



Andreas Schrei, BSc

Clocking-Effekte bei einer Hochdruckstufe mit Purge-Flow

Masterarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Maschinenbau

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer:

Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Wolfgang Sanz



Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik

Vorstand: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Franz Heitmeir

Fakultät für Maschinenbau und Wirtschaftswissenschaften

Graz, Juni 2019

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

Affidavit

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.

Datum/Date

Unterschrift/Signature

Kurzfassung

Stichworte: Flugtriebwerk, Turbine, Clocking, CFD, Instationär

Für die Hochdruck-Turbine eines Flugtriebwerks mit einem anschließendem Turbinen-zwischengehäuse (*TCF*) wird eine instationäre Strömungssimulation mit dem hausinter-nen *CFD*-Löser *LINARS* durchgeführt. Zwischen den drei betrachteten Schaufelreihen (Hochdruck-Stator – Rotor – *Strut*/Stützschaufel des *TCF*) wird an der Innen- und Au- ßenseite jeweils eine ringförmige Kühlluftströmung berücksichtigt, wofür ein bestehendes Rechenetz entsprechend erweitert wird.

Durch eine phasengenaue Modellierung der beiden *Interface*-Bedingungen wird eine zeit- lich akkurate Übergabe der Strömungsparameter ohne Umfangsmittelung realisiert. Die Strömungsnachläufe des Hochdrucks-Stators werden zufolge der Rotorbewegung inter- mittierend durch den Rotor-Schaufelkanal zum *TCF* bzw. den *Struts* transportiert, wo sie in Kombination mit den an mehreren Stellen radial injizierten Kühlluftströmen als komplexes Wirbelsystem auf dessen ruhende Profil- bzw. Kanalwände treffen. In diesem Bereich werden damit unweigerlich Verluste hervorgerufen, welche die Gesamteffizienz der Hochdruckstufe negativ beeinflussen.

Eine gezielte Verdrehung des Hochdruck-Stators im Zuge des „*Stator-Clocking*“, mit welcher die relative Ausrichtung zwischen jenem Stator und den *Struts* geändert wird, führt aufgrund der geometrisch bedingten Ausbildung der Strömungsverhältnisse im Idealfall zu einer Minimierung der Verlustentstehung im *Strut*.

Es wird mittels einer Simulation für vier äquidistant festgelegte Stator-Positionen innerhalb einer Stator-Teilung untersucht, welche Wirbelstrukturen in Anbetracht der Effizienzbe- urteilung maßgebend sind. Die optimale Ausrichtung wird hierbei durch verschiedene Methoden (isentropen Totalwirkungsgrad, gesamter bzw. partieller Totaldruckverlust, Entropie-Ansatz) gefunden. Zum Zeitpunkt der Erstellung liegen für diese Fragestellung keine experimentell gestützten Messdaten vor, wodurch sich die aktuelle Untersuchung ausschließlich auf die durchgeführte Berechnung bezieht. Eine Validierung der Ergebnisse ist Aufgabe einer weiteren wissenschaftlichen Analyse.

Abstract

Keywords: Jet Engine, Turbine, Clocking, CFD, Unsteady

An unsteady flow simulation is carried out for a high-pressure stage and a succeeding *TCF* (Turbine Center Frame) in a turbine of a jet engine. In addition to the main flow, several purge flows between the adjacent blade rows are considered within the computational domain. Therefore, the original mesh geometry provided by an industrial partner is modified accordingly. The computation was performed with the in-house *CFD* solver *LINARS*. Phase-lag boundary conditions are applied to the domain interfaces to avoid any circumferential averaging.

The stator wakes which arise from boundary layers of the high-pressure vanes are periodically chopped by the rotor leading edges. After entering the blade channel the wakes are intermittently convected through the rotor passage where they interact with the purge flow and several vortices within the flow field. Inside the succeeding *TCF* the incoming stator wakes move downstream in almost axial direction until they partially impinge at the static struts. Due to viscous effects, an increase in specific entropy is observed in this area, which negatively influences the stage efficiency.

The objective of “stator-clocking“ is to achieve an efficiency optimization by modifying the relative location between the high-pressure vane and the *TCF* struts, what leads to different stator-stator interactions by altering the circumferential position of the incoming wakes in the strut cascade.

Based on time accurate as well as time averaged simulation results for four different circumferential positions of the high-pressure vane an efficiency analysis is shown. Also the observed vortices are reported in this study. An ideal clocking position is found by different methods (isentropic total efficiency, total pressure loss, entropy approach). Currently there is no measuring data available for the investigated cases. Therefore, all results are based only on the numerical investigation – a validation of the present results is subject of further scientific research.

Vorwort

Die vorliegende Masterarbeit wird zum Abschluss des Masterstudiums Maschinenbau (Kennzahl UF 066 445 in der Studienplan-Version 12 U) an der *Technischen Universität Graz* vorgelegt. Sie entstand am *Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik (ITTM)* im Rahmen einer laufenden Forschungsk Kooperation mit einem Industriepartner und wurde zwischen Juni 2018 und Mai 2019 bearbeitet. Eine Behandlung dieses Themas wurde mir vonseiten des wissenschaftlichen Betreuers am *ITTM* in der von ihm angebotenen Wahl-Lehrveranstaltung „*Computational Fluid Dynamics*“ im Wintersemester 2017/18 empfohlen.

An dieser Stelle möchte ich mich ganz herzlich bei meinem wissenschaftlichen Betreuer, Herrn **Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Wolfgang Sanz**, für die Möglichkeit, einen überaus interessanten Einblick in die Thematik der numerischen Strömungssimulation im Bereich der thermischen Turbomaschinen zu erhalten, bedanken. Seine durchwegs rasche und stets sehr kompetente Hilfestellung, sowie vor allem die großzügig eingeräumte Freiheit hinsichtlich der zeitlichen Einteilung führten zu einer guten Vereinbarkeit mit meiner bestehenden Teilzeit-Anstellung und sorgten bei der Ausführung der vorliegenden Arbeit für ein durchwegs angenehmes Arbeitsklima.

Für die Möglichkeit zur Nutzung von *HPC*-Ressourcen (*High Performance Computing*) auf zwei *Clustern*, sowie die rasche Unterstützung bei allfälligen Anliegen bedanke ich mich außerdem bei den Mitarbeitern des *Zentralen Informatikdienstes (ZID)* der *Technischen Universität Graz*.

Ein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern **Ingrid** und **Josef**, meiner Großmutter **Rosa** und nicht zuletzt meiner langjährigen Partnerin **Petra** – bei ihnen allen möchte ich mich aus tiefstem Herzen dafür bedanken, dass sie mich auf meinem Weg in und durch das Studium an der *Technischen Universität Graz* in vielerlei Hinsicht stets unterstützt und maßgeblich gefördert haben.

Graz, am 7. Juni 2019

Andreas Schrei

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	III
Abstract	IV
Vorwort	V
Nomenklatur	IX
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Moderne Turbinenentwicklung	3
1.2.1 Aktuelle Trends	3
1.2.1.1 Schnelllaufende Niederdruckturbinen	3
1.2.1.2 Erhöhung der Turbineneintrittstemperatur	4
1.2.1.3 Werkstoffe	4
1.2.2 Transsonische Turbinen	5
1.2.2.1 Vorgänge in der Schaufelpassage	5
1.3 <i>Clocking</i> in thermischen Turbomaschinen	7
1.3.1 Geometrische Bedingung	7
1.3.2 Anwendungsmöglichkeiten	8
1.3.3 Instationäre Optimierung	9
1.4 Turbinengeometrie	10
1.4.1 Originalzustand	10
1.4.2 Geometrische Modifikationen	11
1.4.2.1 Verrundung an Schaufelkopf und Schaufelfuß	11
1.4.2.2 Modellierung der <i>Cavities</i>	12
1.4.3 Bezeichnungskonvention der <i>Clocking</i> -Positionen	13
2 Grundlagen	14
2.1 Strömungsverhältnisse in der Turbine	14
2.1.1 Sekundärströmungen im Schaufelkanal	14
2.1.1.1 <i>Horse-Shoe-Vortex</i>	15
2.1.1.2 <i>Passage-Vortex</i>	16
2.1.1.3 <i>Wall-Vortex</i>	17
2.1.1.4 <i>Corner-Vortices</i>	17

2.1.1.5	<i>Trailing-Vortex-Sheet</i>	17
2.1.1.6	<i>Tip-Clearance-Vortex</i>	18
2.1.2	<i>Cavity-Strömung</i>	21
2.2	Grundgleichungen der Strömungsmechanik	22
2.2.1	Kontinuitätsgleichung	23
2.2.2	Impulsgleichung	23
2.2.2.1	STOKES'sches Spannungsgesetz	24
2.2.2.2	NAVIER-STOKES-Gleichung	25
2.2.3	Energiegleichung	26
2.2.4	Weitere Gleichungen	27
2.2.5	NAVIER-STOKES-Gleichungen	29
2.2.6	Dissipation	30
2.3	Turbulenz	31
2.3.1	REYNOLDS-Mittelung	32
2.3.2	FAVRE-Mittelung	33
2.3.3	FAVRE-Averaged-NAVIER-STOKES-Gleichungen (FANS)	34
2.4	Turbulenzmodellierung	35
2.4.1	Wirbelviskositätsmodelle	35
2.4.1.1	SPALART-ALLMARAS-Modell	37
2.4.1.2	<i>Shear-Stress-Transport-Modell</i> nach MENTER	37
3	Modellierung & Simulation	39
3.1	<i>Preprocessing</i>	39
3.1.1	Netzerstellung	39
3.1.1.1	Einlesen der Geometriedaten	40
3.1.1.2	Vernetzung des Schaufelkanals	41
3.1.1.3	Eigenschaften des Rechnernetzes	44
3.1.2	Fluid- & Modellparameter	45
3.1.3	Randbedingungen	45
3.1.3.1	Drehzahl	46
3.1.3.2	Ein- & Austrittsbedingungen	46
3.1.3.3	Begrenzungsflächen	47
3.1.3.4	<i>Mixing-Plane-Interface</i>	48
3.1.3.5	<i>Sliding-Mesh-Interface</i>	49
3.1.3.6	<i>Phase-Lag Boundary Condition</i>	49
3.1.3.7	Speicherplatzbedarf	51
3.1.4	Initialisierung	51
3.2	Berechnung	52
3.2.1	Diskretisierung der Erhaltungsgleichungen	52



3.2.2	Festlegung der Zeitschrittweite	52
3.2.3	Lösungsverfahren	53
3.2.3.1	NEWTON-Subiterationen	55
3.2.3.2	Parallelisierung	55
3.2.4	Hochlauf	56
3.2.5	Grenzschichtauflösung	57
3.2.6	Konvergenzkriterien	58
3.3	<i>Postprocessing</i>	61
3.3.1	Ergebnisgrößen	61
3.3.2	Abgeleitete Größen	62
3.3.3	Berechnung des isentropen Wirkungsgrades	64
3.3.4	Entropie-Ansatz zur Bestimmung der Teilwirkungsgrade	65
4	Ergebnisse	66
4.1	Zeitlich gemittelte Lösung	67
4.1.1	Strömung vor dem Rotor	68
4.1.2	Strömung nach dem Rotor	72
4.1.3	Strömung im <i>Strut</i>	75
4.1.4	Isentroper Totalwirkungsgrad	82
4.1.5	Totaldruckverlust im <i>Strut</i>	84
4.1.6	Berechnung der Teilwirkungsgrade mit dem Entropie-Ansatz	85
4.2	Instationäre Lösung	86
4.2.1	Profilschnitte	87
4.2.2	Achsnormalschnitte	100
5	Diskussion	116
5.1	Zusammenfassung	116
5.2	Ausblick	119
	Abbildungsverzeichnis	121
	Tabellenverzeichnis	122
	Literaturverzeichnis	123
	Anhang	i

Nomenklatur

Abkürzungen im Fließtext

Kürzel	Bedeutung
<i>ADI</i>	<i>Alternating Direction Implicit</i>
<i>CAH</i>	<i>Cavity After Rotor at Hub</i>
<i>CAS</i>	<i>Cavity After Rotor at Shroud</i>
<i>CBH</i>	<i>Cavity Before Rotor at Hub</i>
<i>CBS</i>	<i>Cavity Before Rotor at Shroud</i>
<i>CFD</i>	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
<i>CIV</i>	<i>Cavity-Induced-Vortex</i>
<i>CP</i>	<i>Clocking Position</i>
<i>CPU</i>	<i>Central Processing Unit</i>
<i>CSV</i>	<i>Concentrated-Shed-Vortex</i>
<i>DNS</i>	<i>Direct Numerical Simulation</i>
<i>FANS</i>	<i>FAVRE-Averaged-NAVIER-STOKES</i>
<i>FVM</i>	<i>Finite-Volumen Methode</i>
<i>HP</i>	<i>High Pressure</i>
<i>HPC</i>	<i>High Performance Computing</i>
<i>ITTM</i>	<i>Institut für Thermische Turbomaschinen und Maschinendynamik</i>
<i>LES</i>	<i>Large Eddy Simulation</i>
<i>LP</i>	<i>Low Pressure</i>
<i>MUSCL</i>	<i>Monotonic Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws</i>
<i>PLBC</i>	<i>Phase-Lag Boundary Conditions</i>
<i>PS</i>	<i>Pressure Side</i>
<i>PSV</i>	<i>Pressure-Leg Horse-Shoe-Vortex</i>
<i>PV</i>	<i>Passage-Vortex</i>
<i>RANS</i>	<i>REYNOLDS-Averaged-NAVIER-STOKES</i>
<i>SA</i>	<i>SPALART-ALLMARAS-Modell</i>
<i>SS</i>	<i>Suction Side</i>
<i>SST</i>	<i>Shear-Stress-Transport-Modell (MENTER)</i>
<i>SSV</i>	<i>Suction-Leg Horse-Shoe-Vortex</i>
<i>SV</i>	<i>Scraping-Vortex</i>
<i>TCF</i>	<i>Turbine Center Frame</i>

Kürzel	Bedeutung
<i>TLV</i>	<i>Tip-Leakage-Vortex</i>
<i>TTM</i>	Thermische Turbomaschinen
<i>TVD</i>	<i>Total-Variation-Diminishing</i>
<i>TVS</i>	<i>Trailing-Vortex-Sheet</i>
<i>WV</i>	<i>Wall-Vortex</i>
<i>ZID</i>	<i>Zentraler Informatikdienst</i>

Lateinische Formelzeichen

Zeichen	Bedeutung	SI-Einheit
a	Ausbreitungsgeschwindigkeit kleiner Störungen	[m/s]
\vec{a}	Beschleunigung	[m/s ²]
C	SUTHERLAND-Konstante	[K]
CFL	COURANT-FRIEDRICHS-LEVY-Zahl	[-]
C_μ	Konstante im k - ε -Modell	[-]
c_p	Spezifische isobare Wärmekapazität	[J/(kg K)]
c_v	Spezifische isochore Wärmekapazität	[J/(kg K)]
\mathcal{D}	Dissipationsfunktion	[1/s ²]
\tilde{E}	Turbulente Gesamtenergie	[J/kg]
e	Spezifische innere Energie	[J/kg]
e_t	Spezifische innere Totalenergie	[J/kg]
ϵ_t	Turbulente spezifische Gesamtenergie	[J/kg]
\vec{F}	Kraft	[N]
f	Allgemeine Funktion	[...]
f_{BP}	<i>Blade-Passing-Frequenz</i>	[1/s]
\vec{f}^B, f_i^B	Volumenbezogene Kraft	[m/s ²]
\dot{H}_t	Totalenthalpiestrom	[W]
i, j, k	Koordinatenindex	[-]
k	Turbulente kinetische Energie	[J/kg]
L'	Charakteristische Länge	[m]
l_{Tu}	Integrale turbulente Längenskala (LINARS)	[m]
m	Masse	[kg]
M_{Def}	Massendefekt	[%]

Zeichen	Bedeutung	SI-Einheit
\dot{m}_i	Massenstrom	[kg/s]
Ma	MACH-Zahl	[-]
n	Rotordrehzahl	[1/min]
\vec{n}	Normaleneinheitsvektor auf Fläche	[-]
P	Produktionsterm für turbulente kinetische Energie	[W/m ³]
p	Statischer Druck	[Pa]
p_{Bez}	Bezugsdruck	[Pa]
Pr	PRANDTL-Zahl	[-]
Pr_t	Turbulente PRANDTL-Zahl	[-]
p_t	Total- bzw. Staudruck	[Pa]
p_{t,\dot{m}_i}	Massengewichteter Totaldruck	[Pa]
\dot{q}	Spezifische innere Wärmequelle/-senke	[W/kg]
\vec{q}, \dot{q}_i	Wärmestromdichte	[W/m ²]
$\dot{q}_{i,t}$	Turbulente Wärmestromdichte	[W/m ²]
R	Gaskonstante	[J/(kg K)]
Re	REYNOLDS-Zahl	[-]
s	Spezifische Entropie	[J/(kg K)]
t	Zeit	[s]
t^*	Dimensionslose Zeit	[-]
t_{BP}	<i>Blade-Passing</i> -Periodendauer	[s]
T	Temperatur	[K]
T_0	Referenztemperatur im SUTHERLAND-Modell	[K]
T_{Bez}	Bezugstemperatur	[K]
T_t	Totaltemperatur	[K]
T_{t,\dot{m}_i}	Massengewichtete Totaltemperatur	[K]
Tu	Turbulenz-Intensität (LINARS)	[%]
U'	Charakteristische Geschwindigkeit	[m/s]
u_i, u, v, w	Geschwindigkeitskomponente im kartesischen System	[m/s]
\vec{v}	Geschwindigkeit im Absolutsystem	[m/s]
v_{rad}	Radiale Geschwindigkeitskomponente	[m/s]
\vec{v}_{rel}	Geschwindigkeit im Relativsystem	[m/s]
v_{tan}	Tangentiale Geschwindigkeitskomponente	[m/s]
x_i, x, y, z	Koordinatenwert im kartesischen System	[m]
y^+	Dimensionsloser Wandabstand	[-]
z_S, z_R	Schaufelzahl des Stators/Rotors	[-]

Griechische Formelzeichen

Zeichen	Bedeutung	SI-Einheit
α_P	<i>Pitch</i> -Winkel (radial)	[°]
α_Y	<i>Yaw</i> -Winkel (tangential)	[°]
δ_{ij}	KRONECKER-Symbol	[-]
Δs_{ij}	Spezifische Entropiedifferenz	[J/(kg K)]
Δt	Zeitdifferenz, zeitliche Iterationsschrittweite	[s]
$\Delta \eta_i$	Wirkungsgradminderung in Abschnitt i (Entropie-Ansatz)	[%]
ε	Turbulente Dissipation	[W/kg]
$\eta_s, \Delta \eta_s$	Isentroper Totalwirkungsgrad bzw. -differenz	[%]
$\eta_{s,red}$	Isentroper Totalwirkungsgrad (ohne Kühlluftströme)	[%]
κ	Isentropenexponent	[-]
λ	Wärmeleitfähigkeit	[W/(m K)]
λ_S	Zusatzparameter im STOKES-Modell	[Pa s]
λ_t	Turbulente Wärmeleitfähigkeit	[W/(m K)]
μ	Dynamische Scherviskosität	[Pa s]
$\tilde{\mu}$	SPALART-ALLMARAS-Variable	[Pa s]
μ_0	Referenzviskosität im SUTHERLAND-Modell	[Pa s]
μ_t	Wirbelviskosität bzw. turbulente Viskosität	[Pa s]
ν	Kinematische Viskosität	[m ² /s]
ρ	Massendichte	[kg/m ³]
σ	Konstante im SPALART-ALLMARAS-Modell	[-]
σ_k	Modellkonstante für turbulente kinetische Energie	[-]
τ_{ij}	Viskose Spannung	[N/m ²]
Φ, Ψ	Beliebige zeitabhängige Feldgröße für Mittelung	[...]
$\varphi, \Delta \varphi$	Rotationswinkel bzw. -differenz	[°]
χ	Variable im SPALART-ALLMARAS-Modell	[-]
Ω	Winkelgeschwindigkeit	[1/s]
ω	Spezifische Dissipationsrate	[1/s]
$\vec{\omega}$	Wirbelstärke (<i>Vorticity</i>)	[1/s]
$\vec{\omega}_{sw}$	Wirbelstärke in Strömungsrichtung (<i>Streamwise Vorticity</i>)	[1/s]

1 Einleitung

In diesem Abschnitt soll die grundsätzliche Motivation zur Durchführung der vorliegenden Arbeit dargelegt und eine Einleitung in die konkrete Thematik gegeben werden. Die weiteren Kapitel beschäftigen sich anschließend mit den grundlegenden theoretischen Hintergründen (Kapitel 2), sowie der praktischen Umsetzung im Sinne der primären Fragestellung. Abschließend werden die Ergebnisse dokumentiert und in Anbetracht der aufgetretenen Effekte diskutiert.

1.1 Motivation

Das Streben nach immer höheren Wirkungsgraden spielt insbesondere bei Flugtriebwerken eine wesentliche Rolle in der aerodynamischen Auslegung. Neben dem wirtschaftlichen Druck vonseiten der konkurrierenden Unternehmen, welchem mit möglichst geringen Entwicklungs-, Herstellungs- und vor allem Betriebskosten bei weitgehend reduzierten Wartungs- und Reparaturaufwänden entgegnet wird, sind es zunehmend gesetzliche Vorgaben, die eine weitere Optimierung der Triebwerke hinsichtlich ihres spezifischen Kraftstoffverbrauchs, sowie ihrer Lärm- und Schadstoffemissionen einfordern [4].

Durch die steigende Verfügbarkeit großer Rechenleistungen im Bereich der numerischen Simulation von Strömungen konnte in den vergangenen Jahren bzw. Jahrzehnten eine immer umfassendere Auslegung thermischer Maschinen vorangetrieben werden [22]. Diese ist notwendig, um die auftretenden aerodynamischen Effekte – insbesondere jene von instationärer Natur – in einer Turbomaschine besser verstehen zu können, um so bereits möglichst früh in der Entwicklungsphase – idealerweise am virtuellen Simulationsmodell abseits von Hardware-Komponenten und Prüfständen – die gewünschte Effizienzsteigerung zu erzielen, bei welcher die gegebenen physikalischen Grenzen ausgelotet und damit das Potenzial der verfügbaren Werkstoffe maximal genutzt werden kann [4].

Durch steigende Druckverhältnisse und höhere Temperaturniveaus, welche in der Folge zu kompakteren und leichteren Maschinen hoher Effizienz führen, wurde unter anderem die Entwicklung *transsonischer*¹ Turbinen unabdingbar [4, 22]. Diese erlauben eine kompaktere Bauform mit weniger Stufen als konventionelle *subsonische* Turbinen gleicher Leistung,

¹Von einer *transsonischen* Turbinenstufe ist in der Aerodynamik dann die Rede, wenn das kompressible Fluid im Unterschallbereich, d.h. unterkritisch oder *subsonisch* zuströmt und im Überschallbereich – analog überkritisch oder *supersonisch* – abströmt [4].

erfordern damit aber zugleich eine hohe Drehzahl der Niederdruckturbinen, was wiederum die Fliehkraftbelastung ansteigen lässt und damit die möglichen Schaufelabmessungen beschränkt. Durch die hierin implizit geforderte kompakte Bauform mit kurzen Schaufeln wird allerdings die aerodynamische Belastung der einzelnen Schaufelprofile erhöht, was sich in der Folge bei der Werkstoffwahl, sowie der Auswahl eines geeigneten Kühlkonzepts kostenintensiv niederschlägt [4]. Neben der allgemeinen Forderung nach möglichst geringen Entwicklungs- und Betriebskosten muss also – wie auch in jedem anderen Bereich der Technik – eine Kompromisslösung für diese vielfältige Problemstellung gefunden werden.

Um den Wirkungsgrad von modernen transsonischen Turbinen nun weiter zu verbessern, bedient man sich eines sogenannten *instationären Optimierungsverfahrens*, wie es im weiteren Sinne im Rahmen der vorliegenden Arbeit zur Anwendung kommt. Hierin sind jegliche Optimierungsschritte zusammengefasst, welche sich anhand einer numerischen Strömungssimulation innerhalb einer zeitabhängigen bzw. *transienten* Domäne durchführen lassen. Diese Arbeit beschränkt sich auf den Bereich von der Hochdruckturbinen des Triebwerks, welche sich unmittelbar hinter der Brennkammer befindet, bis zum Turbinenzwischengehäuse (*Turbine Center Frame – TCF*) am Übergang zur Niederdruckturbinen. Letzteres beinhaltet die die sogenannten *Struts*, mit denen die Abstützung der Triebwerkswelle sichergestellt wird.

Nach BRÄUNLING [4, S. 1237] können sich durch eine gezielte Abstimmung der Phasenlage von Nachläufen hintereinanderliegender Gitterreihen die Stufenwirkungsgrade um bis zu $\pm 0,5\%$ ändern. Andere Studien, wie jene von GRIFFIN ET AL. [9] oder auch REINMÖLLER ET AL. [20], prognostizieren noch höhere Werte bis $0,8\%$, wobei letztere auf der experimentellen Seite gar einen Wert von 1% erreichen konnten. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist nun, diesen so genannten *Clocking*-Effekt anhand einer vom Industriepartner zur Verfügung gestellten Turbinengeometrie mittels dreidimensionaler, numerischer Strömungsmechanik (*Computational Fluid Dynamics – CFD*) im Rahmen einer *instationären* Berechnung näher zu untersuchen. Besonderes Augenmerk soll hierbei auf die zu erreichenden Wirkungsgrade bei einer Variation der relativen Ausrichtung zweier Statoren zueinander und dessen Einfluss auf die sich stromabwärts ausbildende Strömung im zweiten Stator, d.h. die Vorgänge im *TCF*, gelegt werden. Daneben wird eine zusätzliche Einbringung von vier Kühlluftströmen berücksichtigt, bei denen ein aus dem Verdichter entnommenes, kühleres Medium von innen und außen dem Hauptstrom im Ringkanal durch die axialen Spalten (*Cavities*) zwischen dem Rotor und den beiden Statoren zugeführt wird, um die thermische Belastung der Wellen- und Gehäuseteile zu reduzieren. Der Zustand dieser Kühlluft ist hierbei durch einen vom Hauptmassenstrom abhängigen Massendurchsatz, sowie die Totaltemperatur am jeweiligen Eintritt festgelegt.

1.2 Moderne Turbinenentwicklung

Nach einer kurzen allgemeinen Einführung in den momentanen Entwicklungsstand bzw. in einige der derzeit vorherrschenden Trends in der Turbinenentwicklung soll eine Abgrenzung und genauere Erläuterung der Begriffe *Clocking* bzw. *Indexing*, sowie die Beschreibung der zugrundeliegenden Geometrie erfolgen, bevor sich das nächste Kapitel mit den Grundlagen der numerischen Berechnung befasst. Für tiefergehende Ausführungen bezüglich der detaillierten Auslegung von thermischen Maschinen, welche den Rahmen dieser Arbeit um ein Vielfaches sprengen würden, sei auf zahlreiche Werke der einschlägigen Fachliteratur verwiesen.

Die Auslegung von Turbinen für Flugzeugtriebwerke unterscheidet sich in einigen Punkten wesentlich von jener der Verdichterstufen. In Turbinen treten prinzipiell höhere Fluidtemperaturen auf, was bei modernen Triebwerken in den vergangenen Jahren zu einer standardmäßigen Anwendung gekühlter Beschaukelungen mit komplexen Geometrien, welche von einem kühleren, aus dem Verdichter abgezapften Medium gespeist werden, geführt hat. Diese Technologie verhalf den Entwicklungsabteilungen zu einer Anhebung des ertragbaren Temperaturniveaus unter Verwendung der verfügbaren Werkstoffe, womit bei gleichbleibender Lebensdauer eine signifikante Effizienzsteigerung erzielt werden konnte [4]. Daneben besteht ein wesentlicher Unterschied darin, dass bei der Durchströmung einer Turbine neben dem Totaldruck auch der statische Druck abnimmt, wodurch die Grenzschichten im Strömungsgebiet hinsichtlich ihrer räumlichen Ausdehnung generell klein bleiben und damit die aerodynamische Auslegung bezüglich der viskosen Einflüsse im Vergleich zu Verdichtern weniger problematisch ist [4].

1.2.1 Aktuelle Trends

1.2.1.1 Schnelllaufende Niederdruckturbinen

Im vorangehenden Abschnitt 1.1 wurde bereits auf den derzeit vorherrschenden Trend hingewiesen, Flugtriebwerke mit einer Niederdruckturbinen hoher Drehzahl und damit wenigen Stufen auszustatten. Auf der anderen Seite werden für einen hohen Vortriebswirkungsgrad, sowie einer verminderten Lärmemission ein hohes *Bypassverhältnis* bzw. ein großer Durchmesser des *Fans* gefordert. Damit die Fandrehzahl festigkeitsbedingt möglichst gering bleibt, muss die den Fan antreibende Niederdruckturbinen entweder mit vielen Stufen – und damit einer großen axialen Baulänge bei entsprechend erhöhtem Gewicht – ausgeführt sein oder es besteht die Notwendigkeit eines sogenannten *Getriebefans*, d.h. die Niederdruckturbinen und der Fan werden zur Reduktion der Fandrehzahl über ein

Planetengetriebe gekoppelt. Letzteres ermöglicht neben einem hohen Bypassverhältnis den Einsatz von Niederdruckturbinen mit reduzierten Stufen- und Schaufelzahlen, was kostenseitig wiederum einen geringeren Aufwand für Herstellung und Wartung bedeutet [4]. Daneben kann durch höhere Druckverhältnisse unter transsonischen Bedingungen eine Reduktion der Turbinenstufen erfolgen, sodass bei ganzheitlicher Betrachtung des Triebwerks eine gesteigerte Effizienz festgestellt werden kann [4, 22].

Nachteilig wirkt sich hierbei jedoch das Risiko einer Überlastung der Schaufelprofile aus, welches zum einen aus der höheren aerodynamischen, sowie zum anderen aus der erhöhten Fliehkraftbelastung resultiert. Darin begründet liegt der zunehmende Entwicklungs- und Herstellungsaufwand moderner Schaufelgeometrien: neben „exotischen“ und damit sehr teuren Werkstoffen, die oft als Einkristalle gezüchtet werden, sowie den fertigungstechnisch schwer handhabbaren keramischen Beschichtungen bei gleichzeitiger Ausführung von komplexen dreidimensional verlaufenden Kühlkanälen mit möglichst geringem Kühlluftbedarf stellt die transiente Berechnung nur einen weiteren Aspekt dar [4]. BRÄUNLING gibt zudem an, dass sich die Entwicklungszeit von Turbinen trotz ihrer zunehmenden Komplexität und des rechnerischen Mehraufwandes auf eine Zeitspanne von etwa 30 Monaten beläuft und prognostiziert, dass sich diese Periode in Zukunft noch weiter verringern werde.

1.2.1.2 Erhöhung der Turbineneintrittstemperatur

Durch die Anhebung der Eintrittstemperatur bei gleichzeitig verlängerter Lebensdauer wird in zunehmendem Maß eine Schaufelkühlung der ersten Niederdruckturbinen notwendig, was bei früheren Entwicklungen ausschließlich auf den Hochdruckteil beschränkt war – Beispiele hierfür sind die Triebwerksserien *PW4000* (BOEING B777) und *PW6000* (AIRBUS A318) des US-Herstellers PRATT & WHITNEY [4]. Die höhere Turbineneintrittstemperatur ermöglicht eine Anhebung des Gesamtdruckverhältnisses, jedoch ist diese aufgrund der rapide ansteigenden NO_x -Emissionen bei Verbrennungstemperaturen ab 1900 K nach oben beschränkt [4].

1.2.1.3 Werkstoffe

Warmfestigkeit und Oxidationsbeständigkeit zählen mitunter zu den wichtigsten Anforderungen an Turbinenwerkstoffe. Einkristalle aus Nickelbasislegierungen sind Stand der Technik, wobei als Oxidationsschutz z.B. Beschichtungen auf Basis von Platin-Aluminiden (PtAl) eingesetzt werden; im Bereich der Niederdruckturbinen werden zunehmend leichtere Werkstoffe wie Gamma-Titan-Aluminide (γ -TiAl) eingesetzt, welche sich durch eine ähnliche Warmfestigkeit bei nur etwa der halben Dichte auszeichnen, allerdings sind jene

aufgrund der Anfälligkeit für Oberflächenoxidation bei Temperaturen über 1025 K für den Hochdruckteil nicht geeignet [4].

Neben den klassischen Nickel- und Titanlegierungen – welche in der Vergangenheit ein hohes Maß an Perfektion erreicht haben – und den intermetallischen Werkstoffen (z.B. Titan-Aluminide) gelangen zunehmend auch faserverstärkte Verbundwerkstoffe mit metallischer, keramischer oder Polymer-Matrix in den Fokus der Betrachtungen. Diese zeichnen sich durch eine hohe spezifische Festigkeit (Zugfestigkeit durch Massendichte) bei relativ geringen Kosten und der Möglichkeit, sehr komplexe Formen zu realisieren, aus. Begrenzende Faktoren sind jedoch die Einsatztemperatur von unter 200 °C und die erhöhte Anfälligkeit hinsichtlich Vogelschlag – die Erosionsbeständigkeit kann z.B. durch Ti-Einlagen an den Eintrittskanten erhöht werden [4].

1.2.2 Transsonische Turbinen

Mit dem Ziel der Reduktion von Gewicht, Komplexität und auch der Anforderungen an das Kühlsystem werden im modernen Turbinenbau zunehmend voll oder teilweise transsonisch durchströmte Turbinen eingesetzt, um so die Wirtschaftlichkeit der Triebwerke weiter zu optimieren. Als unerwünschter Nebeneffekt dieser supersonischen Abströmung treten jedoch unweigerlich Verdichtungsstöße auf, welche mit der saugseitigen Grenzschicht interagieren und so in jedem Fall zu höheren Verlusten führen. Für zahlreiche Anwendungen kann eine transsonisch durchströmte Turbine dennoch vorteilhaft sein, weil hierdurch eine Erhöhung der spezifischen Arbeit möglich wird. Als gegebene Grenze steht – unabhängig davon, ob es sich um einen Verdichter oder eine Turbine handelt – die maximale Umfangsgeschwindigkeit, welche sich festigkeitsbedingt aus der Fliehkraftbelastung, sowie vonseiten der Aerodynamik ergibt [4].

1.2.2.1 Vorgänge in der Schaufelpassage

Die nachfolgenden Beschreibungen anhand einer einfachen, aerodynamisch hoch belasteten *Kaskade* dienen dem besseren Verständnis jener Phänomene, die bei einer Erhöhung der Last bzw. des Massendurchsatzes bei kompressiblen Strömungen unweigerlich – meist im hinteren Teil der Beschaukelung – auftreten (vgl. Abbildung 1.1).

Der Verlauf des Kanalquerschnitts der Schaufelpassage ändert sich wie bei einer *konvergent-divergenten* Düse, bei der unter Voraussetzung konstanter Zuströmbedingungen (z.B. Totaldruck p_t und Totaltemperatur T_t) im engsten Querschnitt die größtmögliche Massenstromdichte erreicht wird, wodurch in der Regel bereits im ersten Leitrad nach der

Brennkammer ein *Sperren der Turbine* stattfindet und in der Folge der durchtretende Massenstrom nach oben begrenzt wird. Vor diesem Querschnitt liegt eine unterkritische bzw. subsonische Strömung vor, weshalb die Profilnasen üblicherweise einen relativ großen – gegenüber den Zuströmwinkeln unempfindlichen – Radius aufweisen. In diesem Bereich treten aufgrund der kleinen Grenzschichtdicken keine signifikanten Strömungsablösungen auf [4].

Nach dem engsten Querschnitt verhält sich die Situation gänzlich anders, weil ab hier eine supersonische Strömung in einem divergenten Kanal vorliegt. In diesem Überschallfeld bilden sich Verdichtungsstöße und Expansionsfächer aus, welche derart mit den Schaufelgrenzschichten interagieren, dass lokale Ablöseblasen bis hin zu größeren Ablösezonen entstehen [4].

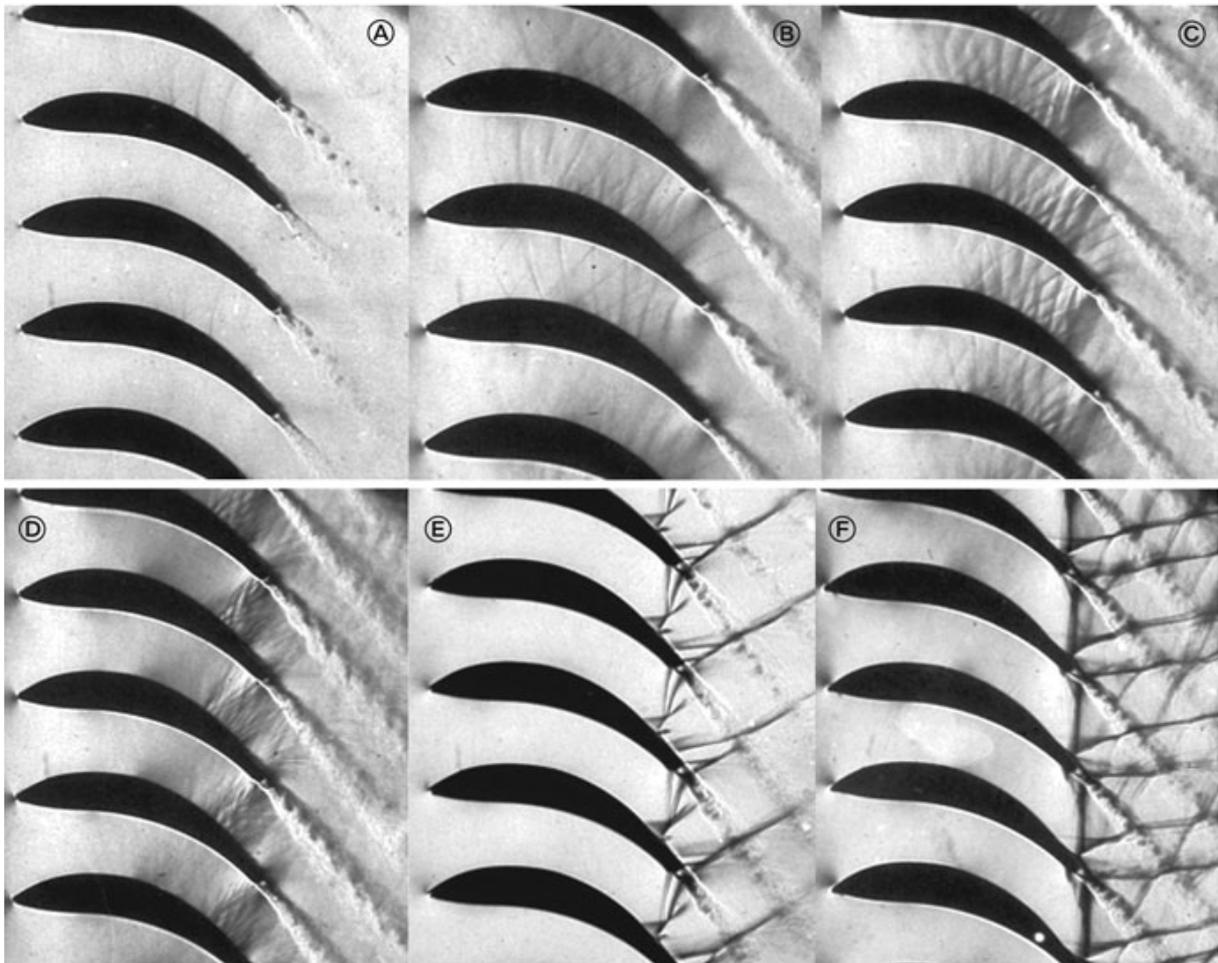


Abbildung 1.1: Entwicklung einer transsonischen Strömung in der Schaufelpassage bei Erhöhung der MACH-Zahl [4]

Abbildung 1.1 zeigt so genannte *Schlierenfotografie* einer ebenen Schaufelkaskade bei unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten, d.h. die Visualisierung von Brechungsgradienten im Strömungsfeld, welche von der lokal vorliegenden Dichte abhängig sind und so

den Zustand des Mediums in der Strömung optisch repräsentieren, ohne diesen dabei zu beeinflussen. Nähere Informationen hierzu sind z.B. der Referenz [11] bzw. einschlägiger Fachliteratur zu entnehmen. Der Fall (A) in Abbildung 1.1 zeigt eine unterkritische Durchströmung mit deutlichen Ablösewirbeln – der so genannten KÁRMÁN'schen *Wirbelstraße* – an der Hinterkante, wobei sich mit zunehmender Geschwindigkeit in den weiteren Fällen bis hin zur voll superkritischen Durchströmung im Fall (F) immer komplexere Strukturen aus überlagerten Verdichtungsstößen, Expansionsfächern und deren Reflexionen ergeben [4, S. 925 ff]. In jenen Fällen, in denen stromaufwärts vor der Stoßfront in die Schaufelpassage hinein keine Reflexionen verzeichnet werden können, liegen über den gesamten Querschnitt sonische oder supersonische Bedingungen vor, sodass keinerlei Information entgegen der Stromrichtung bzw. an den Eintritt gelangen kann.

1.3 *Clocking* in thermischen Turbomaschinen

Wie zuvor bereits angedeutet, steht ein zeitlich variabler, d.h. *instationär* auftretender Effekt, welcher üblicherweise als *Clocking* bezeichnet wird, im Zentrum der Betrachtungen.

Der Begriff *Clocking* – in manchen Quellen auch als *Indexing* bezeichnet – beschreibt im Wesentlichen eine Variation der Relativausrichtung von mehreren Statoren oder Rotoren in Umfangsrichtung zueinander, wobei die jeweiligen Schaufelreihen eine geometrisch festgelegte Bedingung erfüllen müssen. Konkret muss – um damit überhaupt einen spürbaren Effekt erzielen zu können – das Verhältnis der Schaufelzahlen von den jeweils interagierenden Kaskaden näher betrachtet werden [25]. Im folgenden Abschnitt wird diese Bedingung anhand eines an die vorliegende Arbeit angelehnten Beispiels erläutert.

1.3.1 Geometrische Bedingung

Zunächst sollen für zwei hintereinander geschaltete Statoren S_1 und S_2 bzw. dem dazwischen liegenden Rotor R die nachfolgenden beiden Grenzfälle näher betrachtet werden:

- Identische Schaufelzahl an beiden Statoren, $z_{S_1} = z_{S_2}$
- Geringfügig unterschiedliche Anzahl mit $\text{ggT}(z_{S_1}, z_{S_2}) = 1$

Für das *Clocking* zwischen dem ersten und zweiten Stator dieser mehrstufigen Maschine ist somit das Verhältnis $z_{S_1} : z_{S_2}$ ausschlaggebend. Im ersten Fall ergibt sich $\frac{z_{S_1}}{z_{S_2}} = 1$, womit für beide Reihen identische Bedingungen hinsichtlich der Schaufelteilung vorliegen, d.h. jedes beliebige Profil des zweiten Stators S_2 „sieht“ vom Stator S_1 dasselbe

Strömungsfeld. Um den numerischen Aufwand für die Berechnung dieses Falls weitestgehend zu reduzieren, werden in diesem Fall üblicherweise beide Statoren anhand jeweils einer einzelnen Schaufelpassage modelliert und an deren Begrenzungsflächen in Umfangsrichtung entsprechend mit einer *Periodizitätsbedingung* versehen. Dieser Bedingung liegt die in zahlreichen Fällen zulässige Annahme zugrunde, dass die am Ein- bzw. Austritt vorliegenden Größen gleichmäßig über den gesamten Umfang verteilt sind oder zumindest in exakt z_{S_i} gleichförmig wiederkehrenden Mustern auftreten.

Anhand dieser einfachen Überlegung folgt nun, dass sämtliche Effekte, welche in einer einzelnen Schaufelpassage auftreten, im selben Ausmaß auch in allen anderen Passagen der Schaufelreihe vorliegen. Die aus der *CFD*-Berechnung (in zugleich oft drastisch reduzierter Zeit) ermittelten Größen für einen Strömungskanal werden somit im nachfolgenden *Postprocessing* lediglich mit der entsprechenden Schaufelzahl vervielfacht. Treten in dieser Passage nun unerwünschte Effekte wie z.B. eine lokale *Strömungsablösung* an der Saugseite des Profils auf, wodurch Verluste erhöht und damit der Stufenwirkungsgrad vermindert wird, gehen diese zwangsläufig mit dem Faktor der Schaufelzahl z_{S_i} in das Ergebnis ein – analog gilt dies auch für erwünschte bzw. effizienzsteigernde Effekte, worin das Bestreben begründet liegt, sich mit diesem Thema vertiefend auseinanderzusetzen [25].

Im anderen Grenzfall, d.h. wenn sich zwischen den beiden Schaufelzahlen z_{S_1} und z_{S_2} nur ein maximaler gemeinsamer Teiler von eins ergibt, werden die einzelnen Profile der beiden Schaufelreihen an keiner Stelle in exakt derselben relativen Position zueinander stehen. Anschaulich wird dies durch einen „sehr geringen“ Schaufelzahl-Unterschied von z.B. nur einer Schaufel deutlich: wird an einer Stelle am Umfang eine *optimale* Ausrichtung für die Interaktion zwischen zwei Schaufeln gefunden, trifft diese Konstellation zwangsläufig für keine weiteren Profilpaare zu. Zudem wird zwangsläufig an allen anderen Stellen durch die dort mehr oder weniger ungünstige Relativausrichtung ein etwaiger Effizienzgewinn wieder eliminiert, sodass sich in Summe kein signifikanter Anstieg des Stufenwirkungsgrades verzeichnen lässt [25].

1.3.2 Anwendungsmöglichkeiten

Neben dem *Clocking* zwischen zwei Statoren, wie im vorangehenden Beispiel angenommen, gelten diese Effekte in analoger Weise auch für das *Rotor-Clocking*, bei dem mehrere Schaufelreihen eines Rotors z.B. auf einer Welle untergebracht sind und gemeinsam rotieren. Nach BOHN ET AL. [3] kann durch das *Rotor-Clocking* etwa der doppelte Nutzen im Vergleich zum *Clocking* zwischen zwei Statoren erwartet werden.

Numerische Untersuchungen von CIZMAS ET AL. [5] an einer dreistufigen Dampfturbine unter Berücksichtigung von *Full-Stage-Clocking* – also simultanem *Clocking* zwischen allen Statoren und Rotoren – haben zudem gezeigt, dass der Einfluss auf den Wirkungsgrad in der zweiten Stufe noch doppelt so groß ist, wie in der dritten Stufe [3]. Es gibt also für die Anwendung von *Clocking* hinsichtlich der Turbomaschinenoptimierung sehr vielseitige Kombinationsmöglichkeiten, welche vor allem durch die Möglichkeiten von zunehmend günstig verfügbaren *CFD*-Verfahren noch praktisch umgesetzt werden können.

Die vorliegende Arbeit wird sich ausschließlich auf das Stator-*Clocking* bei einem Schaufelzahlverhältnis von $z_{S1} : z_{S2} = 4$ und einer konstanten Drehzahl von etwa 9500 min^{-1} beziehen. Für die durchgeführte *CFD*-Berechnung wurde hierfür der erste Stator entsprechend als Vierfach-Kaskade modelliert, um den numerischen Aufwand unter Ausnutzung der zuvor erwähnten Periodizität möglichst klein zu halten (siehe Abschnitt 3.1.1).

1.3.3 Instationäre Optimierung

Im Rahmen der instationären Optimierung werden verschiedene *Clocking*-Fälle betrachtet, mit deren Hilfe nun eine quantitative Aussage über die ideale Ausrichtung der Gitterreihen getroffen werden kann. Diese Beurteilung erfolgt im vorliegenden Fall in Abhängigkeit zu der gegebenen Profilgeometrie bei fixierter Drehzahl. Dementsprechend gilt es, die auftretenden Effekte im Gesamtsystem, d.h. die Wechselwirkung der *Nachlaufströmungen* zwischen den verschiedenen Schaufelreihen einer Turbomaschine, bezüglich ihrer physikalischen Natur zu beschreiben und in der Folge eine Aussage darüber zu treffen, inwieweit diese Effekte durch die relative Statorausrichtung beeinflusst werden. Auf eine detaillierte Beschreibung der Effekte sei an dieser Stelle auf das Kapitel 4 verwiesen, in welchem die entsprechenden *CFD-Plots* dargestellt und beschrieben sind.

Der Unterschied hinsichtlich der erreichbaren Effizienzsteigerung zwischen numerischer und experimenteller Untersuchung ist z.B. in Publikationen von GRIFFIN ET AL. [9] und REINMÖLLER ET AL. [20] dargelegt. In beiden Fällen wird experimentell ein um 0,3% höherer Wirkungsgrad erreicht als in der zugehörigen *Midspan*-Berechnung² anhand einer zweidimensionalen Domäne vorausgesagt wurde. Dieser Unterschied ist – relativ zu den erreichbaren Werten von etwa einem Prozent – zwar sehr groß, jedoch konnte anhand der *CFD*-Berechnung die optimale Phasenlage bzw. *Clocking*-Position in allen Fällen kohärent zum Versuch ermittelt werden [3, 5]. Anzumerken ist jedoch, dass sich diese Berechnungen auf stark reduzierte, zweidimensionale *Domänen* beziehen, in denen bestimmte Verlustfaktoren wie beispielsweise die Strömung im Rotorspalt oder andere *Sekundäreffekte* prinzipbedingt nicht oder nur begrenzt erfasst werden können.

²*Midspan* bezeichnet die rotationssymmetrische Fläche in der „Mitte“ des Kanals bzw. dessen Höhe.

1.4 Turbinengeometrie

1.4.1 Originalzustand

Die vorliegende Masterarbeit befasst sich mit der numerischen Strömungssimulation von eineinhalb Turbinenstufen einer Gasturbine, welche typischerweise für die Anwendung in einem Flugtriebwerk zum Einsatz kommt. Es handelt sich um die nach der Brennkammer angeordnete *Hochdruckstufe*, sowie einem nachfolgenden Übergangskanal, welcher die sternförmig angeordnete Abstützung der Rotorlagerung beinhaltet. Dieser Übergang hat einen erweiternden Querschnitt, wobei über den gesamten Umfang verteilt zwölf symmetrische Schaufelprofile enthalten sind, welche jeweils die Abstützungen des Rotorlagers umhüllen. Diese drei Schaufelreihen werden entsprechend ihrer Anordnung als

- Hochdruck-Stator oder *HP-Stator* (*HP* für *High Pressure*),
- Hochdruck-Rotor bzw. kurz Rotor und
- Übergangskanal mit *Struts* oder *Turbine Center Frame (TCF)*

bezeichnet. In der betrachteten Konfiguration folgt vor dem ersten Niederdruck-Rotor unmittelbar nach dem *Strut* noch ein weiterer – in der Originalgeometrie enthaltener – Niederdruck-Stator (bzw. analog *LP-Stator*). Dieser findet im Rahmen der numerischen Betrachtungen jedoch explizit keine weitere Berücksichtigung.

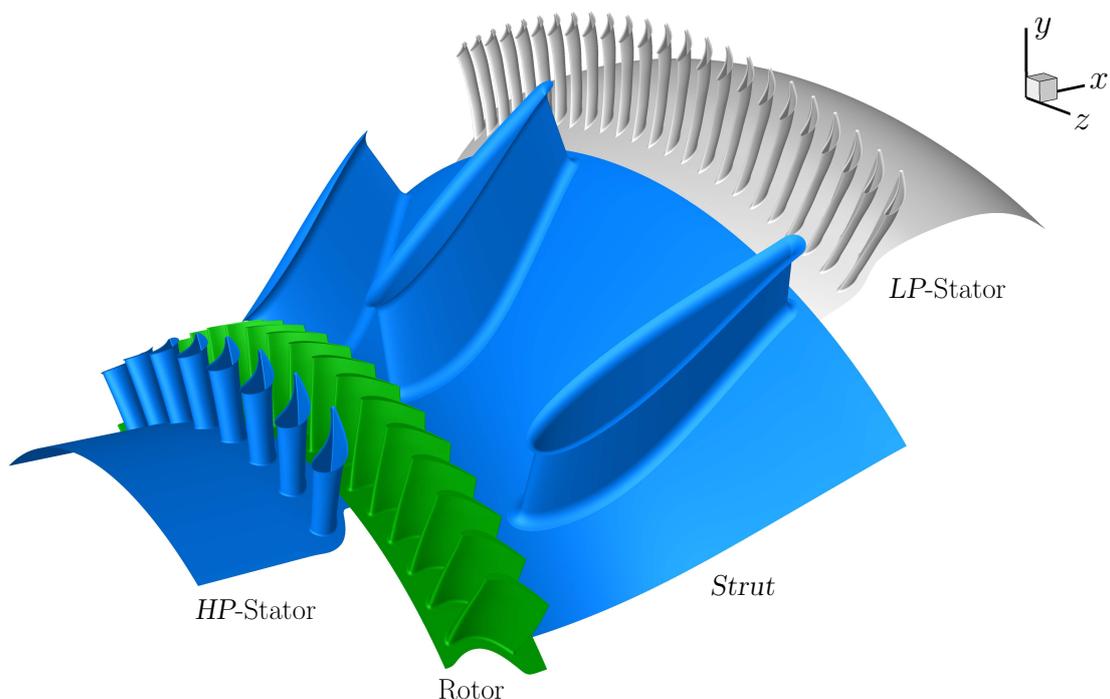


Abbildung 1.2: Originalgeometrie mit Niederdruck-Stator

In Abbildung 1.2 ist die Ausgangsgeometrie dieses gesamten Abschnitts (inklusive *LP*-Stator) dargestellt. Aus den Schaufelzahlen aller farblich dargestellten Domänen in der vorliegenden Konfiguration ergibt sich für das Verhältnis der Stator-Schaufelzahlen $z_{S1} : z_{S2}$ ein größter gemeinsamer Teiler von zwölf, womit ein nicht unwesentlicher „Multiplikator“ für die *Clocking*-Effekte zwischen diesen beiden Reihen vorliegt. In der Folge wird die innere Mantelfläche des *Ringkanals* als *Hub*, sowie der äußere Mantel des Kanals bzw. die Gehäuseinnenwand als *Shroud* bezeichnet. Die relative radiale Position zwischen den beiden Flächen *Hub* und *Shroud* wird als *Span* bezeichnet, wobei 0% *Span* die *Hub*- und entsprechend 100% *Span* die *Shroud*-Fläche meint.

In den Geometriedaten aus Abbildung 1.2 ist der funktionsbedingt notwendige Spalt zwischen der äußeren Blattspitze der Rotorbeschaufelung und dem *Shroud* (vgl. Abbildung 1.3) bereits enthalten, allerdings berücksichtigt die Ursprungsgeometrie keinen Abstand zwischen dem bewegten Rotor und den beiden Statoren. Aus diesem Grund wurde die dargestellte Geometrie für die numerische Berechnung mit Berücksichtigung der Kühlluftströme – den so genannten *Purge*- oder *Cavity-Flows* – leicht modifiziert und mit den real vorhandenen Kavitäten (*Cavities*) versehen, aus denen jeweils ein Kühlluftstrom von definierter Größe und bekannter Totaltemperatur austritt (siehe Abschnitt 3.1.1).

1.4.2 Geometrische Modifikationen

Ausgehend von den Schaufelkonturen der gegebenen Geometrie wurde ein neues Rechenetz erstellt, welches die *Cavities* berücksichtigt. Um dieses Netz zu erzeugen sind nun – teilweise unvermeidbar – leichte Modifikationen der Geometrie notwendig.

1.4.2.1 Verrundung an Schaufelkopf und Schaufelfuß

Nach einer Extraktion der einzelnen Schaufelprofile aller drei zu betrachtenden Gitterreihen mussten zusätzlich bei den ersten beiden Reihen die Ausrundungen zwischen dem Profil und dem *Hub* bzw. beim *HP*-Stator auch jener Radius zwischen Profilfläche und *Shroud* gänzlich entfernt werden. Dies wurde nach einer visuellen Beurteilung durch eine einfache Abtrennung der Schnitte bis zur entsprechenden *Span*-Höhe vollzogen.

Diese Maßnahme ist notwendig, um für die nachfolgende Netzerstellung mit dem Software-Paket AiGrid3D (vgl. Abschnitt 3.1.1) eine eindeutige Durchdringungskurve zwischen den Erzeugenden des Schaufelprofils und den Mantelflächen von *Hub* bzw. *Shroud* – ohne einen tangentialen Übergang ineinander – generieren zu können. Nachdem eine nachfolgende Ausrundung der entsprechenden Kanten an der neu vernetzten Geometrie mittels AiGrid3D

bezüglich der Ausgangsgeometrie nur eine *ähnliche* Form erzeugen kann, stellt dies bereits eine leichte, jedoch unumgängliche Modifikation dar.

1.4.2.2 Modellierung der Cavities

Entsprechend dem eigentlichen Sinn dieses Vorgehens, wurden an den gegebenen Mantelflächen vor und nach dem Rotor die Geometrien der Kühlkanäle hinzugefügt. In Rücksprache mit dem Industriepartner wurde die axiale Lage, sowie die entsprechende Spaltgeometrie der vier Kühlkanäle festgelegt.

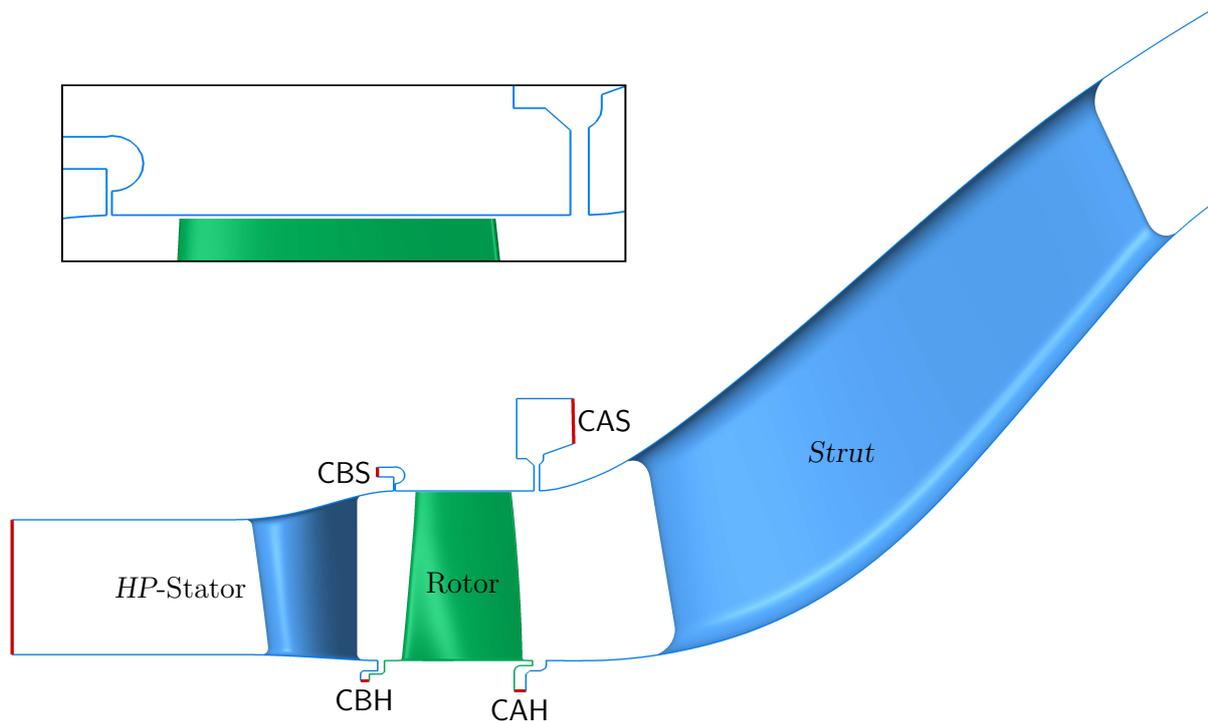


Abbildung 1.3: Meridianschnitt durch die modifizierte Geometrie

Abbildung 1.3 zeigt einen *Meridianschnitt* mit den entsprechend definierten Bezeichnungen, auf welche in der Folge zurückgegriffen wird. Für die vor und nach dem Rotor hinzumodellierten *Cavities* werden die Abkürzungen CBH und CBS für „*Cavity Before Rotor at Hub*“ und „*Cavity Before Rotor at Shroud*“ bzw. analog CAH und CAS für „*Cavity After Rotor at Hub*“ und „*Cavity After Rotor at Shroud*“ eingeführt. In der Abbildung sind ruhende Teile in blau, sowie die mit Betriebsdrehzahl umlaufenden Bereiche in grün dargestellt. Die offenen Querschnitte für den Strömungseintritt bzw. -austritt, sowie deren entsprechende Bezeichnungen werden durch dicke rote Linien hervorgehoben. In den beiden *Hub-Cavities* liegt demnach eine Relativbewegung zwischen deren Begrenzungsflächen vor, womit durch *viskose* Einflüsse in der Spaltströmung eine Scherung induziert wird (vgl. Abschnitt 2.1.2).

1.4.3 Bezeichnungskonvention der Clocking-Positionen

Abbildung 1.4 zeigt den in die Ebene projizierten *Mittenschnitt* der zugrundeliegenden Geometrie mit verschiedenen Statorausrichtungen, welche in der Folge als *Clocking Positions* (CP) unter zusätzlicher Angabe der jeweiligen Relativposition des *HP*-Stators bezüglich seiner Ausgangsposition angegeben werden.

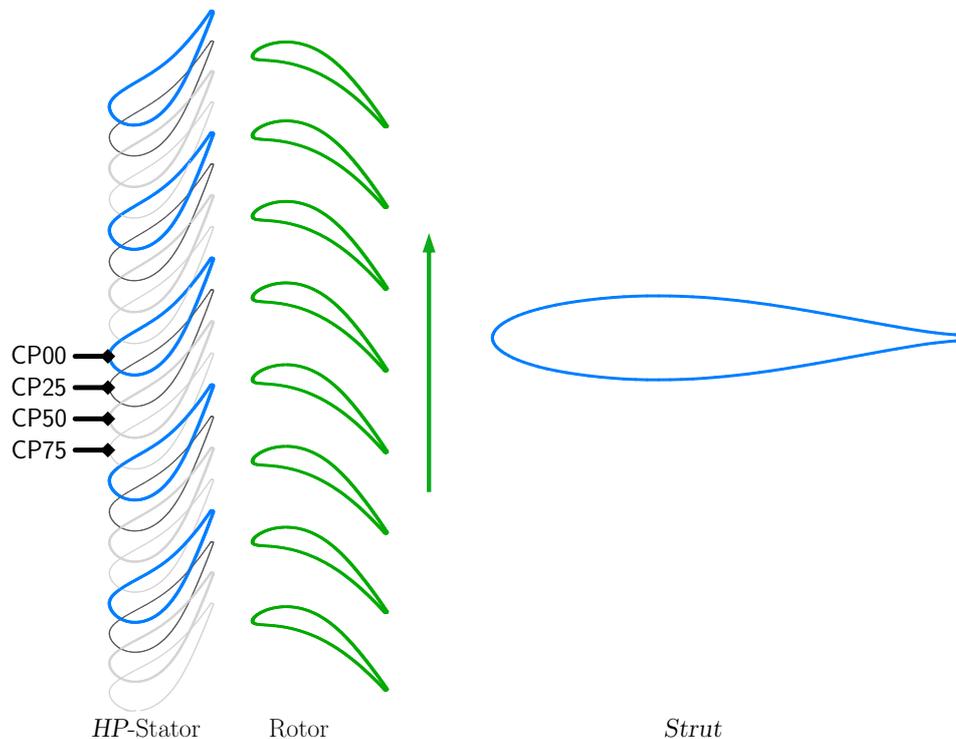


Abbildung 1.4: Definition der *Clocking*-Positionen am ebenen Schaufelgitter

Hierfür wird die Verdrehung als prozentualer Wert der Statorteilung herangezogen. In der vom Hersteller festgelegten Ausgangskonfiguration – definiert als CP00 – kommen die Profile der beiden Statoren wie in Abbildung 1.4 zu liegen, was einer nahezu achsparallelen Fluchtung der beiden Profilnasen entspricht. Die positive Drehrichtung ergibt sich bei Betrachtung eines Einzelprofils von der *Druckseite* in Richtung *Saugseite*, wonach diese entgegen der Rotordrehrichtung definiert ist, d.h. mathematisch positiv um die Drehachse entlang der Hauptströmungsrichtung. Als diskrete Ausrichtungen werden neben der Ausgangskonfiguration CP00 die Positionen CP25, CP50 und CP75 betrachtet, sodass die Position CP100 wieder mit der ursprünglichen Lage zusammenfällt.

Das folgende Kapitel 2 befasst sich mit den Strömungsverhältnissen im Schaufelkanal und den Einflüssen der *Purge-Flows*, sowie den Grundgleichungen der Strömungsmechanik. Daneben wird auch die *Turbulenz* und dessen Modellierung näher betrachtet, bevor sich Kapitel 3 schließlich mit der Modellierung der Aufgabenstellung auseinandersetzt.

2 Grundlagen

2.1 Strömungsverhältnisse in der Turbine

Anhand des so genannten *Strömungsprinzips* soll beim Durchströmen der Hochdruck-Turbine Energie vom Arbeitsmedium, d.h. aus den Verbrennungsgasen der vorgeschalteten Brennkammer, an die Welle abgegeben werden. Die Strömung ist durch hohe Druckgradienten und einen signifikanten Wärmeübergang charakterisiert. Letzteres erfordert ein umfangreiches Kühlkonzept, um die Turbinenkomponenten vor der thermischen Zerstörung zu bewahren. Dies wird in den betroffenen Regionen an den Schaufeln bzw. am *Hub* und/oder *Shroud* in der Regel durch die Injektion von Kühlluftströmen realisiert, was jedoch notwendigerweise zur Ausbildung von komplexen Strukturen mit entsprechend hohen Temperaturgradienten im Hauptstrom führt [17].

Daneben wird diese Strömung von den Gehäuse- und Schaufelgrenzschichten bzw. ihrer Interaktion, der Rotorbewegung selbst, sowie der Strömung im Rotorspalt beeinflusst. Nicht zuletzt werden dem bisher Genannten noch Verdichtungsstöße und entsprechende Stoß-Grenzschicht-Interaktionen, sowie instationäre Effekte aus der Wirbelablösung bzw. der Wechselwirkung von Nachlaufströmungen überlagert, sodass jedenfalls eine hochkomplexe dreidimensionale Strömung vorliegt [2, 8, 17].

Neben der primären Strömung durch die Schaufelgitter, welche für die gewünschte Energieumsetzung notwendig ist, kommt es aufgrund der genannten Einflüsse zu sogenannten *Sekundärströmungen*. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll auf die wichtigsten Phänomene von hauptsächlich axial durchströmten Turbomaschinen eingegangen werden, um einen fundierten Eindruck über die *Verlustmechanismen* zu erhalten, welche die Effizienz der gesamten Maschine maßgeblich beeinflussen.

2.1.1 Sekundärströmungen im Schaufelkanal

In den folgenden Abschnitten wird die Strömung im Schaufelkanal anhand der einzelnen Wirbelsysteme aus gängigen Modellvorstellungen betrachtet. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass es mitunter erst durch die konsequente Weiterentwicklung der *CFD* vielfach erst möglich wurde, die messtechnisch – wenn überhaupt – nur schwer zu erfassenden Strukturen und Effekte hinter den Sekundärströmungen näher zu betrachten [4, 17].

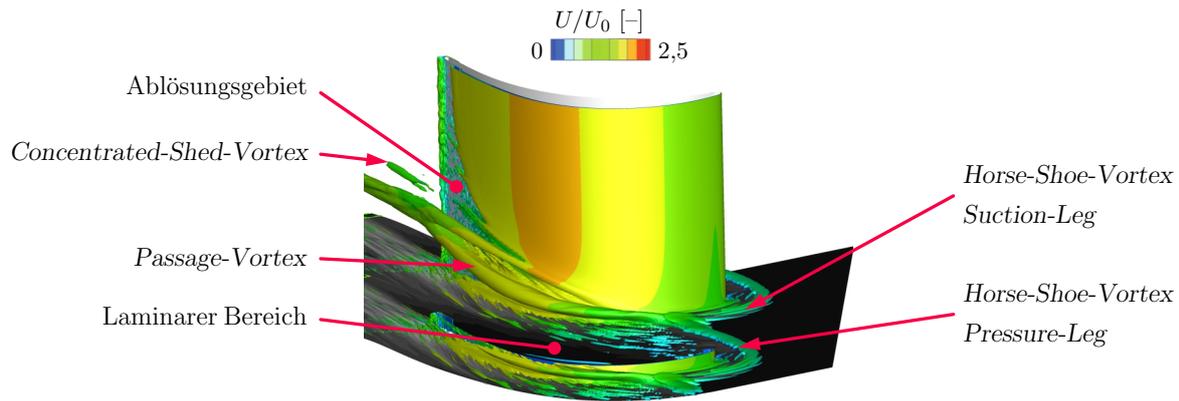


Abbildung 2.1: Visualisierung der Schaufel-Wirbelsysteme anhand des Q -Kriteriums; Entnommen aus [6] (adaptierte Bezeichnungen)

In Abbildung 2.1 ist das Resultat einer numerischen Untersuchung von CUI ET AL. [6] dargestellt, bei der die textlichen Beschreibungen bzw. Bezeichnungen zum Zwecke der Konformität an die vorliegende Arbeit angepasst wurden. Zur Visualisierung wird hier das Q -Kriterium verwendet, für das aus dem Tensor der Geschwindigkeitsgradienten die lokalen Eigenwerte berechnet werden, welche als ein Maß für das Vorhandensein von Wirbeln betrachtet werden können. In Abbildung 2.1 ist eine *Isofläche* mit $Q = 1000 \text{ s}^{-2}$ dargestellt [6].

Abbildung 2.2 zeigt schematisch die Entstehung der wichtigsten Wirbelsysteme wie das *Horse-Shoe-Vortex*-System, den *Passage*- und *Wall-Vortex*, sowie verschiedene *Edge-Vortices*, auf welche sich die folgenden Beschreibungen beziehen.

2.1.1.1 Horse-Shoe-Vortex

In Abbildung 2.1 ist bereits ersichtlich, dass sich der so genannte *Horse-Shoe-Vortex* – seinem Namen entsprechend – hufeisenförmig um die Eintrittskante im unteren Teil des Profils ausformt. Durch die *Hub*-Grenzschicht nehmen die Strömungsgeschwindigkeiten zur Wand hin sukzessive bis auf einen Wert von Null ab, sodass sich an der Profilvorderkante unmittelbar am *Hub* ein geringerer *Staudruck* einstellt, als dies z.B. in einiger Entfernung darüber bzw. weiter außen der Fall ist. Dieser Druckgradient führt zu einer Separation im *Stagnationspunkt* bzw. am Fuß des Profils und schließlich zum *Aufrollen* eines Wirbelsystems (*Vortex*), wobei sich für die Druck- und Saugseite des Profils unterschiedliche Richtungen ergeben, sodass in weiterer Folge entsprechend vom *Pressure-Leg* (siehe auch V_{ph} in Abbildung 2.2) bzw. *Suction-Leg* (V_{sh}) gesprochen wird [6, 17, 26].

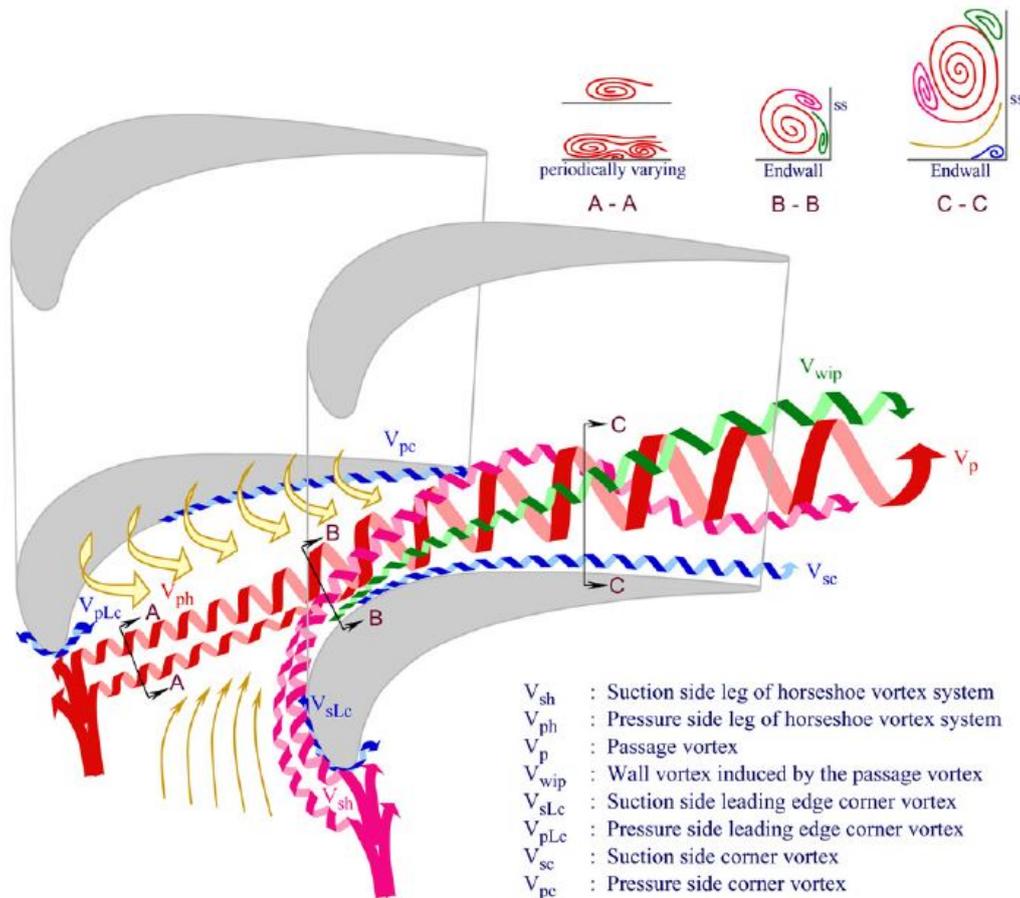


Abbildung 2.2: Wirbelsysteme im Schaufelkanal [26]

Bei weiterer Verfolgung der beiden gegensätzlich drehenden Äste des *Horse-Shoe-Vortex* im Schaufelkanal zeigt sich, dass der druckseitig entstehende *Pressure-Leg* zufolge des Druckgradienten zwischen den beiden Profloberflächen unmittelbar zur Saugseite hin abdriftet, wie etwa auf Höhe des Schnitts A-A dargestellt. Dieser Ast wird dabei durch Strömungen zwischen der Druck- und Saugseite im Bereich der *Hub-Grenzschicht* (in Abbildung 2.2 gelb dargestellt) weiter gespeist, jedoch bleibt der ursprüngliche *Pressure-Leg*-Anteil weiterhin dominierend. Beim Erreichen der Saugseite trifft dieses Wirbelsystem auf den gegenläufig rotierenden *Suction-Leg-Horse-Shoe-Vortex* des Nachbarprofils und zwingt diesen – aus seiner bisherigen Lage am saugseitigen *Hub* heraus – in Richtung Kanalmitte; siehe dazu auch die zugehörigen Schnitte B-B bzw. C-C in Abbildung 2.2 [17, 26].

2.1.1.2 Passage-Vortex

Ab jener Stelle, wo die beiden Äste des *Horse-Shoe-Vortex* schließlich aufeinandertreffen, entsteht der *Passage-Vortex* (V_p), welcher in der Folge als dominierendes Wirbelsystem

in Erscheinung tritt. Der *Pressure-Leg-Horse-Shoe-Vortex* geht nach etwa einem Viertel der Kanallänge im gleichsinnig rotierenden *Passage-Vortex* auf, wogegen der gegenläufige *Suction-Leg-Horse-Shoe-Vortex* beginnt, sich um den *Passage-Vortex* zu wickeln, wobei dieser auch gänzlich verschwinden kann.

Der *Passage-Vortex* unterliegt einem fortschreitenden Wachstum, bewegt sich im weiteren Verlauf entlang der Saugseite etwas weiter in Richtung Kanalmitte und hat einen wesentlichen Einfluss auf die Verluste in der Passage, da auch Ablösungsgebiete vom ihm hervorgerufen werden. Neben der Grenzschicht und den Gegebenheiten der Hauptströmung wird Letzterer auch von den Querströmungen am *Hub* und vom *Leading-Edge-Corner-Vortex* (siehe Abschnitt 2.1.1.4) beeinflusst [17, 26].

2.1.1.3 Wall-Vortex

Der *Wall-Vortex* (V_{wip}) entsteht als Reaktion auf den *Passage-Vortex* an etwa der selben axialen Position und wird entlang der Saugseite nach oben befördert, wo er über diesem haften bleibt. Er besitzt demnach einen dem *Passage-Vortex* entgegengesetzten Drehsinn und äußert sich als kleiner, aber dennoch intensiver Wirbel [17]. In Abbildung 2.2 ist dieser in grün dargestellt (vgl. Schnitte B-B und C-C).

2.1.1.4 Corner-Vortices

Alle *Corner-Vortices* sind in Abbildung 2.2 anhand der blau dargestellten Wirbelsysteme zusammengefasst, welche jedoch vor allem bei einer vorhandenen Ausrundung des Schaufelfußes nicht immer existent sein müssen.

Sie entstehen zum einen als Reaktion auf das sich aufrollende Wirbelsystem des *Horse-Shoe-Vortex* an der Vorderkante, wobei sich jeweils ein deutlich kleinerer zweiter Wirbel, der sich entgegengesetzt dreht und als *Leading-Edge-Corner-Vortex* (V_{pLc} bzw. V_{sLc}) bezeichnet wird, bildet. Zum anderen entsteht an den Ecken zwischen *Hub* und Saug- bzw. Druckseite des Profils ein *Suction-Side-Corner-Vortex* (V_{sc}) bzw. analog ein *Pressure-Side-Corner-Vortex* (V_{pc}), welche sich jeweils entgegen des *Pressure-Leg-Vortex* drehen [26].

2.1.1.5 Trailing-Vortex-Sheet

Abbildung 2.3 zeigt das Wirbelsystem an der Hinterkante des Schaufelprofils, von dem in der Abbildung die untere Hälfte bis zum *Midspan* dargestellt ist.

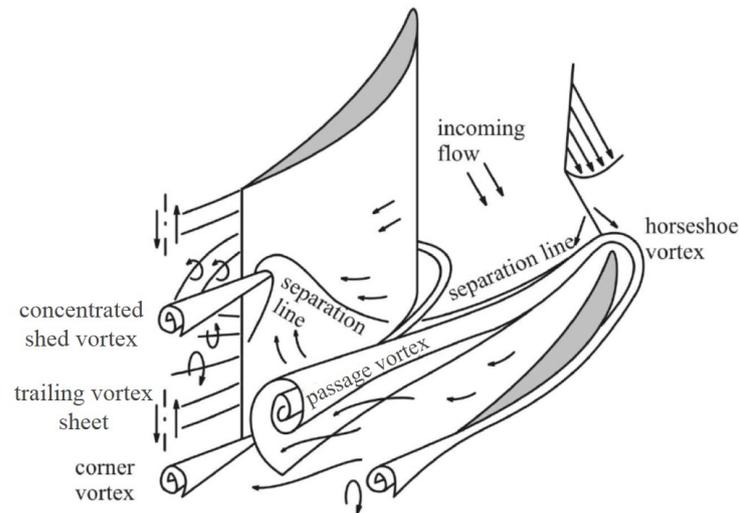


Abbildung 2.3: Wirbelsysteme am hinteren Ende der Schaufel [12]

Durch radiale Geschwindigkeitsdifferenzen zufolge der Sekundärströmung zwischen Druck- und Saugseite des Profils entsteht ein länglicher Wirbel, der als *Trailing-Vortex-Sheet* bezeichnet wird. An der *Separation-Line* bzw. der *Grenzstromlinie* auf der Saugseite entsteht ein weiterer, in konzentrierter Form auftretender intensiver Wirbel, dessen Orientierung entgegen jener des *Passage-Vortex* gerichtet ist. Dieser befindet sich bei einer *Span-Höhe* von etwa 30% und wird als *Concentrated-Shed-Vortex* bezeichnet. Letzterer ist bereits der Abbildung 2.1 zu entnehmen. Daneben ist am *Hub* der zuvor beschriebene *Suction-Side-Corner-Vortex* ersichtlich [17, 26].

Die bisher beschriebenen Wirbelsysteme resultieren ausschließlich aus der Umströmung eines Schaufelprofils und berücksichtigen noch keine weiteren Effekte aus eventuell vorhandenen Kühlluftströmungen oder den Einflüssen von geometrischen Spalten, welche in einer realen Maschine sowohl in axialer, sowie meist auch radialer Richtung vorhanden sind. Auf diese zusätzlich überlagerten Erscheinungen wird in den folgenden Abschnitten näher eingegangen.

2.1.1.6 Tip-Clearance-Vortex

Die Schaufeln des Rotors weisen im vorliegenden Fall in radialer Richtung einen praktisch notwendigen Spalt auf, um die Relativbewegung zwischen Stator und Rotor ohne Festkörperkontakt zu ermöglichen. Dieser geometrisch erforderliche Spalt wird im Hinblick auf die Verluste möglichst klein ausgeführt, um den „Strömungskurzschluss“ zwischen der Druck- und Saugseite einer Schaufel weitgehend zu minimieren. In der folgenden Abbildung 2.4 wird die Strömung im Rotorspalt schematisch dargestellt.

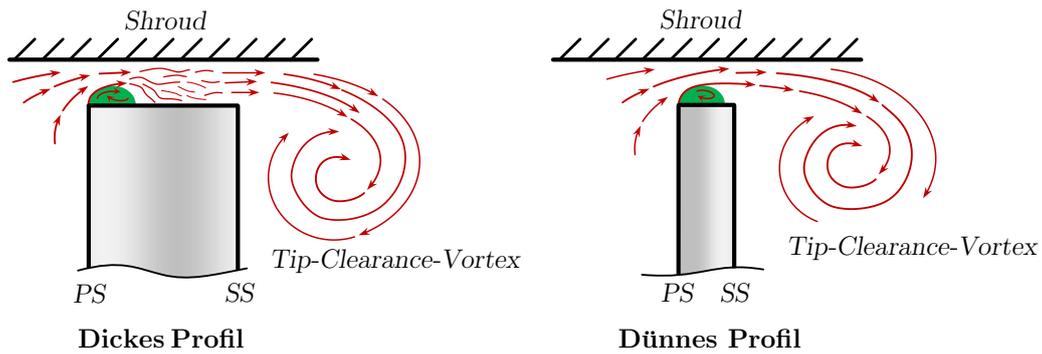


Abbildung 2.4: Entstehung des *Tip-Clearance-Vortex* bei verschiedenen Profildicken in Anlehnung an [7]

Im Bereich des Spaltes stellt sich eine Relativströmung von der Druckseite (*PS*) in Richtung Saugseite (*SS*) ein, wobei es an der scharf begrenzten Eintrittskante an der Druckseite zur Bildung einer *Ablöseblase* (grün hervorgehoben) und in der Folge zu einer Kontraktion des Strömungskanals kommt, wodurch die Relativgeschwindigkeit im vorderen Bereich ansteigt. Bei einer ausreichend großen Länge der Spaltströmung bzw. einem lokal dicken Schaufelquerschnitt (Abbildung 2.4 links) wird diese Strömung nach der Kontraktion durchmischelt und wieder verzögert, wogegen es bei einer dünnen Schaufel (rechts) zu einer vollständigen Ablösung über einen großen Teil der Schaufelspitze kommt.

In beiden Fällen wird im Schaufelkanal an der Saugseite durch das Ausströmen des *Tip-Clearance-Flows* eine Wirbelbildung initiiert und es kommt zum *Tip-Clearance-Vortex*, der auch wesentlich an den Verlusten in der Passage beteiligt ist [7, 17].

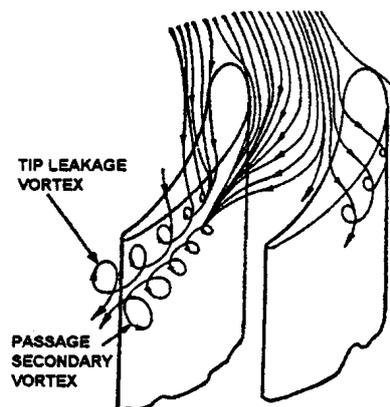


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung des *Tip-Clearance-Vortex* [10]

In Abbildung 2.5 wird dieses Wirbelsystem schematisch dargestellt. Die in den letzten Abschnitten beschriebenen Sekundärströmungen treten teilweise in einer ähnlichen Form

am *Shroud* auf, sodass auch hier ein zum *Tip-Clearance-Vortex* gegenläufiger *Passage-Vortex* entsteht, der wesentlich durch die Vorgänge im Rotorspalt beeinflusst wird und sich im weiteren Verlauf an die Saugseite des Profils anlegt [10]. Detaillierte Untersuchungen dieser teils stark variierenden Vorgänge wurden in zahlreichen Publikationen behandelt – für eine kompakte Zusammenfassung sei an dieser Stelle HARVEY ET AL. [10] erwähnt.

Abbildung 2.6 zeigt die für den Rotorspalt berechneten Stromlinien. In der Abbildung wird der auf sein Maximum bezogene Betrag der Relativgeschwindigkeit $|\vec{v}_{rel}|$ anhand einer Farbskala, sowie der an den Oberflächen herrschende statische Druck p/p_{max} in Graustufen dargestellt. Neben der Bildung des *Tip-Clearance-Vortex* ist zudem die Sekundärströmung entlang der Saugseite und dessen Übergang zum oberen *Passage-Vortex* sichtbar.

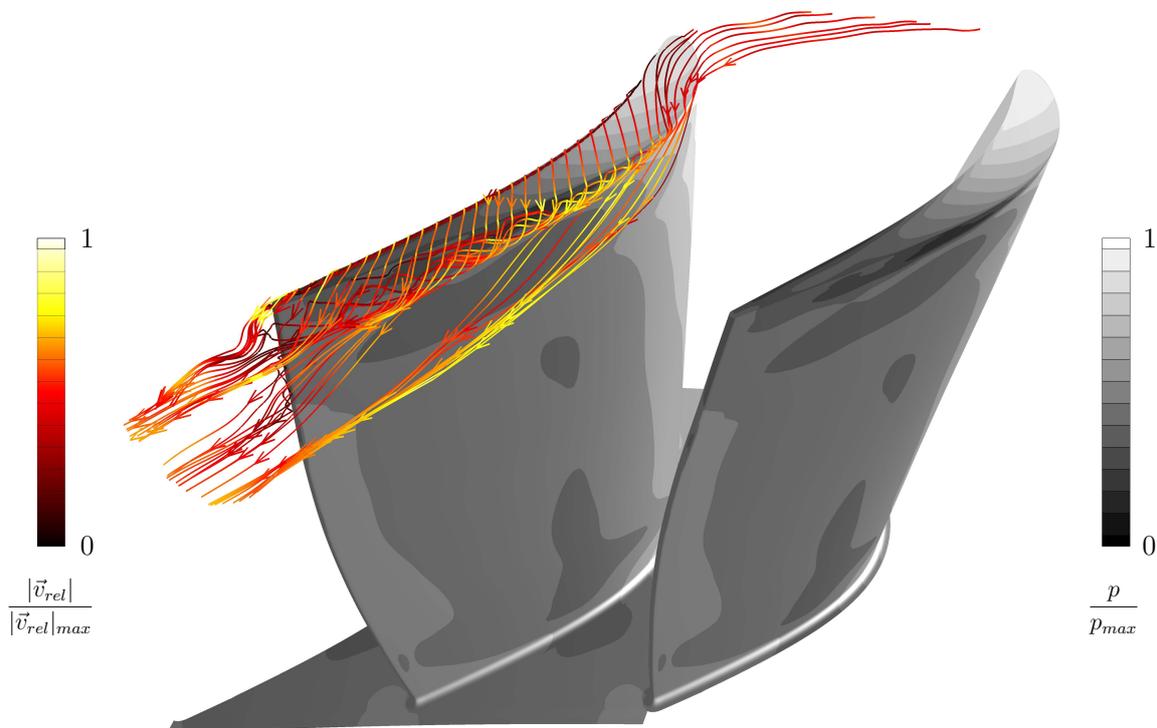


Abbildung 2.6: Stromlinienverlauf im Rotorspalt aus der *CFD*-Berechnung

Nachdem nun die wichtigsten Effekte innerhalb bzw. nach dem Schaufelkanal behandelt wurden, widmet sich der folgende Abschnitt 2.1.2 den in der vorliegenden Arbeit berücksichtigten Kühlluftströmen bzw. den so genannten *Cavity-Flows*. Abschließend wird nochmals darauf hingewiesen, dass alle bisherigen Erscheinungen aus der ungestörten Anströmung einer einfachen Schaufelreihe mit bzw. ohne Spalt am *Shroud* resultieren. In Anbetracht der komplexen Wirbelstrukturen und deren Kumulation mit zahlreichen anderen Strukturen, welche bisher nicht betrachtet wurden (z.B. Interaktionen zwischen mehreren Schaufelreihen, Stoßeffekte oder Kühlluftinjektionen), werden die Strömungsverhältnisse noch um ein Vielfaches komplexer.

2.1.2 Cavity-Strömung

Zwischen feststehenden und rotierenden Teilen müssen in axialer Richtung Spalten bzw. *Cavities* zur Vermeidung von Festkörperreibung vorgesehen werden. Durch die so entstehenden Kanäle, aus denen zur Reduktion der thermischen Belastung in den Radseitenräumen und dem *Hub*, sowie auch zur „Abdichtung“ des Strömungskanals zu innenliegenden Teilen der Maschine ein kühleres Medium eingebracht wird, resultiert als logische Konsequenz eine Wechselwirkung mit der Hauptströmung. Diese Interaktion wird durch die – über den Umfang betrachtet – ungleichmäßig verteilte Druckdifferenz beeinflusst: während der statische Druck in der Hauptströmung jeweils zwischen Saug- und Druckseite variiert, liegt aufgrund von Ausgleichsvorgängen in den *Cavities* ein weitgehend gleichmäßiges Druckprofil vor. Diese Gegebenheiten sind für den Auslegungsgrenzfall in Abbildung 2.7 dargestellt [21].

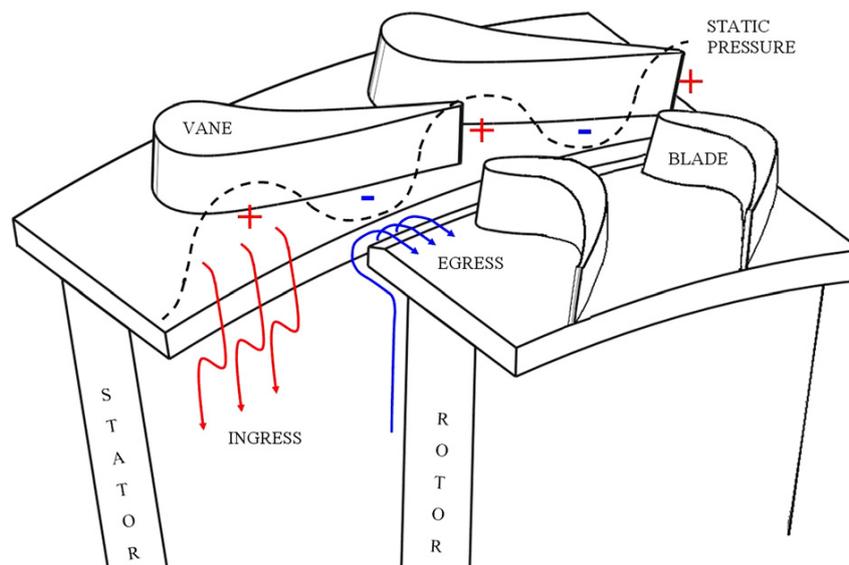


Abbildung 2.7: Druckverteilung am äußeren Ende der *Cavity* [21]

In Bereichen niedrigen Drucks tritt dabei aus der *Cavity* lokal das kühleres Medium aus und geht in die Hauptströmung über (*Egress*), während es in den Bereichen höheren Drucks teilweise zu einem *Heißgaseinzug*, d.h. der Einströmung von heißen Gasen des Hauptstroms in die *Cavity* (*Ingress*), kommt. Durch die Kühlluft, welche im Radseitenraum entlang des Rotors unter zunehmender Grenzschichtdicke nach außen strömt (blau dargestellt), sowie dem entlang des Stators eingezogenen Heißgas (rot), kommt es in der Nähe des *Cavity*-Austritts zu einer Mischzone, sodass ein Teil der Kühlluft eine *zirkulierende* Strömung im Radseitenraum vollzieht. Die Temperatur an der Rotorseite bildet ein – mit dem Radius zunehmendes – gleichmäßiges Profil aus, wogegen es an der Innenwand des Stators teilweise

zu einem konstanten Temperaturverlauf kommt. Dies bedingt, dass der Radseitenraum des Stators im vorliegenden Fall eine höhere thermische Belastung erfährt [21].

Durch eine Erhöhung des Massenstroms in den *Cavities* bzw. der Anhebung des Druckniveaus am *Cavity*-Eintritt kann die Mischregion weiter nach außen verdrängt und damit der Heißgaseinzug verringert oder gar gänzlich vermieden werden, wodurch die thermische Belastung – vor allem im Bereich des Stators – sinkt. Im Grenzfall ist der Druck am äußeren Radius der *Cavity* gerade so hoch, dass an keiner Stelle das Heißgas eingezogen wird. Andererseits führt diese Erhöhung jedoch zu signifikant höheren Verlusten, weil zum einen der Kühlluftbedarf bzw. die vom Verdichter abgezweigte Luftmenge ansteigt und zum anderen auch die ungünstigen Auswirkungen auf den Hauptstrom zunehmen, sodass in der Folge die Effizienz abnimmt [21].

2.2 Grundgleichungen der Strömungsmechanik

In diesem Abschnitt sollen die zur numerischen Lösung einer *CFD*-Berechnung notwendigen Grundlagen dargelegt werden. Um den Rahmen nicht zu sprengen, beschränken sich die folgenden Ausführungen ausschließlich auf die verwendeten Methoden und Modelle. Auf eine ausführliche Herleitung der Bilanzgleichungen wird verzichtet, deren Bedeutung soll zweckmäßigerweise jedoch Einklang in die vorliegende Arbeit finden. Für tieferegehende Informationen sei auf einschlägige Fachliteratur wie z.B. WENDT ET AL. [27] verwiesen.

Die Basis zur mathematischen Beschreibung von Strömungen wird aus den folgenden physikalischen Grundprinzipien bzw. *Axiomen* gebildet:

Massenerhaltung

Masse kann nicht erzeugt oder vernichtet werden.

Impulserhaltung

Impuls kann nicht ohne physikalische Ursache entstehen oder verschwinden.

Energieerhaltung

Energie kann weder erzeugt noch vernichtet werden.

Diese fundamentalen Aussagen sollen anhand der folgenden Abschnitte in eine geeignete Form gebracht werden, wie sie im Rahmen der *CFD* Verwendung finden. Hierbei stellen ρ die Massendichte, t die Zeit, \vec{v} den Vektor der Absolutgeschwindigkeit, p den statischen Druck, e die spezifische innere Energie und T die Temperatur dar. Für die Indexnotation werden die Komponenten des Ortsvektors (x, y, z) mit x_i bzw. jene der Geschwindigkeit (u, v, w) mit u_i dargestellt.

2.2.1 Kontinuitätsgleichung

Am *infinitesimalen* Volumenelement folgt in der raumfesten Betrachtungsweise über die Gleichsetzung der zeitlichen Änderung der Massendichte (linker Term in untenstehender Gleichung) mit den Zu- bzw. Abflüssen von Masse über die Oberfläche (Klammerausdruck) die Bilanzgleichung (2.1) in differenzieller Form [27].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] = 0 \quad (2.1)$$

Mit der Definition des *Nabla-Operators* in Gleichung (2.2) kann die Massenerhaltung für kartesische Koordinaten in der *konservativen* Form mit Gleichung (2.3) unabhängig vom gewählten Koordinatensystem angegeben werden. *Konservativ* bedeutet hierbei, dass in der Gleichung jeweils nur *konservative* Größen, d.h. volumenspezifische, zu erhaltende Variablen (Masse, Impuls und Energie), auftauchen [19].

$$\vec{\nabla} := \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.3)$$

In der für Erhaltungsgleichungen gut geeigneten *Indexschreibweise* ergibt sich für die Kontinuitätsgleichung in kartesischen Koordinaten unter Anwendung der *EINSTEIN'schen Summenkonvention*¹ der folgende Ausdruck:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (2.4)$$

2.2.2 Impulsgleichung

Aus dem Kräftegleichgewicht der Oberflächen- und Volumenkräfte folgt nach dem *zweiten NEWTON'schen Axiom* ($\vec{F} = m \vec{a}$) für das infinitesimale Volumenelement allgemein folgender Gleichungssatz [27]. τ_{ij} steht hierin für eine Spannungskomponente, welche – gemäß der üblichen Konvention – in einer Normalebene der *i*-Achse liegt und in *j*-Richtung wirkt. Mit f^B bzw. den zugehörigen Komponenten f_i^B werden volumenbezogene Kräfte im kartesischen System bezeichnet.

¹Die EINSTEIN'sche Summenkonvention besagt, dass über doppelt auftretende Indizes stets summiert wird. Damit wird in der vorliegenden Arbeit z.B. $\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ als $\sum_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ interpretiert.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x^B \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho vu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y^B \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho wu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho wv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w^2)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z^B \quad (2.7)$$

Aus der *Dualität der Schubspannungen* folgt $\tau_{ij} = \tau_{ji}$, womit die obigen Gleichungen (2.5) bis (2.7) anhand der Indexschreibweise in Richtung i für kartesische Koordinaten kompakt mit

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tau_{ij} - p \delta_{ij} \right) + \rho f_i^B \quad (2.8)$$

angegeben werden können. Diese Gleichung stellt nun die Impulsgleichung in ihrer ursprünglichen Form dar, wie sie grundsätzlich (noch) für jedes Fluid Gültigkeit hat [27].

Der erste Term auf der linken Seite in Gleichung (2.8) beschreibt die zeitliche Impulsänderung. Mit dem zweiten Term wird *konvektive Anteil*, d.h. der über die Oberflächen des Volumenelements transportierte Impuls berücksichtigt. Auf der rechten Seite fasst der Klammerausdruck die *viskosen Oberflächenkräfte* τ_{ij} , bestehend aus Schub- und Normallanteilen, sowie die Druckkräfte ($-p \delta_{ij}$) zusammen. Darin steht δ_{ij} für das *KRONECKER-Symbol*, welches für gleiche Indizes ($i = j$) den Wert eins besitzt und für alle anderen Fälle ($i \neq j$) verschwindet. Der letzte Term auf der rechten Seite steht für *Volumenkräfte* wie z.B. die Schwerkraft oder magnetische und elektrische Kräfte. Letzterer kann insbesondere bei aerodynamischen Problemstellungen aufgrund der geringen Dichte von Luft unberücksichtigt bleiben, da er in seiner Größenordnung meist keinen nennenswerten Einfluss hat [27].

2.2.2.1 Stokes'sches Spannungsgesetz

NEWTON (1643 – 1727) erkannte bereits im späten 17. Jahrhundert, dass sich praktisch alle Gase (und auch viele technisch relevante Flüssigkeiten) bei Verformung wie so genannte *NEWTON'sche Fluide* verhalten, d.h. dass die Oberflächenspannungen am infinitesimalen Element τ_{ij} in einem linearen Zusammenhang mit dem Geschwindigkeitsgradienten stehen. 1849 postulierte STOKES (1819 – 1903) auf dessen Basis eine Gesetzmäßigkeit unter Verwendung zweier Faktoren, μ und λ_S [16]. Dabei ist μ identisch mit der *dynamischen Viskosität* des Fluids[23]. Für die zweite Variable – hier als λ_S bezeichnet, um sie nicht mit der Wärmeleitfähigkeit zu verwechseln – besagt die Hypothese STOKES', dass

$$\lambda_S = -\frac{2}{3}\mu \quad (2.9)$$

ist, womit die Komponenten des Spannungstensors τ_{ij} anhand der folgenden sechs Gleichungen (2.10) bis (2.15) berechnet werden können. Die Hypothese wurde empirisch in zahlreichen Versuchen bestätigt und ist allgemein anerkannt [23].

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda_S (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.10)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda_S (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.11)$$

$$\tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda_S (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.12)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.13)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.14)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2.15)$$

Das STOKES'sche Gesetz kommt somit für *isotrope, linear viskose Fluide* zur Anwendung – dieser Zusammenhang wird standardmäßig für CFD-Anwendungen im Bereich der Aerodynamik vorausgesetzt [27]. In Indexnotation können die Komponenten τ_{ij} mit Gleichung (2.16) angegeben werden.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\underbrace{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}}_{\text{lin. Deformation, Winkeländerung}} - \underbrace{\frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}}_{\text{Dilatation}} \right) \quad (2.16)$$

Wird darin für Normalspannungen $i = j$ gesetzt, beschreiben die ersten beiden Glieder ($2 \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$) die *lineare Deformation*, d.h. eine *Dehnung* oder *Stauchung* bei konstantem Volumen in Richtung i , der dritte Ausdruck steht in diesem Fall für die Volumenänderung (*Dilatation*). Falls $i \neq j$ ist, beschreibt der Ausdruck die *Verzerrung* am Element durch eine *Winkeländerung* [23].

2.2.2.2 Navier-Stokes-Gleichung

Durch das Einsetzen der STOKES-Spannungen aus Gleichung (2.16) in die obige Impulsgleichung (2.8) folgt die so genannte NAVIER-STOKES-Gleichung für kompressible NEWTON'sche Fluide in konservativer Form:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - p \delta_{ij} \right] + \rho f_i^B \quad (2.17)$$

An dieser Stelle sei auf die gezielte Benennung der Gleichung hingewiesen: ist von der NAVIER-STOKES-Gleichung die Rede, so meint diese nur die Impulsgleichung in Form von Gleichung (2.17) – wird allerdings von den NAVIER-STOKES-Gleichungen (Abschnitt 2.2.5) gesprochen, ist damit das Kollektiv aller drei Erhaltungsgleichungen (Kontinuitäts-, Impuls- und Energiegleichung) gemeint.

2.2.3 Energiegleichung

Eine weitere Erhaltungsgleichung stellt die Energiegleichung dar, welche – in analoger Weise wie bisher – aus einer Bilanzierung aller Energieformen an einem infinitesimalen Volumenelement hervorgeht. In der Bilanz wird die zeitliche Änderung des Energieinhalts mit dem einfallenden Wärmestrom und der Leistung aller einwirkenden Kräfte gleichgesetzt. Der Energieinhalt wird dabei als die *totale innere Energie* e_t des Fluids angesehen, welche sich zum einen aus der *kinetischen Energie* und zum anderen aus der spezifischen inneren Energie e , d.h. dem aufsummierten Energieinhalt aller in einem System enthaltenen Atome oder Moleküle, zusammensetzt [27].

$$e_t = e + \frac{|\vec{v}|^2}{2} = e + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \quad (2.18)$$

Schließlich ergibt sich für die konservative Form der Energiegleichung im kartesischen System die folgende Gleichung (2.19) [27]. Innere Wärmequellen oder -senken \dot{q} werden massenbezogen in [W/kg] angegeben, die Richtungskomponenten \dot{q}_i des Wärmestromvektors \vec{q} hingegen flächenspezifisch in [W/m²].

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho e_t)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e_t u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho e_t v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho e_t w)}{\partial z} = & \rho \dot{q} - \left[\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \right] \\ & - \left[\frac{\partial(u p)}{\partial x} + \frac{\partial(v p)}{\partial y} + \frac{\partial(w p)}{\partial z} \right] \\ & + \frac{\partial(u \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u \tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u \tau_{zx})}{\partial z} \\ & + \frac{\partial(v \tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v \tau_{zy})}{\partial z} \\ & + \frac{\partial(w \tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w \tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w \tau_{zz})}{\partial z} \\ & + \rho f_x^B u + \rho f_y^B v + \rho f_z^B w \end{aligned} \quad (2.19)$$

Der erste Term auf der linken Seite stellt die zeitliche Änderung der totalen inneren Energie dar; die weiteren Glieder auf der linken Seite der Gleichung beschreiben den konvektiven Anteil selbiger, welcher über die Elementgrenzen transportiert wird. In der ersten Zeile auf der rechten Seite werden mit $\rho \dot{q}$ innere *Quellen* bzw. *Senken*, sowie mit dem Klammerausdruck die Wärmeleitung über die Systemgrenzen erfasst. Die Terme in der zweiten Zeile beschreiben die Leistung der Druckkräfte, jene in der dritten bis fünften Zeile analog die Leistung der Oberflächenkräfte aus Normal- und Schubspannungen. Mit dem letzten Ausdruck auf der rechten Seite findet schließlich noch die Leistung der Volumenkräfte Einklang in die Bilanzgleichung. Der Wärmestrom zufolge von *Konvektion* entfällt aufgrund der Bilanzierung am mitbewegten Fluidelement und die *Wärmestrahlung* wird vernachlässigt [16].

Die Energiegleichung in der konservativen allgemeinen Form kann wiederum sehr kompakt in Indexnotation angegeben werden, Gleichung (2.20).

$$\frac{\partial(\rho e_t)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e_t u_j)}{\partial x_j} = \rho \dot{q} - \frac{\partial \dot{q}_j}{\partial x_j} - \frac{\partial(u_j p)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\tau_{ji} u_i)}{\partial x_j} + \rho u_j f_j^B \quad (2.20)$$

Für $\tau_{ji} = \tau_{ij}$ wird im vorliegenden Fall wieder Gleichung (2.16) eingesetzt, worauf an dieser Stelle verzichtet wird. Anhand der bisher angeschriebenen Gleichungen ist noch nicht ausreichend Information verfügbar, um eine Strömungsberechnung mit Berücksichtigung von viskosen Einflüssen durchzuführen. Die relevanten unbekanntenen Größen sind ρ , \vec{v} , p , μ , e_t und \vec{q} .

2.2.4 Weitere Gleichungen

Die in Gleichung (2.20) zunächst noch unbekanntenen Größen \dot{q}_j und τ_{ji} können durch die FOURIER'sche Wärmeleitungsgleichung bzw. die in Abschnitt 2.2.2.1 getroffene Annahme eines NEWTON'schen Fluids gefunden werden. Innere Quellen und Senken \dot{q} , sowie Volumenkräfte f_j^B können in der Aerodynamik in der Regel vernachlässigt werden und sind daher im weiteren Verlauf nicht weiter berücksichtigt [27].

Die FOURIER'sche Wärmeleitungsgleichung (2.21) besagt, dass der Vektor der Wärmestromdichte \vec{q} proportional zum negativen Temperaturgradienten ist – diese Proportionalität wird dabei durch die Wärmeleitfähigkeit λ des Stoffes definiert [16, 19].

$$\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T = -\lambda \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Die Wärmeleitfähigkeit λ kann anhand der bekannten PRANDTL-Zahl² von Luft bestimmt werden. Aus der Relation

$$Pr = \frac{c_p}{\lambda} \mu \approx 0,72 \quad (2.22)$$

und der Annahme eines *idealen Gases* mit dem *Isentropenexponent* κ und der konstanten *spezifischen Wärmekapazität*

$$c_p = R \left(\frac{\kappa}{\kappa - 1} \right) \quad (2.23)$$

wird die Wärmeleitfähigkeit als Funktion der dynamischen Viskosität μ mit

$$\lambda = \frac{c_p}{Pr} \mu = \frac{R}{Pr} \left(\frac{\kappa}{\kappa - 1} \right) \mu \quad (2.24)$$

angegeben [19]. Damit verbleibt für die beiden unbekanntenen Größen aus Gleichung (2.20) nur noch die dynamische Viskosität als unbekanntene Größe. Für Luft kann jedoch als relativ gute Näherung das SUTHERLAND-Modell angewendet werden, um dessen Viskosität zu bestimmen, Gleichung (2.25) [19].

$$\mu(T) = \mu_0 \frac{T_0 + C}{T + C} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.25)$$

Die temperaturabhängige Viskosität von Luft wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit anhand dieses Modells bestimmt, wobei als Konstanten die folgenden in Tabelle 2.1 gelisteten Werte zu tragen kommen. Diese Parameter entstammen dem zum Zeitpunkt der Bearbeitung aktuellen *Sourcecode* des am ITTM entwickelten und eingesetzten CFD-Solvers (siehe Abschnitt 3.2.3).

Tabelle 2.1: Verwendete Parameter des SUTHERLAND-Modells

Luft	C [K]	T_0 [K]	μ_0 [Pa s]
Parameterwert	110,56	273,11	$17,16 \cdot 10^{-6}$

Mit dem Zusammenhang in Gleichung (2.25) können nun mit dem im Strömungsfeld vorliegenden Zustand die STOKES-Spannungen aus Gleichung (2.16) bestimmt werden.

Durch diese zusätzlich getroffenen Annahmen verbleiben für das zu lösende Gleichungssystem weiterhin die fünf unbekanntenen Größen ϱ , \vec{v} , p , T und e_t . Es benötigt an dieser Stelle daher noch eine *thermische* und eine *kalorische Zustandsgleichung*. Mit der Annahme eines idealen Gases geht bereits einher, dass für die thermische Zustandsgleichung die

²Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird für Pr der im CFD-Solver hinterlegte Wert aus Gleichung (2.22) verwendet.

Idealgasgleichung (2.26) zu tragen kommt. Mit der *kalorischen Zustandsgleichung* (2.27) für das Idealgas kann die Totalenergie aus der lokalen Temperatur und der jeweils vorliegenden Strömungsgeschwindigkeit errechnet werden [19, 27].

$$p = \rho R T \quad (2.26)$$

$$e_t(T, \vec{v}) = e(T) + \frac{|\vec{v}|^2}{2} = c_v T + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \quad (2.27)$$

Damit liegt nun ein geschlossenes System von partiellen Differentialgleichungen vor, d.h. es gibt ausreichend viele Gleichungen für die unbekanntenen Größen. Neben den Modellen von FOURIER und SUTHERLAND wurde als Annahme ein NEWTON'sches Fluid gewählt, welches sich zudem wie ein *perfektes Gas*³ verhält.

2.2.5 Navier-Stokes-Gleichungen

Zusammenfassend sind nun nochmals die sogenannten NAVIER-STOKES-Gleichungen in der konservativen Form ohne Berücksichtigung von Volumenkräften und inneren Wärmequellen in Indexnotation angegeben.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} &= 0 \\ \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tau_{ij} - p \delta_{ij} \right) \\ \frac{\partial(\rho e_t)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e_t u_j)}{\partial x_j} &= -\frac{\partial \dot{q}_j}{\partial x_j} - \frac{\partial(u_j p)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\tau_{ij} u_i)}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Dieses System aus nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung vom *parabolischen Typ* für dreidimensionale kompressible Strömungen NEWTON'scher Fluide konnte bisher analytisch nicht gelöst werden, sodass zurzeit eine *numerische Lösung* – bis auf wenige stark vereinfachte Fälle – unumgänglich ist [19, 27]. Grundsätzlich kann mit den obigen Gleichungen auf numerischem Weg in Anbetracht der getroffenen Annahmen jedes System, obgleich dieses eine *laminare* oder auch *turbulente* Strömung enthält, gelöst werden.

Eine praktische Grenze für turbulente Strömungen legt hier jedoch die derzeit verfügbare Rechenleistung fest – für die Auflösung aller turbulenten Einflüsse muss die Netzdichte bei hohen REYNOLDS-Zahlen derart hoch sein, dass keine wirtschaftliche Lösung einer solchen Problemstellung möglich ist, weshalb sich das Anwendungsgebiet dieser sogenannten *Direct Numerical Simulation (DNS)* auf Forschungsthemen oder Spezialfälle wie Strömungen

³Spezifische Wärmekapazität c_p bzw. c_v ist konstant und damit nicht von der Temperatur abhängig.

bei sehr kleinen REYNOLDS-Zahlen beschränkt [19]. Letztere behandeln Strömungen, in denen die viskosen gegenüber den konvektiven Termen dominieren – dies trifft technisch nur in den seltensten Fällen zu, wobei zu erwähnen ist, dass die viskosen Effekte in Grenzschichten aufgrund der *Haftbedingung* immer zu tragen kommen. Die REYNOLDS-Zahl in Gleichung (2.29) kann aus den *dimensionslosen* NAVIER-STOKES-Gleichungen abgeleitet werden (1883) und stellt eine wichtige Kenngröße zur Klassifizierung von Strömungen dar [23].

$$Re = \frac{U' L'}{\nu} = \frac{U' L' \varrho}{\mu} \hat{=} \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{Zähigkeitskräfte}} \quad (2.29)$$

Bei Strömungen mit sehr hohen REYNOLDS-Zahlen dominieren die konvektiven Anteile. Werden hierbei nun die viskosen Effekte gänzlich vernachlässigt, d.h. $\mu \approx 0$, dann spricht man nach einer entsprechenden Vereinfachung des *Navier-Stokes*-Gleichungssatzes von den EULER-Gleichungen, aus denen sich die *Potentialtheorie* ableiten lässt [16, 19].

2.2.6 Dissipation

Mit dem STOKES'schen Ansatz für die Normal- und Schubspannungen (Gleichung (2.16)) und der Kontinuitätsgleichung (2.4) kann die obenstehende Form umgeformt werden:

$$\begin{aligned} \varrho \left(\frac{\partial e}{\partial t} + u \frac{\partial e}{\partial x} + v \frac{\partial e}{\partial y} + w \frac{\partial e}{\partial z} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \\ &\quad - p \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \mathcal{D} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Mit Verwendung der kalorischen Zustandsgleichung bzw. der Idealgasgleichung

$$e = h - \frac{p}{\varrho} = c_p T - \frac{p}{\varrho} \quad (2.31)$$

wird Gleichung (2.30) weiter umgeformt zu Gleichung (2.32). Die darin auftretende Dissipationsfunktion \mathcal{D} beinhaltet alle viskosen Einflüsse, Gleichung (2.33) [19].

$$\begin{aligned} \varrho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \\ &\quad + \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + w \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \mu \mathcal{D} \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\mathcal{D} = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \quad (2.33)$$

In Anbetracht der Dissipationsfunktion \mathcal{D} ist ersichtlich, dass diese ausschließlich quadratisch auftretende Terme besitzt, sodass immer ein positives Vorzeichen und damit bei jeder reibungsbehafteten Strömung ($\mu > 0$) auch stets ein Verlust resultiert [19, 27]. In Abschnitt 2.3 soll nun konkret das Phänomen *Turbulenz* erläutert werden.

2.3 Turbulenz

Die meisten Strömungen in thermischen Turbomaschinen sind *turbulent*, lokal sind im Strömungsfeld jedoch immer *laminare* oder *transitorische* Regionen vorhanden. *Turbulenz* wird charakterisiert durch zufällige, irreguläre Schwankungen der Feldgrößen und entsteht vielfach aus der *Instabilität* von laminaren Strömungen bei hohen REYNOLDS-Zahlen. Dieses physikalisch komplexe Phänomen stellt auf der experimentellen Seite bzw. in der Messtechnik, wie auch für die CFD-Simulation eine große Herausforderung dar [4, 13].

In Turbomaschinen sind vor allem *wandnahe* und *freie turbulente Scherströmungen* bedeutsam. An den Oberflächen der Profile bilden sich turbulente Grenzschichten, wobei weiter zwischen dem *Nah-* und *Fernfeld* unterschieden werden kann: die Transition von der Grenzschicht- zur Nachlaufströmung weist entlang der Stromlinien oft große Gradienten und stark wechselnde Eigenschaften auf (Nahfeld), wogegen es mit zunehmender Entfernung von der Austrittskante im Nachlauf (ab etwa einer Sehnenlänge) hinsichtlich Turbulenz zu einem *gleichgewichtsnahen Zustand* kommt (Fernfeld) [13].

Weil die zuvor angeführten NAVIER-STOKES-Gleichungen für eine möglichst exakte Lösung von turbulenten Strömungen aufgrund ihrer *nichtlinearen* Natur auch die kleinsten auftretenden Strukturen abbilden müssten, deren Größenordnung sich auf der Ebene der sogenannten KOLMOGOROV-Längenskala bewegt, werden die Rechenzeiten mit den hierfür notwendigen Netzgittern unverträglich groß. Aufgrund der augenscheinlich zufälligen Fluktuation der Feldgrößen in Raum und Zeit haben sich statistische Ansätze bewährt, mit denen eine Reduktion der Gitterpunkte bzw. Rechenzeiten ermöglicht wird [16, 19].

Die zunehmend eingesetzte *Grobstruktursimulation* oder *Large-Eddy-Simulation (LES)* berechnet – im Gegensatz zur *DNS* – nur „grobe“ Turbulenzstrukturen auf direkte Weise in ihrem zeitlichen und räumlichen Auftreten, während *feinskalige Effekte* mathematisch in allen Raumrichtungen herausgefiltert werden. KOLMOGOROV postulierte 1941, dass die Turbulenz mit kleiner werdenden Skalen zunehmend isotrop auftritt und damit

richtungsunabhängig vorliegt. Jede Strömungsgröße kann demnach als die Summe eines gefilterten Werts, welcher maßgebend für den Massen-, Impuls- und Energietransport in der Strömung verantwortlich ist, und einer Schwankungsgröße, welche die – entsprechend der Modellvorstellung – homogen vorliegende Turbulenz als isotrope Größe berücksichtigt, dargestellt werden. Während nun die *grobskaligen Effekte* physikalisch korrekt abgebildet werden, erfolgt die Modellierung der kleinen Skalen über die näherungsweise *Universalität*. Mit der *LES* können relativ gute Näherungslösungen bei einer reduzierten Netzdichte erreicht werden, obgleich diese immer noch relativ hoch sein muss. Derzeit stellen die *DNS* und die *LES* jene beiden Verfahren dar, welche hauptsächlich in der Forschung und Entwicklung zur Validierung von „einfacheren“, d.h. weniger zeit- und kostenintensiven Modellen angewendet werden [19].

Einen zweiten – in der Industrie weit verbreiteten – gangbaren Weg bilden die so genannten *REYNOLDS-Averaged-NAVIER-STOKES-Gleichungen*. Als zentrale Annahme steht dabei die rein *zeitliche Mittelung* der Variablen im Vordergrund, wie sie in den folgenden Abschnitten erläutert wird. Dieser Ansatz, bei dem schließlich die komplette Skala aller Turbulenzeffekte über eine Modellierung berücksichtigt wird, bildet bei der *LES* ausschließlich die kleinsten (näherungsweise isotropen) Skalen ab, worin auch deren wesentlicher Unterschied begründet liegt [16, 19].

2.3.1 Reynolds-Mittelung

Zunächst wird der Ansatz von *REYNOLDS* zur Mittelung der Feldgrößen betrachtet. Φ steht in Gleichung (2.34) für eine allgemein von Zeit und Ort abhängige Feldgröße, welche in ihren zeitlichen Mittelwert $\bar{\Phi}$ und die Schwankungsgröße Φ' zerlegt wird.

$$\Phi(x, y, z, t) = \bar{\Phi}(x, y, z) + \Phi'(x, y, z, t) \quad (2.34)$$

Die Mittelung erfolgt anhand Gleichung (2.35), wobei das Intervall Δt geeignet gewählt werden muss.

$$\bar{\Phi}(x, y, z) = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \Phi(x, y, z, \mathbf{t}) dt \quad (2.35)$$

Als notwendige Bedingung gilt, dass sich der Mittelwert bei einer weiteren Verlängerung des zeitlichen Betrachtungszeitraumes nicht mehr ändert, sodass quasi ein „stationärer“ Zustand vorliegt [19]. Wird dieses Prinzip nun auf den Druck p und die Dichte ρ angewendet und jeweils eine weitere zeitliche Mittelung (wiederum gekennzeichnet durch den Querbalken) der Schwankungsgrößen p' bzw. ρ' durchgeführt, folgt damit notwendigerweise

$\overline{p'} = 0$ und $\overline{\varrho'} = 0$. In Abbildung 2.8 ist exemplarisch der zeitliche Verlauf dieser beliebigen Feldgröße an einem Punkt im Strömungsfeld dargestellt.

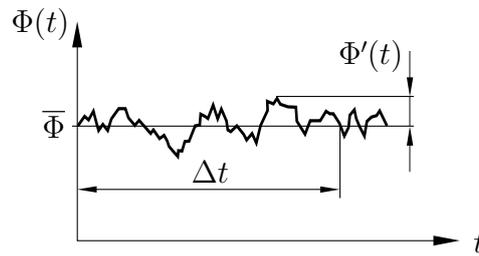


Abbildung 2.8: REYNOLDS-Mittelung einer allgemeinen Feldgröße

Speziell bei der Betrachtung kompressibler Fluide wird die Mittelung der anderen Größen mit dem *massengewichteten* Ansatz nach FAVRE durchgeführt [14, 19]. In Abschnitt 2.3.2 soll diese Mittelung beschrieben werden, bevor mit beiden Ansätzen die Bildung der FAVRE-Averaged-NAVIER-STOKES-Gleichungen (FANS) erläutert wird. Im inkompressiblen Fall geht diese identisch in die REYNOLDS-Mittelung über – die Gleichungen werden analog als REYNOLDS-Averaged-NAVIER-STOKES-Gleichungen (RANS) bezeichnet.

2.3.2 Favre-Mittelung

In analoger Weise wie in Abschnitt 2.3.1 werden die verbleibenden Größen im Strömungsfeld (u , v , w , T und e bzw. e_t) gemittelt. Hierfür kommt nun der Ansatz von FAVRE aus Gleichung (2.36) zu tragen. Φ steht wiederum für eine allgemeine Feldgröße.

$$\Phi = \tilde{\Phi} + \Phi'' \quad \tilde{\Phi} = \frac{\overline{\varrho \Phi}}{\overline{\varrho}} = \frac{1}{\overline{\varrho}} \left[\frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} (\varrho \Phi) dt \right] \quad (2.36)$$

Die massengewichteten Mittelwerte werden zur eindeutigen Differenzierung anstelle des Querstriches $\overline{\Phi}$ mit einer Tilde $\tilde{\Phi}$ versehen, die Schwankungsgrößen analog mit Φ'' anstelle von Φ' . Die Mittelung nach FAVRE bzw. REYNOLDS führt nun zu der in Gleichung (2.37) zusammengefassten Aufteilung der verschiedenen Größen [19].

$$\begin{aligned} \varrho &= \overline{\varrho} + \varrho' & p &= \overline{p} + p' \\ u &= \tilde{u} + u'' & v &= \tilde{v} + v'' & w &= \tilde{w} + w'' \\ T &= \tilde{T} + T'' & p &= \tilde{e} + e'' \end{aligned} \quad (2.37)$$

Bevor dies auf die Erhaltungsgleichungen (2.28) angewendet werden kann, sind nachfolgend noch die notwendigen Rechenregeln mit den entsprechenden Termen aus dem

Mittelungsansatz angegeben; die Größe Ψ ist dabei analog zu Φ zu verstehen [19].

$$\overline{\Phi''} \neq 0 \quad \overline{\rho \Phi''} = \overline{\rho' \tilde{\Phi}} = 0 \quad \frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial x_i} = \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial x_i} \quad \overline{\Phi + \Psi} = \overline{\Phi} + \overline{\Psi}$$

2.3.3 Favre-Averaged-Navier-Stokes-Gleichungen (FANS)

Mit den im vorangehenden Abschnitt gewonnenen Erkenntnissen kann nun die eigentliche Mittelung der NAVIER-STOKES-Gleichungen (2.28) vollzogen werden. Dieses mathematisch aufwändige Prozedere wird hier nicht explizit angeführt, da es zum einen den Rahmen der vorliegenden Arbeit sprengen würde und zudem wenig zielführend ist – LARSSON [14] liefert für interessierte Leser in [14, Kapitel 2] eine detaillierte Beschreibung der Vorgehensweise. Gleichung (2.38) fasst das Ergebnis in vektorieller Darstellung zusammen:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \\ \bar{\rho} \tilde{\mathbf{e}}_t \end{pmatrix}}_{\text{Lösungsvektor}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \begin{pmatrix} \bar{\rho} \tilde{u}_j \\ \bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{u}_i + \delta_{ij} \bar{p} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{\mathbf{e}}_t + \tilde{u}_j \bar{p} \end{pmatrix}}_{\text{Konvektiver Fluss}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\tau}_{ij} \\ \tilde{u}_i \tilde{\tau}_{ij} - \tilde{q}_j \end{pmatrix}}_{\text{Dissipativer Fluss}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \begin{pmatrix} 0 \\ \widetilde{\tau}_{ij,t} \\ \tilde{u}_i \widetilde{\tau}_{ij,t} - \widetilde{q}_{j,t} \end{pmatrix}}_{\text{Turbulenter Fluss}} \quad (2.38)$$

Mit

$$\tilde{\mathbf{e}}_t = \tilde{\mathbf{e}} + \frac{\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2 + \tilde{w}^2}{2} + k \quad (2.39)$$

$$k := \frac{\widetilde{u''_k u''_k}}{2} = \frac{\widetilde{u''^2} + \widetilde{v''^2} + \widetilde{w''^2}}{2} \quad (2.40)$$

$$\bar{p} = (\kappa - 1) \bar{\rho} \left(\tilde{\mathbf{e}}_t - \frac{\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2 + \tilde{w}^2}{2} - k \right), \quad (2.41)$$

den dissipativen Größen (wie bisher)

$$\tilde{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (2.42)$$

$$\tilde{q}_j \approx -c_p \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} = -\frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} \right) \quad (2.43)$$

und den turbulenten Größen (BOUSSINESQ)

$$\widetilde{\tau}_{ij,t} \equiv -\overline{\rho u''_i u''_j} \approx \mu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} \quad (2.44)$$

$$\widetilde{q}_{j,t} \equiv c_p \overline{\rho u''_j T} \approx -c_p \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} = -\frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} \right) \quad (2.45)$$

Hierin beschreibt $\tilde{\mathbf{e}}_t$ die *turbulente spezifische Gesamtenergie*, welche sich aus der gemittelten Totalenergie und der *turbulenten kinetischen Energie* k zusammensetzt.

In den *FANS*-Gleichungen (2.38) – welche formal den NAVIER-STOKES-Gleichungen (2.28) bei entsprechend modifizierter Notation ähnlich sind – stehen unter Beachtung von $\overline{\varrho \tilde{\Phi}} = \overline{\varrho} \tilde{\Phi}$ die gemittelten Größen $\overline{\varrho}$, $\overline{\varrho u}$, $\overline{\varrho v}$, $\overline{\varrho w}$ und $\overline{\varrho \epsilon_t}$ im Lösungsvektor – die weiteren Unbekannten sind zunächst μ_t , k und Pr_t . Die obigen Gleichungen gelten für Idealgase mit den konstanten Stoffwerten μ , κ und Pr [14]. Für die verbleibenden unbekanntenen Größen müssen weitere Gleichungen anhand einer *Modellierung* gefunden werden, welche nun auf dem bisher Gezeigten aufbauen.

2.4 Turbulenzmodellierung

Wie in Abschnitt 2.3 dargelegt, führt die REYNOLDS- bzw. FAVRE-Mittelung der NAVIER-STOKES-Gleichungen dazu, dass zusätzlich ein *turbulenter Flussvektor* in Gleichung (2.38) entsteht. Damit treten in dem System neue Terme auf, welche die sogenannten REYNOLDS-Spannungen $\widetilde{\tau_{ij,t}}$ bzw. den *turbulenten Wärmestromvektor* $\widetilde{q_{j,t}}$ repräsentieren. Durch diese Größen werden dem ursprünglich *geschlossenen* System aus gekoppelten partiellen Differentialgleichungen weitere Unbekannte hinzugefügt, womit das System nun mathematisch *unterbestimmt* ist und nicht mehr gelöst werden kann [19, 23].

Es erfordert daher die Einführung von weiteren, empirisch ermittelten Zusammenhängen, um das Gleichungssystem in eine lösbare Form überzuführen. Dieses Problem wird allgemein als *Schließungsproblem der Turbulenz* bezeichnet [19]. Die *Modellierung der Turbulenz* stellt das zentrale Problem bei der Berechnung turbulenter Strömungen dar, weshalb es heute bereits eine Fülle von verschiedenen *Turbulenzmodellen* für verschiedenste Anwendungsgebiete gibt. Im Folgenden werden jedoch nur zwei davon näher betrachtet.

2.4.1 Wirbelviskositätsmodelle

Der Impuls- und Wärmetransport in Strömungen wird von der molekularen Viskosität und der Wärmeleitfähigkeit des Fluids bestimmt. Um die sechs unbekanntenen REYNOLDS-Spannungen in den *FANS*-Gleichungen (2.38) abbilden zu können, verwendete BOUSSINESQ einen Ansatz, welcher diese Austauschvorgänge auch in turbulenten Strömungen auf eine analoge Weise repräsentiert. Jene Modelle, welche sich diesen Ansatz zunutze machen, werden gemeinhin als *Wirbelviskositätsmodelle* bezeichnet. Diese sind im technischen Alltag die am häufigsten verwendeten Modelle [19, 23].

In Gleichung (2.44) wird dies bereits berücksichtigt, da sich die vorliegende Arbeit ausschließlich mit einer derartigen Modellierung befasst. μ_t bezeichnet darin die *turbulente*

Zähigkeit oder *Wirbelviskosität*, welche in diesem Fall keinen Stoffwert, sondern eine lokale Turbulenzeigenschaft der Strömung darstellt. Der letzte Term in Gleichung (2.44) beschreibt den *turbulenten Druck*, welcher proportional zur turbulenten kinetischen Energie k ist. Nach dieser Überlegung werden auch die *turbulenten Wärmeströme* entsprechend dem FOURIER'schen Ansatz anhand Gleichung (2.45) angegeben [14].

In völliger Analogie zum *laminaren* Fall aus Gleichung (2.22) wird eine *turbulente PRANDTL-Zahl* eingeführt, welche für Luft typischerweise einen Wert von 0,9 besitzt, Gleichung (2.46). Damit existiert ein Zusammenhang zwischen der Wirbelviskosität μ_t und der turbulenten Wärmeleitfähigkeit λ_t [19].

$$Pr_t = \frac{c_p}{\lambda_t} \mu_t \approx 0,9 \quad (2.46)$$

Durch die Reduktion der sechs unbekanntes REYNOLDS-Spannungen auf eine Größe (μ_t) wird die Turbulenz als *isotrope Eigenschaft* im Strömungsfeld angesehen, wodurch der mathematische Aufwand zur Lösung beträchtlich reduziert wird. Diese Annahme hat aber vor allem in der Nähe von Wänden, wo die Fluktuationen eine räumliche Einschränkung für eine freie Bewegung und damit eine Anisotropie besitzen, oder in *freien Scherschichten* entsprechende Nachteile [19].

Neben den *algebraischen Turbulenzmodellen*, welche davon ausgehen, dass die Turbulenz nur von den lokalen Gegebenheiten im Strömungsfeld abhängt, gibt es die sogenannten *Transportmodelle*, bei denen die Turbulenz in bestimmten Gebieten entsteht, die Strömung beeinflusst und an einer anderen Stelle wieder abklingt [19]. Letzteres ist für die Strömung in thermischen Maschinen relevant.

Aus der Impulsbilanz bzw. den zugehörigen REYNOLDS-Gleichungen (2.38) wird die turbulente kinetische Energie k als Transportgröße abgeleitet. Dazu wird die i -te Komponente mit der Schwankungsgröße u'_i multipliziert, zeitlich gemittelt und in die Form von k umgeschrieben. Beispielhaft soll hierfür die Ableitung von LARSSON [14] in Gleichung (2.47) angegeben werden [19]. Dieser liegen wiederum verschiedene Modellierungen zugrunde, auf dessen Erläuterungen an dieser Stelle verzichtet wird.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} k) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\rho} \tilde{u}_j k - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] = P - \bar{\rho} \varepsilon \quad (2.47)$$

Mit

$$P := -\overline{\rho u''_i u''_j} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \equiv \widetilde{\tau_{ij,t}} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \quad (2.48)$$

$$\varepsilon := \frac{1}{\bar{\rho}} \overline{\tau_{ji}''} \frac{\partial u''_i}{\partial x_j} \quad (2.49)$$

P beschreibt hierin einen Produktionsterm, ε die *turbulente Dissipation* [14].

2.4.1.1 Spalart-Allmaras-Modell

Das *Eingleichungsmodell* nach SPALART-ALLMARAS (SA) wurde in der vorliegenden Arbeit aufgrund seiner hohen numerischen Stabilität zum *Hochlauf* verwendet und soll daher kurz angesprochen werden.

Aus der Lösung einer zusätzlichen Differentialgleichung in Form von Gleichung (2.50) mit $\sigma = \frac{2}{3}$ wird die SPALART-ALLMARAS-Variable $\tilde{\mu}$ berechnet. Die Gleichung ist ähnlich aufgebaut wie die anderen Feldgleichungen (instationärer, konvektiver und diffusiver Term). Auf der rechten Seite befindet sich jedoch eine Störfunktion mit Quell-, Senk- und weiteren Diffusionstermen, auf welche an dieser Stelle nicht weiter eingegangen wird [24].

$$\frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial t} + u_i \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{(\mu + \tilde{\mu})}{\sigma} \frac{\partial \tilde{\mu}}{\partial x_i} \right] + f(\tilde{\mu}) \quad (2.50)$$

Das Modell erfordert als Randbedingung an festen Wänden $\tilde{\mu} = 0$, am Eintritt muss ein Wert festgelegt werden (nach Empfehlung der Autoren z.B. $\frac{\tilde{\mu}}{\mu} = 0, 1$) und am Austritt wird $\tilde{\mu}$ extrapoliert. Die Wirbelviskosität μ_t ist mit $\tilde{\mu}$ wie folgt verknüpft [24]:

$$\mu_t = \frac{\chi^3}{\chi^3 + 7,13} \tilde{\mu} \quad \chi := \frac{\tilde{\mu}}{\mu} \quad (2.51)$$

2.4.1.2 Shear-Stress-Transport-Modell nach Menter

Das *Shear-Stress-Transport-Modell* (SST) nach MENTER ist jenes *Zweigleichungsmodell*, welches bei der Bearbeitung dieser Arbeit hauptsächlich verwendet wurde. Um den vorgesehenen Rahmen nicht zu sprengen, werden in diesem Abschnitt nur die wichtigsten Aspekte des SST-Modells behandelt, ohne explizit alle Differentialgleichungen und Modellparameter anzuführen. Als Basis zum Verständnis des SST-Modells sind im Folgenden einige Anmerkungen zu weiteren Modellen zusammengefasst.

k- ε -Modelle Als klassisches Zweigleichungsmodell löst das k - ε -Modell zwei Differentialgleichungen für k und ε , womit die Wirbelviskosität mit

$$\mu_t = \varrho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad C_\mu = 0,09 \quad (2.52)$$

berechnet wird. Der Modellvorstellung nach werden große, energiereiche Fluktuationen, welche selbst instabil sind und dadurch in kleinere Strukturen zerfallen, durch das Feld

transportiert, bis sie an einer anderen Stelle wieder zerfallen bzw. aufgezehrt werden. Diese großräumigen Erscheinungen bewegen sich größtenteils aufseiten der *turbulenten kinetischen Energie* k , wogegen die Dissipation vorwiegend auf der kleinen Skala stattfindet, was sich verstärkt in der *turbulenten Dissipation* ε niederschlägt. Damit wird die Turbulenz in der *freien Strömung* relativ gut abgebildet [19].

In der wandnahen Schicht kann dieses Modell jedoch das *Abklingen* der REYNOLDS-Spannungen nicht richtig wiedergeben. Eine genaue Auflösung der *viskosen Unterschicht* ist jedoch Voraussetzung, um die Wandschubspannung, den Wärmestrom oder eine Strömungsablösung korrekt abzubilden. Aus diesem Grund sind dort zusätzliche Terme zur *Dämpfung*, sowie unter Umständen auch die Modifizierung der Transportgleichungen bzw. des Wirbelviskositätsansatzes notwendig. Bei Erhöhung der REYNOLDS-Zahl wird die Modellierung wegen der abnehmenden Grenzschichtdicke immer ungenauer [14, 19].

k- ω -Modelle Mit dem WILCOX k - ω -Modell ist es gelungen, Grenzschichteffekte ohne zusätzlichen Dämpfungsterm abzubilden. Zudem kann an den Wänden eine einfache DIRICHLET-Randbedingung für die *spezifische Dissipationsrate* ω aufgebracht werden, womit unter anderem gute numerische Eigenschaften vorliegen. Andererseits reagiert ω außerhalb des wandnahen Bereichs sehr empfindlich auf Scherkräfte, worin der wesentliche Nachteil begründet liegt [14, 28].

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (2.53)$$

Die Wirbelviskosität folgt aus Gleichung (2.53). Dem k - ω -Modell in seiner ursprünglichen Form (1988) wurden aufgrund der erhöhten *Freistromsensitivität*, sowie für den Transitionsbereich als Weiterentwicklung zusätzliche Funktionen beigefügt [14, 28]

SST-Modell nach Menter Das SST-Modell von MENTER kombiniert nun die Vorteile der beiden zuvor genannten Modelle: es handelt sich also um ein Modell, welches die wandnahen Bereiche anhand eines k - ω -Modells behandelt und außerhalb dieser Region automatisch auf ein entsprechend übersetztes k - ε -Modell wechselt. Der Übergangsbereich zwischen den beiden Gebieten wird durch eine sogenannte *Blending-Function* realisiert [14, 18].

In Kapitel 3 wird nun anhand der Problemstellung auf weitere Aspekte der numerischen Simulation eingegangen.

3 Modellierung & Simulation

Nachdem in Kapitel 2 bereits einige allgemeine Aspekte zu den auftretenden Sekundäreffekten in thermischen Maschinen bzw. zur numerischen Strömungssimulation behandelt wurden, wird sich dieses Kapitel nun auf die konkrete Durchführung der Arbeit fokussieren.

Die Hauptgliederung unterteilt sich dabei in chronologischer Reihenfolge wie folgt:

- *Preprocessing*
- Berechnung
- *Postprocessing*

Der letzte Punkt wird dann den Übergang zur Ergebnisauswertung (Kapitel 4) bereiten.

3.1 Preprocessing

Hierunter versteht sich die mathematische Aufbereitung der Problemstellung in eine für den *Solver* verständliche Form, d.h. es muss eine *diskretisierte Geometrie* mit vollständig definierten Rand- und Anfangsbedingungen vorhanden sein. Daneben müssen dem Gleichungslöser alle notwendigen Modelle und Parameter in einer geeigneten Form zur Verfügung stehen, sodass die *iterative Berechnung* zur Minimierung der Residuen gestartet werden kann.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit kommt die *Finite-Volumen-Methode (FVM)* bei einem *blockstrukturierten* Netz zur Anwendung. Diese zeichnet sich durch eine hohe Genauigkeit bei der Darstellung von Unstetigkeiten (z.B. Verdichtungsstöße) bei einer relativ guten Flexibilität aus.

3.1.1 Netzerstellung

Für die Berechnung der diskretisierten Modell- und Erhaltungsgleichungen wurde mittels dem Netzerstellungs-Tool AiGrid3D in der Version 1.3 von P. PIERINGER ein Rechenetz generiert. In Abschnitt 1.4.2 wurden bereits die geometrischen Modifikationen der Ausgangsdaten erläutert.

3.1.1.1 Einlesen der Geometriedaten

Die Basis des zu erstellenden Netzes bilden die Begrenzungsflächen des zu betrachtenden *Kontinuums*. Neben der aus den originalen Profildaten extrahierten Punktwolke für jede Profilloberfläche benötigt AiGrid3D die zweidimensional vorliegende Außenkontur der Mantelflächen *Hub* bzw. *Shroud*.

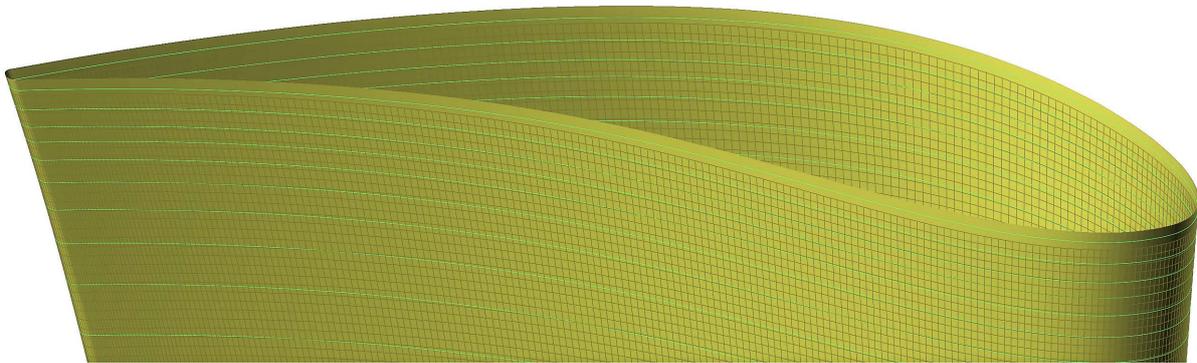


Abbildung 3.1: Extrapolation der Profilkontur am *Shroud* des *HP*-Stator

Die Profilschnitte liegen dabei in Form von Höhenschnitten vor, d.h. es gibt eine Reihe von geschlossenen Konturen, welche als Erzeugende für die Oberfläche dienen. Diese Kurven sind exemplarisch in Abbildung 3.1 als hellgrüne Konturen dargestellt. Die gelbe Fläche stellt darin die von AiGrid3D extrapolierte Kontur dar, welche einer eindeutig definierten Durchdringung mit z.B. der *Shroud*-Fläche dienen soll. Außerdem ist in Abbildung 3.1 ein Netz auf der Profilloberfläche zu erkennen. Dieses markiert letztendlich die zwischen *Hub* und *Shroud* liegende Fläche, d.h. die gelbe Profilloberfläche wird mit der 2D-Kurve von *Hub* bzw. *Shroud* im Endeffekt genau auf die Größe der vernetzten Kontur gestutzt.

Die Extrapolation der Kontur nach Entfernung der ursprünglich vorhandenen Verrundung in diesem Bereich (vgl. Abschnitt 1.4.2.1) wurde hier bereits in den Rohdaten vollzogen. Dabei ist mittels Kurven zweiter Ordnung eine Extrapolation der äußersten drei Höhenschnitte in *Span*-Richtung durchgeführt worden, bevor die Profilloberfläche bzw. die grünen Konturen in das für AiGrid3D notwendige *xml*-Format exportiert wurden. Die anderen Profile werden auf analoge Weise eingelesen – lediglich für die Darstellung des *Rotorpalts* wird eine weitere *xml*-Datei mit der äußersten Kontur des Rotors in zweidimensionaler Form benötigt. Zusätzlich wird an AiGrid3D die jeweilige Schaufelzahl übergeben, aus der mit dem entsprechenden Radius die Teilung berechnet wird.

Für die Abbildung der *Cavities* werden weitere *xml*-Dateien eingelesen, welche die Konturinformationen der *Cavities* bereithalten. Diese werden zuletzt an die Domäne des Rotors angefügt.

3.1.1.2 Vernetzung des Schaufelkanals

Die kleinste Einheit im strukturierten Netz stellt der *Knoten* dar; mehrere Knotenpunkte bilden eine zwei- oder dreidimensionale hexagonale *Zelle*. Der systematische Zusammenschluss mehrerer Zellen wird als Block bezeichnet, wobei zwei verschiedene Typen zur Anwendung kommen: der sogenannte *H-Block* (siehe z.B. Abbildung 3.2 ganz links) stellt einen beliebig gekrümmten Quader mit einer *schachbrettartigen* Anordnung von Netzlinien mit der Bezeichnung i , j und k dar. Daneben wird für eine korrekte Abbildung der Schaufelgrenschichten jeweils ein sogenannter *O-Block* verwendet. Letzterer zeichnet sich darin aus, dass er eine *Schließung* benötigt, um die letzte mit der ersten Netzlinie zu verbinden (z.B. Schaufelkontur-Blöcke in Abbildung 3.2). Eine übergeordnete Rolle nimmt die *Domäne* ein, welche mehrere Blöcke etwa zu einer Schaufelreihe (farblich markiert) zusammenfasst. Domänen werden z.B. bei der Definition der Randbedingungen als feststehend bzw. mit einer gegebenen Drehzahl rotierend festgelegt. Zwischen ihnen bedarf es einer *Interface*-Bedingung.

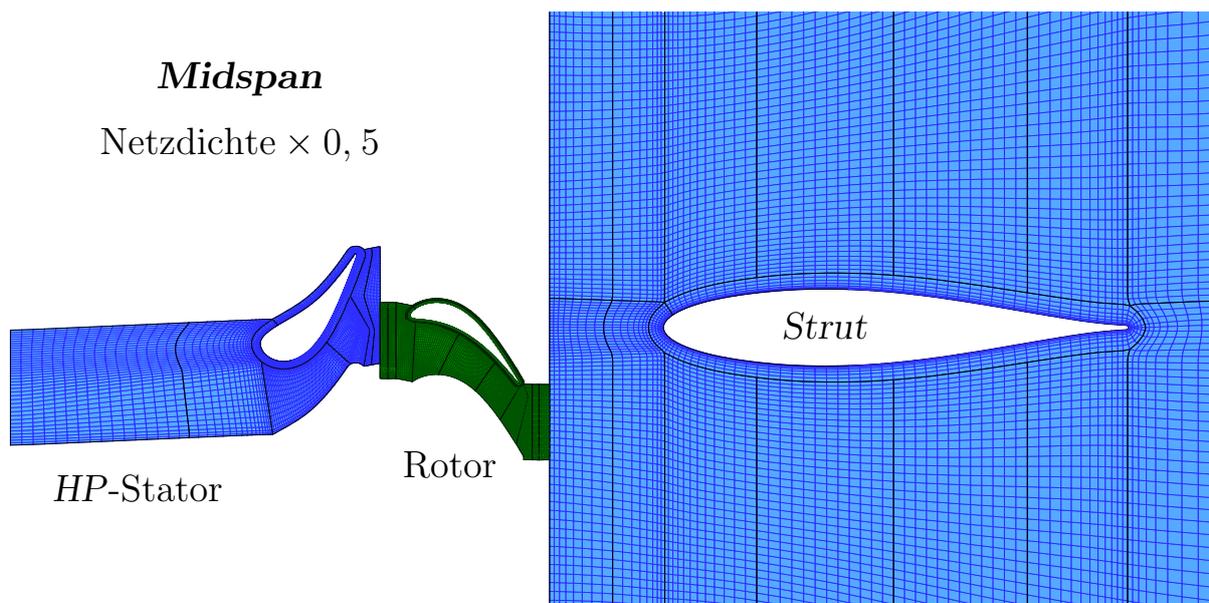


Abbildung 3.2: Vernetzung am *Midspan* mit halber Netzdichte

Nach dem Einlesen der Daten werden für jede *Domäne* ausgehend von der zweidimensionalen Profilkontur als geometrische Referenz mehrere Punkteketten definiert, welche die späteren Blockgrenzen darstellen. Dazu muss auf jeder Kurve die Anzahl und Verteilung bzw. Verdichtung der Punkte anhand eines *Tangens hyperbolicus* definiert werden. AiGrid3D generiert aus diesen Kurven dann ein strukturiertes Netz in der zweidimensionalen Domäne bzw. einem *Höhenschnitt*. Die Knotenpunkte werden jeweils so mit Indizes versehen, dass die positive k -Richtung später entlang des *Span* nach außen zeigt; i und j sind jeweils von

einer Ecke des Blocks ausgehend festgelegt und bilden mathematisch ein *Rechtssystem* mit der *Span*-Koordinate k .

In AiGrid3D ist es hilfreich, einen globalen Multiplikator festzulegen, der eine ein- bzw. mehrfache Verdoppelung der zu erzeugenden Zellen bewirkt. In Abbildung 3.2 wurde die *Netzdichte* auf die Hälfte des für die Lösung verwendeten Netzes reduziert, um eine bessere Darstellung zu gewähren.

Zweidimensionale Domäne In Abbildung 3.2 ist bereits die zweidimensionale Vernetzung aller drei Schaufelreihen am *Midspan* zu sehen. Die Blockgrenzen sind durch dickere schwarze Linien gekennzeichnet – diese wurden so definiert, dass eine möglichst gleichmäßige Größenverteilung im Sinne der Zellanzahl unter allen Blöcken vorliegt (siehe Abschnitt 3.2.3.2). Im erstellten Netz fallen die Knotenpunkte der einzelnen Blöcke *innerhalb* einer Domäne stets zusammen – es benötigt daher keine Interpolationen und die Feldgrößen können ungehindert zwischen den Blöcken übertragen werden [16]. Beim Übergang von einer Domäne zur anderen ist das zweckmäßigerweise nicht der Fall, weil hier ohnehin eine *Interface*-Bedingung modelliert werden muss.

Für die Kontrolle der Punkteketten bzw. Blockgrenzen können bereits vorab im Zuge der Netzerstellung 2D-Daten für eine beliebige *Span*-Höhe ausgegeben werden. Durch die räumliche Krümmung des Profils bzw. Ringkanals müssen die Netzgeometrien stets an mehreren Stellen (analog zum dargestellten *Midspan*) überprüft werden, was insbesondere bei starken geometrischen Änderungen eines Profils über den *Span* – wie z.B. beim *Strut* – notwendig ist, um das Netz im Bereich der Hinterkante möglichst sauber darzustellen. Mittels eines internen Parameters in AiGrid3D (*Hub* → *Shroud* : 0 → 1) können die im Skript festgelegten Variablen für die Punkteverteilungen bzw. Ortsvektoren innerhalb der aktuellen 2D-Domäne in Abhängigkeit von der Kanalhöhe variiert werden. Dies wird im vorliegenden Fall in linearer und teilweise auch quadratischer Form (beim *Strut*-Netzgitter) auf die Verteilungsfunktionen angewendet, um das Netz an die jeweiligen Gegebenheiten möglichst gut anzupassen.

Nach der Adaptierung aller Netzparameter in den verschiedenen Ebenen der 2D-Domäne wird eine *Relaxationsfunktion* angewendet, welche die teils abrupten Übergänge bzw. Knicke an den Blockgrenzen auf iterative Weise „entspannt“. Dabei wird stets die Position der Ausgangskontur bewahrt, um die Geometrie nicht zu verändern. In AiGrid3D werden auch die Ränder des Strömungsfeldes namentlich anhand der 2D-Domäne definiert – im Anschluss wird damit automatisch ein zusätzliches Ausgabefile `faces.xml` geschrieben, womit sichergestellt wird, dass z.B. periodische Randbedingungen, Ein- und Austrittsflächen, sowie feste Wände innerhalb der 3D-Domänen eine eindeutige Bezeichnung erhalten, um später konkrete Randbedingungen darauf anwenden zu können.

Dreidimensionale Domäne Mit der Definition einer Punkteverdichtung entlang des *Span* wird die dritte Dimension k nun einfach durch die Verbindung der kohärenten Netzebenen erstellt, sodass das gesamte Strömungsfeld ausgefüllt wird. Durch die Verdichtungsfunktionen kann damit ein 3D-Netzgitter generiert werden, welches jegliche Grenzschicht abbilden kann. Nach diesem Schritt wird noch die Ausrundung von Schaufelkopf bzw. -fuß, sowie eventuell eine mehrfache Ausführung eines Strömungskanals für die instationäre Rechnung mit dem *Sliding-Mesh-Approach* (siehe Abschnitt 3.1.3) angewendet. Das fertige Netz wird in die *Binärdatei* `geom.bin` geschrieben und zusammen mit der Definitionsdatei für die Grenzflächen (`faces.xml`) mit dem zweiten Tool AiGridLinars mit *Randbedingungen* versehen.

Vernetzung des Rotorspalts Eine Besonderheit bei dieser Form der Vernetzung stellt der Rotorspalt dar, welcher ein Teil des Kontinuums ist, das es abzubilden bzw. mit Diskretisierungszellen „auszufüllen“ gilt. Hierzu wird eine zusätzliche *Außenkontur* der Rotor-Hüllkurve als 2D-Linienzug übergeben und in AiGrid3D eine speziell dafür vorgesehene Funktion aufgerufen. Dazu soll in Abbildung 3.3 nochmals das Netz des Rotors an der Schaufelspitze gezeigt werden.

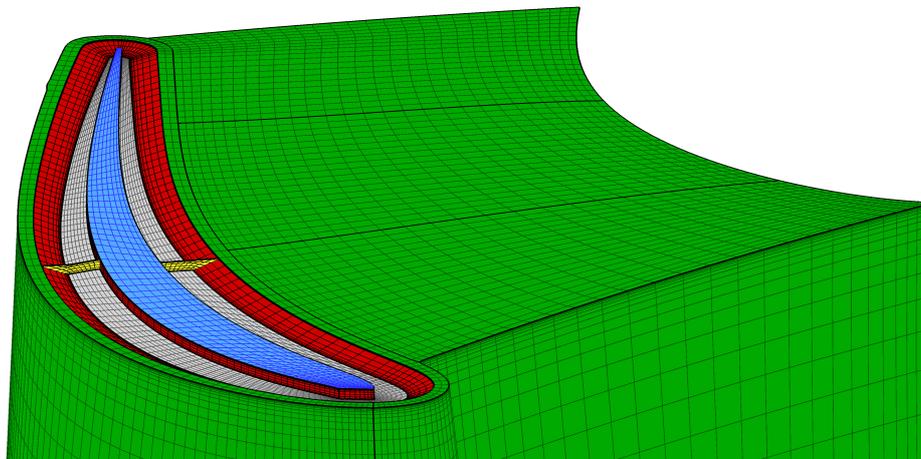


Abbildung 3.3: Vernetzung des Rotorspalts mit halber Netzdichte

Anhand eines *äußeren* und *inneren* O-Blocks wird ein schmaler Bereich um die Schaufelkontur des Rotors an der äußeren Schaufelspitze zunächst von einer Vernetzung ausgespart. Im Anschluss wird im Rotorspalt ein zentraler H-Block zwischen der Mantelfläche am Ende des Rotorblatts (graue Fläche) und dem *Shroud* entlang der *Profillinie* festgelegt. Der verbleibende Bereich um die äußere Profilkante wird dann von einem weiteren O-Block ausgefüllt, welcher im Bereich der Eckfuge mittels einer Gehrung den inneren O-Block mit dem H-Spaltblock bzw. die beiden rot dargestellten Flächen miteinander verbindet. In Abbildung 3.3 wird der Querschnitt dieses umlaufenden O-Blocks in gelb angedeutet.

Vernetzung der Cavities Die Vernetzung der Cavities kann in AiGrid3D anhand einer eigenen Domäne erfolgen, in der die Eckpunkte als Koordinatenwert einer axialen bzw. radialen Position eingelesen werden. In Abbildung 3.4 sind die Meridianschnitte aller vier *Cavities* mit der – wie bisher – halben Netzdicke dargestellt.

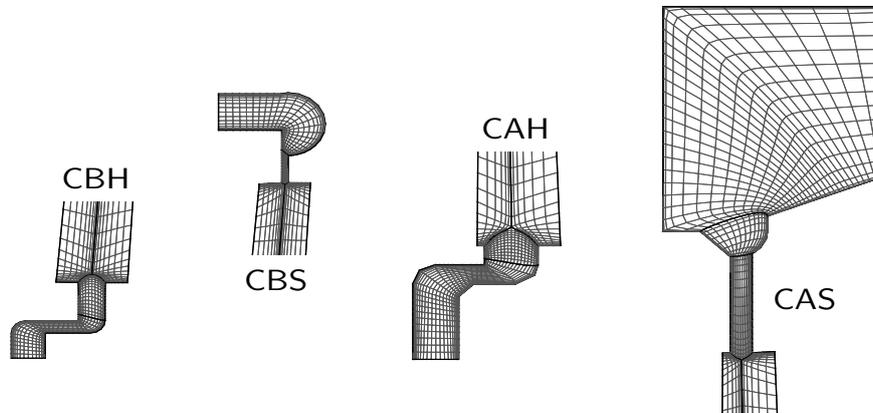


Abbildung 3.4: Rechennetz der *Cavities* am Rotor mit halber Netzdicke

Die zweidimensionale Vernetzung wird in vollkommener Analogie zu vorhin anhand von Punktekettten und Verdichtungsfunktionen durchgeführt. Erst in der dreidimensionalen Umgebung von AiGrid3D werden diese so genannten „*Wedges*“ an die 3D-Domäne des Rotors angefügt. Die Punkteverteilung in Umfangsrichtung bzw. die tangentielle Ausdehnung wird hierbei von jener der Ein- und Auslassblöcke der zugrundeliegenden Domäne bestimmt.

3.1.1.3 Eigenschaften des Rechennetzes

In Tabelle 3.1 sind maßgebende Netzdaten zusammengefasst. Für die *instationäre* Berechnung wird das Netz des *HP*-Stators in vierfacher Ausführung mit 36 Blöcken verwendet.

Tabelle 3.1: Quantitative Eigenschaften des erzeugten Rechennetzes

Domäne	Blockanzahl	Anzahl der Zellen	Maximales <i>Volume Ratio</i>
<i>HP</i> -Stator	9	2 526 720	1,952
Rotor	24	5 128 704	6,071
<i>Strut</i>	9	2 734 080	2,873
Stationär	42	10 389 504	6,071
Instationär	69	17 969 664	

Für die Untersuchung der verschiedenen *Clocking*-Positionen CP00 bis CP75 wurde die Position der importierten Schaufelkontur des *HP*-Stators mittels eines entsprechend imple-

mentierten globalen *Pitch*-Faktors verschoben, bevor die Netzgenerierung gestartet wurde. Die Anwendung der notwendigen *Randbedingungen* wird in Abschnitt 3.1.3 behandelt.

Das in Tabelle 3.1 angegebene *Volume Ratio* ist eine vom *Solver* berechnete und über die Log-Datei ausgegebene Größe, welche die Größenzunahme zwischen benachbarten Zellen beschreibt. Diese sollte möglichst klein (Werte < 4 sind wünschenswert) sein, um die Gradienten der Feldvariablen gut abzubilden. Der angegebene Maximalwert liegt in einer Zelle an der Hinterkante im Bereich der äußeren Rotorspitze vor und resultiert aus den geometrisch bedingten starken Verzerrungen des strukturierten Netzes jenes O-Blocks, der bereits anhand von Abbildung 3.3 auf Seite 43 beschrieben wurde. Der *dimensionslose Wandabstand* y^+ wird in Abschnitt 3.2.5 betrachtet.

3.1.2 Fluid- & Modellparameter

In mehreren Abschnitten wurden bereits verschiedene Parameter angegeben, welche für eine Lösung der aufgestellten Gleichungen und Modelle benötigt werden. Im Bereich der *TTM* wird fast ausschließlich das Medium *Luft* als *ideales* bzw. *perfektes* Gas für *CFD*-Berechnungen herangezogen, wie auch im vorliegenden Fall. Als explizit festzulegende Fluid-Parameter werden in *LINARS* lediglich die Gaskonstante $R = 278 \text{ J}/(\text{kg K})$ und der Isentropenexponent $\kappa = 1,4$ als Standardparameter anhand der Einstellungs-Datei `control.xml` übergeben. Andere Werte, welche für die Betrachtung einer Luftströmung von Bedeutung sind, liegen direkt im Sourcecode vor. Als Beispiel sollen hier nochmals die Modellparameter des *SUTHERLAND*-Modells oder diverse Konstanten der verfügbaren bzw. implementierten Turbulenzmodelle erwähnt sein.

3.1.3 Randbedingungen

Mit den in *AiGrid3D* generierten Netzdaten (`geom.bin`) und der Flächendefinitionsdatei (`faces.xml`) wird mithilfe des Programms *AiGrid LINARS* eine weitere Datei erstellt (`boundCond.xml`), welche die ersten beiden verknüpft. Mit diesem Tool werden den verfügbaren Flächen anhand der Netzdaten die Simulations-Randbedingungen via `xml`-Datei aufgeprägt.

Neben der Festlegung einer Drehzahl für die rotierenden Domänen werden z.B. auch feste Wände oder die Ein- und Austrittsflächen am Netz definiert. Zudem besteht darin die Möglichkeit, verschiedene *Interface*-Bedingungen zwischen den Domänen zu implementieren. In den folgenden Abschnitten sind die angewendeten Randbedingungen angeführt.

3.1.3.1 Drehzahl

Zuerst wird mit AiGrid LINARS die Rotordrehzahl n bzw. die Winkelgeschwindigkeit ($\Omega = 2\pi n/60$) für die entsprechende Domäne definiert. Da es im Allgemeinen aber bewegte und feststehende Wände innerhalb einer Domäne gibt, müssen diese gesondert betrachtet werden (siehe Abschnitt 3.1.3.3). Die beiden Statoren bleiben als nicht rotierende Domänen hierfür zunächst unberücksichtigt.

3.1.3.2 Ein- & Austrittsbedingungen

Als bekannte Größen an den Rändern des Strömungsgebiets werden am Eintritt Totaldruck und -temperatur, sowie eine nahezu achsparallele Zuströmung festgelegt. Das *Viskositätsverhältnis* χ nach der Definition in Gleichung (2.51), die *Turbulenz-Intensität* Tu und die *integrale turbulente Längenskala* stellen jene für die Turbulenzmodellierung notwendigen Parameter in LINARS dar, wie sie im Rahmen dieser Arbeit vereinbart wurden. Tabelle 3.3 fasst diese Größen zusammen, wobei auf eine explizite Angabe der Totalgrößen $T_{t, \text{ein}}$ und $p_{t, \text{ein}}$ am Eintritt verzichtet wird.

Tabelle 3.2: Turbulenz-Randbedingungen am Eintritt

Parameter			Wert
Viskositätsverhältnis (μ_T/μ)	χ	[–]	10
Turbulenz-Intensität	Tu	[%]	10
Integrale turb. Längenskala	l_{Tu}	[m]	0,001

Der Hauptmassenstrom \dot{m}_{ein} am Eintritt liegt für den vorliegenden Fall bei etwa 16,5 kg/s und wird als Bezugsgröße für die *Cavity*-Massenströme herangezogen.

An den vier *Cavity*-Eintrittsflächen wurden die Totaltemperatur und die auf den Hauptmassenstrom \dot{m}_{ein} bezogenen Massenströme festgelegt. LINARS benötigt hierbei die Angabe eines *flächenspezifischen* Massenstromes, welcher intern auf die zugrundeliegende Fläche angewendet wird.

Tabelle 3.3: Turbulenz-Randbedingungen am Eintritt der *Cavities*

Parameter			CBH	CBS	CAH	CAS
Viskositätsverhältnis	χ_i	[–]	10	10	10	10
Turbulenz-Intensität	Tu_i	[%]	5	5	5	5
Integrale Längenskala	$l_{Tu,i}$	[mm]	0,114	0,145	0,154	0,674

Daneben sind wieder Randbedingungen für das verwendete Turbulenzmodell notwendig, dessen konkrete Zahlenwerte für alle *Cavities* in Tabelle 3.3 zusammengefasst sind.

Auf der anderen Seite benötigt LINARS die Definition der *Austrittsbedingungen*. Hierfür wird an der Austrittsfläche ein *statisches Druckprofil* vorgegeben, welches vom Industriepartner aus einer vorangegangenen *CFD*-Berechnung an der zweistufigen Turbine ermittelt wurde – qualitativ ist dieses in Abbildung 3.5 dargestellt. Die Absolutwerte für den statischen Druck sind jeweils auf den *Span*-Mittelwert \bar{p} bezogen.

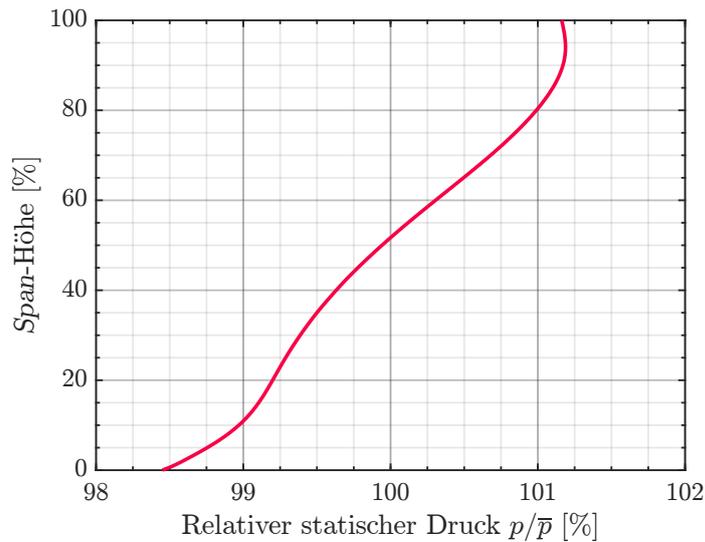


Abbildung 3.5: Vorgegebene Druckverteilung an der Austrittsfläche

Die Kurve in Abbildung 3.5 gilt in Abhängigkeit von der *Span*-Höhe an der gesamten Austrittsfläche – eine Variation des statischen *Gegendrucks* entlang der Umfangskoordinate wird nicht zugelassen.

3.1.3.3 Begrenzungsflächen

Die Schaufelprofile selbst, sowie alle *Hub*- und *Shroud*-Flächen werden für die Berechnung mit einer *Haft*- oder *No-Slip-Bedingung*¹ versehen. Eine Ausnahme bildet die Berechnung ohne Berücksichtigung viskoser Effekte: in diesem Fall wird von den *EULER*-Gleichungen (anstatt den *NAVIER-STOKES*-Gleichungen) gesprochen und eine Wärmeleitung oder Dissipation wäre nicht weiter vorhanden. Statt der Haftbedingung müsste in diesem Fall eine sogenannte *Free-Slip-Bedingung* angewendet werden. Für den vorliegenden

¹Derartige Bedingungen werden auch als *DIRICHLET*-Randbedingung bezeichnet. Mit ihr wird am Rand eines Gebietes eine Größe (z.B. $\vec{v} = 0$) direkt vorgeschrieben. Wird hingegen die Ableitung einer Variable festgelegt, ist von einer *NEUMANN*-Randbedingung die Rede. Letzteres tritt z.B. bei Wärmeströmen auf ($\dot{q}_i \sim \partial T / \partial x_i$) [15].

Fall (mit Berücksichtigung der Reibung) werden jedoch die *festen Wände* in der Datei `boundCond.xml` mit jeweils einem „Schalter“ für deren Bewegungszustand und den Wärmestrom versehen:

Die *Flagge* für den Bewegungszustand wird dann auf den Wert Eins gesetzt, wenn sich die jeweilige Fläche mit der Winkelgeschwindigkeit ihrer entsprechenden Domäne bewegt, andernfalls wird der Wert Null festgelegt. In Erinnerung an Abbildung 1.3 auf Seite 12 ist erkennbar, dass diese Flagge ausschließlich für die Schaufelkontur des Rotors inkl. dessen Deckfläche, dem zugehörigen *Hub* und den jeweils anliegenden Begrenzungsflächen der *Hub-Cavities* gesetzt werden muss. Alle Ein- und Austrittsflächen, sowie die ohnehin vordefinierten *Periodizitätsflächen* wurden nach den bisherigen Schritten bereits deklariert und können von AiGrid LINARS auch nicht mehr für weitere Bedingungen ausgewählt werden.

Für den Fall einer *adiabaten* Simulation, in der die Strömung in keiner thermischen Interaktion mit den Rändern steht, wird die zweite Flagge überall zu Null gesetzt. Mit dieser Einstellung wird eine NEUMANN-Randbedingung angewendet, welche einen Wärmestrom durch diese Flächen verhindert.

Nachdem nun alle Oberflächen an den äußeren Rädern des Rechennetzes behandelt wurden, verbleibt noch der *innere* Rand, also die beiden *Interfaces* zwischen den drei Domänen, an denen die Variablen in einer *geeigneten* Weise zwischen bewegten und ruhenden Domänen übergeben werden.

3.1.3.4 Mixing-Plane-Interface

Die *Mixing-Plane*-Methode wurde im Zuge dieser Arbeit zwar nicht für die *Interfaces* verwendet, dennoch soll diese aber kurz angesprochen werden, da es sich hierbei um eine häufig eingesetzte Methode für die – allen voran stationäre – Strömungsberechnung in thermischen Turbomaschinen handelt. Wie der Name bereits andeutet, kommt es bei diesem Ansatz zu einer Mittelung der Strömungsparameter in Umfangsrichtung. Diese Methode ist für stationäre Berechnungen geeignet, weil jegliches instationäre Verhalten damit herausgefiltert wird [3]. Als wesentlicher Vorteil einer stationären Rechnung stellt sich der geringe Bedarf an Rechenleistung und vor allem auch Speicherkapazität heraus, weil keine zeitliche Abhängigkeit in den Ergebnisdateien vorliegt und zudem z.B. *Multigrid*-Verfahren mit lokal unterschiedlichen Zeitschritten angewendet werden können, um die Rechenzeit zu reduzieren [13, 16].

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine gänzlich andere Methode verwendet, welche numerisch mit einem weitaus höheren Aufwand verbunden ist, weil damit alle instationären Effekte

abgebildet werden. Im konkreten Fall wächst mit dem Übergang auf eine *zeitlich exakte* bzw. instationäre Berechnung neben dem erhöhten Rechen- und Speicherbedarf auch das zugrundeliegende Netz im Hinblick auf die Zellanzahl im stationären *Setting* um etwa 73% (siehe Tabelle 3.1).

3.1.3.5 Sliding-Mesh-Interface

Analog zum letzten Abschnitt lässt sich auch anhand der aktuellen Überschrift bereits viel über den *Sliding-Mesh-Approach* vermuten. Es handelt sich um einen voll instationären Ansatz, der für zeitlich exakte Lösungen herangezogen wird und die Interaktion zwischen Rotor und Statoren abbilden kann. Dies geschieht durch die Übergabe bzw. ein *Mapping* der lokalen Strömungsparameter an eben jener Stelle, an der sich der Rotor *momentan* – also im aktuell betrachteten Zeitschritt – befindet [3].

Durch die Vorstellung, sich selbst im Relativsystem des Rotors mit stromaufwärts gerichtetem Blick zu befinden, wird klar, dass sich die Zuströmung aus dem *HP*-Stator in einer periodisch wiederkehrenden Form ergibt, sobald sich der Rotor (mit konstanter Drehzahl) um genau eine Teilung des *HP*-Stators weiterbewegt hat.

Liegt die Blickrichtung jedoch stromab in Richtung des *Struts* muss – entsprechend dem Schaufelzahlverhältnis – der vierfache Winkel zurückgelegt werden, um wieder denselben Zustand zu erreichen. In logischer Konsequenz folgt, dass es sich offensichtlich erst dann um einen *wiederkehrenden* Zustand handelt, sobald die Rotor-Domäne von *beiden* Seiten das Gleiche „sieht“ – darin liegt begründet, dass der betrachtete Ansatz (anders als bei der *Mixing-Plane*-Methode) nicht mit der Modellierung von nur einer einzigen Passage des *HP*-Stators auskommt.

3.1.3.6 Phase-Lag Boundary Condition

Mit einer Weiterführung der vorangegangenen Überlegung aus Abschnitt 3.1.3.5 wird das Feld nun stromab vom ruhenden System des *HP*-Stators aus betrachtet. Analog zu vorhin ergibt sich dieselbe Strömungssituation wegen $z_R > z_{S1}$ bereits etwas früher – eben genau dann, wenn sich der Rotor um seine eigene Teilung gedreht hat.

Dieser zeitliche Unterschied zwischen den *gleichartigen* Zuständen im Feld führt zu der Einführung von sogenannten *Phase-Lag Boundary Conditions (PLBC)* an den beiden *Interfaces*. Damit wird schlussendlich ermöglicht, die instationäre Lösung mit dem *minimal*

notwendigen Netz zu berechnen, womit in Anbetracht der bei periodischen Randbedingungen *empfindlich* größeren Netze eine bedeutende Reduktion an CPU-Zeit und Speicherbedarf erzielt wird: müsste nämlich dasselbe Netzgitter vollständig für 180° berechnet werden, würde sich eine Zellanzahl von etwa 266,8 Mio. Zellen (+1484%) ergeben.

In LINARS werden *PLBC* anhand einer zusätzlichen Steuerdatei `controlPhaseLag.xml` in Kombination mit der zugehörigen Auswahl in `boundCond.xml` und den Einstellungen `UnsteadyCalc` und `PhaseLagInterface` innerhalb von `control.xml` definiert. Der Vollständigkeit halber fasst Tabelle 3.4 die verwendeten Einstellungen zusammen:

Tabelle 3.4: Festlegung der *Phase-Lag Boundary Conditions* (`controlPhaseLag.xml`)

Schaufelreihe	TauSteps	PhaseSteps
<i>HP</i> -Stator	96	496
Rotor	592	496
<i>Strut</i>	96	496

Darin beschreibt der Wert `TauSteps` die Anzahl der Rechenschritte, welche die jeweils benachbarte Domäne für das Zurücklegen bzw. Abfahren einer Teilung benötigt; nach `PhaseSteps` Schritten entspricht der „obere“ Rand der Domänen dem ursprünglich „unteren“ Rand in der Ausgangsposition.

Schlussendlich führt die Anwendung der *PLBC* zu einer zusätzlichen Ausgabe von Ergebnisdateien. Neben den aktuellen Ergebnissen aller *Flussvektoren* in der *Binärdatei* `primVar.bin` und der Ausgabedatei des entsprechend gewählten Turbulenzmodells (hier `menterSST.bin`) werden weitere Binärdateien `p1BlockData.bin` und `p1IfaceData.bin` ausgegeben. Diese vier Dateien besitzen im vorliegenden Fall insgesamt bereits eine Größe von etwa 11,8 *Gigabytes* und sind z.B. für einen Neustart der *zeititerativen* Berechnung mindestens erforderlich. Um eine Auswertung dieser Daten vornehmen zu können, wird zusätzlich das Tool `Reconstruct` benötigt, welches aus einer Kombination der gesamten Feldinformationen die konkreten Ergebnisdaten für die auszugebenden Zeitschritte kombiniert. Dabei ist jeweils die Betrachtung einer „*echt periodischen*“ Kaskade notwendig, sodass in Anbetracht des größten gemeinsamen Teilers der drei Schaufelzahlen im vorliegenden Fall die Hälfte des gesamten Gebiets, d.h. jeweils ein 180° -Segment aller drei Schaufelreihen, ausgegeben werden muss.

Spätestens für die Berechnung der *letzten* Zeitschritte innerhalb dieses Segments – also der *abschließenden* halben Umdrehung des Rotors – werden in `controlPhaseLag.xml` noch zusätzlich die `OutputSteps` definiert, um nicht jeden verfügbaren Iterationsschritt

herauszuschreiben (die Rechenschrittweite liegt notwendigerweise bei etwa $\Delta\varphi \approx 0,05^\circ$ bzw. $\Delta t \approx 9 \cdot 10^{-7}$ s). Eventuell bereits vorhandene, ältere Ausgabedaten werden dabei laufend von den aktuellen Daten des zuletzt betrachtenden Segments überschrieben. Diese Dateien beinhalten nun die *wiederkehrenden Zustände* aus der Überlegung am Beginn dieses Abschnitts. Das *Tool Reconstruct* „baut“ also gewissermaßen die Gesamtlösung aus den berechneten Teilergebnissen anhand ihres zeitlichen und räumlichen Auftretens zusammen.

3.1.3.7 Speicherplatzbedarf

Für eine Reduktion der generierten Daten wird nur etwa jeder 15. Zeitschritt in eine Ergebnisdatei geschrieben ($\Delta\varphi \approx 0,8^\circ$). Für jeden dieser Zeitschritte und alle vier *Clocking*-Fälle führt dies noch immer zu einem notwendigen Speicherbedarf von etwa 11,75 *Gigabytes* je Datei. Für eine Mittelung der instationären Ergebnisse müssen die Daten des 180° -Segments berücksichtigt werden, weil erst damit eine *echte Periodizität* aller Schaufelreihen vorliegt. Damit folgt rein für die 222 notwendigen Ergebnisfiles je *Clocking*-Fall ein Gesamtspeicherbedarf von etwa 2,55 *Terabytes* – insgesamt also 10,2 *Terabytes*. Dies stellt eine besondere Herausforderung hinsichtlich Handhabbarkeit im Rahmen des *Postprocessing* dar.

3.1.4 Initialisierung

Das Lösungsprinzip der *FVM* erfordert, dass für die erste *Iteration* des Strömungsfeldes bereits ein vollständig definiertes Gebiet vorliegt. Dazu werden in der Regel beliebige Werte wie z.B. die Stagnationsgrößen am Eintritt für jede Zelle festgelegt. Zu Beginn einer Berechnung erfüllt ein auf derartige Weise gewähltes – bei Beachtung der verschiedenen Ein- und Austrittsbedingungen – *unstetiges* Gebiet keinerlei physikalische Gegebenheiten. Aufgabe der iterativen Berechnung ist nun, diesen physikalischen „Fehler“ weitestgehend zu eliminieren, sodass am Ende von einem *auskonvergiertem* Feld gesprochen werden kann. Der *Fehler* wird durch das so genannte *Residuum* quantifiziert. Es handelt sich dabei um einen Zahlenwert für jede Erhaltungsgleichung, welcher angibt, wie gut die stationäre Lösung erfüllt wird bzw. wie groß die zeitlichen Änderungen zwischen zwei Rechenschritten sind. Die Größe hat in ihrer Quantität an sich noch keine Bedeutung, erst das Verhalten bzw. die Tendenz des Absolutwertes über mehrere Iterationsschritte führt zu einer Aussage. In der Praxis wird erwartet, dass die Residuen für eine *konvergente* stationäre Lösung um mehrere Größenordnungen abnehmen [16].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden die beiden Größen *Totaldruck* und *Totaltemperatur* als Initialisierungsgrößen verwendet. Zu Beginn wurde allerdings auch ein

erhöhter *Gegendruck* am Austritt angenommen, um ein *stabiles* Verhalten der Rechnung zu ermöglichen (siehe Abschnitt 3.2.4).

3.2 Berechnung

Die zweite Phase der Simulation ist die *Lösung* der numerischen Gleichungen an sich. Nachdem die notwendigen Vorbereitungen anhand Abschnitt 3.1 getroffen wurden, stellt dies einen eher passiven Teil der Arbeit dar.

Wie bereits mehrfach erwähnt, wurde die Berechnung mit dem institutseigenen *Code* LINARS durchgeführt. In der Einstellungsdatei sind hierfür einige wesentliche Parameter zu setzen, von denen die wichtigsten Aspekte im Folgenden kurz hervorgehoben werden. Um den Rahmen der vorliegenden Dokumentation nicht zu sprengen, ist dieser Teil wiederum relativ kurz gefasst – detaillierte Informationen zu den implementierten Funktionen und Modellen liegen in der Dokumentation von LINARS am ITTM vor. Eine ausführliche Übersicht über derzeit eingesetzte Methoden liefert LECHER [16, Kapitel 5].

3.2.1 Diskretisierung der Erhaltungsgleichungen

Für die Berechnung kommen die *kompribiblen, zeititerativen FANS*-Gleichungen in ihrer konservativen Form, wie sie in Abschnitt 2.2 behandelt wurden, zur Anwendung. Die *diskretisierten Gleichungen* liegen in LINARS für die *FVM* mit Verwendung von blockstrukturierten Netzgittern vor. Weitere Modifikationen dieser Diskretisierung (z.B. die Auswahl von Verfahren höherer Ordnung) werden zentral über das Einstellungsfile `control.xml` gesteuert. Die Diskretisierung der Gleichungen ist nicht Teil dieser Arbeit – für interessierte Leser wird hierfür auf LECHER [16] oder WENDT ET AL. [27] verwiesen.

3.2.2 Festlegung der Zeitschrittweite

Wie bereits in in Abschnitt 3.1.3.6 angegeben, wird der *zeitliche Iterationsschritt* als globale Größe in Abhängigkeit der getroffenen Einstellungen hinsichtlich der *PLBC* festgelegt, um eine *zeitlich akkurate* Lösung zu generieren.

3.2.3 Lösungsverfahren

In LINARS wird ein *High-Resolution-Lösungsverfahren* eingesetzt, welches die Vorteile der expliziten *Upwind-Verfahren* (sehr stabil, genau im Bereich von Unstetigkeitsstellen) und der zentralen Verfahren (hohe Genauigkeit für subsonische Strömungen) kombiniert. Mit dem *ADI-Verfahren* (*Alternating Direction Implicit*) wird das implizit formulierte Gleichungssystem für jede Koordinatenrichtung separat gelöst, wofür effiziente Invertierungs-Algorithmen existieren. Das implizite Gleichungssystem muss für jede Iteration in allen Netzzellen gelöst werden, womit der Rechenaufwand je Iteration zwar steigt, die Anzahl der notwendigen Iterationen bis zur *Konvergenz* jedoch beträchtlich reduziert wird [16].

Ein weiteres Merkmal ist, dass an jenen Stellen, wo ein großer Druckgradient vorliegt, durch einen *mathematischen Schalter* die Ordnung der *numerischen Viskosität* – d.h. der im Gleichungssystem enthaltene *Dissipationsterm* – von der vierten auf die zweite Ordnung reduziert wird, um Unstetigkeitsstellen scharf begrenzt auflösen zu können [16].

Die reibungsfreien Flüsse über die Zellgrenzen werden mit einer Methode zweiter oder dritter Ordnung auf Basis des *Upwind-Flux-Difference-Splitting-Verfahrens* nach ROE gelöst, worauf sich die folgenden Beschreibungen beziehen.

Upwind-Flux-Difference-Splitting-Verfahren Es wird bei Verfahren erster Ordnung angenommen, dass innerhalb einer Zelle konstante Parameter vorliegen, sodass es an den jeweiligen Zellgrenzen durch die vorhandenen Unstetigkeiten zu *Stößen* kommt. In der Folge wird dieses sogenannte *RIEMANN- oder Stoßwellen-Problem* an den Zellgrenzen gelöst, wobei die Strömung mittels eines *Verdichtungsstoßes*, eines *Expansionsfächers* und einer *Kontakt- oder Diskontinuitätsfläche* beschrieben wird. Dafür verwendet der Ansatz von ROE (1981) für eine Verkürzung der Rechenzeit eine angenäherte *RIEMANN-Lösung*. Aus der Differenz der so ermittelten Zellflüsse entsteht dann der neue Zellwert für den nächsten Zeitschritt [16].

Die wesentlichen Vorteile des ROE-Ansatzes sind zum einen seine hohe numerische Stabilität und zum anderen, dass es zu einer automatischen Erfassung und sehr guten Auflösung von Stößen kommt, weil damit neue Extrema und Oszillationen vermeiden werden (d.h. sein Verhalten ist *monoton* – siehe *Upwind-Verfahren*). Es handelt sich hierbei um ein Verfahren mit einer Genauigkeit *erster Ordnung*; für technische Anwendungen wird jedoch meist eine Genauigkeit *zweiter Ordnung* gefordert [16].

Ein möglicher Weg, die erwünschte Genauigkeit dennoch zu erreichen, ist, die Zellwerte nicht als konstant über die betrachtete Zelle vorauszusetzen, sondern eine lineare oder quadratische Verteilung selbiger zuzulassen, womit eine Verteilung *erster* oder *zweiter*

statt *nullter Ordnung* vorliegt. In diesem Fall wird von *High-Resolution-Lösungsverfahren* gesprochen [16, Abschnitt 5.4].

High-Resolution-Lösungsverfahren *Zentrale Verfahren* sind grundsätzlich zweiter Ordnung genau, benötigen allerdings für ihre Stabilität an Unstetigkeitsstellen eine *numerische Dämpfung*, d.h. die *Monotonie-Bedingung* wird damit nicht ohne Weiteres erfüllt [16].

Der im letzten Abschnitt für *Upwind-Verfahren* (Genauigkeit erster Ordnung) eingeführte Ansatz von ROE wird nun mit der am Ende dieses Abschnitts getroffenen Annahme einer *linearen* oder *quadratischen Verteilung* der Zellwerte (anstelle eines konstanten Wertes) erweitert. Durch dieses Vorgehen wird aus dem ROE-Ansatz eine Methode, welche zweiter bzw. dritter Ordnung genau ist, zugleich aber auch *kein* monotonen Verhalten mehr besitzt.

Die *Upwind-Verfahren* höherer Ordnung weisen demnach wie die zentralen Verfahren zweiter Ordnung an Unstetigkeitsstellen Oszillationen auf. Für Abhilfe sorgt hier eine *Monotonie-Bedingung*, welche keine oszillierenden Lösungen erlaubt. Letztere wird grundsätzlich zwar nur für Verfahren erster Ordnung erfüllt, sie kann jedoch durch zwei ähnliche Bedingungen wie folgt ersetzt werden [16, Abschnitt 5.5].

Total Variation Diminishing Die *TVD-Bedingung* schreibt vor, dass die *totale Variation* einer Lösung bei der zeitlichen Iteration nicht zunimmt und stellt damit eine *abgeschwächte Monotonie-Bedingung* dar, womit oszillationsfreie Lösungen bei einer Genauigkeit zweiter Ordnung ermöglicht werden. Mit der alleinigen Anwendung einer *TVD-Bedingung* wird allerdings eine *unphysikalische Lösung* nicht ad hoc verhindert. Um eine solche Lösung dennoch auszuschließen, wird eine zusätzliche Bedingung benötigt, welche eine Abnahme der Entropie verhindert [16].

Limitier-Funktionen Für Verfahren höherer Ordnung werden zur Erfüllung dieser beiden Anforderungen sogenannte *Limitier-Funktionen* angewendet, welche durch nichtlineare Korrekturfaktoren eine Limitierung von Gradienten an Unstetigkeitsstellen bewirken. Damit wird einem *Überschwingen* bzw. einer *Oszillation* der Lösung unter Einhaltung der physikalischen Gegebenheiten entgegengewirkt [16]. In LINARS wird der sogenannte *Minmod-Limiter* verwendet. Ein Vergleich zwischen mehreren gängigen *TVD-Limitern* unter Abschnitt 5.6 in LECHER [16] zeigt anhand des *Stoßwellenrohrs*, dass mit diesem Verfahren sehr gute Ergebnisse erzielt werden.

Die Anwendung der beschriebenen Maßnahmen ermöglicht eine gute Auflösung von Unstetigkeiten ohne unzulässig hohe Oszillationen, wobei eine Genauigkeit höherer Ordnung

erreicht wird – in diesem Zusammenhang wird meist vom *Monotonic Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws (MUSCL)* gesprochen [27].

3.2.3.1 Newton-Subiterationen

In den *Solver*-Einstellungen werden im Rahmen der instationären Berechnung vier *NEWTON-Subiterationen* für den aktuellen Zeitschritt sowie eine *GAUSS-SEIDEL*-Iteration festgelegt. Der *Unterrelaxationsfaktor* des *Solvers* wird mit 0,7 eingestellt, sodass für jeden Zeitschritt

$$1 - (1 - 0,7)^4 \approx 99,2\%$$

der Feldgrößenänderungen wirksam angewendet werden. Für die *Updates* an den *PLBC* wurde der *RefreshFactor* in *controlPhaseLag.xml* mit dem empfohlenen Wert von 0,75 festgelegt:

$$1 - (1 - 0,75)^4 \approx 99,6\%$$

3.2.3.2 Parallelisierung

Der zeitliche Aufwand einer instationären Berechnung kann durch die Verwendung mehrerer *CPUs* signifikant reduziert werden. *LINARS* steht für diesen Zweck als *OpenMP*- und *MPI*-Version zur Verfügung, bei der die Berechnung *blockweise* auf mehrere *Cores* verteilt werden kann – für eine Optimierung der *Core*-Auslastung erfolgt zu Beginn der Rechnung eine Prüfung der vorhandenen Blöcke hinsichtlich ihrer Zellanzahl. Diese ist maßgeblich für die Größe des zu lösenden Gleichungssystems, sodass bereits anhand der Geometriedaten (*geom.bin* bzw. *faces.xml*) eine *effizienzoptimierte* Verteilung der *Tasks* erfolgen kann. Weil für jede Iteration bzw. Subiteration stets das komplette Gleichungssystem gelöst werden muss (vgl. Abschnitt 3.2.3), bestimmt jene *CPU* mit der höchsten Zellanzahl die erforderliche Zeit. Aus diesem Grund wird bereits bei der Netzerstellung auf eine gleichmäßige Aufteilung der Blöcke geachtet – kleinere Netzblöcke können auf weniger stark ausgelastete *Cores* zusammengefasst und dort *sequentiell* gelöst werden.

Im Rahmen dieses Projekts wurden die instationären Fälle (69 Blöcke) auf jeweils 56 *CPUs* bei einer mittleren Auslastung von etwa 83,6% parallelisiert auf dem *iCluster* des *Zentralen Informatikdienstes (ZID)* der *Technischen Universität Graz* berechnet. Aufgrund des begrenzten Angebots an Speicherplatz am *iCluster* wurde gegen Ende der Berechnungsphase auch der größere *lCluster* miteinbezogen. Die anfängliche stationäre Rechnung (42 Blöcke) für den *Hochlauf* wurde auf 32 *CPUs* mit einer durchschnittlichen Auslastung von ca. 88% durchgeführt.

3.2.4 Hochlauf

In Abschnitt 3.1.4 sind die *Initialisierungsbedingungen* für das Strömungsfeld angegeben und es wird bereits dort darauf hingewiesen, dass anfangs mit einem höheren Gegen- druck am Austritt gerechnet werden muss. Diese Maßnahme ist in Kombination mit einer reduzierten Winkelgeschwindigkeit notwendig, weil die hohe Relativgeschwindigkeit des Rotors bei Nenndrehzahl unmittelbar zu einem *Divergieren* und damit zum Abbruch der numerischen Berechnung führt – es muss also ein „numerischer Hochlauf“ des Rotors stattfinden. Im vorliegenden Fall ist dies mit etwa 20 000 Iterationen am stationären Betrachtungsfall erfolgt. Nach etwa 7 500 Schritten wird vom anfangs verwendeten SPALART-ALLMARAS-Turbulenzmodell auf das SST-MENTER-Modell gewechselt.

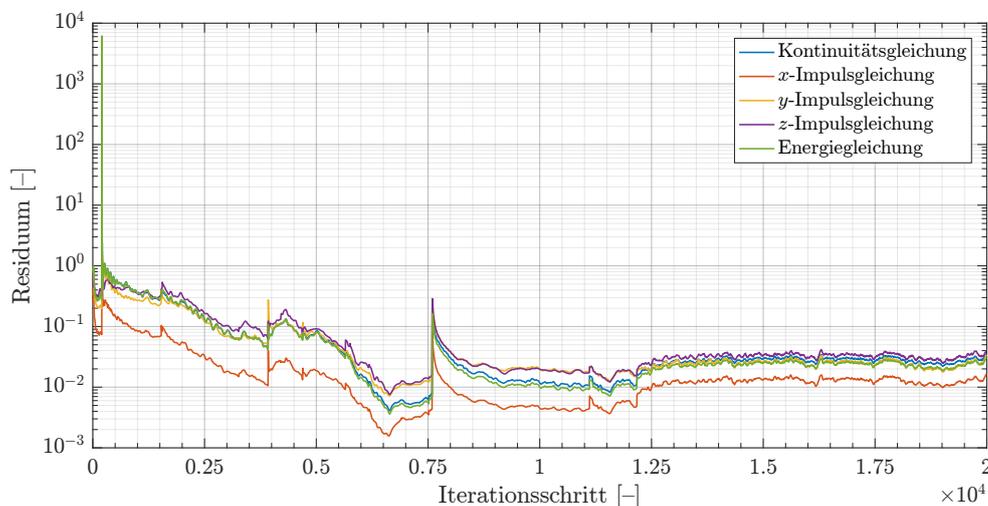


Abbildung 3.6: Verlauf der Residuen für die Hochlaufrechnung im stationären Fall

Die ausgegebenen *Residuen* für den ersten Teil der Hochlaufrechnung sind in Abbildung 3.6 dargestellt. Jede der dargestellten Kurven ist die Summe der Block-Residuen für die entsprechende Gleichung und wird jeweils auf ihren Anfangszustand am Beginn der Rechnung *normiert*. Beginnend mit etwa 30 % der Drehzahl wird nach fünf Zwischenschritten (50, 70, 80 und 90 %) schließlich ab etwa 5 600 Iterationen mit 100 % der Geschwindigkeit gerechnet.

Hier soll nun darauf hingewiesen werden, dass die *stationäre* Rechnung ausschließlich für einen problemlosen Anlauf der instationären Berechnung durchgeführt wurde, weshalb auch kein Anspruch an eine vollständige Konvergenz dieser Lösung gestellt wird. Bei dieser Berechnung wird die *Multigrid*-Methode mit zwei Ebenen zur Konvergenzbeschleunigung bei einer *CFL*-Zahl² von zuletzt 15 verwendet. Zudem wird hierbei auch auf die Anwendung

²Die *CFL*-Zahl ($CFL := a \Delta t / \Delta x$) beschreibt das *lokale* Verhältnis zwischen der Zeitschrittweite Δt und der Zellgröße Δx multipliziert mit der *Schallgeschwindigkeit* $a = \sqrt{\kappa R T}$ [16].

einer *nicht-reflektierenden Interface*-Bedingung – wie für stationäre Fälle üblich [16] – verzichtet. Stattdessen wird eine flächengewichtete Mittelung aller Strömungsparameter an den *Interfaces* modelliert, weil diese Methode eine hohe numerische Stabilität besitzt und für die instationäre Simulation ohnehin der Übergang auf den *Sliding-Mesh-Approach* (Abschnitt 3.1.3.5) erfolgen muss.

Nach Abschluss der stationären Berechnung werden die bis dahin ermittelten Feldgrößen aus den beiden Dateien `primVar.bin` und `menterSST.bin` mit einem weiteren LINARS-Tool (`PrimVarMultiplier`) durch einfaches Kopieren der Zellinformationen (jeweils nur abhängig von i , j und k) auf das erweiterte Netz übertragen, um von diesem Zustand aus den instationären Fall bearbeiten zu können.

3.2.5 Grenzschichtauflösung

An dieser Stelle soll der *dimensionslose Wandabstand* y^+ eingeführt werden, der zur Beurteilung des *Grenzschicht-Auflösungsvermögens* herangezogen wird. Aus dem letzten Zeitschritt der instationären Lösung wird dieser aus den von LINARS ausgegebenen `stx`-Dateien ausgelesen.

Tabelle 3.5: Mittlere dimensionslose Wandabstände für das verwendete Rechenetz

Domäne	Einheit	CP00	CP25	CP50	CP75
<i>HP</i> -Stator	[–]	2,045	2,044	2,045	2,044
Rotor	[–]	0,987	1,003	0,989	0,992
<i>Strut</i>	[–]	0,802	0,818	0,809	0,819
Gesamtnetz (Mittelwert)	[–]	1,559	1,566	1,560	1,562
Zellanteil mit $y^+ < 1$	[%]	31,4	31,0	31,3	31,1
Zellanteil mit $y^+ < 2$	[%]	67,3	67,2	67,2	67,4

Für eine *ideale* Auflösung sollte der Wert $y^+ < 1$ sein. Demgegenüber steht jedoch der Mehraufwand für die numerische Berechnung, weil die Anzahl der Zellen bei einer Verfeinerung entsprechend stark ansteigt. In Tabelle 3.5 werden die y^+ -Mittelwerte aus den einzelnen Domänen bzw. dem gesamten Netz, sowie jene Anteile der Randzellen angegeben, welche einen bestimmten Wert unterschreiten. Das Netz – insbesondere jenes des *HP*-Stators – bedarf in Anbetracht dieser Zahlenwerte einer weiteren Verfeinerung. Nachdem die hauptsächlichen Verluste eher in den letzten beiden Domänen zu erwarten und zudem bereits über 17 Millionen Zellen vorhanden sind, wird jedoch auf eine weitere Nachbesserung verzichtet – ein größeres Netz würde für die verfügbare Festplatten-Speicherkapazität am

iCluster³ hinsichtlich der sehr großen Ausgabedaten des *Reconstruct-Tools* nach derzeitigem Stand zu Problemen führen.

3.2.6 Konvergenzkriterien

Grundsätzlich müssen zur Erzielung von *Konvergenz* – d.h. einer *ausreichend guten* Lösung der numerischen Berechnung – drei Bedingungen erfüllt sein [16]:

- Die Diskretisierung muss *konsistent* sein, d.h. es muss ein korrekter Zusammenhang zwischen den diskreten Differenzen- und den stetigen Differentialgleichungen vorliegen.
- Das Lösungsverfahren verhält sich *stabil*, sodass die diskreten Differenzgleichungen zu einer numerischen Lösung führen.
- Die diskrete Lösung *konvergiert* gegen die (unbekannte) exakte Lösung der Differentialgleichungen – die *Fehler* bzw. *Residuen* werden um mehrere Größenordnungen kleiner.

Die im letzten Abschnitt gezeigten Residuen-Verläufe lassen die Erreichung einer ausreichenden Konvergenz bei einer Fortsetzung der Berechnung vermuten. Im Allgemeinen kann das Konvergenzverhalten für eine stationäre Lösung anhand der grafischen Darstellung gut beurteilt werden.

Schwieriger gestaltet sich hingegen die Konvergenzbeurteilung für den instationären Fall. Beim Übergang von der stationären zur instationären Berechnung wird neben dem adaptierten Lösungsverfahren (vier NEWTON-Iterationen, eine GAUSS-SEIDEL-Iteration, sowie ein fix vorgegebener Zeitschritt) auch das *Interface* zwischen den Domänen beeinflusst – es setzt gewissermaßen eine *Bewegung* ein. Durch die *umlaufende* Rotor-Domäne, deren momentaner Aufenthalt sich in jedem Zeitschritt ändert, müssen die Feldgrößen über einen längeren Zeitraum betrachtet werden. Mit der angestellten Überlegung zu den *wiederkehrenden* Zuständen im Strömungsfeld wird dabei schnell klar, dass es ebendiese Zustände sind, welche für eine Konvergenzbeurteilung herangezogen werden müssen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird mit den Ergebnissen der stationären Anlaufrechnung für den Fall CP00 der Ausgangspunkt für die transienten Simulationen aller vier betrachteten Fälle CP00 bis CP75 festgelegt. Die *Verdrehung* des HP-Stators muss im Hinblick auf die Initialisierung der – für die verschiedenen *Clocking*-Positionen erstellten – Netzgitter aufgrund der jeweils identischen (i, j, k) -Indizes nicht weiter berücksichtigt werden.

³Dokumentation & *Hardware*-Beschreibung abrufbar unter: <http://icluster.tugraz.at/wiki/>

Für alle *Clocking*-Fälle werden insgesamt 7,5 Umdrehungen des Rotors simuliert, wobei das Herausschreiben der gesamten instationären Ergebnisdaten jeweils nach der vollendeten siebten Umdrehung beginnt. Die *echte* Periodizität tritt zufolge der Schaufelzahl-Verhältnisse erst nach einer Rotordrehung von 180° auf, sodass – aus geometrischer Sicht – nur nach jeder halben Umdrehung ein Zustand erreicht wird, in welchem das Strömungsfeld einen geometrisch *völlig identischen* Zustand einnimmt. In Anbetracht aller simulierten Umdrehungen können daher 15 Zeitpunkte gefunden werden, in denen die Lösung ein und denselben Zustand abbildet. Mit einem Vergleich dieser – im Falle einer perfekt auskonvergierten Lösung *identischen* – Zustände wird ein *Einschwingen* der Strömungsgrößen verzeichnet. Dieses Verhalten soll nun für die Konvergenzbeurteilung der instationären Lösung anhand einer grafischen Darstellung über die etwa 53 000 Iterationsschritte betrachtet werden.

Die in Abbildung 3.7 dargestellten Verläufe zeigen exemplarisch das *Einschwingen* der Zustände anhand einer Netzebene im Bereich des *Strut*-Eintritts bzw. im *Nachlaufgebiet* des Rotors. In den Diagrammen werden die Absolutwerte der jeweiligen Strömungsgrößen für verschiedene Knotenpunkte dieser Ebene über ihrer zeitlichen Entwicklung dargestellt. Hierfür werden 160 gleichmäßig verteilte Punkte innerhalb dieser Netzebene vom *Solver* herausgeschrieben und über die *Span*-Koordinate gemittelt, um die Anzahl der in den *Plots* enthaltenen Kurven zu reduzieren.

Die Stützpunkte der Verläufe (\times) liegen jeweils in einer äquidistanten Verteilung (für jede halbe Umdrehung) über der Abszisse vor. Sie repräsentieren jeweils einen (willkürlich festgelegten) *geometrisch identischen* Zustand im gesamten Strömungsfeld. Für eine *ideal eingeschwungene* Berechnung würde sich ein horizontaler Verlauf ergeben.

Nachdem sich anhand der *Monitoring*-Punkte für die instationäre Berechnung ab etwa 15 000 Schritten ein stabiler Verlauf abzeichnet, welcher sich in den darauffolgenden 35 000 Schritten ähnlich verhält und zusätzlich auch die – im Rahmen der instationären Rechnung – ausgegeben Residuen (nicht dargestellt) nach wenigen Tausend Schritten keinerlei Tendenzen oder Instabilitäten aufweisen, wird der nach 7,5 Rotor-Umdrehungen erreichte Zustand als *konvergent* betrachtet.

Ein Iterationsschritt benötigte am *iCluster* je nach *CPU*-Auslastung zwischen 50 und 75 Sekunden, womit sich eine durchschnittliche Rechenzeit von etwa 925 Stunden oder 38,5 Tagen angeben lässt.

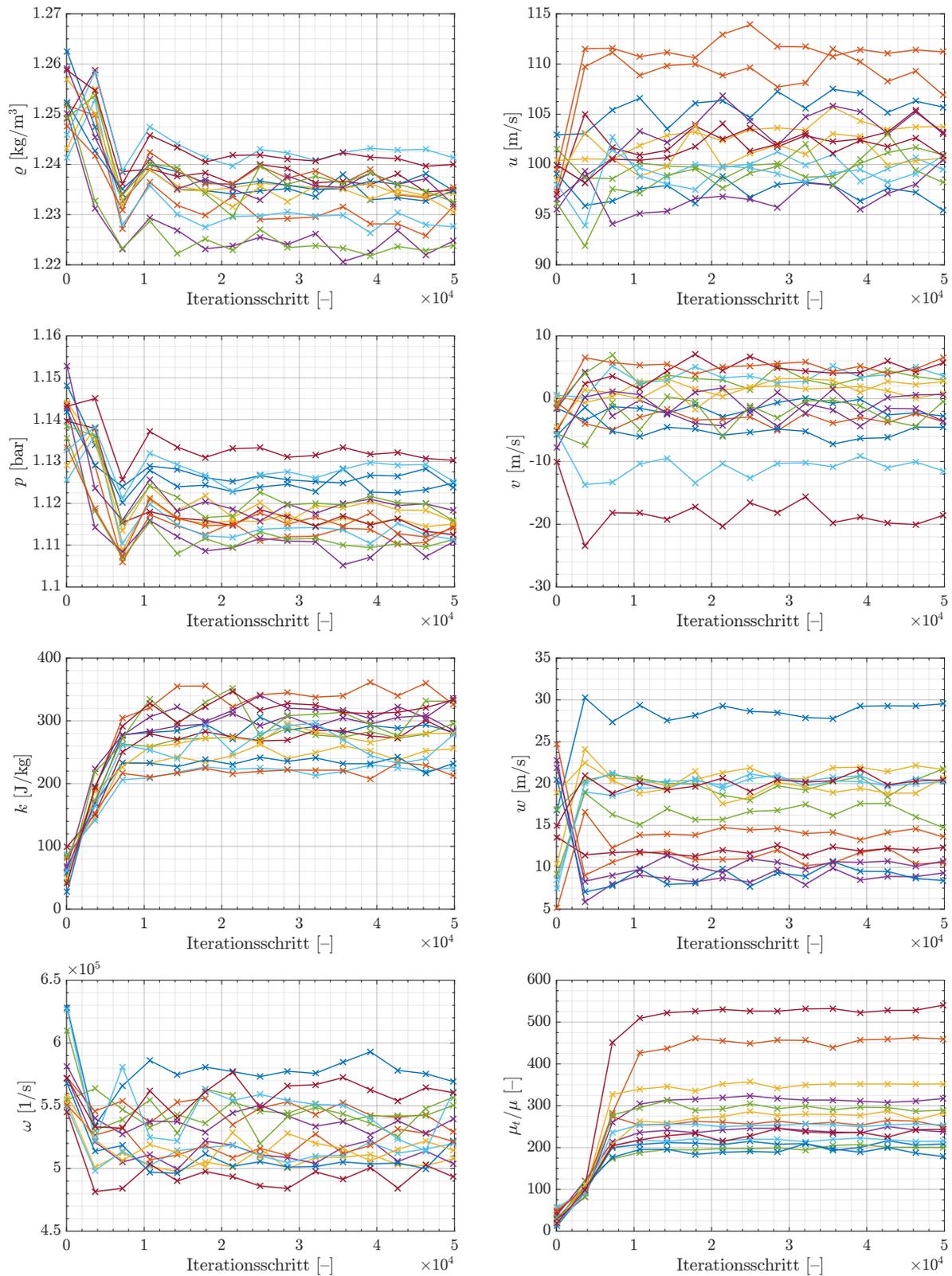


Abbildung 3.7: Zeitliche Entwicklung der Strömungsgrößen im Nachlaufgebiet des Rotors unter gleichen geometrischen Bedingungen

3.3 Postprocessing

Nach dem Abschluss der *CFD*-Berechnung liegt eine sehr große Menge an Daten vor, welche im nun folgenden Schritt ausgewertet werden. Dem *Postprocessing* kommt somit eine zentrale Rolle zu. Um den vorliegenden Bericht nicht in die Länge zu ziehen, werden in den folgenden Abschnitten nur noch die verwendeten Gleichungen und notwendigen Zusammenhänge für die Ergebnisauswertung dargelegt. Alle Darstellungen und Erläuterungen zu den Ergebnissen befinden sich in Kapitel 4 bzw. im Anhang.

3.3.1 Ergebnisgrößen

Die Ergebnisdateien aus LINARS liegen an dieser Stelle (nach Anwendung des Tools *Reconstruct*) für alle *Clocking*-Fälle im *plt*-Dateiformat für die auf *CFD-Postprocessing* spezialisierte Software *Tecplot 360 EX* vor. Dies sind für jeden Fall 222 Dateien für ein 180°-Segment.

Daneben gibt es für jeden Fall ein weiteres *plt*-File, welches die zeitlich gemittelten Daten des gesamten Segments enthält und z.B. für die Kontrolle der ein- und austretenden Massenströme, sowie die Berechnung des Wirkungsgrades verwendet wird. Vektorielle Größen werden für die zeitliche Mittelung zunächst in *Zylinderkoordinaten* (Normal- und Tangentialkomponente) transformiert, gemittelt und schließlich wieder auf das kartesische System des chronologisch letzten Zustandes zurückgeführt, um insbesondere die radialen Massenströme der *Hub-Cavities* korrekt berechnen zu können.

Aufgrund der Datensatz-Größe wird ein eigens programmiertes Tool (*AverageAndReduce*) dafür verwendet, um aus den in der instationären Lösung enthaltenen Blöcken einzelne oder mehrere Netzebenen per Index-Eingabe zu extrahieren. Zur einfacheren Handhabung wird dabei die *relative Nummerierung* der Netzblöcke innerhalb der entsprechenden Domäne verwendet, sodass z.B. bei Auswahl des dritten Rotor-Netzblocks mit 3 bzw. der Domänen-Nummer 2 ebendieser Block für das gesamte 180°-Segment angesprochen wird. Für die Auswahl des zu extrahierenden Indexbereichs ist daneben jeweils ein Index i , j oder k und ein entsprechender Start- bzw. Endwert anzugeben – eine mehrfache Nennung des selben Blocks einer Domäne ist dabei ohne Einschränkung möglich (z.B. für die Extraktion eines *Achsnormalschnitts* für einen O-Block).

In den Ergebnisdateien sind elf Variablen enthalten, aus denen alle weiteren Feldgrößen abgeleitet werden – Tabelle 3.6 fasst diese zusammen. Für die Ergebnisbeurteilung sind

Tabelle 3.6: Zusammenfassung der Ergebnisgrößen aus der CFD-Berechnung

Ergebnisgröße	Formelzeichen	Einheit
Kartesischer Koordinate	x, y, z	[m]
Massendichte	ρ	[kg/m ³]
Absolutgeschwindigkeit	u, v, w	[m/s]
Statischer Druck	p	[Pa]
Turbulente kinetische Energie	k	[m ² /s ²]
Turbulente Dissipationsrate	ω	[1/s]
Zähigkeitsverhältnis turb./lam.	μ_t/μ	[-]

weitere Feldgrößen erforderlich, welche sich vollständig aus den bisher angegebenen berechnen lassen. Im folgenden Abschnitt sind die hierfür verwendeten Gleichungen und Zusammenhänge aufgelistet.

3.3.2 Abgeleitete Größen

$$\text{Absolutgeschwindigkeit:} \quad |\vec{v}| = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (3.1)$$

$$\text{Statische Temperatur:} \quad T = \frac{p}{\rho R} \quad (3.2)$$

$$\text{MACH-Zahl:} \quad Ma = \frac{|\vec{v}|}{\sqrt{\kappa R T}} \quad (3.3)$$

$$\text{Totaldruck:} \quad p_t = p + \rho \frac{|\vec{v}|^2}{2} = p \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (3.4)$$

$$\text{Totaltemperatur:} \quad T_t = T + \frac{|\vec{v}|^2}{2 c_p} = T \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2 \right) \quad (3.5)$$

$$\text{Dynamische Viskosität:} \quad \mu = \mu_0 \frac{T_0 + C}{T + C} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (3.6)$$

$$\text{Wärmeleitfähigkeit:} \quad \lambda = \frac{R}{Pr} \left(\frac{\kappa}{\kappa - 1} \right) \mu \quad (3.7)$$

$$\text{Spezifische Entropie:} \quad s = R \left[\frac{\kappa}{\kappa - 1} \ln \left(\frac{T}{T_{Bez}} \right) - \ln \left(\frac{p}{p_{Bez}} \right) \right] \quad (3.8)$$

Mit den oben angeführten Gleichungen und den dazugehörigen Konstanten, welche zur besseren Übersicht in Tabelle 3.7 nochmals zusammengefasst sind, können die Eigenschaften

des Strömungsfelds bereits weitgehend beschrieben werden. Als Bezugszustand für die *spezifische Entropie* s als Feldgröße zur qualitativen Beurteilung der Verluste wird die Temperatur $T_{Bez} = 273,15$ K und der Druck $p_{Bez} = 1,013$ bar herangezogen [3].

Tabelle 3.7: Zusammenfassung der verwendeten Konstanten

Parameter	Wert	Einheit
R	287	[J/(kg K)]
κ	1,4	[-]
μ_0	$17,16 \cdot 10^{-6}$	[Pa s]
T_0	273,11	[K]
C	110,56	[K]
Pr	0,72	[-]

Zusätzlich kommen noch diverse Integrale zur Ermittlung der Zustände an den Ein- und Austrittsflächen bzw. daraus resultierende Größen zur Anwendung. Die Massenströme \dot{m}_{ein} bzw. \dot{m}_{aus} beziehen sich im Folgenden auf den Hauptkanal, \dot{m}_{Cav} beschreibt den Massenstrom in der jeweiligen *Cavity*. Für Letzteren wird zur besseren Übersicht auf eine weitere Indexierung verzichtet – die Summierung bezieht sich jeweils auf alle *Cavities*. Die *integralen Größen* berechnen sich mit:

$$\text{Massenstrom durch Fläche } A_i: \quad \dot{m}_i = \int_{A_i} \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA \quad (3.9)$$

$$\text{Massengewichteter Totaldruck:} \quad p_{t,\dot{m}_i} = \frac{1}{\dot{m}_i} \int_{A_i} \rho p_t (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA \quad (3.10)$$

$$\text{Massengewichtete Totaltemperatur:} \quad T_{t,\dot{m}_i} = \frac{1}{\dot{m}_i} \int_{A_i} \rho T_t (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA \quad (3.11)$$

$$\text{Massendefekt:} \quad M_{Def} = \frac{\dot{m}_{aus} - \dot{m}_{ein}}{\dot{m}_{ein}} \quad (3.12)$$

Der *Massendefekt* wird im Sinne der numerischen Qualitätsbeurteilung als prozentualer Wert angegeben, stellt für sich jedoch keine physikalisch relevante Größe dar: je kleiner sein Betrag ausfällt, desto genauer wird die geforderte Massenerhaltung von der numerisch angenäherten Lösung erfüllt.

Für die Visualisierung der Wirbelstrukturen wird als weitere Rechengröße die *Wirbelstärke* entlang der Stromlinien mittels Gleichung (3.13) ausgewertet, welche sich aus dem Skalarprodukt der *normierten* Geschwindigkeit $\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ und der Wirbelstärke (*Vorticity*) $\vec{\omega}$ ergibt.

Diese Größe wird als *streamwise Vorticity* bzw. $\vec{\omega}_{sw}$ bezeichnet – das Vorzeichen weist auf die Richtung der beiden Vektoren hin, ihr Betrag entspricht der Wirbelstärke.

$$\vec{\omega}_{sw} := \frac{\vec{v} \cdot \vec{\omega}}{|\vec{v}|} \quad \vec{\omega} := \vec{\nabla} \times \vec{v} \quad (3.13)$$

Zuletzt wird mit dem folgenden Abschnitt noch die Ermittlung des *isentropen Wirkungsgrades* dargelegt, welcher schließlich für die quantitative Beantwortung der zentralen Fragestellung dieser Arbeit herangezogen wird, um eine *optimale Statorausrichtung* vornehmen zu können.

3.3.3 Berechnung des isentropen Wirkungsgrades

Für die Berechnung des *isentropen Turbinenwirkungsgrades* η_s wird die Differenz der absoluten Totalenthalpieströme mit der idealen – d.h. der im *isentropen* Fall maximal zu erreichenden – Änderung des Totalenthalpiestroms ins Verhältnis gesetzt, Gleichung (3.15). Durch die Verwendung von Totalgrößen ist darin implizit die kinetische Energie enthalten; Absolutgrößen berücksichtigen im Gegensatz zu den *spezifischen* Größen verschiedene Massenströme. Für ein Idealgas mit konstantem c_p bzw. κ gilt die *Isentropenbeziehung* zwischen den Zuständen 1 und 2s, Gleichung (3.14) [19].

$$T_{t,2s} = T_{t,1} \left(\frac{p_{t,2}}{p_{t,1}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (3.14)$$

Mit den bekannten Eintrittszuständen am Kanaleintritt bzw. allen *Cavities* kann somit für den Idealfall jeweils eine *isentropen Entspannung* auf den vorliegenden Totaldruck am Austritt angenommen werden. Der isentrope Wirkungsgrad errechnet sich damit anhand Gleichung (3.15).

$$\begin{aligned} \eta_s &= \frac{\dot{H}_{t,ein} + \sum \dot{H}_{t,Cav} - \dot{H}_{t,aus}}{\dot{H}_{t,ein} + \sum \dot{H}_{t,Cav} - \dot{H}_{t,s,aus}} \\ &= \frac{\dot{m}_{ein} c_p T_{t,\dot{m}_{ein}} + \sum (\dot{m}_{Cav} c_p T_{t,\dot{m}_{Cav}}) - \dot{m}_{aus} c_p T_{t,\dot{m}_{aus}}}{\dot{m}_{ein} c_p T_{t,\dot{m}_{ein}} + \sum (\dot{m}_{Cav} c_p T_{t,\dot{m}_{Cav}}) - \dot{m}_{aus} c_p T_{t,s,\dot{m}_{aus}}} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Mit Herauskürzen der konstanten spezifischen Wärmekapazität c_p und der Substitution

$$\dot{m}_{aus} T_{t,s,\dot{m}_{aus}} = \dot{m}_{ein} T_{t,\dot{m}_{ein}} \left(\frac{p_{t,\dot{m}_{aus}}}{p_{t,\dot{m}_{ein}}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} + \sum \left[\dot{m}_{Cav} T_{t,\dot{m}_{Cav}} \left(\frac{p_{t,\dot{m}_{aus}}}{p_{t,\dot{m}_{Cav}}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]$$

wird Gleichung (3.15) weiter umgeformt zu Gleichung (3.16), worin nun ausschließlich die aus den *CFD*-Daten zu ermittelnden Größen auftauchen.

$$\eta_s = \frac{\dot{m}_{ein} T_{t,\dot{m}_{ein}} + \sum (\dot{m}_{Cav} T_{t,\dot{m}_{Cav}}) - \dot{m}_{aus} T_{t,\dot{m}_{aus}}}{\dot{m}_{ein} T_{t,\dot{m}_{ein}} \left[1 - \left(\frac{p_{t,\dot{m}_{aus}}}{p_{t,\dot{m}_{ein}}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] + \sum \left\{ \dot{m}_{Cav} T_{t,\dot{m}_{Cav}} \left[1 - \left(\frac{p_{t,\dot{m}_{aus}}}{p_{t,\dot{m}_{Cav}}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \right\}} \quad (3.16)$$

Wären keine *Cavities* vorhanden bzw. werden diese vernachlässigt, kann Gleichung (3.16) mit der Bedingung $\dot{m}_{ein} \approx \dot{m}_{aus}$ weiter vereinfacht werden zu Gleichung (3.17).

$$\eta_{s,red} = \frac{T_{t,\dot{m}_{ein}} - T_{t,\dot{m}_{aus}}}{T_{t,\dot{m}_{ein}} \left[1 - \left(\frac{p_{t,\dot{m}_{aus}}}{p_{t,\dot{m}_{ein}}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]} = \frac{\frac{T_{t,\dot{m}_{aus}}}{T_{t,\dot{m}_{ein}}} - 1}{\left(\frac{p_{t,\dot{m}_{aus}}}{p_{t,\dot{m}_{ein}}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1} \quad (3.17)$$

Dieser vereinfachte Ansatz dient in der Folge einer groben Abschätzung des Wirkungsgrades, welche nicht explizit von den Massenströmen bzw. dem Massendefekt abhängig ist.

3.3.4 Entropie-Ansatz zur Bestimmung der Teilwirkungsgrade

In Anlehnung an BADER ET AL. [1] wird ein weiterer Ansatz eingeführt, der auf Basis einer *normierten Entropiedifferenz* eine Abschätzung der Teilwirkungsgrade einzelner Schaufelreihen ermöglicht. Mit Gleichung (3.18) kann damit allgemein eine Wirkungsgradminderung $\Delta\eta$ zwischen zwei Achsnormalebene bestimmt werden; Totalgrößen liegen dabei jeweils massengewichtet vor.

$$\Delta\eta = \frac{\Delta s_{ij} T_{t,aus}}{c_p (T_{t,ein} - T_{t,aus}) + \Delta s_{ges} T_{t,aus}} \quad \Delta s_{ij} = c_p \ln \left(\frac{T_j}{T_i} \right) - R \ln \left(\frac{p_j}{p_i} \right) \quad (3.18)$$

Die Indizes *ein* bzw. *aus* stehen darin für die jeweils erste bzw. letzte Achsnormalebene des gesamten Feldes, auf welche die Differenzen bezogen sind – Δs_{ges} wird anhand der angegebenen Formel entsprechend über diese Schnittflächen berechnet. Für die betrachtete Entropieänderung in Teilabschnitten, welche durch zwei Ebenen mit den Indizes *i* bzw. *j* begrenzt sind, werden statische Zustandsgrößen in einer massengewichteten Form verwendet.

4 Ergebnisse

Aufgrund des großen Speicherbedarfs der zahlreichen Ergebnisdateien sollen zunächst Schnittflächen für den zu betrachtenden Bereich definiert werden, mit denen eine Auswertung möglich ist. Für die vorliegende Arbeit wurden für die Visualisierung der Strömungsverhältnisse fünf *Profilschnitte* bei einer *Span*-Höhe von etwa 4, 15, 50, 85 und 96 % definiert. Entlang der Hauptströmungsrichtung wurden zwölf *achsnormale* Schnittebenen **A** bis **L** festgelegt, wie in folgender Abbildung 4.1 dargestellt.

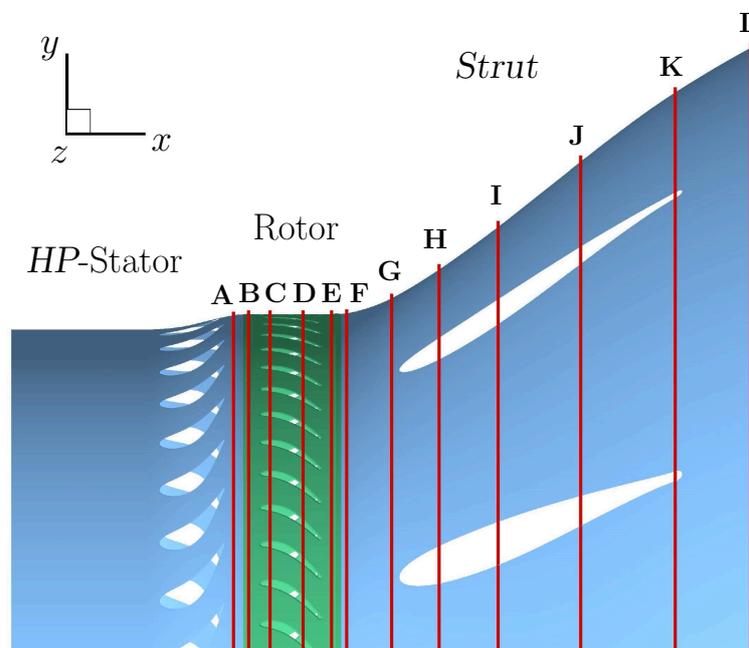


Abbildung 4.1: Definition der Achsnormalschnitte **A** bis **L**

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass im Folgenden nicht jede dieser Schnittebenen in gleichem Ausmaß behandelt wird – diese wurden vor allem auch deshalb aus den 3D-Daten extrahiert, um im Rahmen der Auswertung dem Verlauf der Wirbelsysteme im Kanal bzw. deren Entwicklung besser „folgen“ zu können. Die Schnitte **A** und **B** bzw. **E** und **F** liegen jeweils knapp vor bzw. nach den *Cavities*, weshalb hier ein relativ kleiner Abstand vorliegt.

4.1 Zeitlich gemittelte Lösung

Zunächst soll anhand der zeitlich gemittelten Lösung ein Vergleich der vier *Clocking*-Fälle erfolgen. Im Gegensatz zur stationären Berechnung mit Anwendung der *Mixing-Plane*-Methode, welche die Feldgrößen bereits während der numerischen Lösung in gemittelter Form zwischen den Domänen austauscht, liegt im Falle der instationären Rechnung in Umfangsrichtung eine voll zeitabhängige Lösung vor. Unter der Voraussetzung, dass für Letztere ein *nahezu* eingeschwungener Zustand (siehe Abschnitt 3.2.6 bzw. Abbildung 3.7) vorliegt, kann mit den Ausgabedateien eine bestimmte Folge von Zeitschritten betrachtet und daraus ein zeitliches Mittel gebildet werden. Im vorliegenden Fall ergeben sich durch das „Abfahren“ des wiederkehrenden 180°-Segments für jede Zelle des Rechnernetzes 222 Werte für jeweils acht Lösungsvariablen, womit die arithmetischen Zellmittelwerte gebildet werden. Besonders zu beachten sind dabei *vektorielle* Größen bzw. konkret die Geschwindigkeitskomponenten u , v und w im kartesischen System. Für die Mittelung dieser Komponenten ist es notwendig, zuerst eine Transformation auf *Zylinderkoordinaten* anzuwenden, damit in der Folge nur radiale, tangentiale und axiale Komponenten vorliegen. Die kartesischen Anteile würden sich zufolge der Mittelwertbildung teilweise nach einer halben Umdrehung wieder eliminieren, sodass sich insbesondere für die beiden *Hub-Cavities* ein falscher Massenstrom ergibt. Nach der Mittelung wurde aus Konformitätsgründen eine Rücktransformation ins kartesische System durchgeführt.

Durch die angewendete Mittelung werden jegliche instationären Effekte herausgefiltert, womit sich die generierten Ergebnisdateien dazu eignen, die Zustände an den jeweiligen Rändern oder *Interfaces* beurteilen zu können. Im Folgenden wird damit neben der Berechnung des *isentropen Wirkungsgrades* (Abschnitt 4.1.4) für die verschiedenen *Clocking*-Positionen ein erster Vergleich der betrachteten Fälle überprüft. Hierfür werden die in Umfangsrichtung gemittelten Strömungsgrößen über der *Span*-Koordinate für die Schnitte **A**, **B**, **E**, **F** und **L** für alle betrachteten Fälle aufgetragen und verglichen. Anhand dieser Darstellungen kann bereits die Lage der Wirbelstrukturen und dessen Einfluss abgeschätzt werden.

Die dimensionslosen Größen in den folgenden Abbildungen 4.2 bis 4.6 sind jeweils auf denselben Referenzzustand bezogen, die Größen p_t , T_t und k beschreiben im weiteren Sinn einen Energieinhalt und liegen zudem *massengewichtet* vor, alle anderen Variablen sind *flächengewichtet*.

4.1.1 Strömung vor dem Rotor

Ebene A In Abbildung 4.2 zeigt sich in Anbetracht der Legende (rechtes oberes Bild) ein praktisch identischer Verlauf aller Strömungsgrößen für die vier betrachteten Fälle CP00 bis CP75 (vgl. Abbildung 1.4 auf Seite 13). Diese Übereinstimmung ist an dieser Stelle insofern nicht verwunderlich, weil bisher noch keinerlei Störungen aus den *Cavity*- oder Spaltströmungen vorliegen und die *Potentialwirkung* des *Struts* gering ist. Von innen nach außen liegt ein zunehmender statischer Druck vor, welcher sich aufgrund der höheren Strömungsgeschwindigkeit im unteren Bereich einstellt. Im Verlauf des Totaldrucks liegt erwartungsgemäß eine Verteilung ähnlich jener am Eintritt vor, lediglich bei etwa fünf bzw. knapp über 80% *Span* zeichnen sich leichte Abminderungen aufgrund der beiden *Passage Vortices* ab. Durch die viskosen Effekte liegt zudem in der Grenzschicht ein starker Totaldruckgradient vor.

Die zweite Reihe der Abbildung 4.2 beinhaltet in analoger Weise die umfangsgemittelte Temperatur bzw. Totaltemperatur. Anhand des Verlaufs im rechten Bild ist im Gegensatz zum Totaldruck auch für den Bereich der Grenzschicht keine Abnahme der Totaltemperatur feststellbar, was sich durch die *adiabate* Wand erklären lässt.

Die relative MACH-Zahl und die turbulente kinetische Energie k repräsentieren in gewisser Weise die kinetischen Eigenschaften der Strömung. Hierin lässt sich wiederum sehr gut der Einfluss der beiden *Passage-Vortices* erkennen, welche entsprechend zu einem Anstieg der Turbulenz führen. Im Bereich der Grenzschichtströmung zeigt sich wiederum ein starker Anstieg von viskosen Effekten bei einer gleichzeitigen Abnahme der Strömungsgeschwindigkeit bzw. der MACH-Zahl, bis direkt an der Wand zufolge der Haftbedingung ein Wert von null vorliegt. Im Verlauf von k ist die Turbulenzproduktion in der Grenzschicht zu sehen.

Weiter sind in Abbildung 4.2 noch die beiden Strömungswinkel α_P und α_Y enthalten. Der *Pitch*-Winkel quantifiziert den *radialen Strömungswinkel*, d.h. positive Werte von α_P deuten auf eine Relativströmung in Richtung *Shroud* hin, negative in Richtung *Hub*. In analoger Weise ist der *Yaw*-Winkel definiert: positive Werte weisen auf eine tangentielle Abweichung von der *achsparallelen* Strömung hin, wobei sich der mathematisch positive Drehsinn um einen radialen Einheitsvektor in Zylinderkoordinaten im Rechtssystem ergibt (vgl. y -Achse im Koordinatensystem von Abbildung 4.1).

Der Verlauf des *Pitch*-Winkels bzw. das Geschwindigkeitsprofil zeigen, dass sich eine Relativströmung zum *Shroud* ausbildet, womit gleichzeitig aufgrund der Wirkung von *Fliehkräften* der statische Druck mit dem *Span* ansteigt. In tangentialer Richtung kann am Verlauf von α_Y die Variation des Profilwinkels an der Hinterkante des HP-Stators erkannt werden.

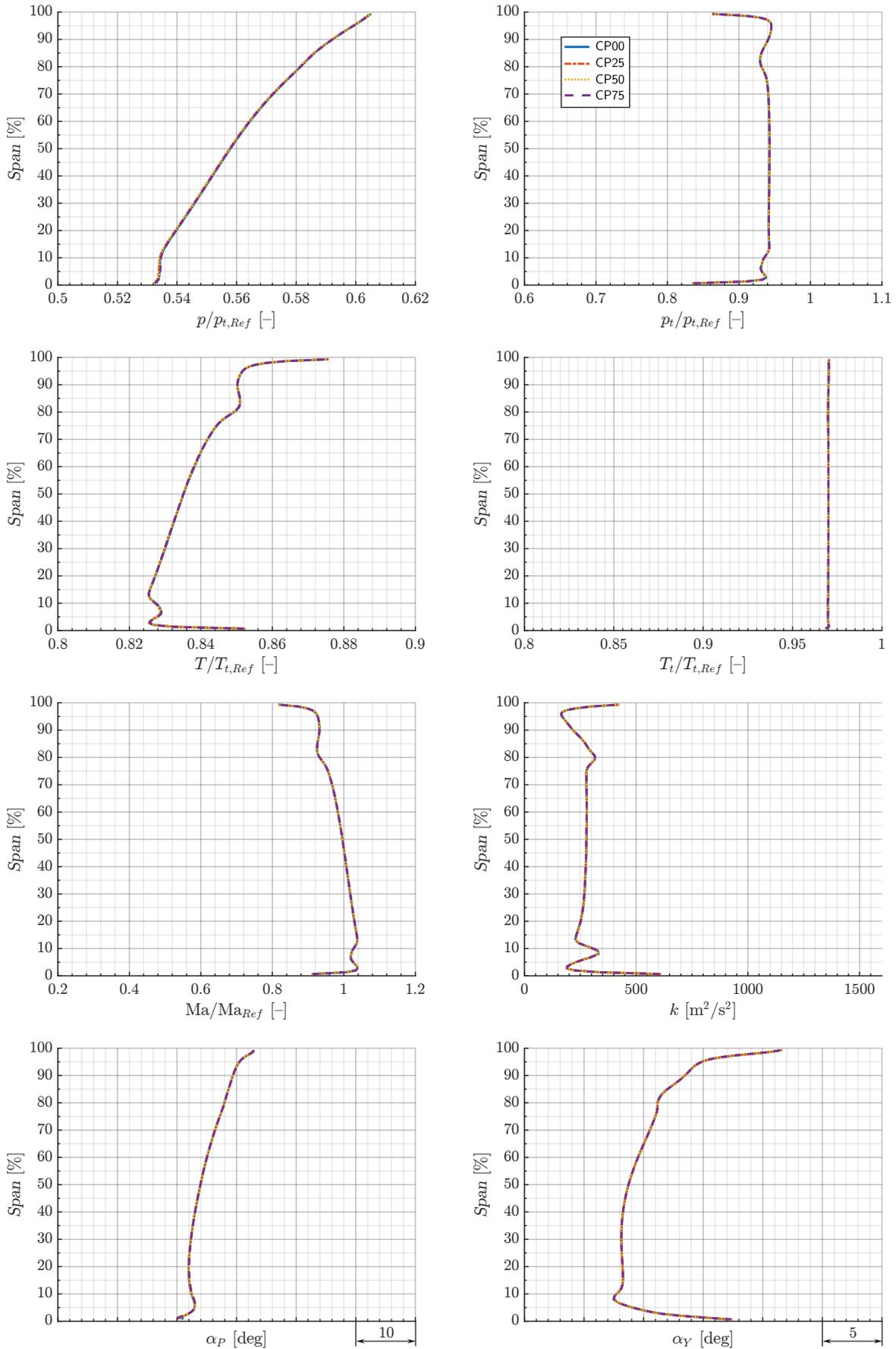


Abbildung 4.2: Zeit- und umfangsgemittelte Feldgrößen innerhalb der Ebene A für vier Clocking-Positionen

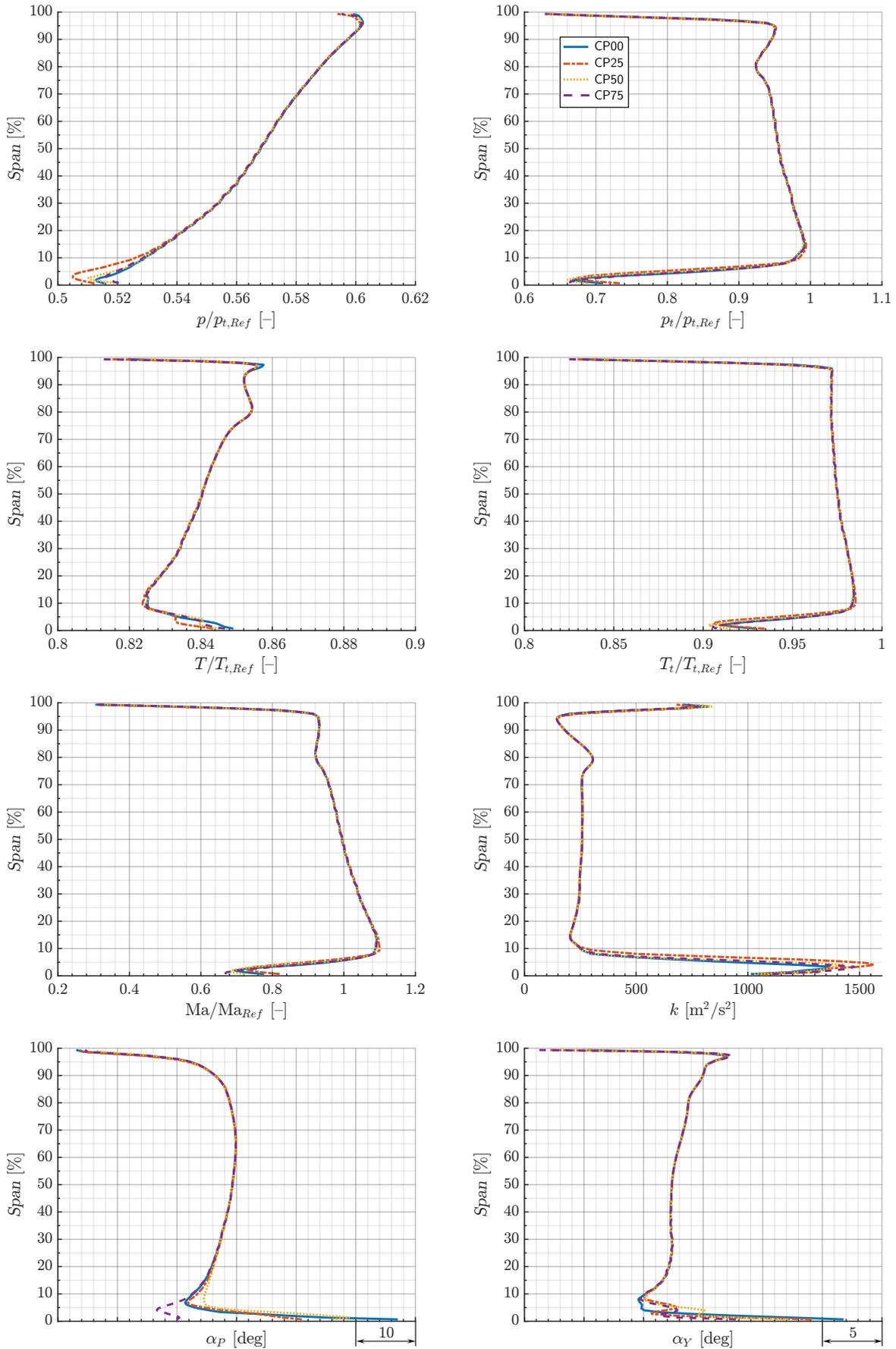


Abbildung 4.3: Zeit- und umfangsgemittelte Feldgrößen innerhalb der Ebene **B** für vier *Clocking-Positionen*

Ebene B In Abbildung 4.3 wird nun in völlig analoger Weise dargelegt, wie sich die Strömung nach den beiden *Cavities* vor dem Rotor verhält. Hierin ist zu erkennen, dass sich in dessen Nähe bereits Unterschiede zwischen den verschiedenen Fällen abzeichnen.

In den Verläufen des statischen bzw. totalen Drucks kann ein deutlicher Einfluss der *Hub-Cavity* CBH erkannt werden. Während der Totaldruckverlauf im äußeren Bereich nur wenig beeinflusst wird, kann in *Hub*-Nähe eine *Kontraktion* des Druckprofils festgestellt werden, wodurch ein – im Gegensatz zur Ebene A – nach innen leicht ansteigender Totaldruck verzeichnet wird. Die Delle im Bereich des *Hub* weist auf eine signifikante Erhöhung der Turbulenz hin, womit ein lokaler Totaldruckverlust einhergeht. Demgegenüber steht jedoch die lokale Energieeinbringung durch die einströmende Kühlluft.

Für die statische Temperatur ergibt sich im mittleren Teil ein unveränderter Verlauf; außen ist der Einfluss des einströmenden *Purge-Flows* zu sehen. An der Innenseite wird ein *Abheben* der injizierten Kühlluft verzeichnet, wodurch sich lokale Unterschiede zwischen den verschiedenen Fällen ergeben. Die Totaltemperatur verhält sich sehr ähnlich wie der Totaldruck: in den Randgebieten ist jeweils eine starke Abnahme zufolge der Kühlluft zu erkennen, wobei sich wiederum zwischen 0 und 5 % *Span* ein lokales Minimum ausbildet. Diesem Verlauf im *Hub*-Bereich liegt ebenso die *abgehobene* Kühlluftströmung zugrunde, welche sich für die verschiedenen Fälle leicht unterschiedlich äußert.

Aus den Werten für die relative MACH-Zahl kann in der unteren Hälfte des *Span* eine Beschleunigung der Strömung im Turbinengitter mit einem Maximum bei 10 % *Span* abgelesen werden. Erwartungsgemäß bildet sich die erhöhte Turbulenzproduktion im *Span*-Verlauf von k sehr deutlich ab: im Bereich des *Hub* wird die Position der entsprechenden Kühlluftinjektion abgebildet. Diese ist deutlich intensiver als am *Shroud* und liegt – relativ zum *Span* betrachtet – etwas weiter entfernt vom Rand.

Anhand des Verlaufes für den *Pitch*-Winkel kann die oben beschriebene Kontraktion des Strömungsprofils erkannt werden. Qualitativ ändert sich der Verlauf dahingehend, dass die Strömung am *Shroud* durch die Zufuhr der Spülluft zur Kanalmitte hin abgedrängt wird, was mit einem negativen α_P einhergeht. Im unteren Bereich am *Hub* passiert selbiges mit einem – entsprechend der Kanalverengung – positiven *Pitch*-Winkel. In Kanalmitte ist ein etwas steilerer Verlauf von α_Y erkennbar. Anzumerken ist hierbei, dass direkt am *Hub* ein überaus großer Unterschied zwischen den Fällen CP00 und CP75 vorliegt.

Der tangentielle Strömungswinkel α_Y zeigt über einen großen Bereich im Zentrum des Ringkanals und am *Hub* einen leicht verschobenen, qualitativ jedoch unveränderten Verlauf. Ganz anders verhält sich die Situation aber am äußersten Rand bzw. am *Shroud* – hier wird durch die radiale Einbringung der Kühlluft über die CBS zwischen dem stillstehenden Stator und dem Rotor-*Shroud* eine Grenzschichtablösung bzw. -neubildung initiiert, womit

ein betragsmäßig kleiner *Yaw*-Winkel einhergeht. An der Innenseite strömt die Kühlluft hingegen zwischen dem feststehenden *HP*-Stator und dem Rotor ein, sodass diese durch die viskosen Effekte innerhalb der *CBH* bereits einen *Drall* besitzt. Dieser ist im Bereich des Rotor-Radseitenraums – wo der Massenstrom schließlich austritt – am größten, sodass keine große Relativbewegung zwischen der austretenden Spülluft und dem vom Stator einströmenden Hauptstrom besteht.

Der folgende Abschnitt befasst sich nun mit den Verhältnissen nach dem Rotor. Es wird wieder eine Ebene unmittelbar vor den *Cavities* (**E**) bzw. eine weitere kurz danach (**F**) betrachtet. Ein wesentlicher Unterschied besteht auch darin, dass zusätzliche Auswirkungen des *Tip-Leakage-Vortex* auftreten.

4.1.2 Strömung nach dem Rotor

Ebene E In Abbildung 4.4 sind wiederum die zeitlich und in Umfangsrichtung räumlich gemittelten Verläufe diverser Strömungsgrößen dargestellt. Der statische Druck nimmt aufgrund der ansteigenden Geschwindigkeit nach außen hin ab und zeigt zwei ausgeprägte Dellen bei etwa 20 und 85 %. In diesem Bereich liegt aufgrund der lokal überhöhten Strömungsgeschwindigkeit zufolge der beiden *Passage-Vortices* und des *Tip-Leakage-Vortex* im Rotor ein geringerer Druck vor. Zu den Wänden hin steigt der statische Druck an, wogegen der dynamische Anteil des Totaldrucks stagniert. Im Verlauf der Totalgröße sind die dominanten Wirbelsysteme aufgrund der dafür berücksichtigten höheren Geschwindigkeiten schärfer ausgeprägt. Den Verläufen nach zu urteilen, unterliegen die Bereiche vom *Hub* bis etwa 30 % *Span* bzw. außen ab ca. 70 % *Span* dem hauptsächlichsten Einfluss dieser Wirbel. In Anbetracht der *Span*-Verläufe kann die radiale Lage der Wirbelsysteme abgelesen werden: die innere *Passage-Vortex* liegt demnach bei etwa 25 % *Span*, der äußere *Passage-Vortex* ca. bei 80 % und der *Tip-Leakage-Vortex* bei einer *Span*-Höhe von etwa 95 %.

In den Kurven für die statische und totale Temperatur lässt sich qualitativ ein ähnliches Verhalten ablesen. Im Verlauf der turbulenten kinetischen Energie zeigt sich ein scharf begrenzter Bereich für die Wirbelsysteme; etwa zwischen 30 und 75 % liegt ein konstanter Wert vor und im Bereich des *Hub-Passage-Vortex* sind minimale Unterschiede zwischen den vier Fällen erkennbar.

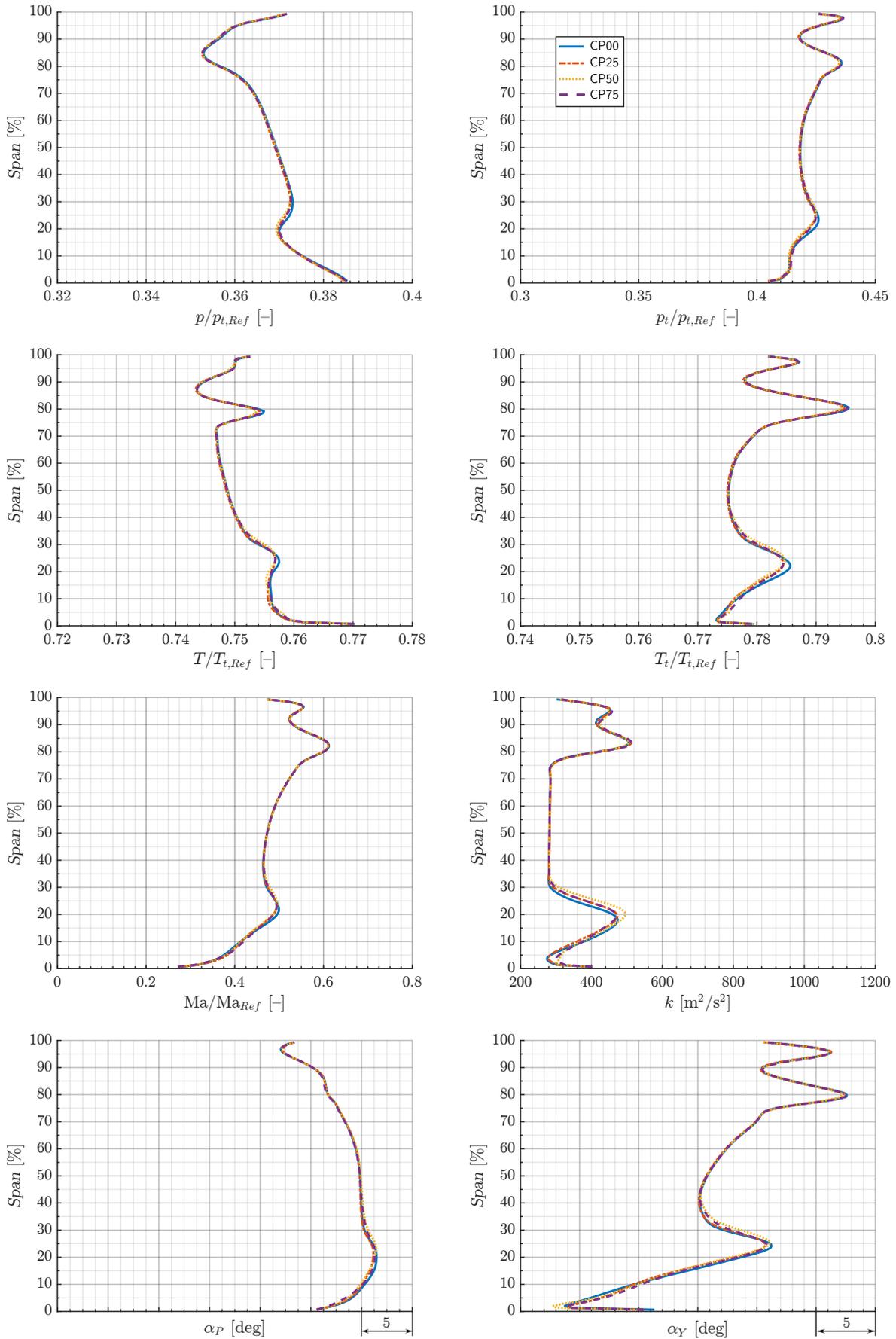


Abbildung 4.4: Zeit- und umfangsgemittelte Feldgrößen innerhalb der Ebene **E** für vier Clocking-Positionen

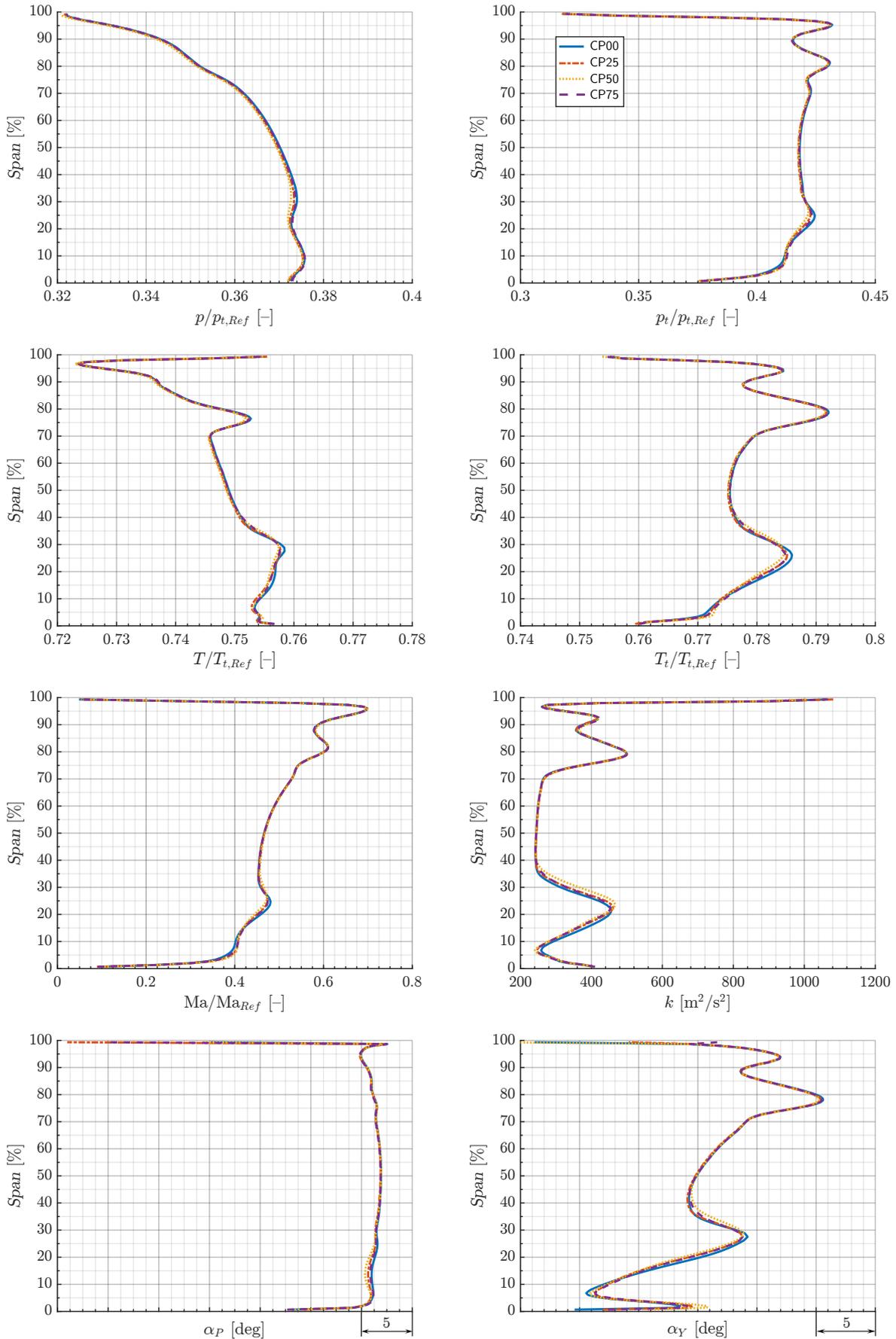


Abbildung 4.5: Zeit- und umfangsgemittelte Feldgrößen innerhalb der Ebene **F** für vier Clocking-Positionen

Ebene F In Anbetracht der Abbildungen 4.4 und 4.5 besteht der wesentlichste Unterschied darin, dass es durch die Einbringung der *Cavity*-Strömungen zu einem Anstieg der lokalen Strömungsgeschwindigkeit kommt, was mit einer Abnahme des statischen Drucks einhergeht. Der Verlauf des Totaldrucks weist auf starke Verluste in Gehäusenähe hin. Im Gegensatz zu vorhin besitzt hier nun die äußere *Cavity* den größeren Einfluss.

Anhand des Temperaturprofils zeigt sich ein großer Einfluss der Kühlströmung am *Shroud*, womit lokal ein signifikanter Abfall der statischen Temperatur einhergeht. Im Verlauf der Totaltemperatur kann mit einem Vergleich zwischen den Ebenen **E** und **F** neben den größeren Gradienten am Rand auch eine Verschiebung der Sekundärwirbel in Richtung Kanalmitte festgestellt werden. Letztere ist auch anhand der Größen k und α_Y erkennbar.

Es sind wiederum deutlich die *Peaks* der auftretenden Wirbelsysteme zu erkennen. Die Kurven ändern sich im mittleren Bereich des Ringkanals kaum; lediglich der von den Wirbelsystemen unbeeinflusste Bereich wird etwas schmaler. Im Verlauf von k ist demnach nur noch im Bereich zwischen 35 und 70 % *Span* ein nahezu konstanter Abschnitt vorhanden.

Der *Pitch*-Winkel α_P erfährt durch die – unmittelbar nach der CAS einsetzende – Querschnittserweiterung einen Ausgleich auf einen nahezu konstanten Verlauf über den Großteil des *Span*. Für den *Yaw*-Winkel α_Y kann in der Nähe des *Hub* ein weiterer *Peak* verzeichnet werden, der aus dem einströmenden Kühlluftstrom resultiert, wogegen der weitere Verlauf bis auf die leichte Einengung im mittleren *Span*-Bereich nahezu unbeeinflusst bleibt. Am Verlauf von α_Y sind wiederum die Auswirkungen der *Passage-Vortices* und des *Tip-Leakage-Vortex* erkennbar.

Bis auf wenige Ausnahmen in der Nähe der Kühlluftzufuhr sind die bisher betrachteten Schnittebenen für alle *Clocking*-Fälle beinahe deckungsgleich, was grundsätzlich für eine *konsistente* Lösung spricht, zumal diese – ausgehend von einem *nicht-konvergierten* Zustand – unabhängig voneinander gefunden wurden. Andererseits wird damit jedoch keine konkrete Aussage zur Entstehung von Verlusten geliefert, welche folglich die unterschiedlichen Wirkungsgrade der betrachteten Fälle bedingen. Hierzu werden im letzten Abschnitt 4.2 nähere Betrachtungen angestellt. Zuvor soll noch die Ebene **L** am *Strut*-Austritt betrachtet werden.

4.1.3 Strömung im Strut

Ebene L Neben den bisher gezeigten Verläufen für die Ebenen vor und nach den *Cavities* wird nun noch ergänzend die Austrittsebene des *TCF* betrachtet. In Abbildung 4.6 sind

die Verläufe der zeitlich und über den Umfang gemittelten Größen dargestellt. Daneben ist beim statischen Druck die festgelegte Austrittsrandbedingung eingezeichnet.

Die Kurven für den statischen Druck werden im Hinblick auf das in der Randbedingung geforderte Profil gleichermaßen gut erfüllt. Zu erwähnen ist, dass es sich bei der Ebene **L** nicht um die exakt selbe Ebene wie für die Aufbringung der Randbedingungen handelt, woraus sich eine kleine Abweichung im Verlauf ergibt. Der Totaldruckverlauf wird maßgeblich vom Geschwindigkeitsprofil der Abströmung beeinflusst, welches sich zufolge des aufgeprägten Gegendrucks einstellt.

Die Temperaturen korrelieren in Anbetracht der Achsenskalierung gut miteinander – im Vergleich mit den Absolutwerten aus dem vorangehenden Betrachtungen der Ebene **F** liegt ein schmäleres bzw. ausgeglicheneres Profil vor.

In der unteren Hälfte des Ringkanals wird eine konstante MACH-Zahl erreicht, welche zum *Shroud* hin kontinuierlich abnimmt. Wie im Verlauf von k ersichtlich, liegt in der äußeren Hälfte des *Span* zudem eine erhöhte Turbulenz vor. Die Totalgrößen und Strömungswinkel der verschiedenen Fälle in Ebene **L** korrelieren in Anbetracht ihres Absolutwertes gut miteinander, weisen aber im Vergleich zu den anderen Ebenen eine etwas größere Abweichung auf.

Anhand der zeitlich gemittelten Lösung lässt sich bisher nur vermuten, dass die Unterschiede zwischen den vier *Clocking*-Fällen auf jenen Verlusten beruhen, welche durch *instationäre Effekte* im Bereich des *Struts* und der *Cavity*-Austritte hervorgerufen werden, weil nur dort nennenswerte Abweichungen zwischen den zeitlich gemittelten Lösungen der verschiedenen Fälle erkennbar sind.

Um die Verhältnisse in der Ebene **L** weiter zu verdeutlichen, sind in Abbildung 4.7 die Konturen für den Totaldruck, sowie für die Wirbelstärke dargestellt. Die linken Teile der Abbildung beinhalten neben dem Totaldruck auch die MACH-Konturlinien, welche in Kombination mit Abbildung 4.6 darauf schließen lassen, wie die durchschnittlichen Werte aus der Umfangsmittelung zustande kommen. Die rechten Abbildungen heben jene Regionen hervor, in denen die Wirbelstärke entlang der Stromlinien (*streamwise Vorticity*) ihre Maxima erreicht. Anhand der Legende kann die Richtung dieser Wirbelsysteme abgelesen werden; es sind zuzüglich Isolinien des Totaldrucks eingezeichnet, um einen lokalen Vergleich in den beiden Bildern zu erleichtern. Analog dazu werden in Abbildung 4.8 die beiden Strömungswinkel α_P und α_Y abgebildet. Alle Darstellungen sind entsprechend der eingezeichneten Rotor-Drehrichtung mit Blick entgegen der Abströmung angegeben.

Anhand Abbildung 4.7 wird gezeigt, dass die Wirbelsysteme im Bereich der Abströmung mit zunehmender Verdrehung des *HP*-Stators – welche anhand der *Clocking*-Positionen

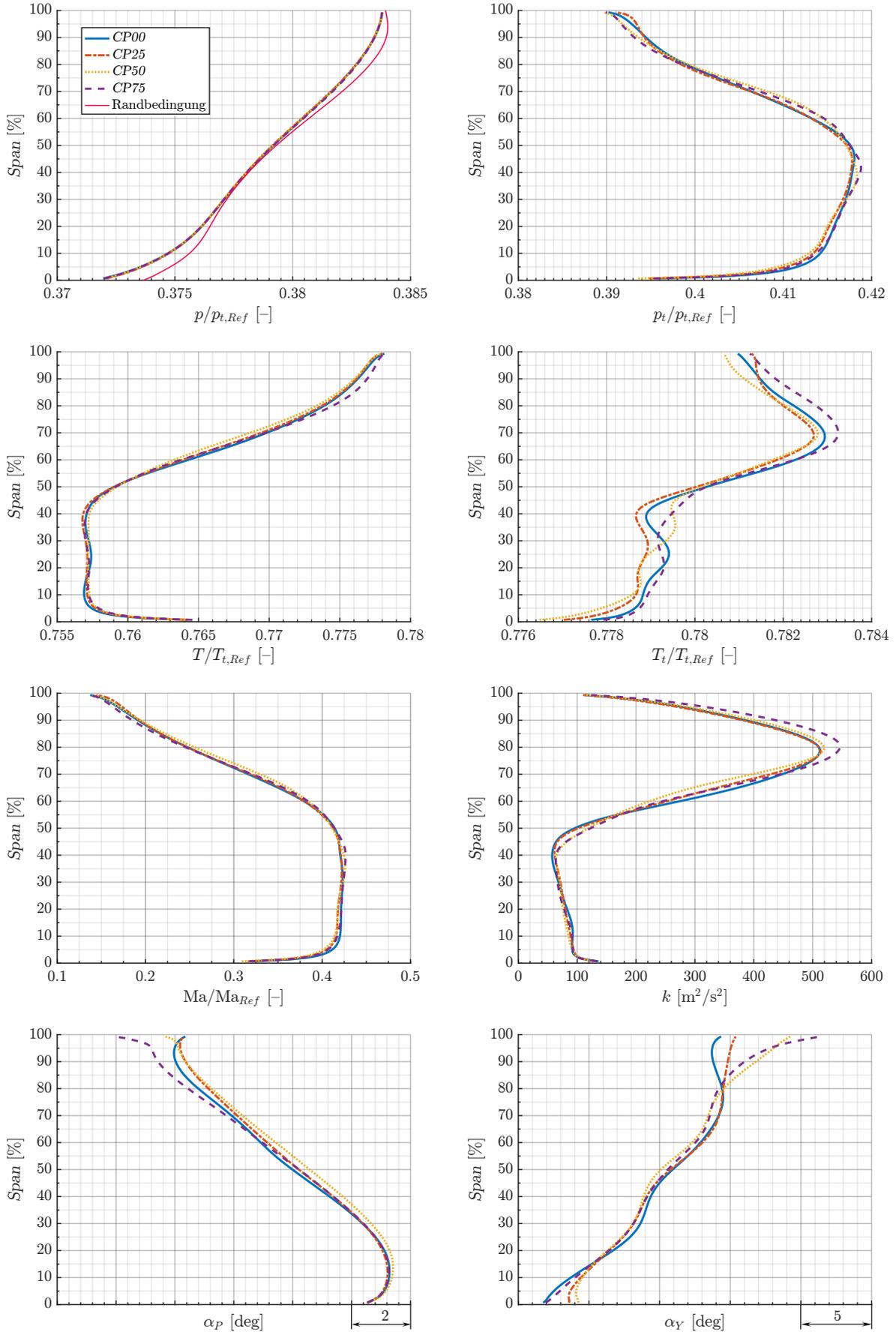


Abbildung 4.6: Zeit- und umfangsgemittelte Feldgrößen innerhalb der Ebene **L** für vier Clocking-Positionen

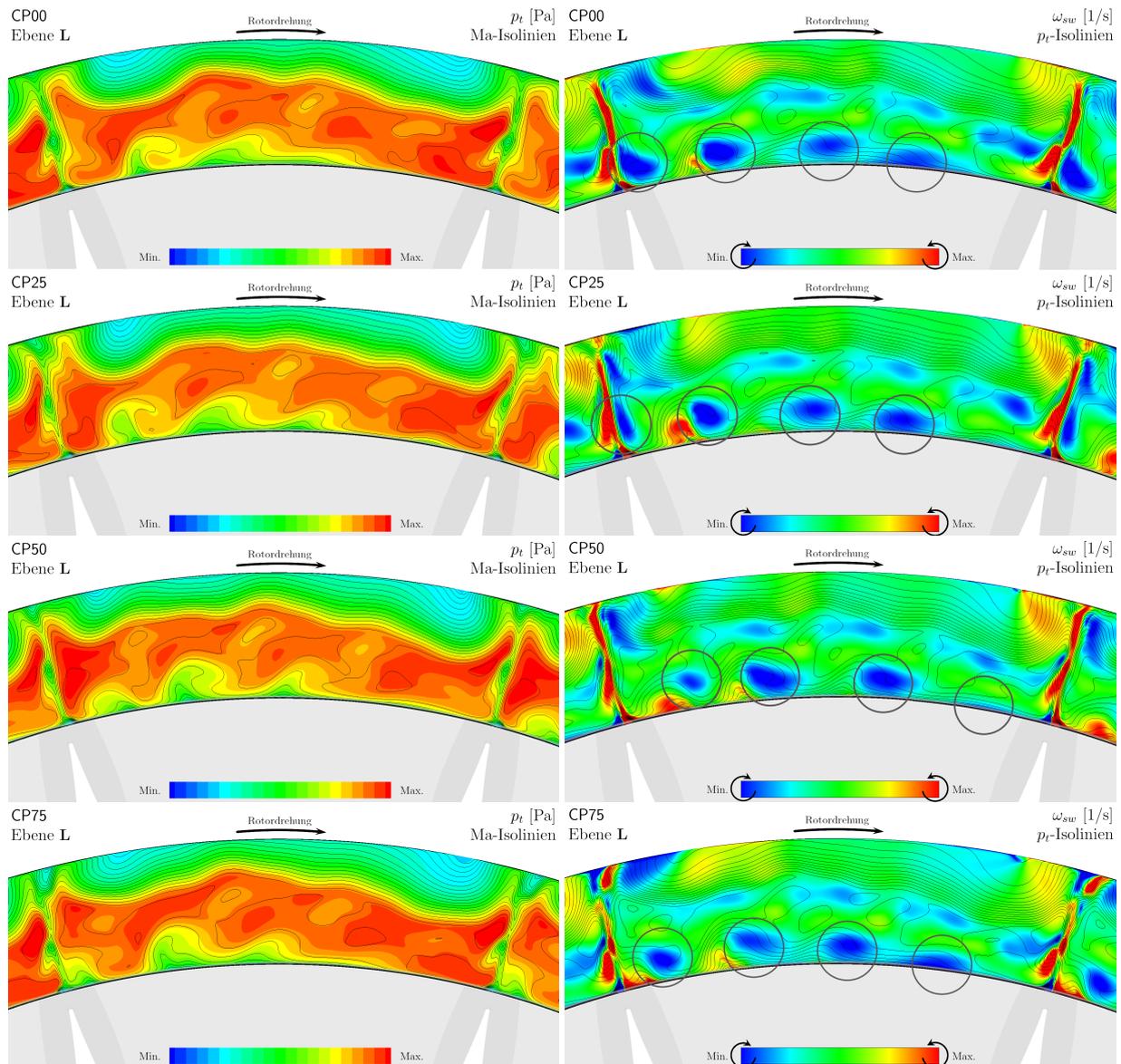


Abbildung 4.7: Zeitlich gemitteltes Abströmprofil für p_t und ω_{sw} in Ebene **L**

entgegen der Drehrichtung des Rotors definiert wurde – ihre Position am Umfang entsprechend ändern. Aus der Verteilung im obersten Bild für CP00 bis zum letzten für CP75 kann jeweils eine Verschiebung der markanten Wirbelstrukturen (grau markiert) nach links beobachtet werden, wobei sich diese dabei zunehmend vom *Hub* entfernen. Für eine weitere Drehung des *HP*-Stators (CP100, CP125, ...) würde sich dieser Sachverhalt entsprechend wiederholen.

In Abbildung 4.8 weist die α_P -Verteilung bei allen Fällen zwei unterschiedlich stark ausgeprägte Minima am äußeren Rand auf. In diesen Gebieten liegen geringere Absolutgeschwindigkeiten bzw. Totaldrücke vor. Mit zunehmendem *Clocking*-Faktor verlagert sich die Intensität dieser lokalen Erscheinung auf die rechte Seite der Darstellung. Die erhöhten *Pitch*-Winkel korrelieren mit jenen Bereichen, in denen die energiereichen Wirbel durch die

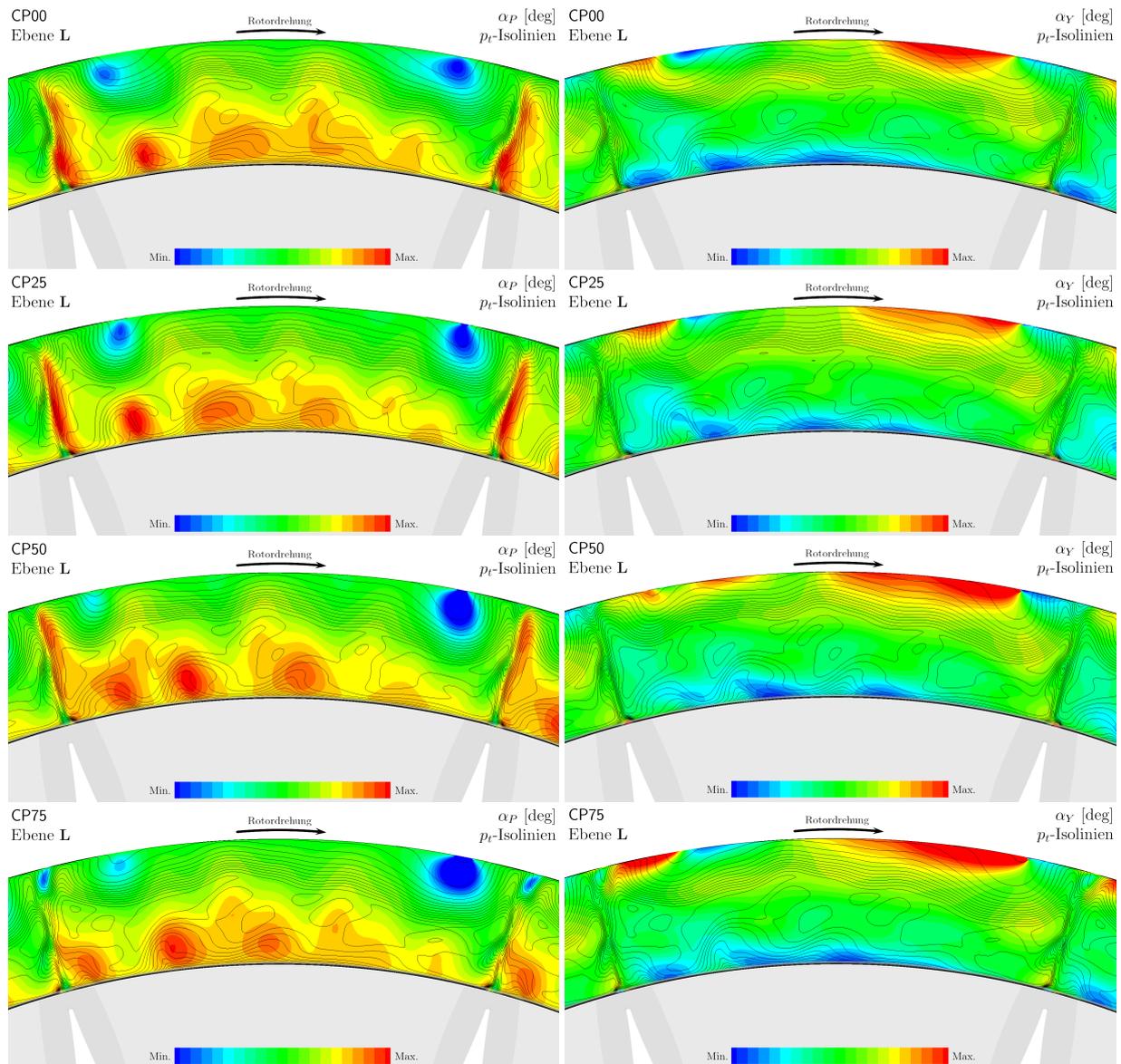


Abbildung 4.8: Zeitlich gemitteltes Abströmprofil für α_P und α_γ in Ebene **L**

Betrachtungsebene treten. Große *Pitch*-Winkel werden vor allem auch dann erreicht, wenn die Wirbelsysteme in unmittelbarer Nähe der *Strut*-Hinterkante zu liegen kommen.

Der *Yaw*-Winkel verhält sich größtenteils für alle Fälle ähnlich, jedoch treten innen und außen teilweise große Abweichungen auf, welche in der Folge zu einer massiven *Fehlanströmung* des nachgeschalteten *LP*-Stators führen – dieser Umstand muss für eine Effizienzbeurteilung des entsprechenden Gesamtsystems berücksichtigt werden.

Bevor nun die explizite Berechnung der erreichbaren Effizienz ins Zentrum rückt, soll noch die *TCF*-Profiloberfläche betrachtet werden.

Profiloberfläche In Abbildung 4.9 bzw. 4.10 sind die zeitlich gemittelten *Stromlinien* an der Profiloberfläche des *Struts* für alle *Clocking*-Fälle dargestellt. Die Bilder zeigen jeweils anhand eines dreidimensionalen Ausschnitts ein Einzelprofil mit einem Teil des *Hub*.

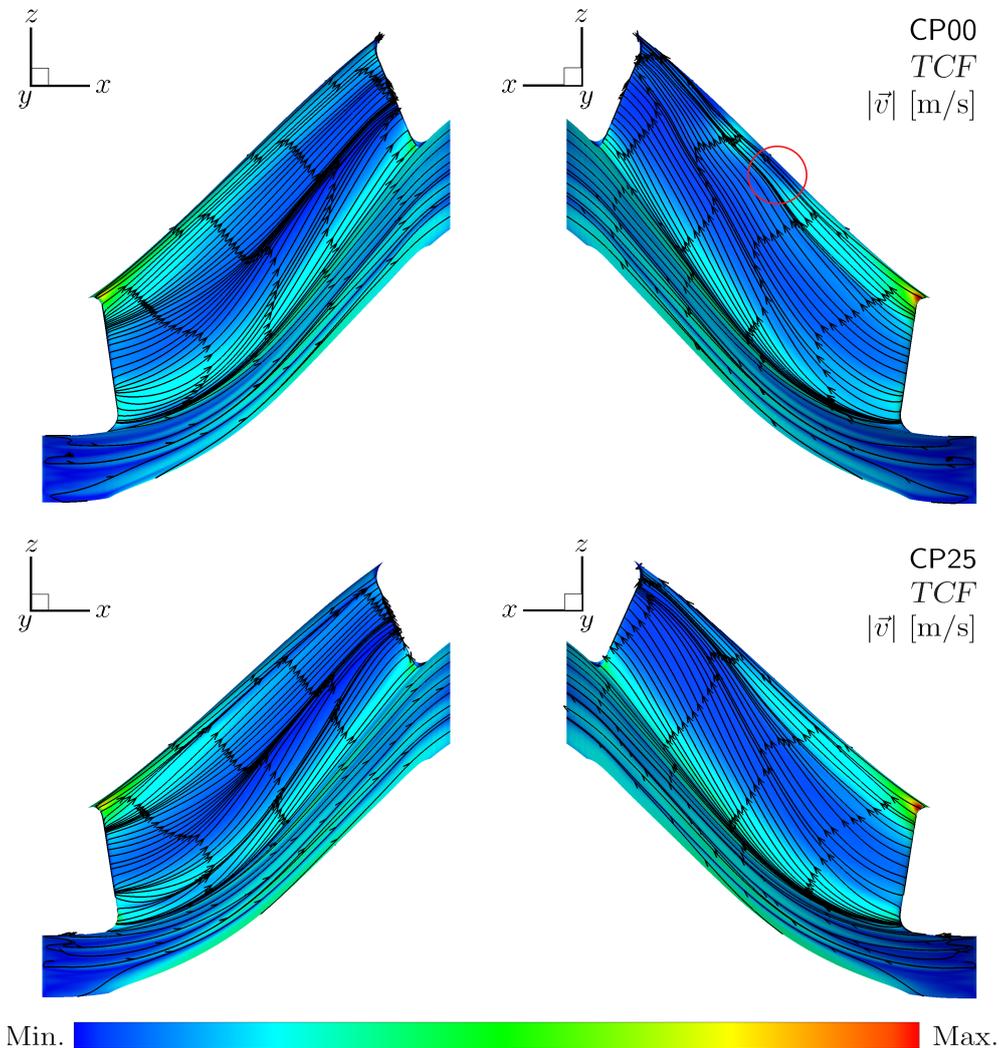


Abbildung 4.9: Stromlinienverlauf an der *Strut*-Oberfläche (CP00 und CP25)

Die Farbskala stellt hierin den örtlichen Betrag der Absolutgeschwindigkeit dar, welcher direkt an der Oberfläche bzw. am Rand des Rechengebietes zufolge der *Haftbedingung* verschwindet. Zur Darstellung der Geschwindigkeitsbeträge wird daher stets die nächste Netzebene herangezogen, welche in unmittelbarer Nähe zur festen Wand liegt. Der Rotor bewegt sich bezüglich des dargestellten Koordinatensystems in die positive y -Richtung, d.h. jeweils am linken Seitenrand in die Bildebene hinein bzw. am rechten Bild aus dieser heraus. Aufgrund der Tatsache, dass das abgebildete Profil des *Struts* symmetrisch bezüglich der xz -Meridianebene ausgebildet ist, macht es hier keinen Sinn, von einer Saug- bzw. Druckseite zu sprechen. Die folgenden Erläuterungen verweisen daher stets auf die entsprechende Seite innerhalb der Abbildungen.

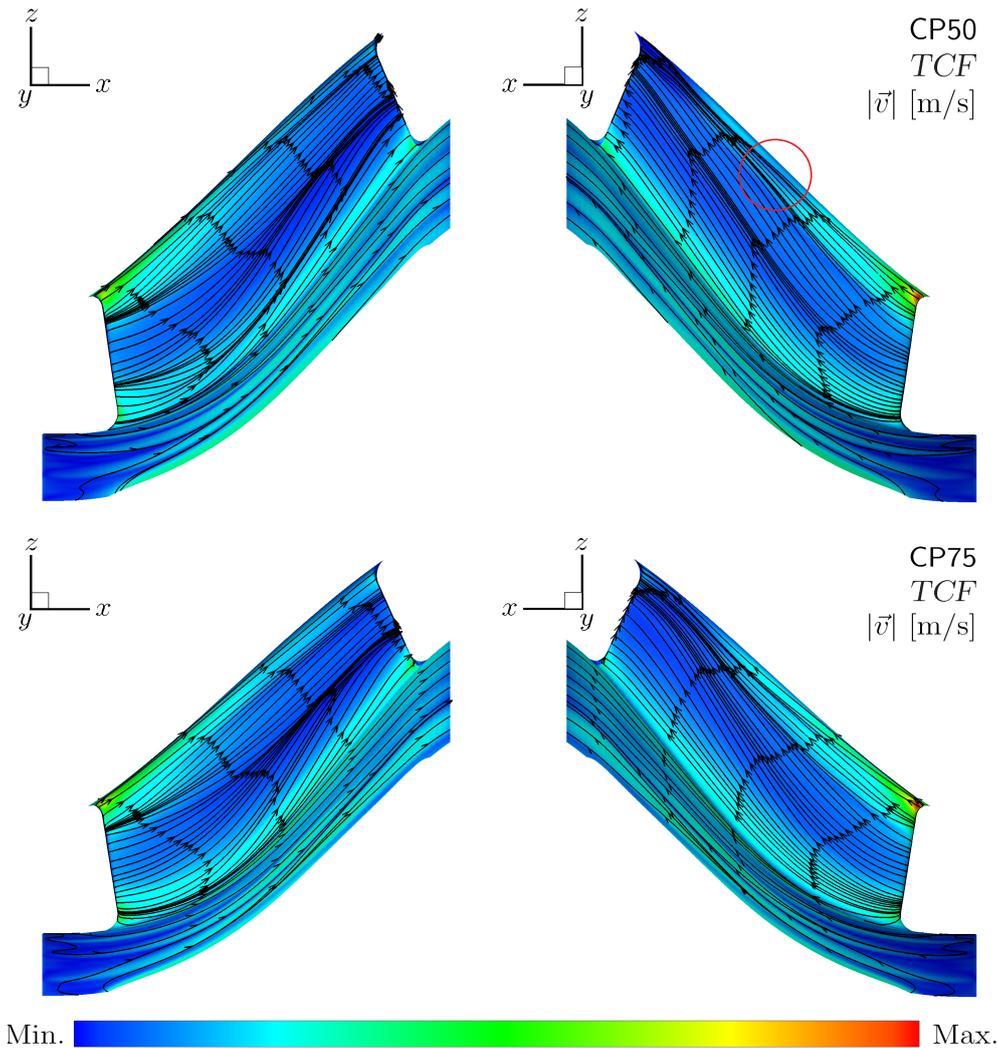


Abbildung 4.10: Stromlinienverlauf an der *Strut*-Oberfläche (CP50 und CP75)

Anhand der Stromlinien zeigt sich, dass es an beiden Seiten zu einem unterschiedlichen Verhalten der Strömung kommt. Im linken Teil der Abbildung ist bei Annäherung an den *Midspan* jeweils eine Stromlinienverdichtung zu erkennen, wogegen sich auf der rechten Seite eine Verdichtung zum *Shroud* einstellt. Diese Feldlinienverdichtung weist auf ein Abheben der Strömung hin.

Auf der Fläche des *Hub* sind – je nach betrachtetem Fall – streifenförmig ausgeprägte Gebiete mit lokal höherer Geschwindigkeit erkennbar, die wie folgt auf die Nachlaufströmung des *HP*-Stators zurückzuführen sind. Durch die *Geschwindigkeitsdellen* im Nachlaufgebiet des *HP*-Stators liegen gleichmäßig über den Umfang verteilte Wirbelstrukturen vor, die in der Folge fluktuierend durch den Schaufelkanal des Rotors transportiert werden, bevor diese schließlich in den *Strut* eintreten. Eine nähere Beschreibung hierzu folgt in Abschnitt 4.2.

Mit einem Vergleich der verschiedenen Fälle können zudem weitere Unterschiede festgehalten werden. Im linken Teil der jeweiligen Abbildung für die Fälle CP00 und CP75

manifestiert sich eine etwas stärkere Bündelung der zentral verlaufenden Stromlinien in der *Span*-Mitte, d.h. es kommt bei diesen Fällen zu einem vermehrten Abheben im Bereich des *Midspan*. Im Gegensatz dazu bilden sich bei den Fällen CP25 und CP50 im vorderen Teil des Profils zwei solcher Gebiete aus. Unter Beachtung der farblichen Konturen im Hintergrund führt dies bei den erstgenannten Fällen zu einer höheren und insbesondere schärfer abgrenzbaren Absolutgeschwindigkeit in *Hub*- und *Shroud*-Nähe, wogegen sich für die anderen beiden *Clocking*-Positionen in diesem Bereich eine stärkere „Verschmierung“ abbildet.

Im rechten Teil zeigt sich für die beiden Fälle CP25 und CP75 ein ausgeprägter S-Schlag in den Stromlinien, sowie vor allem in *Shroud*-Nähe ein weitreichendes Gebiet erhöhter Geschwindigkeit von etwa zwei Drittel der Profillänge. Die anderen beiden Fälle – allen voran CP00 – besitzen an dieser Stelle ein Gebiet, in welchem lokal kleinere Absolutgeschwindigkeiten auftreten (rot markiert). Diese Zone lässt sich auch anhand der leichten Dellen im Verlauf der Stromlinien erkennen. Letztere verlaufen im restlichen Bereich hingegen größtenteils geradlinig ohne signifikanten S-Schlag und besitzen zudem eine deutlich geringere Tendenz in Richtung *Shroud*. Der radiale Anstieg der Stromlinien an der *Strut*-Hinterkante konnte bereits anhand von α_P in Abbildung 4.8 geschätzt werden.

Im folgenden Abschnitt 4.1.4 wird mit der Berechnung des totalen isentropen Wirkungsgrades für die zeitlich gemittelte Lösung mittels Gleichung (3.16) fortgesetzt. Zuvor sei noch darauf hingewiesen, dass die Abschnitte 4.1.4 bis 4.1.6 mit Verwendung von verschiedenen Ansätzen auf eine Effizienzbeurteilung der zeitlich gemittelten Lösung abzielen werden, woraus jedoch unterschiedliche Ergebnisse resultieren. Der *beste* Fall bzw. Bereich, für den die größte Effizienz zu erwarten ist, wird in der Tabelle jeweils fettgedruckt dargestellt. Für eine Diskussion der getroffenen Aussagen wird auf das Kapitel 5 verwiesen.

4.1.4 Isentroper Totalwirkungsgrad

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird auf die explizite Angabe von dimensionsbehafteten Ergebnisgrößen verzichtet. Aus diesem Grund werden im Folgenden primär dimensionslose bzw. bezogene Größen angeschrieben. Für den Wirkungsgrad wird jeweils die Differenz aus dem berechneten Wert η_s mit dem Wert für den Fall CP00 betrachtet, $\Delta\eta_s := \eta_s - \eta_{s,CP00}$.

Detaillierte Berechnung In Tabelle 4.1 sind die erzielbaren Unterschiede im Vergleich zum Fall CP00 hinsichtlich des Gesamtwirkungsgrades zusammengefasst, welche durch das *Stator-Clocking* erreicht werden können. Für diese Berechnung – mit Verwendung der unter Abschnitt 3.3.3 abgeleiteten Gleichung – kommen ausschließlich massengewichtete, zeitlich

gemittelte Totalgrößen zur Anwendung. Diese Größen werden anhand der Ergebnisdaten jeweils aus dem Mittelwert einer numerischen Integration innerhalb von zehn Netz-Ebenen berechnet. Die Integration liefert für jede dieser Ebenen und jeden Parameter jeweils einen integralen Wert, welcher folglich über alle zehn Ebenen gemittelt wird. Mit dieser Vorgehensweise kann eine Aussage über die Änderung der betrachteten Werte im Bereich der Ränder getroffen werden: die größten relativen Abweichungen bezüglich des gebildeten Mittelwerts treten in allen vier *Clocking*-Fällen bei der Totaltemperatur am Eintritt in die CAH auf – der maximale Fehler liegt hier in der Größenordnung von 0,2 %. Durchschnittlich ergibt sich über alle sechs Ränder für die jeweils benötigten Größen \dot{m} , p_t und T_t eine relative Abweichung von 0,03 %.

Tabelle 4.1: Isentroper Totalwirkungsgrad im Vergleich zu CP00

Ergebnisgröße	Einheit	CP00	CP25	CP50	CP75
Wirkungsgradänderung $\Delta\eta_s$	[%]	–	+ 0,78	$\pm 0,0$	+0,19
Massendefekt M_{Def}	[%]	+0,17	– 0,03	+0,18	+0,12

Demzufolge ergibt sich der maximale isentrope Totalwirkungsgrad für den Fall CP25, womit auch die *ideale* Relativposition der Statoren einhergeht (siehe Abbildung 1.4 auf Seite 13). Der *Massendefekt* liegt in allen Fällen im unteren Promille-Bereich, was in Anbetracht der numerischen Näherung als durchwegs akzeptabel angesehen werden kann. Positive Werte des Massendefekts weisen darauf hin, dass im Zuge der numerischen Simulation mehr Masse aus dem Rechengebiet austritt, als sie anderswo eintritt. Im Fall CP25 liegt ein betragsmäßig kleiner Wert im negativen Bereich vor.

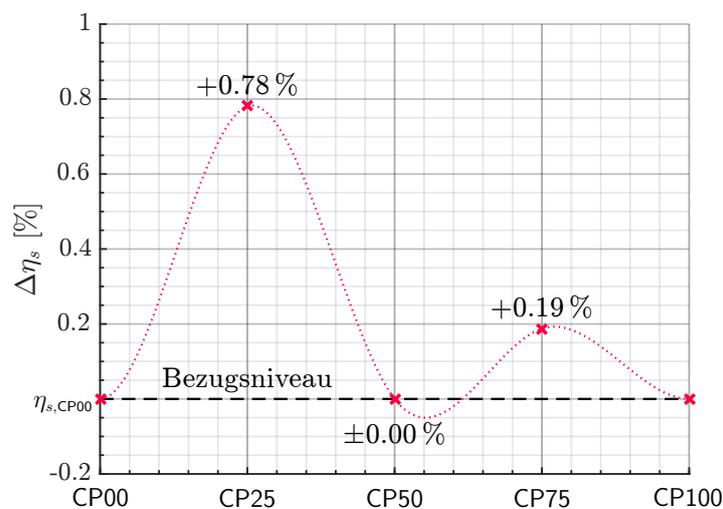


Abbildung 4.11: Isentroper Wirkungsgradverlauf der untersuchten *Clocking*-Positionen

In Abbildung 4.11 sind die Werte aus Tabelle 4.1 grafisch dargestellt. Die größte Abweichung zwischen dem Referenz-Fall CP00 und dem vermeintlich besten (CP25) liegt bei +0,78 %. Der rot eingezeichnete Verlauf durch die vier markierten Stützpunkte (CP00 entspricht CP100) wiederholt sich außerhalb des dargestellten Bereichs und kann für diesen Ansatz entsprechend für eine Abschätzung der dazwischenliegenden Positionen herangezogen werden.

Vereinfachte Berechnung Für eine weitere Abschätzung soll an dieser Stelle die Berechnung des Totalwirkungsgrades bei Vernachlässigung der *Cavities* mit Gleichung (3.17) anstelle von Gleichung (3.16) angeführt werden. Diese führt zu dem in Tabelle 4.2 angegebenen Ergebnis, wobei die Unterschiede betragsmäßig weitaus geringer ausfallen.

Tabelle 4.2: Isentroper Totalwirkungsgrad (vereinfacht) im Vergleich zu CP00

Ergebnisgröße	Einheit	CP25	CP50	CP75
Wirkungsgradänderung $\Delta\eta_{s,red}$	[%]	+0,016	+0,011	-0,028

4.1.5 Totaldruckverlust im Strut

In Tabelle 4.3 sind die Unterschiede für den Totaldruckverlust im Bereich des *Struts* im Vergleich zum Fall CP00 angegeben. Die zugrundeliegenden Zahlenwerte entstammen den Ebenen **F** und **L**, ohne dass diese einer Mittelung über mehrere Netzebenen unterzogen wurden.

Tabelle 4.3: Totaldruckverlust zwischen Ebene **F** und **L** im Vergleich zu CP00

Ergebnisgröße	Einheit	CP25	CP50	CP75
Relativer Totaldruckverlust	[%]	-0,027	-0,113	-0,068

Laut Tabelle 4.3 ergibt sich offensichtlich für den Fall CP50 die kleinste bzw. für den Fall CP00 die größte Änderung des Totaldrucks, sodass im ersteren Fall die geringsten Effizienzeinbußen zu erwarten sind. Diese Aussage steht etwas im Widerspruch zu Abschnitt 4.1.4, weshalb noch eine weitere Untersuchung angewendet werden soll, mit der eine Lokalisierung bzw. Eingrenzung jener Gebiete möglich ist, in denen die maßgeblichen Verluste auftreten.

Im folgenden Abschnitt 4.1.6 soll mithilfe des in Gleichung (3.18) angeführten *Entropie-Ansatzes* ein Vergleich der verschiedenen Schaufelreihen vollzogen werden, womit deren konkrete Anteile an der Minderleistung bestimmt werden können.

4.1.6 Berechnung der Teilwirkungsgrade mit dem Entropie-Ansatz

Für den *Entropie-Ansatz* wird unmittelbar am Haupteinlass eine weitere Achsnormalebene definiert, welche in der Folge als Ebene **0** bezeichnet wird. Diese stellt zusammen mit Ebene **L** die äußere Begrenzung des Strömungsfeldes dar, sodass an diesen Stellen neben den massengewichteten statischen Größen p und T auch die Totalgrößen p_t bzw. T_t benötigt werden.

Das gesamte Feld wird mithilfe der in Abbildung 4.1 definierten Achsnormalschnitte aufgeteilt: die Schaufelreihen werden dabei jeweils vor der *Cavity* „getrennt“, sodass daraus die Abschnitte **0-A**, **A-E** und **E-L** resultieren. In Tabelle 4.4 sind die Ergebnisse für die Wirkungsgradminderung $\Delta\eta_i$ anhand Gleichung (3.18) – wiederum als Differenz zum Fall CP00 – aufgelistet.

Tabelle 4.4: Wirkungsgradminderung mittels *Entropie-Ansatz* im Vergleich zu CP00

Wirkungsgradminderung		Einheit	CP25	CP50	CP75
HP-Stator	$\Delta\eta_{0-A,i} - \Delta\eta_{0-A,CP00}$	[%]	-0,005	$\pm 0,0$	-0,009
Rotor	$\Delta\eta_{A-E,i} - \Delta\eta_{A-E,CP00}$	[%]	-0,012	+0,054	+0,042
Strut	$\Delta\eta_{E-L,i} - \Delta\eta_{E-L,CP00}$	[%]	-0,025	-0,108	-0,001
Gesamt	$\Delta\eta_{0-L,i} - \Delta\eta_{0-L,CP00}$	[%]	-0,042	-0,054	+0,032

Die Werte für den Stator in der ersten Zeile ändern sich offensichtlich nur marginal. Damit wird deutlich, dass die Unterschiede hauptsächlich in den hinteren beiden Schaufelreihen entstehen. Um nun einen besseren Eindruck über jene Mechanismen zu gewinnen, welche hierfür verantwortlich sind, befassen sich die weiteren Ausführungen dieses Kapitels mit den instationären Effekten innerhalb der betreffenden Domänen.

4.2 Instationäre Lösung

Die im Folgenden präsentierten Ergebnisse unterliegen keiner zeitlichen Mittelung und stellen daher jeweils *Momentaufnahmen* des Strömungsfeldes dar. Theoretisch wäre hierfür die Darstellung jedes Zeitschritts für eine 180° -Passage notwendig, um das Strömungsfeld in jedem Zustand zu erfassen. Weil sich die nachfolgenden Überlegungen jedoch mit der Entstehung von Verlusten befassen, beschränken sich alle Abbildungen zur besseren Übersicht auf die Darstellung eines kleineren Segments, in der ein Profil des *Struts* enthalten ist. Der große Bereich zwischen zwei *Strut*-Profilen ist somit nachrangig für die folgenden Betrachtungen und wird deshalb auch nicht zur Gänze dargestellt. Die Strömungsverhältnisse innerhalb dieses Segments wiederholen sich – entsprechend der Schaufelzahlen zeitlich versetzt – an anderen Stellen im gesamten Feld (vgl. Abschnitt 3.1.3.5).

An dieser Stelle soll mit der *Blade-Passing-Frequenz* f_{BP} die zugehörige Periodendauer t_{BP} eingeführt werden, auf welche sich die Angabe des aktuellen Zeitschritts bezieht. Die beiden Zahlenwerte sind als Richtwerte zur Abschätzung der Größenordnung angegeben.

$$f_{BP} = \frac{n}{60} z_R \approx 11,5 \text{ kHz} \qquad t_{BP} = \frac{1}{f_{BP}} \approx 0,09 \text{ ms} \qquad (4.1)$$

Die Angabe der *dimensionslosen* Zeit $t^* := t/t_{BP}$ führt somit bei Zurücklegen einer Rotor-Teilung auf den Wert eins. Die kleinste zeitliche Auflösung der nachfolgenden Ergebnisdaten liegt bei $t^* = 1/6$.

Aufgrund der räumlichen Krümmung des *Struts* wird für die Darstellung der Profilschnitte eine Projektion in die Ebene angewendet. Hierzu wird zunächst jeder Punkt der dreidimensionalen Schnittfläche entlang eines Radialstrahles verschoben, sodass dieser auf dem Mantel eines Kreiszyinders zu liegen kommt. Für die Definition dieses Zylinders wird jeweils der Durchmesser am Eintritt in den *HP*-Stator herangezogen. Anschließend wird die erzeugte Geometrie in die Ebene abgewickelt.

Im nachstehenden Abschnitt 4.2.1 wird die instationäre Strömung in dieser Projektion betrachtet. Anschließend sollen zur Visualisierung diverser Wirbelsysteme die Radialschnitte entsprechend Abbildung 4.1 herangezogen werden. Die zur Präsentation der Ergebnisse im Folgenden nicht dargestellten *Clocking*-Fälle können jeweils im Anhang der vorliegenden Arbeit nachgeschlagen und analog dazu betrachtet werden.

4.2.1 Profilschnitte

An der Profilloberfläche des *HP*-Stators bilden sich ausgehend vom Staupunkt an der Eintrittskante Grenzschichten aus, welche – für den Fall, dass es zu keiner Strömungsablösung kommt – bis zur Hinterkante auf ihre maximale Dicke anwachsen. Dort laufen die beiden Grenzschichten zur sogenannten *Nachlaufdelle* zusammen und bilden die *Nachlaufströmung* des Hochdruck-Stators. Durch die *Sliding-Mesh*-Methode wird ermöglicht, dass diese sogenannten *Stator-Wakes* unter Berücksichtigung ihrer aktuellen Phasenlage ungehindert durch das Feld transportiert werden und direkt auf das nachfolgende Gitter einwirken.

Neben der Ausbildung von Nachlaufdellen wird dieses instationäre Verhalten auch durch Potential-Wechselwirkungen (z.B. Druckreflexionen), Verdichtungsstöße und dreidimensionale Strömungen (z.B. Wirbel) beeinflusst. In Abbildung 4.12 ist hierfür exemplarisch ein Kontur-Plot für die spezifische Entropie mit Isolinien für die MACH-Zahl dargestellt. Darin ist ersichtlich, dass die Grenzschichten vom Profil des Hochdruck-Stators weiter stromabwärts die *Stator-Wakes* bilden, welche eine höhere Entropie besitzen. Die Grenzschichtdicke an der Saugseite (*SS*) überwiegt hierbei. Im weiteren Verlauf werden die *Wakes* vom Rotor erfasst und periodisch mit der *Blade-Passing*-Frequenz „abgeschnitten“, bevor sie anschließend durch dessen Schaufelkanal transportiert werden. Innerhalb der Rotor-Passage werden die – anfangs sichelförmigen – Nachläufe zur Saugseite hin abgedrängt und gestreckt.

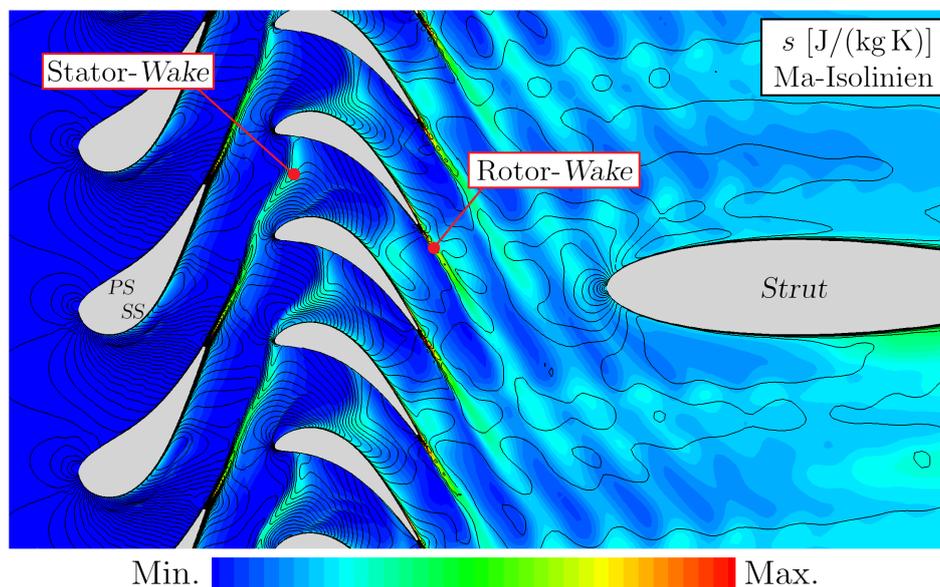


Abbildung 4.12: Entropieproduktion zufolge der *Wakes* am *Midspan*

Beim Durchlaufen des Rotors werden die *Stator-Wakes* von der dort vorliegenden Strömung maßgeblich beeinflusst. Der Rotor selbst verursacht in Analogie dazu sein eigenes Nachlaufgebiet in Abströmungsrichtung, wo es schließlich zu einer Überlagerung der beiden kommt.

Die Stator-*Wakes* bewegen sich als fluktuierende Anteile des Rotornachlaufs in axialer Richtung im Strömungsfeld fort, wo sie teilweise auf die Profilnase der *Struts* treffen. Jene *Wakes*, welche weiter vom *TCF*-Profil entfernt verlaufen, klingen allmählich entlang ihrer Trajektorie ab. Die Stator-*Wakes* dringen in axialer Richtung wesentlich weiter in den Übergangskanal vor. Mit einer Änderung der Umfangsposition des Hochdruckstators im Rahmen des Stator-*Clocking* wird das Strömungsfeld entsprechend mitgedreht, sodass die axial abströmenden *Wakes* an unterschiedlichen Winkelpositionen zu liegen kommen, womit hinsichtlich der Verlustentstehung im *Strut* unterschiedliche Ergebnisse zu erwarten sind.

Abbildung 4.13 zeigt den selben *Midspan*-Ausschnitt aus Abbildung 4.12 mit dem Kontur-*Plot* für die MACH-Zahl bzw. mit Isobaren für den statischen Druck. Jene Bereiche, in denen eine Überschallströmung erreicht wird, sind zusätzlich durch eine weiße Linie vom restlichen Feld abgegrenzt. Mit Erreichen einer Überschallströmung kommt es neben einem Anstieg der Verluste durch die Interaktionen der Stoßfronten und Expansionsfächer mit den Grenzschichtströmungen zu einer weiteren Beeinflussung der *Wakes*. Anhand der Momentaufnahme in Abbildung 4.13 ist zu sehen, wie die Schaufelreihen miteinander interagieren bzw. welche Auswirkungen sich für die Überschallzonen an den Saugseiten ergeben.

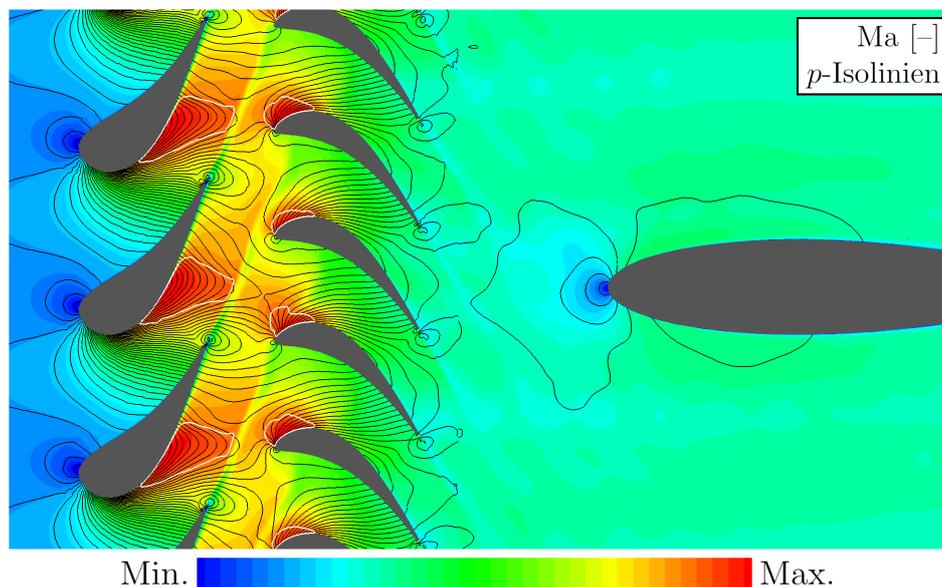


Abbildung 4.13: MACH-Verteilung mit Überschallgebiet am *Midspan*

Nach dieser eher allgemeinen Betrachtung der Vorgänge soll nun die zeitliche Entwicklung der Verhältnisse anhand von verschiedenen Profilschnitten betrachtet werden. Um die Verlustentstehung zu beurteilen, werden im Folgenden – wenn nicht anders angegeben – Entropie-*Plots* verwendet, welche Aufschluss darüber geben, in welchen Regionen eine höhere Entropieproduktion vorliegt bzw. die größeren Verluste zu erwarten sind. In den

Plots sind wiederum die Isolinien des statischen Drucks enthalten. Außerdem ist zur einfacheren Orientierung in den verschiedenen Momentaufnahmen jeweils dieselbe Schaufel dunkelgrau markiert.

Midspan Die folgende Abbildung 4.14 zeigt die *Wakes* am *Midspan* für den Fall CP25. In den *Plots* ist die zeitliche Entwicklung der spezifischen Entropie anhand von sechs Zeitschritten dargestellt. Zum Zeitpunkt $t^* = 1$ entspricht die Verteilung im Feld wieder jener von $t^* = 0$, wobei entsprechend eine Rotorteilung weitergerückt werden muss.

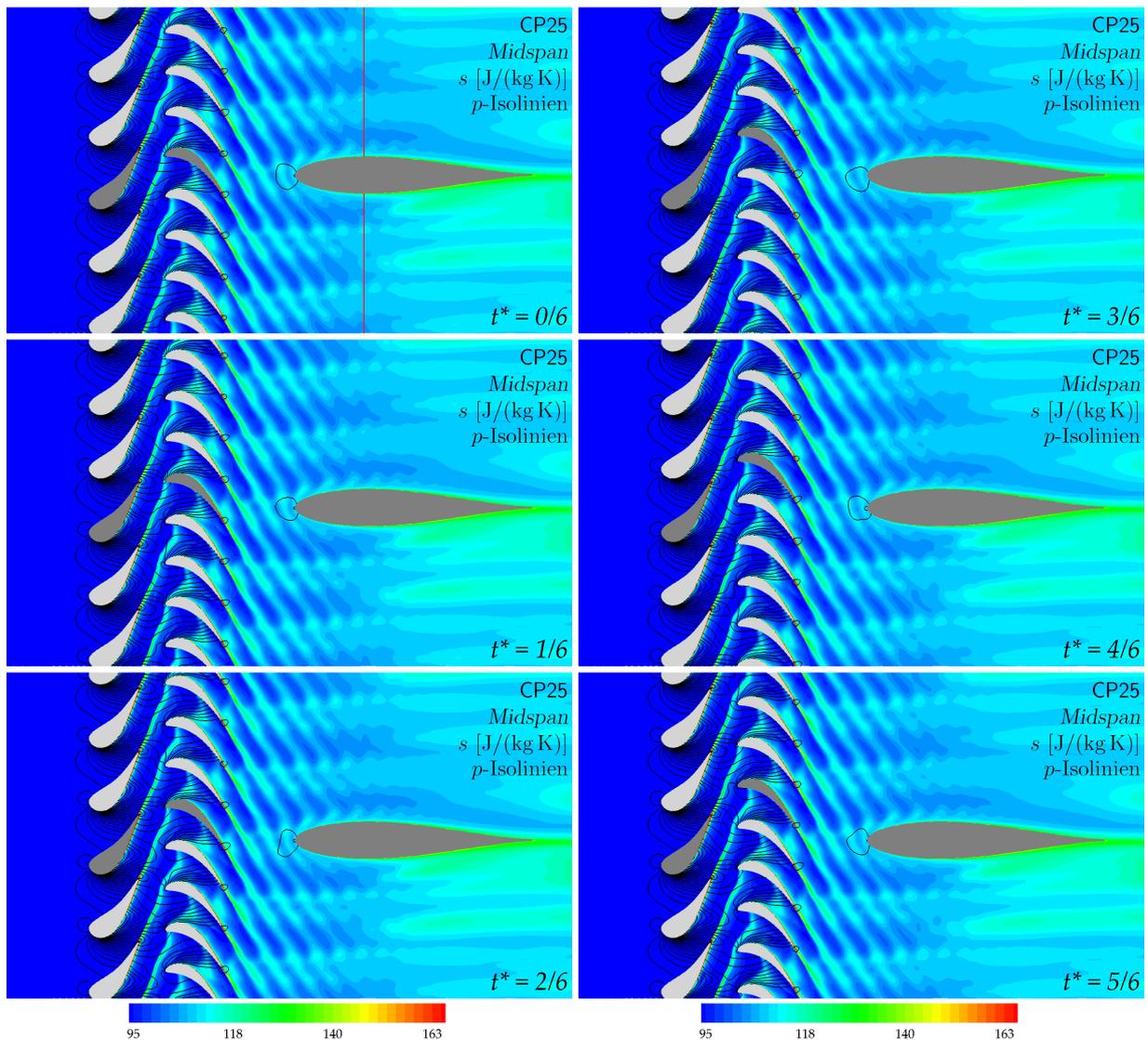


Abbildung 4.14: Spezifische Entropie am *Midspan* für den Fall CP25

In Abbildung 4.14 ist zu sehen, dass die *Stator-Wakes* für den Fall CP25 im hinteren Teil nahezu exakt an der Proflnase der *Struts* liegen, womit also jene Gebiete, in denen eine erhöhte spezifische Entropie und zugleich kleinere Absolutgeschwindigkeiten vorliegen, auf die feste Profllwand treffen. Daraus ergibt sich vor dem Staupunkt des Profils eine kleinere

Geschwindigkeit, was sich günstig auf die Verlustentstehung auswirkt. Außerdem werden die Zwischenräume zu den benachbarten Nachläufen (höhere Strömungsgeschwindigkeit) nur zum Teil vom *Strut*-Profil beeinflusst. Die Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen diesen Zonen liegen in einer Größenordnung von etwa 20 m/s.

Im hinteren Abschnitt des *Struts* ist an der Profilloberseite ein ausgedehnter Bereich mit geringerer Entropie erkennbar. Unterhalb des dargestellten Profils liegen hingegen Bereiche mit deutlich höheren Werten vor. Eine Zeitabhängigkeit ist anhand der verwendeten Skalierung ab etwa der halben axialen Länge des *TCF* nicht mehr zu sehen. Die vertikal verlaufende rote Linie im ersten Bild dient der erleichterten Vergleichbarkeit für die unterschiedlichen Fälle.

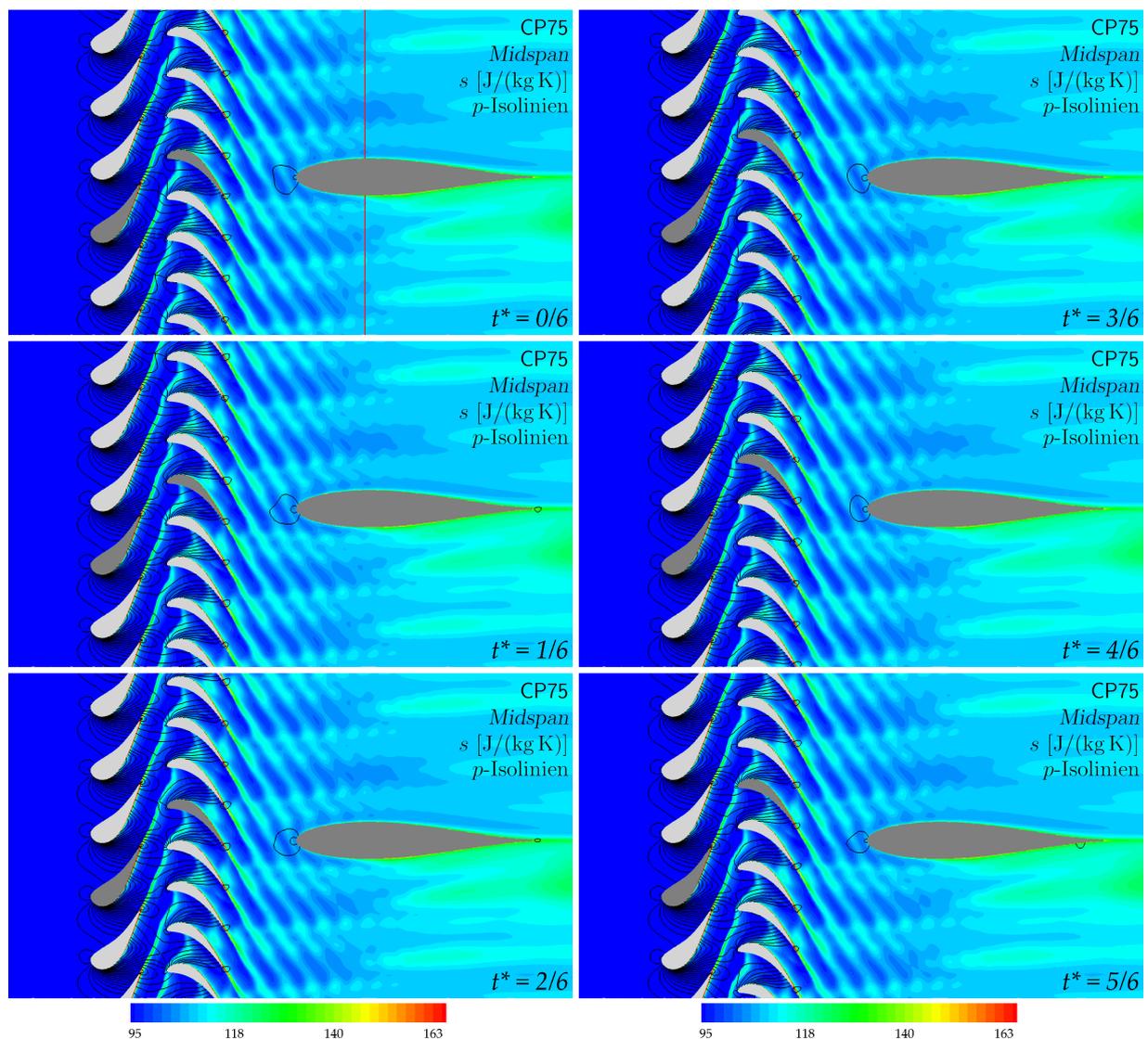


Abbildung 4.15: Spezifische Entropie am *Midspan* für den Fall CP75

Abbildung 4.15 zeigt die Verhältnisse für den Fall CP75 analog zum betrachteten Fall CP25.

Sind die beiden Statoren zueinander wie in Fall CP75 ausgerichtet, treffen an der Profilnase des *Struts* – im Gegensatz zu vorhin – die Bereiche mit niedriger spezifischer Entropie ein, wodurch lokal eine zusätzliche Dissipation hervorgerufen wird.

Ein direkter Vergleich der beiden Abbildungen verdeutlicht anhand der gesetzten Markierung, dass die entropieärmeren Regionen bis zu ihrem Abklingen im Fall CP25 etwas weiter in den Schaufelkanal hineinreichen als im Fall CP75. Unterhalb des abgebildeten *Strut*-Profils liegen wiederum Regionen mit deutlich höheren Entropie-Werten vor, welche jedoch im Fall CP75 in einer größeren Entfernung zur Profilwand liegen.

Hub Die bisher betrachteten Abbildungen beziehen sich jeweils auf den *Midspan*, wo die einströmende Kühlluft praktisch keine Auswirkungen hat. Die Rotorströmung unterliegt gemäß den aus Abbildung 4.3 auf Seite 70 gewonnenen Erkenntnissen im vorliegenden Fall einem starken Einfluss der CBH. Um diesen Einfluss nun besser beurteilen zu können, werden die dort vorliegenden Strömungsverhältnisse anhand einer Momentaufnahme am Profilschnitt betrachtet. In Abbildung 4.16 ist die Verteilung der spezifischen Entropie in *Hub*-Nähe bei einer *Span*-Höhe von etwa 4 % abgebildet.

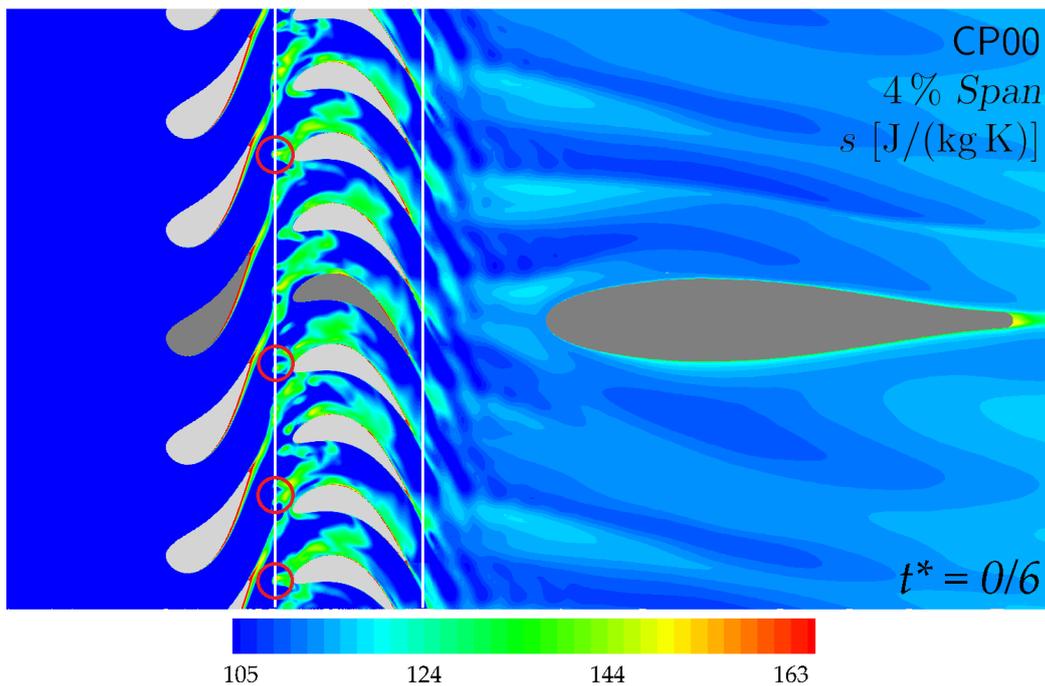


Abbildung 4.16: Spezifische Entropie bei 4 % *Span* für den Fall CP00

Durch die ungleiche Druckverteilung am Umfang (siehe Abschnitt 2.1.2) strömt die Kühlluft am Ende der CBH nur fluktuierend aus. Die periodisch austretenden *Kühlluftblasen* verursachen in diesem Bereich eine starke Verwirbelung des Hauptstroms – worin auch begründet liegt, dass in Abbildung 4.16 keine scharf abzugrenzenden *Wakes* vorliegen.

Im *Plot* wird daher die axiale Position der beiden *Cavities* am *Hub* mit einer weißen Linie hervorgehoben. Außerdem sind darin einige Regionen rot eingekreist, aus denen im betrachteten Moment Kühlluftblasen austreten. Diese werden anhand eines lokalen Temperaturminimums identifiziert.

Die *Stator-Wakes* besitzen auf dieser *Span*-Höhe noch vor der ersten *Cavity* eine größere spezifische Entropie als im *Midspan*. Nach dem Eintritt in die Rotor-Passage zeigt sich hingegen ein tendenziell rascheres „Anlegen“ an die Saugseite. Außerdem sind die eingangs relativ stark ausgeprägten *Wakes* bereits kurz nach dem Rotor nicht mehr als solche differenzierbar. Dieses Verhalten wird auf die Entstehung des *Horse-Shore-Vortex* bzw. die Wirkung der Sekundärströmungen im Rotor zurückgeführt. Letzteres bewirkt ein verstärktes Abdriften zur Saugseite, sowie ein Abheben der *Wakes* in Richtung Kanalmitte. Die *Stator-Wakes* werden hier nicht achsparallel in den *Strut*-Kanal transportiert.

In Abbildung 4.16 liegt generell ein höheres Entropie-Niveau als in der vorangegangenen *Midspan*-Betrachtung vor. Außerdem ist an der Hinterkante des *TCF* aufgrund der Ausrundung am *Hub* – und dem damit einhergehenden Profilverlust – eine höhere Entropieproduktion zu verzeichnen. Eine dickere Grenzschicht an der unteren Profilhälfte des dargestellten *Struts* führt zu höheren viskosen Verlusten, was sich ebenso in einem Entropie-Anstieg äußert.

Für die hintere *Cavity* am *Hub* (*CAH*) kann anhand dieses Profilschnitts kein Einfluss erkannt werden, da sich dieser nur in einem sehr engen Bereich an der Wand äußert. Eine entsprechende Betrachtung folgt in Abschnitt 4.2.2.

15 % Span Analog zu den bisher betrachteten Abbildungen wird in diesem Abschnitt die zeitliche Entwicklung der spezifischen Entropie im Profilschnitt bei etwa 15 % *Span* für den Fall CP00 gezeigt. In Abbildung 4.17 sind wieder die *Stator-Wakes* zu erkennen, wobei sich für die Zahlenwerte ein Niveau einstellt, welches entsprechend zwischen den letzten beiden Fällen zu liegen kommt. Ein wesentlicher Unterschied ist jedoch, dass im Rotor ab etwa zwei Drittel axialer Länge (ohne Einwirkung der *Wakes*) saugseitig der untere *Passage-Vortex* hervortritt, was sich in einem lokalen Entropie-Anstieg äußert. Die Entwicklung der Wirbelsysteme wird in Abschnitt 4.2.2 genauer dargelegt.

Der *Stator-Wake* bzw. die auf den Rotor einfallende Nachlaufströmung bringt selbst diverse Wirbelstrukturen mit sich (siehe z.B. Ebene **B** im folgenden Abschnitt), welche im zeitlichen Verlauf mit dem *Passage-Vortex* im Schaufelkanal des Rotors interagieren. Die *Stator-Nachläufe* werden – ähnlich wie in der *Midspan*-Betrachtung zuvor – zunächst vom Rotor erfasst und unmittelbar zur Saugseite hin abgedrängt. Im weiteren Verlauf innerhalb des Schaufelkanals wandert der *Passage-Vortex* des Rotors unter Einwirkung der *Wakes*

bzw. deren Wirbelsysteme radial etwas weiter nach außen. Sobald der Stator-Nachlauf den betreffenden Abschnitt (etwa zwischen 40 und 50 % axialer Länge) passiert hat, „sinkt“ der Kanalwirbel wieder zurück in seine Ausgangslage. Im Profilschnitt in Abbildung 4.17 äußert sich dieser Vorgang durch ein periodisches „Wandern“ des *Passage-Vortex*-Austrittspunkts entlang der Saugseite im mittleren Bereich der axialen Länge des Rotors.

Durch die periodisch auftretenden Interaktionen steigen die Verluste im Rotor an, wobei diese in allen betrachteten Fällen gleichermaßen verzeichnet werden und daher offenbar unabhängig von der *Clocking*-Position sind.

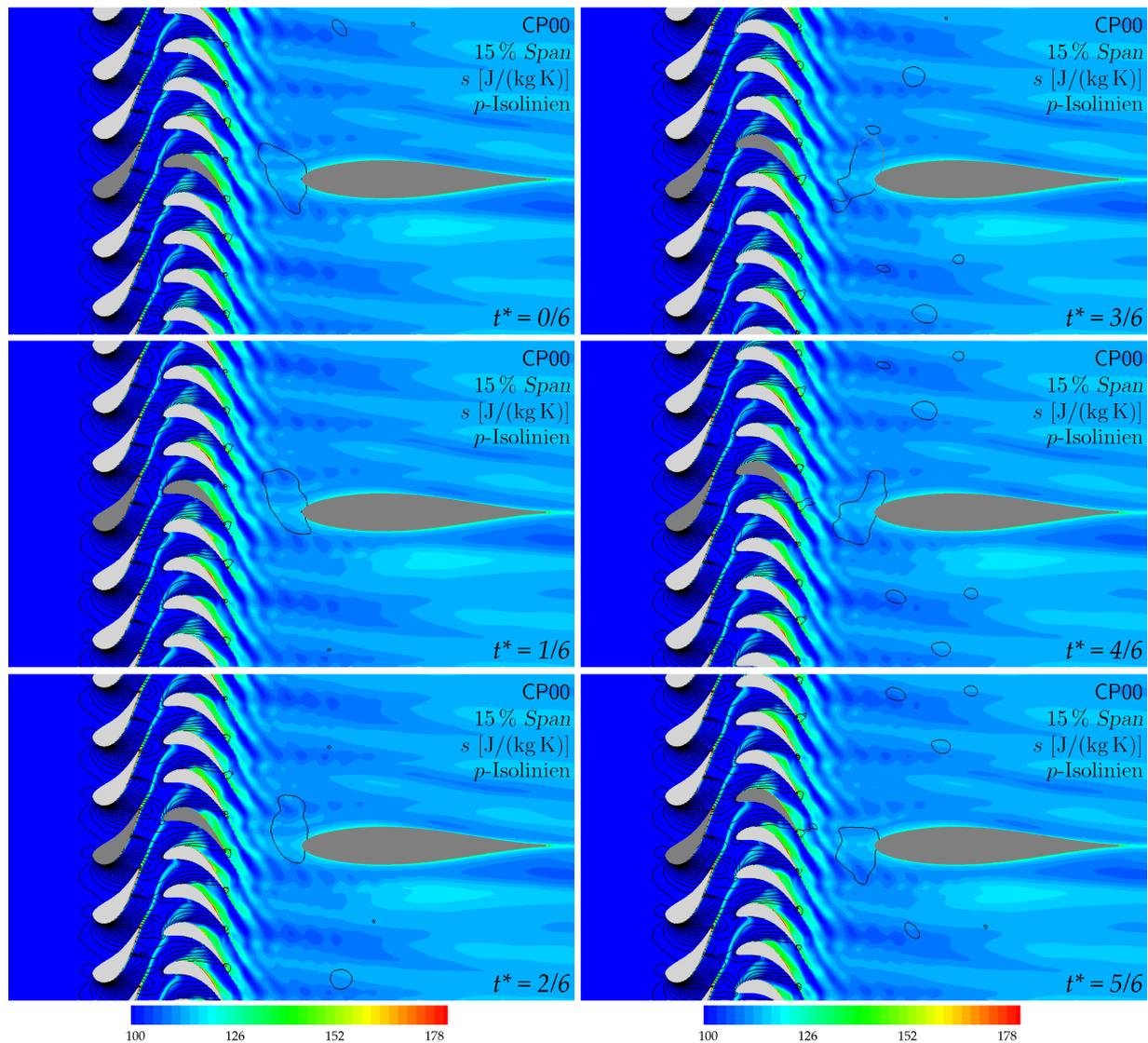


Abbildung 4.17: Spezifische Entropie bei 15 % *Span* für den Fall CP00

In Anbetracht der abströmenden Stator-*Wakes*, welche leicht schräg im *TCF* verlaufen, kann festgestellt werden, dass im Fall CP00 – analog zu der zuvor angestellten Überlegung am *Midspan* (vgl. Abbildung 4.14 für CP25) – am *Hub* eine hinsichtlich der Effizienz günstige Position der Nachläufe vorliegt. Für diesen Fall besitzen zudem die Profilmengenschichten

an beiden Seiten eine nahezu gleichmäßige Dicke. In einiger Entfernung unterhalb des dargestellten *Strut*-Profils befindet sich ein etwas größerer Bereich mit erhöhter Entropie. Anhand der Isolinien ist in den Abbildungen 4.17 und 4.18 die Lage der Stoßfront an der Saugseite des Hochdruck-Stators ersichtlich.

Mit Abbildung 4.18 wird dem soeben betrachteten Fall nun die Position CP50 gegenübergestellt. Die Ergebnisse der beiden anderen Positionen befinden sich im Anhang dieses Berichts und sind analog zu verstehen.

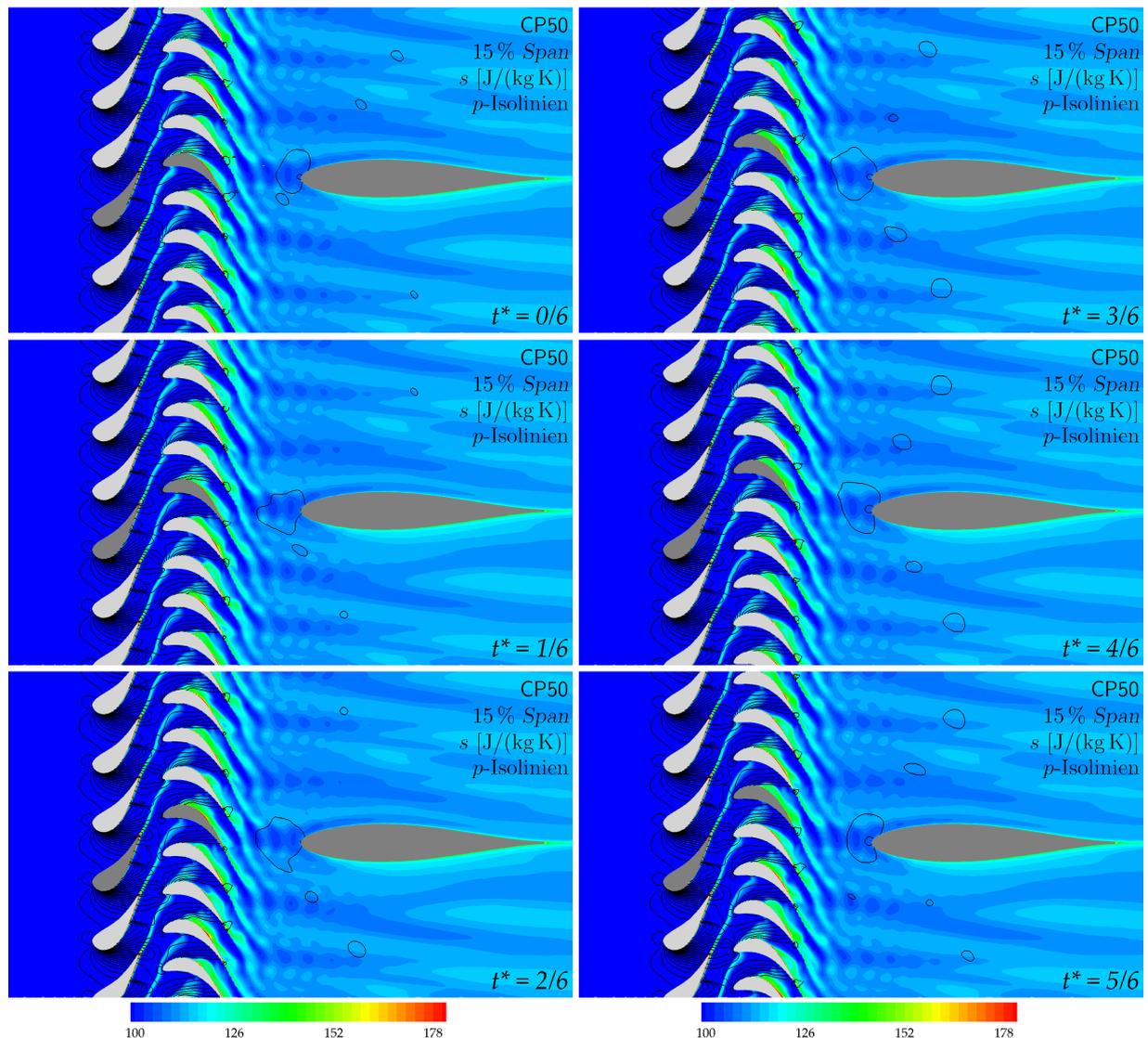


Abbildung 4.18: Spezifische Entropie bei 15% Span für den Fall CP50

Im *Clocking*-Fall CP50 aus Abbildung 4.18 treffen keine Stator-Wakes auf die Profilnase des TCF. Das – im Hinblick auf die Verlustentstehung – ungünstige Verhalten an der Profilnase wird begleitet von einer stark unterschiedlichen Grenzschichtdicke am Profil. Ein Vergleich der Flächenanteile hinsichtlich der Entropie deutet darauf hin, dass die Position CP00 im betrachteten *Span*-Bereich dem Fall CP50 vorzuziehen ist.

85 % Span In Abbildung 4.19 wird der Profilschnitt bei etwa 85 % *Span* für die Position CP25 gezeigt. Im vorderen Teil liegen scharf abgrenzbare, sichelförmige Stator-Wakes vor, welche nach dem Eintritt in den Rotor in die Länge gezogen werden, bis sie schließlich in den auf dieser *Span*-Höhe liegenden Wirbelsystemen (*Passage*- und *Wall-Vortex*) aufgehen. Die *Span*-Position von 85 % liegt etwa im Zentrum der oberen Rotor-Wirbelsysteme: an der axialen Position von Ebene **D** befindet sich der *Wall-Vortex*, sowie der innere Teil des oberen *Passage-Vortex* etwa auf dieser Höhe; im Schnitt **E** kommen der *Passage-Vortex* und der *Concentrated-Shed-Vortex* darin zu liegen. Die zugehörigen Betrachtungen für die Schnittebenen befinden sich in Abschnitt 4.2.2.

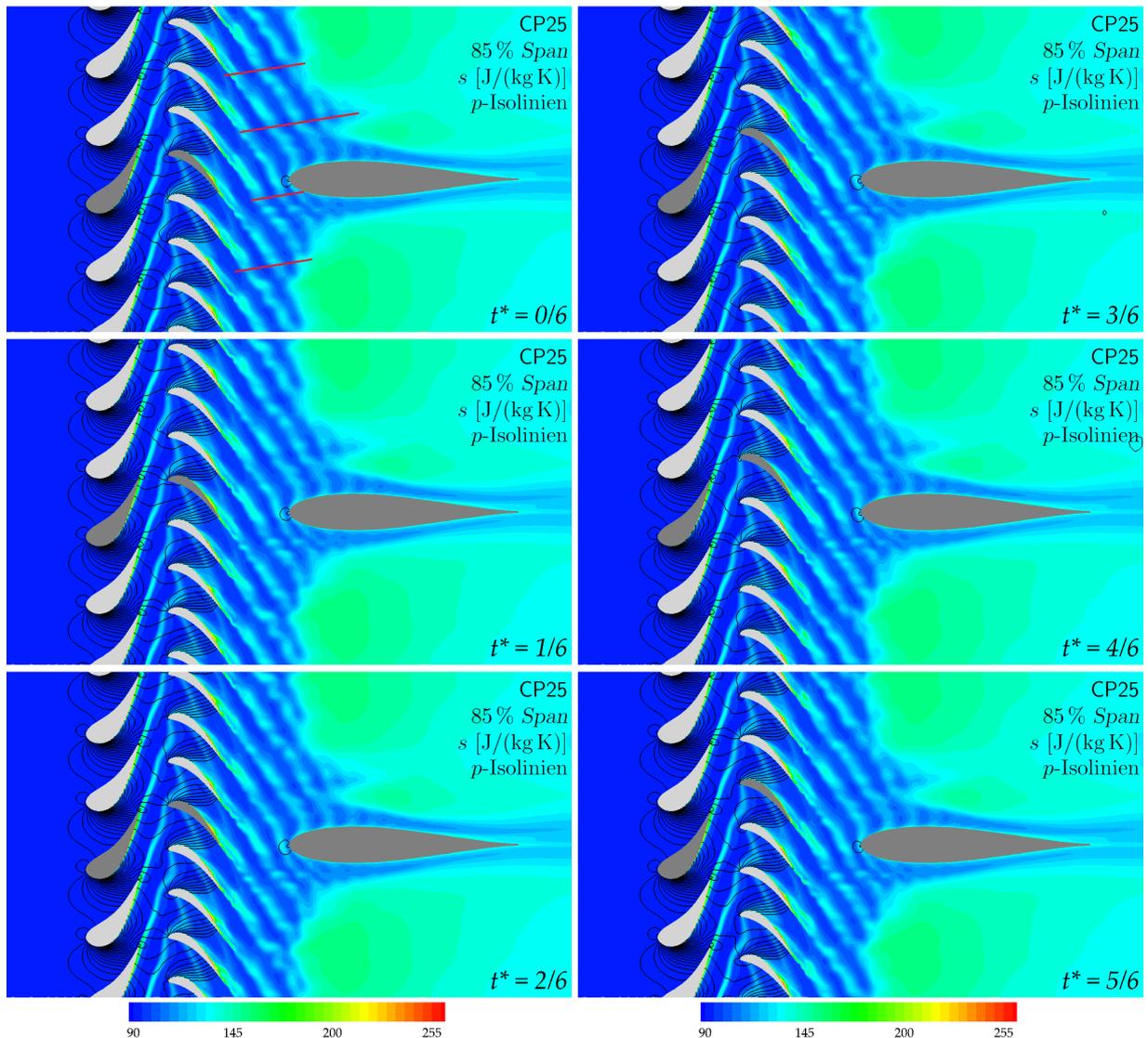


Abbildung 4.19: Spezifische Entropie bei 85 % *Span* für den Fall CP25

Im Nachlaufgebiet des Rotors sind die Stator-Wakes nur sehr schwach ausgeprägt, weil die dort vorliegenden Wirbelstrukturen des Rotors mit ihrem Einfluss überwiegen. Im unmittelbaren Bereich um das *TCF*-Profil breiten sich diese weiter im Kanal aus, wogegen alle *Wakes* schließlich in einem großen Bereich in der Mitte des Schaufelkanals

„verschwinden“. Diese flächenmäßig große Zone weist eine hohe spezifische Entropie auf und resultiert hauptsächlich zufolge der *Cavity*-Strömung aus der CAS, wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird.

Die Stator-*Wakes* im *TCF* verlaufen in diesem Bereich leicht nach oben bzw. in die Bewegungsrichtung des Rotors – im ersten Bild in Abbildung 4.19 ist die Abströmrichtung der Stator-Nachläufe grafisch angedeutet. Anhand der Rotor-*Wakes* ist ersichtlich, dass jene Bereiche, welche einen größeren zusammenhängenden Bereich mit höherer spezifischer Entropie besitzen (jeweils zwischen den roten Linien im ersten Bild), relativ dicht an der *Strut*-Profilnase liegen. Diesem Fall wird mit Abbildung 4.20 der Fall CP75 gegenübergestellt.

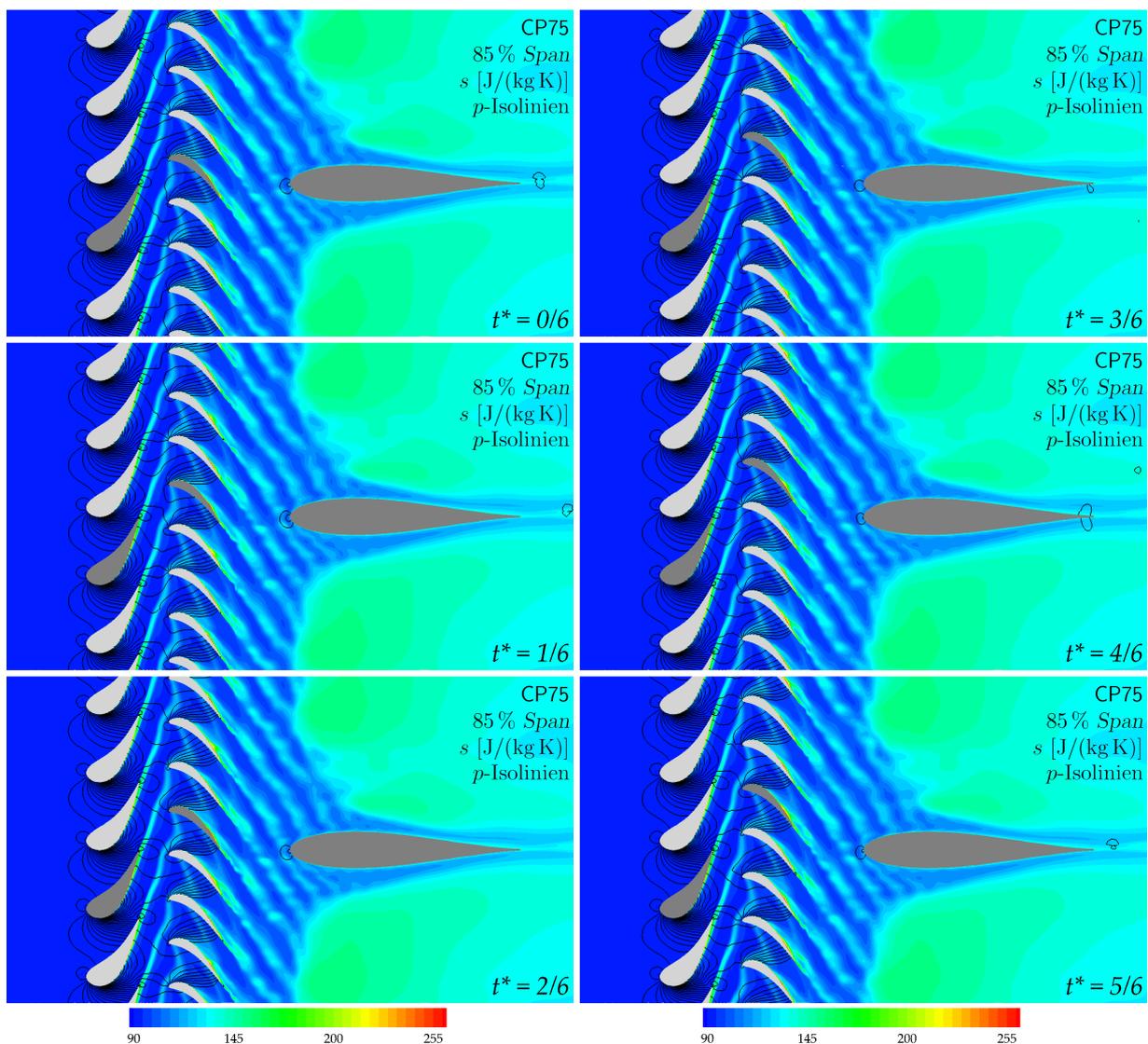


Abbildung 4.20: Spezifische Entropie bei 85 % *Span* für den Fall CP75

Die dargestellten Fälle verhalten sich aufgrund der verhältnismäßig schwach ausgeprägten Stator-*Wakes* im Vergleich zu den Rotor-*Wakes* sehr ähnlich. Durch die in den Abbildungen

leicht schräg abtransportierten *Wakes* ändern sich nur die Bereiche unmittelbar am *TCF*-Profil. Ein Vergleich der entropieärmeren Regionen entlang der Profelseiten für die beiden Fälle weist im Fall CP25 auf eine gleichmäßigere Verteilung hin.

Zuletzt soll noch eine Profilschnitt-Betrachtung in der Nähe des *Shroud* für diese beiden Fälle erfolgen.

Shroud Wie anhand des in Abbildung 4.5 (Seite 74) dargestellten Druckverlaufs zu sehen ist, liegt am *Shroud* im Bereich der *CAS* grundsätzlich ein geringer statischer Druck vor. Zufolge dieser Druckverteilung wird die radiale Einströmung der Kühlluft durch die *Cavity* begünstigt, sodass diese in ein „tiefer“ liegendes – d.h. weiter vom *Shroud* entferntes – Gebiet innerhalb der Hauptströmung vordringen kann.

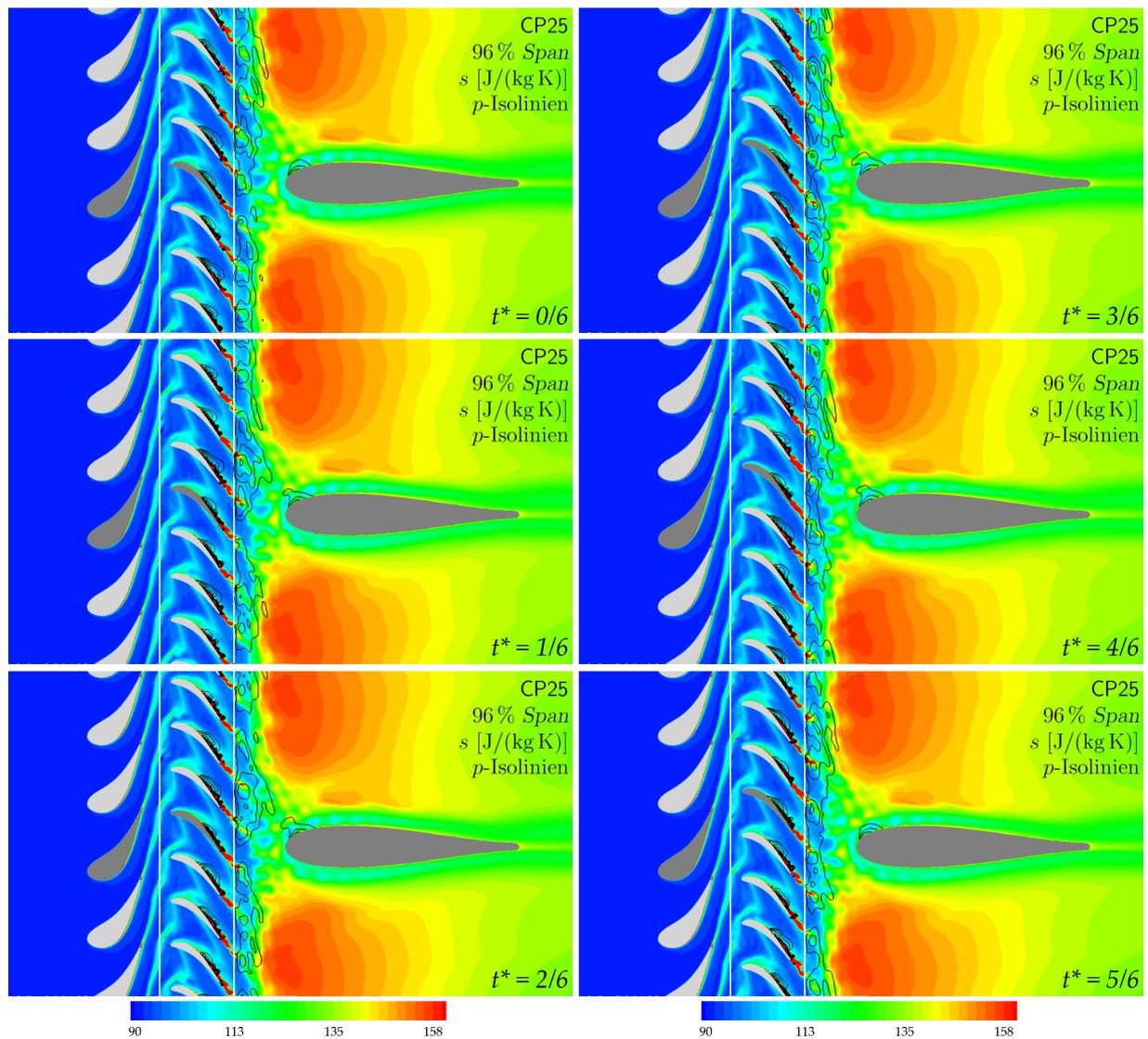


Abbildung 4.21: Spezifische Entropie bei 96 % *Span* für den Fall CP25

In Abbildung 4.21 sind erneut die axialen Positionen der *Cavities* jeweils anhand einer weißen Linie hervorgehoben. Es zeigen sich auch in dieser Schnittebene relativ große Bereiche mit einer hohen spezifischen Entropie; zudem sind keinerlei *Wakes* erkennbar. Ab etwa der Hälfte der axialen Länge des Rotors kann der obere *Passage-Vortex* identifiziert werden, dessen Position sich durch die eintreffenden *Wakes* nicht nennenswert ändert.

Die Isobaren in Abbildung 4.21 weisen darauf hin, dass es jeweils im Bereich der Rotor-*Wakes* kurz nach der *CAS* zu einem lokalen Minimum kommt, womit dort eine Ausströmung von Kühlluft begünstigt wird.

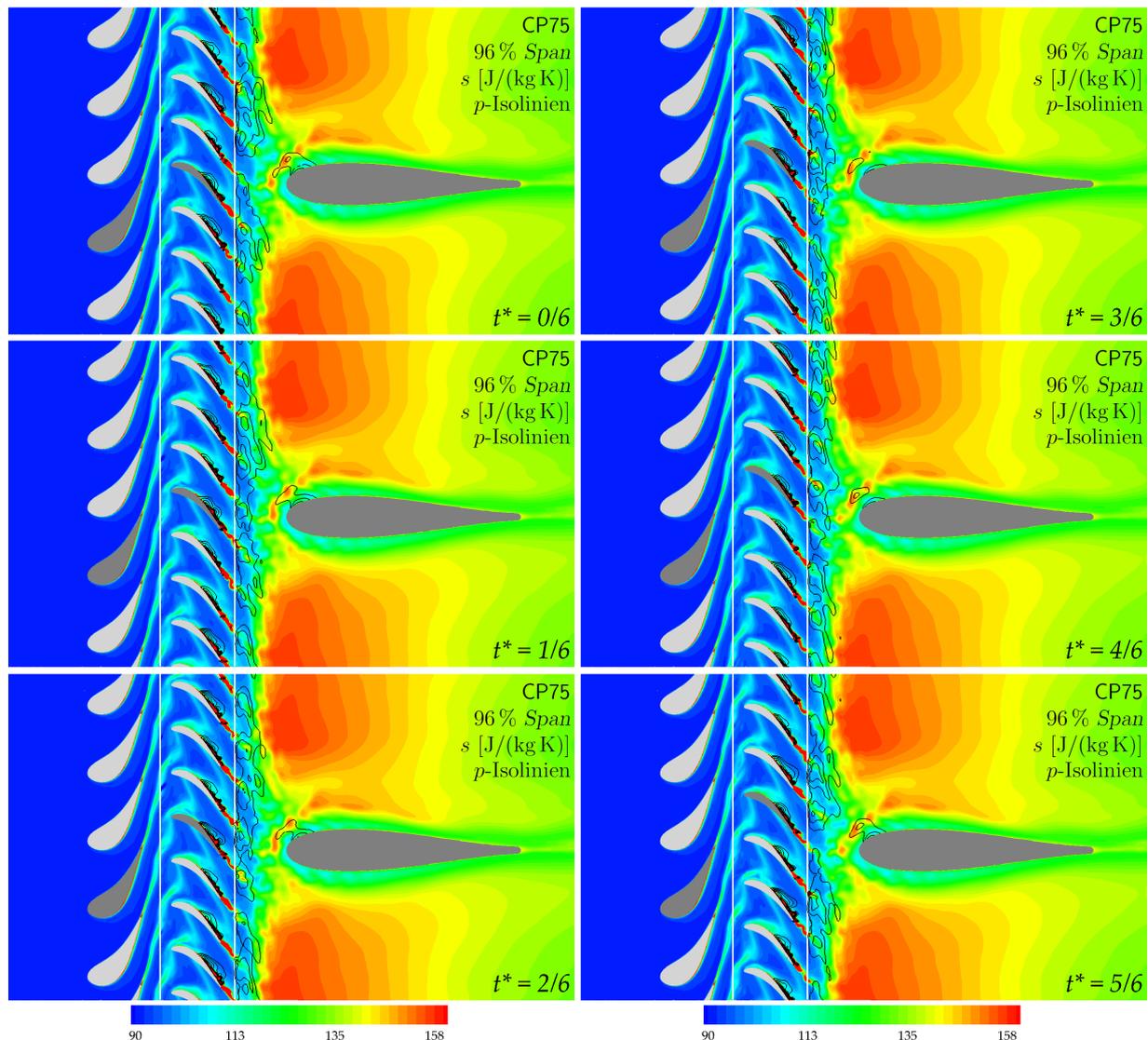


Abbildung 4.22: Spezifische Entropie bei 96 % *Span* für den Fall CP75

Anhand der farblichen Skalierung kann das ausströmende Fluid daran erkannt werden, dass sich am Schnittpunkt der Rotor-Nachläufe mit jener weißen Linie sprunghaft die Entropie-Zahlenwerte zu kleineren Werten ändern, was durch die geringere Temperatur der Kühlluft erklärbar ist. Durch den großen Radius der Hinterkante kommt es – ähnlich

wie am *Hub* – zu weiteren Verlusten.

Abbildung 4.22 zeigt in völliger Analogie die Verhältnisse für den Fall CP75. Mit einem Vergleich der Ausdehnung von Gebieten hoher Entropie innerhalb der jeweiligen Kontur-Plots ist festzustellen, dass sich CP25 hinsichtlich der Effizienz besser auswirkt.

Ein Einfluss der vorderen *Cavity* am *Shroud* (CBS) kann – wie bereits jener der CAH – anhand keiner der gewählten Profilschnitte beobachtet werden, da diese jeweils hinsichtlich der *Span*-Höhe eine sehr schmale Einflusszone besitzt.

Die bisher behandelten Profilschnitte stellen jeweils Teilausschnitte aus der gesamten Domäne dar und sind für die verschiedenen *Clocking*-Fälle zum Teil sehr ähnlich. Exemplarisch wurde bisher an je zwei Fällen gezeigt, wie die Unterschiede zwischen den Positionen gedeutet werden können.

Zuletzt befasst sich der folgende Abschnitt mit den Ergebnissen aus den zwölf definierten Achsnormalschnitten **A** bis **L**, um eine detaillierte Aussage zu den Unterschieden bzw. der Entstehung diverser Wirbelsysteme zu erhalten. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse folgt in Kapitel 5.

4.2.2 Achsnormalschnitte

Um nun die Entstehung und insbesondere die Entwicklung der Wirbelstrukturen beurteilen zu können, werden *Achsnormalschnitte* innerhalb der zeitabhängigen Lösung betrachtet. Dazu werden Kontur-Plots mit der Wirbelstärke in Strömungsrichtung (ω_{sw}) herangezogen, dessen Orientierung in der Legende angegeben wird. Innerhalb der folgenden Abbildungen sind jeweils auch diverse Schaufelprofile halbtransparent dargestellt, um die Lage der Nachlaufströmung besser zuordnen zu können. Außerdem sind darin Isolinien für die spezifische Entropie enthalten, womit über die im letzten Abschnitt näher betrachteten *Wakes* mithilfe ihrer „Höhenprofile“ ein gewisser räumlicher Eindruck entsteht.

In diesem Abschnitt werden die Ebenen mit Blick in Richtung der Hauptströmung der Reihe nach – beginnend mit der axialen Position **A** – interpretiert, bis schließlich das vorerst nur im Hintergrund dargestellte *Strut*-Profil erreicht wird.

Strömung vor dem Rotor Zunächst soll mit Abbildung 4.23 der Achsnormalschnitt **A** unmittelbar hinter der Austrittskante des Hochdruck-Stators noch vor der ersten *Cavity* betrachtet werden. Im Hinblick auf die zu erwartenden Wirbelstrukturen treten an dieser Stelle noch keine *signifikanten* zeitabhängigen Effekte auf, sodass die Darstellung eines einzelnen Zeitpunkts ausreicht. Die Orientierung der verschiedenen Wirbelsysteme wird im Index der entsprechenden Abkürzung mit \odot bzw. \ominus angegeben.

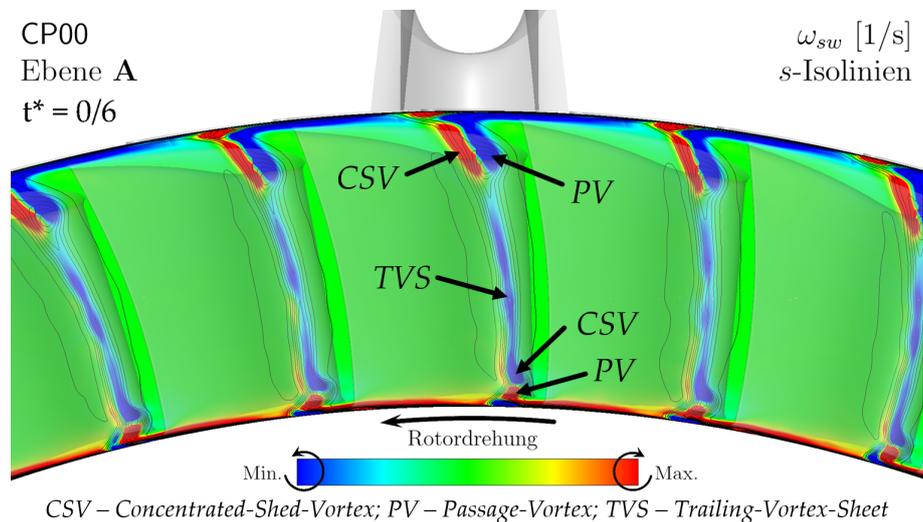


Abbildung 4.23: Wirbelsysteme im Nachlaufgebiet des Hochdruck-Stators (Ebene **A**)

Etwa im äußeren Fünftel des *Span* im Bereich der Hinterkante treten zwei gegenläufige Wirbel auf. Es handelt sich zum einen um den äußeren *Passage-Vortex* (PV_{\odot}) und den *Concentrated-Shed-Vortex* (CSV_{\ominus}). Die entgegengesetzt drehenden Innenwirbel PV_{\ominus} und CSV_{\odot} sind wesentlich kleiner ausgeformt und liegen übereinander. An der Profilhinterkante

kommt es zur Bildung des *Trailing-Vortex-Sheet* (TVS_{\odot}) und auch im Bereich des *Hub* bzw. *Shroud* steigt die Wirbelstärke zufolge der Grenzschichtströmung entsprechend an.

Aufgrund der Wirbelsysteme liegen unterhalb von etwa 10 %, sowie zwischen 80 und 90 % *Span* zwei Maximalwerte der spezifischen Entropie vor, deren radiale Position auch in Abbildung 4.2 z.B. an den Minima des Totaldrucks zu sehen ist.

Zwischen den Ebenen **A** und **B** liegen die beiden *Cavities* CBH und CBS. Wie im letzten Abschnitt gezeigt, wird die Strömung im Schaufelkanal von der *Hub-Cavity* stärker beeinflusst. Dies liegt darin begründet, dass es durch die innen liegenden Wirbelsysteme PV_{\odot} und CSV_{\odot} unter Einfluss der Spülluft zur Bildung eines weiteren Wirbelsystems kommt, welches auch die intensiv fluktuierende Ausströmung der Kühlluft nach sich zieht.

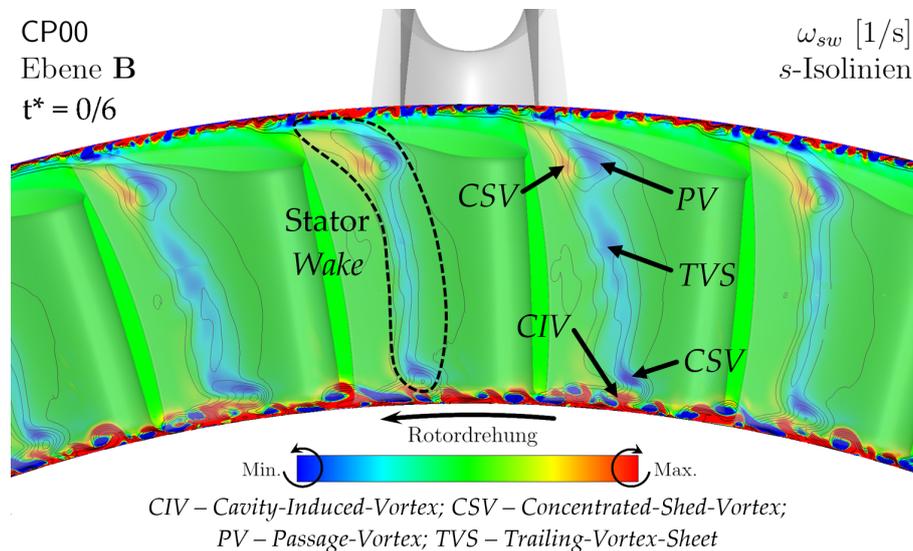


Abbildung 4.24: Wirbelsysteme mit *Cavity*-Einfluss vor dem Rotor (Ebene **B**)

Im Radseitenraum des Rotors innerhalb der CBH besitzt die dort befindliche Kühlluft aufgrund ihrer viskosen Eigenschaften einen *Drall* in Rotor-Drehrichtung. Durch lokale Druckunterschiede im Bereich des *Hub* kommt es beim Überströmen des axialen Spaltes zum fluktuierenden Austreten von Kühlluftblasen. Das daraus resultierende – vorwiegend rechtsdrehende – Wirbelsystem besteht aus vielen einzelnen Wirbeln und interagiert dementsprechend stark mit der Hauptströmung. Dieses System wird folglich zusammengefasst als *Cavity-Induced-Vortex* (CIV_{\odot}) bezeichnet, siehe Abbildung 4.24.

An der äußeren *Cavity* treten diese Effekte nicht in dieser Form auf, weil die äußeren Wirbelsysteme der *Stator-Wakes* weiter von *Shroud* entfernt liegen. Vor der CBS erfolgt außerdem eine geometrische Erweiterung des Schaufelkanals (siehe z.B. Abbildung 1.3).

Ein Vergleich der Abbildungen 4.23 und 4.24 verdeutlicht, dass die Intensität der Wirbel innerhalb der Nachläufe zwischen den Ebenen **A** und **B** bereits deutlich abnimmt.

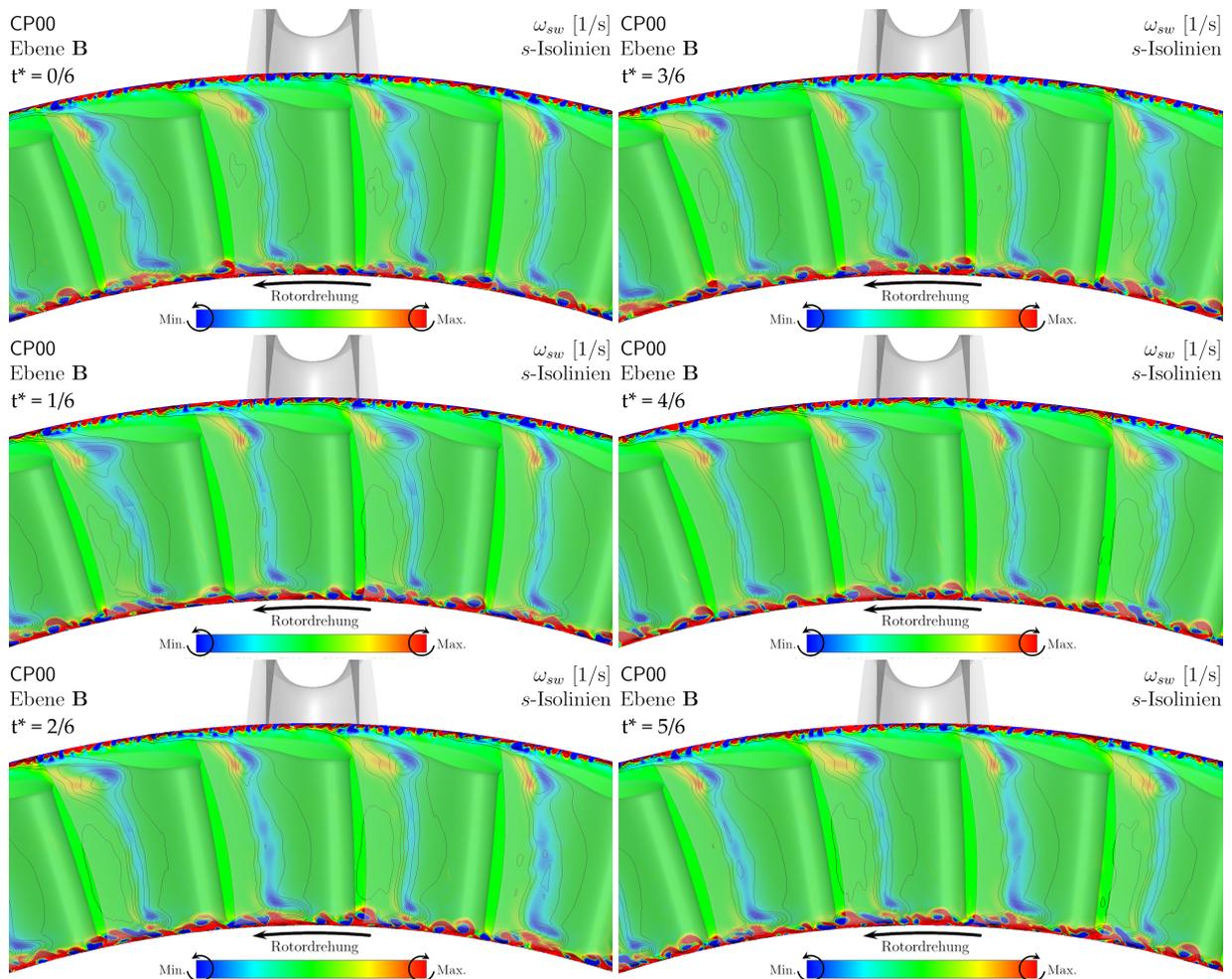


Abbildung 4.25: Wirbelstärke in Strömungsrichtung in Ebene **B** für den Fall CP00

In Abbildung 4.25 ist der zeitliche Verlauf der Wirbelstärke für den Fall CP00 zu sehen. Neben den scheinbar irregulär auftretenden Wirbeln an beiden Rändern führen die Interaktionen zwischen der *HP*-Stator- bzw. Rotor-Beschaufelung (siehe z.B. die Isobaren in Abbildung 4.14) zu einer instationären Beeinflussung der *Wakes* in Ebene **B**. Anhand der dargestellten Isentropen zeigt sich eine periodische Dehnung bzw. Stauchung in Umfangsrichtung. Durch das Ausströmen der Kühlluft wird unmittelbar hinter den *Cavities* jeweils die Bildung von lokalen Ablöseblasen angeregt. Hierzu ist in folgender Abbildung 4.26 das Ablösungsgebiet exemplarisch dargestellt.

Das *Stator-Clocking* hat an dieser Stelle noch keine Auswirkungen, weshalb sich eine Darstellung der verschiedenen Fälle erübrigt.

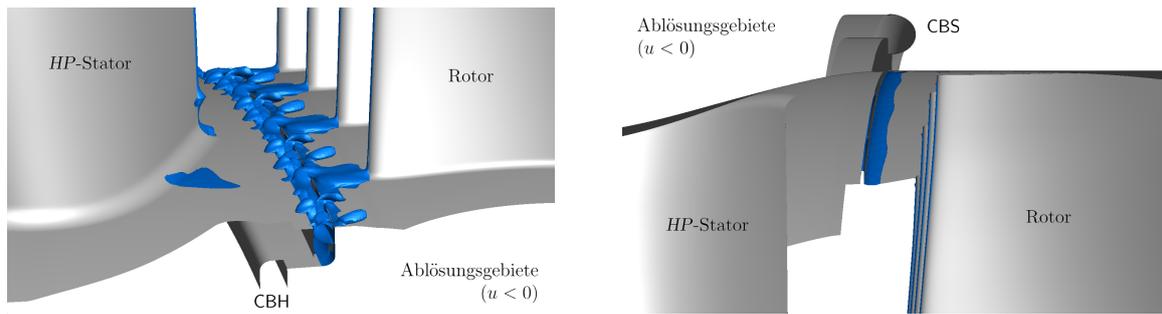


Abbildung 4.26: Abgelöste Strömungsgebiete vor dem Rotor in *Hub*- und *Shroud*-Nähe

Abbildung 4.26 zeigt anhand einer Teilgeometrie vor dem Rotor eine Isofläche, in der die axiale Geschwindigkeit stagniert. Im Bereich des *Hub* (links) sind die austretenden Kühlluftblasen zu sehen, welche abschnittsweise auch unmittelbar am *Hub* zu einer Ablösung führen, welche sich jedoch schnell wieder anlegt. Zudem ist am *Hub* eine weitere Ablösung am Ende des Überschall-Gebiets (vgl. Abbildung 4.13) zu erkennen. Im Bild rechts ist die Ablösezone am Austritt aus der CBS abgebildet. Letztere besitzt ein wesentlich stabileres Verhalten und es kommt auch hier zu einem raschen Wiederanlegen der Strömung.

Strömung im Rotor Aus dem bisher betrachteten Teil der Anordnung ergibt sich über den Umfang gesehen für die Zuströmung zum Rotor ein inhomogenes Profil, welches von den Wirbelsystemen und Nachläufen des Hochdruck-Stators beeinflusst wird. Wie in Abschnitt 4.2.1 dargelegt, führt die gleichförmige Drehbewegung des Rotors entsprechend zu einer periodischen Änderung dieser Bedingungen. Zusätzlich wird ein Teil des Strömungsfeldes von starken Verwirbelungen dominiert, welche von der Kühlluftströmung der beiden *Cavities* herrühren.

In Abbildung 4.27 ist die zeitliche Entwicklung der Strömung in Ebene **C** innerhalb des Rotor-Kanals anhand von sechs Zeitschritten für den Fall CP00 dargestellt. Die Stator-Wakes können darin in Abhängigkeit der momentanen Position des Rotors an verschiedenen Stellen identifiziert werden – beispielsweise zeigt sich eine solche Struktur zum Zeitpunkt $t^* = 1/6$ im mittig dargestellten Kanal. Im zeitlichen Verlauf ist zu beobachten, wie die Wakes in den verschiedenen Kanalquerschnitten in Erscheinung treten, bevor sie sich entgegen der eingezeichneten Drehrichtung zum Rand des betrachteten Querschnitts bewegen und folglich ganz aus diesem bzw. der Bildebene verschwinden.

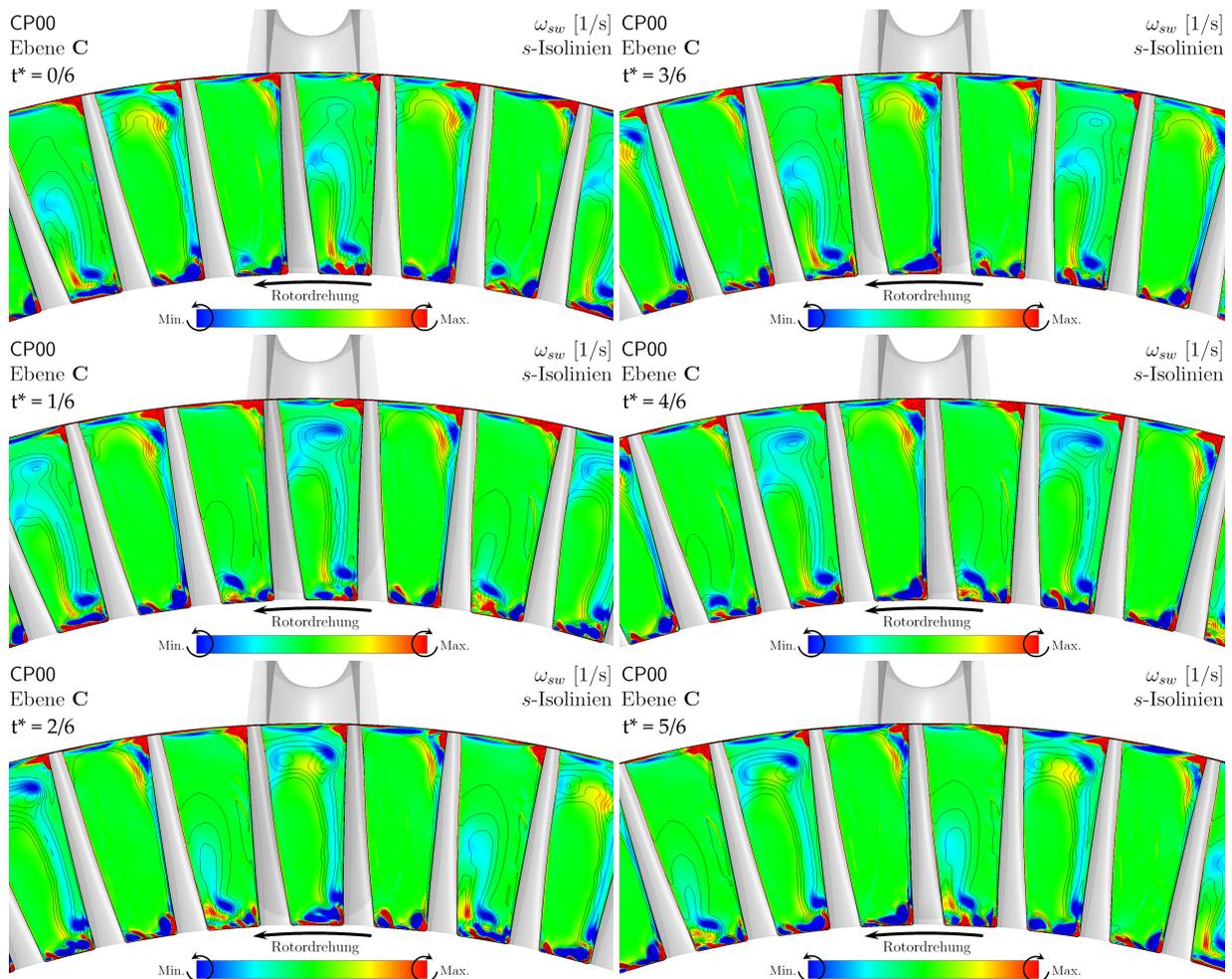


Abbildung 4.27: Wirbelstärke in Strömungsrichtung in Ebene C für den Fall CP00

In der Nähe des *Hub* am Beginn der Rotorkanals (Ebene C liegt dort bei etwa 15 % axialer Rotor-Länge) treten als Folge der zuvor beschriebenen komplexen Wirbelstrukturen am Ende der CBH bzw. durch die Kühlluft einbringung mehrere energiereiche Wirbel auf. Anzumerken ist hier, dass die Grenzen der Darstellungsskala zwischen Ebene B und C auf die Hälfte reduziert wurde. Abbildung 4.28 zeigt beispielhaft einige der auftretenden Wirbel bzw. deren Bezeichnung.

Der *Horse-Shoe-Vortex* ist mit dem *Pressure-Leg* (PSV_{\odot}) bzw. *Suction-Leg* (SSV_{\odot}) an dieser axialen Position noch relativ schwach ausgeprägt. Zum betrachteten Zeitpunkt befindet sich ein intensiver *Cavity-Induced-Vortex* (CIV_{\odot}) vom Stator in der Kanalmitte über dem *Hub*. Die anderen linksdrehenden Wirbel (blau dargestellt) unterhalb des eingekreisten Stator-Nachlaufs resultieren aus der eingebrachten Spülluft bzw. den damit einhergehenden Strömungsablösungen. An der Außenseite liegt ein intensiver Wirbel vor, welcher aus der Rotorbewegung entsteht. Durch die Relativbewegung der beiden Grenzschichten an der Gehäusewand bzw. dem Schaufelprofil wird dieses System aufgerollt – er wird daher als „*Kratzwirbel*“ bzw. *Scraping-Vortex* (SV_{\odot}) bezeichnet.

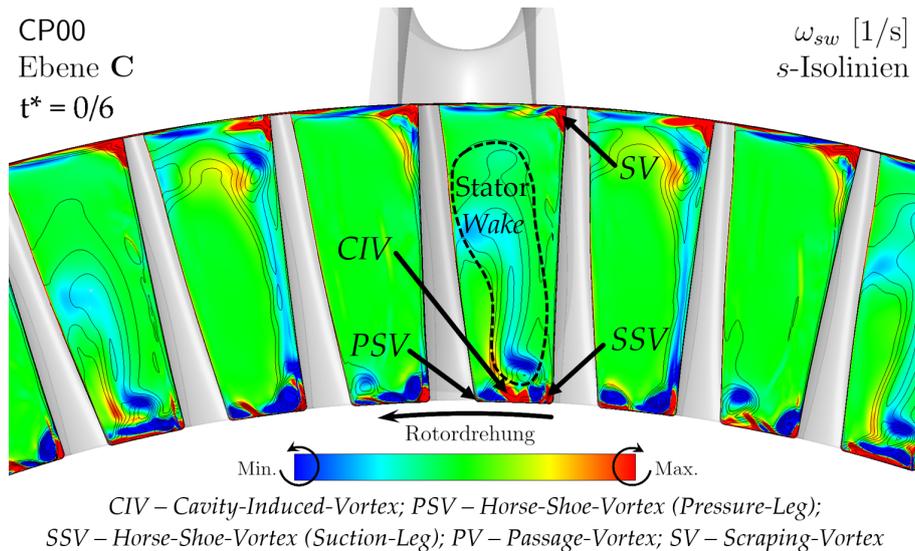


Abbildung 4.28: Wirbelsysteme im Rotor bei ca. 15% axialer Länge (Ebene C)

An der äußeren Begrenzung zeigen sich zudem auch schwächer ausgeprägte, regelmäßig verlaufende Wirbel, welche sich zufolge der über die CBS zugeführten Spülluft bzw. den damit einhergehenden Ablösungen (vgl. Abbildung 4.26) bilden. An der axialen Position der Ebene C liegt noch keine Ausformung des *Tip-Leakage-Vortex* vor.

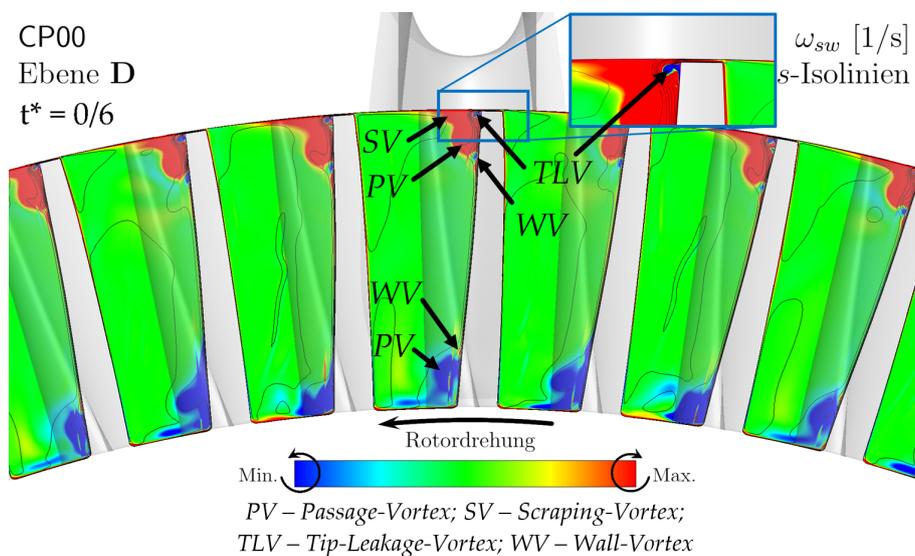


Abbildung 4.29: Wirbelsysteme im Rotor bei ca. 70% axialer Länge (Ebene D)

In Abbildung 4.29 wird der Achsnormalschnitt durch Ebene D bei einer axialen Länge des Rotors von etwa 70% dargestellt. Neben den markanten *Passage-Vortices* (innen PV_{\odot} bzw. außen PV_{\ominus}), welche sich jeweils saugseitig in *Hub-* bzw. *Shroud-Nähe* ausbilden, können direkt an der Gehäuseinnenwand der *Tip-Leakage-Vortex* (TLV_{\odot}), sowie die beiden *Wall-Vortices* (WV_{\odot} und WV_{\ominus}) identifiziert werden.

Auf Höhe der Ebene D sind die unregelmäßigen Einflüsse der *Cavity-Strömung* weitgehend

ausgeglichen bzw. in die vorhandenen Wirbelsysteme eingeflossen. In Abbildung 4.30 wird deshalb nun anstelle der (hier wenig aussagekräftigen) Wirbelstärke die spezifische Entropie als reiner Kontur-Plot angegeben, um den Transport der Stator-Wakes besser zu verdeutlichen.

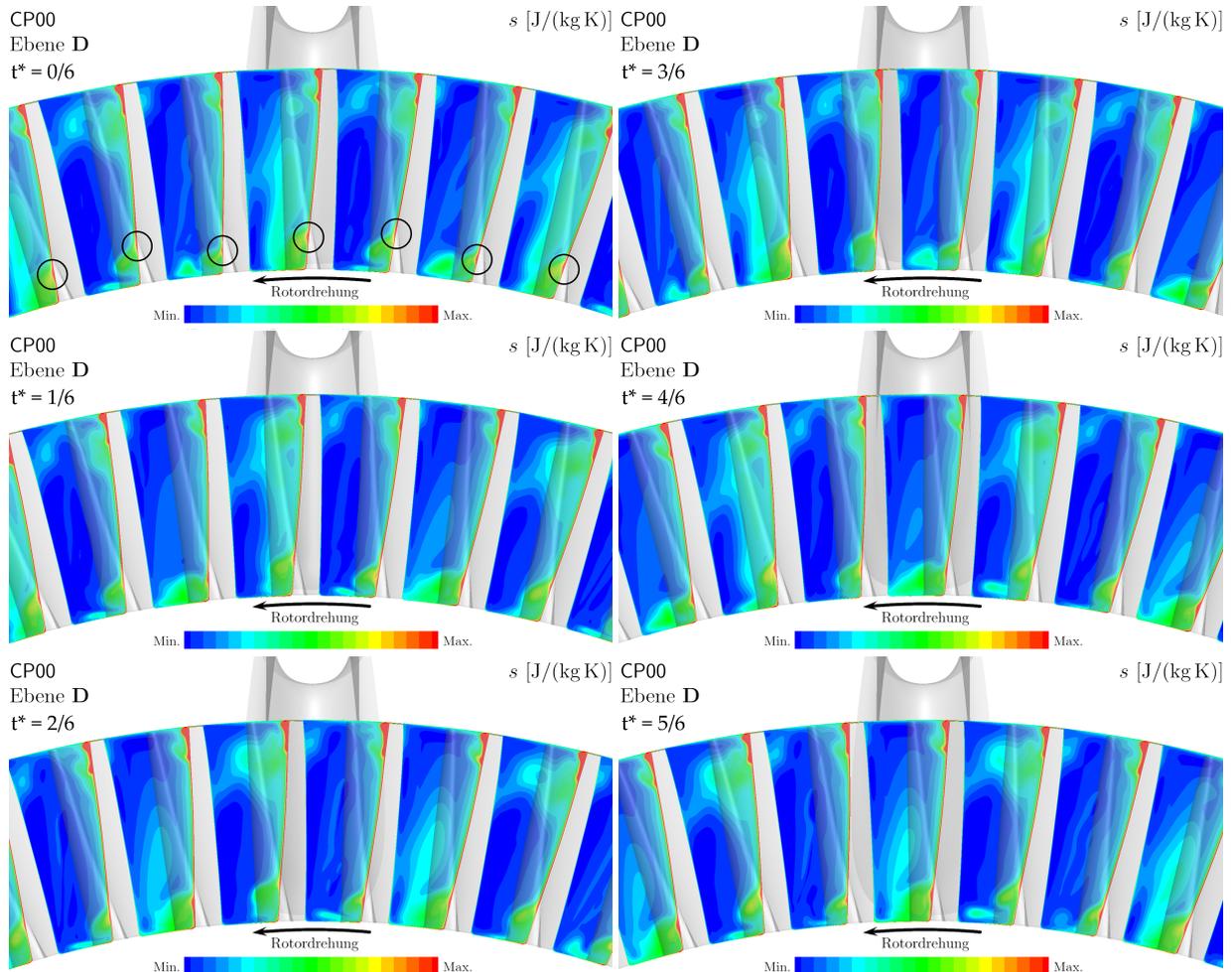


Abbildung 4.30: Spezifische Entropie in Ebene D für den Fall CP00

Die Wirbelsysteme ändern sich dabei qualitativ nicht, unterliegen jedoch einem periodischen Einfluss der Nachläufe, wobei es zu einer Verschiebung des unteren *Passage-Vortex* in radialer Richtung kommt (vgl. Abbildung 4.17 auf Seite 93). Diese periodische Verschiebung der unteren Wirbelstrukturen ist in Abbildung 4.30 jeweils an der Saugseite zwischen etwa 10 und 15 % *Span* ersichtlich – im ersten Bild links oben sind jeweils die Entropie-Maxima markiert.

Bisher konnte anhand der Achsnormalschnitte zwischen den betrachteten *Clocking*-Fällen kein nennenswerter Unterschied verzeichnet werden – die bisherigen Abbildungen in diesem Abschnitt für den Fall CP00 gelten damit gleichermaßen für die anderen Fälle; auf eine

Erweiterung des Anhangs wird somit verzichtet. Mit den Ebenen **E** bis **L** wird nun die Strömung nach dem Rotor bzw. im *TCF* näher untersucht.

Strömung nach dem Rotor Im Nachlaufgebiet des Rotors treten kombinierte Wirbelsysteme auf, welche maßgeblich an der Verlustentstehung im *TCF* beteiligt sind. Diese sind in Abbildung 4.31 angegeben.

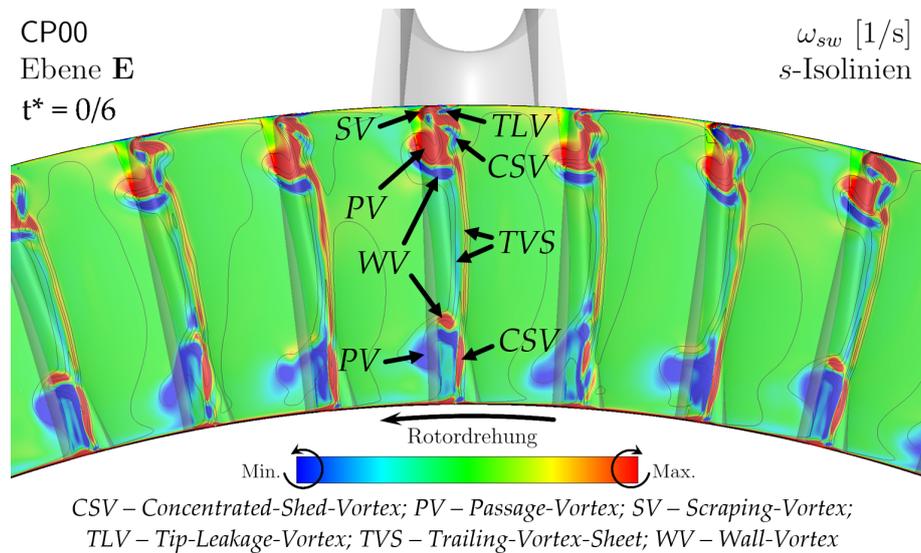


Abbildung 4.31: Wirbelsysteme in der Nachlaufströmung des Rotors (Ebene **E**)

Neben den in Ebene **D** enthaltenen Systemen (Abbildung 4.29) bilden sich zusätzlich noch der *Trailing-Vortex-Sheet* (TVS_{\odot} bzw. TVS_{\ominus}) sowie die beiden *Concentrated-Shed-Vortices* (CSV_{\odot} bzw. CSV_{\ominus}) aus. Unmittelbar am *Hub* zeichnet sich an beiden Seiten auch jeweils ein kleiner *Corner-Vortex* ab – an dieser Stelle sind somit alle beschriebenen Wirbelsysteme vorhanden.

Mit einem Vergleich den beiden Abbildungen 4.29 und 4.31 ist erkennbar, dass sich neben den stärker ausgeprägten *Wall-Vortices* und den neu auftretenden Systemen in Ebene **E** auch die Lage der Wirbel signifikant verändert. Während in Ebene **D** zwischen etwa 20 und 80% *Span* keine intensiven Wirbel auftreten, beschränkt sich der *wirbelarme* Bereich im Schnitt **E** auf etwa 35 bis 70% der *Span*-Höhe (vgl. Abbildung 4.4 auf Seite 73).

Abbildung 4.32 stellt die zeitliche Entwicklung der Wirbelsysteme in den Ebenen **E** und **F** anhand von drei Zeitpunkten direkt gegenüber. Die auf der rechten Seite enthaltenen *Plots* zeigen bereits die Einflüsse der *Cavities* CAH bzw. CAS.

Anhand einer Gegenüberstellung der Ergebnisse für die Ebenen **E** und **F** – welche nur wenige Millimeter voneinander entfernt liegen bzw. deren *Plots* identisch skaliert sind – ist

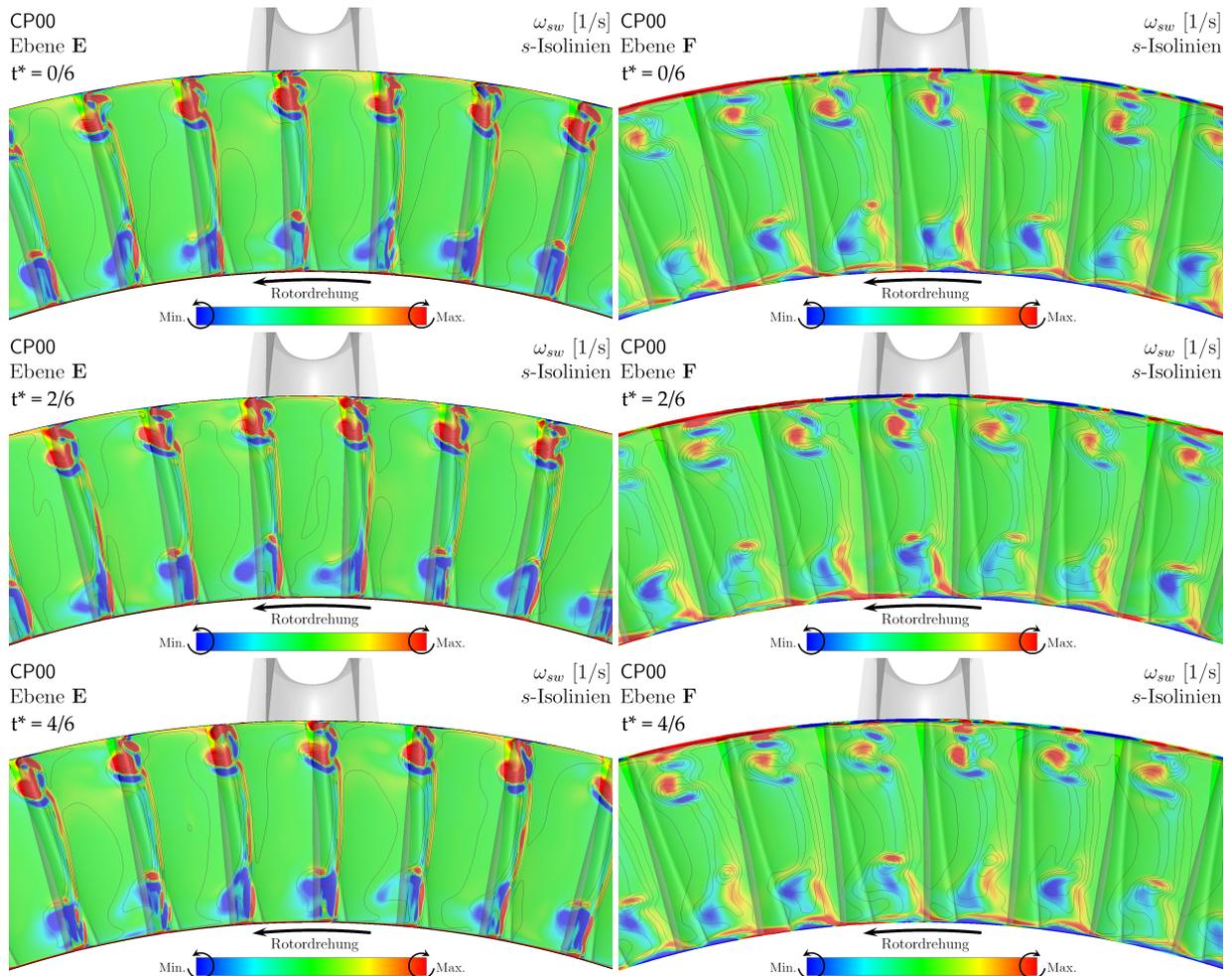


Abbildung 4.32: Wirbelstärke in Strömungsrichtung in den Ebenen **E** und **F** für den Fall CP00

ersichtlich, dass die Wirbelsysteme des Rotornachlaufs zunächst rasch an Intensität verlieren. Die Kernzonen dieser Systeme können (mit entsprechend angepassten Skalenwerten) allerdings sehr weit in den *TCF* hinein verfolgt werden.

Die inneren Wirbelstrukturen gehen im weiteren Verlauf teilweise ineinander über und ändern dabei ihre Relativposition: der CSV_{\circ} wird zunächst vom Kühlluftstrom, welcher aus der *CAH* austritt und – bedingt durch die viskosen Effekte im axialen Spalt – rechtsdrehende Wirbelgebiete (ähnlich dem CIV_{\circ}) mit sich führt, gespeist. Weiter außen verlagert sich der innere WV_{\circ} durch ein „Abrollen“ auf dem darunter liegenden PV_{\circ} tangential entgegen der Drehrichtung des Rotors, um sich dort schräg über dem PV_{\circ} schließlich mit dem CSV_{\circ} zu vereinen, sodass zwei gegenläufige Wirbel in der inneren Hälfte des Felds verbleiben (Ebene **G**). Diese Systeme können aufgrund ihrer hohen Intensität innerhalb des *TCF* einfach weiter verfolgt werden. Die zuvor vereinigten rechtsdrehenden Systeme CIV_{\circ} und WV_{\circ} haben dabei eine geringere Wirbelstärke, können jedoch noch in der Ebene **K** am hinteren Ende des *TCF* eindeutig identifiziert werden.

Stromabwärts der beiden *Cavities* CAH und CAS liegen umfangreiche Ablösezone vor, in denen die axiale Geschwindigkeitskomponente negativ wird, wodurch zusätzliche Verluste hervorgerufen werden. Die Ablösung beschränkt sich auf eine schmale Zone am jeweiligen Rand und variiert mit der Umfangskoordinate, wie in Abbildung 4.33 dargestellt. Diese ist für die intensive Wirbelbildung verantwortlich, welche in Abbildung 4.32 am äußeren Rand zu sehen ist.

Abbildung 4.33 zeigt einen Kontur-Plot der axialen Absolutgeschwindigkeit u , welche am Rand zufolge der Ablösung negative Werte annimmt. Der kleine Bildausschnitt zeigt dieselben Verhältnisse anhand einer dreidimensionalen Darstellung inklusive der maßstäblich eingezeichneten Geschwindigkeitsvektoren im Feld, um das Ausmaß der Rückströmung zu verdeutlichen.

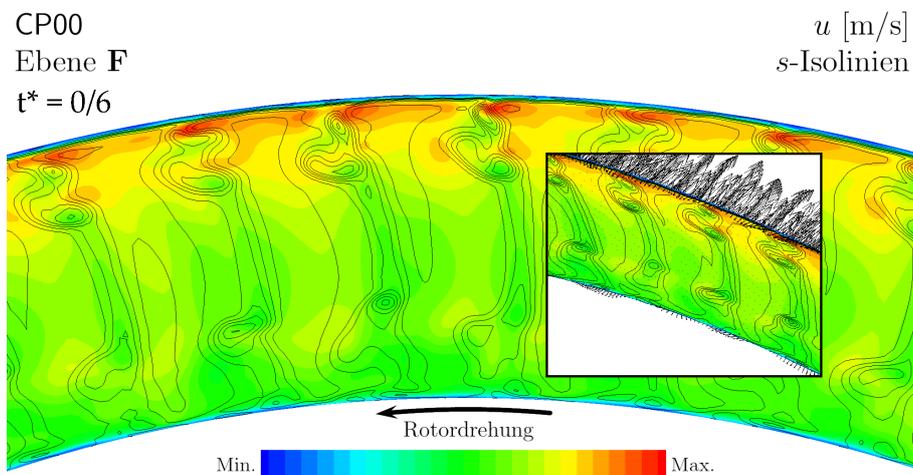


Abbildung 4.33: Strömungsablösung nach den hinteren *Cavities* (Ebene **F**)

Diese wirbelbehaftete Zone an der äußeren Gehäusewand führt folglich dazu, dass jeweils ein Teil des TLV_{\circ} und des SV_{\circ} aufgezehrt wird. Der Restanteil des TLV_{\circ} wandert weiter nach innen und vereinigt sich mit dem gleichsinnig orientierten CSV_{\circ} , während der verbleibende Anteil des SV_{\circ} zunächst in seiner Lage verharrt. Im äußeren Teil verbleiben somit die vier Wirbelsysteme WV_{\circ} , PV_{\circ} , CSV_{\circ} und ein Teil des SV_{\circ} , welche sich zufolge ihrer unterschiedlichen Orientierungen radial von innen nach außen in der angegebenen Reihenfolge ausrichten. Der *Trailing-Vortex-Sheet* klingt im weiteren Verlauf ab und es verbleiben zunächst sechs Wirbelsysteme, welche weiter in den *TCF* vordringen.

In Abbildung 4.34 sind diese Wirbelstrukturen in der Ebene **G** dargestellt, nachdem sie sich zufolge der soeben beschriebenen Mechanismen verlagert haben. An dieser Stelle sei wieder darauf hingewiesen, dass die Maximalwerte für die Skalierung der Wirbel in Abbildung 4.34 – von Ebene **F** ausgehend – auf ein Drittel reduziert wurden, d.h. die bisher beschriebenen Wirbel im mittleren Teil des Kanals wurden bereits um etwa zwei Drittel ihres Betrages abgeschwächt.

An den beiden Rändern kommen nun zusätzlich mehrere starke und auch großflächige Wirbelsysteme hinzu, sodass der SV_{\circ} mancherorts darin aufgeht. Diese intensiven Wirbelgebiete richten sich zufolge der Aufstauung vor den Stützschaufeln an dessen Profilen aus, wie an der Separation bzw. den unterschiedlichen Orientierungen unmittelbar neben dem Staupunkt der *Struts* am *Shroud* zu sehen ist. Diese Wirbel entstehen infolge einer großflächigen Strömungsablösung im Bereich des *Hub* und insbesondere an der äußeren Gehäusewand, wie in Abbildung 4.35 dargestellt. In den strichliert hervorgehobenen Bereichen in Abbildung 4.34 ist das Ablösungsgebiet am stärksten ausgeprägt.

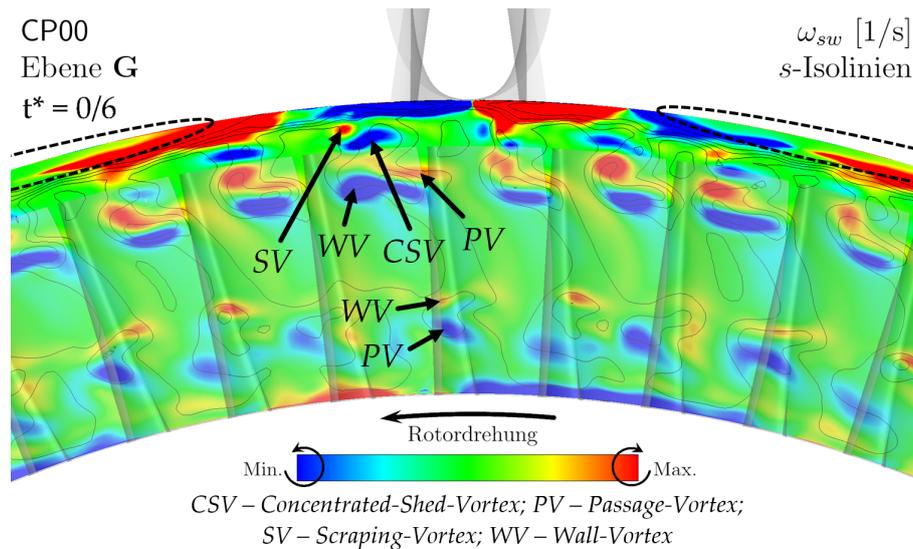


Abbildung 4.34: Wirbelsysteme in der Nachlaufströmung des Rotors (Ebene G)

Die Ebene G befindet sich unmittelbar am Beginn der äußeren Ausrundung der *Struts*.

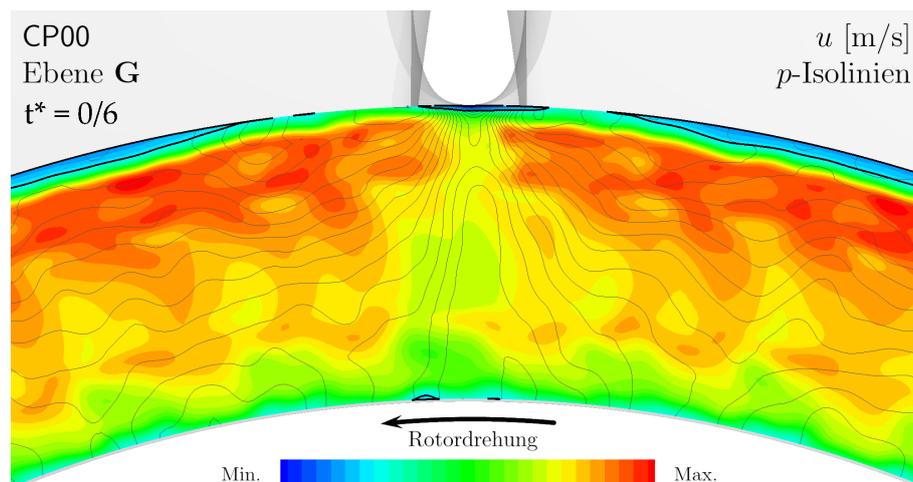


Abbildung 4.35: Strömungsablösung vor den TCF-Profilen (Ebene G)

Um die Rückströmungszonen in dieser Ebene genauer zu betrachten, wird in Abbildung 4.35 die Axialkomponente der Absolutgeschwindigkeit als Kontur-Plot mit Isolinien für den

statischen Druck dargestellt.

In Abbildung 4.36 sind die auftretenden Wirbel mit dem jeweiligen Rückströmbereich für die verschiedenen *Clocking*-Fälle zum Zeitpunkt $t^* = 0$ angegeben. Innerhalb der dick abgegrenzten Flächen liegen negative Axialgeschwindigkeiten vor – dies ist zum einen unmittelbar vor jedem *Strut* und zum anderen auch in einem Großteil des dazwischenliegenden Bereichs am *Shroud* der Fall. Daneben kommt es auch im Bereich des *Hub* zu kleineren Ablösegebieten.

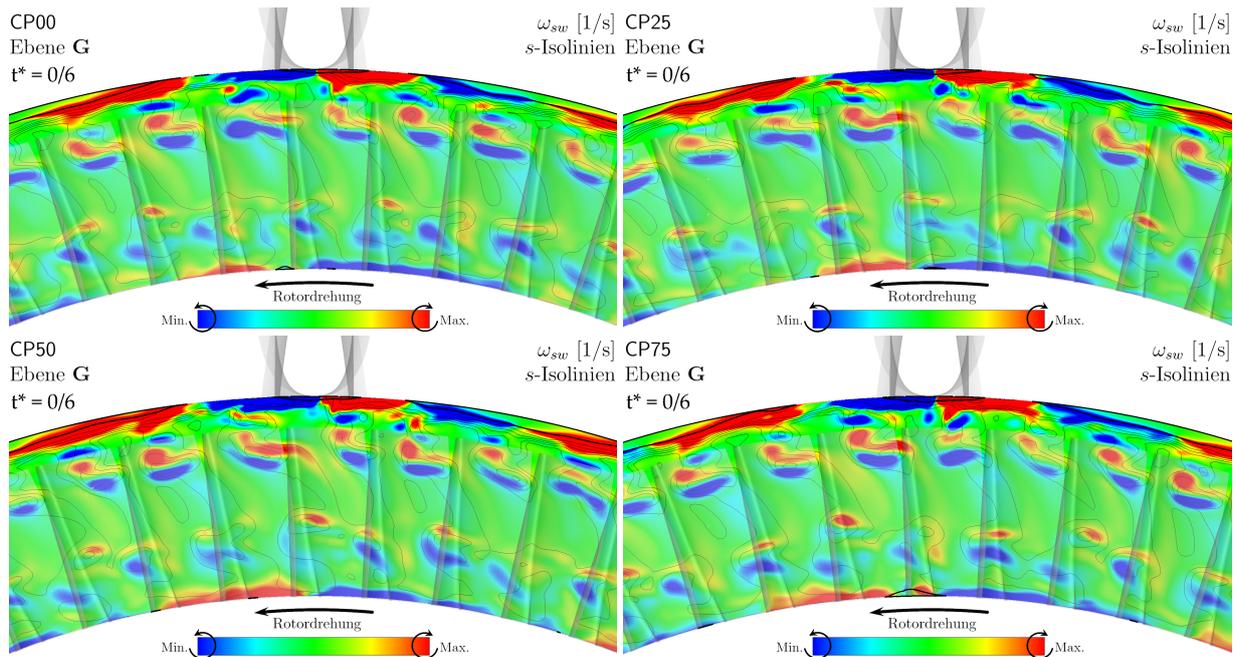


Abbildung 4.36: Wirbelstärke in Strömungsrichtung in der Ebene G

Zwischen den *Clocking*-Positionen liegen in dieser Ebene qualitativ nur geringgradige Unterschiede vor. Im zeitlichen Verlauf (nicht dargestellt) sind – abgesehen von der momentanen Position des Rotors bzw. der induzierten Wirbel – kaum Abweichungen zu verzeichnen. Die folgende Betrachtung wird deshalb zur besseren Übersicht nur für einen Zeitpunkt vollzogen.

Für die verbleibenden Ebenen **H** bis **L** innerhalb des *TCF* bzw. an dessen Austritt, in denen keine gänzlich neuen Effekte mehr auftreten, wird mit Abbildung 4.37 auf Seite 112 die Entwicklung der Wirbelsysteme und die spezifische Entropie zusammengefasst für einen Zeitpunkt dargestellt. In den *Plots* sind für die betreffenden Achsnormalschnitte auch die Ablösegebiete analog zu Abbildung 4.35 anhand einer schwarzen Konturlinie eingezeichnet. Zur Abschätzung der Größenordnung zwischen dem bisher betrachteten Teil und den verbleibenden Ebenen ist darin nochmals die Ebene **G** enthalten. In den Darstellungen sind jeweils ab der Ebene **J** keine signifikanten zeitlichen Abhängigkeiten mehr vorhanden, womit diese vor allem im hinteren Teil eine gute Aussagekraft besitzen.

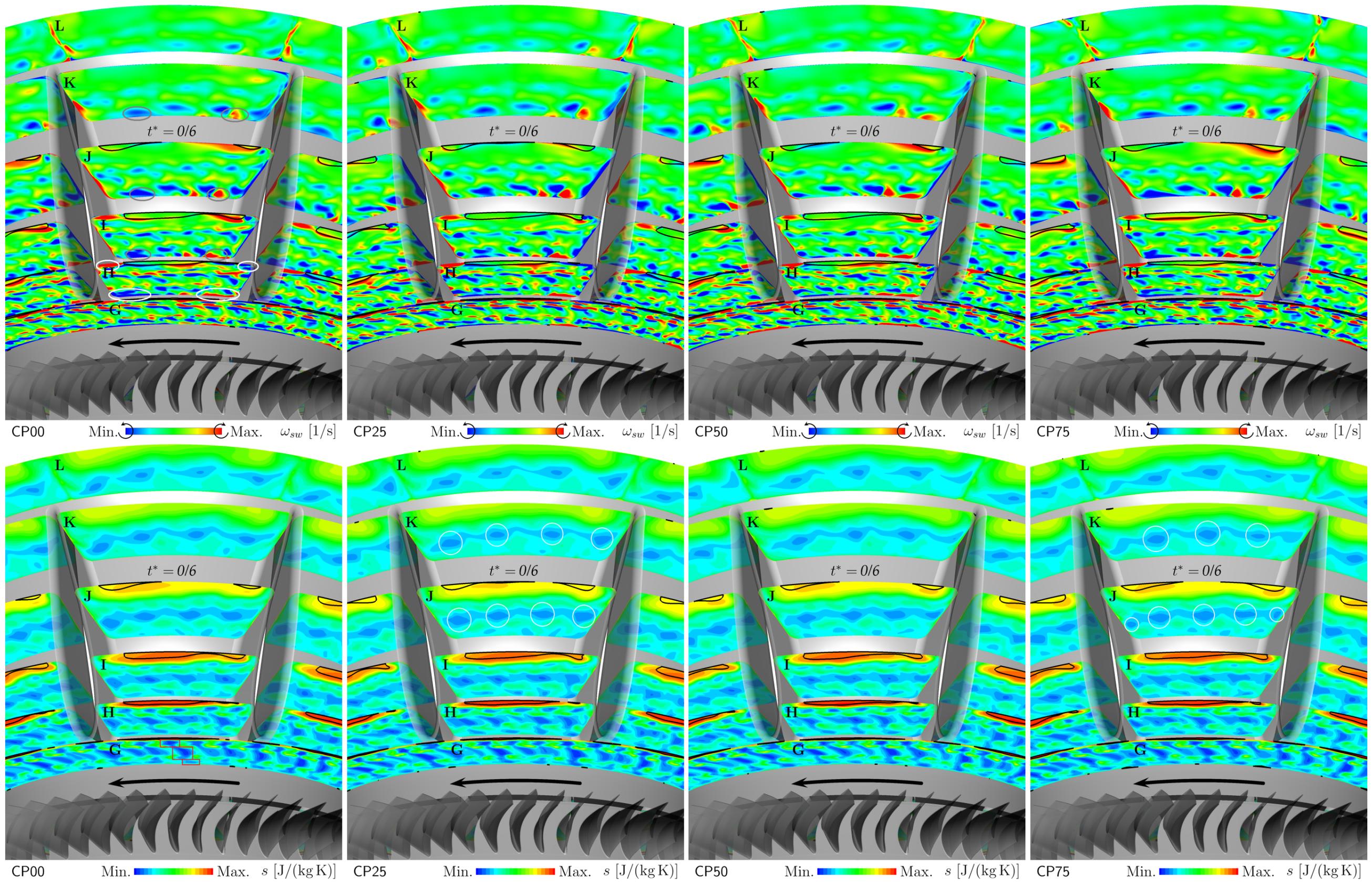


Abbildung 4.37: Wirbelstärke in Strömungsrichtung und spezifische Entropie im TCF

In der ersten Reihe der Abbildung 4.37 ist die räumliche Entwicklung der Wirbelsysteme für vier *Clocking*-Positionen abgebildet. Die Blickrichtung liegt – wie bisher in diesem Abschnitt – in Richtung der Hauptströmung, wobei eine dreidimensionale Ansicht der Passage mit halbtransparent überlagerten Profloberflächen zur besseren Verfolgbarkeit der Gegebenheiten im *TCF* gewählt wurde; in der Schnittfläche ist jeweils die Bezeichnung der achsnormalen Ebene angegeben.

In Kombination mit den dargestellten Ablösungszonen (jeweils schwarz eingegrenzte Bereiche mit $u < 0$) bzw. der Kenntnis über die bisher beschriebene Entwicklung können die eintreffenden Wirbelstrukturen leicht zugeordnet werden. Durch die mit der *Clocking*-Position variierenden Lage der Stator-*Wakes*, geht auch eine entsprechende Positionsänderung der Wirbelstrukturen einher. Ein zunehmender *Clocking*-Faktor bewirkt dabei eine Verschiebung der Strukturen entgegen der Drehrichtung, wobei diese sich auch in radialer Richtung weiter nach außen verlagern (siehe z.B. Entropie-Plots für Ebene **K**).

Im statischen Druckprofil für die Ebene **G** vor den *Struts* (vgl. Abbildung 4.35) wird anhand der Isobaren verdeutlicht, dass am *Hub* ein geringerer Druck vorliegt. Dies führt an dieser Stelle zu einem vermehrten Ausströmen von Kühlluft mit teilweise lokal begrenzten Strömungsablösungen. Vom Schaufelfuß der *Struts* ausgehend wird durch die Aufstauung in Kombination mit der radial einströmenden Spülluft bzw. der lokalen Ablösungszone die Bildung eines Wirbelsystems angeregt. Dieser Sachverhalt manifestiert sich anhand von ω_{sw} in den Eckregionen der Ebene **H** – an beiden Profelseiten der *Struts* kommt es im *Hub*-Bereich zu einer Verstärkung bzw. Konzentration der Wirbelgebiete aus Ebene **G**, jeweils rechts vom Profil wird damit das linksdrehende Wirbelgebiet verstärkt und vice versa (weiß umrandet im Bild links oben, Ebene **H**). In Anbetracht der Vorgänge am *Shroud* kehren sich die Verhältnisse entsprechend um (siehe Abschnitt 2.1.1.1 bzw. Abbildung 2.2).

Im weiteren Verlauf verlagern sich diese Wirbelgebiete entlang der Umfangsrichtung in *Hub*-Nähe etwas weiter zur Kanalmitte (vgl. graue Markierung in Abbildung links oben, Ebenen **I** – **K**), wo sie schließlich mit den aus dem Rotornachlauf resultierenden Wirbeln (vierfach ausgeprägt) interagieren. Die linksdrehenden Wirbelgebiete am *Hub* (blau) vereinen sich mit den umliegenden vom Rotor kommenden *Passage-Vortices* und intensivieren diese. An der jeweils rechten Seite des dargestellten Schaufelkanals im Bereich des *Hub* liegen entgegengesetzt gerichtete Wirbel (rot) vor, welche bis in die Ebene **L** – unter einer Abnahme der Wirbelstärke durch Ausgleichsvorgänge – entlang der Profilkontur zu verfolgen sind (grau umrandete rechtsdrehende Wirbel im linken oberen Bild). Diese Vorgänge an beiden Seiten der *Strut*-Profile führen in der Folge dazu, dass sich die zahlreichen vom Rotor ausgehenden Wirbelgebiete von ihrer anfangs gleichmäßigen radialen Position beim Durchströmen des *TCF* entsprechend verlagern.

Im Bereich des *Shroud* interagieren diese Wirbel auf eine ähnliche Weise, jedoch liegt dort anstelle der eintreffenden Rotor- bzw. Stator-*Wakes* ein großes Ablösungsgebiet vor, das von intensiven Wirbeln umgeben ist. Die an der Außenseite durch den *Strut* initiierten Wirbel beeinflussen diese Zone, sodass sich diese in zwei unterschiedlich ausgeprägte „Äste“ aufteilt. Letztere breiten sich durch den Wirbeleinfluss im Hinblick auf die axiale Länge weit aus und reichen dabei bis etwa zur Ebene **K** im hinteren Teil des *TCF*, bevor ein vollständiges Wiederanlegen der Strömung verzeichnet wird. Das gesamte Ablösegebiet am *Shroud*, welche maßgeblich an der Verlustentstehung beteiligt ist, besitzt anhand der dargestellten Ebenen in allen Fällen etwa die gleiche räumliche Ausdehnung, wobei dessen Form zwischen den verschiedenen Fällen variiert.

Die an den Profilwänden auftreffende Nachlaufströmung bewirkt, dass in den betrachteten Fällen verschieden stark ausgeprägte *Wandwirbel* entstehen. Eine Änderung der *Clocking*-Position bzw. die Verschiebung der Nachlaufströmung in Umfangsrichtung führt offenbar zu einer umfassenden Verlagerung dieser Wirbel, wie auch in Abschnitt 4.1 dargelegt wurde. Anhand der Abbildung 4.37 sind diese mit ihren verschiedenen Ausprägungen in Abhängigkeit der axialen Position ersichtlich.

Ein Vergleich zwischen den drei Ebenen **I** bis **K** für die Wirbelstärke zeigt, dass die größten Wandwirbel im Fall CP25 vorliegen. In Anbetracht der vorangehenden *Midspan*-Betrachtung erscheint das nicht verwunderlich, da in diesem Fall bereits gezeigt werden konnte, dass die Stator-*Wakes* jeweils sehr dicht an den Profilnasen der Stützschaufeln liegen, sodass die (zwischen den *Wakes* liegenden) entropiearmen Regionen den Schaufelkanal mit geringeren Verlusten passieren können.

In den *Plots* für die spezifische Entropie (untere Reihe) sind die verlustarmen Regionen blau dargestellt, womit die Kernzonen dieser Bereiche im Schaufelkanal sehr anschaulich dargestellt werden – höhere Werte gehen darin immer mit größeren Verlusten einher. Durch eine Gegenüberstellung von z.B. Ebene **J** und **K** für die beiden Fälle CP25 und CP75 wird die im letzten Absatz getroffene Aussage bestätigt: es liegen im Fall von CP25 vier Zonen geringerer Entropie vor, welche sich gleichmäßig im Kanalquerschnitt des *TCF* verteilen, im Fall CP75 teilt sich hingegen einer dieser Bereiche jeweils in zwei kleinere auf (vgl. weiße Markierungen in den Entropie-*Plots* dieser beiden Fälle).

Anhand der Entropie-Konturen in Ebene **G** ist ersichtlich, dass die von den Rotor-Passagen ausgehende Nachlaufströmung in radialer Richtung jeweils drei Zonen beinhaltet, in denen eine geringere spezifische Entropie vorliegt (im linken unteren Bild der Abbildung 4.37 rot markiert). Dabei ist jene auf Höhe des *Midspan* am stärksten ausgeprägt; die anderen beiden besitzen in Umfangsrichtung einen Versatz, d.h. sie liegen radial nicht exakt „übereinander“. Für die – gemäß *Midspan*-Betrachtung – ideale Ausrichtung der Stator-*Wakes* (CP25) ergeben sich dadurch weiter innen bzw. weiter außen am *Span* lokal

ungünstigere Verhältnisse, weil die dort vorliegenden Wirbelgebiete nicht mehr genau an der Profilnase zu liegen kommen. Durch das partielle Auftreffen der *Wakes* auf der Profiloberfläche in Abhängigkeit von der radialen Position resultieren für die verschiedenen *Clocking*-Fälle unterschiedliche Ausprägungen der Wandwirbel.

Im Bereich der Abströmung treten zufolge der asymmetrischen Vorgänge im Schaufelkanal nach der *Strut*-Hinterkante unterschiedlich ausgeprägte *Trailing-Vortex-Sheets* auf. Die in der letzten Ebene **L** vorliegende Entropieverteilung verdeutlicht, dass sich zwischen den betrachteten Fällen geringe Unterschiede ergeben. Ein scheinbar optimaler Fall lässt sich aus den Anteilen der entsprechenden Farbanteile ermitteln: für den Fall CP25 wird demnach der größte Wirkungsgrad erwartet; die größte spezifische Entropie in der Abströmebene **L** kann anhand Abbildung 4.37 für den Fall CP75 erwartet werden.

5 Diskussion

An dieser Stelle soll kurz auf die wesentlichen Aspekte der vorliegenden Untersuchung eingegangen werden. Es liegen zum Zeitpunkt der Erstellung dieses Berichts für die betrachtete Konfiguration keine Messdaten vor, sodass sich alle getroffenen Aussagen auf die Ergebnisdaten der *CFD*-Simulation stützen, welche in Kapitel 4 dargelegt wurden.

Die nun folgende Zusammenfassung der Ergebnisse beschränkt sich auf die wesentlichen Punkte, die zur Beantwortung der primären Fragestellung nach der *idealen Clocking*-Position von Bedeutung sind. Abschließend wird ein Ausblick hinsichtlich möglicher weiterführender Betrachtungen innerhalb dieser Thematik angestellt.

5.1 Zusammenfassung

Mittels zwölf Achsnormalschnitten (siehe Abbildung 4.1) und fünf Profilschnitt-Ebenen durch das gesamte Strömungsfeld wird für eine zeitlich gemittelte sowie für sechs konkrete Zeitschritte einer zeitabhängigen Lösung untersucht, wie sich das Strömungsfeld bzw. jene Erscheinungen entwickeln, welche maßgeblich an der Verlustentstehung beteiligt sind. Damit soll folglich aus vier *Clocking*-Positionen jene gefunden werden, mit welcher die höchste Effizienz erzielt werden kann.

Anhand der zeitlich gemittelten Lösung in Abschnitt 4.1 wird zunächst gezeigt, dass sich die transsonische Strömung in der Hochdruckturbine für alle betrachteten Fälle bis zum Austritt aus dem Rotor sehr ähnlich verhält, sodass anhand der festgelegten Schnittebenen bis auf wenige Ausnahmen keine signifikanten Unterschiede erkennbar sind. Lediglich im Bereich einiger *Cavities* und auf Höhe der Austrittsebene ergeben sich kleinere Abweichungen zwischen den Fällen, weshalb diese gesondert betrachtet werden.

Die Strömung vor dem Rotor steht im Bereich der unteren *Cavity* (CBH) in einer starken Wechselwirkung zur eintretenden Kühlluft. Neben einer zusätzlichen Bildung von zahlreichen intensiven Wirbeln, welche folglich auf die Sekundärströmungen im Schaufelkanal des Rotors einwirken, treten auch lokale Strömungsablösungen auf. An der äußeren *Cavity* vor dem Rotor (CBS) werden vergleichsweise kleinere Wirbel hervorgerufen, welche auch eine entsprechend geringere Auswirkung auf die Hauptströmung nach sich ziehen. Innerhalb der betrachteten Ebene treten auch am *Shroud* vereinzelte Ablösungen auf, welche stets mit hohen Verlusten einhergehen.

An den beiden hinteren *Cavities* CAH und CAS (Ebene **F**) liegen hingegen sehr großflächige Ablösungen vor. Am *Hub* ist ein nahezu durchgängiges Ablösungsgebiet über den gesamten Umfang festzustellen, welches sich jedoch weiter stromabwärts größtenteils wieder anlegt und ab der Ebene **G** am Eintritt zu den *Struts* nur noch punktuell in Erscheinung tritt. Für den äußeren Bereich zeigt sich bereits unmittelbar nach der CAS über den Umfang eine vollständig abgelöste Zone, welche mit einer hohen Verlustentstehung einhergeht. Diese Ablösung wird sich in allen betrachteten Fällen etwa erst auf Höhe der Ebene **K** am Austritt der *Struts* wieder anlegen.

Diese Effekte führen aufgrund ihrer irregulären bzw. fluktuierenden Natur letztlich dazu, dass in der zeitlich gemittelten Lösung aus Abschnitt 4.1 für einige der umfangsgemittelten Größen im Bereich der *Cavities* lokale Unterschiede im Verlauf zu verzeichnen sind. In der Austrittsebene **L** sind offenbar die unterschiedlichen *Clocking*-Positionen für die Abweichungen der zeitlich gemittelten Lösung verantwortlich. Letzteres wird anhand von Kontur-*Plots* innerhalb der Ebene **L** und dem Stromlinienverlauf an der *Strut*-Oberfläche für die betrachteten Fälle bestätigt.

Es wird mittels verschiedener Ansätze versucht, die Effizienz der gesamten Anordnung bzw. ein quantitatives Maß für die Verlustentstehung in den relevanten Abschnitten zu finden. Für die verwendeten Ansätze stellt sich im vorliegenden Fall jedoch heraus, dass sich zwischen den Ergebnissen keinerlei Tendenzen ableiten lassen. Hierzu werden in der nachstehenden Tabelle 5.1 die berechneten Werte der unterschiedlichen Methoden bezüglich des Referenzfalls CP00 zusammengefasst, wie sie im Abschnitt 4.1 ermittelt werden. Die darin angegebene *Reihung* ordnet die betrachteten *Clocking*-Positionen für die jeweiligen Berechnungsmethoden nach absteigender Effizienz.

Tabelle 5.1: Ergebnisse der verschiedenen Ansätze zur Effizienzermittlung

Berechnungsmethode		CP00	CP25	CP50	CP75
Isentroper Wirkungsgrad mit <i>Cavity</i> -Strömung	Ergebnis:	$\pm 0,0\%$	+0,78 %	$\pm 0,00\%$	+0,19 %
	Reihung:	3.	1.	4.	2.
Isentroper Wirkungsgrad ohne <i>Cavity</i> -Strömung	Ergebnis:	$\pm 0,0\%$	+0,016 %	+0,011 %	-0,028 %
	Reihung:	3.	1.	2.	4.
Totaldruckverlust im <i>Turbine Center Frame</i>	Ergebnis:	$\pm 0,0\%$	-0,027 %	-0,113 %	-0,068 %
	Reihung:	4.	3.	1.	2.
Wirkungsgradminderung aus Entropie-Ansatz	Ergebnis:	$\pm 0,0\%$	-0,042 %	-0,054 %	+0,032 %
	Reihung:	3.	2.	1.	4.

Im Anbetracht von Tabelle 5.1 sind keine eindeutigen Aussagen hinsichtlich der Effizienzbeurteilung zu treffen, weshalb für eine tiefergehende Analyse die Entstehung der Wirbelsysteme bzw. deren Ausbreitung im Strömungsfeld die zeitabhängige Lösung innerhalb der gewählten Achsnormalschnitte ins Zentrum rückt.

Infolge der vorliegenden Strömungsverhältnisse bzw. der Auswirkungen der Wirbelstrukturen im Übergangskanal wird mithilfe der spezifischen Entropie – welche als Zustandsgröße ein Maß für die lokale Verlustentstehung darstellt – eine weitere Aussage getroffen. Es zeigen sich im Rahmen dieser Betrachtung wiederum für den Fall CP25 vergleichsweise etwas günstigere Verhältnisse.

Dieser Umstand legt in Anbetracht der zuvor angegebenen Ergebnisse bzw. der Reihenfolge in Tabelle 5.1 den Verdacht nahe, dass mit dem Fall CP25 eine *optimale Clocking-Position* vorliegt. Hierbei muss jedoch darauf hingewiesen werden, dass die Berechnung des isentropen Wirkungsgrades in der *detaillierten* Form, bei welcher alle Massenströme an den Ein- und Austrittsflächen entsprechend berücksichtigt werden, sehr empfindlich auf den Massendurchsatz reagiert, wie in der Folge beschrieben wird.

Durch den signifikant niedrigeren *Massendefekt* im konkreten Fall CP25 ($-0,03\%$ bei durchschnittlich $0,11\%$) liegt hinsichtlich des Massenstromes im Vergleich zu den anderen Fällen ein kleinerer numerischer „*Massengewinn*“ vor, sodass in diesem Fall insgesamt weniger Masse abströmt. Der absolute Unterschied zufolge dieses numerisch bedingten Fehlers liegt bei etwa 20 g/s – gleichzeitig geht damit jedoch ein Wirkungsgrad-Unterschied von etwa $0,4\%$ einher. Zusammengefasst bedeutet das, dass allein durch die Differenz aus dem Massendefekt für CP25 und dem Mittelwert aller Massendefekte ein Fehler in einer Größenordnung auftritt, welche grundsätzlich für eine Wirkungsgrad-Steigerung durch *Clocking* zu erwarten ist – vgl. Abschnitt 1.1 bzw. BRÄUNLING [4].

Für eine fundierte Aussage zur erzielbaren Effizienzsteigerung durch das *Stator-Clocking* im Rahmen der vorliegenden Untersuchung ist jedenfalls eine Validierung der beschriebenen Simulationsergebnisse notwendig.

5.2 Ausblick

Wie im letzten Abschnitt gezeigt, ist zunächst eine experimentelle Validierung der Ergebnisse notwendig, mit dessen Hilfe die quantitativen Aussagen der Berechnungsansätze für den Wirkungsgrad verglichen werden können. Daraus ließen sich folglich Erkenntnisse ableiten, inwiefern die verwendeten Ansätze zur Beurteilung der Effizienz für derartige Konfigurationen geeignet sind bzw. welcher Ansatz das Mittel der Wahl darstellt.

Durch die *Hardware*-Entwicklungen der letzten Jahrzehnte sowie neue Speichertechnologien mit entsprechend verfügbaren Kapazitäten werden zunehmend bessere Bedingungen geschaffen, um die instationäre Optimierung – insbesondere an großen Modellen – voranzutreiben. Darin kann mit einer phasengenauen Übergabe der Strömungsparameter an den *Interfaces* bzw. der Vermeidung einer Umfangsmittelung die Genauigkeit der Lösung im Hinblick auf die zahlreichen Interaktionen innerhalb und zwischen den Schaufelpassagen verbessert werden.

Mit einer umfangreicheren Modellierung bis in die Niederdruck-Turbine könnten neben den Auswirkungen der dargelegten *Clocking*-Effekte bis in den Übergangskanal auch noch weitere Gegebenheiten, welchen den Gesamtwirkungsgrad beeinflussen, erfasst werden (z.B. Fehlanströmungen der nachfolgenden Gitterreihen oder mehrfaches Stator-*Clocking*). Auch ein Einfluss der Drehzahl oder Variationen der Zuströmbedingungen wurden bisher ausgeschlossen.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Entwicklung einer transsonischen Strömung in der Schaufelpassage bei Erhöhung der MACH-Zahl	6
1.2	Originalgeometrie mit Niederdruck-Stator	10
1.3	Meridianschnitt durch die modifizierte Geometrie	12
1.4	Definition der <i>Clocking</i> -Positionen am ebenen Schaufelgitter	13
2.1	Visualisierung der Schaufel-Wirbelsysteme anhand des Q -Kriteriums	15
2.2	Wirbelsysteme im Schaufelkanal	16
2.3	Wirbelsysteme am hinteren Ende der Schaufel	18
2.4	Entstehung des <i>Tip-Clearance-Vortex</i> bei verschiedenen Profildicken	19
2.5	Schematische Darstellung des <i>Tip-Clearance-Vortex</i>	19
2.6	Stromlinienverlauf im Rotorspalt aus der <i>CFD</i> -Berechnung	20
2.7	Druckverteilung am äußeren Ende der <i>Cavity</i>	21
2.8	REYNOLDS-Mittelung einer allgemeinen Feldgröße	33
3.1	Extrapolation der Profilkontur am <i>Shroud</i> des <i>HP</i> -Stator	40
3.2	Vernetzung am <i>Midspan</i> mit halber Netzdichte	41
3.3	Vernetzung des Rotorspalts mit halber Netzdichte	43
3.4	Rechenetz der <i>Cavities</i> am Rotor mit halber Netzdichte	44
3.5	Vorgegebene Druckverteilung an der Austrittsfläche	47
3.6	Verlauf der Residuen für die Hochlaufrechnung im stationären Fall	56
3.7	Zeitliche Entwicklung der Strömungsgrößen im Nachlaufgebiet des Rotors unter gleichen geometrischen Bedingungen	60
4.1	Definition der Achsnormalschnitte A bis L	66
4.2	Zeit- und umfangsgemittelte Feldgrößen innerhalb der Ebene A für vier <i>Clocking</i> -Positionen	69
4.3	Zeit- und umfangsgemittelte Feldgrößen innerhalb der Ebene B für vier <i>Clocking</i> -Positionen	70
4.4	Zeit- und umfangsgemittelte Feldgrößen innerhalb der Ebene E für vier <i>Clocking</i> -Positionen	73
4.5	Zeit- und umfangsgemittelte Feldgrößen innerhalb der Ebene F für vier <i>Clocking</i> -Positionen	74
4.6	Zeit- und umfangsgemittelte Feldgrößen innerhalb der Ebene L für vier <i>Clocking</i> -Positionen	77

4.7	Zeitlich gemittelttes Abströmprofil für p_t und ω_{sw} in Ebene L	78
4.8	Zeitlich gemittelttes Abströmprofil für α_P und α_Y in Ebene L	79
4.9	Stromlinienverlauf an der <i>Strut</i> -Oberfläche (CP00 und CP25)	80
4.10	Stromlinienverlauf an der <i>Strut</i> -Oberfläche (CP50 und CP75)	81
4.11	Isentroper Wirkungsgradverlauf der untersuchten <i>Clocking</i> -Positionen . . .	83
4.12	Entropieproduktion zufolge der <i>Wakes</i> am <i>Midspan</i>	87
4.13	MACH-Verteilung mit Überschallgebiet am <i>Midspan</i>	88
4.14	Spezifische Entropie am <i>Midspan</i> für den Fall CP25	89
4.15	Spezifische Entropie am <i>Midspan</i> für den Fall CP75	90
4.16	Spezifische Entropie bei 4% <i>Span</i> für den Fall CP00	91
4.17	Spezifische Entropie bei 15% <i>Span</i> für den Fall CP00	93
4.18	Spezifische Entropie bei 15% <i>Span</i> für den Fall CP50	94
4.19	Spezifische Entropie bei 85% <i>Span</i> für den Fall CP25	95
4.20	Spezifische Entropie bei 85% <i>Span</i> für den Fall CP75	96
4.21	Spezifische Entropie bei 96% <i>Span</i> für den Fall CP25	97
4.22	Spezifische Entropie bei 96% <i>Span</i> für den Fall CP75	98
4.23	Wirbelsysteme im Nachlaufgebiet des Hochdruck-Stators (Ebene A)	100
4.24	Wirbelsysteme mit <i>Cavity</i> -Einfluss vor dem Rotor (Ebene B)	101
4.25	Wirbelstärke in Strömungsrichtung in Ebene B für den Fall CP00	102
4.26	Abgelöste Strömungsgebiete vor dem Rotor in <i>Hub</i> - und <i>Shroud</i> -Nähe . . .	103
4.27	Wirbelstärke in Strömungsrichtung in Ebene C für den Fall CP00	104
4.28	Wirbelsysteme im Rotor bei ca. 15% axialer Länge (Ebene C)	105
4.29	Wirbelsysteme im Rotor bei ca. 70% axialer Länge (Ebene D)	105
4.30	Spezifische Entropie in Ebene D für den Fall CP00	106
4.31	Wirbelsysteme in der Nachlaufströmung des Rotors (Ebene E)	107
4.32	Wirbelstärke in Strömungsrichtung in den Ebenen E und F für den Fall CP00	108
4.33	Strömungsablösung nach den hinteren <i>Cavities</i> (Ebene F)	109
4.34	Wirbelsysteme in der Nachlaufströmung des Rotors (Ebene G)	110
4.35	Strömungsablösung vor den <i>TCF</i> -Profilen (Ebene G)	110
4.36	Wirbelstärke in Strömungsrichtung in der Ebene G	111
4.37	Wirbelstärke in Strömungsrichtung und spezifische Entropie im <i>TCF</i> . . .	112

Tabellenverzeichnis

2.1	Verwendete Parameter des SUTHERLAND-Modells	28
3.1	Quantitative Eigenschaften des erzeugten Rechenetzes	44
3.2	Turbulenz-Randbedingungen am Eintritt	46
3.3	Turbulenz-Randbedingungen am Eintritt der <i>Cavites</i>	46
3.4	Festlegung der <i>Phase-Lag Boundary Conditions</i> (<code>controlPhaseLag.xml</code>) .	50
3.5	Mittlere dimensionslose Wandabstände für das verwendete Rechenetz . .	57
3.6	Zusammenfassung der Ergebnisgrößen aus der <i>CFD</i> -Berechnung	62
3.7	Zusammenfassung der verwendeten Konstanten	63
4.1	Isentroper Totalwirkungsgrad im Vergleich zu CP00	83
4.2	Isentroper Totalwirkungsgrad (vereinfacht) im Vergleich zu CP00	84
4.3	Totaldruckverlust zwischen Ebene F und L im Vergleich zu CP00	84
4.4	Wirkungsgradminderung mittels <i>Entropie-Ansatz</i> im Vergleich zu CP00 . .	85
5.1	Ergebnisse der verschiedenen Ansätze zur Effizienzermittlung	117

Literaturverzeichnis

- [1] Pascal Bader, Wolfgang Sanz und Rosario Spataro. “Unsteady CFD Simulation of a Turning Mid Turbine Frame with Embedded Design”. In: *11th European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics & Thermodynamics*. ETC2015-007. Florenz: European Turbomachinery Society (Euroturbo), März 2015. URL: <https://www.euroturbo.eu/publications/proceedings-papers/etc2015-007/>.
- [2] Nicolas Billiard, Guillermo Paniagua und Remy Dénos. “Impact of Clocking on the Aero-Thermodynamics of a Second Stator tested in a One and a Half Stage HP Turbine”. In: *Journal of Thermal Science* 17.2 (Juni 2008), S. 97–110. DOI: [10.1007/s11630-008-0097-7](https://doi.org/10.1007/s11630-008-0097-7).
- [3] Dieter Bohn, Sabine Ausmeier und Jing Ren. “Investigation of the Optimum Clocking Position in a Two-Stage Axial Turbine”. In: *International Journal of Rotating Machinery* 2005.3 (März 2005), S. 202–210. DOI: [10.1155/IJRM.2005.202](https://doi.org/10.1155/IJRM.2005.202).
- [4] Willy J. G. Bräunling. *Flugzeugtriebwerke: Grundlagen, Aero-Thermodynamik, ideale und reale Kreisprozesse, thermische Turbomaschinen, Komponenten, Emissionen und Systeme*. 4. Auflage. VDI-Buch. Berlin: Springer Vieweg, 2015. ISBN: 978-3-642-34538-8. DOI: [10.1007/978-3-642-34539-5](https://doi.org/10.1007/978-3-642-34539-5). URL: <http://doi.org/10.1007/978-3-642-34539-5>.
- [5] Paul G. A. Cizmas und Daniel J. Dorney. “Parallel Computation of Turbine Blade Clocking”. In: *International Journal of Turbo and Jet Engines* 16.1 (März 1999), S. 59–60. DOI: [10.1515/TJJ.1999.16.1.49](https://doi.org/10.1515/TJJ.1999.16.1.49).
- [6] Jiahuan Cui und Paul G. Tucker. “Numerical Study of Purge and Secondary Flows in a Low-Pressure Turbine”. In: *Journal of Turbomachinery* 139.2 (Sep. 2016), S. 021007–021007-10. DOI: [10.1115/1.4034684](https://doi.org/10.1115/1.4034684).
- [7] John D. Denton. “The 1993 IGTI Scholar Lecture: Loss Mechanisms in Turbomachines”. In: *Journal of Turbomachinery* 115.4 (Okt. 1993), S. 621–656. DOI: [10.1115/1.2929299](https://doi.org/10.1115/1.2929299).
- [8] Emil Göttlich, Jakob Woisetschläger, Paul Pieringer, Bernd Hampel und Franz Heitmeir. “Investigation of Vortex Shedding and Wake-Wake Interaction in a Transonic Turbine Stage Using Laser-Doppler-Velocimetry and Particle-Image-Velocimetry”. In: *Journal of Turbomachinery* 128.1 (Jan. 2006), S. 178–187. DOI: [10.1115/1.2103092](https://doi.org/10.1115/1.2103092).

- [9] Lisa W. Griffin, Frank W. Huber und Om P. Sharma. “Performance Improvement Through Indexing of Turbine Airfoils: Part 2 – Numerical Simulation”. In: *Journal of Turbomachinery* 118.4 (Okt. 1996), S. 636–642. DOI: [10.1115/1.2840919](https://doi.org/10.1115/1.2840919).
- [10] Neil W. Harvey und Ken Ramsden. “A Computational Study of a Novel Turbine Rotor Partial Shroud”. In: *Journal of Turbomachinery* 123.3 (Juli 2001), S. 534–543. DOI: [10.1115/1.1370166](https://doi.org/10.1115/1.1370166).
- [11] Manfred Hugenschmidt. *Lasermesstechnik: Diagnostik der Kurzzeitphysik*. 1. Auflage. Springer-Lehrbuch. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. ISBN: 978-3-540-29920-2. DOI: [10.1007/978-3-540-29921-9](https://doi.org/10.1007/978-3-540-29921-9). URL: <http://doi.org/10.1007/978-3-540-29921-9>.
- [12] Shun Kang und Charles Hirsch. “Three Dimensional Flow in a Linear Compressor Cascade at Design Conditions”. In: *ASME 1991 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*. Orlando, Florida: ASME, Juni 1991. DOI: [10.1115/91-GT-114](https://doi.org/10.1115/91-GT-114).
- [13] Budugur Lakshminarayana. *Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery*. 1. Auflage. New York u. a.: Wiley, 1996. ISBN: 978-0-471-85546-0. DOI: [10.1002/9780470172629](https://doi.org/10.1002/9780470172629). URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9780470172629>.
- [14] Jonas Larsson. “Numerical Simulation of Turbulent Flows for Turbine Blade Heat Transfer Applications”. Dissertation. Göteborg: Chalmers University of Technology, Okt. 1999. ISBN: 91-7197-747-3. URL: https://www.researchgate.net/profile/Jonas_Larsson2/publication/34773501_Numerical_Simulation_Of_Turbulent_Flows_For_Turbine_Blade_Heat_Transfer_Applications.
- [15] Eckart Laurien und Herbert Jr. Oertel. *Numerische Strömungsmechanik: Grundgleichungen und Modelle – Lösungsmethoden – Qualität und Genauigkeit*. 6. Auflage. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2018. ISBN: 978-3-658-21060-1. DOI: [10.1007/978-3-658-21060-1](https://doi.org/10.1007/978-3-658-21060-1). URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-658-21060-1>.
- [16] Stefan Lecheler. *Numerische Strömungsberechnung: Schneller Einstieg in ANSYS CFX 18 durch einfache Beispiele*. 4. Auflage. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2018. ISBN: 978-3-658-19192-4. DOI: [10.1007/978-3-658-19192-4](https://doi.org/10.1007/978-3-658-19192-4). URL: <http://doi.org/10.1007/978-3-658-19192-4>.
- [17] Earl Logan Jr. und Roy P. Ramendra. *Handbook of Turbomachinery*. 2. Auflage. Mechanical Engineering. New York: CRC Press, 2003. ISBN: 978-0-203-91199-0. DOI: [10.1201/9780203911990](https://doi.org/10.1201/9780203911990). URL: <https://doi.org/10.1201/9780203911990>.
- [18] Florian R. Menter. “Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications”. In: *AIAA Journal* 32.8 (Aug. 1994), S. 1598–1605. DOI: [10.2514/3.12149](https://doi.org/10.2514/3.12149).

- [19] Herbert Jr. Oertel, Martin Böhle und Ludwig Prandtl. *Prandtl – Führer durch die Strömungslehre: Grundlagen und Phänomene*. 13. Auflage. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2012. ISBN: 978-3-8348-2315-1. DOI: [10.1007/978-3-8348-2315-1](https://doi.org/10.1007/978-3-8348-2315-1). URL: <http://doi.org/10.1007/978-3-8348-2315-1>.
- [20] Ulf Reinmöller, Bruno Stephan, Scott Schmidt und Reinhard Niehuis. “Clocking Effects in a 1.5 Stage Axial Turbine – Steady and Unsteady Experimental Investigations Supported by Numerical Simulations”. In: *Journal of Turbomachinery* 124.1 (Jan. 2002), S. 52. DOI: [10.1115/1.1425811](https://doi.org/10.1115/1.1425811).
- [21] Carl M. Sangan et al. “Experimental Measurements of Ingestion Through Turbine Rim Seals – Part I: Externally Induced Ingress”. In: *Journal of Turbomachinery* 135.2 (März 2013), S. 10. DOI: [10.1115/1.4006609](https://doi.org/10.1115/1.4006609).
- [22] Oliver Schennach, Jakob Woisetschläger, Andreas Marn und Emil Göttlich. “Laser-Doppler-Velocimetry Measurements in a One and a Half Stage Transonic Test Turbine with Different Angular Stator-Stator Positions”. In: *Experiments in Fluids* 43.2-3 (März 2007), S. 385–393. DOI: [10.1007/s00348-007-0285-3](https://doi.org/10.1007/s00348-007-0285-3).
- [23] Hermann Schlichting, Klaus Gersten, Egon Krause und Herbert Jr. Oertel. *Grenzschicht-Theorie*. 10. Auflage. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. ISBN: 978-3-540-23004-5. DOI: [10.1007/3-540-32985-4](https://doi.org/10.1007/3-540-32985-4). URL: <http://doi.org/10.1007/3-540-32985-4>.
- [24] Philippe R. Spalart und Steven R. Allmaras. “A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows”. In: *La Recherche Aéronautique* 1 (Jan. 1994), S. 5–21. DOI: [10.2514/6.1992-439](https://doi.org/10.2514/6.1992-439).
- [25] Jerzy Swirydczuk. “Clocking in Turbines: Remarks on Physical Nature and Geometric Requirements”. In: *Polish Maritime Research* 22.2 (Apr. 2015), S. 62–70. DOI: [10.1515/pomr-2015-0018](https://doi.org/10.1515/pomr-2015-0018).
- [26] Hui-Ping Wang, Steven J. Olson, Richard J. Goldstein und Ernst R. G. Eckert. “Flow Visualization in a Linear Turbine Cascade of High Performance Turbine Blades”. In: *Journal of Turbomachinery* 119.1 (Jan. 1997), S. 1–8. DOI: [10.1115/1.2841006](https://doi.org/10.1115/1.2841006).
- [27] John F. Wendt und John D. Anderson Jr. *Computational Fluid Dynamics: An Introduction*. 3. Auflage. Von Karman Institute Book. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. ISBN: 978-3-540-85055-7. DOI: [10.1007/978-3-540-85056-4](https://doi.org/10.1007/978-3-540-85056-4). URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-540-85056-4>.
- [28] David C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD*. 3. Auflage. La Cañada, CA: DCW Industries, 2006. ISBN: 978-1-928-72908-2.

Anhang

Spezifische Entropie in verschiedenen Profilschnitten

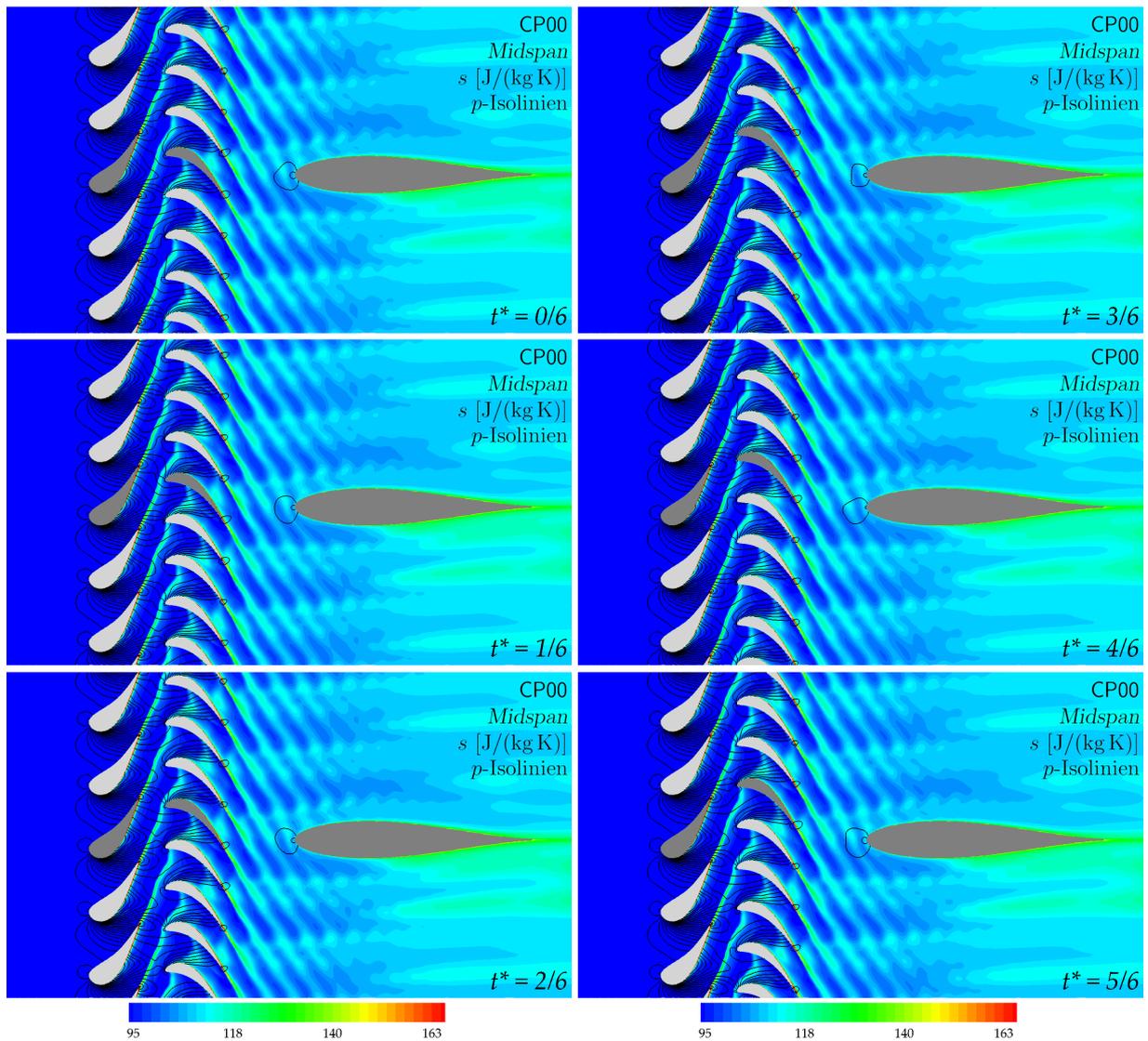


Abbildung 1: Spezifische Entropie am *Midspan* für den Fall CP00

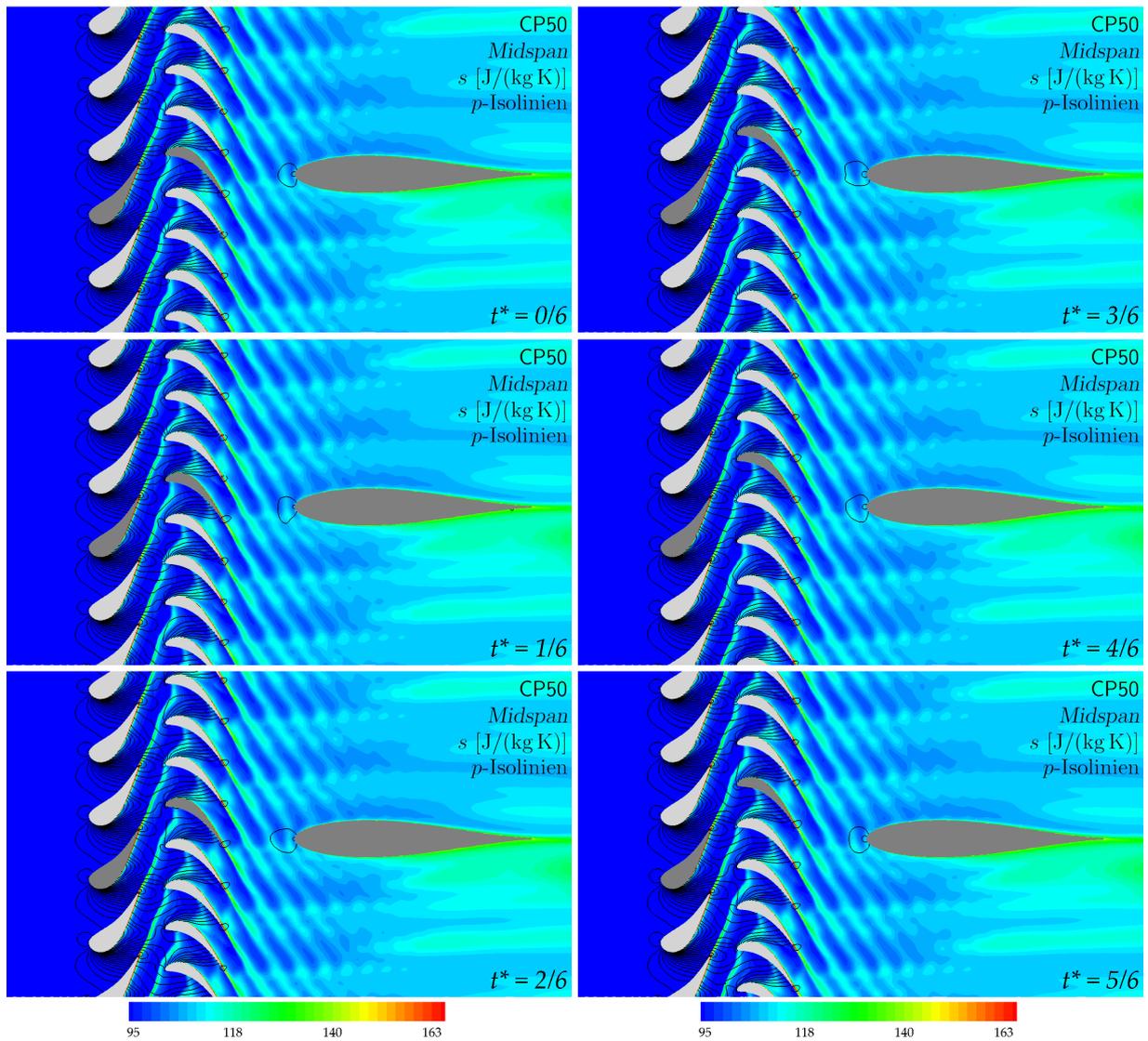


Abbildung 2: Spezifische Entropie am *Midspan* für den Fall CP50

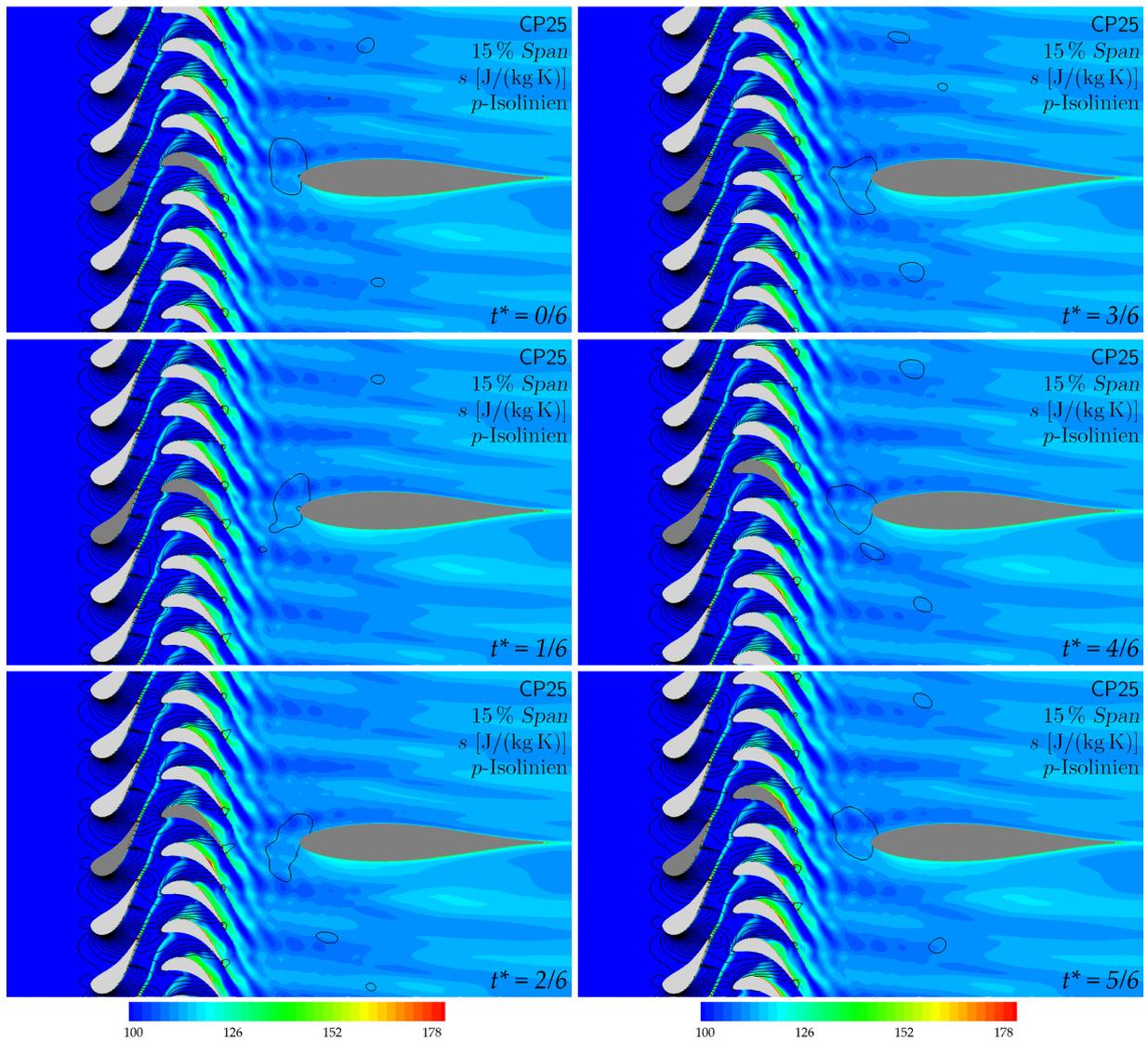


Abbildung 3: Spezifische Entropie bei 15% Span für den Fall CP25

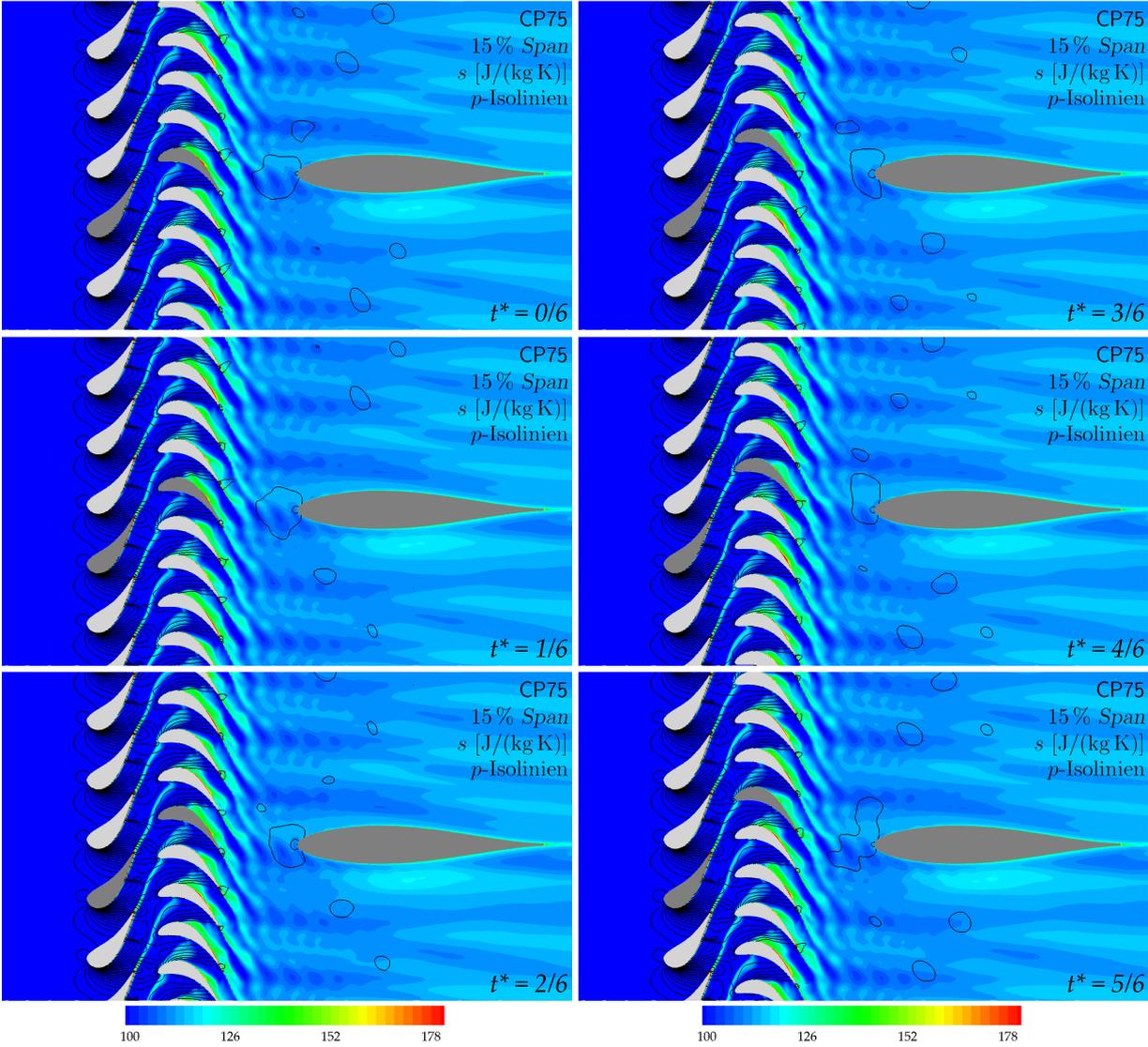


Abbildung 4: Spezifische Entropie bei 15 % Span für den Fall CP75

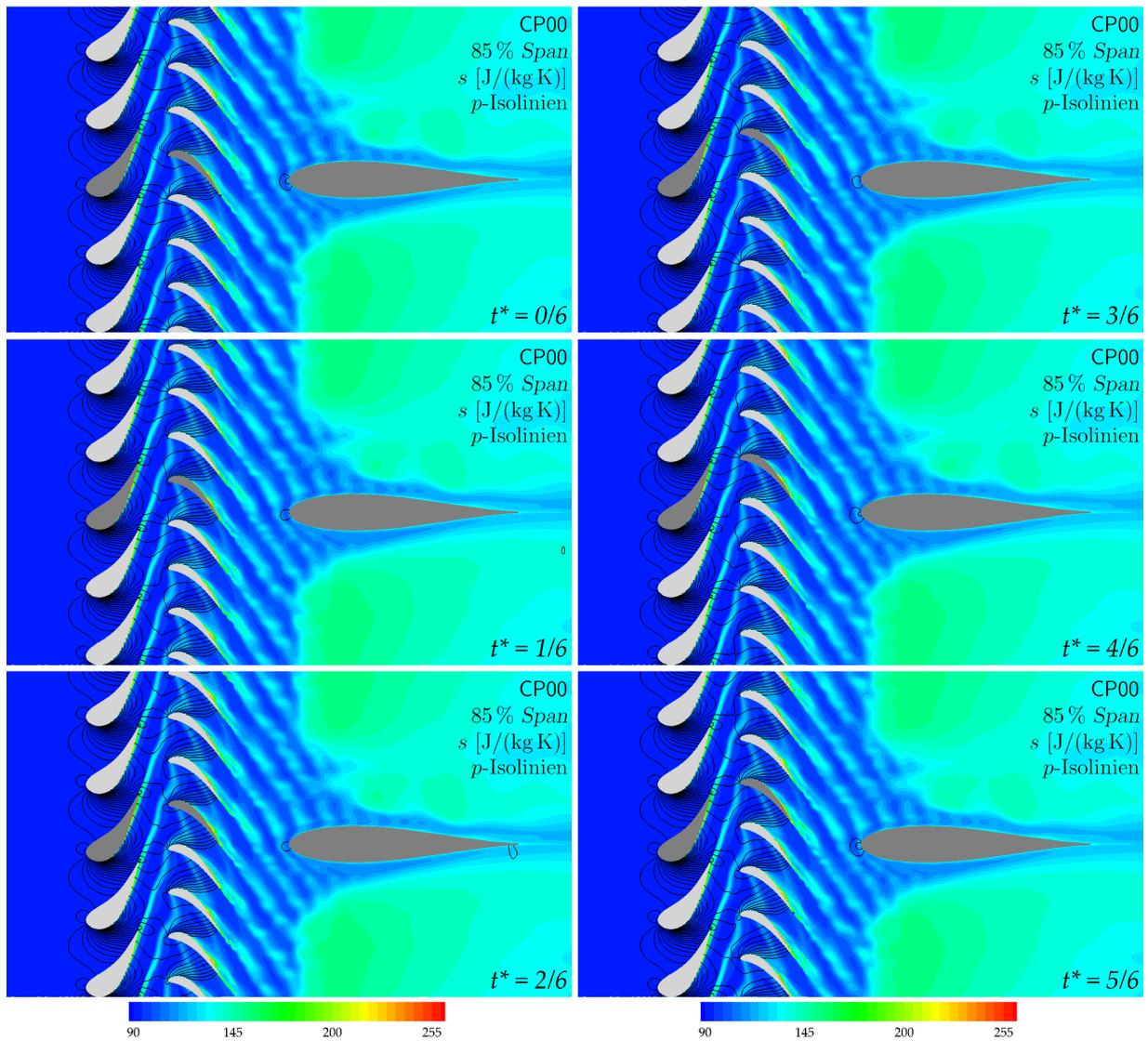


Abbildung 5: Spezifische Entropie bei 85 % Span für den Fall CP00

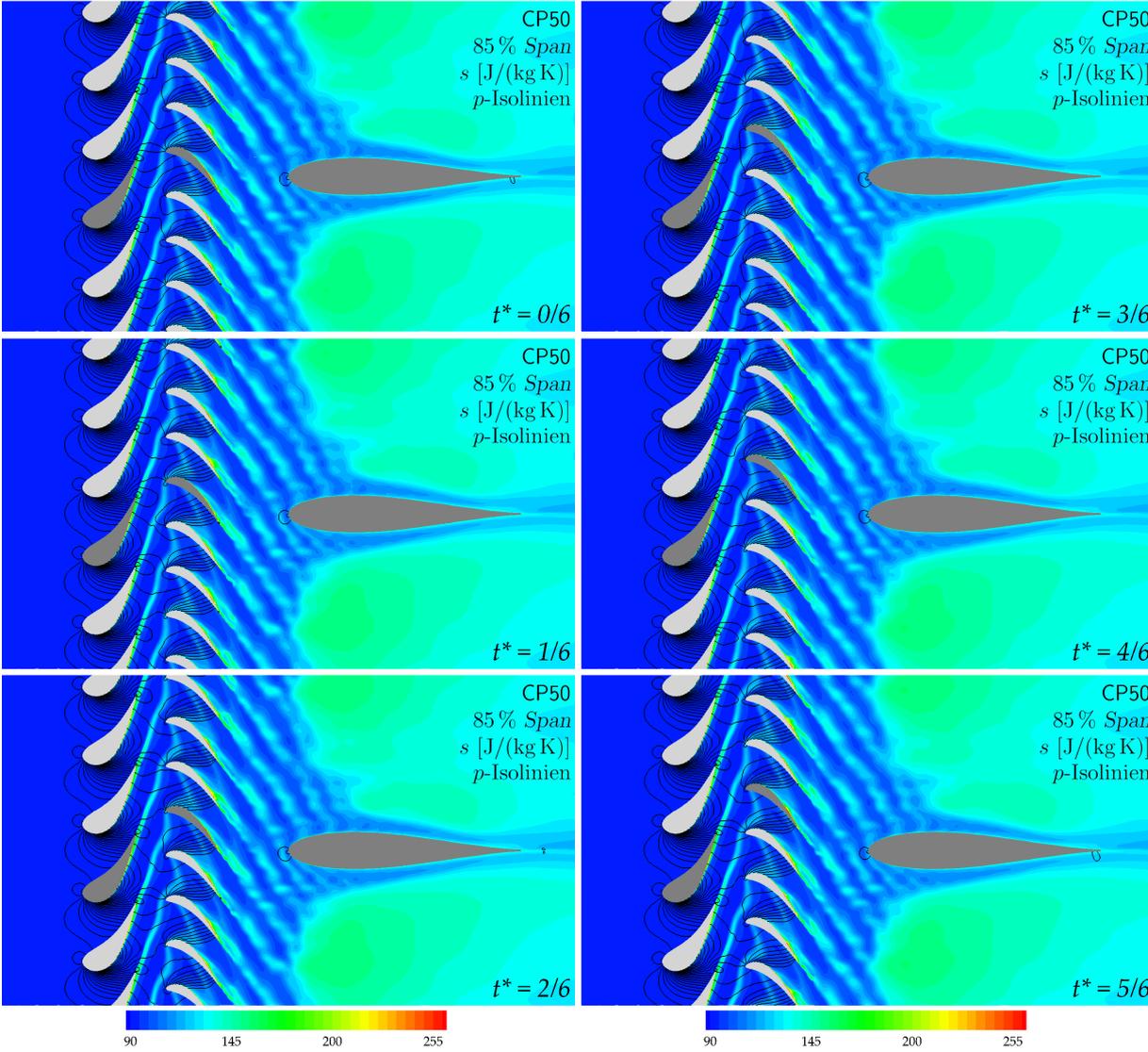


Abbildung 6: Spezifische Entropie bei 85 % *Span* für den Fall CP50