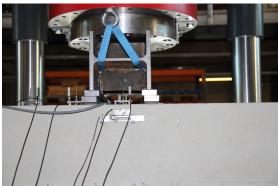


Abb. 3.15: Lagerung (links) und Lasteinleitung (rechts

Die Lasteinleitung des Zylinders erfolgte über ein HEA 200 Stahlprofil, welches, wie in Abb. 3.15 (rechts) zu erkennen ist, an den Flanschen je auf einem Flachstahl aufliegt. Unter diesem Flachstahl befindet sich ein weiterer Flachstahl, der am Versuchskörper aufgegipst ist. Zwischen den beiden Flachstählen wurde ein Schmiermittel aufgetragen, um die Reibung zwischen den beiden Stahloberflächen zu verhindern beziehungsweise zu minimieren. Beim ersten Versuch lag das Stahlprofil direkt auf dem aufgegipsten Flachstahl auf. Wie in Abb. 3.16 zu erkennen ist, verbog sich das Profil aufgrund der Reibung. Alle weiteren Versuche wurden wie oben beschrieben mit zwei "reibungsfrei "gelagerten Flachstählen in der Lasteinleitung durchgeführt. Durch die Lasteinleitung mit dem Stahlprofil können die Dehnungen des Druckrandes in der Mitte problemlos aufgenommen werden. Der Bereich unterhalb des Stahlprofils ist somit querkraftfrei und folgend das Moment konstant.



Abb. 3.16: Verbogenes Profil beim ersten Versuch B-0-1

Versuchssteuerung

Die Versuche wurden weggesteuert durchgeführt. Regelgröße war die Geschwindigkeit, mit der die Kraft aufgebracht wurde. Zu Beginn wurde die Last mit einer Geschwindigkeit von 0,02 mm/s aufgebracht. Im ersten Versuch B-0-1 wurde der Versuch beinahe bis zum Ende mit der Geschwindigkeit von 0,02 mm/s gefahren. Erst sehr spät wurde die Geschwindigkeit auf 0,05 mm/s erhöht. Dadurch, dass sich das Lasteinleitungsprofil im plastischen Bereich immer mehr verformte, wurde der Versuch bei einem Zylinderweg von etwa 140 mm abgebrochen. Da in den restlichen Versuchen die Lasteinleitung verändert wurde, trat die Verformung des Lasteinleitungsprofils ab diesem Zeitpunkt nicht mehr auf. Bei den restlichen Versuchen wurde die Belastungsgeschwindigkeit von 0,02 mm/s auf 0,05 mm/s bereits früher erhöht, um die Dauer der Versuche zu verkürzen. Die Geschwindigkeitserhöhung wurde im Bereich der berechneten Fließkraft vorgenommen. In Abb. 3.17 ist die aufgebrachte Kraft des Versuchskörpers 1-1 über dem Zylinderweg aufgetragen. Dabei ist zu erkennen, dass die Geschwindigkeitserhöhung nach ca. 13 min und einem Zylinderweg von ca. 16 mm vorgenommen wurde.

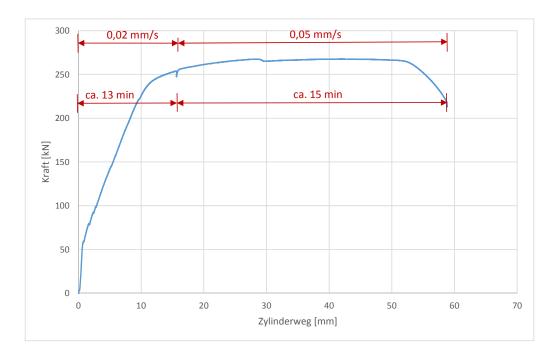


Abb. 3.17: Diagramm Kraft-Zylinderweg vom Versuchskörper 1-1

Der Abbruch der Versuche erfolgte bei den übrigen Versuchen zum Zeitpunkt, an dem nach langer, etwa konstanter Kraft, bei konstanter Zunahme des Zylinderwegs, die Kraft abnahm. Wie in Abb. 3.17 am Beispiel des Versuchskörpers 1-1 zu erkennen ist, wurde der Versuch erst nach langer Kraftabnahme abgebrochen und zwar bei rund 216 kN und einem Zylinderweg von 59 mm. Der Abbruch der restlichen Versuche erfolgte bereits zum Zeitpunkt, an dem der Kraftabfall eindeutig erkennbar war. In diesem Diagramm sind zusätzlich die Belastungsgeschwindigkeiten und die jeweilige dazugehörige Dauer der Belastung aufgezeigt.

3.2.4 Messtechnik

Die Messdaten beim 3-Punkt Biegeversuch wurden kontinuierlich aufgezeichnet. Gemessen wurde mit Wegaufnehmern, DD1-Dehnungsaufnehmern und Dehnungsmessstreifen. Zusätzlich wurde ein gewisser Bereich mit MercuryRT aufgezeichnet. Dabei wurde mit drei synchronisierten HBM QuantumX 840A Messverstärkern gearbeitet. In Kapitel 3.1.4 sind die technischen Details der Wegaufnehmer, DD1, Kraftmessdose und der Positionssensoren aufgezeigt. Neu beim 3-Punkt Biegeversuch war die Verwendung vom MercuryRT und der Dehnungsmessstreifen. Im folgenden Absatz werden dazu einige Details ergänzend erläutert.

Dehnungsmessstreifen DMS:

Beim verwendeten DMS handelt es sich um einen LY41-50/120 von HBM mit einer Messlänge von 50mm. LY-Dehnungsmessstreifen sind lineare DMS mit einem Messgitter und sind für Dehnungsmessungen in nur einer Richtung bestimmt.

MercuryRT:

Beim Mercury RT handelt es sich um ein digitales 3D Bildkorrelationsmess system. Die beiden Prosilica GT Kameras verfügen über eine Auflösung von 16 Megapixel. Die Brennweite der Objektive beträgt 50mm. Auf die Gesamtauflösung besitzt das Mess system eine Genauigkeit von 0,1 Pixel bei 0,1mm/Pixel = 0,01mm. Die Bilder werden synchron mit einer Frequenz von 1 Hz aufgezeichnet.

Anordnung der Messtechnik

Die Anordnung der Messtechnik auf dem Versuchskörper ist in Abb. 3.18 bis Abb. 3.20 dargestellt.

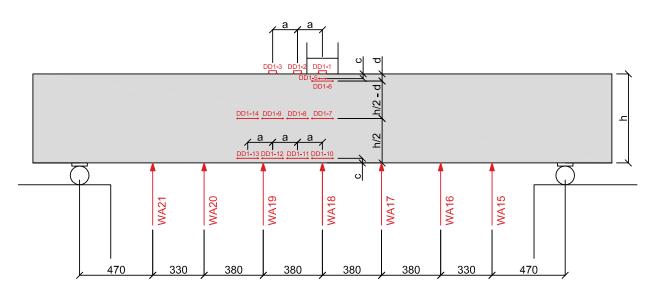


Abb. 3.18: Anordnung der Messtechnik vorne (Ansicht)

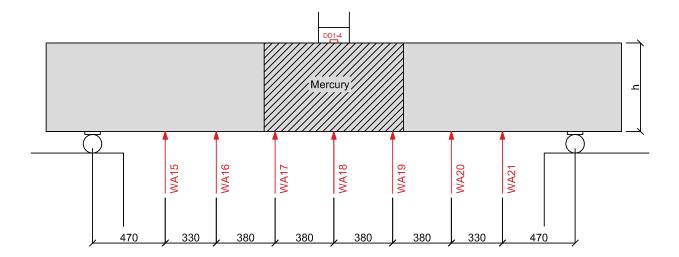


Abb. 3.19: Anordnung der Messtechnik hinten (Ansicht)

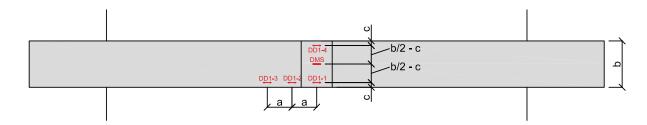


Abb. 3.20: Anordnung der Messtechnik oben (Grundriss)

Dabei wurden folgende Messwerte erfasst:

- Durchbiegung des Balkens mit Wegaufnehmern (WA50, WA100, WA200)
- Dehnung der Zugzone mit DD1 (Messbasis 140mm)
- Stauchung der Druckzone mit DD1 (Messbasis 50mm) und DMS (Messgitterlänge 50mm)
- aufgebrachte Last mit einer Kraftmessdose
- Maschinenweg mit magnetostriktiven Positionssensoren

Ziel der Anordnung der Dehnungsaufnehmer war es, die plastische Länge möglichst gut zu erfassen. Das Mercuryfeld auf der Rückseite wurde so festgelegt, dass die berechnete plastische Länge vollständig erfasst werden kann. Die plastische Länge wurde im Stadium der Versuchsplanung mit den in Tab. 3.8 auf Seite 54 angegebenen Werten für M_y und M_u berechnet. Die Anordnung der Dehnungsaufnehmer auf der Vorderseite wurde dementsprechend gewählt. Aufgrund der begrenzten Anzahl der Dehnungsaufnehmer wurde festgelegt, dass nur eine Hälfte der plastischen Länge, diese dafür sehr hoch bestückt, aufgezeichnet wird. Die Anordnung über die Höhe wurde so gewählt, dass die Dehnungsebene über die Trägerhöhe ausgewertet werden kann. Um die Druckzone möglichst gut bis zum Bruch aufzunehmen, wurde an der Oberseite in der Mitte zusätzlich ein Dehnmessstreifen angeordnet.

Bei den beiden Versuchskörpern der Serie 0, die als Erstes geprüft wurden, entsprach die Anordnung der Messtechnik nicht der in Abb. 3.18 bis Abb. 3.20. Das Mercuryfenster deckte nur die rechte Hälfte der plastischen Länge ab. Die linke Hälfte der plastischen Länge wurde mit Dehnungsaufnehmern aufgenommen, um ebenfalls die gesamte plastische Länge abzubilden und beide Seiten miteinander vergleichen zu können. Da die Vergleichbarkeit der beiden Seiten in den ersten Versuchen nicht ausreichend war, wurde das Mercuryfenster erweitert und die gesamte plastische Länge auf einer Trägerseite abgebildet. Der DD1-14 war auf der Rückseite genau gegenüber dem DD1-10 und der DD1-13 genau gegenüber dem DD1-5 angebracht. Beim ersten Versuch B-0-1 war der Abstand der äußeren beiden Wegaufnehmer zur Aufnahme der Biegelinie anstatt der 470mm geringer, nämlich 420mm. Durch die aufgetretene Durchbiegung kollidierten diese mit den Lagerblöcken. Aus diesem Grund wurde bei den nachfolgenden Versuchen der Abstand zum Auflager auf 470mm erhöht.

Die genaue Anordnung der Messtechnik inklusive der genauen Position der Aufnehmer der einzelnen Versuchskörper ist dem Anhang zu entnehmen.

In Tab. 3.15 sind die verwendeten Weg- und Dehnungsaufnehmer inklusive deren Bezeichnungen und Messbasenlängen jeweils in [mm] aufgelistet. Insgesamt waren 22 Messports pro Versuch belegt.

Aufnehmer	B-0-1	B-0-2	B-1	B-2	B-3	B-4
DD1-1	50	50	50	50	50	50
DD1-2	50	50	50	50	50	50
DD1-3	50	50	50	50	50	50
DD1-4	50	50	50	50	50	50
DD1-5	50	50	50	50	50	50
DD1-6	140	140	140	140	140	140
DD1-7	140	140	140	140	140	140
DD1-8	140	140	140	140	140	140
DD1-9	140	140	140	140	140	140
DD1-10	140	140	140	140	140	140
DD1-11	140	140	140	140	140	140
DD1-12	140	140	140	140	140	140
DD1-13	50	50	140	140	140	140
DD1-14	140	140	140	140	140	140
DMS	50	50	50	50	50	50
WA15	50	50	50	50	50	50
WA16	200	200	200	200	200	200
WA17	200	200	200	200	200	200
WA18	200	200	200	200	200	200
WA19	200	200	200	200	200	200
WA20	100	100	100	100	100	100
WA21	50	50	50	50	50	50

Tab. 3.15: Verwendete Weg- und Dehnungsaufnehmer

In Abb. 3.21 wird gezeigt, wie die Aufnehmer am Versuchskörper befestigt wurden. Am Versuchskörper waren Messmarken aufgeklebt, in welche Gewindestangen eingeschraubt

wurden. Die DD1 Dehnungsaufnehmer wurden mit Hilfe von Stahlfedern an den Gewindestangen gehalten. Die Wegaufnehmer waren an einem externen Profil unterhalb des Versuchskörpers montiert. Das obere Ende der Schnur, welche am Tauchankerende befestigt wurde, war an der Unterseite des Betonkörpers mit diesem verklebt.



Abb. 3.21: Befestigung von den DD1 und den Wegaufnehmer am Versuchskörper

4 Auswertung

4.1 Bewehrung

Die verwendeten Bewehrungsdurchmesser der hochfesten Bewehrung sind Durchmesser 18 mm und 25 mm bei den Biegeversuchen und Durchmesser 25 mm und 43 mm bei den Dehnkörperversuchen. In Abb. 4.1 sind die Arbeitslinien der Durchmesser 18 mm, 25 mm, 35 mm, 43 mm und 50 mm dargestellt. Die Arbeitslinien der Durchmesser 25 mm und 43 mm wurden sowohl im Labor für konstruktiven Ingenieurbau als auch vom Hersteller mittels Zugversuche bestimmt. Die Stahlarbeitslinien der restlichen Durchmesser wurden vom Stahlhersteller aufgezeichnet. Bei den beiden Durchmesser 35 mm und 50 mm wurden Stahlproben von mehreren Schmelzen geprüft. Die Nummer nach dem Durchmesser ist die Bezeichnung der jeweiligen Schmelze. Für einen besseren Vergleich ist in Abb. 4.1 von jedem Durchmesser beziehungsweise pro Schmelze eine Stahlarbeitslinie ausgewählt. Dabei wurde eine maßgebende Arbeitslinie, die den Mittelwert repräsentieren soll, ausgewählt.

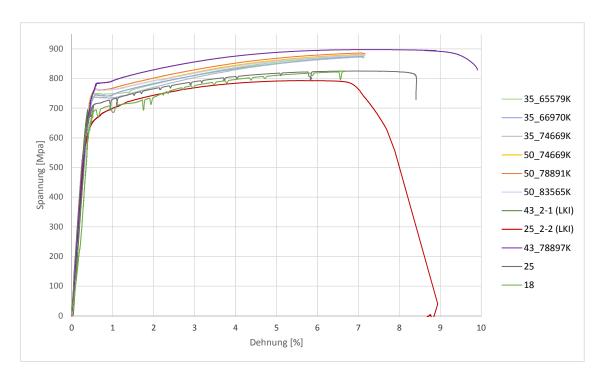


Abb. 4.1: Repräsentative Arbeitslinien der hochfesten Bewehrung

Allgemein ist zu erkennen, dass die Fließspannung $f_{y,0.2k}$ und der E-Modul E_s , welcher nach Definition der EN ISO 6892-1 ermittelt wurde, über die gesamten Durchmesser eine sehr hohe Streuung aufweisen. Zusätzlich ist anzumerken, dass bei den Stahlproben deren Durchmesser kleiner als 43 mm ist, der Mindestwert der Fließspannung von 670 N/mm²

nicht erreicht wird. Bei den kleineren Durchmessern ist die Fließspannung geringer als bei den größeren. Die Werte des E-Moduls sind bei den meisten Durchmessern sehr niedrig, und erreichen die erwarteten $200000~\rm N/mm^2$ nicht. Nur die Durchmesser $18~\rm mm$ und $25~\rm mm$ liegen im Bereich des erwarteten Wertes. Die ermittelten Werte der Fließspannung und des E-Moduls der einzelnen Proben sind Tab. $4.1~\rm zu$ entnehmen.

Arbeitslinie	$\mathbf{f_{y,0.02k}}$ $[\mathbf{N/mm^2}]$	${f E_s} [{f N/mm^2}]$
35_65579K	748,9	173800
35_66970K	743,2	161100
35_74669K	736,5	173400
50_74669K	761,0	174200
50_78891K	763,0	176700
50_83565K	762,0	170200
25_LKI	656,8	195800
43_78897K	784,6	191300
25	712,3	226500
18	712,3	200500

Tab. 4.1: Fließspannung und E-Modul der in Abb. 4.1 dargestellten Arbeitslinien

Für die Auswertung der Rotationsfähigkeit ist der Wert des Fließmomentes sehr wichtig. Da die Werte der verschiedenen Durchmesser stark variieren, wird für die weitere Bestimmung der Fließspannung beziehungsweise des Fließmomentes das Fließniveau nicht für alle Versuche gleich angenommen. Die Ermittlung der Rotationsfähigkeit wäre zu ungenau, wenn für jeden Versuch die gleiche Fließspannung des Stahls verwendet würde. Aus diesem Grund wurde im Zuge dieser Arbeit ein Verfahren entwickelt, das die Bestimmung der Fließspannung aus den Ergebnissen der Biegeversuche erlaubt.

4.2 Zugstabversuch

4.2.1 Rissentwicklung

Die Primärrisse entstehen bereits bei geringem Lastniveau. Die Kraft, bei welcher der erste Riss im Versuch auftritt, ist geringer als die theoretische Risskraft $F_{cr}=F_{ct}\cdot A_i$. Dies ist auf den Eigenspannungszustand zufolge schwinden des Betons zurückzuführen. Das Öffnungs-Verhalten dieser Risse kann mit den rissmechanischen Zusammenhängen des Stahlbetons beschrieben werden. In Abb. 4.2 sind diese Hauptrisse blau markiert. Diese waren bereits nach Beendigung des ersten Zyklus vorhanden.



Abb. 4.2: Rissbild eines Dehnkörpers am Beispiel Versuch 0-1

Die so genannten Sekundärrisse treten erst bei einem höheren Lastniveau auf. Anhand des Rissbildes in Abb. 4.2 ist zu erkennen, dass die Sekundärrissbildung jeweils an der

Seite, an der sich die Rippen der Bewehrung befinden, auftreten. Diese Sekundärrisse entstehen durch die Relativverschiebung der Bewehrungsrippen gegenüber dem Beton bei der Primärrissbildung und breiten sich von der Bewehrungsrippe nach außen hin aus. Durch die Verschiebung der Bewehrung gegenüber dem Beton entstehen in den Betonkonsolen an den Rippen Druckspannungen. Gleichzeitig entstehen um den Bewehrungsstab Ringzugspannungen, da sich das Druckspannungsfeld, welches sich zu Beginn im Kontaktbereich Stahl-Beton konzentriert, in den umgebenden Beton ausweitet [35]. Erreichen diese Ringzugspannungen die Betonzugfestigkeit, entstehen Risse. Teilweise erreichen diese Risse die Oberfläche des Dehnkörpers. Einige erstrecken sich sogar über den gesamten Umfang. Die Sekundärrisse sind in den Rissbildern mit grüner, schwarzer beziehungsweise roter Farbe markiert. Risse, die erst nach dem ersten Zyklus auftraten, wurden mit entsprechenden Farben gekennzeichnet (näheres dazu in Kapitel 7.1.1). Die Sekundärrisse weisen kein, in der Rissbildungstheorie typisches Verhalten, auf. Beispielsweise nimmt die Rissbreite mit Lasterhöhung nicht wesentlich zu. Im Gegensatz dazu, nimmt die Rissbreite der Primärrisse mit Lasterhöhung sehr wohl zu.

Rissabstand

Nach Glg. (2.35) auf Seite 34 liegt bei abgeschlossenem Rissbild der Rissabstand zwischen der einfachen und der doppelten Lasteinleitungslänge (siehe Glg. (4.1)).

$$s_{r,min} = l_{es} \le s_r < s_{r,max} = 2 \cdot l_{es}$$

$$(4.1)$$

Die Herleitung der Lasteinleitungslänge ist in Kapitel 2.3.1 erläutert. Mit der mittleren Verbundspannung kann die Lasteinleitungslänge berechnet werden. Für die Bestimmung der Verbundspannung wurden Ergebnisse von Pullout-Versuchen, welche am LKI mit hochfester Bewehrung durchgeführt wurden, verwendet. Schlussendlich können diese ermittelten Verbundspannungen bei der Berechnung der Lasteinleitungslänge der Dehnkörperversuche nicht herangezogen werden. Grund dafür ist, dass die Pullout-Körper im Vergleich zu den Versuchen dieser Arbeit eine viel größere Betonquerschnittfläche aufweisen, welche einen erheblichen Einfluss auf den Wert der Verbundspannung hat. Nach [25] kann die mittlere Verbundspannung für einfache Berechnungen mit folgender Gleichung bestimmt werden.

$$\tau_{\rm sm} = 1.8 \cdot f_{\rm ctm} \tag{4.2}$$

Unter Berücksichtigung der mittleren Betonzugfestigkeit f_{ctm} ergibt sich die Lasteinleitungslänge von Glg. (2.34) auf Seite 34 zu Glg. (4.3). In Tab. 4.2 ist die berechnete Lasteinleitungslänge nach Glg. (4.3) für jeden Versuchskörper dargestellt.

$$l_{es} = \frac{f_{ct} \cdot d_s}{\tau_{sm} \cdot 4 \cdot \rho_s} = \frac{f_{ctm} \cdot d_s}{1,8 \cdot f_{ctm} \cdot 4 \cdot \rho_s} = \frac{d_s}{7,2 \cdot \rho_s}$$

$$(4.3)$$

Serie	d [mm]	$\mathbf{A_c} \; [\mathbf{mm}^2]$	$\mathbf{A_s} \; [\mathbf{mm}^2]$	ρ _s [-]	l_{es} [mm]	$2 \cdot l_{\rm es} \ [{ m mm}]$
b-0-1	25	23003	490,87	0,02	163	325
b-0-2	25	22900	490,87	0,02	162	324
b-0-3	25	23002	490,87	0,02	163	325
b-1-1	25	22649	490,87	0,02	160	320
b-1-2	25	22700	490,87	0,02	161	321
b-1-3	25	22650	490,87	0,02	160	320
b-2-1	43	23104	1452,2	0,06	95	190
b-2-2	43	22549	1452,2	0,06	93	185
b-2-3	43	22801	1452,2	0,06	94	188
b-3-2	25	23002	490,87	0,02	163	325
b-3-3	25	23103	490,87	0,02	163	327
b-4-1	25	14601	490,87	0,03	103	207
b-4-2	25	14802	490,87	0,03	105	209
b-4-3	25	14560	490,87	0,03	103	206

Tab. 4.2: berechnete Lasteinleitungslänge nach Glg. (4.3)

Serie	$s_{r,m}$ [mm]	$\mathbf{s_{r,max}}$ [mm]	$\mathbf{s_{r,min}}$ [mm]
b-0-1	286,0	420	205
b-0-2	289,0	420	230
b-0-3	318,8	470	145
b-1-1	179,4	245	80
b-1-2	224,3	313	56
b-1-3	222,9	250	192
b-2-1	181,7	290	100
b-2-2	172,8	240	120
b-2-3	175,0	230	110
b-3-2	210,0	325	90
b-3-3	190,0	300	100
b-4-1	168,6	232	75
b-4-2	172,9	235	60
b-4-3	178,9	280	100

Tab. 4.3: mittlere, maximale und minimale Primärrissabstände der Versuche

Zum Vergleich ist in Tab. 4.3 der mittlere, der maximale und der minimale Rissabstand der einzelnen Versuche angegeben. Die einzelnen Rissabstände sind in Tab. 7.1 und Tab. 7.2 in Kapitel 7.1.1 aufgelistet. Der gemessene mittlere Rissabstand liegt bei allen Versuchskörpern zwischen der berechneten einfachen und der doppelten Lasteinleitungslänge. Die einfache Lasteinleitungslänge ist, bis auf die Versuche 0-2, 0-3, 1-3 und den Versuchen der Serie 2, immer größer als der gemessene minimale Rissabstand. Bei den Versuchen der Serie 0, 2 und 4 liegt der gemessene maximalen Rissabstand über dem berechneten Maximum von der doppelten Lasteinleitungslänge. Diese Abweichungen sind auf die nach Glg. (4.2) vereinfachte Beziehung der mittleren Verbundspannung und der mittleren Zugfestigkeit des Betons zurückzuführen. Die Beziehung ist lediglich eine starke Vereinfachung.

4.2.2 Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen beim abgeschlossenen Rissbild wird im Zuge dieser Arbeit mit $\Delta \varepsilon_{s,p}$ bezeichnet. Das s steht dabei für Stahl und p für Proportionalitätsgrenze. Damit ist der Bereich des abgeschlossenen Rissbildes gemeint, in dem die Linie der mittleren Dehnung des Stahlbeton-Zugstabes annähernd parallel zu der Stahlarbeitslinie verläuft. Der Wert $\Delta \varepsilon_{cr}$ repräsentiert den Abstand zwischen der Stahldehnung im Riss (Zustand II) und der Dehnung im Querschnitt in der Mitte zwischen zwei Rissen (Zustand I) (siehe Abb. 4.4). Die Formel dazu ist auf Seite 35 in Glg. (2.39) zu finden. Der Zusammenhang dieser beiden Werte ist in Glg. (4.4) dargestellt und wird im Zuge dieses Kapitels genauer erläutert. Mit der Bezeichnung mittlere Dehnung wird in der vorliegenden Arbeit die mittlere, über mehrere Risse verschmierte Dehnung des Stahlbeton-Zugstabes verstanden. Wie in Abb. 4.3 zu erkennen ist, wird die mittlere Dehnung des Stahlbetonzugstabes bei der Proportionalitäsgrenze mit $\varepsilon_{sm,p}$ und die mittlere Dehnung beim Fließzustand mit $\varepsilon_{sm,y}$ bezeichnet. Dabei steht sm für die mittlere Stahldehnung und der Buchstabe danach für den jeweiligen Zustand.

Der Abstand der mittleren Stahldehnung zur Stahldehnung im Zustand II wird wie in Abb. 4.3 zu erkennen ist mit $\Delta \varepsilon_{s,x}$ bezeichnet. Wobei das x ein Platzhalter für den jeweiligen Zustand ist (p für Proportionalitätsgrenze und y für Fließen). Um den Zusammenhang besser zu verstehen ist in Abb. 4.4 der Dehnungsverlauf zwischen zwei Rissen mit mittlerem Rissabstand im Bereich der abgeschlossenen Rissbildung bei der Proportionalitätsgrenze dargestellt. Hier ist der Zusammenhang zwischen mittlerer Dehnung $\varepsilon_{sm,p}$ und Stahldehnung im Riss $\varepsilon_{s,p}$ nach Glg. (4.4) erneut zu sehen.

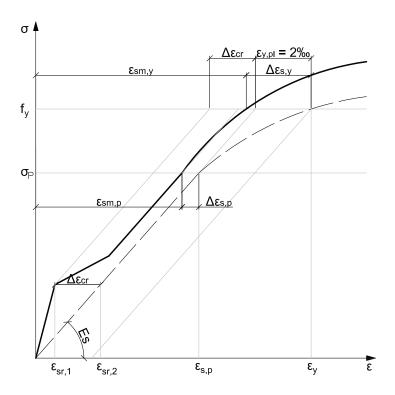


Abb. 4.3: Diagramm Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

In [32] wird der Völligkeitsfaktor für die Ermittlung der mittleren Dehnung mit k_t bezeichnet,

und als Faktor, welcher von der Dauer der Lasteinwirkung abhängt, definiert. In der Deutschen Norm [13], in [12] und im Model Code 2010 [10] wird α_b mit β_t bezeichnet. In der vorliegenden Arbeit wird der Völligkeitsbeiwert beim maximalen Rissabstand mit $\alpha_{b,sr,max}$ =0,6 bezeichnet. Als β_1 wird der Völligkeitsbeiwert im Bereich der abgeschlossenen Rissbildung, bei mittlerem Rissabstand und β_2 als Völlligkeitsbeiwert beim Fließen der Bewehrung definiert.

$$\varepsilon_{\rm sm,p} = \varepsilon_{\rm s,p} - a \cdot \alpha_{\rm b,sr,max} \cdot \Delta \varepsilon_{\rm cr} = \varepsilon_{\rm s,p} - \beta_1 \cdot \Delta \varepsilon_{\rm cr} = \varepsilon_{\rm s,p} - \Delta \varepsilon_{\rm s,p}$$
(4.4)

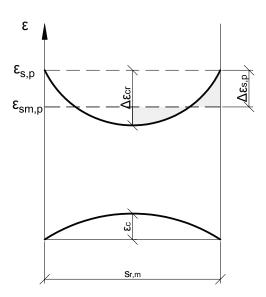


Abb. 4.4: Dehnungsverlauf zwischen zwei Rissen mit mittlerem Rissabstand

In Abb. 4.4 ist der Verlauf der Dehnungen bei einem mittleren Rissabstand zu erkennen. Wie oben bereits erwähnt, ist der Völligkeitsbeiwert $\alpha_{b,sr,max}$ beim maximalen Rissabstand mit 0,6 festgelegt. Bei einem mittleren Rissabstand ist dieser Völligkeitsbeiwert kleiner als 0,6 und wird, wie in Glg. (4.5) zu erkennen ist, mit einem Faktor a multipliziert und mit β_1 im Bereich der abgeschlossenen Rissbildung definiert.

$$\beta_1 = a \cdot \alpha_{b.sr.max} = a \cdot 0.6 \tag{4.5}$$

Dieser Faktor a kommt aus dem Unterschied von mittlerem und maximalem Rissabstand und wird nach Glg. (4.7) bestimmt.

$$s_{rm} = a \cdot s_{r,max} = a \cdot 2 \cdot l_{es} \tag{4.6}$$

$$a = \frac{s_{\rm rm}}{2 \cdot l_{\rm es}} \tag{4.7}$$

Zum Vergleich wird der Völligkeitsbeiwert β_1 aus den Versuchsdaten ermittelt und mit den nach Glg. (4.5) berechneten in Tab. 4.4 auf Seite 71 dargestellten Werten verglichen. Für die Ermittlung des Völligkeitsbeiwertes aus den Versuchen, wird für die einzelnen Versuche einer Versuchsreihe der Mittelwert gebildet. Beispielsweise wurden für die Dehnkörperversuche

der Serie 1 die Spannungs-Dehnungs-Linien der Versuche 1-2 und 1-3 gemittelt (die Arbeitslinie des Versuches 1-1 wurde aufgrund von Unstimmigkeiten eliminiert und für die weitere Vorgehensweise nicht berücksichtigt). Die gemittelten Arbeitslinien entsprechen der Dehnungsmessung über eine Länge von 1000mm in der Mitte des Betonkörpers. Die weitere Vorgehensweise wird nachfolgend immer am Mittelwert der Versuchsserie 1 gezeigt. Die Bezeichnung von 1-X wird nachfolgend für die Bezeichnung des Mittelwertes der Serie 1 etc. verwendet.

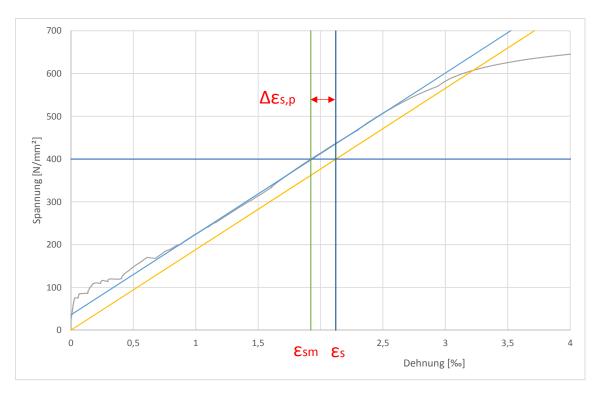


Abb. 4.5: Ermittlung von β_1 anhand des Versuches 1-X

Die graue Linie im Diagramm von Abb. 4.5 ist der Mittelwert der Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Mit Hilfe der blauen Linie wird der E-Modul der Bewehrung ermittelt. Der E-Modul der mittleren Spannungs-Dehnungs-Beziehung ist in Tab. 4.4 in der zweiten Spalte aufgelistet. Für die Bestimmung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wird diese Linie in den Koordinatenursprung verschoben (gelbe Linie). Grundlage hierfür ist die theoretische modifizierte Arbeitslinie welche in Abb. 2.16 auf Seite 38 dargestellt ist. Daraus ist erkennbar, dass ab der abgeschlossenen Rissbildung die Spannungs-Dehnungslinie des Dehnkörpers parallel zu der Arbeitslinie des nackten Stahls verläuft. Dies wird als Zugversteifung des Betons oder auch als Tension Stiffening-Effekt bezeichnet. Im Beispiel wird die Mitwirkung des Betons bei einem Spannungsniveau von 400 N/mm² ermittelt. Der Wert $\varepsilon_{\rm sm}$ ist die mittlere Dehnung des Zugstabes über mehrere Risse und $\varepsilon_{\rm s}$ die Dehnung im Rissquerschnitt. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ist der Abstand zwischen den beiden Werten $\Delta\varepsilon_{\rm s,p}$. Über den Zusammenhang in Glg. (4.8) kann mit $\Delta\varepsilon_{\rm cr}$ aus Glg. (4.9) der Völligkeitsbeiwert β_1 nach Glg. (4.10) ermittelt werden.

$$\varepsilon_{\rm sm} = \varepsilon_{\rm s} - \Delta \varepsilon_{\rm s,p} = \varepsilon_{\rm s} - \beta_1 \cdot \Delta \varepsilon_{\rm cr}$$
 (4.8)

$$\Delta \varepsilon_{\rm cr} = \frac{f_{\rm ct,0.05}}{\rho_{\rm s} \cdot E_{\rm s}} \tag{4.9}$$

$$\beta_{1,\text{Versuch}} = \frac{\varepsilon_{s} - \varepsilon_{sm}}{\Delta \varepsilon_{cr}} = \frac{\Delta \varepsilon_{s,p}}{\Delta \varepsilon_{cr}}$$
(4.10)

Serie	$\mathbf{E_s} \ [\mathbf{N/mm^2}]$	$\Delta \varepsilon_{\mathbf{s},\mathbf{p}} \ [\%]$	$\Delta \varepsilon_{\mathbf{cr}} \ [\%]$	$\beta_{1, \text{Versuch}}$	$\beta_{1,\text{berechnet}}$
b-0-X	210000	0,3	0,46	0,66	0,56
b-1-X	188500	0,2	0,50	0,40	0,39
b-2-X	200000	-	-	-	0,56
b-3-X	182000	0,3	0,83	0,36	0,37
b-4-X	207000	0,21	0,35	0,61	0,50

Tab. 4.4: Vergleich von berechneten und ausgelesenen Völligkeitsbeiwerten

In Tab. 4.4 sind die gemessenen Dehnungsdifferenzen $\Delta \varepsilon_{s,p}$ und $\Delta \varepsilon_{cr}$ für die Ermittlung des Völligkeitsbeiwertes aus den Versuchsergebnissen $\beta_{1, \text{Versuch}}$ aufgelistet. Zum Vergleich dazu ist in der letzten Spalte der aus den Rissabständen der Versuche berechnete Völligkeitsbeiwert $\beta_{1, \text{berechnet}}$ nach Glg. (4.5) dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Völligkeitsbeiwerte aus den Versuchen sehr gut mit den berechneten übereinstimmen. Beim Dehnkörperversuch 2-X ist die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen aus der Spannungs-Dehnungs-Beziehung vom Versuch nicht bestimmbar. Aufgrund des hohen Bewehrungsgrades ist hier die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen sehr gering beziehungsweise nicht vorhanden.

4.2.3 Ermittlung der Fließgrenze

Wie in Kapitel 4.1 bereits erläutert, kann für die Festlegung der Fließgrenze der Versuche die Mindeststreckgrenze der Bewehrung nicht verwendet werden. Aus diesem Grund wurde im Zuge der Masterarbeit ein Verfahren entwickelt, mit dem das Fließniveau der Versuchsergebnisse unabhängig von der jeweiligen Stahlarbeitslinie ermittelt wird.

Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen im Bereich der abgeschlossenen Rissbildung ist konstant (Linien sind parallel, $\Delta \epsilon_{cr}$ ist konstant). Somit ist auch der Kraftanteil im Beton ($f_{ct} \cdot A_{c,n}$) in diesem Bereich konstant. Aus dieser Überlegung heraus wird im Zuge dieser Arbeit angenommen, dass dieser Kraftanteil bis zum Bereich des Fließens konstant ist.

Im Riss wird die gesamte Zugkraft F vom Stahl alleine getragen (siehe $F_{s,im Riss,y}$ nach Glg. (4.11)), während zwischen den Rissen die Kraft vom Beton (F_{ct}) und vom Stahl ($F_{s,zwischen Rissen,y}$) gemeinsam aufgenommen wird (siehe Glg. (4.12)). Das y kennzeichnet dabei den Fließzustand.

$$F = F_{s,imRiss,v} = E_s \cdot A_s \cdot (\varepsilon_{s,imRiss,v} - 2\%)$$
(4.11)

$$F = F_{s,zwischenRissen,y} + F_{ct} = E_s \cdot A_s \cdot \varepsilon_{s,zwischenRissen,y} + f_{ct} \cdot A_{c,n}$$

$$(4.12)$$

Im Bereich des Fließens sind Glg. (4.11) und Glg. (4.12) Grundlage für den Zusammenhang zur Ermittlung der mittleren Dehnung. Die Dehnung im Riss $\varepsilon_{s,im Riss,y}$ ergibt sich nach Glg. (4.13) im Fließzustand zur Fließdehnung ε_{y} . Zwischen den Rissen wird die Dehnung mit $\varepsilon_{s,zwischen Rissen,y}$ bezeichnet und nach Glg. (4.14) beschrieben.

$$\varepsilon_{s,imRiss,y} = \frac{F}{E_s \cdot A_s} + 2\% = \varepsilon_y \tag{4.13}$$

$$\varepsilon_{s,zwischenRissen,y} = \frac{F - f_{ct} \cdot A_{c,n}}{E_s \cdot A_s} = \frac{F}{E_s \cdot A_s} - \Delta \varepsilon_{cr}$$
(4.14)

Die Differenz oder der Abstand der Dehnung im Riss zur Dehnung im Querschnitt in der Mitte zwischen zwei Rissen $\Delta \varepsilon_y$ (siehe Abb. 4.7) ergibt sich im Fließzustand (siehe Abb. 4.6 und Abb. 4.7) entsprechend Glg. (4.15) zu:

$$\begin{split} \Delta \epsilon_{y} &= \epsilon_{s,imRiss,y} - \epsilon_{s,zwischenRissen,y} = \epsilon_{y} - \frac{F}{E_{s} \cdot A_{s}} + \Delta \epsilon_{cr} = \\ &= \epsilon_{y} - \frac{f_{y}}{E_{s}} + \Delta \epsilon_{cr} = \epsilon_{y,pl} + \Delta \epsilon_{cr} \end{split} \tag{4.15}$$

In Abb. 4.6 ist der Zusammenhang der verschiedenen Dehnungen aufgezeigt.

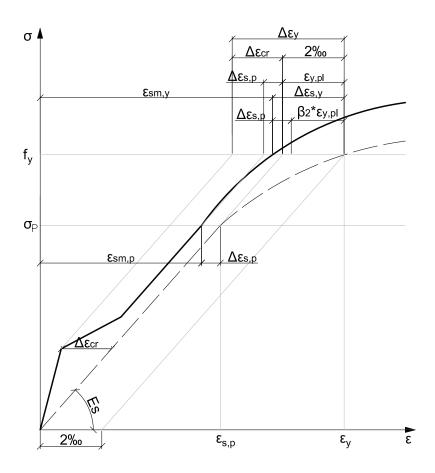


Abb. 4.6: Zusammenhang der Dehnungen im Bereich des Fließen

Der Abstand zwischen nacktem Stahl im Rissquerschnitt (ε_y) und der mittleren Dehnung ($\varepsilon_{sm,y}$) wird nach Glg. (4.16) festgelegt.

$$\Delta \varepsilon_{s,y} = \Delta \varepsilon_{s,p} + \beta_2 \cdot \varepsilon_{v,pl} \tag{4.16}$$

$$\varepsilon_{\rm sm,y} = \varepsilon_{\rm y} - \Delta \varepsilon_{\rm s,y} = \varepsilon_{\rm y} - (\Delta \varepsilon_{\rm s,p} + \beta_2 \cdot \varepsilon_{\rm y,pl}) = \varepsilon_{\rm y} - (\beta_1 \cdot \Delta \varepsilon_{\rm cr} + \beta_2 \cdot \varepsilon_{\rm y,pl})$$
 (4.17)

Bei Stahlspannungen größer als die Fließgrenze nehmen die Dehnungen stark zu. Die Spannungen nehmen mit zunehmender Entfernung vom Riss durch die Verbundwirkung wieder ab. Aus diesem Grund ist der Bereich der stark zunehmenden Dehnungen auf einen lokalen Bereich in unmittelbarer Rissnähe beschränkt. Der Dehnungsverlauf ist in Abb. 4.7 dargestellt.

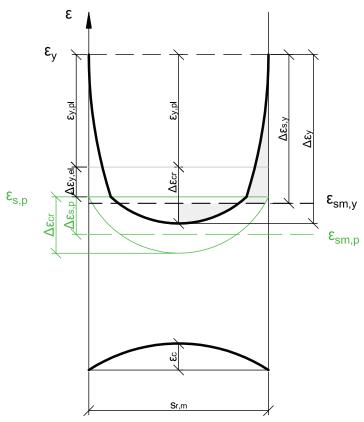


Abb. 4.7: Stahl- und Betondehnungen zwischen den Rissen im Fließzustand

Die Vorgehensweise zur Ermittlung des Völligkeitsbeiwertes β_2 im Fließbereich wird anhand des Mittelwertes der Dehnkörperversuche der Serie 1 gezeigt (siehe Abb. 4.8). Denn hier stellt die gemessene Stahlarbeitslinie des zugehörigen Durchmessers (25 mm) den theoretischen Verlauf zur mittleren Dehnung des Stahlbetonzugstabes am besten dar. Aus diesem Grund wird der Völligkeitsbeiwert β_2 anhand der Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Serie 1 ermittelt und für die weitere Ermittlung der Fließgrenzen verwendet.

Die braune Linie im Diagramm stellt die gemessene mittlere Spannungs-Dehnungs-Beziehung der hochfesten Bewehrung mit dem Durchmesser 25 dar. Durch die bleibende Verformung

von 2 ‰ wird nach Eurocode 2 die Fließgrenze f_y bestimmt. Der Abstand $\Delta \varepsilon_{s,y}$ zwischen Fließdehnung und der mittleren Dehnung des Versuchskörpers bei der Fließgrenze bestimmt die Mitwirkung des Betons in diesem Bereich. Durch Umformung von Glg. (4.17) kann der Völligkeitsbeiwert β_2 nach Glg. (4.18) bestimmt werden.

$$\beta_2 = \frac{\varepsilon_{y} - \varepsilon_{sm,y} - \Delta \varepsilon_{s,p}}{\varepsilon_{y,pl}} = \frac{\Delta \varepsilon_{s,y} - \Delta \varepsilon_{s,p}}{2\%}$$
(4.18)

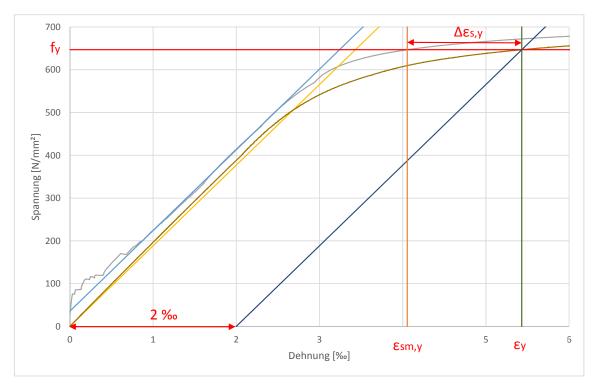


Abb. 4.8: Ermittlung von β_2 anhand des Versuches 1-X

Die Faktoren für die Ermittlung des Völligkeitsbeiwertes im Bereich des Fließens der Bewehrung sind Tab. 4.5 zu entnehmen. In der sechsten Spalte ist der berechnete Völligkeitsbeiwert β_2 , welcher später für die Ermittlung des Fließmomentes von essentieller Bedeutung ist, zu finden.

$\mathbf{f_y} \ [\mathbf{N/mm^2}]$	$\varepsilon_{\mathbf{y}}$ [%0]	$\varepsilon_{\mathrm{sm,y}}$ [%]	$\Delta \varepsilon_{\mathbf{s},\mathbf{y}} \ [\%_0]$	$\Delta \varepsilon_{\mathbf{s},\mathbf{p}} \ [\%_0]$	β_2
647	5,43	4,06	1,38	0,2	0,59

Tab. 4.5: Ermittlung von β_2 anhand des Versuches 1-X

4.3 3-Punkt-Biegeversuch

Am Beginn wird das Verhalten der Balken während dem 3-Punkt-Biegeversuch aufgezeigt und analysiert. Für die Ermittlung der plastischen Rotation ist das Moment im Fließzustand M_y und das maximale Moment M_u von großer Bedeutung. Die anschließenden Auswertungen zielen auf die Ermittlung dieser maßgebenden Momente für die Bestimmung der plastischen

Rotationsfähigkeit ab. Aus diesem Grund wird nachfolgend die Ermittlung von M_y mit Hilfe des im Zuge dieser Masterarbeit entwickeltem Verfahren genau erläutert. Anschließend wird die Ermittlung des Bruchmoments für die Berechnung der Rotationsfähigkeit analysiert und am Ende dieses Kapitels wird die Rotationsfähigkeit ermittelt.

4.3.1 Rissentwicklung und Versagensart

In Abb. 4.9 ist der Momentenverlauf des Versuchkörpers 4-1 über der Zeit aufgetragen. Bereits bei sehr geringem Lastniveau weicht die anfänglich annähernd linear elastische Momenten-Zeit-Beziehung von diesem Zustand ab, denn hier entstehen die ersten Risse. Im Diagramm ist dieser Bereich mit grün markiert. Diese Primärrisse sind im Bereich der Lasteinleitung annähernd vertikal und pflanzen sich ausgehend vom unteren Bauteilrand nach oben hin fort. Mit größer werdendem Abstandes von der Lasteinleitung beginnen sich die Risse Richtung Lasteinleitung zu neigen. Im Bereich der abgeschlossenen Rissbildung verhält sich der Balken bis zum Fließen wieder annähernd linear. In diesem Bereich werden auch die erstem Sekundärrisse gebildet. Der Bereich des Bewehrungsfließens ist im Diagramm mit violett gekennzeichnet. Ab diesem Zeitpunkt werden die Primärrisse aufgrund des Fließen der Bewehrung kontinuierlich geöffnet und die Momentenlinie wird allmählich flacher. Nach der Pause wird die Belastungsgeschwindigkeit erhöht. Kurz danach ist ein eindeutig ausgeprägter Momentenabfall (rote Markierung) zu erkennen.

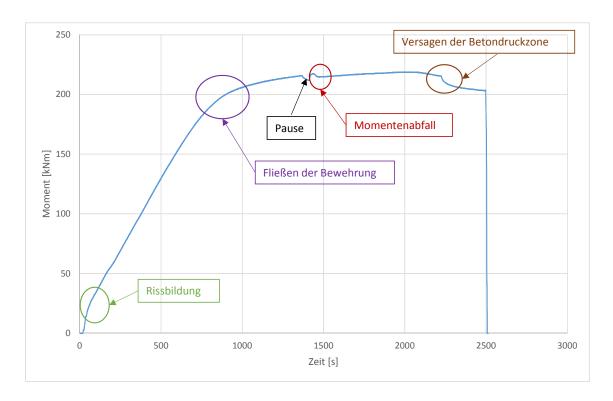


Abb. 4.9: Momentenabfall im Momenten-Zeit-Diagramm des Versuches 4-1

Der Momentenabfall ist in Abb. 4.10 im Detail herausgezeichnet.

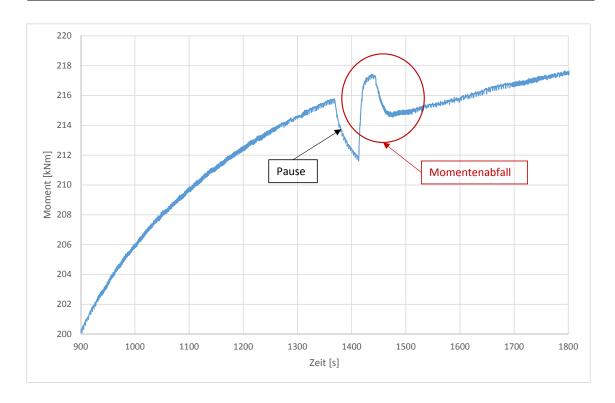


Abb. 4.10: Detail des Momentenabfalls im Momenten-Zeit-Diagramm des Versuches 4-1

Im nachfolgenden Bild (siehe Abb. 4.11), welches direkt nach dem Momentenabfall aufgenommen wurde, ist der Grund für den Abfall erkennbar. Durch die Überlastung am Druckrand entsteht zwischen den Flanschen des Lasteinleitungsprofiles ein Riss am Druckrand. Um den Riss in dieser Abbildung besser zu erkennen, ist dieser in rot gekennzeichnet.

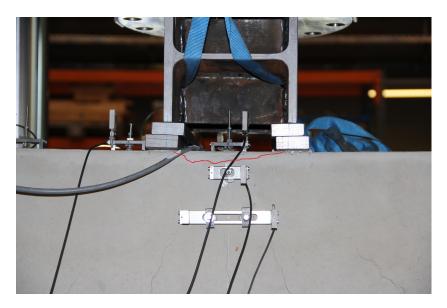


Abb. 4.11: Versagensbeginn der Betondruckzone

Nach dem Abfall des Momentes steigt das aufnehmbare Moment allmählich wieder über diesen maximalen Wert an, da die Betondruckzone beim Momentenabfall noch nicht

zerstört ist. Aufgrund der Überlastung des Druckrandes ist die maximale Momenten-Tragfähigkeit des Balkens noch nicht erreicht. Durch die Abplatzungen am Druckrand wird die Druckzonenhöhe umgelagert und der Balken erreicht danach noch erhebliche Verformungen. Dies ist dem großen Längsbewehrungsgrad und der Verformbarkeit der Druckzone zuzuschreiben.

In Abb. 4.12 sind die Dehnungsebenen über mehrere Laststufen im Bereich der Druckzone des Versuches 4-1 heraus gezeichnet. Es ist zu erkennen, dass die Druckzonenhöhe bis zum Momentenabfall M_u bei 217,42 kNm (grüne Linie) immer kleiner wird, also nach oben wandert. Bei M_u ist die gemessene Betondehnung in der Druckzone -2,07 ‰. Ab dem Zeitpunkt des Abfalls vom Moment nimmt die Druckzonenhöhe wider zu. Durch den überlasteten Druckrand wird die Druckzone nach unten verlagert.

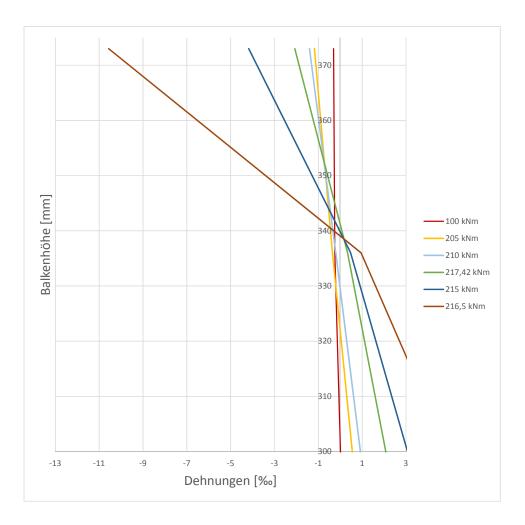


Abb. 4.12: Druckzone bei unterschiedlichen Laststufen beim Versuch 4-1

Die zerstörte Betondruckzone bei Versuchsende ist in Abb. 4.13 abgebildet. Hier ist deutlich erkennbar, dass der Riss der Druckzone zwischen der Lasteinleitung auftritt und allmählich immer weiter aufgeht. Schlussendlich schieben sich die Betonteile sogar übereinander. Auch im Verlauf der Momentenlinie ist das entgültige Versagen der Betondruckzone deutlich zu erkennen. Ab diesem Zeitpunkt beginnt das Moment deutlich abzunehmen und der Versuch wird abgebrochen.



Abb. 4.13: Zerstörte Betondruckzone bei Versuchsende

Abschließend sind in Abb. 4.14 die Momenten-Durchbiegung-Linien der einzelnen Versuche gegenübergestellt. Die Durchbiegung stellt dabei die Durchbiegung in Feldmitte dar.

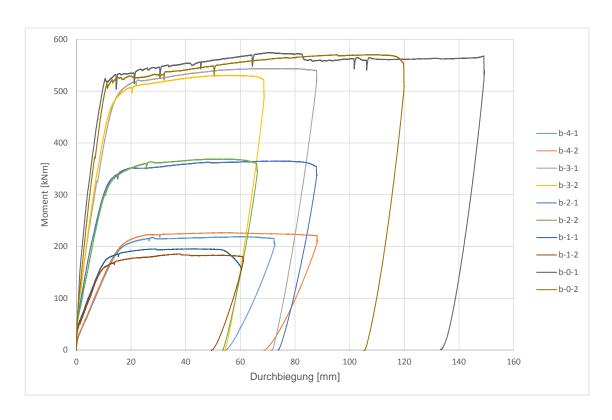


Abb. 4.14: Momenten-Mittendurchbiegung-Beziehung der Versuche

4.3.2 Methode zur Auswertung der Dehnungsmessungen (Momenten-Dehnungs-Diagramme)

Für die Ermittlung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen und für die Ermittlung des Fließmomentes, sind die Dehnungen des Zuggurtes in Abhängigkeit vom einwirkenden Moment mit und ohne Mitwirkung des Betons von Interesse. Da im Zuge der Versuche die Dehnungen nicht direkt an der Bewehrung aufgenommen wurden (ohne Mitwirkung des Betons) kann die Auswertung der Dehnungsmessungen nur mit der Mitwirkung des Betons durchgeführt werden. Dabei wurden die Dehnungen mit Hilfe der Mercury Aufzeichnungen auf Höhe der Bewehrung, also im Abstand d vom oberen Rand, ausgewertet.

In Abb. 4.15 sind die verschiedenen Messmarken der Mercury-Auswertung (A1 bis A6) eingetragen. Beim Mercury werden so genannte "virtuelle Dehnungsaufnehmer" mit Hilfe der Messmarken (lila) gesetzt. Bei der Auswertung werden dabei die Relativverschiebungen dieser Messmarken zueinander gemessen. Die Dehnung kann somit mit der Relativverschiebung bezogen auf den Abstand der Messmarken vor Versuchsbeginn ausgewertet werden. Im folgenden werden diese virtuellen Dehnungsaufnehmer vereinfacht als Dehnungsaufnehmer bzw. wird der Vorgang zur Messung der Relativverschiebungen dieser als Dehnungsmessung bezeichnet. Um den Einfluss der Wahl der Messstrecke auf die Dehnungsmessung abzuschätzen, werden, wie in Abb. 4.15 zu erkennen ist, verschiedene Messmarken gesetzt, um unterschiedliche Momenten-Dehnungs-Beziehungen miteinander vergleichen zu können. Um die mittlere Dehnung der Arbeitslinie zu erhalten, wurden die Messmarken genau zwischen zwei Rissen platziert.

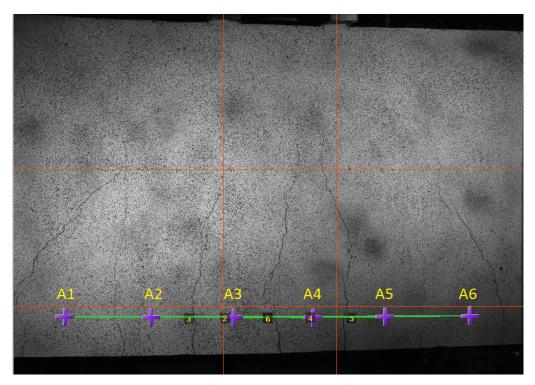


Abb. 4.15: Messmarken für die Dehnungsaufnahme zur Ermittlung des Fließmomentes

Die untersuchten Dehnungsaufnehmer M1 bis M7 sind in Tab. 4.6 aufgelistet. Dabei sind die Messmarken angegeben, zwischen denen die Relativverschiebung und in Folge die Dehnung aufgezeichnet wurde. Beispielsweise erfolgte die Dehnungsmessung für den Aufnehmer M1

zwischen den Messmarken A1 und A6. Die vertikalen Linien in orange kennzeichnen die Flanschposition des Lasteinleitungsprofils.

Dehnungsmessung	von	bis
M1	A1	A6
M2	A1	A5
M3	A1	A4
M4	A2	A6
M5	A3	A6
M6	A2	A5
M7	A3	A4

Tab. 4.6: Festgelegte Dehnungsmessungen anhand des Versuches 3-1

Im Bereich der Lasteinleitung ist das Moment über die Länge des Lasteinleitungsprofils konstant. In den Bereichen links und rechts davon ist das Moment linear abnehmend (siehe Abb. 4.16). Im Zuge dieser Arbeit wird für den Bereich über die Länge des Lasteinleitungsprofils die Bezeichnung Bereich mit konstantem Moment oder Bereich des Lasteinleitungsprofils verwendet.

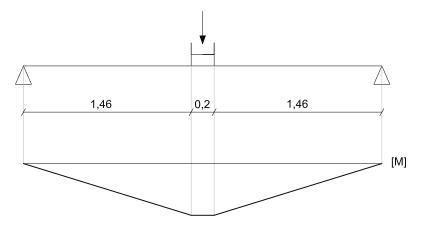


Abb. 4.16: Momenten-Verlauf

Wird die Dehnung über mehrere Risse hinweg gemessen, erhält man eine mittlere, verschmierte Dehnung der Zugzone. Je größer diese Einflusslänge ist, desto besser kann die mittlere Dehnung bestimmt werden. Wird nur über einen Riss gemessen, kann diese mittlere Dehnung aufgrund der Individualität dieses einzelnen Risses von der über einen größeren Bereich gemessenen stark abweichen. Ragt die Messstrecke über den Bereich des konstanten Momentes hinaus, kann diese ermittelte mittlere Dehnung nicht dem Moment in der Trägermitte zugeordnet werden. Um eine Vergleichbarkeit der Dehnungsmessungen untereinander zu gewährleisten, werden die aufgezeichneten Dehnungen auf den Bereich des Lasteinleitungsprofils umgerechnet. Dies passiert im Hinblick auf die Ermittlung der plastischen Rotation, da so in diesem Querschnitt in Feldmitte das Fließmoment und das maximale Moment ermittelt werden.

In Abb. 4.17 ist der Bereich einer aufgezeichneten Messlänge (A2 bis A6) schematisch aufgezeichnet. Der aufgenommene Bereich wird in 3 Abschnitte eingeteilt. Der linke

Abschnitt 2 reicht von der linken Messmarke (A2) bis zum Punkt, an dem das Moment konstant ist. Der mittlere Abschnitt 1 ist der Bereich an dem das Moment einen konstanten Verlauf aufweist. Der rechte Abschnitt reicht vom Punkt wo das Moment wieder kleiner wird, bis zur rechten Messmarke (A3). Über die Zusammenhänge in Glg. (4.19) bis Glg. (4.22) wird die mittlere Dehnung im Bereich des konstanten Momentes bestimmt und kann somit über dem Moment in Feldmitte aufgetragen werden.

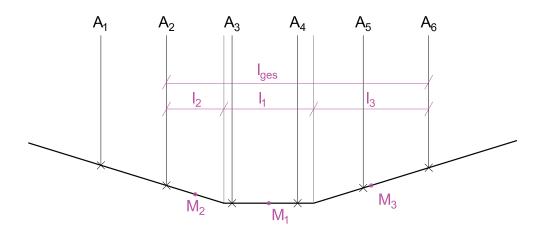


Abb. 4.17: Umrechnung der Dehnung in den Bereich mit konstantem Moment

In den folgenden Gleichungen wird die Umrechnung der Dehnung in den Bereich mit konstantem Moment erläutert.

$$\Delta l_1 = \varepsilon_1 \cdot l_1$$
 $\Delta l_2 = \varepsilon_2 \cdot l_2$ $\Delta l_3 = \varepsilon_3 \cdot l_3$ (4.19)

$$\varepsilon_{1} = \varepsilon_{s} + \beta_{1,1} \cdot \Delta \varepsilon_{p} = \varepsilon_{s} + \Delta \varepsilon_{s,p,1} = \frac{M_{\text{max}}}{z \cdot A_{s} \cdot E_{s}} + \Delta \varepsilon_{s,p,1}$$
(4.20)

$$\varepsilon_{2} = \varepsilon_{s} + \beta_{1,2} \cdot \Delta \varepsilon_{p} = \varepsilon_{s} + \Delta \varepsilon_{s,p,2} = \frac{M_{2}}{z \cdot A_{s} \cdot E_{s}} + \Delta \varepsilon_{s,p,2}$$

$$(4.21)$$

$$\varepsilon_{3} = \varepsilon_{s} + \beta_{1,3} \cdot \Delta \varepsilon_{p} = \varepsilon_{s} + \Delta \varepsilon_{s,p,3} = \frac{M_{3}}{z \cdot A_{s} \cdot E_{s}} + \Delta \varepsilon_{s,p,3}$$
(4.22)

Mit der Annahme, dass die mittleren Momente M_2 und M_3 im Bereich von M_{max} liegen, kann die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen $\Delta \varepsilon_{s,p}$ für alle Momente als gleich groß angenommen werden. Somit ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{M_{\text{max}}}{M_2} \qquad \qquad \varepsilon_2 = \varepsilon_1 \cdot \frac{M_2}{M_{\text{max}}} \tag{4.23}$$

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} = \frac{M_{\text{max}}}{M_3} \qquad \qquad \varepsilon_3 = \varepsilon_1 \cdot \frac{M_3}{M_{\text{max}}} \tag{4.24}$$

Die Längen l_1 , l_2 und l_3 sowie die Gesamtlänge $l_{\rm ges}$ können aus der Messmarkenanordnung abgemessen werden. Außerdem ist die Dehnung $\varepsilon_{\rm ges}$ aus der Dehnungsmessung bekannt. Somit kann aus Glg. (4.25) die Dehnung im Bereich des konstanten Momentes für jede Messung nach Glg. (4.26) bestimmt werden.

$$l_{ges} \cdot \varepsilon_{ges} = l_1 \cdot \varepsilon_1 + l_2 \cdot \varepsilon_2 + l_3 \cdot \varepsilon_3 \tag{4.25}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{l_{\text{ges}} \cdot \varepsilon_{\text{ges}}}{l_1 + l_2 \cdot \frac{M_2}{M_{\text{max}}} + l_3 \cdot \frac{M_3}{M_{\text{max}}}} \tag{4.26}$$

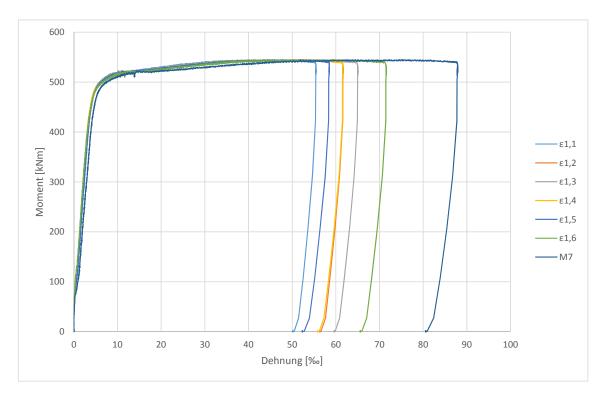


Abb. 4.18: Momenten-Dehnungs-Diagramm vom Versuch 3-1

In Abb. 4.18 sind die Momenten-Dehnungs-Beziehungen der vorher aufgezeigten Dehnungsmessungen aufgezeichnet. Die Dehnungen sind, wie oben beschrieben, bereits auf den Lasteinleitungsbereich bezogen. Aus diesem Grund wurde hier die Bezeichnung geändert. Beispielsweise steht $\varepsilon_{1,2}$ für die Dehnungsmessung M2 welche auf den Lasteinleitungsbereich (Bereich 1) bezogen ist. Da sich die Messmarken von M7 bereits in diesem Bereich befinden, wird die Bezeichnung beibehalten. Die Momenten-Dehnungs-Beziehungen der unterschiedlichen Messungen verhalten sich, bis auf die von M7, alle annähernd gleich (siehe Abb. 4.19). Grund dafür ist, dass diese Dehnungsmessung (Messmarke A3 bis A4) lediglich einen einzelnen Riss beinhaltet (siehe Abb. 4.15), welcher bereits sehr früh eine große Rissbreite aufweist. In den Messungen über eine größere Länge wird dieser Einfluss über die mittlere Dehnung kompensiert. Ein großer Unterschied ist jeweils in der maximal aufgetretenen Dehnung und in der Dehnung bei Versagensbeginn der Druckzone ersichtlich. Dieser Versagensbeginn oder die Überlastung des Druckrandes ist als Momentenabfall erkennbar. Für die Bestimmung des Fließmomentes werden jene Messmarken ausgewählt, welche den größten Bereich für die Messung der mittleren, verschmierten Dehnung abdecken.

Die Länge dieses Bereiches darf nicht über die plastische Länge hinausragen, denn im Bereich außerhalb der plastischen Länge wird das Fließmoment nicht erreicht, und der Stahl kommt nicht ins Fließen.

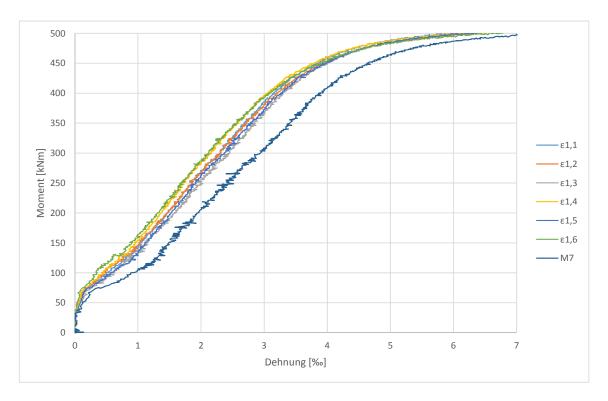


Abb. 4.19: Momenten-Dehnungs-Diagramm vom Versuch 3-1, Detailausschnitt

In Abb. 4.20 ist die grafische Darstellung für die Ermittlung der plastischen Länge dargestellt. Über die Zusammenhänge in Glg. (4.27) ist die plastische Länge nach Glg. (4.28) zu ermitteln. Als plastische Länge wird der Bereich im Bauteil definiert, in dem die Bewehrung zu fließen beginnt. Nach Abs. 2.2.4 wird der plastifizierte Bereich durch die Schrägrissbildung vergrößert. Als Näherung kann demnach die plastische Länge links und rechts um v=z/2=0.45 · d vergrößert werden.

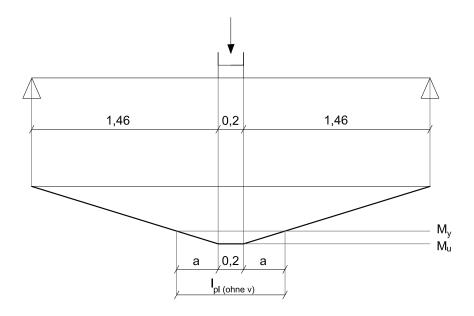


Abb. 4.20: Ermittlung der plastischen Länge

$$\frac{1,46}{M_{u}} = \frac{a}{M_{u} - M_{y}} \qquad a = \frac{1,46 \cdot (M_{u} - M_{y})}{M_{u}}$$
(4.27)

$$l_{pl} = 2 \cdot a + 0, 2 = \frac{2 \cdot 1,46 \cdot (M_u - M_y)}{M_u} + 0, 2$$
(4.28)

Die nach Glg. (4.28) ermittelte plastische Länge ist in Tab. 4.7 dargestellt. In Kapitel 7.2.1 sind in Tab. 7.20 die berechneten plastischen Längen aller übrigen Versuche aufgelistet.

M_y [kNm]	M_u [kNm]	a [m]	v [m]	l _{pl(ohne v)} [m]	$l_{ m pl} \ [{ m m}]$
462,03	521,44	0,1663	0,234	0,5327	1,0007

Tab. 4.7: Ermittlung der plastischen Länge anhand des Versuches 3-1

Aus den bereits genannten Überlegungen wird für die Auswertung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen und im Anschluss für die Ermittlung des Fließmomentes die Dehnungsmessung M6 von Messmarke A2 bis A5 mit einer Basismesslänge von 421mm verwendet. Diese Dehnungsmessung wird mit $\varepsilon_{1,6}$ bezeichnet. Die erste Ziffer repräsentiert die Dehnungsmessung, welche auf den Bereich 1, also den Bereich mit konstantem Moment, bezogen wird. Die zweite Ziffer, in diesem Fall 6, symbolisiert die Dehnungsmessung M6.

4.3.3 Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

Die Ermittlung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen und dem Fließmoment wird hier am Biegebalken 3-1 mit einem Bewehrungsgrad der effektiven Betonzugzone von

 $\rho_{s,eff}$ =0,021 gezeigt. Grundlage dafür sind die Dehnkörperversuche der Serie 1 mit einem Bewehrungsgrad ρ_s von 0,022.

Die hellblaue Linie in Abb. 4.21 stellt die Momenten-Dehnungs-Beziehung des Biegebalkens 3-1 dar. Die dabei dargestellte mittlere Dehnung wurde über den Dehnungsaufnehmer M6 durch die Messmarken A2 bis A5 (siehe Abb. 4.15) aufgenommen und nach dem in Kapitel 4.3.2 vorgestellten Verfahren auf den Bereich der Lasteinleitung bezogen. Über die Steigung im Momenten-Dehnungs-Diagramm kann der E-Modul ermittelt werden. In Glg. (4.30) wird der Zusammenhang von Moment, Dehnung und zugehöriger Steigung gezeigt, welcher durch Glg. (4.29) ermittelt wird.

$$M = F_s \cdot z_{II} = \sigma_s \cdot A_s \cdot z_{II}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot z_{II}} = \varepsilon_s \cdot E_s$$
 (4.29)

$$\varepsilon_{\rm s} = \frac{\rm M}{\rm A_{\rm s} \cdot z_{\rm II} \cdot E_{\rm s}} = \frac{\rm M}{\rm Steigung}$$
(4.30)

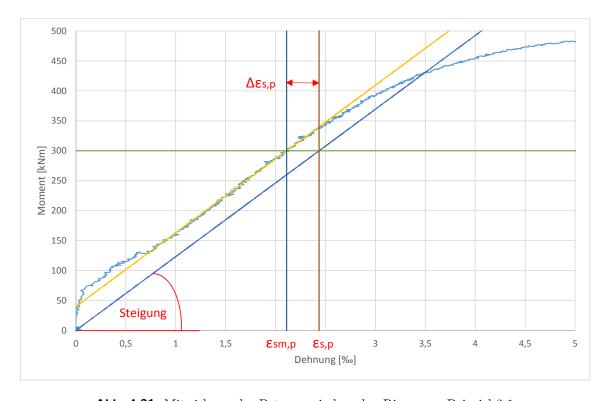


Abb. 4.21: Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen am Beispiel 3-1

Da der der innere Hebelarm z_{II} in Glg. (4.30) ebenfalls vom E-Modul abhängig ist (siehe Glg. (4.31) und Glg. (4.32), E-Modul steckt in α_e), wird der E-Modul iterativ ermittelt. Dabei wird die Steigung so gewählt, dass im Bereich mit konstanter Momenten-Dehnungs-Beziehung die Abweichung links und rechts von der festgelegten Linie (gelb) in etwa gleich sind und einen minimalen Wert anstreben.

$$z_{II} = d - \frac{x_{II}}{3}$$
 (4.31)

$$x_{II} = \frac{\alpha_e \cdot A_s}{b} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot d}{\alpha_e \cdot A_s}} \right)$$
 (4.32)

Auch für die Ergebnisse des 3-Punkt-Biegeversuches wird die Mitwirkung des Betons ermittelt. Für die Ermittlung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wird analog zu Abs. 4.2.2 vorgegangen. Aus dem Zusammenhang in Glg. (4.33) kann hier ebenfalls der Völligkeitsbeiwert β_1 bei abgeschlossener Rissbildung ermittelt werden.

$$\varepsilon_{\rm sm,p} = \varepsilon_{\rm s,p} - \Delta \varepsilon_{\rm s,p} = \varepsilon_{\rm s,p} - \beta_1 \cdot \Delta \varepsilon_{\rm cr} = \varepsilon_{\rm s,p} - a \cdot \alpha_{\rm b,sr,max} \cdot \Delta \varepsilon_{\rm cr}$$
 (4.33)

Die Ergebnisse des Momenten-Dehnungs-Diagrammes, welche für die Ermittlung des Völligkeitsbeiwertes des Versuches 3-1 benötigt werden und der draus ermittelte Völligkeitsbeiwert β_1 , sind in Tab. 4.8 aufgezeigt.

$\mathbf{E_s} \; [\mathbf{N}/\mathbf{mm}^2]$	$\varepsilon_{\mathbf{s},\mathbf{p}}$ [‰]	$\varepsilon_{ m sm,p}$ [‰]	$\Delta \varepsilon_{\mathbf{p}} \ [\%]$	$\Delta \varepsilon_{\mathbf{s},\mathbf{p}} \ [\%_0]$	β_1
175000	2,436	2,111	0,621	0,325	0,52

Tab. 4.8: Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen anhand des Versuches 3-1

Die Ergebnisse der übrigen Versuchskörper zur Ermittlung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen sind in Kapitel 7.2.1 zu finden.

4.3.4 Ermittlung des Fließmomentes

Für die Ermittlung des Fließmomentes M_y ist die nach Eurocode 2 definierte plastische Verformung von 2 ‰ zu verwenden. Im Fließbereich ist wie bei der Auswertung der Dehnkörperversuche die Beziehung aus Glg. (4.17) auf Seite 73 für den Abstand zwischen Fließdehnung und Dehnung des Versuchskörpers anzuwenden. Der Völligkeitsbeiwert β_2 =0,59 wird dabei von der Dehnkörperserie 1-X verwendet. Die in Kapitel 4.2.3 hergeleiteten Zusammenhänge werden hier ebenfalls angewendet. Für die Ermittlung des Momentes bei Fließbeginn wird Glg. (4.17) nach Glg. (4.34) umgeformt. Die in Abb. 4.22 dargestellte hellblaue Linie wird durch den konstanten Abstand $\Delta \varepsilon_{s,y} = \Delta \varepsilon_{s,p} + \beta_2 \cdot \varepsilon_{y,pl}$ von der grünen Linie, welche die bleibende Verformung von 2 ‰ darstellt, festgelegt. Im Schnittpunkt ist die Formel für den Fließbereich erfüllt und das dazugehörige Fließmoment kann abgelesen werden.

$$\varepsilon_{\rm v} = \varepsilon_{\rm sm,v} + \Delta \varepsilon_{\rm s,v} = \varepsilon_{\rm sm,v} + \Delta \varepsilon_{\rm s,p} + \beta_2 \cdot \varepsilon_{\rm v,pl}$$
 (4.34)

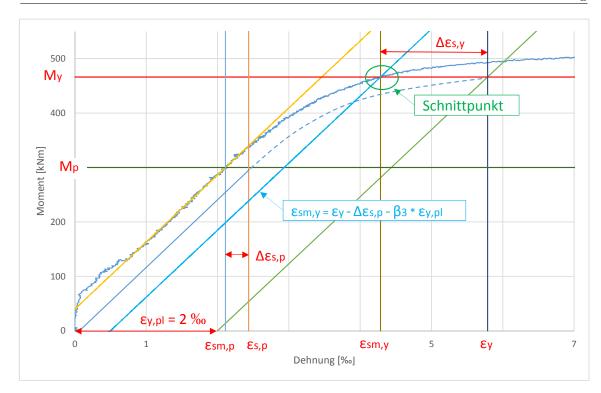


Abb. 4.22: Ermittlung des Fließmomentes am Beispiel 3-1

In Tab. 4.9 ist das ermittelte Fließmoment des Versuches 3-1 in der ersten Spalte angegeben. Die Fließmomente der restlichen Versuche sind in Tab. 7.19 in Kapitel 7.2.1 und die Position der Messmarken dieser Versuche in Kapitel 7.2.2 zu finden.

M_y [kNm]	$\varepsilon_{ m sm,y}$ [‰]	$\varepsilon_{\mathbf{y}}$ [‰]	$\Delta \varepsilon_{\mathbf{s},\mathbf{y}}$ [‰]
462,03	4,29	5,79	1,50

Tab. 4.9: Ermittlung von M_v anhand des Versuches 3-1

Am Ende wird zur Überprüfung der Ergebnisse das Fließmoment berechnet. Für die Berechnung wird die Dehnung des Betons zu diesem Zeitpunkt von den Dehnungsaufnehmern, welche auf der Balkenoberseite aufgebracht waren, gemittelt. Über das Verhältnis von Beton- und Stahldehnung wird die Druckzonenhöhe ermittelt. Durch Verwendung des Spannungsblockes kann der innere Hebelarm zwischen Betonkraft und Stahlkraft ermittelt werden. Mit dem realitätsnahen inneren Hebelarm kann das Moment im Fließzustand ermittelt werden. Beim Versuch 3-1 wird so ein Fließmoment von rund 434 kNm berechnet. Es ist zu erkennen, dass der Unterschied zwischen ermittelten Fließmoment und berechnetem Fließmoment gering ist.

4.3.5 Ermittlung des Bruchmomentes für die Berechnung der Rotationsfähigkeit

Für die Ermittlung der Rotationsfähigkeit fließt M_u , das Moment beim Versagen des Balkens ein. Im Zuge dieser Arbeit wird für M_u der Zeitpunkt gewählt, wo der Druckrand der Betondruckzone überlastet wird. Dieser Zeitpunkt ist im Momenten-Zeit-Diagramm

(siehe Abb. 4.9 und Abb. 4.10) im Kapitel 4.3.1 durch einen kurzen Abfall des Momentes gekennzeichnet. Bei der ersten Überlastung des Druckrandes wird M_u abgelesen. Die Überlastung des Druckrandes führt noch nicht zum Versagen des Balkens, da sich die Druckzone verlagert. Dadurch wird eine weitere Belastung des Balken bis über dieses Lastniveau möglich.

4.3.6 Ermittlung der Stahldehnung bei Mu

Der Fokus in diesem Kapitel liegt im Momentenabfall, der als Definition für M_u verwendet wird. Ein kleiner Unterschied in der Position der Messmarke hat bereits einen großen Einfluss auf die zugehörige Dehnung bei M_u . Für die Nachrechnungen in Kapitel 4.3.7 ist die Ermittlung der zugehörigen mittleren Dehnung bei M_u von großer Bedeutung. Denn infolge der Erkenntnisse dieses Kapitels wird bestimmt, ob eine einfache Querschnittsberechnung für die Ermittlung von beispielsweise M_u zulässig ist.

Die Variation der Dehnungen beim Moment M_u sind bereits in Abb. 4.18 auf Seite 82 aufgefallen und in Abb. 4.23 im Detail heraus gezeichnet. Die Variation der gemessenen mittleren Dehnungen bei M_u liegt zwischen $\varepsilon_{\rm smu,min}=10,2$ % und $\varepsilon_{\rm smu,max}=14,6$ %. Die Wahl der Messmarken kann demnach nicht willkürlich erfolgen, sondern hat einem bestimmten Muster zu folgen.

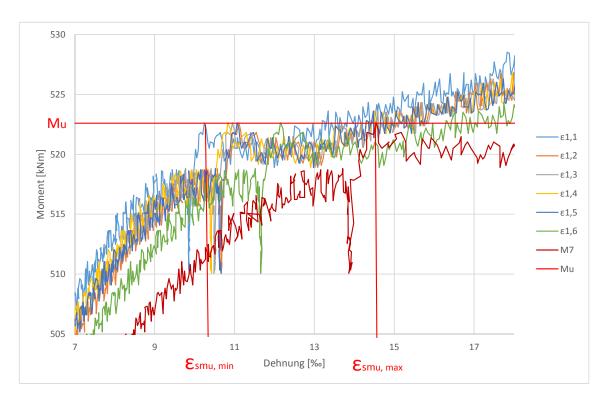


Abb. 4.23: Detail überlasteter Druckrand gekennzeichnet durch den Momentenabfall Versuch 3-1

In Abb. 4.23 ist erkennbar, dass bei kleinem Abstand der Messmarken der Dehnungsmessung (siehe M7) die Dehnung beim M_u den größten Wert besitzt. Bei der Nachrechnung (siehe Abs. 4.3.7) ist die berechnete Dehnung beim gegebenen M_u in diesem Bereich. Daher wird nachfolgend der Lasteinleitungsbereich untersucht, um für die Ermittlung der

Rotationsfähigkeit mit dem Fließmoment M_y vergleichbar zu bleiben. Die verschiedenen Messbereiche die hierfür untersucht wurden, sind in Abb. 4.24 dargestellt.

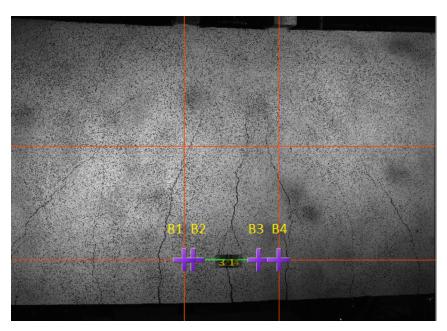


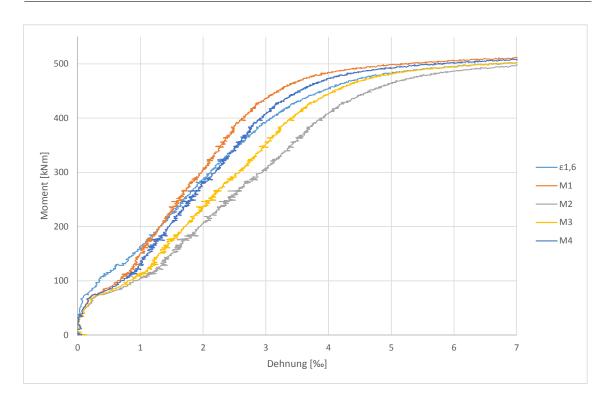
Abb. 4.24: Messmarken für die Dehnungsaufnahme zur Ermittlung von M_u

Die Messmarken der Messbereiche des Versuches 3-1 sind in Tab. 4.10 aufgelistet. Beispielsweise reicht die Dehnungsmessung D1 von der Messmarke B1 bis B4 und deckt somit den gesamten Lasteinleitungsbereich ab. Anzumerken ist hier, dass die Postion der Messmarken der Dehnungsmessung D2 für die Ermittlung der mittleren Dehnung bei $M_{\rm u}$ der Position der Messmarken der Dehnungsmessung M7 für die Ermittlung von $M_{\rm y}$ entspricht.

Dehnungsmessung	von	bis
D1	B1	B4
D2	B2	В3
D3	B1	В3
D4	B2	B4

Tab. 4.10: Festgelegte Dehnungsmessungen

In Abb. 4.25 ist zu erkennen wie unterschiedlich die Momenten-Dehnungs-Beziehung im ansteigenden Ast ist, wenn lediglich die Messmarken im Bereich der Lasteinleitung auf einer Länge von 200 cm variieren. Es ist zu erkennen, dass die Dehnung der Messmarken M6 in den Bereich 1 umgerechnet ($\varepsilon_{1,6}$), einen annähernd gleichen Verlauf wie die Dehnungsmessung D2 zeigt. Die Messung D2 deckt hier genau einen Riss, also die halbe Lasteinleitungslänge links und rechts vom Riss, ab. Lediglich der Beginn der Kurve weist eine große Abweichung auf. Die Aufnahme der Dehnungen über $\varepsilon_{1,6}$ umfasst drei Risse, somit ist hier der Einfluss der einzelnen Rissmomente der unterschiedlichen Risse verschmiert. Bei der Messlänge D2 ist das Rissmoment deutlich zu erkennen, da hier nur der Einfluss von einem Riss dargestellt wird.



 $\mbox{\bf Abb.}$ 4.25: Momenten-Dehnung-Beziehung am Beginn zur Ermittlung von M_u

Die unterschiedlichen Momenten-Dehnungs-Beziehungen im Bereich von M_u bei unterschiedlichen Messmarkenanordnungen sind in Abb. 4.26 dargestellt.

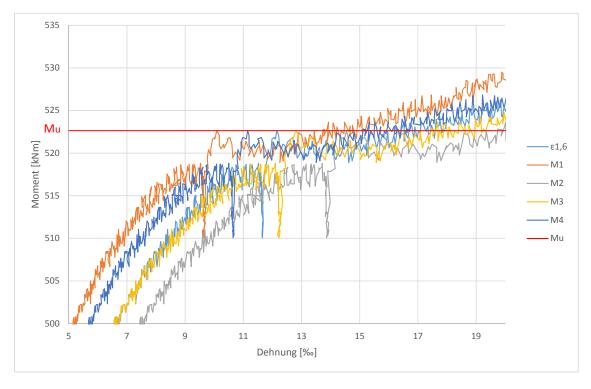


Abb. 4.26: Momenten-Dehnung-Beziehung zur Ermittlung von M_{u} im Detail

Dabei sind die Dehnungen bei gleichem Moment M_u innerhalb der Lasteinleitungslänge trotzdem sehr unterschiedlich. Die zugehörigen Werte bei M_u =521,44 kNm sind in Tab. 4.11 aufgelistet.

Messlänge	M_u [kNm]	Dehnung bei M_u [‰]
$\epsilon_{1,6}$	521,44	12,152
M1	521,44	10,093
M2	521,44	14,546
M3	521,44	12,804
M4	521,44	11,149

Tab. 4.11: Variation der Dehnungen bei M_u für unterschiedliche Messlängen

Für den Versuch 3-1 wird für die Ermittlung der Dehnung bei M_u die Messlänge D2 verwendet, da diese genau einen Riss abdeckt. Die Positionen der Messmarken und die Ergebnisse für die übrigen Versuche sind in Kapitel 7.2.2 zu finden.

4.3.7 Nachrechnung

Im Zuge einer Nachrechnung soll überprüft werden, ob mit der Hilfe von einfachen Querschnittsberechnungen die für die Ermittlung der plastischen Rotationsfähigkeit maßgebenden Momente (Fließmoment M_y und M_u) ausreichend genau ermittelt werden können und ob die Berechnungen unter der Vereinfachung vom eben bleiben des Querschnitts plausibel sind. Dafür werden Ergebnisse des Versuches mit Ergebnissen der Nachrechnung gegenüber gestellt und deren Abweichungen bewertet.

Die Nachrechnung erfolgte mit dem Querschnitts-Bemessungsprogramm INCA. Im Zuge dieser Arbeit wurde die Version 2.90 verwendet. Dabei wurde in INCA die Betonarbeitslinie nach dem Eurocode 2 mit Werten der Betonprüfungen und die Stahlarbeitslinie, mit an den Biegeversuch angepassten E-Modul und Fließgrenze, eingegeben. Der E-Modul wurde im linear elastischen Bereich der Momenten-Dehnungs-Beziehung aus der Steigung berechnet und die Fließgrenze wurde aus dem jeweiligen ermittelten Fließmoment M_y mit Hilfe des Spannungsblockes berechnet.

In den Diagrammen in Abb. 4.27 und Abb. 4.28 sind Ergebnisse der Biegeversuche der Balken mit hochfester Bewehrung vom Durchmesser 25 gegenübergestellt. Die grünen Werte sind jeweils, die aus dem Momenten-Dehnungs-Zusammenhang des Versuches ermittelten Dehnungen im Zustand II (ohne Mitwirkung des Betons) zum Zeitpunkt des auftretenden Momentes (Versuchswerte). Die blauen Werte sind die Ergebnisse der Querschnittsberechnung mit INCA, wobei hier das jeweilige Moment als Einwirkung eingegeben wurde. Für jede Serie sind die Dehnungen im Zustand II bei der Proportionalitätsgrenze M_p , die Dehnungen im Zustand II beim Fließmoment M_y und die Dehnungen beim Momentenabfall, bei M_u , aufgetragen. Als Proportionalitätsgrenze wird jenes Moment definiert, bei dem der Momenten-Dehnungs-Verlauf vom linear elastischen Bereich abzuweichen beginnt. Bis hier ist die Mitwirkung des Betons konstant. Der Versuchswert der mittleren Dehnung des Biegekörpers bei M_u wird direkt aus der nach Kapitel 4.3.6 ermittelten Momenten-Dehnungslinien abgelesen, da die Mitwirkung des Betons in diesem Bereich nicht bekannt ist.

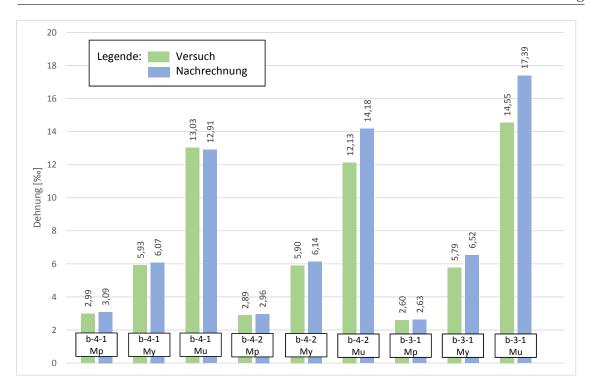


Abb. 4.27: Vergleich Nachrechnung b-4-1, b-4-2 und b-3-1

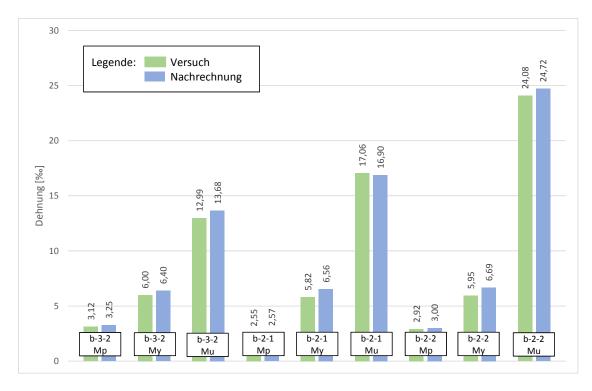


Abb. 4.28: Vergleich Nachrechnung b-3-2, b-2-1 und b-2-2

Bis zum Fließmoment weichen die berechneten Stahldehnungen von denen aus dem Versuch abgelesenen nicht maßgebend ab. Die berechneten Werte sind tendenziell etwas höher und liegen somit auf der unsicheren Seite. Auffallend sind die Unterschiede bei M_u . In diesem Fall weichen die berechneten Stahldehnungen von den ausgelesenen ab. Dies kann

folgendermaßen begründet werden. Im Bereich von M_u ist die Steigung des Momenten-Dehnungs-Zusammenhangs sehr flach. Für ein um einen kleinen Betrag abweichendes Moment ist die Änderung der Stahldehnung enorm. Zusätzlich wurde für den Versuchswert bei M_u der Wert der mittleren Dehnung bei M_u im Diagramm eingetragen, da die Größe der Mitwirkung des Betons in diesem Bereich nicht bekannt ist.

Im Diagramm Abb. 4.29 werden die Ergebnisse der Durchmesser 18 mit hochfester- und Durchmesser 25 mit normalfester Bewehrung aufgezeigt. Die berechneten Stahldehnungen bei der Proportionalitätsgrenze und beim Fließmoment weichen von den Versuchsergebnissen nicht maßgebend ab. Aufgrund der abweichenden Anordnung der Dehnungsmessungen in den ersten beiden Versuchen (0-1 und 0-2) ist die Dehnung beim Moment M_u bei den Versuchen 0-1 und 0-2 nach dem verwendeten Verfahren nicht möglich.

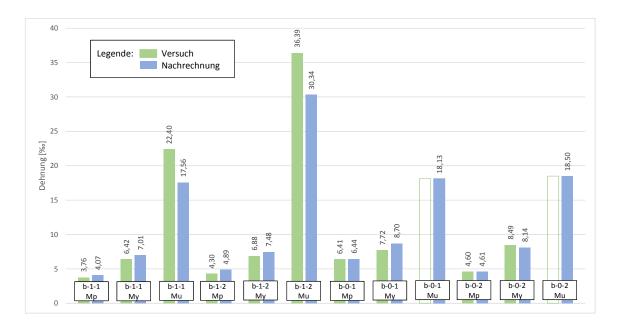


Abb. 4.29: Vergleich Nachrechnung b-1-1, b-1-2, b-0-1 und b-0-2

Beim Versuch 1-2 ist der Unterschied der Dehnungen beim maximalen Moment auffallend hoch. Die berechnete Dehnung beim maximalen Versuchsmoment $M_{\text{max,Versuch}}=185,52$ kNm beträgt 30,34 ‰ (siehe Abb. 4.29). Beim berechneten maximal aufnehmbaren Moment von $M_{\text{max,INCA}}=189,09$ kNm ist die Dehnung 37,28 ‰. Verglichen mit der Dehnung aus dem Versuch von 36,39 ‰ sind diese Dehnungen nahezu ident. Die große Abweichung der Dehnungen im Diagramm ist, wie oben bereits erläutert, auf die flache Momenten-Dehnungs-Beziehung im Bereich des maximalen Momentes zurückzuführen.

Grundsätzlich stimmen die Werte gut genug überein, sodass die plastische Rotationsfähigkeit mit dem Querschnitts-Bemessungsprogramm unter der Vereinfachung vom eben bleiben des Querschnitts ausreichend genau ermittelt werden kann. In einigen Versuchen sind die berechneten Werte größer als die aus dem Versuch ausgelesenen. Die plastische Rotationsfähigkeit wäre in diesem Fall mit den berechneten Werten höher und liegt im Vergleich zu der nach den Versuchswerten ermittelten auf der unsicheren Seite. Die Abweichungen im Bereich von M_u zeigen, dass die Stahlarbeitslinie auch hier von der Momenten-Dehnungs-Linie abweicht. Durch den Verbund und die Mitwirkung des Betons ist hier die Stahldehnung nicht gleich der mittleren Dehnung des Biegekörpers.

4.3.8 Ermittlung der Rotationsfähigkeit

Für die Ermittlung der Rotationsfähigkeit kommen zwei Verfahren infrage. Mit einem Verfahren erfolgt die Ermittlung der Rotationsfähigkeit über die aufgenommene Biegelinie. Zum Vergleich wird mit einem zweiten Verfahren die Rotationsfähigkeit über die gemessenen Querschnittskrümmungen ermittelt.

Ermittlung der Rotationsfähigkeit über die Biegelinie

Nach Erreichen des Fließmomentes M_y stellt sich nach Kapitel 2.1.1 ein plastisches Gelenk in Trägermitte ein. Die Rotationsfähigkeit ist demnach das Verformungsvermögen dieses plastischen Gelenkes vom Beginn des Fließens bis zum Versagen. In Abb. 4.31 ist erkennbar, dass die Annahme eines Gelenkes zum Zeitpunkt wo das Fließmoment auftritt, nicht ganz richtig ist. Der Bereich in Balkenmitte flacht noch deutlich ab. Die Verdrehung zu diesem Zeitpunkt ϑ wird definitionsgemäß trotzdem über die Tangente am äußeren Rand der Biegelinie bestimmt. Beim Auftreten des maximalen Momentes ist die Annahme eines Gelenkes und die Ermittlung der Verdrehung über die Tangente am Rand der Biegelinie vollkommen gerechtfertigt wie anhand der Biegelinien in Abb. 4.32 zu erkennen ist.

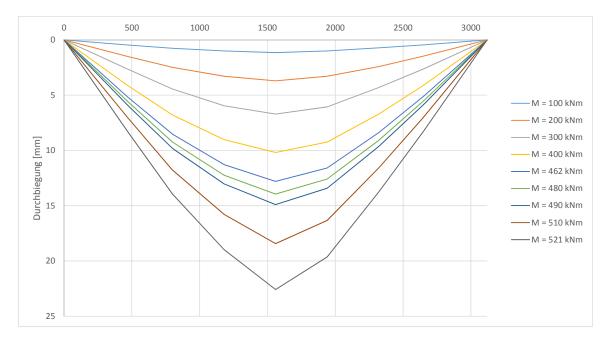


Abb. 4.30: Biegelinien des Versuches 3-1 bei verschiedenen Laststufen

In Abb. 4.30 sind die Biegelinien des Versuches 3-1 für verschiedene Laststufen dargestellt. Das Fließmoment M_y ist in diesem Versuch 462 kNm und M_u =521 kNm. Es ist zu erkennen, dass sich mit größer werdendem Moment die Biegelinie einer theoretischen, mit Momentengelenk berechneten Biegelinie, immer mehr annähert.

Die Biegelinien der einzelnen Versuche beim Fließmoment M_y sind in Abb. 4.31 und die beim Moment M_u in Abb. 4.32 dargestellt. Damit das Diagramm trotz der Vielzahl an Kurven übersichtlich bleibt, wird bei den Farben nur zwischen den Balken mit herkömmlicher Bewehrung (magenta) und den Balken mit hochfester Bewehrung (grün) unterschieden.

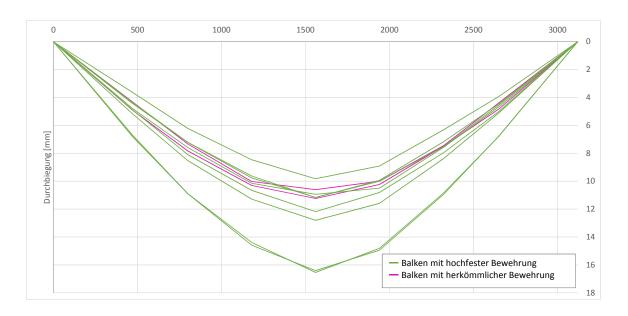
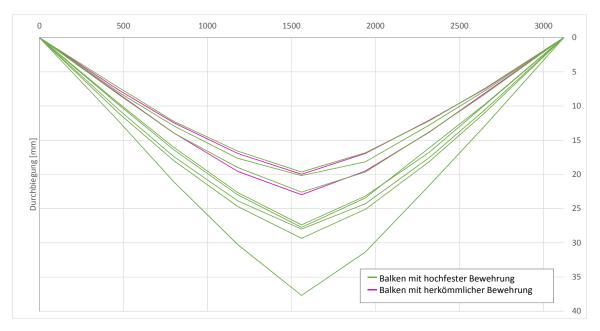


Abb. 4.31: Biegelinien der Versuche beim Fließmomment M_y



 $\mbox{\bf Abb.}$ 4.32: Biegelinien der Versuche beim Moment $\rm M_u$

Die Vorgehensweise zur Ermittlung der Verdrehung ϑ anhand der Biegelinie wird mit Abb. 4.33 erklärt.

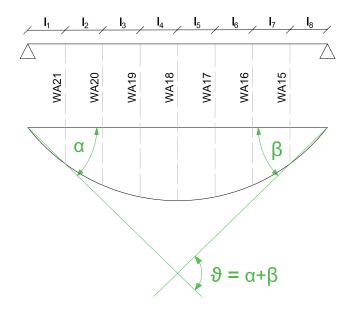


Abb. 4.33: Ermittlung der Rotation über die Biegelinie

Die Biegelinie wurde, wie in Kapitel 3.2.4 bereits genau erläutert, an sieben Punkten entlang des Balkens aufgezeichnet. Die Gesamtrotation ϑ ist die Summe der Rotationen in den Auflagern (siehe Glg. (4.36)). Für die Ermittlung von α wird nach Glg. (4.35) die vertikale Verformung des linken Wegaufnehmers l_{WA21} und für die Bestimmung von β die vertikale Verformung des rechten Wegaufnehmers l_{WA15} verwendet.

$$\tan\left(\alpha\right) = \frac{l_{\text{WA21}}}{l_1} \qquad \qquad \tan\left(\beta\right) = \frac{l_{\text{WA15}}}{l_8} \tag{4.35}$$

$$\vartheta = \alpha + \beta \tag{4.36}$$

Die Rotationsanteile zum Zeitpunkt des Fließens und bei Beginn der Druckrandüberlastung sind in Tab. 4.12 zusammengefasst. Die Verdrehung der Balken beim Fließmoment M_y ist in Spalte drei unter ϑ_y zu finden. Beim Beginn der Überlastung des Druckzonenrandes ist die Rotation mit ϑ_u deklariert, welche in Spalte fünf zu finden ist. Die plastische Rotation nach dem Zusammenhang $\vartheta_{pl} = \vartheta_u - \vartheta_y$ ist in der sechsten und letzten Spalte zu finden.

Serie	M_y [kNm]	$\vartheta_{\mathbf{y}} \; [\mathbf{mrad}]$	M_u [kNm]	$\vartheta_{\mathbf{u}} \; [\mathbf{mrad}]$	$\vartheta_{ m pl} \; [{ m mrad}]$
b-0-1	524,57	18,500	541,53	34,698	16,198
b-0-2	515,62	20,708	529,23	32,193	11,485
b-1-1	175,97	18,741	195,20	41,521	22,780
b-1-2	157,93	16,087	185,52	53,353	37,257
b-2-1	313,67	20,125	351,97	33,441	13,316
b-2-2	309,23	19,083	363,53	41,294	22,211
b-3-1	462,03	21,876	521,44	35,281	13,405
b-3-2	460,84	21,104	506,71	31,282	10,238
b-4-1	197,09	28,642	217,42	44,831	16,188
b-4-2	201,80	28,909	222,90	46,816	17,907

Tab. 4.12: Ergebnisse der Rotationsanteile und die Rotationsfähigkeit $\vartheta_{\rm pl}$

Ermittlung der Rotationsfähigkeit über die Krümmungen

Die Ermittlung der Krümmungen über die gemessene Dehnungsebene erfolgt nach Abb. 4.34 und Glg. (4.37).

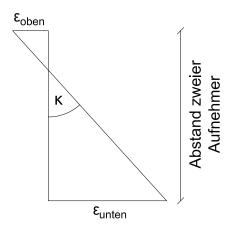


Abb. 4.34: Ermittlung der Krümmung über die Dehnungsebene

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{\text{oben}} + \varepsilon_{\text{unten}}}{\text{Abstand zweier Aufnehmer}}$$
(4.37)

In Abb. 4.35 ist, für die Erläuterung der Vorgehensweise zur Ermittlung der Rotationsfähigkeit über die Krümmung, die Dehnungsebene des Versuches 3-1 beim Fließmoment und beim Moment M_u dargestellt. Die Dehnungsebene wurde mit der Dehnungsebene in Balkenmitte bestimmt. Dabei wurden die Dehnungsaufnehmer DD1-10 (unten), DD1-7, DD1-6 und DD1-5 (oben) (siehe Anordnung der Messtechnik in Abb. 3.18 auf Seite 60) verwendet.

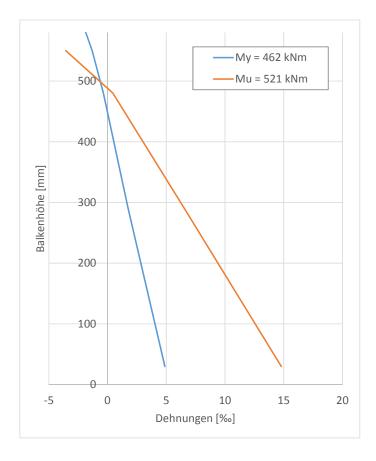


Abb. 4.35: Dehnungsebene aufgenommen mit DD1 am Versuch 3-1

Als Grundlage für die Berechnung der Rotationsfähigkeit über die Krümmungen dient das Modell in Abb. 2.8 auf Seite 24. Da bei den Versuchen im Zuge dieser Arbeit die Lasteinleitung nicht über eine Einzellast, sondern über 2 Lasten erfolgt, ist ein Bereich mit konstantem Moment im Lasteinleitungsbereich vorhanden. In Abb. 4.36 ist das Modell an den tatsächlich vorhandenen Momentenverlauf angepasst.

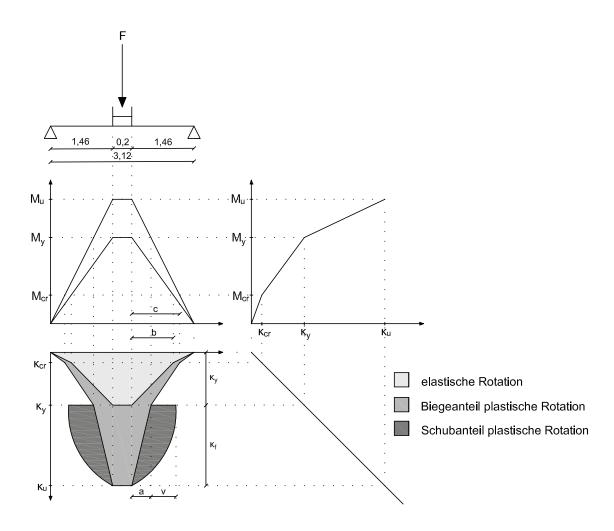


Abb. 4.36: Plastische Rotation mit angepasster Lasteinleitung

In Glg. (4.38) bis Glg. (4.43) werden die Zusammenhänge von Momente, Krümmungen und Rotationsanteile nach Abb. 4.36 aufgezeigt.

$$\frac{M_u}{1,46} = \frac{M_u - M_y}{a} \tag{4.38}$$

$$\frac{M_{y}}{1,46} = \frac{M_{y} - M_{cr}}{b} \tag{4.39}$$

$$\frac{M_{\rm u}}{1,46} = \frac{M_{\rm u} - M_{\rm cr}}{c} \tag{4.40}$$

$$\vartheta_{el} = 2 \cdot \left(0, 1 \cdot \kappa_{y} + \frac{(\kappa_{y} - \kappa_{cr}) \cdot b}{2} + b \cdot \kappa_{cr} + \frac{\kappa_{cr} \cdot (1, 46 - b)}{2}\right)$$
(4.41)

$$\vartheta_{\rm pl,Schub} = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot (\kappa_{\rm u} - \kappa_{\rm y}) \cdot \frac{\rm z}{2}$$
 (4.42)

$$\vartheta_{pl} = 2 \cdot \left(0, 1 \cdot \kappa_{u} + \frac{(\kappa_{u} - \kappa_{y}) \cdot a}{2} + a \cdot \kappa_{y} + \frac{(\kappa_{y} - \kappa_{cr}) \cdot (c - a)}{2}\right) + \\
+ 2 \cdot \left(\kappa_{cr} \cdot (c - a) + \kappa_{cr} \cdot \frac{(1, 46 - c)}{2}\right) + \vartheta_{pl,Schub} - \vartheta_{el} \tag{4.43}$$

Durch die Vereinfachung, in welcher der Knick beim Rissmoment $M_{\rm cr}$ vernachlässigt wird (siehe Abb. 4.37), kann die Rotationsfähigkeit bei bekannten Krümmungen rechnerisch relativ einfach ermittelt werden.

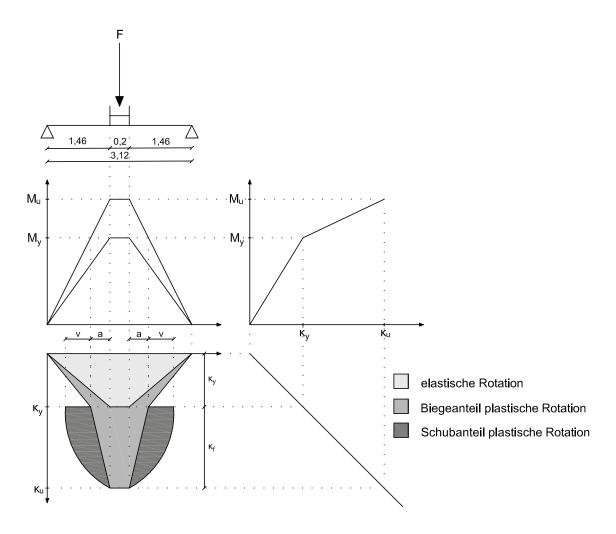


Abb. 4.37: Ermittlung der Rotationsfähigkeit, Vereinfachung ohne Knick bei M_{cr}

Mit Hilfe der Zusammenhänge in Glg. (4.44) bis Glg. (4.47) können die Krümmungen nach Glg. (4.48) berechnet werden. $\vartheta_{el} = \vartheta_y$ und ϑ_u sind bei bekannter Biegelinie gegeben. Die Plastische Rotation ϑ_{pl} ist über den Zusammenhang $\vartheta_{pl} = \vartheta_u - \vartheta_y$ ebenfalls bekannt.

$$\frac{1,46}{M_{\rm u}} = \frac{a}{M_{\rm u} - M_{\rm v}} \tag{4.44}$$

$$\vartheta_{\text{pl,Schub}} = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \kappa_{\text{f}} \cdot \frac{z}{2} \tag{4.45}$$

$$\vartheta_{y} = 2 \cdot \left(0, 1 \cdot \kappa_{y} + 1, 46 \cdot \kappa_{y} \cdot \frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \kappa_{y} \left(0, 1 + \frac{1, 46}{2}\right) = 1, 66 \cdot \kappa_{y}$$
 (4.46)

$$\begin{split} \vartheta_{\rm pl} &= 2 \, \cdot \, \left(0, 1 \, \cdot \, \kappa_{\rm f} + (\kappa_{\rm f} + \kappa_{\rm y}) \, \cdot \, \frac{a}{2} + \kappa_{\rm y} \, \cdot \, a + \kappa_{\rm y} \, \cdot \, \frac{(1, 46 - a)}{2} - \kappa_{\rm y} \, \cdot \, \frac{1, 46}{2} \right) \\ &+ \vartheta_{\rm pl,Schub} = 2 \, \cdot \, \kappa_{\rm f} \, \cdot \, \left(0, 1 + \frac{a}{2} + \frac{z}{3}\right) + \kappa_{\rm y} \, \cdot \, a \end{split} \tag{4.47}$$

$$\kappa_{y} = \frac{\vartheta_{y}}{1,66} \qquad \qquad \kappa_{f} = \frac{\vartheta_{pl} - \kappa_{y} \cdot a}{2\left(0, 1 + \frac{a}{3} + \frac{z}{3}\right)} \qquad \qquad \kappa_{u} = \kappa_{y} + \kappa_{f} \qquad (4.48)$$

Die Krümmung beim Fließmoment κ_y beziehungsweise die Krümmung bei M_u (κ_u) wird dabei mit der jeweiligen Dehnung des DD1-10 an der Unterseite und der Dehnung des DD1-6 im oberen Bereich des Balkens bestimmt. Die dabei nach Glg. (4.37) ermittelten Krümmungen des Versuchskörpers 3-1 sind in Tab. 4.13 dargestellt. Die plastische Krümmung κ_{pl} wird mit dem Zusammenhang $\kappa_{pl}=\kappa_u-\kappa_y$ bestimmt.

M_y [kNm]	$\kappa_{ m y} \; [1/{ m m}]$	M_u [kNm]	κ _u [1/m]	$\kappa_{ m pl} \; [1/{ m m}]$
462,03	0,01162	521,44	0,03187	0,02024

Tab. 4.13: Bestimmung der Krümmungen anhand des Versuches 3-1

Mit Hilfe der vereinfachten Darstellung (siehe Abb. 4.37 auf Seite 100), mit Vernachlässigung des Knickes beim Rissmoment M_{cr} im Momenten-Krümmungs-Diagramm, können mit den Krümmungen aus den Versuchen die Rotationsanteile für die Ermittlung der Rotationsfähigkeit berechnet werden. Für die Ermittlung der Rotationsanteile nach Glg. (4.49), Glg. (4.50) und Glg. (4.51) werden die Zusammenhänge von Glg. (4.44) bis Glg. (4.47) verwendet.

$$\vartheta_{\mathbf{v}} = 1,66 \cdot \kappa_{\mathbf{v}} \tag{4.49}$$

$$\vartheta_{\rm pl} = 2 \cdot \kappa_{\rm pl} \cdot \left(0, 1 + \frac{a}{2} + \frac{z}{3}\right) + \kappa_{\rm y} \cdot a$$
 (4.50)

$$\vartheta_{\mathbf{u}} = \vartheta_{\mathbf{pl}} + \vartheta_{\mathbf{v}} \tag{4.51}$$

In Tab. 4.14 sind die plastischen Rotationen $\vartheta_{\rm pl}$, welche mit Hilfe der aus der Dehnungsebene ermittelten Krümmungen nach Glg. (4.50) ermittelt wurden, für jeden Versuch angegeben. Es ist erkennbar, dass bei der Hälfte der Versuche die Krümmung über die Dehnungsebene nicht ermittelt werden kann.

Serie	$\kappa_{ m y} \ [1/{ m m}]$	$\kappa_{\mathrm{u}} \; [\mathrm{1/m}]$	$\kappa_{ m pl} \ [1/{ m m}]$	$\theta_{ m pl,Dehnung} \ [m mrad]$
0-1	-	-	-	-
0-2	-	-	-	-
1-1	-	-	-	-
1-2	0,012459	0,084768	0,072309	55,428
2-1	-	-	-	-
2-2	0,016388	0,074143	0,05776	45,740
3-1	0,011630	0,031866	0,020243	15,665
3-2	-	-	-	-
4-1	0,019215	0,049895	0,030680	19,297
4-2	0,017694	0,047968	0,030273	18,948

Tab. 4.14: Krümmungen mit Hilfe der aufgenommenen Dehnungsebene ermittelt

Beispielsweise sind in Abb. 4.38 die Dehnungsebenen des Versuches 2-1 dargestellt. Hier könnte die Krümmung nur durch eine starke Annäherung bestimmt werden. Ein Grund für diese unerwartete Dehnungsebene ist beispielsweise, dass der Riss außerhalb des Bereichs der DD1 verläuft. Oder wenn der Riss so stark geneigt ist, dass er zum Beispiel nur durch den untersten Dehnungsaufnehmer aufgezeichnet wird.

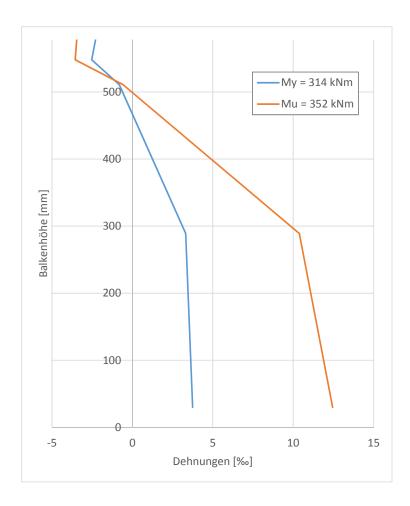


Abb. 4.38: Dehnungsebene aufgenommen mit DD1 am Versuch 2-1

In Tab. 4.15 sind die Krümmungen, welche aus der berechneten Dehnungsebene von INCA ermittelt werden und die daraus berechneten plastischen Rotationen der einzelnen Versuche, aufgezeigt. Für die Berechnung der Dehnungsebene in INCA zum zugehörigen Moment, wird für die beiden Versuchskörper mit normalfester Bewehrung eine vereinfachte bilineare Stahlarbeitslinie bestimmt, da für diese Bewehrung kein Zugversuch durchgeführt wurde. Bis zum Fließzustand stimmt die Berechnung mit dieser vereinfachten Stahlarbeitslinie sehr gut mit den Versuchsergebnissen überein. Die Dehnungsebene bzw. die Krümmung beim maximalen Moment kann mit dieser vereinfachten Arbeitslinie nicht bestimmt werden, da diese ab dem Fließzustand sehr stark vereinfacht (linearisiert) wird. Bei den Versuchen mit hochfester Bewehrung sind Arbeitslinien vorhanden. Für die Eingabe in INCA wurden für eine mittlere Stahlarbeitslinie der hochfesten Bewehrung, wie in Kapitel 4.3.7 bereits erläutert, der Elastizitätsmodul und die Fließspannung angepasst. Da der Verlauf der Arbeitslinie auch nach dem Fließzustand aus dem Versuch sehr genau bekannt ist, stimmen die Ergebnisse der Nachrechnung mit INCA in etwa mit den Versuchsergebnissen überein.

Serie	$\kappa_{\mathbf{y}} \ [1/\mathrm{m}]$	$\kappa_{\mathrm{u}} \; [\mathrm{1/m}]$	$\kappa_{ m pl} \ [1/{ m m}]$	$\vartheta_{ m pl,Dehnung,INCA} \ [m mrad]$
0-1	0,02076	0,04159	0,02084	12,571
0-2	0,01933	0,04230	0,02297	13,346
1-1	0,01570	0,03767	0,02197	16,664
1-2	0,01655	0,06373	0,04717	37,990
2-1	0,01520	0,03728	0,02208	17,227
2-2	0,01547	0,05427	0,03880	31,699
3-1	0,01575	0,04034	0,02459	19,302
3-2	0,01546	0,03160	0,01614	12,441
4-1	0,02235	0,04534	0,02299	15,543
4-2	0,02267	0,04989	0,02722	17,971

Tab. 4.15: Krümmungen mit Hilfe der Dehnungsebene aus INCA ermittelt

Beurteilung der Ergebnisse

In Tab. 4.16 sind die unterschiedlich ermittelten plastischen Rotationen gegenübergestellt. In der zweiten Spalte befinden sich die plastischen Rotationen, welche anhand der Biegelinie bestimmt wurden $\vartheta_{\rm pl,Biegelinie}$. Die dritte Spalte beinhaltet die plastischen Rotationen welche über die, mit den Dehnungsaufnehmern aufgenommen Dehnungsebenen $\vartheta_{\rm pl,Dehnung}$, berechnet wurden und in der letzten Spalte befinden sich die Rotationen welche anhand der Dehnungsebenen aus dem Querschnitts-Bemessungsprogramm INCA bestimmt wurden $\vartheta_{\rm pl,Dehnung,INCA}$.

Serie	$\vartheta_{ m pl, Biegelinie} \ [m mrad]$	$\vartheta_{ m pl,Dehnung} \ [m mrad]$	$\vartheta_{ m pl,Dehnung,INCA} \ [m mrad]$
0-1	16,198	-	12,571
0-2	11,485	-	13,346
1-1	22,780	-	16,664
1-2	37,257	55,428	37,990
2-1	13,316	-	17,227
2-2	22,211	45,740	31,699
3-1	13,405	15,665	19,302
3-2	10,238	-	12,441
4-1	16,188	19,297	15,543
4-2	17,907	18,948	17,971

Tab. 4.16: Vergleich der ermittelten plastischen Rotationen

Der Vergleich der ermittelten plastischen Rotationen ist in Abb. 4.39 und Abb. 4.40 aufgezeigt. Die grünen Werte sind die plastischen Rotationen, welche anhand der Biegelinie ermittelt wurden. Die blau und gelb dargestellten plastischen Rotationen wurden über die unterschiedlich ermittelten Dehnungsebenen berechnet.



Abb. 4.39: Vergleich der ermittelten plastischen Rotationen 0-1, 0-2, 1-1, 1-2, 2-1

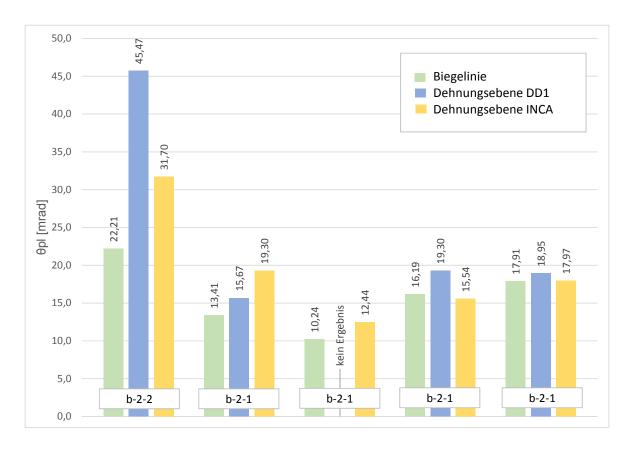


Abb. 4.40: Vergleich der ermittelten plastischen Rotationen 2-2, 3-1, 3-2, 4-1, 4-2

Große Differenzen sind in den plastischen Rotationsfähigkeiten der Versuche 1-2 und 2-2 zu erkennen. Die größten Ausreißer sind dabei die Werte der plastischen Rotationen die anhand der Dehnungsebene, welche mit den DD1 aufgezeichnet wurde, berechnet werden. Dies ist auf die Position der Dehnungsaufnehmer zurückzuführen. Die, im Laufe des Versuches auftretende, Verästelung der Risse wird bei diesen beiden Versuchen von dem untersten Dehnungsaufnehmer nicht gänzlich aufgezeichnet.

Von der Größenordnung stimmen die plastischen Rotationen der übrigen Versuche relativ gut überein. Da es sich bei dem Modell für die Umrechnung lediglich um eine Vereinfachung handelt, sind die Differenzen vernachlässigbar. Die Dehnungsebenen der gemessenen Dehnungen über die Balkenhöhe sind in einigen Versuchen nicht eindeutig bestimmbar, da sie ein sehr unregelmäßiges Bild aufweisen. Außerdem sind die Krümmungen beim so genannten Referenzversuch mit normalfester Bewehrung auch nicht zu ermitteln. Aus diesen Gründen wird für die Beurteilung der Ergebnisse die Rotation, die über die Biegelinie ermittelt wird, verwendet, um ein möglichst realitätstreues und vergleichbares Ergebnis zu erzielen.

5 Diskussion der Ergebnisse

In Abb. 5.1 ist die plastische Rotation der Versuche über dem Bewehrungsgrad nach Tab. 5.1 aufgetragen. Die dunkelblauen Punkte sind die Wertepaare der hochfesten Bewehrung mit der plastischen Rotation aus Tab. 4.12 auf Seite 97. Die beiden orangen Wertepunkte sind die der Versuchskörper mit normalfester Bewehrung. Die gestrichelte Linie stellt die Trendlinie der Wertepaare dar. Dabei ist der fallende Trend der Kurve des Eurocodes 2 bzw. des Model Codes im absteigenden Ast des Betonversagens erkennbar. Mit steigendem Bewehrungsgrad nimmt die plastische Rotationsfähigkeit der Versuchskörper im Bereich des Betonversagens ab.

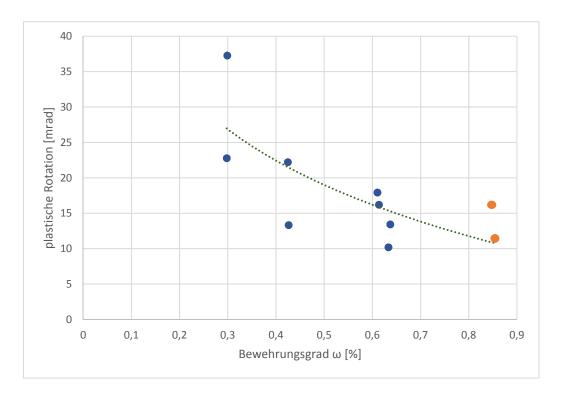


Abb. 5.1: Plastische Rotation in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad ω

Die Bewehrungsgrade $\omega = A_s/(b \cdot h)$ der einzelnen Versuchskörper sind in Tab. 5.1 aufgelistet. Hier fließen die am Versuchskörper gemessenen Querschnittsabmessungen ein.

\mathbf{S}	$\mathbf{A_s} \; [\mathbf{mm}^2]$	b [mm]	h [mm]	w [%]
0-1	1963,5	399	580,7	0,8475
0-2	1963,5	396	580,7	0,8539
1-1	508,94	299	571,7	0,2977
1-2	508,94	298,3	570,7	0,2989
2-1	981,75	398,3	578	0,4264
2-2	981,75	399,7	578,3	0,4247
3-1	1472,62	398,3	580,3	0,6370
3-2	1472,62	399,7	581,7	0,6334
4-1	981,75	399	401	0,6136
4-2	981,75	399	403	0,6106

Tab. 5.1: Bewehrungsgrad ω

Im Eurocode 2 [32] wird die zulässige plastische Rotation im Diagramm, Grundwert der zulässigen plastischen Rotation, über dem Bemessungswert der bezogenen Druckzonenhöhe x_u/d aufgetragen. Ziel dieser Arbeit ist es, zu klären, ob die im Eurocode 2 gültigen Regeln bzw. Kurven für die Ermittlung der zulässigen plastischen Rotation auch für hochfeste Bewehrung gelten. Es sind demnach vier Kurven verfügbar, die in Abhängigkeit von der Betongüte und der Bewehrungsklasse die zulässige plastische Rotationsfähigkeit darstellen. Der linke, steigende Ast der Kurve kennzeichnet dabei den Bereich des Stahlversagens, der rechte, fallende Ast der Kurve die des Versagens von Beton. In Kapitel 2.2.1 sind die berücksichtigten Einflussgrößen zur Ermittlung der zulässigen plastischen Rotation genau beschrieben.

Nach Kapitel 2.2.5 gelten die Werte für die zulässige plastische Rotation im Diagramm nach Eurocode 2 für eine Schubschlankheit λ =3.0. Die Schubschlankheit der Versuchskörper der Serien 0, 1, 2 und 3 beträgt ebenfalls 3.0. Wie bereits in Kapitel 3.2.1 erläutert, wird die Schubschlankheit für die Versuchskörper der Serie 4 mit 4.5 festgelegt, um den Umrechnungsfaktor nach Eurocode zu verwenden. Der Umrechnungsfaktor ist in Glg. (2.19) auf Seite 26 erklärt. Demnach ist für die Bestimmung der zulässigen plastischen Rotation der Grundwert der zulässigen plastischen Rotation $\theta_{\rm pl,d}$ mit diesem Korrekturfaktor k_{λ} zu multiplizieren. Für den Eintrag in das Diagramm nach Eurocode 2 wird deshalb die plastische Rotation, welche aus der Biegelinie ermittelt wurde, durch diesen nach Glg. (5.1) berechneten Faktor dividiert (siehe Glg. (5.2)).

$$k_{\lambda} = \sqrt{\frac{\lambda}{3}} = \sqrt{\frac{4,5}{3}} = 1,225$$
 (5.1)

$$\vartheta_{\mathrm{pl},\lambda=3} = \frac{\vartheta_{\mathrm{pl}}}{k_{\lambda}} \tag{5.2}$$

Die Druckzonenhöhe ist nach [12] mit den Bemessungswerten der Einwirkungen und Baustofffestigkeiten zu ermitteln. Die in Tab. 3.8 auf Seite 54 dargestellten Werte für die Druckzonenhöhe wurden in der Planungsphase berechnet. Dabei sind die Materialkennwerte theoretische Größen. In Tab. 5.2 und Tab. 5.3 sind die im Zuge der Versuchsdurchführung ermittelten Materialkenngrößen inklusive deren Designwert und Teilsicherheitsbeiwert eingetragen.

S	$\gamma_{ m s}$	f_y [MPa]	$f_{y,d}$ [MPa]	$\mathbf{f_u} \; [\mathbf{MPa}]$	$f_{u,d}$ [MPa]
0-1	1,15	551,20	479,30	606,32	527,23
0-2	1,15	541,07	470,50	595,18	517,55
1-1	1,15	689,76	599,79	833,03	724,37
1-2	1,15	616,60	536,17	759,37	660,32
2-1	1,15	642,86	559,01	781,80	679,83
2-2	1,15	633,33	550,72	776,58	675,29
3-1	1,15	643,32	559,41	785,68	683,20
3-2	1,15	641,55	557,87	784,81	682,44
4-1	1,15	626,20	544,52	769,70	669,30
4-2	1,15	642,44	558,64	785,46	683,01

Tab. 5.2: Im Zuge der Versuchsdurchführung ermittelte Materialkenngrößen (Bewehrung)

S	$\gamma_{\mathbf{c}}$	$ m f_c~[MPa]$	$f_{c,d}$ [MPa]
0-1	1,5	38,31	25,54
0-2	1,5	38,31	25,54
1-1	1,5	31,25	20,83
1-2	1,5	31,25	20,83
2-1	1,5	34,30	22,87
2-2	1,5	34,30	22,87
3-1	1,5	33,76	22,51
3-2	1,5	33,76	22,51
4-1	1,5	31,48	20,99
4-2	1,5	31,48	20,99

Tab. 5.3: Im Zuge der Versuchsdurchführung ermittelte Materialkenngrößen (Beton)

Die Druckzonenhöhe x_u im Bruchzustand wird mit Hilfe des Spannungsblockes ermittelt. Durch das Gleichgewicht der Betondruckkraft F_{cu} und der Stahlzugkraft F_{su} kann die Druckzonenhöhe nach Glg. (5.3) bestimmt werden.

$$x_{u,d} = \frac{F_{su}}{\lambda \cdot \eta \cdot f_{c,d} \cdot b} = \frac{f_{u,d} \cdot A_s}{0.8 \cdot f_{c,d} \cdot b}$$

$$(5.3)$$

In Tab. 5.4 ist die für den jeweiligen Versuch berechnete Druckzonenhöhe eingetragen. Die Druckzonenhöhe wurde mit den Material-Design-Werten ermittelt. Zusätzlich sind die nach der Biegelinie ermittelten plastischen Rotationsfähigkeiten aus der Tabelle Tab. 4.12 auf Seite 97 unter Berücksichtigung des Korrekturfaktors bei den Versuchen der Serie 4 eingetragen.

S	$\mathbf{x_u}$ [m]	d [m]	$ m x_u/d$	$\vartheta_{\mathrm{pl},\lambda=3}$ [mrad]
0-1	0,127	0,520	0,24	16,198
0-2	0,126	0,520	0,24	11,485
1-1	0,074	0,520	0,14	22,780
1-2	0,068	0,520	0,13	37,257
2-1	0,092	0,520	0,18	13,316
2-2	0,091	0,520	0,17	22,211
3-1	0,140	0,520	0,27	13,405
3-2	0,140	0,520	0,27	10,238
4-1	0,098	0,345	0,28	13,215
4-2	0,100	0,345	0,29	14,618

Tab. 5.4: Nach dem Eurocode 2 ermittelte bezogene Druckzonenhöhe

Die berechneten plastischen Rotationen unter Berücksichtigung des Korrekturfaktors sind in Abb. 5.2 im Diagramm der zulässigen plastischen Rotation des Eurocodes 2 eingetragen. Die maßgebende Kurve für eine Bewehrung der Klasse B und einer Betonfestigkeit von kleiner gleich C50/60 ist in schwarz dargestellt. Die übrigen Kurven des Eurocodes, welche hier nicht relevant sind, wurden grau hinterlegt. Zur besseren Zuordnung der plastischen Rotationen wurden für die einzelnen Versuchsserien verschiedene Farben für die Markierungen gewählt.

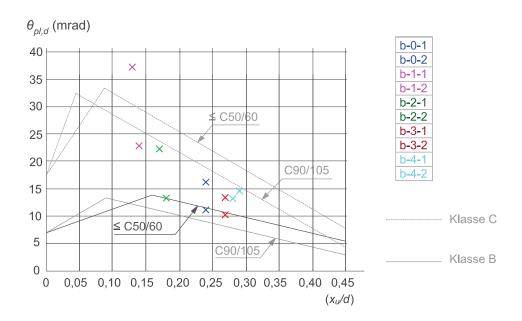


Abb. 5.2: Ermittelte Rotationsfähigkeit in Diagramm nach Eurocode 2

Die plastische Rotationsfähigkeit der Balken mit hochfester Bewehrung liegt im Bereich der plastischen Rotationsfähigkeit der Balken mit normalfester Bewehrung (b-0-1 und b-0-2). Die Werte der Versuchsbalken liegen im Bereich der in den Normen festgelegten Kurven, jedoch sind in diesen Versuchswerten keine Teilsicherheitsfaktoren enthalten. Die Kurven für die Ermittlung der zulässigen plastischen Rotation $\theta_{\rm pl,d}$ im Diagramm in Abb. 5.2 sind bereits auf Design-Niveau festgelegt.

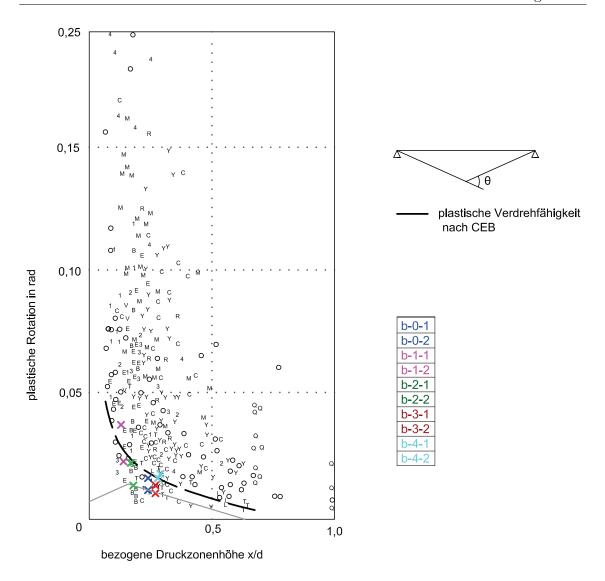


Abb. 5.3: Plastische Rotation in Abhängigkeit von der bezogenen Druckzonenhöhe

In Abb. 5.3 sind die Werte der plastischen Rotation von Tab. 4.12 auf Seite 97 im Diagramm nach [37] eingetragen. Die strichlierte schwarze Linie im Diagramm wurde infolge von statistischen Auswertungen festgelegt und soll die 5 %-Fraktile der Versuchsergebnisse darstellen. Es ist erkennbar, dass die eingetragenen Werte der Versuchskörper entweder im Bereich dieser Linie oder sogar darunter liegen. In grau ist die, für die Versuche dieser Arbeit maßgebende Kurve des Diagramms zur Ermittlung der zulässigen plastischen Rotationsfähigkeit nach dem Eurocode 2 eingetragen. Daraus ist ebenfalls zu erkennen, dass die zulässigen plastischen Rotationen nach dem Eurocode mit einem Teilsicherheitsbeiwert behaftet sind und die Versuchswerte im Vergleich dazu zu klein sind.

Bei den Versuchen 1-1 und 1-2 sind die Abweichungen der plastischen Rotationsfähigkeiten trotz identer Abmessung und Bewehrungsanordnung sehr groß. Auffallend sind hier bereits die großen Unterschiede im Momenten-Dehnungs-Diagramm (siehe Abb. 5.4). Beim Versuchskörper 1-1 (grün) sind im Gegensatz zum Versuchskörper 1-2 (braun) die aufnehmbaren Momente viel größer. Die Form der Momenten-Dehnungs-Beziehung ist sehr ähnlich, nur die maßgebenden Werte sind beim Versuch 1-1 um einiges höher. Dies kann auf

eine höhere Fließspannung f_y der Bewehrung im Versuch 1-1 zurückgeführt werden. Diese ist mit rund 690 N/mm² im Vergleich zu der in Versuchskörper 1-2 von rund 620 N/mm² sehr hoch. Die Fließdehnung wird dabei über das Fließmoment mit Hilfe des Spannungsblockes ermittelt. Auch die Differenz der Dehnungen bei M_u der beiden Versuchskörper ist auffallend groß. Die Festigkeit des Betons wird im Versuch 1-1, aufgrund des im Vergleich zum Versuch 1-2 bereits viel höheren Fließmomentes, früher erreicht.

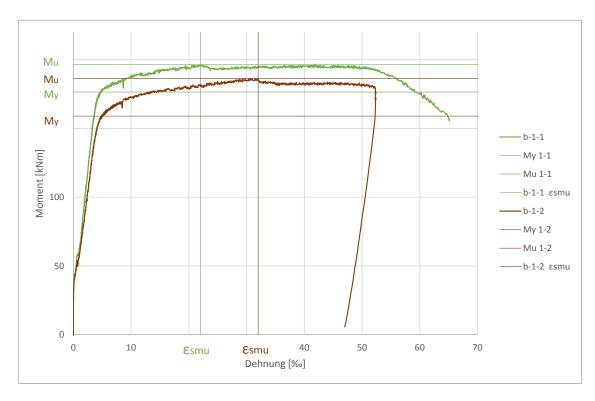


Abb. 5.4: Gegenüberstellung Momenten-Dehnungs-Beziehung der Serie 1

Bei den Rotationen der Serie 3 und 4 hingegen sind die Werte der beiden geprüften Versuchskörper annähernd gleich. Die Abweichungen bei den Versuchskörpern der Serie 0 und 2 sind ebenfalls auf die Streuung der Materialparameter zurückzuführen.

Die Momenten-Rotations-Beziehungen der einzelnen Versuchskörper sind in Abb. 5.5 dargestellt. Die elastische Rotation beim Fließbeginn ist bei den Versuchskörpern in etwa gleich groß. Anhand dieses Diagramms ist gut erkennbar, dass die Festlegung vom Moment M_u auf die Größe der plastischen Rotationsfähigkeit eine maßgebende Rolle spielt. Wäre M_u beim maximalen Moment, wo die Druckzone wirklich versagt und der Versuch tatsächlich abgebrochen wurde, festgelegt (siehe jeweilige Markierung mit dem Dreieck), wäre die plastische Rotationsfähigkeit in allen Versuchen viel größer. Zusätzlich ergibt sich dabei auch ein Unterschied der Rotationsfähigkeit von der hochfesten zur normalfesten Bewehrung. Wie in Abb. 5.5 zu erkennen, ist die maximale Rotation der beiden Versuchskörper mit normalfester Bewehrung (0-1 und 0-2) etwas größer als die maximale Rotation der Versuchskörper mit hochfester Bewehrung.

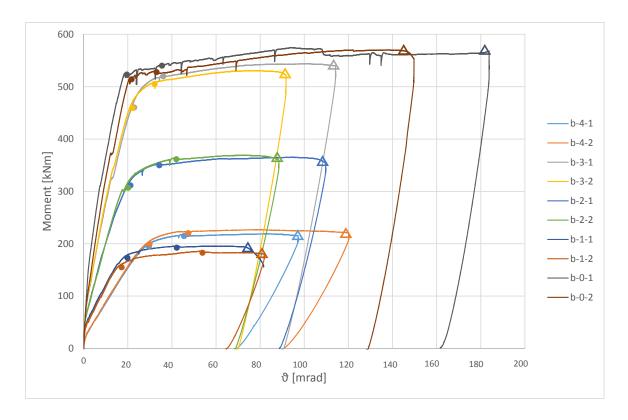


Abb. 5.5: Momenten-Rotations-Beziehung der Versuche

Bei Verwendung des "richtigen" Druckzonenversagen, bei der Markierung mit dem Dreieck, liegen die Werte der vorhandenen plastischen Rotation in Abb. 5.2 und Abb. 5.3 über den eingetragenen Werten und würden unter Berücksichtigung eines Sicherheitsbeiwertes noch immer im Bereich der zulässigen plastischen Rotation liegen. Die Festlegungen für normalfeste Bewehrung gelten demnach auch für hochfeste Bewehrung, da die plastischen Rotationsfähigkeiten die gleiche Größenordnung aufweisen. Aufgrund der Versuchsergebnisse ist demnach darauf zu schließen, dass für die hochfeste Bewehrung keine eigenen Regelungen festzulegen sind, da die vorhandenen Rotationsfähigkeiten in etwa gleich sind. Voraussetzung dafür ist, dass die Festlegung von $M_{\rm u}$ überdacht wird.

Die Werte von Fließmoment und M_u sind in Tab. 5.5 eingetragen. Zusätzlich ist in der vierten Spalte der Verhältniswert von M_u/M_v zu finden.

Serie	M_y [kNm]	M_u [kNm]	$ m M_u/M_y$
0-1	524,6	541,5	1,032
0-2	515,6	529,2	1,026
1-1	176,0	195,2	1,109
1-2	158,0	185,5	1,175
2-1	313,7	352,0	1,122
2-2	309,2	363,5	1,176
3-1	462,0	521,4	1,128
3-2	460,8	506,7	1,099
4-1	197,1	217,4	1,103
4-2	201,8	222,9	1,104

Tab. 5.5: Verhältnis M_u/M_y

Es ist zu erkennen, dass der Verhältniswert von maximalem Moment zum Fließmoment, bis auf die Versuchskörper 0-1, 0-2, 1-2 und 2-2, um den Wert 1,1 liegt. Bei den beiden Versuchskörpern 1-2 und 2-2 ist dieses Verhältnis von maximalem Moment zum Fließmoment größer und nähert sich dem Wert 1,2. Dagegen ist dieses Verhältnis der beiden Versuchskörper 0-1 und 0-2 geringer und liegt in etwa bei 1,0. Der Mindestwert von $\mathbf{k}=(f_t/f_y)$ für die Duktilitätsklasse B nach EC2 [32] ist mit 1,08 festgelegt. Das Verhältnis von $\mathbf{M_u}/\mathbf{M_y}$ der verwendeten hochfesten Bewehrung entspricht diesem Mindestwert. Bei der normalfesten Bewehrung liegt dieser Verhältniswert unter dem Mindestwert. In Folge dieser Betrachtung wäre auch hier die Festlegung von $\mathbf{M_u}$ beim "richtigen" Versagen der Betondruckzone zu begründen, denn dann würde auch die normalfeste Bewehrung diesen Mindestwert erreichen.

Zusätzlich stellt sich die Frage ob die geteilte Lasteinleitung einen Einfluss auf das maximale Moment hat. Der Momentenabfall, bei dem M_u im Zuge dieser Arbeit festgelegt wird, passiert aufgrund dieser geteilten Lasteinleitung, da genau innerhalb dieses Bereiches der Druckrand überlastet wird. Danach steigt das Moment aber wieder über diesen Wert an. Bei einer Lasteinleitung mit einer Einzellast würde das Moment kontinuierlich ansteigen, bis die Druckzone tatsächlich versagt. Um die Frage des Einflusses der geteilten Lasteinleitung auf die maximale Rotation zu klären, wären weitere 3-Punkt-Biegeversuche mit der Lasteinleitung einer Einzellast notwendig.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Rotationsfähigkeit von hochfester Bewehrung, im Vergleich zur herkömmlichen Bewehrung, mit 3-Punkt-Biegeversuchen analysiert. Zentrische Zugversuche oder auch Dehnkörperversuche genannt, dienen zum Vergleich des Rissverhaltens der effektiven Zugzone der Biegebalken. Bei den Dehnkörperversuchen wurde neben Stahlgüte (B 500 und AM670) und Betongüte (C30/37 und C70/85) der Bewehrungsgrad variiert. Bei den Balken für die Biegeversuche wurden Stahlgüte (B 500 und AM670), Bewehrungsgrad und Schubschlankheit verändert.

Aufgrund der sehr großen Streuung der Stahlarbeitslinien der hochfesten Bewehrung wird im Zuge dieser Masterarbeit ein Verfahren entwickelt, mit dem das Fließniveau der Ergebnisse der Biegeversuche unabhängig von der dazugehörigen Stahlarbeitslinie bestimmt werden kann, da die genaue Bestimmung des Fließmomentes sehr wichtig für die Ermittlung der plastischen Rotationsfähigkeit ist. Das Verfahren wird aufbauend auf Untersuchungen zur Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen an einem Dehnkörperversuch entwickelt. Bei diesem Dehnkörperversuch können die Zusammenhänge zwischen dem Verlauf der mittleren Dehnungen und der dazugehörigen, aufgenommenen Stahlarbeitslinie am besten abgeleitet werden.

Im Zuge einer Nachrechnung mit einer einfachen Querschnittsbemessung wurde bestätigt, dass die Ergebnisse einer solchen Bemessung für die Ermittlung von M_y und M_u verwendet werden können. Mit der Vereinfachung vom eben bleiben des Querschnitts erhält man plausible Ergebnisse für die Ermittlung der plastischen Rotation ϑ_{pl} .

Die zulässige plastische Rotation wird nach dem Eurocode 2 in Abhängigkeit von der Bewehrungsklasse geregelt. Demnach sind sowohl die herkömmliche- als auch die hochfeste Bewehrung in die Bewehrungsklasse B einzuordnen. Die Versuche zeigen, dass die Rotationsfähigkeit der Balken mit hochfester Bewehrung mit der Rotationsfähigkeit von normalfester Bewehrung vergleichbar ist. Im Vergleich mit 5 %-Fraktil-Werten einer Auswertung mit sehr großem Stichprobenumfang liegen die, im Zuge dieser Arbeit ermittelten, plastischen Rotationen im Bereich dieser 5 %-Fraktilen oder sogar darunter. Daraus ist zu schließen, dass die vorhandene plastische Rotationsfähigkeit im Vergleich zur zulässigen plastischen Rotationsfähigkeit zu klein ist.

Das für die Höhe der plastischen Rotationsfähigkeit maßgebende M_u wird in der vorliegenden Arbeit bei der Überlastung des Druckrandes festgelegt. Diese Druckrandüberlastung ist durch einen Momentenabfall gekennzeichnet, jedoch versagt der Balken hier noch nicht. Eine Steigerung des Momentes, sogar über diesen Wert hinaus, bis zum wirklichen Versagen der Druckzone, ist möglich. Mit der Festlegung des Versagens der Druckzone als M_u , wäre eine viel größere Rotationsfähigkeit erreichbar. Auch unter Berücksichtigung von Sicherheitsfaktoren würden diese Werte noch im Bereich der zulässigen Rotationsfähigkeit liegen. Zusätzlich stellt sich die Frage, wie sich das Verhalten bei der Lasteinleitung mit einer Einzellast verändern würde und ob die maximale Rotation des Querschnitts mit den Versuchsergebnissen dieser Arbeit vergleichbar bleibt. Um eine zuverlässige Aussage darüber zu treffen, sind ergänzende Versuche notwendig.

7 Gesammelte Versuchsergebnisse

7.1 Zugstabversuch

Bei der Erstellung der Diagramme wurden die Schleifen, welche durch die zyklische Belastung hervorgerufen wurden, aus den Daten entfernt. Die durch die Zyklen entstandene Vergrößerung des Weges der Wegaufnehmer wurde in der Auswertung bereinigt. Die Vergrößerung des Weges lässt sich einerseits durch Kriechverformungen erklären. Auf der anderen Seite kann eine Wegvergrößerung durch die wiederholte Belastung aufgrund der Lösung von verkeilten Rissufern auftreten.

7.1.1 Übersicht der Ergebnisse

Rissbilder

In den nachfolgenden Abbildungen sind die Rissbilder der entlasteten Versuchskörper der einzelnen Serien dargestellt. Das linke Bild ist immer das Rissbild von X-1, das mittlere Bild von X-2 und das rechte Bild von X-3. Wobei hier X für die einzelne Serie steht. Die blau markierten Risse sind bis zum Ende des ersten Zyklus, die grün markierten sind bis zum Ende des zweiten Zyklus und die schwarz markierten Risse sind bis zum Ende des dritten Zyklus entstanden. Die rot markierten Risse traten erst bei der weiteren Belastung bis zum Versuchsende auf.



Abb. 7.1: Rissbilder der Serie



Abb. 7.2: Rissbilder der Serie

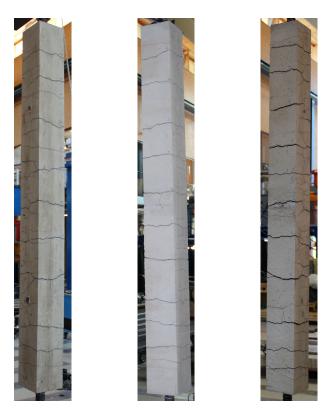


Abb. 7.3: Rissbilder der Serie



Abb. 7.4: Rissbilder der Serie

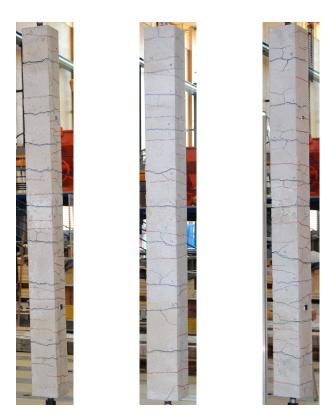


Abb. 7.5: Rissbilder der Serie 4

Die Rissabstände sind in den nachfolgenden Tabellen aufgelistet. Der Rissabstand ist dabei jeweils in mm angegeben. Der Versuchskörper 3-1 war der erste Versuch, der durchgeführt wurde. Dieser Versuch wurde bereits frühzeitig abgebrochen. Aus diesem Grund sind hier keine Rissabstände angegeben, da die Primärrisse von den Sekundärrissen nicht unterscheidbar waren. Der Bewehrungsstahl kam aufgrund der geringen Last im Riss nicht ins Fließen.

b-0-1	b-0-2	b-0-3	b-1-1	b-1-2	b-1-3	b-2-1	b-2-2	b-2-3
290	420	470	170	253	228	100	150	140
205	245	290	110	200	222	135	240	200
290	280	145	80	56	250	200	170	215
420	230	370	215	170	192	180	200	150
-	270	-	210	313	232	240	170	155
-	-	-	170	313	196	190	180	180
-	-	-	245	265	240	180	205	230
-	-	-	235	-	-	290	120	230
-	-	-	-	-	-	120	120	140
-	-	-	-	-	-	-	-	110

Tab. 7.1: Rissabstände Serie 0, 1 und 2

b-3-1	b-3-2	b-3-3	b-4-1	b-4-2	b-4-3
-	220	120	195	60	235
-	230	245	170	126	195
-	205	300	140	185	220
-	325	190	190	235	145
-	230	200	190	180	280
-	90	175	232	190	135
-	170	100	130	230	120
-	-	190	195	135	100
-	-	-	75	215	18

Tab. 7.2: Rissabstände Serie 3 und 4

Spannungs-Dehnungs-Beziehung

Die nachfolgenden Diagramme enthalten die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der einzelnen Versuchsserien. Die Spannung und die Dehnung werden dabei nach Glg. (7.1) bestimmt. Die Spannung ergibt sich durch Division der aufgebrachten Kraft durch die jeweilige Fläche der Bewehrung. Die Dehnung wird durch die Längenänderung Δ l bezogen auf Ausgangsmesslänge bei Versuchsbeginn l_0 berechnet.

$$Spannung = \frac{F}{A_s} \qquad Dehnung = \frac{\Delta l}{l_0}$$
 (7.1)

Das erste Diagramm enthält die Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Wegaufnehmer. Wobei WA1 und WA2 die Wegaufnehmer links und rechts des Betonkörpers auf einer Messlänge von 1000 mm sind. WA3 und WA4 sind, wie in Kapitel 3.1.4 bereits erläutert, nicht bei allen Versuchsreihen vorhanden. Sie stellen die zusätzliche Dehnungsmessung über den Bereich außerhalb der Betonkörper dar. Das zweite Diagramm beinhaltet die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung der aufgenommenen Risse. In den nachfolgenden Tabellen sind die Dehnungsaufnehmer den einzelnen Risspositionen genau zugeordnet. Die Positionen der aufgenommenen Risse sind in den Rissbildern auf Abb. 7.1 bis Abb. 7.5 zu finden.

Riss	vorne	hinten	links
W3	DD1-1	DD1-2	DD1-3
W4	DD1-4	DD1-5	DD1-6
W5	DD1-7	DD1-8	DD1-9

Tab. 7.3: Zuordnung DD1 Versuch 0-1

Riss	vorne	hinten	links
W3	DD1-1	DD1-2	DD1-3
W4	DD1-4	DD1-5	DD1-6
W5	DD1-7	DD1-8	DD1-9

Tab. 7.4: Zuordnung DD1 Versuch 0-2

Riss	vorne	hinten	links
W3	DD1-1	DD1-2	DD1-3
W4	DD1-4	DD1-5	DD1-6
W5	DD1-7	DD1-8	DD1-9

Tab. 7.5: Zuordnung DD1 Versuch 0-3

Riss	vorne	hinten	links
W3	DD1-1	DD1-2	DD1-3
W5	DD1-4	DD1-5	DD1-6
W7	DD1-7	DD1-8	DD1-9

Tab. 7.6: Zuordnung DD1 Versuch 1-1

Riss	vorne	hinten	links
W3	DD1-1	DD1-2	DD1-3
W4	DD1-4	DD1-5	DD1-6
W7	DD1-7	DD1-8	DD1-9

Tab. 7.7: Zuordnung DD1 Versuch 1-2

Riss	vorne	hinten	links
W2	DD1-1	DD1-2	DD1-3
W4	DD1-4	DD1-5	DD1-6
W6	DD1-7	DD1-8	DD1-9

Tab. 7.8: Zuordnung DD1 Versuch 1-3

Riss	vorne	hinten	links
W3	DD1-1	DD1-2	DD1-3
W5	DD1-4	DD1-5	DD1-6
W6	DD1-7	DD1-8	DD1-9

Tab. 7.9: Zuordnung DD1 Versuch 2-1

Riss	vorne	hinten	links
W4	DD1-1	DD1-2	DD1-3
W6	DD1-4	DD1-5	DD1-6
W8	DD1-7	DD1-8	DD1-9

Tab. 7.10: Zuordnung DD1 Versuch 2-2

\mathbf{Riss}	vorne	hinten	links
W5	DD1-1	DD1-2	DD1-3
W7	DD1-4	DD1-5	DD1-6
W8	DD1-7	DD1-8	DD1-9

Tab. 7.11: Zuordnung DD1 Versuch 2-3

Riss	vorne	hinten	links
W3	DD1-1	DD1-2	-
W5	DD1-3	DD1-4	-
W7	DD1-5	DD1-6	-

Tab. 7.12: Zuordnung DD1 Versuch 3-1

Riss	vorne	hinten	links
W4	DD1-1	DD1-2	-
W6	DD1-3	DD1-4	-
W8	DD1-5	DD1-6	-

Tab. 7.13: Zuordnung DD1 Versuch 3-2

Riss	vorne	hinten	links
W1	DD1-1	DD1-2	DD1-3
W5	DD1-4	DD1-5	DD1-6
W7	DD1-7	DD1-8	DD1-9

Tab. 7.14: Zuordnung DD1 Versuch 3-3

Riss	vorne	hinten	links
W4	DD1-1	DD1-2	DD1-3
W6	DD1-4	DD1-5	DD1-6
W8	DD1-7	DD1-8	DD1-9

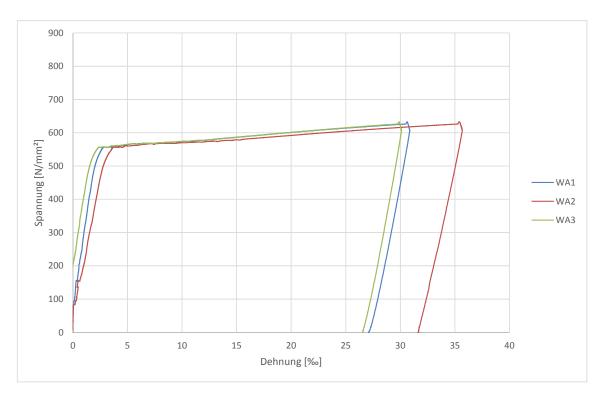
Tab. 7.15: Zuordnung DD1 Versuch 4-1

Riss	vorne	hinten	links
W3	DD1-1	DD1-2	DD1-3
W5	DD1-4	DD1-5	DD1-6
W7	DD1-7	DD1-8	DD1-9

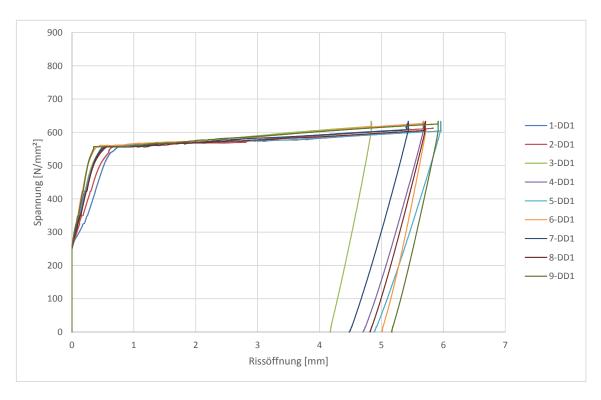
Tab. 7.16: Zuordnung DD1 Versuch 4-2

Riss	vorne	hinten	links
W6	DD1-1	DD1-2	DD1-3
W7	DD1-4	DD1-5	DD1-6
W8	DD1-7	DD1-8	DD1-9

Tab. 7.17: Zuordnung DD1 Versuch 4-3



 $\mbox{\bf Abb.}$ 7.6: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch $0\mbox{-}1$



 $\mbox{\bf Abb.}$ 7.7: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch $0\mbox{-}1$

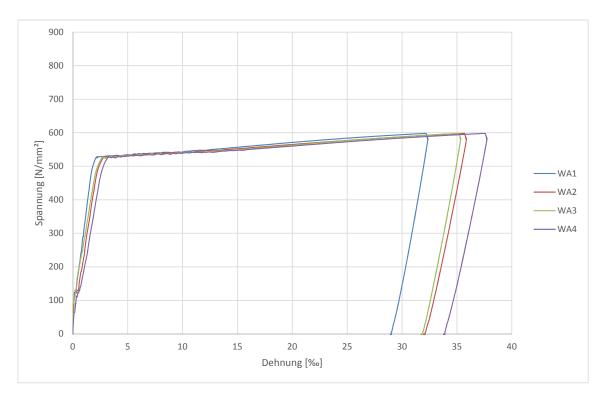
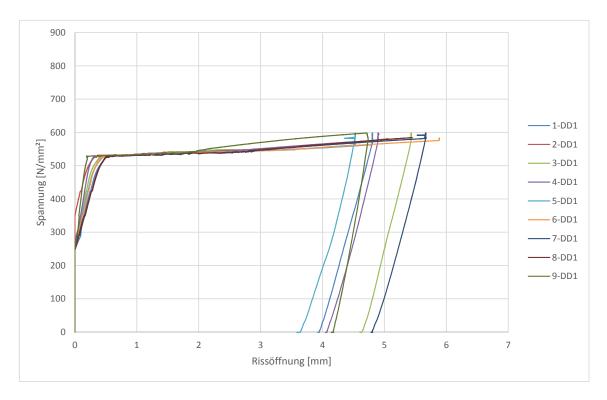


Abb. 7.8: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 0-2



 $\mbox{\bf Abb.}$ 7.9: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch $0\mbox{-}2$

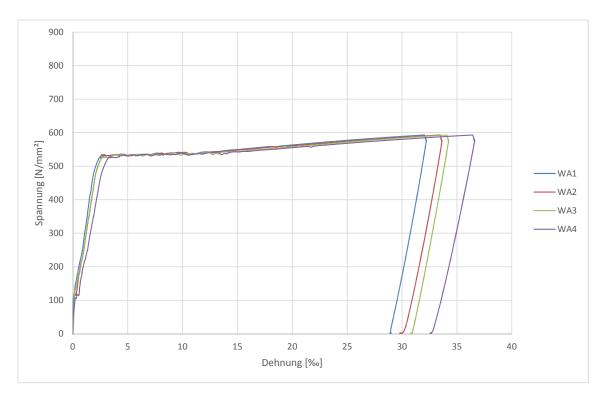
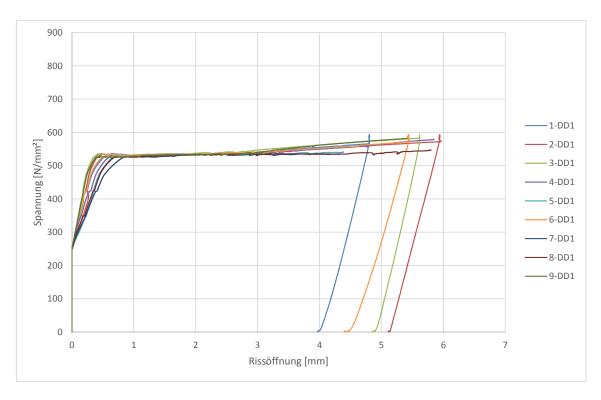


Abb. 7.10: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 0-3



 $\ensuremath{\mathsf{Abb}}.$ 7.11: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch $0\mbox{-}3$

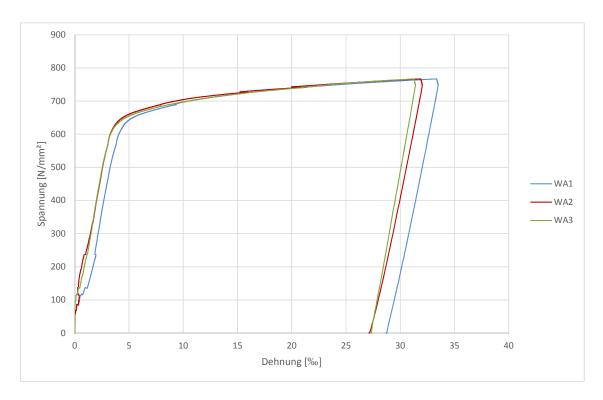
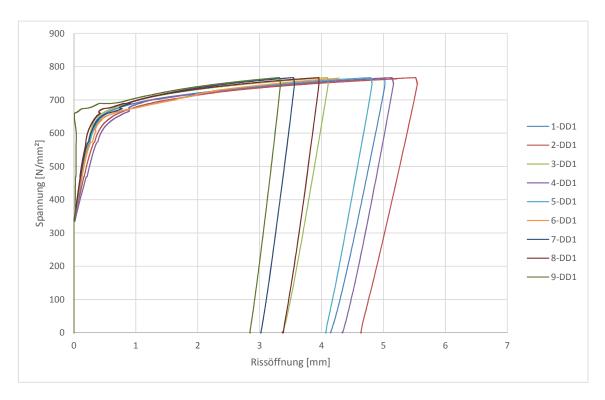


Abb. 7.12: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 1-1



 $\mbox{\sc Abb.}$ 7.13: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 1-1

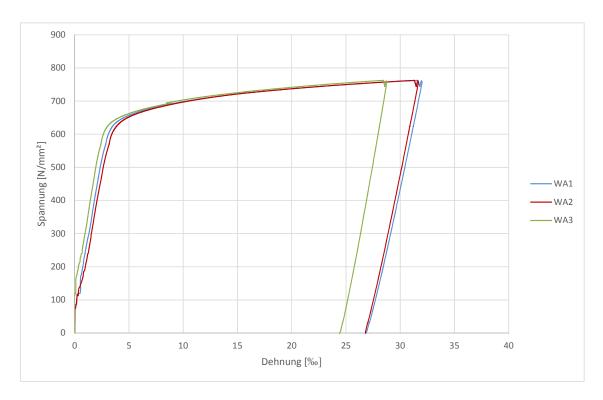
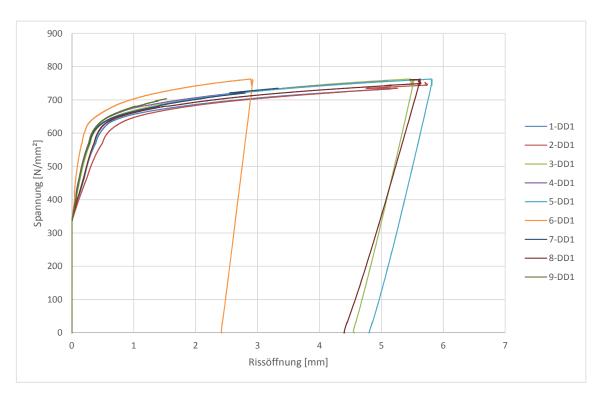


Abb. 7.14: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 1-2



 $\mbox{\sc Abb.}$ 7.15: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 1-2

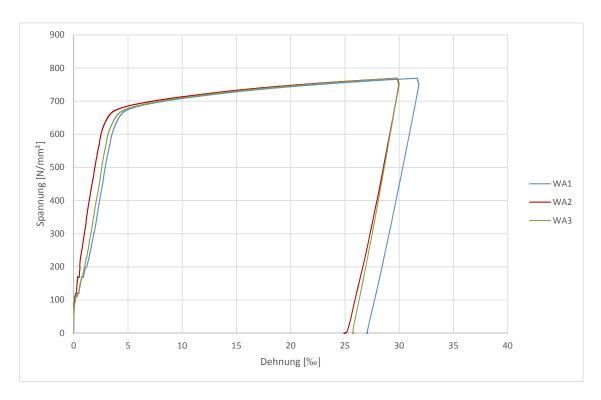
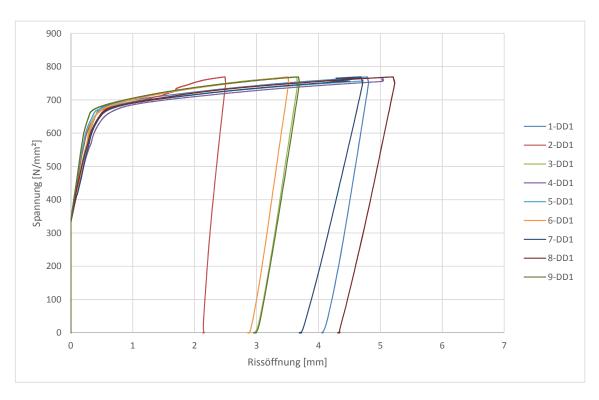


Abb. 7.16: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 1-3



 $\ensuremath{\mathsf{Abb}}.$ 7.17: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 1-3

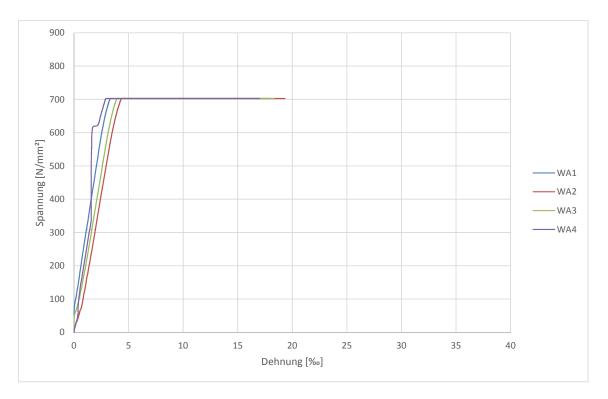


Abb. 7.18: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 2-1

Aufgrund eines Programmfehlers wurden die Versuchsdaten nur bis etwa 1000 kN aufgezeichnet.

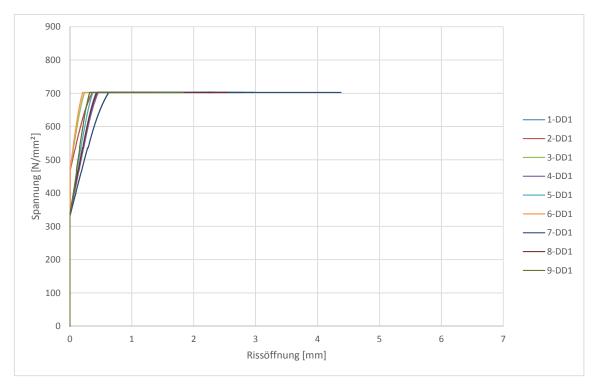


Abb. 7.19: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 2-1

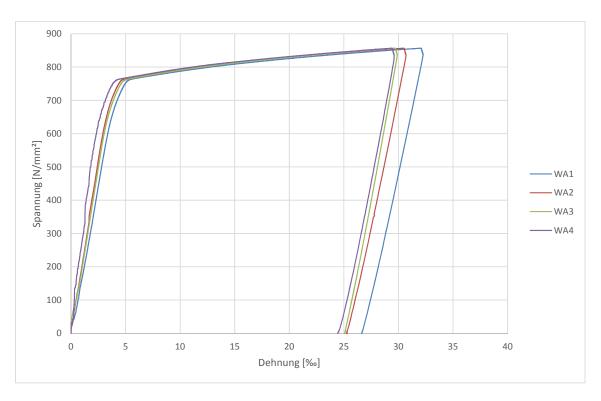


Abb. 7.20: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 2-2

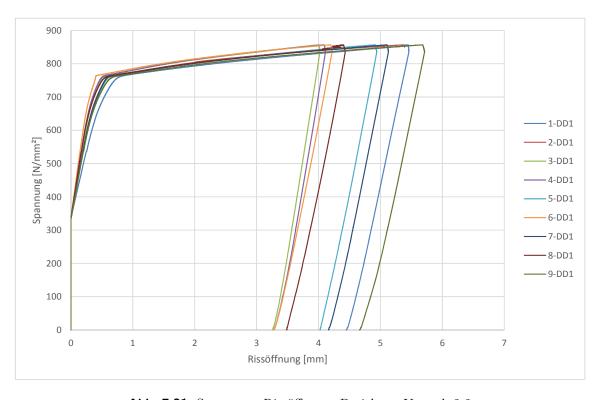
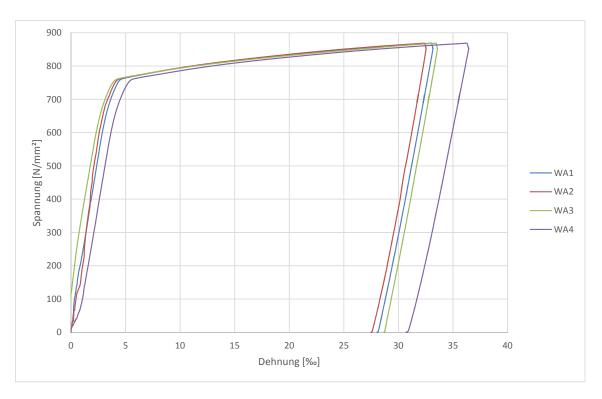


Abb. 7.21: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 2-2



 $\mbox{\sc Abb.}$ 7.22: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 2-3

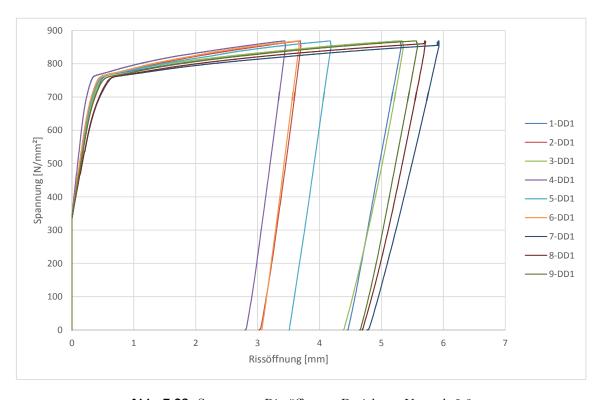


Abb. 7.23: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 2-3

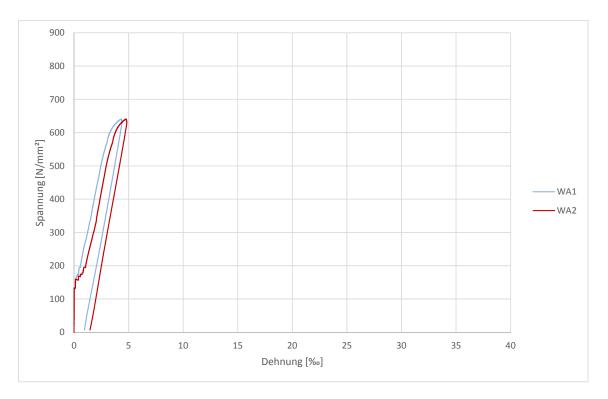


Abb. 7.24: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 3-1

Der erste durchgeführte Dehnkörperversuch wurde bereits bei rund 314 kN abgebrochen.

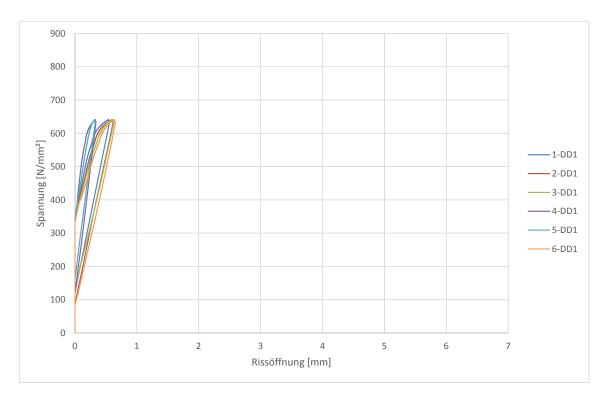


Abb. 7.25: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 3-1

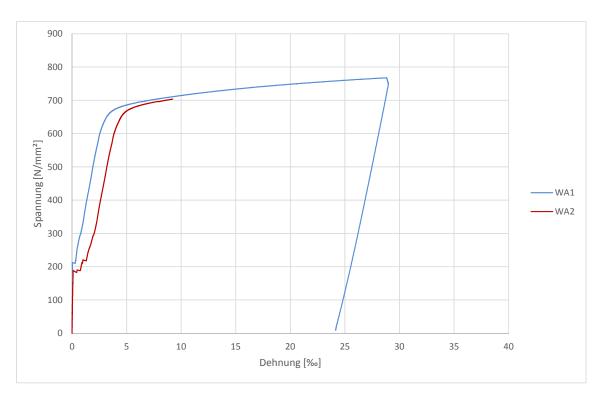


Abb. 7.26: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 3-2

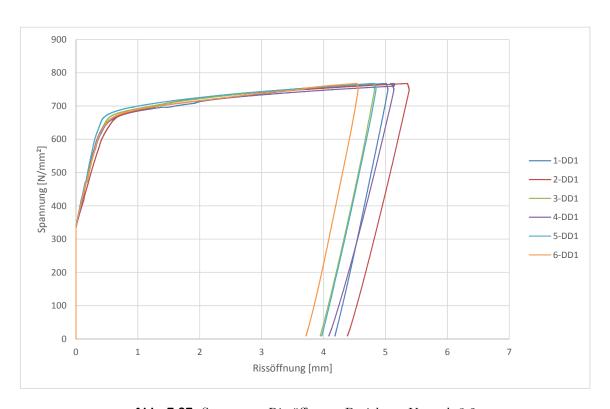


Abb. 7.27: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 3-2

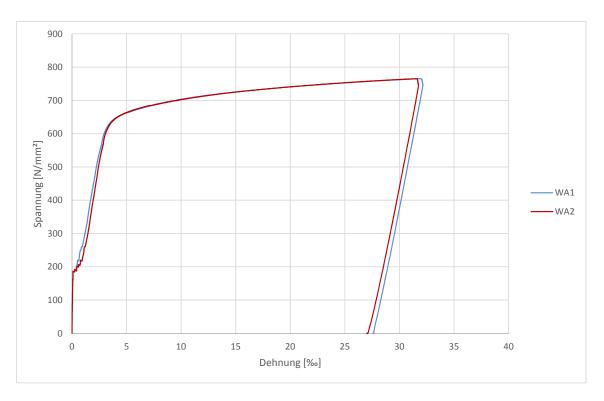


Abb. 7.28: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 3-3

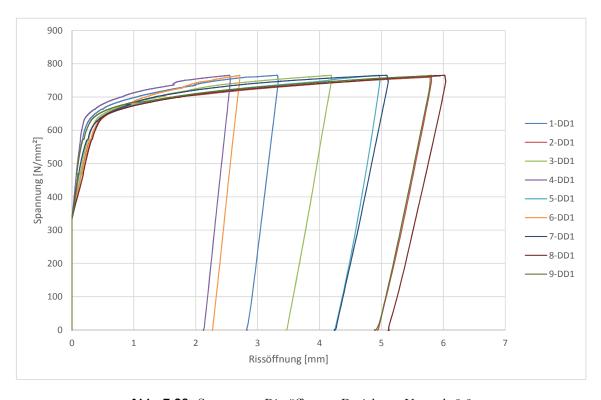


Abb. 7.29: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 3-3

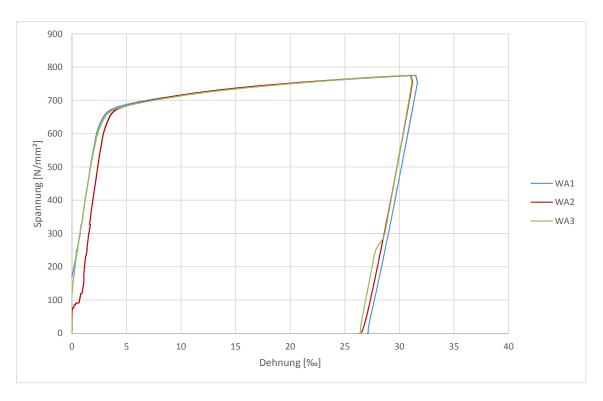


Abb. 7.30: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 4-1

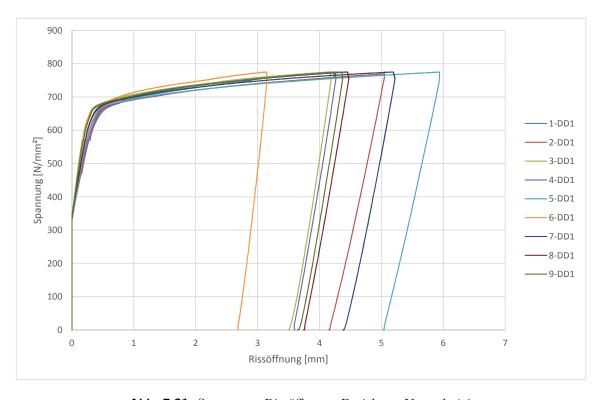


Abb. 7.31: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 4-1

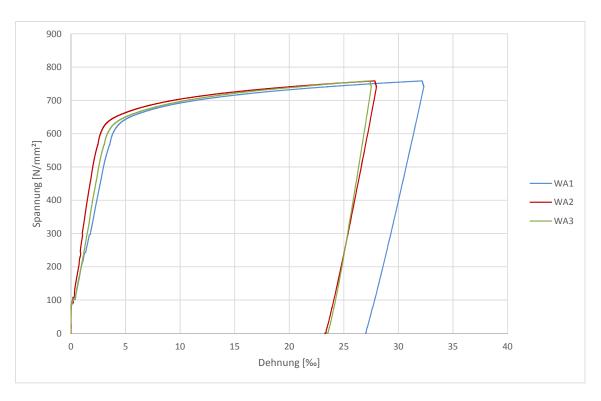


Abb. 7.32: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 4-2

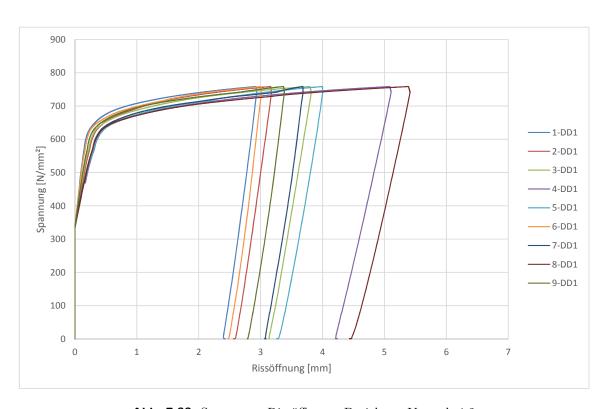
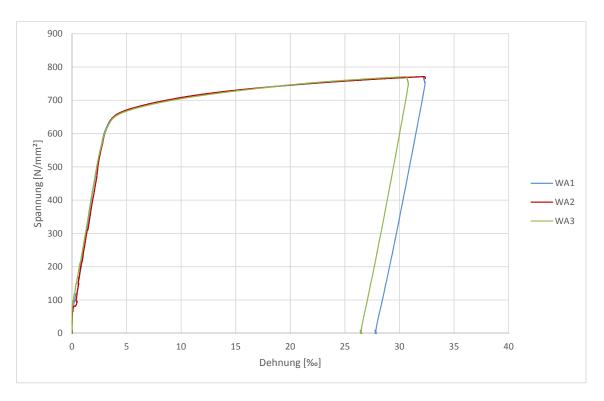


Abb. 7.33: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 4-2



 $\mbox{\bf Abb.}$ 7.34: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Versuch 4-3

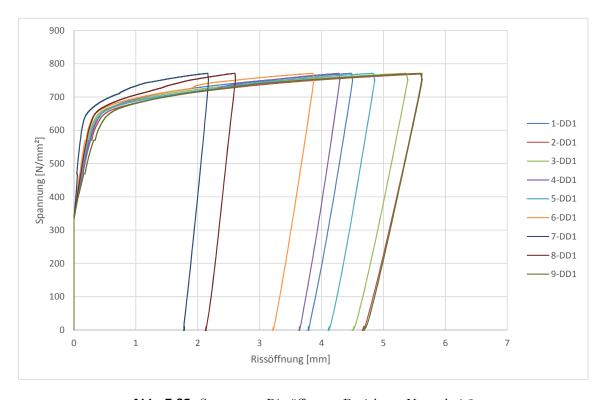


Abb. 7.35: Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung Versuch 4-3

7.2 3-Punkt-Biegeversuch

7.2.1 Übersicht der Ergebnisse

Rissbilder

Für die Beurteilung des Risszustandes sind jeweils das Rissmoment und das maximale Moment des Versuchskörpers zu betrachten bzw. zu vergleichen. Ist wie in Abb. 7.36 bei einem Versuch (rote Linie) das maximale Moment M_{max} größer als beim zweiten Versuch (magenta Linie) und das Rissmoment M_{cr} gleich groß, entstehen beim größeren maximalen Moment Risse in einem größeren Bereich des Versuchskörpers als beim kleineren maximalen Moment.

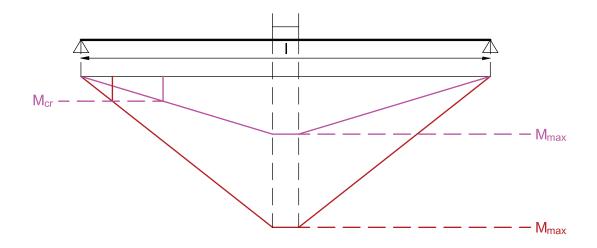


Abb. 7.36: Beurteilung des Rissbildes anhand von M_{cr} und M_{max}

Die Rissmomente und maximalen Momente der Versuchskörper sind in Tab. 7.18 dargestellt. Die Momente wurden dabei aus den Momenten-Dehnungs-Beziehungen abgelesen.

Versuch	${ m M_{cr,Versuch}}$ [kNm]	$M_{max,Versuch}$ [kNm]
0-1	20,0	574,8
0-2	40,0	570,4
1-1	50,0	195,4
1-2	30,0	185,7
2-1	60,0	365,1
2-2	50,0	368,9
3-1	40,0	543,9
3-2	35,0	530,4
4-1	22,0	218,9
4-2	26,0	226,6

Tab. 7.18: Rissmoment M_{cr} und maximales Moment M_{max} der Versuche

In den nachfolgenden Abbildungen sind die Rissbilder der einzelnen Versuchskörper abgebildet. Dabei ist ein großer Unterschied in den Rissbildern der Versuchsserie 0 mit normalfester Bewehrung zu den Rissbildern der Versuchsserien mit hochfester Bewehrung zu erkennen. Der gerissenen Bereich der Versuchsserien mit hochfester Bewehrung konzentriert sich um den Bereich der Lasteinleitung, wogegen die Risse bei den Balken der Serie 0 über die gesamte Länge verteilt sind. Die Rissbilder der Serie 3 weisen im Gegensatz zu den anderen Rissbildern der Versuchskörper mit hochfester Bewehrung einen größeren gerissenen Bereich auf. Dies ist wie bei der Serie 0 auf das große maximale Moment zurückzuführen (siehe Tab. 7.18).

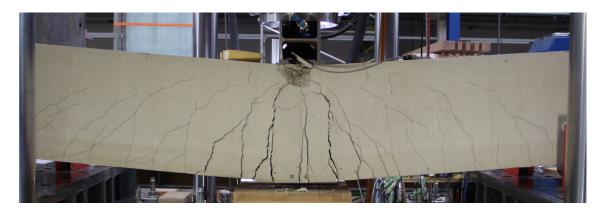


Abb. 7.37: Rissbild Versuch 0-1

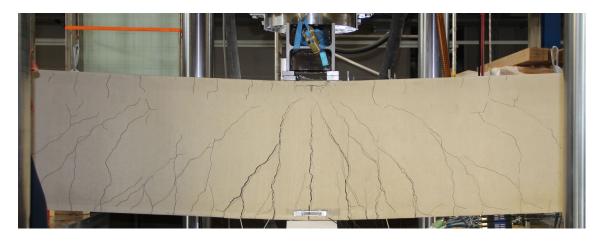


Abb. 7.38: Rissbild Versuch 0-2

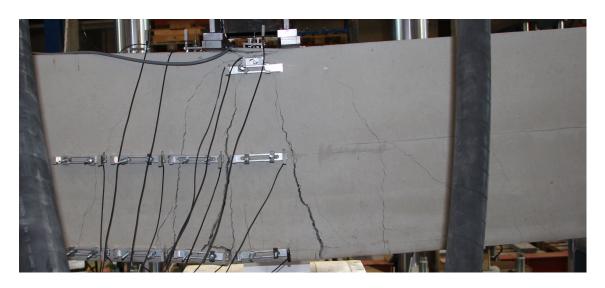


Abb. 7.39: Rissbild Versuch 1-1

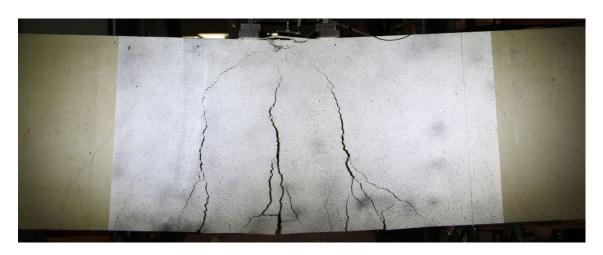


Abb. 7.40: Rissbild Versuch 1-2

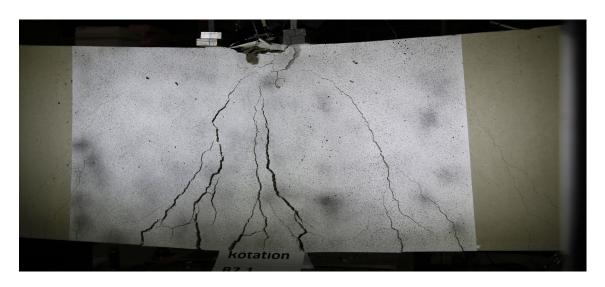


Abb. 7.41: Rissbild Versuch 2-1

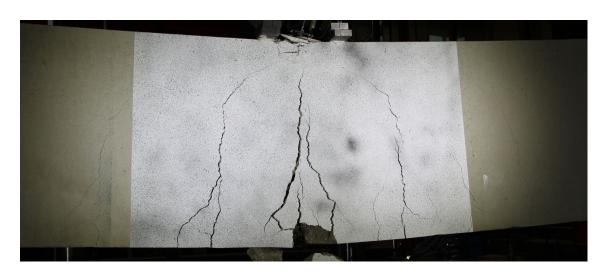


Abb. 7.42: Rissbild Versuch 2-2

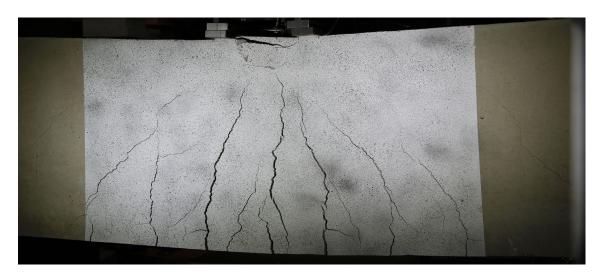


Abb. 7.43: Rissbild Versuch 3-1

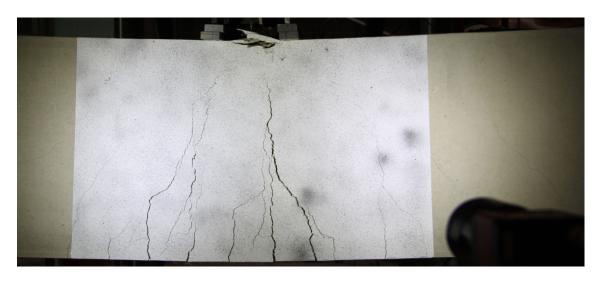


Abb. 7.44: Rissbild Versuch 3-2

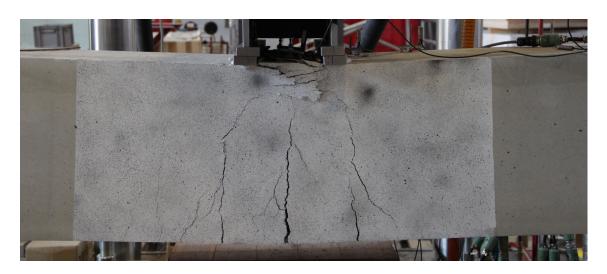


Abb. 7.45: Rissbild Versuch 4-1



Abb. 7.46: Rissbild Versuch 4-2

Momenten-Dehnungs-Beziehung

Die nachfolgenden Diagramme enthalten Momenten-Dehnungs- und Momenten-Weg-Beziehungen der einzelnen Versuchsserien. Dabei sind die Dehnungen der verwendeten Dehnungsaufnehmer und des Dehnungsmessstreifen sowie die Wegaufzeichnungen der Wegaufnehmer über dem Moment in Feldmitte aufgetragen.

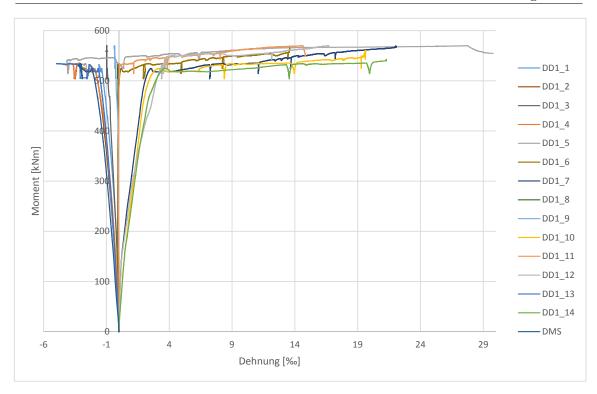


Abb. 7.47: Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 0-1

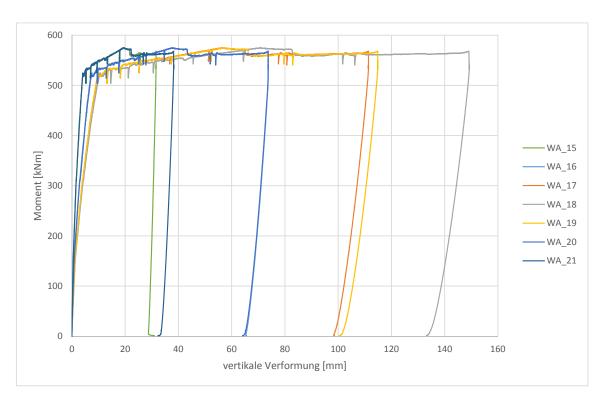


Abb. 7.48: Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 0-1

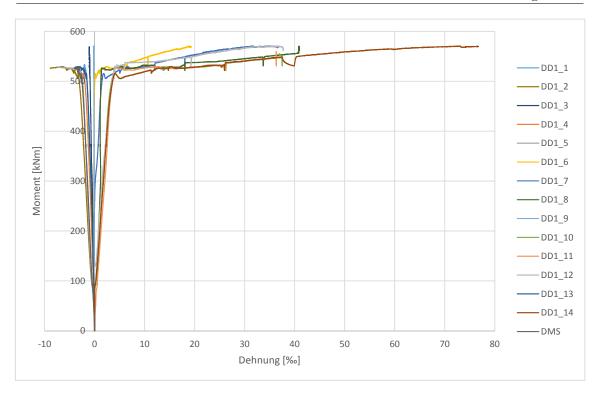


Abb. 7.49: Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 0-2

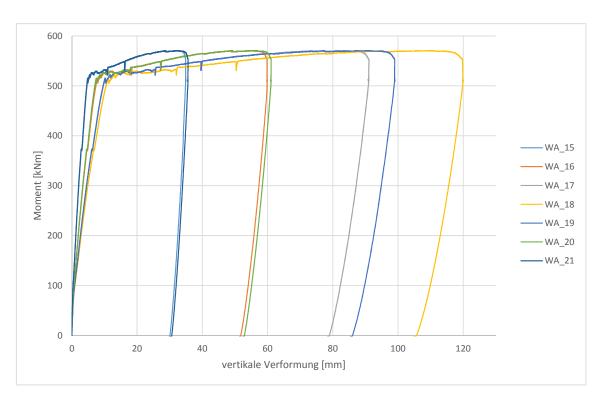


Abb. 7.50: Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 0-2

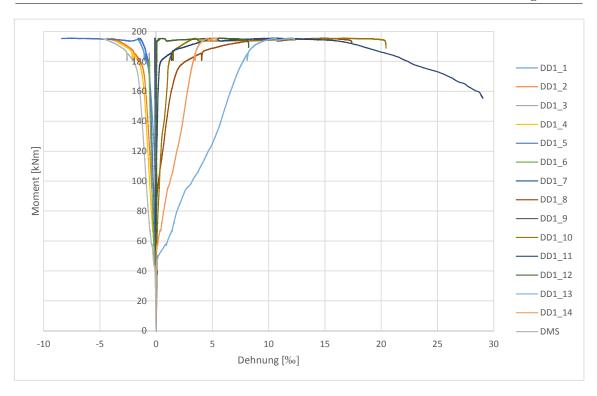


Abb. 7.51: Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 1-1

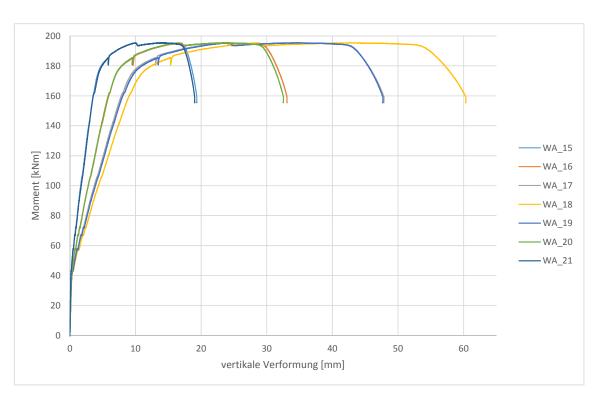


Abb. 7.52: Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 1-1

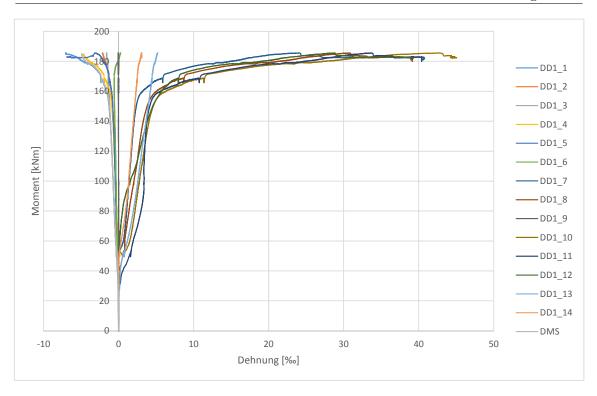


Abb. 7.53: Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 1-2

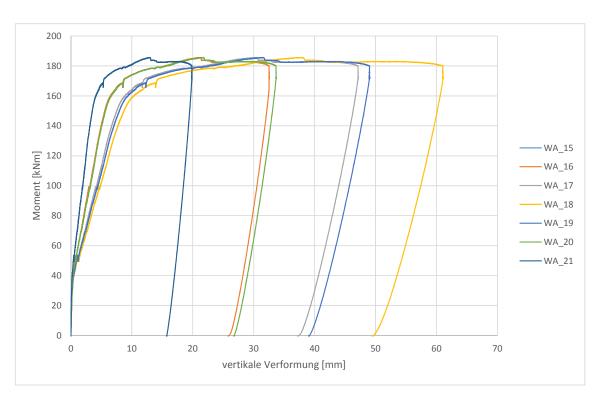


Abb. 7.54: Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 1-2

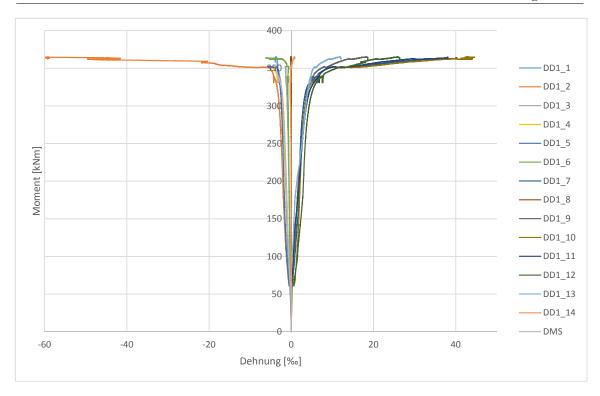


Abb. 7.55: Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 2-1

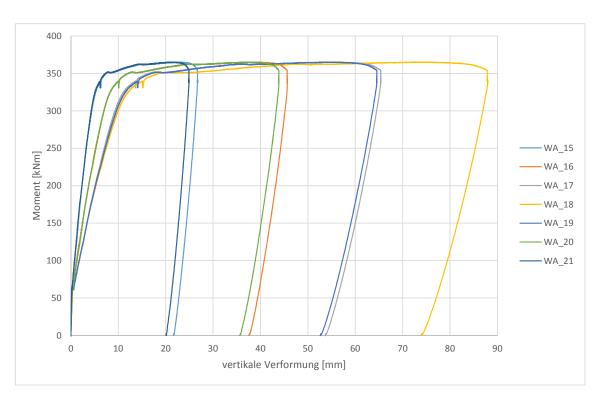


Abb. 7.56: Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 2-1

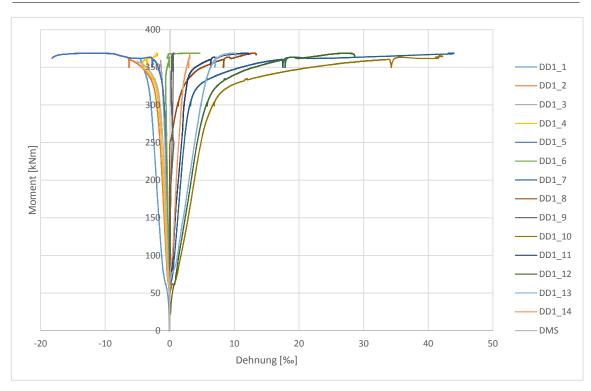


Abb. 7.57: Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 2-2

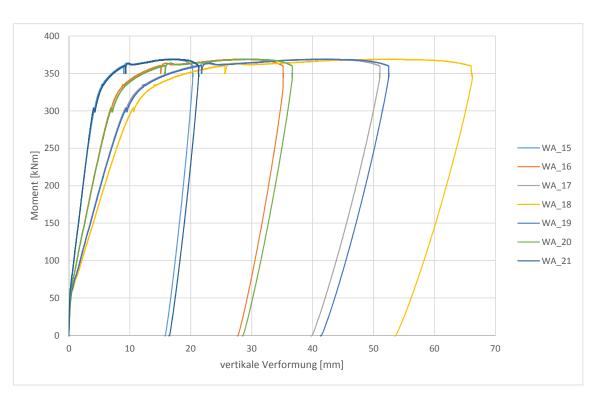


Abb. 7.58: Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 2-2

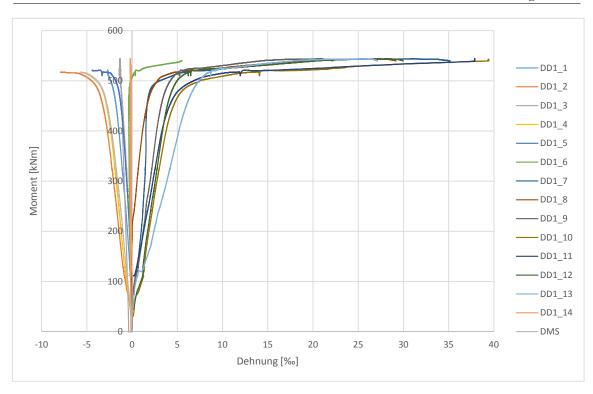


Abb. 7.59: Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 3-1

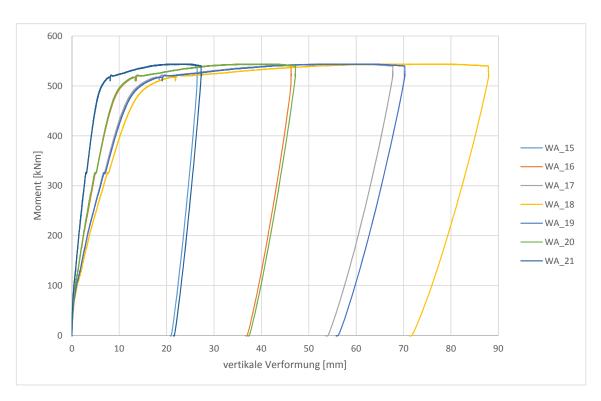


Abb. 7.60: Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 3-1

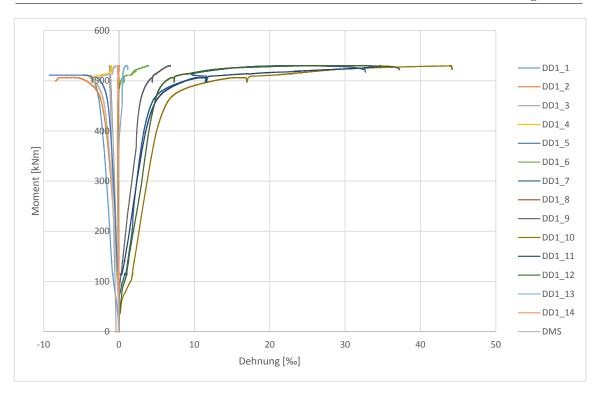


Abb. 7.61: Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 3-2

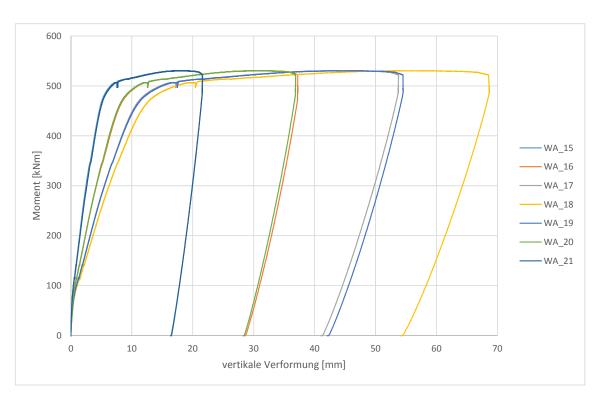


Abb. 7.62: Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 3-2

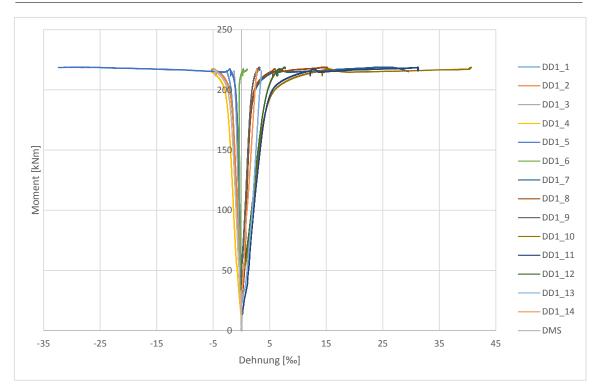


Abb. 7.63: Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 4-1

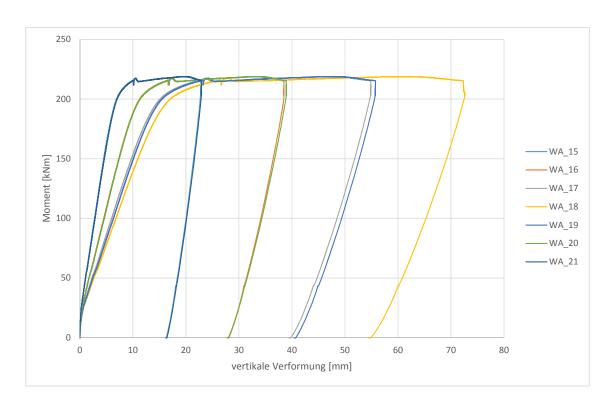


Abb. 7.64: Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 4-1

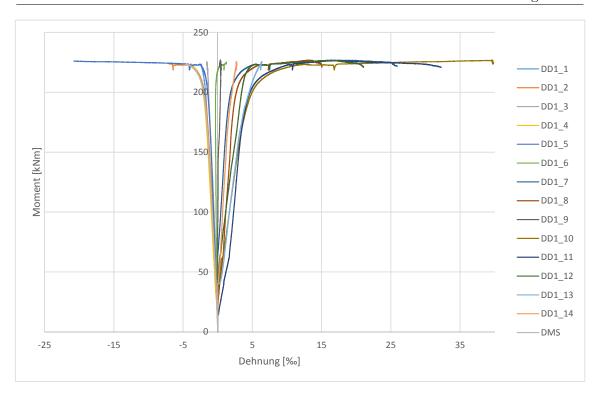


Abb. 7.65: Momenten-Dehnungs-Diagramm Versuch 4-2

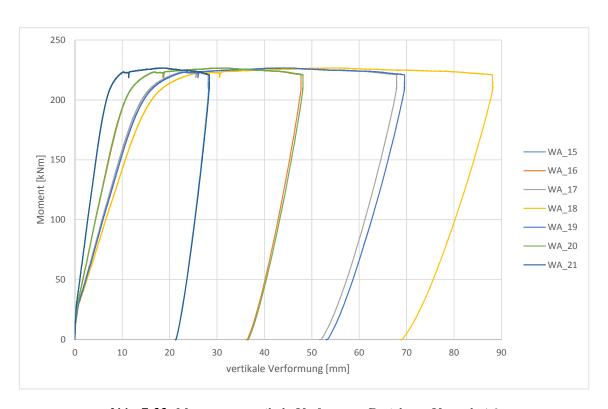


Abb. 7.66: Momenten-vertikale Verformung-Beziehung Versuch 4-2

Mitwirkung Beton und Fließmoment

Die nach dem in Kapitel 4.3.4 beschriebenen Verfahren ermittelten Fließmomente sind in Tab. 7.19 dargestellt.

Versuche	M_y [kNm]	$\varepsilon_{ m sm,y}$ [%]	$\varepsilon_{\mathbf{y}}$ [‰]	$\Delta \varepsilon_{\mathbf{s},\mathbf{y}} \ [\%_0]$
0-1	524,6	-	7,720	-
0-2	515,6	-	8,490	-
1-1	176,0	4,780	6,424	1,644
1-2	157,9	4,990	6,875	1,885
2-1	313,7	4,428	5,822	1,394
2-2	309,2	4,442	5,950	1,508
3-1	462,0	4,285	5,787	1,502
3-2	460,8	4,598	5,999	1,401
4-1	197,1	4,598	5,934	1,336
4-2	201,8	4,343	5,900	1,466

Tab. 7.19: Ermittlung von M_v Anhand der Versuche

Die in Kapitel 4.3.2 beschriebene Ermittlung der plastischen Länge ist in Tab. 7.20 für alle Versuchskörper ausgewertet.

Versuch	M_y [kNm]	M_u [kNm]	a [m]	v [m]	$l_{pl(ohne\ v)}\ [m]$	$l_{ m pl}~[{ m m}]$
0-1	524,57	541,53	0,0457	0,234	0,29	0,76
0-2	515,62	529,23	0,0375	0,234	0,28	0,74
1-1	175,97	195,20	0,1438	0,234	0,49	0,96
1-2	157,93	185,52	0,2171	0,234	0,63	1,10
2-1	313,67	351,97	0,1589	0,234	0,52	0,99
2-2	309,23	363,53	0,2181	0,234	0,64	1,10
3-1	462,03	521,44	0,1663	0,234	0,53	1,10
3-2	460,84	506,71	0,1322	0,234	0,46	0,93
4-1	197,09	217,42	0,1365	0,1575	0,47	0,79
4-2	201,80	222,90	0,1382	0,1575	0,48	0,79

Tab. 7.20: Ermittlung der plastischen Länge der Biegeversuche

7.2.2 Dehnungsmessungen für My und Mu

In Abb. 7.67 bis Abb. 7.76 sind die Messmarken für die Ermittlung der Dehnungen beim Fließmoment M_y und M_u dargestellt. Die Messmarken in magenta stellen die "Dehnungsmessung" für die Ermittlung der Dehnung bei M_u dar, die blauen Messmarken die für die Ermittlung der Dehnung bei M_y . Für die Bestimmung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen und dem Fließmoment M_y werden die Überlegungen von Kapitel 4.3.2 übernommen. Am wichtigsten hierbei ist, dass die Messmarken immer in der Mitte zwischen zwei Rissen aufgebracht werden und die aufgenommene Länge der Messmarken nicht größer als die plastische Länge ist. Die Messmarken für die Bestimmung der Dehnung bei M_u werden nach den Überlegungen von Kapitel 4.3.5 festgelegt. Beispielsweise ist die

Anordnung der Messmarken mit jeweils dem halben Rissabstand links und rechts vom Riss im Bereich der Lasteinleitung nicht immer möglich. Aus diesem Grund wird, wie beispielsweise in Abb. 7.69 auf Seite 156 zu erkennen ist, in solchen Fällen die Messmarke mit größtmöglichem Abstand vom Riss am Rand der Lasteinleitung gesetzt.

Da das aufgenommene Mercury-Feld der ersten beiden Versuche (0-1 und 0-2) nur über die halbe plastische Länge reicht, ist für die Auswertung dieser Versuche eine Adaptierung erforderlich. Für die Ermittlung der Dehnung bei M_y wurde die Dehnungsmessung mit dem Dehnungsmesser DD1-10 mit einer Dehnungsmessung M3 im Mercury erweitert. Über die jeweiligen gemessenen Dehnungen $\varepsilon_{\text{DD1-10}}$ und ε_{M3} und die bekannten Messlängen vor Versuchsbeginn $l_{0,\text{DD1-10}}$ und $l_{0,\text{M3}}$ kann die Längenänderung nach Glg. (7.2) und Glg. (7.3) bestimmt werden.

$$\Delta l_{DD1-10} = \varepsilon_{DD1-10} \cdot l_{0,DD1-10}$$
 (7.2)

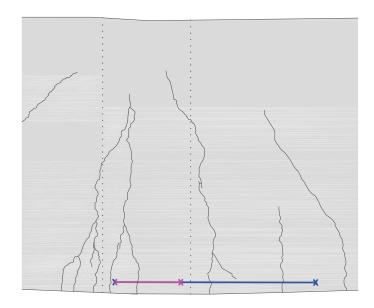
$$\Delta l_{M3} = \varepsilon_{M3} \cdot l_{0,M3} \tag{7.3}$$

Durch den Zusammenhang in Glg. (7.4) und Glg. (7.5) kann die Gesamtdehnung ε_{ges} ermittelt werden.

$$\Delta l_{\text{ges}} = \Delta l_{\text{DD}1-10} + \Delta l_{\text{M3}}$$
 $l_{0,\text{ges}} = l_{0,\text{DD}1-10} + l_{0,\text{M3}}$ (7.4)

$$\varepsilon_{\rm ges} = \frac{\Delta l_{\rm ges}}{l_{0,\rm ges}} \tag{7.5}$$

Mit dem in Kapitel 4.3.2 vorgestellten Verfahren kann diese Gesamtdehnung auf die Dehnung im Bereich mit konstantem Moment $\varepsilon_{1,\mathrm{ges}}$ umgerechnet werden. Mit dieser Dehnung wird die Mitwirkung des Betons und die Dehnung für die Ermittlung des Fließmomentes bestimmt. Für die Bestimmung der Dehnung bei M_u wird die Dehnungsmessung des DD1-10 verwendet, da dieser im Bereich des konstanten Momentes liegt.



 $\mbox{\bf Abb. 7.67:}$ Messmarken für die Dehnungsaufnahme vom Versuch $0\mbox{-}1$

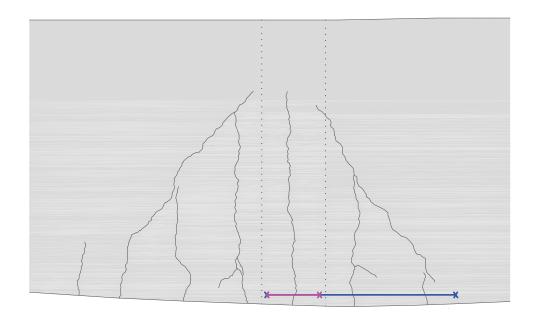


Abb. 7.68: Messmarken für die Dehnungsaufnahme vom Versuch 0-2

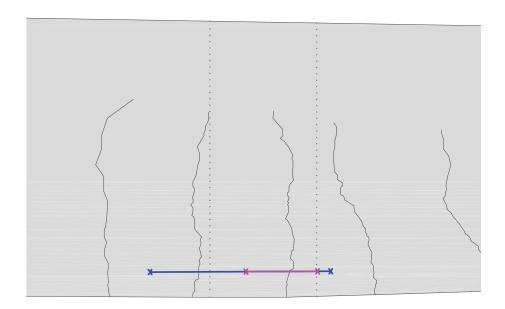
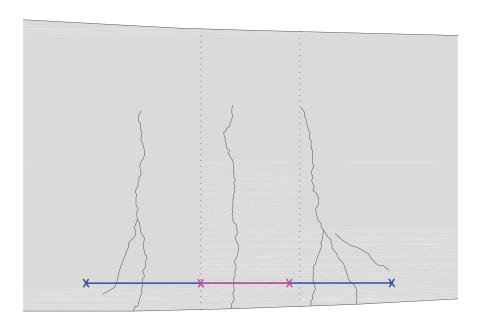


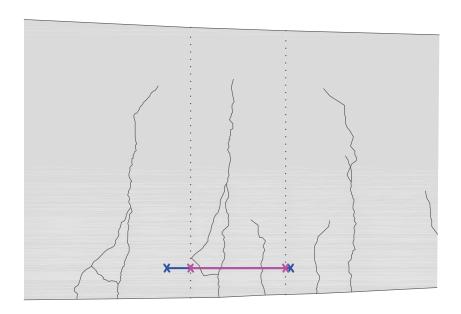
Abb. 7.69: Messmarken für die Dehnungsaufnahme vom Versuch 1-1



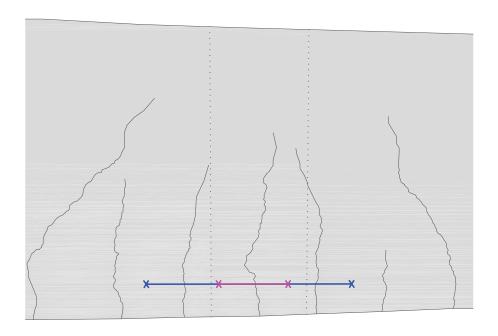
 ${\bf Abb.~7.70:}$ Messmarken für die Dehnungsaufnahme vom Versuch 1-2



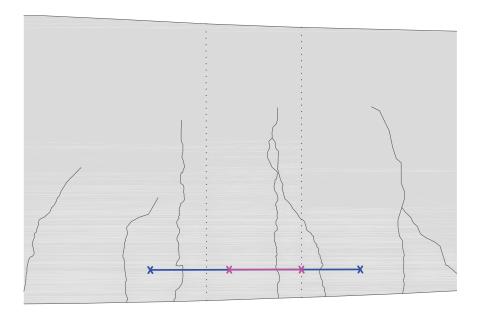
Abb. 7.71: Messmarken für die Dehnungsaufnahme vom Versuch 2-1



 $\mbox{\bf Abb. 7.72:}$ Messmarken für die Dehnungsaufnahme vom Versuch $2\mbox{-}2$



 $\mbox{\sc Abb.}$ 7.73: Messmarken für die Dehnungsaufnahme vom Versuch 3-1



 ${\bf Abb.~7.74:}$ Messmarken für die Dehnungsaufnahme vom Versuch 3-2

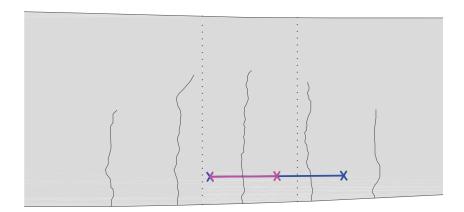


Abb. 7.75: Messmarken für die Dehnungsaufnahme vom Versuch 4-1

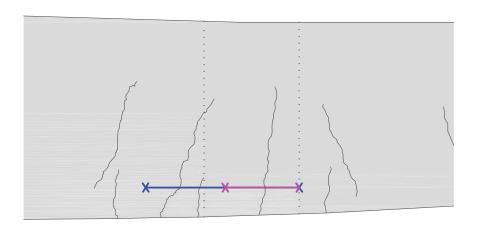


Abb. 7.76: Messmarken für die Dehnungsaufnahme vom Versuch 4-2

Literaturverzeichnis

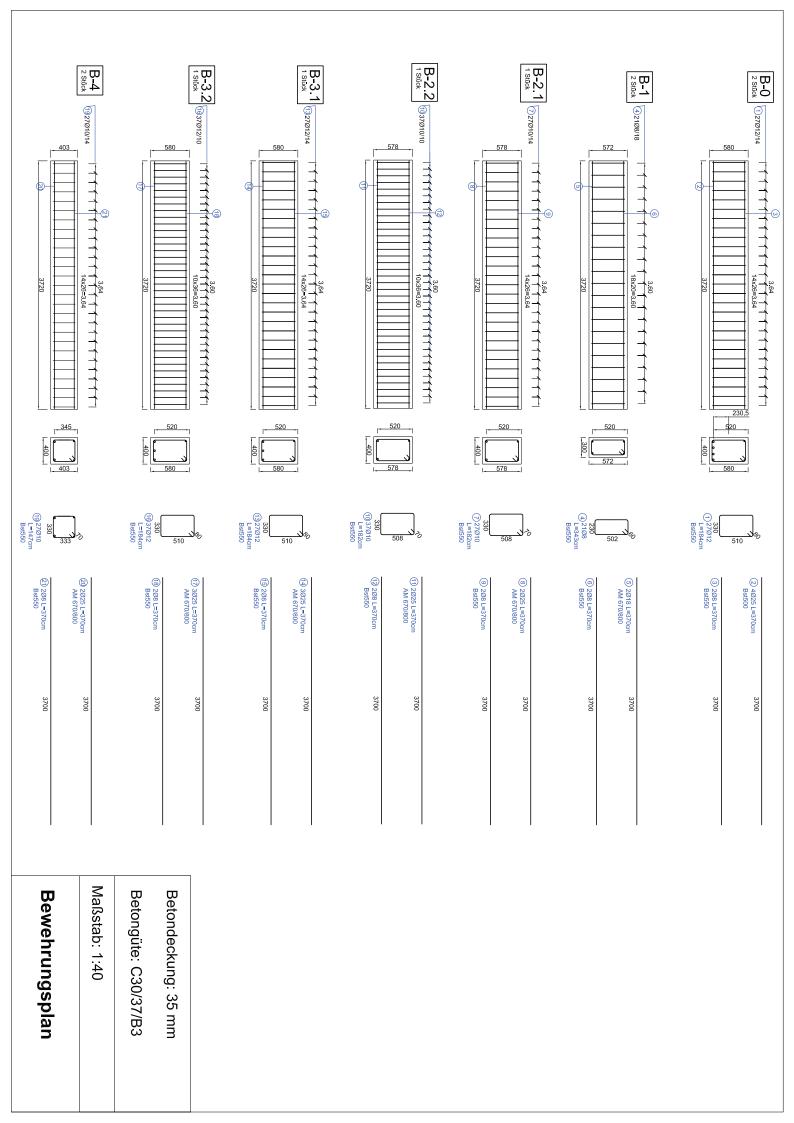
- [1] Annahütte, Stahlwerk: SAS 670/800 Grundlagen der hochfesten Bewehrungstechnik. Homepage Stahlwerk Annahütte/ Downloads/ Broschüren, 2016. – SAS Systems
- [2] BACHMANN; BENZ; FALKNER; GERRITZEN; WLODKOWSKI: Das neue Bewehrungssystem; Druckglieder mit hochfestem Betonstahl SAS 670/800, Teil II: Operturm Frankfurth-Anwendung. In: *Beton- und Stahlbetonbau* Heft 8 (2008), Nr. 103, S. 530–540. DOI: 10.1002/best.200800631
- [3] Bachmann, Hugo: Zur plasizitätstheoretischen Berechnung statisch unbestimmter Stahlbetonbalken. 1967. Bericht Nummer 13
- [4] BAUSCH, Siegfried: Experimentelle und rechnerische Untersuchungen zur Grenzverformungsfähigkeit von Stahlbetonbalken / Institut für Statik der Technischen Universität Braunschweig. 1984 (Band 42). Forschungsbericht. Hochschulschrift
- [5] Bautechnik, Deutches I.: Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Z-1.1-267, Hochfester Bewehrungsstahl SAS 670/800 mit Gewinderippen, Nenndurchmesser 18 bis 43mm. 2016
- [6] Bautechnik, Deutches I.: Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Z-1.5-268, Geschraubte Muffenverbindungen und Verankerungen von hochfestem Bewehrungsstahl SAS 670/800 mit Gewinderippen, Nenndurchmesser 18 bis 43mm. 2016
- [7] BAUTECHNIK Österreichisches Institut f.: ETA-13/0022-Fels- und Bodenanker System SAS mit Gewindestäben S 670, Durchmesser 18 bis 63.5mm. 2013
- [8] Bautechnik Österreichisches Institut f.: European technical approval ETA-13/0840, Hochfestes Bewehrungssystem SAS 670, Bausatz für STahlbetonbauteile unter Druckbeanspruchung. 2013
- [9] Bertero; Felippa: A Discussion on Ductility of Concrete. 1964
- [10] CEB-FIP: fib Model Code for Concrete Structures 2010. 2013
- [11] CHANDRASEKHAR; FALKNER: Influence oft the Width of Loading Plate on the Rotation Capacity of Reinforced Concrete Members / Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Canada. 1971 (No. 95). – Forschungsbericht. – Report
- [12] DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON: Erläuterungen zu DIN 1045-1, Heft 525. 2003
- [13] DIN-1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2008. Ausgabe: 2008-08
- [14] DIN-488-2: Betonstahl Teil 2: Betonstabstahl. Deutsches Institut für Normung, Berlin, 2009. Ausgabe: 2009-08

- [15] EIFLER; PLAUK: Drehfähigkeit plastischer Gelenke in biegebeanspruchten Stahlbetonkonstruktionen Teil A: Experimentelle Ermittlung der Drehfähigkeit plastischer Gelenke in biegebeanspruchten Stahlbetonbalken / Bundesanstalt für Materialprüfung Berlin. 1974 (Vh 221.2.221). Forschungsbericht. Bericht zum Forschungsvorhaben BAM
- [16] FALKNER; GERRITZEN; JUNGWIRTH; SPAROWITZ: Das neue Bewehrungssystem; Druckglieder mit hochfestem Betonstahl SAS 670/800. In: Beton- und Stahlbetonbau Heft 5 (2008), Nr. 103, S. 304–317. – DOI: 10.1002/best.200800614
- [17] FAVRE; KOPRNA: Deformation Due to a Shear Force. 1981. Bull. No.143, Paris
- [18] fib: Modelcode 2010. 2012. fib Bulletin No. 65, Final draft
- [19] FISCHER; KRAMP; PRIETZ; RÖSLER: Stahlbeton nach DIN 1045-1. Ernst und Sohn, 2003
- [20] Graubner, Carl-Alexander: Schnittgrößenverteilung in statisch unbestimmten Stahlbetonbalken unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Stoffgesetze Baustoffbedingte Abweichungen von elastizitätstheoretischen und plastizitätstheoretischen Lösungen, Technische Universität München, Diss., 1988
- [21] HILLERBORG, Arne: Rotational capacity of reinforced concrete beams. Nordic Concrete Research p. 121-134, 1988. issue 7
- [22] Illich, Günther W.: Ein Beitrag zur allgemeinen Beschreibung des Tragverhaltens von schlanken Betondruckgliedern, Institut für Betonbau, Technische Universität Graz, Diss., 2015
- [23] KÖNIG; POMMERNING; TUE: Nichlineares Last-Verformungs-verhalten von Stahlbetonund Spannbetonbauteilen, Verformungsvermögen und Schnittgrößenermittlung. Bd. Heft 492. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1999
- [24] KÖNIG, G.; Tue, N. V.: Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton sowie Kommentare, Hintergrundinformationen und Answendungsbeispiele zu den Regelungen nach DIN 1045, EC 2 und Model Code 90. 1996
- [25] KÖNIG, Gert; Tue, N. V.; Schenck, Gunter: Grundlagen des Stahlbetonbaus. Bd. 3. Auflage. Vieweg + Teubner Verlag, 2007
- [26] Krips, M.: Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton, Fachbereich Konstruktiver Ingenieurbau, TH Darmstadt, Diss., 1984
- [27] Langer, Peter: Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche im Stahlbetonbau. 1997
- [28] LEUTBECHER, Torsten: Rissbildung und Zugtragverhalten von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem Ultrahochfesten Beton (UHPC), Fachgebiet Massivbau, Fachbereich Bauingenieurwesen, Universität Kassel, Diss., 2007
- [29] Li, Longfei: Rotationsfähigkeit von plastischen Gelenken im Stahl- und Spannbetonbau. 1997
- [30] ÖNORM-B-1992-1-1: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Österreichisches Normungsinstitut, Wien, 2018. – Ausgabe: 2018-01-01

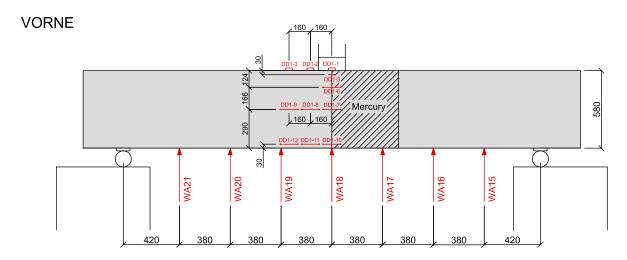
- [31] ÖNORM-B-4707: Bewehrungsstahl-Anforderungen, Klassifizierung und Prüfung. Österreichisches Normungsinstitut, Wien, 2017. Ausgabe: 2017-06-01
- [32] ÖNORM-EN-1992-1-1: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Österreichisches Normungsinstitut, Wien, 2015. – Ausgabe: 2015-02-15
- [33] OIB: ETA-11/0038-Mikropfahl System SAS mit Gewindestab S 670/800, Durchmesser 28 bis 63.5mm. 2013
- [34] RÖHLING, Stefan; MEICHSNER, Heinz: Rissbildungen im Stahlbetonbau Ursachen-Auswirkungen-Maßnahmen. Fraunhofer IRB Verlag, 2018
- [35] Scheerer, Silke; Proske, Dirk: Stahlbeton for Beginners, Grundlagen für die Bemessung und Konstruktion. Bd. 2. Auflage. Springer-Verlag, 2008
- [36] Scheibe; Hude; Hegger; Schoening: Hochfeste Bewehrung im Stahlbetonbau-Identifizierung von Anwendungsmöglichkeiten, Teil I: Entwicklung von Bemessungsgrundlagen und Ermittlung des wirtschaftlichen Einsparpotentials / Forschungsinitiative Bau. 2013 (ISBN 978-3-8167-9235-2). – Forschungsbericht. – Band F 2893
- [37] SIVIERO: Rotation Capacity of Monodimensional Members in Structural Concrete / Bulletin d'Information. 1976 (No.105). Forschungsbericht. CEB
- [38] SORETZ, S.: Über den Einfluss der Spannungs-Dehnungs-Linie des Bewehrungsstahls auf die Verformungsfähigkeit und die Tragfähigkeit von Stahlbetonbalken auf Biegung / TOR-ISTEG Steel Corporation Luxembourg. 1970 (Heft 68). Forschungsbericht. Betonstahl in Entwicklung
- [39] WECHTITSCH, Michael: GEWI-Stahl SAS 670 als Betonstahl, Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten unter Biegebeanspruchung, Technische Universität Graz, Diplomarbeit, 2006
- [40] ZILCH; ZEHETMAIER: Bemessung im konstruktiven Betonbau, nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2)]. Bd. 2., neu bearbeitete und erweiterte Auflage. Springer, 2009

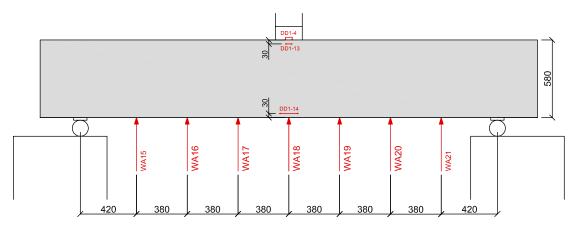
8 Anhang

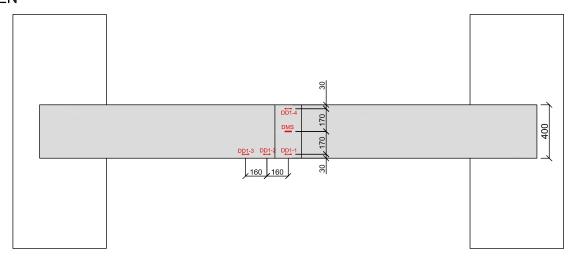
A	Bewehrungsplan	164
В	Messtechnik Biegebalken	
	Biegebalken b-0-1	165
	Biegebalken b-0-2	166
	Biegebalken b-1	167
	Biegebalken b-2	168
	Biegebalken b-3	169
	Biegebalken b-4	170



B-0-1

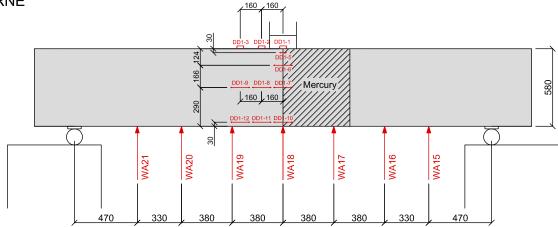


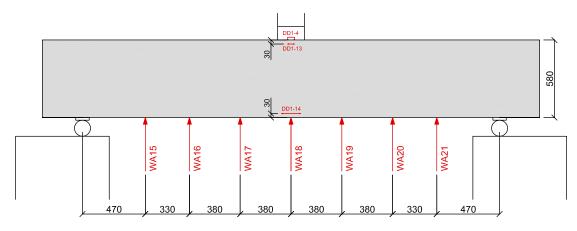


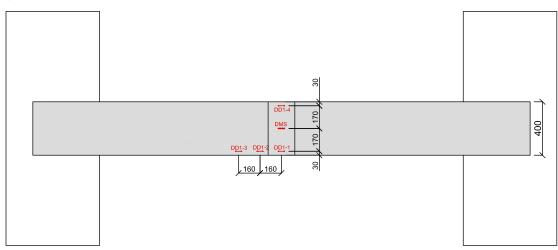


B-0-2

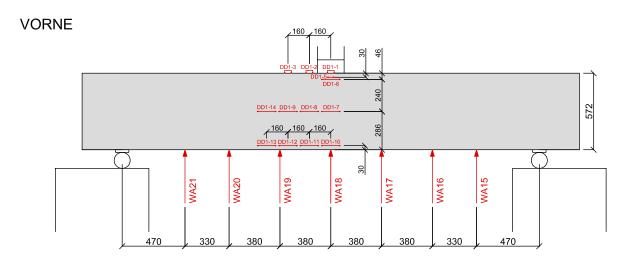


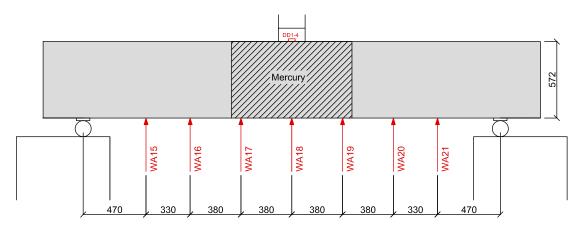


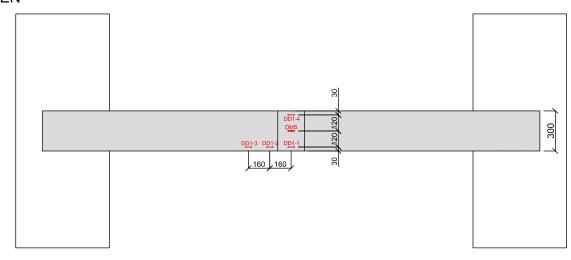




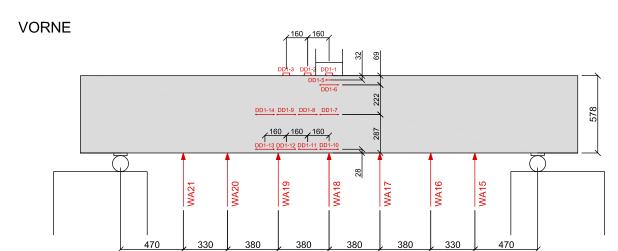
B-1

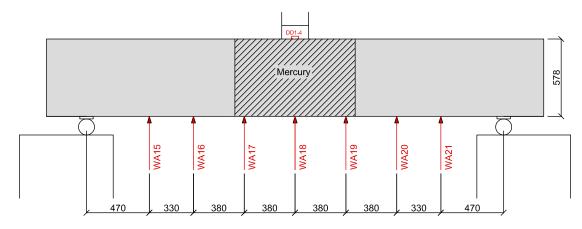


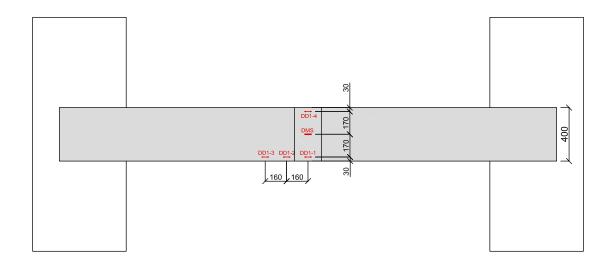




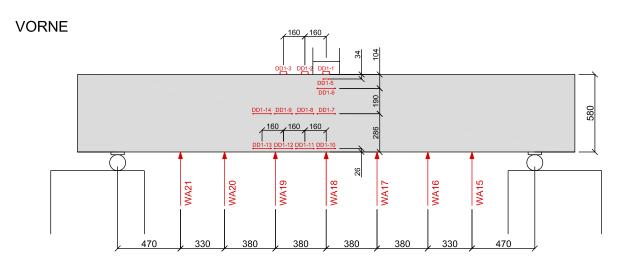
B-2

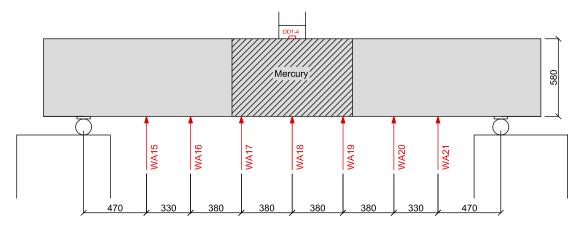


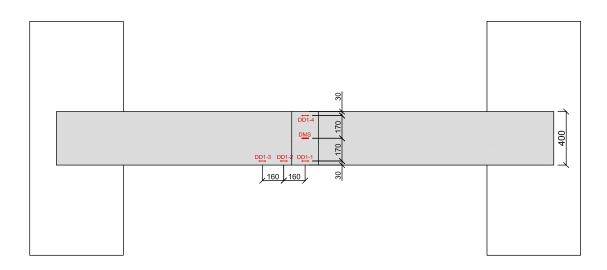




B-3

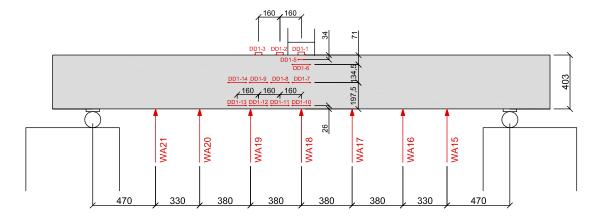






B-4

VORNE



HINTEN

