

Masterarbeit zur Erlangung des akademischen Grades eines Master of Science

Einfluss der Stützen in mehrstöckigen Gebäuden auf das Schwingungsverhalten in vertikaler Richtung

Fakultät für Bauingenieurwissenschaften der Technischen Universität Graz Institut für Betonbau

Verfasser:

Christoph Fladl, BSc

Betreuer:

Prof. Dr. Rainer Flesch



Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Masterarbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und mich auch sonst keiner unerlaubten Hilfen bedient habe, dass ich diese Masterarbeit bisher weder im In- noch im Ausland in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe und dass diese Arbeit mit der vom Begutachter beurteilten Arbeit übereinstimmt.

Graz, am 12.03.2019

Flad Christoph

(Unterschrift)

Danksagung

Das Gelingen einer so umfangreichen Arbeit beruht immer auf das Zusammenwirken von mehrerer Personen, die direkt oder indirekt daran beteiligt waren. Deswegen möchte ich mich an dieser Stellen bei all jenen bedanken, die mich bei der Erstellung dieses Werks und auch während des ganzen Studiums unterstützt haben.

In erster Linie möchte ich mit bei meinem Betreuer Univ.-Doz. Dipl.-Ing. Dr.techn. tit.Ao.Univ.-Prof. Rainer Flesch bedanken, der durch seinen fundierten Input und viele motivierende Worte wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Ein sehr großer Dank gilt auch meinem Arbeitgeber tappauf.consultants GmbH, der mich schon das ganze Studium hindurch mit Herzblut unterstützt. Ohne die Bereitstellung der Büro-Infrastruktur, der Erschütterungsmessgeräte und der viele fachlichen Diskussionen über baudynamische Problemstellungen wäre die Durchführung dieser Arbeit nicht möglich gewesen. Insbesondere möchte ich auch Hervorheben, dass die sehr große Flexibilität in der Gestaltung meiner Arbeitszeiten sowie sehr viel fachlicher Input wesentlich zum Gelingen meines Studiums beigetragen haben. Namentlich möchte ich hier nennen die Geschäftsführer DI Ernst Tappauf und DI Benedikt Tappauf, meinen Vorgesetzten Dr.tech. DI Clemens Tappauf, sowie meine geschätzten KollegInnen Marianne, Nadine, Marlene und Robin.

Weiters möchte ich mich bei allen Studienkollegen bedanken, die mich das ganze Studium hindurch begleitet haben. Besonders hervorheben möchte ich Christoph und Andreas. In unserer Runde haben wir uns mit den jeweiligen Fähigkeiten und Stärken perfekt ergänzt.

Meinen ehemaligen und aktuellen MitbewohnerInnen und meinen Freunden Florian, Alexander, Fritz, Tanja (Bizeratops) und Martin² danke ich für die schöne, lustige, aber auch oft tiefsinnige Zeit und insbesondere auch für das Unterlassen der Frage "Wann ich denn endlich fertig sei?"

Ein ganz besonderer Dank geht an meine Freundin Elisabeth, für das Verständnis, die Geduld und die Motivation in der doch sehr fordernden Zeit.

Nicht zuletzt gilt mein Danke meiner gesamten Familie, meinen Eltern Herta und Martin, meinen Geschwistern Marianne, Johanna und Jakob, die mich während des ganzen Studium hindurch sehr stark unterstützt und immer eine Heimathafen geboten haben wenn ich nach Hause gereist bin. Besonders danken möchte ich meiner Mutter für das mehrmalige und prompte Korrekturlesen dieser Arbeit. Ein großer Dank geht auch in das Ennstal zu meiner Tante Barbara und meinem Onkel Manfred, die mich aufgenommen und verköstigt haben als ich beim Schreiben der Arbeit einen Tapetenwechsel brauchte.

Inhalt

1	Einführung5
1.1	Einleitung in die Thematik 5
1.2	Ziele dieser Arbeit 5
2	Materialspezifische Besonderheiten in der dynamischen Berechnung6
21	Grundlagen 6
2.1	Belastungsahhängigkeit 6
2.2	Abhängigkeit von der Dehngeschwindigkeit / Belastungsgeschwindigkeit 8
2.5	praktische Material und Querschnittsparameter gegliedert nach
2.4	Materialien
2.4.1	Baustahl9
2.4.2	Holz9
2.4.3	Stahlbeton
2.5	Mantelsteine
2.6	materialabhängige Dämpfungen 14
3	dynamische Systeme 17
3	dynamische Systeme
3 3.1	dynamische Systeme
3 3.1 3.1.1	dynamische Systeme
3 3.1 3.1.1 3.1.2	dynamische Systeme 17 Einmassenschwinger 17 Grundgleichung 17 Ergebnisse ungedämpfter Einmassenschwinger 18 Ergebnisse gedämpfter Einmassenschwinger 19
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3	dynamische Systeme17Einmassenschwinger17Grundgleichung17Ergebnisse ungedämpfter Einmassenschwinger18Ergebnisse gedämpfter Einmassenschwinger19Ergebnisse harmonische Anregung gedämpfter Einmassenschwinger20
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4	dynamische Systeme17Einmassenschwinger17Grundgleichung17Ergebnisse ungedämpfter Einmassenschwinger18Ergebnisse gedämpfter Einmassenschwinger19Ergebnisse harmonische Anregung gedämpfter Einmassenschwinger20Eußpunktanzogung Einmassenschwinger24
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5	dynamische Systeme17Einmassenschwinger17Grundgleichung17Ergebnisse ungedämpfter Einmassenschwinger18Ergebnisse gedämpfter Einmassenschwinger19Ergebnisse harmonische Anregung gedämpfter Einmassenschwinger20Fußpunktanregung Einmassenschwinger24Dereschnung Einmassenschwinger28
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2	dynamische Systeme17Einmassenschwinger17Grundgleichung17Ergebnisse ungedämpfter Einmassenschwinger18Ergebnisse gedämpfter Einmassenschwinger19Ergebnisse harmonische Anregung gedämpfter Einmassenschwinger20Fußpunktanregung Einmassenschwinger24Berechnung Eigenfrequenz mit reduzierten Massen28Einleitung28
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2 3.2.1	dynamische Systeme17Einmassenschwinger17Grundgleichung17Ergebnisse ungedämpfter Einmassenschwinger18Ergebnisse gedämpfter Einmassenschwinger19Ergebnisse harmonische Anregung gedämpfter Einmassenschwinger20Fußpunktanregung Einmassenschwinger24Berechnung Eigenfrequenz mit reduzierten Massen28Einleitung28
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2 3.2.1 3.2.2	dynamische Systeme17Einmassenschwinger17Grundgleichung17Ergebnisse ungedämpfter Einmassenschwinger18Ergebnisse gedämpfter Einmassenschwinger19Ergebnisse harmonische Anregung gedämpfter Einmassenschwinger20Fußpunktanregung Einmassenschwinger24Berechnung Eigenfrequenz mit reduzierten Massen28Einleitung28Träger mit kontinuierlicher Masseverteilung28
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2 3.2.1 3.2.2 3.2.3	dynamische Systeme17Einmassenschwinger17Grundgleichung17Brgebnisse ungedämpfter Einmassenschwinger18Ergebnisse gedämpfter Einmassenschwinger19Ergebnisse harmonische Anregung gedämpfter Einmassenschwinger20Fußpunktanregung Einmassenschwinger24Berechnung Eigenfrequenz mit reduzierten Massen28Einleitung28Träger mit kontinuierlicher Masseverteilung28Stütze mit kontinuierlicher Masseverteilung (vertikale Eigenfrequenz)29
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2 3.2.1 3.2.1 3.2.2 3.2.3 3.3	dynamische Systeme17Einmassenschwinger17Grundgleichung17Ergebnisse ungedämpfter Einmassenschwinger18Ergebnisse gedämpfter Einmassenschwinger19Ergebnisse harmonische Anregung gedämpfter Einmassenschwinger20Fußpunktanregung Einmassenschwinger24Berechnung Eigenfrequenz mit reduzierten Massen28Einleitung28Stütze mit kontinuierlicher Masseverteilung28Stütze mit kontinuierlicher Masseverteilung29Berechnung Eigenfrequenz aus der statischen Verformung30
3 3.1 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 3.1.5 3.2 3.2.1 3.2.2 3.2.3 3.2.3 3.3.1	dynamische Systeme17Einmassenschwinger17Grundgleichung17Ergebnisse ungedämpfter Einmassenschwinger18Ergebnisse gedämpfter Einmassenschwinger19Ergebnisse harmonische Anregung gedämpfter Einmassenschwinger20Fußpunktanregung Einmassenschwinger24Berechnung Eigenfrequenz mit reduzierten Massen28Einleitung28Stütze mit kontinuierlicher Masseverteilung (vertikale Eigenfrequenz)29Berechnung Eigenfrequenz aus der statischen Verformung30Einleitung30

3.3.3	Eigenfrequenz von Stäben mit gleichmäßiger Streckenlast	.31
3.3.4	Eigenfrequenz von Stützen mit kontinuierlicher Lasteinleitung	. 32
3.4	Mehrmassenschwinger	34
3.4.1	Grundgleichungen	. 34
3.4.2	Eigenschwingungen des ungedämpften Mehrmassenschwingers	. 35
3.4.3	Sonderfall Zweimassenschwinger	. 37
3.5	Modalanalyse	38
3.6	Zeitintegration (Time History Analysis)	43
3.6.1	Einleitung Zeitintegration	. 43
3.6.2	Wahl des Zeitschrittes	. 43
3.6.3	Newmark Verfahren	. 46
3.6.4	weitere Zeitschrittverfahren	. 48
4	Einfluss von Vertikalschwingungen auf das Schwingungsverhalten von Gebäuden	.49
4.1	Literaturrecherche	49
4.1.1	Einleitung	. 49
4.1.2	Ziegler Consultants [6]+[15]+[17]	. 49
4.1.3	DIN 4150-1 [19]	. 53
4.1.4	tappauf.consultants [23]	. 54
4.2	Beispiel vereinfachte Modalanalyse eines Stockwerksbaus mit	
	reduzierten Massen	58
4.2.1	Grundlagen	. 58
4.2.2	Berechnung reduzierte Masse oberer Träger	. 59
4.2.3	Berechnung reduzierte Masse Stütze	.61
4.2.4	gekoppelte Eigenfrequenzen und Eigenformen	. 62
4.2.5	Generalisierte Größen	. 63
4.2.6	Lösung partikuläre Bewegungsgleichung	. 63
4.2.7	Vergleich der händischen Ergebnisse mit dem Programm Sofistik	. 65
4.2.8	Variante 2-geschoßiger Bau	. 67
4.2.9	Variante 8-geschoßiger Bau	. 70
4.2.10) Fazit	. 72

4.3	Fußpunkterregung eines Stockwerksbaus mit Weißen Rauschen	73
4.3.1	Grundlagen	73
4.3.2	Ergebnisse Berechnung Sofistik	75
4.4	Variante Fußpunkterregung eines 2-geschoßigen Stahlbaus mit Weißem	
	Rauschen	78
4.5	Variante Fußpunkterregung eines 6-geschoßigen Stahlbaus mit Weißem Rauschen	81
4.5.1	Ergebnisse Eigenfrequenzberechnung	81
5	Untersuchung anhand von in situ - Erschütterungsmessungen	34
5.1	verwendetes Messgerät	84
5.2	verwendetes Fallgewicht	84
5.3	19-stöckiges Stahlbetongebäude	85
5.3.1	Ausgangslage	85
5.3.2	Durchführung der Messung	85
5.3.3	Messergebnisse im UG	86
5.3.4	Messergebnisse im OG19	87
5.3.5	gemessene Verstärkungsfaktoren	88
5.3.6	Fazit - Zusammenfassung	89
5.4	Styria Media Center - Graz	90
5.4.1	Ausgangslage	90
5.4.2	Durchführung der Messung	91
5.4.3	Messergebnisse QS1 - Flügel	93
5.4.4	Interpretation der Messergebnisse; QS1- Flügel1	02
5.4.5	Messergebnisse QS2 - Regelstütze1	03
5.4.6	händische Abschätzung Eigenfrequenzen QS21	14
5.4.7	Interpretation der Messergebnisse1	16
5.5	Wohnpark Graz Gösting 12	21
5.5.1	Ausgangslage1	21
5.5.2	Durchführung der Messung1	22
5.5.3	Messergebnisse	24
5.5.4	händische Abschätzung Eigenfrequenzen1	31

5.5.5	Interpretation der Messergebnisse	
6	Dynamische Untersuchungen mittels FE-Modell	135
6.1	Ausgangslage und generelle Modellparameter	135
6.2	Styria Media Center	137
6.2.1	Modell- und Variantenbeschreibung	
6.2.2	Eigenfrequenzen Modell V1_1 und V2_2	
6.2.3	Verstärkungsfaktoren Modell V1_1 und V1_2	
6.2.4	Verstärkungsfaktoren Modell V2_1 und V2_2	
6.2.5	Verstärkungsfaktoren Modell V3, QS2	
6.2.6	Verstärkungsfaktoren Modell V4, QS2	
6.2.7	Verstärkungsfaktoren Modell V6, QS2	
6.3	Wohnpark Gösting	
6.3.1	Modell- und Variantenbeschreibung	
6.3.2	Verstärkungsfaktoren Modell V1	
6.3.3	Verstärkungsfaktoren Modell V2	
6.3.4	Eigenfrequenzen Modell V3_2 und V4_2	
6.3.5	Verstärkungsfaktoren Modell V3	
6.3.6	Verstärkungsfaktoren Modell V4	
7	Zusammenfassung - Ausblick	156
7.1	Zusammenfassung der Erkenntnisse	156
7.1.1	Erkenntnisse anhand der durchgeführten Messungen	
7.1.2	Erkenntnisse anhand der durchgeführten FE-Modellierungen	
7.2	Zukunft / Ausblick	158
8	Literaturverzeichnis	160

1 Einführung

1.1 Einleitung in die Thematik

Im Rahmen meiner mittlerweile mehr als 8-jährigen Tätigkeit bei tappauf.consultants, einem Technischen Statik- und Baudynamikbüro, durfte ich mich mit vielen Problemen der Baudynamik befassen. Die Untersuchungen erfolgten sowohl computergestützt durch Berechnungen als auch bei Sanierungen durch Erschütterungsmessungen vor Ort. Ein Grund meiner Faszination für diese Thematik ist der vielzitierte Satz, dass es in der Dynamik keine sichere Seite gebe. Eine immer wieder aufkommende Problemstellung als Teilbereich der Baudynamik war die Weiterleitung und Verstärkung von vertikalen, und über Kippschwingungen, auch horizontalen Erschütterungen über vertikale Bauteile. Dies führte vor allem bei Industriebauten dazu, dass auch Bereiche, die weit entfernt von erschütterungsintensiven Maschinen lagen, so stark zu schwingen begannen, dass die Gebrauchstauglichkeit nicht mehr gegeben war.

Ein weiterer Aspekt, warum ich mich mit diesem Thema befasse möchte ist, dass durch ständige Verbesserungen in der Materialqualität und genauere Bemessungsansätze Stützen und Wandquerschnitte immer schlanker ausgeführt werden können. Durch die geringeren Querschnittsabmessungen haben Stützen/Wände einen größeren Anteil an der Weiterleitung und Verstärkung von Schwingungen in obere Gebäudeteile. Die Erregung kann hierbei durch vorbeifahrende Züge, Baumaschinen etc., aber auch durch interne Quellen (Personen, Maschinen...) erfolgen. Dieses Phänomen tritt in Wohn- und Bürogebäuden erfahrungsgemäß ca. ab einer Stockwerksanzahl von 5-6 Geschoßen in unterschiedlicher Intensität auf. In der Regel handelt es sich dabei um ein Komfortkriterium ohne Einfluss auf den Nachweis der Tragfähigkeit.

In der Literatur ist es bekannt, dass sich die Schwingungen über die Höhe verstärken können. Eine messtechnische Erfassung dieser Thematik und tiefergehende Analysen wurden von mir jedoch nur in Untersuchungen des Büros Ziegler Consultants gefunden [6][15][17]. Auch in diesen Publikationen wird auf weitere erforderliche Untersuchungen für eine Prognose der Weiterleitung von Vertikalschwingungen verwiesen, da die Vorhersagen durch Modelle in Teilbereichen noch zu sehr von den Messergebnissen abweichen.

1.2 Ziele dieser Arbeit

Ziel der Masterarbeit ist es in erster Linie, die Thematik der Weiterleitung von Schwingungen über vertikale Bauteile besser zu verstehen. In weiterer Folge sollen Material- und Modellierungsparameter gefunden werden, mit denen die Vertikalschwingungen von Stützen und deren Einfluss auf das Schwingungsverhalten des Gebäudes realitätsnah modelliert werden können. Im Idealfall sollte es möglich sein, vor Errichtung eines Gebäudes und mit einem vorhandenen Immissionsspektrum am Fundament Prognosen über die Schwingungen auf den Geschoßdecken treffen zu können. Zu diesem Zweck werden FE-Modelle von bereits gebauten Gebäuden erstellt und mittels in-situ Erschütterungsmessungen in den Gebäuden kalibriert.

2 Materialspezifische Besonderheiten in der dynamischen Berechnung

2.1 Grundlagen

Ziel dieses Kapitels ist es, anhand einer Literaturrecherche Materialkennwerte zu liefern, mit denen schnell dynamische Analysen im linear-elastischen Bereich durchgeführt werden können. Bei der Recherche hat sich ergeben, dass in der Literatur selten tabellierte Materialkennwerte angegeben werden, mit denen Berechnungen durchgeführt werden können. Viele Anhaltspunkte wurden daher aus in der Literatur enthaltenen Berechnungsbeispielen entnommen. Dieses Kapitel soll daher auch als praktischer Anhaltspunkt dienen, welche Material- und Querschnittseigenschaften, bei kleinen Schwingungen und auch teilweise nicht-linearem Verhalten der Konstruktionselemente (z.B. Stahlbeton), näherungsweise den linear-elastischen dynamischen Berechnungen zugrunde gelegt werden dürfen.

Nach [4] wird das unterschiedliche Verhalten von Bauwerken bei dynamischen und statischen Lasten im Wesentlichen von 3 Faktoren beeinflusst:

- Dehngeschwindigkeit / Belastungsgeschwindigkeit
- nichtlineare Verformungen /Größe der Einwirkungen
- Lastspielzahl

Die Autoren von [4] weisen weiter darauf hin, dass je nach Art der Einwirkung in der Regel nicht sämtliche genannten Faktoren von Bedeutung sind. In weiterer Folge muss daher auch auf die Belastungen eingegangen werden, die für diese Masterarbeit von Bedeutung sind.

2.2 Belastungsabhängigkeit

Die dynamischen Einwirkungen können grob unterteilt werden in Betriebslasten, die häufig auftreten und unter denen die Gebrauchstauglichkeit des Gebäudes gewährleistet sein muss, und außergewöhnliche dynamische Einwirkungen, welche die Standsicherheit des Gebäudes nicht gefährden dürfen.

[1] teilt die dynamischen Einwirkungen in 2 Gruppen ein:

- Gewöhnliche Wirkungen, d.h. dynamische Wirkungen mit vorhersehbarem Zeitablauf und geringer Bewegungsenergie. Dazu gehören leichte bis mittelstarke Erdbeben, periodische Erregungen von Maschinen (Abbildung 2-3), Windlasten, Bremskräfte, menschliche Belastungen usw. Weiters können Glockenlasten und von außen einwirkende Erschütterungen (Eisenbahn, Straßenbahn (Abbildung 2-2), Verkehr, Baustellenerschütterungen etc.) in der Regel dieser Kategorie zugerechnet werden. Es wird in der Ingenieurpraxis davon ausgegangen, dass die Belastungen der Kategorie 1 von den Bauelementen und Tragwerken ohne bleibende plastische Verformung aufgenommen werden können. In der vorliegenden Masterarbeit bewegen sich die Einwirkungen in diesem Bereich. Nach [4] müssen die Spannungen so begrenzt werden, dass sie weit unterhalb der Baustofffestigkeit liegen und daher keine nennenswerten plastischen/nichtlinearen Verformungen auftreten.

Aufgrund der kleinen Spannungen ist der Einfluss auf die Baustofffestigkeit unbedeutend, nicht aber der Einfluss auf die Spannungs-Dehnungslinie, sprich den Elastizitätsmodul. Der Einfluss der Lastspielzahl auf die Ermüdung muss berücksichtigt werden, hier wird auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen.



Abbildung 2-1: Beschleunigungszeitverlauf einer Straßenbahnvorbeifahrt, gemessen auf dem Fundament



Abbildung 2-2: statische und dynamische Lastangabe aus dem Datenblatt einer Siebmaschine (links) und zugehörige sinusförmige Belastung des Lastpunktes F1 in vertikaler Richtung (rechts)

- Außergewöhnliche dynamische Einwirkungen, deren Ablauf nicht vollständig vorhersehbar ist, und die mit großer Energiemenge verbunden sind. Dies sind Aufpralllasten, starke Erdbeben wie in Abbildung 2-3 dargestellt, Explosionen usw.

Bei Kategorie 2 würde die rein elastische Aufnahme der Energie zu unwirtschaftlich großen Querschnitten führen, es wird daher darauf geachtet, die Tragwerke so zu gestalten, dass sie möglichst viel Energie durch nichtlinear-plastische Verformungen der Querschnitte dissipieren können, ohne dabei einzustürzen. Die Dehngeschwindigkeit hat hier einen großen Einfluss auf die Materialfestigkeit sowie die Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Da diese Kategorie nicht Teil dieser Masterarbeit ist, wird nicht weiter auf nichtlinear-plastische Materialeigenschaften unter dynamischen Einwirkungen eingegangen.



Abbildung 2-3: horizontaler Beschleunigungszeitverlauf des Kocaeli Erdbebens aus der Türkei [aus Programm RFEM]

In weiterer Folge wird auf die materialspezifischen dynamischen Besonderheiten nur für gewöhnliche Wirkungen im linear-elastischen Bereich eingegangen.

2.3 Abhängigkeit von der Dehngeschwindigkeit / Belastungsgeschwindigkeit

Vereinfachend kann gesagt werden, dass bei niedrigeren Dehnraten die Festigkeiten und Elastizitätsmodule geringer sind als bei höheren Dehnraten. Ein größerer Einfluss auf die Materialparameter tritt erst bei sehr großen Dehnraten auf, wie sie z.B. bei Explosionen, Anfahrstößen oder starken Erdbeben auftreten. Der Einfluss ist je nach Material unterschiedlich stark ausgeprägt, es wird in Kapitel 2.4 darauf näher eingegangen.



Abbildung 2-4: Dehnraten bei unterschiedlichen Belastungen aus [3]

Für gewöhnliche Einwirkungen liegen lt. [3] die Dehngeschwindigkeiten dε/dt weit unter 0,1 s⁻¹. Als Beispiel wird ein Stahlträger angegeben, der durch eine hohe Betriebsfrequenz von 20 Hz und eine ausgeprägte Spannungsamplitude von 50 N/mm² angeregt wird. Dieses Beispiel dient nur zur Veranschaulichung, die im Rahmen dieser Masterarbeit behandelten Beispiele weisen aufgrund des Gebrauchstauglichkeitskriteriums weit geringere Spannungsamplituden auf.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\Delta\sigma}{E} * 2\pi * f = \frac{50 N/mm^2}{210\ 000\ N/mm^2} * 2\pi * 20Hz = 0.03s^{-1}$$

2.4 praktische Material- und Querschnittsparameter gegliedert nach Materialien

2.4.1 Baustahl

Lt. [4] haben experimentelle Untersuchungen gezeigt, dass sich die Eigenschaften von Stahl im elastischen Bereich geschwindigkeitsunabhängig verhalten. In der untersuchten Literatur wird daher übereinstimmend mit dem statischen E-Modul gerechnet.

$$E_{dynam} \cong E_{stat} = 210\ 000\ N/mm^2$$

Da Stahl auf Zug und Druck dieselben Materialeigenschaften aufweist, brauchen für Berechnungen im Gebrauchstauglichkeitsbereich keine nichtlinearen Effekte berücksichtigt werden.

2.4.2 Holz

In [3] werden zwei unterschiedliche Konzepte für den Ansatz der Steifigkeit bei Trägern vorgestellt.

- Berechnung der Steifigkeit mithilfe des statischen E-Moduls E_{0,mean} lt. Norm EN 338 (Bauholz) und EN 1194 (Brettschichtholz) ohne Berücksichtigung der Schubverformung
- Berechnung der Steifigkeit mit dem dynamischen E-Modul und Berücksichtigung der Schubverformung

Der dynamische E-Modul liegt It. [3] auch bei geringen Belastungsgeschwindigkeiten etwas über dem statischen. Die Erhöhung wird mit ca. 10 % angegeben. Der hier angeführte dynamische E-Modul darf nicht mit jenem verwechselt werden, welcher für die Einteilung in Sortierklassen dient.

$$E_{dynam} \cong 1,1 * E_{stat}$$
 2-3

In der Praxis wird für Träger meist mit dem statischen E-Modul gerechnet und die Schubverformung vernachlässigt. Bei Längsschwingungen von Stützen und Wänden ist es sinnvoll, den erhöhten E-Modul anzusetzen

		Vollholz		Brettschichtholz		
Holzgüte	C16	C24	C30	GL24h	GL28h	GL32h
E _{0,mean} [N/mm ²]	8000	11000	12000	11600	12600	13700
G _{0,mean} [N/mm ²]	500	690	750	720	780	850

Tabelle 2-1: Statische Elastizitäts- und Schubmodule nach EN338 und EN 1194

Ein Sonderfall im Holzbau stellen Decken aus Brettsperrholz dar, bei denen aufgrund der Schubweichheit der Querlagen die Schubverformung auch bei dynamischen Berechnungen nicht vernachlässigt werden darf. Weiters muss der Einfluss der Nachgiebigkeit von Verbindungen berücksichtigt werden. Hier wird auf aktuelle Publikationen des Instituts für Holzbau und Holztechnologie verwiesen, die in diesem Bereich sehr viel Forschung betreiben.

2.4.3 Stahlbeton

Die Angabe einer vereinfachten Steifigkeitsermittlung für den Verbundwerkstoff Stahlbeton gestaltet sich sehr schwierig, da diese sehr stark davon abhängt, welche Querschnittsteile gerissen oder ungerissen sind. Weiters hat nicht nur die aktuelle statische und dynamische Belastung Einfluss darauf, sondern auch die vorhergehende Belastungsgeschichte. Weitere Einflussparameter auf die dynamische Steifigkeit sind:

- Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen
- Bewehrungsgrad
- Verbundwirkung zwischen Beton und Bewehrungsstahl
- Betonalter und -güte

Diese genauen, zum Teil nichtlinearen Untersuchungen erfordern einen erheblichen Mehraufwand, der wirtschaftlich nicht immer gerechtfertigt ist. In der Folge wird nur auf die zeit- und dehngeschwindigkeitsabhängige Änderung des E-Moduls eingegangen, sowie einfache Modelle aus der Praxis vorgestellt.

2.4.3.1 zeitabhängige Änderung des E-Moduls

Die EN 1992-1-1 [13] gibt als statischen Elastizitätsmodul den Sekantenwert zwischen $\sigma_c = 0$ und $\sigma_c = 0,4 f_{cm}$ für Betonsorten mit quarzithaltigen Gesteinskörnungen und nach einer Aushärtung von 28 Tagen an. Beton härtet jedoch nach und steigert dadurch seinen E-Modul. Die zeitabhängige Änderung des Elastizitätsmoduls darf mit folgenden Gleichungen ermittelt werden:

$$E_{cm}(t) = (f_{cm}(t)/f_{cm})^{0,3} \times E_{cm}$$
 2-4

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \times f_{cm}$$
 2-5

$$\beta_{cc}(t) = exp\left\{s\left[1 - \left(\frac{28}{t}\right)^{0.5}\right]\right\}$$
2-6

Der Beiwert "s" ist dabei abhängig vom verwendeten Zementtyp und liegt zwischen 0,2 - 0,38.



Abbildung 2-5: zeitabhängiger statischer E-Modul nach 1992-1-1 für unterschiedliche Zementsorten

$$E_{cm,t=\infty} \le (1,05-1,10) \ E_{cm,t=28d}$$
 2-7

Bei Kalkstein- und Sandsteingesteinskörnungen sollen die Werte um 10 % bzw. 30 % reduziert werden, bei Basaltzuschlägen um 20 % erhöht werden.

2.4.3.2 dehngeschwindigkeitsabhängige Änderung des E-Moduls

In [5] sind die Beziehungen zwischen dem statischen und dem dynamischen E-Modul abhängig von der Dehngeschwindigkeit in der Formel 2-8 und Formel 2-9 angegeben. Auf einer logarithmischen Skala können die Abhängigkeiten als Gerade aufgetragen werden.



Abbildung 2-6: Einfluss der Dehngeschwindigkeit auf die Festigkeit und den E-Modul bei Zug und Druckbelastung (aus [5])

In den meisten Fällen liegt der dynamische E-Modul für gewöhnliche Belastungen weniger als 20 % über dem statischen.

$$E_{dynam} \le 1,2 * E_{stat}$$
 2-10

2.4.3.3 praktische Angaben für die Berechnung von Stahlbetonbauten aus der Literatur

EN 1998-1 [12]:

EN1998-1 gibt an, dass die Steifigkeit lastabtragender Bauteile für die Erdbebenberechnung im Allgemeinen unter Berücksichtigung der Rissbildung berechnet werden soll. Die Steifigkeit sollte der beim anfänglichen Fließen der Bewehrung entsprechen. Werden keine genaueren rechnerischen Untersuchungen der gerissenen Bauteile durchgeführt, dürfen die elastischen Biege und Schubsteifigkeiten als die Hälfte der zugehörigen Steifigkeiten der ungerissenen Bauteile angenommen werden. Über die Verwendung eines erhöhten dynamischen E-Moduls werden keine Angaben gemacht.

$$EI_{gerissen} = 0.5 * EI_{ungerissen}$$
 2-11

Stemniewski und Haag [3] (Anm.: eher für große Einwirkungen):

Stemniewski und Haag berücksichtigen in ihren Berechnungen die Rissbildung von Bauteilen, indem sie die gesamte Steifigkeit des Bauteils auf 60 % abmindern. Dies wird sowohl bei Trägern als auch bei Decken angewandt. Es wird mit dem mittleren statischem E-Modul $E_{c,m}$ gerechnet. Zusätzlich wird bei Decken im gerissenen Zustand die Querdehnzahl mit $\mu = 0$ angenommen, bei ungerissenen Decken wird mit $\mu = 0,2$ gerechnet.

$$EI = 0.6 * EI_{ungerissen}$$
 2-12

Ziegler [6] (Anm.: für kleine Einwirkungen):

Ziegler hat in [6] mehrfeldrige Flachdecken rechnerisch untersucht und mit durchgeführten Schwingungsmessungen verglichen. Er empfiehlt, anstatt des statischen E-Moduls von 3,5 * 10^7 kN/m² einen E-Modul von 4,2 * 10^7 kN/m² für dynamische Untersuchungen zu verwenden, was einer Erhöhung um 20 % entspricht. Für vorgespannte Decken empfiehlt er einen Wert von 4,6 * 10^7 kN/m² (+ 31 %). Es werden keine Angaben gemacht, ob er einen gerissenen Zustand berücksichtigt.

Zusammenfassung

Wie aus den vorhergehenden Beispielen ersichtlich ist, variieren vor allem im Betonbau die Angaben sehr stark, mit welcher Steifigkeit gerechnet werden soll. Sind durch Messungen keine exakteren Daten bekannt, werden in der Praxis It. Flesch häufig zwei Grenzfälle berücksichtigt:

- Berechnung mit ungerissenen Querschnitten
- Berechnung mit Querschnittswerten, die 50 % der Biegesteifigkeit des ungerissenen Querschnitts entsprechen (In der Regel können Stützenquerschnitte als ungerissen angenommen werden.)

Als E-Modul kann näherungsweise jener der 28-Tagefestigkeit angenommen werden.

2.5 Mantelsteine

Bei einem messtechnisch erfassten Objekt wurden Durisol® Mantelbetonsteine für wesentliche Teile des Mauerwerks verwendet. Gemäß der Europäisch Technischen Zulassung ETS-05/0090 handelt es sich dabei um ein "nicht lasttragendes verlorenes Schalungssystem DMi 25/18



Abbildung 2-7: Durisol®-

,DURISOL'", bestehend aus Schalungs-Mantelsteinen (Schalungssteinen) aus Holzspanbeton" [22]. Diese werden vor Ort mit Beton ausgegossen und können bei Bedarf vertikal und in den Fugen auch horizontal bewehrt werden.

In der Literatur wurden keine Angaben gefunden, welcher dynamische E-Modul angesetzt werden kann. Nachfolgend wird

Mantelbetonstein [22] daher der ingenieurmäßige Ansatz für die Findung eines dynamischen E-Moduls beschrieben, welcher dieser Masterarbeit zugrunde liegt. Da der Holzspanbetonstein statisch nicht wirksam ist, wird auch für die dynamischen Berechnungen nur der innere Betonkern berücksichtigt, dessen Größe in den Produktdatenblättern angegeben ist. Im vorliegenden Fall liegt die Kernfläche beim DMI 25/18 bei ca. 1035 cm²/lfm, beim 20 cm breiten DMI20/13 bei 800 cm²/lfm [22]. In einer ersten Berechnung der Eigenfrequenz des Gebäudes wurde die Kernfläche mit einem E-Modul von bewehrtem Beton belegt (42 000 N/mm²). Der Vergleich mit der Messung zeigt, dass damit eine zu hohe Eigenfrequenz erreicht wird. Nach Rücksprache mit Hrn. DI Ernst Tappauf, der schon langjährig in der Baudynamik tätig ist, wird der E-Modul des Betonkerns auf 20 000 N/mm² reduziert. Als Gründe werden genannt, dass der Beton - wenn überhaupt - nur sehr schwach bewehrt ist, meist nach 3 Scharen Mauerwerk eingebracht und aufgrund der Zwischenstege nicht so gut verdichtet werden kann wie bei Stahlbetonwänden. Die Masse der fertigen Wandkonstruktion inkl. Füllbeton ist in der Regel in den Produktdatenblättern angegeben.

2.6 materialabhängige Dämpfungen

In Tabelle 2-2 sind unterschiedliche material- und konstruktionsabhängige Dämpfungszahlen in Prozent der kritischen Dämpfungen angegeben die [2], [3] und [8] entnommen wurden. Diese gelten für den linear elastischen Bereich und sind zum Teil großen Streuungen unterworfen.

Material	Dämpfungszahl ξ [-]
Polyurethan	0,06
Luftfeder	0,03
Mauerwerk	0,010 - 0,020
Stahlbeton	0,010 - 0,020
Stahl verschraubt	0,010
Spannbeton, Verbundkonstruktionen	0,008 - 0,020
Stahl verschweißt	0,003 - 0,004
Holz (Ingenieurbauwerke, Brücken)	0,010 - 0,015
Holzdecken mit leichtem Fußbodenaufbau	0,010 - 0,025
Holzdecken mit schwerem	0,020 - 0,035
Fußbodenaufbau	

Tabelle 2-2: Dämpfungszahlen für unterschiedliche Materialien und Konstruktionen aus [2], [3] und [8]

Ähnlich sind in ÖNORM B1990-1:2013 [14], Tabelle A.1 die Dämpfungszahlen für den elastischen Bereich, abhängig von der Konstruktionsart, angegeben. Für dämpfende Einbauten und Gründungen werden Zuschläge berücksichtigt. In Tabelle 2-3 sind die Dämpfungszahlen zusammengefasst.

Konstruktionsart		Dämpfungszahl ξ
Stahlkonstruktionon	geschraubt	0,005 – 0,010
Starikonstruktionen	geschweißt	0,003 - 0,005
Stahlhotonkonstruktionon	Zustand I	0,005 – 0,025
Stanibetonkonstruktionen	Zustand II	0,005 – 0,045
Spannbetonkonstruktionen		0,005 – 0,015
	allgemein	0,010 - 0,030
Holzkonstruktionen	Dübel, Bolzen,	0.010 - 0.040
	Nagelbauweise	0,010 - 0,040
Mauerwerksbauten		0,010 – 0,030
	Dämpfende Einbauten	0.005
Zuschläge	(z.B Ausmauerungen)	0,005
	Gründungsdämpfungen	0,001 – 0,003

Tabelle 2-3: Dämpfungszahlen für unterschiedliche Konstruktionen aus ÖN B1990-1:2013 [14] Die Streuungen sind hier sehr hoch, in derselben Tabelle A.1 [14] sind auch Dämpfungszahlen für das gesamte Bauwerk angegeben, welche in einem engeren Bereich variieren. Diese inkludieren bereits die Gründung. In Tabelle 2-4 sind die Dämpfungszahlen zusammengefasst.

Beispiele für Bauwerke		Dämpfungszahl ξ	
turmartiga Pauworka	aus Stahl	0,004 - 0,008	
turnarlige bauwerke	aus Stahlbeton	0,006 - 0,010	
Brückon	aus Stahl	0,005 – 0,015	
brucken	aus Stahlbeton	0,006 – 0,020	
Pahmonkonstruktionon	aus Stahl	0,010 - 0,020	
Kalimenkonstruktionen	aus Stahlbeton	0,015 – 0,025	

Tabelle 2-4: Dämpfungszahlen für unterschiedliche Bauwerke aus ÖN B1990-1:2013 [14]

Petersen geht in [9] auch darauf ein und unterteilt in Dämpfung in Baustoffen, in Bauteilen und im Baugrund. Die Summe dieser drei Werte ergibt das logarithmische Dekrement, welches mit einer einfachen Beziehung in die Dämpfungszahl umgerechnet werden kann. Diese Formel gilt näherungsweise für geringe Dämpfungen.

$$\zeta = \frac{\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3}{2\pi}$$
 2-13

	Dämpfung in Baustoffen, in Bauteilen und im Baugrund							
	$\Lambda = \Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3$							
Λ	Λ_1 : Dämpfung im Baustoff; (Λ : logarithmisches Dekrement)							
Λ_2	: Dämpfung in Bauteilen und Verbin	dungsmitt	eln ;					
Λ3	: Dämpfung durch Lagerung und Ba	ugrund (n	nicht für M	aschinen	gründungen u.ä.)			
Lir	eare Schwingungen im Nutzzustand (n	icht für e	xtreme, a	ußergewöh	unliche Einwirkungen)			
Un	rechnungen : Dämpfungsgrad :	$\zeta = \Lambda/2$	2π;	-	Verlustfaktor : $\eta_{\rm V} = \Lambda/\pi$			
	Stahl : ferritisch	0,005	0,008	0,012	Stahlbeton : Zust I	0,025	0,030	0.040
	Aluminium - Legierung	0,008	0,013	0,018	: Zust II Spannbeton	0,035	0,045	0,055
Λ_1	Bauholz : Laubholz : Nadelholz	0,030	0,035	0,040	Leichtbeton Mauerwerk : Naturstein	0,035	0,045	0,055
	Brettschichtholz Kunststoff GEK	0,025	0,030	0,035	: Ziegel, Betonstein	0,035	0,065	0,080
	Hochbau (Träger, Hallen, Hochhäus	0,035 er) in St	0,040	0,045	: Klinker Fußweg, u. Straßenbrücken in Stabl	0,040	0,045	0,055
	ohne Ausbau : W. SLP. GV		0.015	0.018	Fahrbahr (Stabl a Aarbalt	0.000		1
	ohne Ausbau : SL mit Ausbau	0,015 0,035	0,020 0,040	0,025 0,045	Fahrbahn : Beton, Stahlverbund Fahrbahn : Holz	0,020 0,025 0,030	0,025 0,035 0,040	0,030
	Stahlschornsteine ohne Abspannung				Eisenbahnbrücken in Stahl			
	ohne Ausbau : W, SLP, GV	0,002	0,003	0,005	offene Bauweise	0,030	0,035	0,050
	mit Rauchrohr u. Isolierung mit Ausmauerung	0,012	0,007	0,010	geschl. Bauweise ohne Schotterbett geschl. Bauweise mit Schotterbett Fußweg- u. Robrleitungsbrücken	0,025 0,040	0,030 0,050	0,050
	Stählerne Turm- und Antennentragw	erke			als Hängesteg	0,010	0,015	0,020
	ohne Ausbau : W, SLP, GV mit Einbauten (Podeste u.ä.)	0,007 0,012	0.010 0.015	0,015 0,020	Schrägseibrücken Hängebrücken	0,030	0,040	0,050
	Abgespannte Maste u. Schornsteine	0,035	0,040	0,060	Zuschlag in allen Fällen: Brückenträger als Fachwerk : Fakt Torsionsschwingungen : Faktor 1.3	tor 1,2	1 0,000	1 0,000
	Für vergleichbare Konstruktionen in Alnminium können die Werte für Stahl übernommen werden.							
Λ_2	Hölzerne Kontruktionen des Hoch- und Brückbaues : Bauten aus Bauholz mit Dübel-, Bolzen- und Nagelverbindung- Leimbauweise (Brettschichtträger und rahmen)				en	0,035	0,040	0,050
	Hothbau (Träger Hallen Hochbäuser) in Stabilisten				Scharnsteine und turmartige Paumer	0,015	0,020	0,025
	Decken, Träger, Tribünen	0.035	0.040	0.050	ohne Ausbau	ke in Star		0 020
	Scheiben- u. Kastenbauweise	-,	1 0,010	1 0,000	mit Ausbau	0.015	0,015	0,020
	ohne Ausbau	0,020	0,030	0.040	Brücken in Stahlbetonbauweise	,010	1 0,020	1 0,050
	mit Ausbau	0,030	0,040	0,060	Fußweg- u. Straßenbrücken	0.015	0.020	0.025
	Rahmenbauweise				Eisenbahnbrücken	-,	1 -,	1.0,020
	ohne Ausbau mit Ausbau	0,025 0,035	0,035 0,045	0,045 0,055	ohne Schotterbett mit Schotterbett	0,020	0,025	0,030
	Vorstehende Werte gelten ebenfalls f	ür Spannl	beton- und	Fertigbe	tonbauweisen sowie für Leichtbeton	, .,	1 -,	1 0,0 10
	Hochbauten in Mauerwerk, einschließlich Türme (Glockentürme)					0,030	0,035	0,040
	Hochbau : Decken, Träger, Binder, Lagerung auf			Brückenbau : Lagerung der Haupttr	äger			
	Beton und Mauerwerk	0,004	0,005	0,006	Stählerne Gleitlager	0,012	0,015	0,018
	Stützen und Rahmen				Rollenlager	0,004	0,005	0,006
Λ_3	mit Einspannung mit Gelenken	0,008 0,004	0,010 0,005	0,012 0,006	Topf- u. Kolottenlager (PTFE) Elastomer- Verformungs - Lager	0,008 0,010	0,010 0,015	0,012 0,025
	Turmartige, frei auskragende Konstruktionen			Legende (Abkürzungen) :				
	auf Stahlkonstruktion auf Betonkonstruktion	0,008 0,004	0,010 0,005	0,012 0,006	W : Schweißverbindung SL : Scher-Lochleibungs-Schraubenverbindung			
1	auf Fundamenten				SLP : Scher-Lochleibungs-Paßschrau	benverbin	dung	
1	auf Fels	0,004	0,005	0,006	GV : Gleitfeste vorgespannte Schrau	benverbin	dung	
	auf Sand auf Pfahlrost	0,006	0,008	0,010	Zust. I : Ungerissener Beton, Zust.	II : Geris	sener Bet	on

Abbildung 2-8: Dämpfungen in Baustoffen, Bauteilen und im Baugrund aus [9]

3 dynamische Systeme

3.1 Einmassenschwinger

3.1.1 Grundgleichung

Die Herleitung und Erklärung der Systeme erfolgt, wenn nicht anders angegeben, nach Flesch [2].



Abbildung 3-1: System Einmassenschwinger

Das einfachste schwingungsfähige System, der Einmassenschwinger, besteht aus einer Masse m, einer Feder mit der Federsteifigkeit k und einem Dämpfungselement mit dem Dämpfungskoeffizienten c. Nach Flesch [2] werden diese Systeme mit einem Freiheitsgrad als "single degree of freedom"-System (SDOF) bezeichnet. Einfache reale Systeme können in der Praxis und zu einer ersten Abschätzung häufig auf einen Einmassenschwinger reduziert werden, z. B. bei der Ermittlung der ersten Eigenfrequenz eines Trägers oder einer Stütze.

Zur Lösung des Einmassenschwingers müssen die auf die Masse m angreifenden Kräfte ins Gleichgewicht gesetzt werden. Die auf das System einwirkenden Kräfte sind hierbei:

- p(t) äußere (zeitlich variierende) Kraft
- F₁ Trägheitskraft
- F_D Dämpfungskraft
- F_F Federkraft

Daraus folgt folgende Formel:

$$F_I + F_D + F_F = p(t) \tag{3-1}$$

Die auf der linken Seite der Formel stehenden Kräfte können durch folgende Größen ausgedrückt werden:

$$F_I = m * \ddot{u}$$

 $F_D = c * \dot{u}$
 $F_F = k * u$

Eingesetzt in Formel 3-1 ergibt sich die bekannte Differentialgleichung des Einmassenschwingers:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \tag{3-2}$$

Die in Folge dargestellten Lösungen dieser Differentialgleichung sind in [2] hergeleitet.

3.1.2 Ergebnisse ungedämpfter Einmassenschwinger

Für den ungedämpften Einmassenschwinger ist die Lösung der Eigenkreisfrequenz ω_0 , der Eigenfrequenz f_0 und der Schwingdauer T in Formel 3-3 angeführt:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad [rad/s] ; \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \quad \left[\frac{1}{s} = Hz\right]; \quad T = \frac{1}{f} \quad [s]$$
 3-3

Kann der ungedämpfte Einmassenschwinger aus einer ausgelenkten Lage ohne äußere Belastung frei ausschwingen (p(t) = 0), ergibt sich seine Bewegungsgleichung mit der Anfangsauslenkung u₀ und der Anfangsgeschwindigkeit \dot{u}_0 nach Formel 3-4:

$$u(t) = \frac{\dot{u}_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) + u_0 \cos(\omega_0 t)$$
3-4



Abbildung 3-2: Antwort des gedämpften (strichlierte Linie) und ungedämpften Einmassenschwingers ohne äußere Belastung aus [2]

Für die harmonische Anregung eines in Ruhelage befindlichen Systems ergibt sich die Antwort zu:

$$u_p(t) = \frac{p_o}{k} \frac{1}{1-\beta} (\sin \omega t - \beta \sin \omega_0 t)$$
 3-5

mit dem Frequenzverhältnis β:

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_0}$$
 3-6

3.1.3 Ergebnisse gedämpfter Einmassenschwinger

In der Realität erfährt ein jedes System eine Dämpfung. Zur Beschreibung der Dämpfung wird der Dämpfungskoeffizient c in den angegebenen Lösungsformeln meist durch die Dämpfungszahl ξ ersetzt. Sie gibt die Dämpfung in Prozent der kritischen Dämpfung c_c an. Ist die Dämpfung kleiner als die kritische Dämpfung (c/2m < ω_0), spricht man von einem unterkritisch gedämpften System. Dies ist bei fast allen baudynamisch relevanten Problemstellungen der Fall. Ist die Dämpfung gleich groß oder größer als die kritische Dämpfung, spricht man von einem kritisch bzw. überkritisch gedämpften System. In diesem Fall kehrt das System ohne Schwingung in die Nulllage zurück.

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega_o} \tag{3-7}$$

Durch die Dämpfung ändert sich die Eigenfrequenz des Systems, man spricht von der gedämpften Eigenkreisfrequenz ω_D .

$$\omega_D = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}$$
 3-8

Lt. Flesch [2] ist in den meisten baudynamisch relevanten Fällen bis zu einer Dämpfungszahl von ca. 20 % dieser Einfluss sehr gering und es kann mit der ungedämpften Eigenfrequenz gerechnet werden (siehe Abbildung 3-3). Vandier J.Kim sagt in einer Vorlesung am MIT [28], dass sich die geringen Fehler des "Phase-Errors", der aus den unterschiedlichen Periodenlängen von gedämpfter und ungedämpfter Eigenfrequenz herrührt, über die Zeit aufsummieren. Dies gilt nur für theoretische Fälle in denen der "exakte" Zeitverlauf berechnet werden soll, in den baupraktischen Fällen ist so eine exakte Berechnung aufgrund der Varianz anderer Einflussfaktoren nicht möglich.



Abbildung 3-3: Einfluss der Dämpfungszahlen ξ auf die gedämpfte Eigenfrequenz

Kann der gedämpfte Einmassenschwinger aus einer ausgelenkten Lage ohne äußere Belastung frei schwingen, ergibt sich seine Bewegungsgleichung nach Formel 3-9. Die Konstanten B₁ und B₂ können wieder mithilfe der Anfangsauslenkung u₀ und der Anfangsgeschwindigkeit \dot{u}_0 bestimmt werden. $u(t) = e^{-\xi\omega_0 t} (B_1 \sin \omega_D t + B_2 \cos \omega_D t)$



3.1.4 Ergebnisse harmonische Anregung gedämpfter Einmassenschwinger

Wird der gedämpfte Einmassenschwinger durch eine harmonische (sinusförmige) Kraft angeregt mit der Erregerfrequenz w, setzt sich die Lösung aus einer homogenen und partikulären Lösung zusammen. Der homogene Anteil schwingt in der Eigenfrequenz des Systems, ist nur zu Beginn und Ende der Anregung vorhanden, und wird mit der Zeit vollkommen herausgedämpft. Je stärker die Dämpfung ist, desto schneller verschwindet der homogene Anteil. In weiterer Folge wird nur die baupraktisch relevante partikuläre Lösung betrachtet, die immer in der Erregerfrequenz schwingt.

Die harmonische Kraftanregung kann wie folgt dargestellt werden:

$$p(t) = p_0 \sin \omega t \tag{3-10}$$

Dies führt zu nachfolgender Bewegungsgleichung:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p_0 \sin \omega t \tag{3-11}$$

Dividiert man die Gleichung durch die Masse m und ersetzt den Ausdruck $\frac{c}{m} = 2\xi\omega_0$ (siehe Formel 3-7) kommt man zu der auch häufig verwendeten Darstellung:

$$\ddot{u} + 2\xi\omega_0\dot{u} + \omega_0^2 u = \frac{p_0}{m}\sin\omega t$$
3-12

Die partikuläre Lösung der Bewegungsgleichung ergibt sich lt.[2] zu:

$$u_p(t) = \frac{p_o}{k} \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \sin(\omega t - \theta)$$
3-13

mit dem Frequenzverhältnis β aus Formel 3-6 und der Phasenverschiebung θ :

$$\theta = \operatorname{arc} \operatorname{tan}\left(\frac{2\xi\beta}{1-\beta^2}\right), \quad 0 \le \theta \le 180^{\circ}$$
 3-14

Wird das System in Resonanz angeregt, ergibt sich die Phasenverschiebung zu 90°.



Abbildung 3-5: Phasenverschiebungen für unterschiedliche Dämpfungszahlen

Verstärkungsfaktor:

Das Verhältnis der maximalen dynamischen Auslenkung $u_{dynam,max}$ zufolge des harmonischen Kraftverlaufes $p_0 \sin \omega t$ zu der statischen Auslenkung zufolge der Kraft $u_{stat} = p_0/k$ wird mit dem dynamischen Verstärkungsfaktor nach Formel 3-15 beschrieben:

$$V = \frac{u_{dynam,max}}{u_{stat}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$$
3-15

Das Maximum dieses Verstärkungsfaktors tritt nicht bei Resonanz $\beta = 1$ auf, sondern bei einem Frequenzverhältnis von $\beta = \sqrt{1 - 2\beta^2}$. Daraus ergibt sich der maximale Verstärkungsfaktor V_{max}:

$$V_{max} = \frac{1}{2\xi(1-\xi^2)}$$
 3-16

Für die in der Baudynamik üblichen geringen Dämpfungen kann der maximale Verstärkungsfaktor vereinfachend bei $\beta \approx 1$ mit

$$V_{max} = \frac{1}{2\xi}$$
 3-17

angenommen werden. In diesen Fällen erfolgt die Begrenzung der Amplitude der Schwingung nur mehr durch die Dämpfung. Für den Fall keiner Dämpfung würde sich das System im Resonanzfall unendlich hoch aufschwingen.

Für eine in Stahlbauten typische Dämpfungszahl von $\xi = 0,01$ ergibt sich bei Resonanz ein Verstärkungsfaktor von $V_{0,01} = 50$. Bei Betonbauten und hier üblichen Dämpfungszahlen von $\xi = 0,05$ beträgt der Verstärkungsfaktor $V_{0,05} = 10$. Verstärkungsfaktoren für unterschiedliche Dämpfungen sind in Abbildung 3-6 dargestellt.





Abbildung 3-6: Verstärkungsfaktor für unterschiedliche Dämpfungszahlen

Liegt die Erregerfrequenz über der Eigenfrequenz $\beta > 1$, spricht man von einem tief abgestimmten System, liegt sie unter der Eigenfrequenz $\beta < 1$, spricht man von einem hoch abgestimmten System.

Transmissionsfaktor:

In der Praxis ist es oft wichtig, die dynamischen Kräfte zu bestimmen, die z.B. von einer rotierenden Maschine an das Fundament weitergeleitet werden. Der Transmissionsfaktor beschreibt das Verhältnis der maximalen dynamischen Auflagerkraft infolge einer harmonischen Erregung mit der maximalen Kraftamplitude p₀ zu der statischen Auflagerkraft zufolge p₀.

Die "Auflagerkräfte" des Einmassenschwingers setzen sich zusammen aus der Kraft in der Feder F_S und der Kraft im Dämpfer F_D . Die Federkraft ist dabei proportional zum Federweg und die Dämpferkraft proportional zur Schwinggeschwindigkeit. Die Formeln für den Transmissionsfaktor sind [11] entnommen, in dem auch die genauere Herleitung beschrieben ist.



Abbildung 3-7: elastisch gelagerte Maschine; Bild aus [17]

$F_s = V * P_0 \sin(\omega t - \theta)$		
$F_d = V$	$*P_0 * 2 * \xi * \beta * \cos(\omega t - \theta)$	3-19
F_s	Federkraft	
F_s	Dämpferkraft	
P_0	max. Amplitude der Erregerkraft	
ω	Erregerfrequenz	
V	dynamischer Verstärkungsfaktor nach Formel 3-15	
β	Frequenzverhältnis ω/ω_0	

 θ Phasenverschiebung

Zum Zeitpunkt der maximalen Auslenkung ist die Schwinggeschwindigkeit Null und zum Zeitpunkt der maximalen Schwinggeschwindigkeit ist die Auslenkung Null. Folglich beträgt die Phasenverschiebung zwischen diesen beiden Kräften 90°. Somit ergibt sich die maximale in den Untergrund eingeleitete Kraft nach Formel 3-20:

$$F_{max} = \sqrt{F_{s,max}^2 + F_{d,max}^2} = P_0 * V * \sqrt{1 + (2\xi\beta)^2} = P_0 * TR$$
3-20

Diese Formel kann umgeformt werden, so dass sich der Transmissionsfaktor ergibt zu:

$$TR = \frac{F_{max}}{P_0} = V * \sqrt{1 + (2\xi\beta)^2}$$
 3-21

Die Kurven für den Transmissionsfaktor bei unterschiedlichen Dämpfungen sind in Abbildung 3-8 dargestellt und ähneln für geringe Dämpfungen jenen des Verstärkungsfaktors. Eine Besonderheit ist, dass alle Kurven den Wert 1 annehmen bei einem β -Wert von $\beta = \sqrt{2}$.



Abbildung 3-8: Transmissionsfaktor für unterschiedliche Dämpfungszahlen

3.1.5 Fußpunktanregung Einmassenschwinger

Die Herleitung des Einmassenschwingers wurde [2] und der Dissertation von Clemens Tappauf entnommen [25].



Abbildung 3-9: a) Einmassenschwinger mit Fußpunktanregung; b) auf die Masse wirkende Horizontalkräfte aus Bild aus [25]

Auf die Masse des Einmassenschwingers wirken die in Abbildung 3-9 angegebenen Kräfte, die nachfolgend genauer beschrieben sind. Dabei ist k die Federsteifigkeit und c die Dämpfungskonstante:

- Federkraft $F_F = u(t) * k$, sie wird durch die relative Verschiebung der Masse hervorgerufen.
- Dämpfungskraft $F_D = \dot{u}(t) * c$, sie wird durch die relative Geschwindigkeit der Masse hervorgerufen.
- Trägheitskraft der Masse $F_I = \ddot{u}_a(t) * m$, sie wird durch die absolute Beschleunigung der Masse hervorgerufen.

Die Aufstellung des Gleichgewichts führt zur bekannten Bewegungsgleichung aus Kapitel 3.1:

$$F_I + F_D + F_F = m * \ddot{u}_a + c * \dot{u} + k * u = 0$$
3-22

Die absolute Beschleunigung $\ddot{u}_a(t)$ setzt sich zusammen aus der Beschleunigung des Einmassenschwingers $\ddot{u}(t)$ und der Fußpunktbeschleunigung $\ddot{u}_a(t)$

$$\ddot{u}_a = \ddot{u} + \ddot{u}_g \tag{3-23}$$

Durch Einsetzen von Formel 3-23 in Formel 3-22 ergibt sich die Differentialgleichung:

$$m * \ddot{u} + c * \dot{u} + k * u = -m * \ddot{u}_g$$
3-24

Mit dem Ausdruck $\omega = \sqrt{k/m}$ und dem Dämpfungsmaß $\xi = c/(2 * m * \omega)$ wird die Differentialgleichung in die Standardform des Einmassenschwingers mit Fußpunktanregung übergeführt:

$$\ddot{u} + 2 * \xi * \omega * \dot{u} + \omega^2 * u = -\ddot{u}_q$$
3-25

Die Lösung dieser Differentialgleichung setzt sich wie schon bei der Gleichung für den Einmassenschwinger aus einem homogenen und partikulären Teil zusammen. Im baupraktischen Bereich ist wiederum meist nur die partikuläre Lösung maßgebend, daher wird zur Herleitung der homogenen Lösung nur auf die Literatur verwiesen. Beispiele, in denen nur die partikuläre Lösung wichtig ist, sind:

- eingeschwungener Zustand bei sinusförmiger Fußpunkterregung
- Erdbebenberechnung mit den Anfangsbedingungen $u_{(t=0)}=0$ und $\dot{u}_{(t=0)}=0$

Partikulärer Lösungsanteil der Differentialgleichung:

Die partikuläre Lösung der Differentialgleichung des Einmassenschwingers mit Fußpunktanregung beruht auf dem Gedankenmodell, dass eine zeitlich veränderliche Last P(t) in eine Reihe unendlich vieler infinitesimal kurzer Impulse $P d\tau$ zerteilt wird (siehe Abbildung 3-10). Diese Impulse rufen eine infinitesimal kleine Auslenkung du hervor, die nach dem Impulssatz der Formel 3-26 folgt:



Abbildung 3-10: Gedankenmodell Rückführung einer zeitlich veränderlichen Last auf eine Folge von Impulsen aus [2]

Am Ende des Impulses $t = \tau$ gilt die Annahme, dass die Anfangsverformung $u(\tau) = 0$ und die Anfangsgeschwindigkeit $\dot{u}(\tau) = Pd\tau / m$ beträgt. Diese Anfangsbedingungen können in Formel 3-9 für eine freie, gedämpfte Schwingung eingesetzt werden. Dadurch ergibt sich in Formel 3-27 die Antwortschwingung für einen infinitesimal kleinen Impuls

$$du(t) = \frac{Pd\tau}{m\omega_D} * e^{-\xi\omega(t-\tau)} * \sin(\omega_D * (t-\tau))$$
3-27

Die gesamte Antwortschwingung kann als Überlagerung der Summe aller Impulse verstanden werden und wird als DUHAMEL-Integral bezeichnet.

$$du_P(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t P(\tau) * e^{-\xi\omega(t-\tau)} * \sin(\omega_D * (t-\tau)) d\tau$$
 3-28

Wenn der Einmassenschwinger durch eine Bodenbeschleunigung $\ddot{u}_g(t)$ angeregt wird, findet das Massenträgheitsgesetz Anwendung. P(t) kann durch den Ausdruck $-m * \ddot{u}_g(t)$ ersetzt werden. Eingesetzt in Formel 3-28 ergibt sich die nachstehende Formel 3-29 für die Verschiebung:

$$u_P(t) = -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) * e^{-\xi \omega(t-\tau)} * \sin(\omega_D * (t-\tau)) d\tau$$
3-29

Durch Differenzieren nach der Zeit erhält man die Verläufe für die Relativgeschwindigkeit und die Relativbeschleunigung

$$\dot{u}_{p}(t) = \int_{0}^{t} \ddot{u}_{g}(\tau) * e^{-\xi\omega(t-\tau)} * \left(-\cos(\omega_{D} * (t-\tau))\right) + + D_{d} * \sin(\omega_{D} * (t-\tau))) d\tau$$

$$\ddot{u}_{p}(t) = \omega_{D} \int_{0}^{t} \ddot{u}_{g}(\tau) * e^{-\xi\omega(t-\tau)} - \ddot{u}_{g}(t) * * \left[(1 - D_{d}^{2}) * \sin(\omega_{D} * (t-\tau)) + 2D_{d} * \cos(\omega_{D} * (t-\tau))\right] d\tau - \ddot{u}_{g}(t)$$
3-30
3-31

mit:

$$D_d = \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$
3-32

Bei sehr kleinen Dämpfungszahlen, wie sie im baupraktischen Bereich meistens vorhanden sind, kann $\omega = \omega_D$, $D_d = \xi$ und $1 - D_d^2 = 1$ angenommen werden und Glieder, die D_d als Faktor beinhalten, können vernachlässigt werden. Dadurch ergeben sich näherungsweise folgende vereinfachte Ausdrücke für die relativen Bewegungsgrößen:

$$u(t) = -\frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) * e^{-\xi \omega(t-\tau)} * \sin(\omega * (t-\tau)) d\tau$$
3-33

$$\dot{u}(t) = -\int_0^t \ddot{u}_g(\tau) * e^{-\xi\omega(t-\tau)} * \cos(\omega * (t-\tau)) d\tau$$
3-34

$$\ddot{u}(t) = \omega \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) * e^{-\xi \omega (t-\tau)} * \sin(\omega * (t-\tau)) d\tau - \ddot{u}_g(t)$$
3-35

3.2 Berechnung Eigenfrequenz mit reduzierten Massen

3.2.1 Einleitung

Der Grundgedanke dieser Theorie beruht darauf, dass Massen, die sich auf unterschiedlichen Punkten einer Konstruktion befinden, in einen Punkt geschoben werden und damit die Eigenfrequenzen nach bekannten Formeln für den Einmassenschwinger berechnet werden können. Die Massen, die z.B. am Rand eines Trägers wirken, werden gedanklich in Trägermitte verschoben. Da sie am Rand einen geringeren Einfluss auf die Eigenfrequenz haben, müssen sie im Ersatzmodell reduziert werden. Häufig erfolgt eine Verschiebung in Trägermitte oder an den Stützenkopf, da die Steifigkeit k für diese Punkte aus Formelsammlungen bekannt ist.

Die Grundbedingung für die Überführung des "realen" Systems A in das Ersatzsystem B mit reduzierten Massen ist:

$$\omega_A = \omega_B$$
 3-36

In weiterer Folge ist die Herleitung der reduzierten Massen für den Einfeldträger sowie der Stütze mit gleichmäßig verteilter Streckenmasse gezeigt. Weitere Herleitungen sind der Literatur [8] zu entnehmen.

3.2.2 Träger mit kontinuierlicher Masseverteilung



Abbildung 3-11: "reales" System (links) und Ersatzsystem (rechts) für die Ermittlung der Eigenfrequenz eines Trägers

System A

$$\omega_{A,i} = \frac{(i\pi)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} \quad aus [8] + [9]$$

$$\omega_B = \sqrt{\frac{k}{m_{red}}} = \sqrt{\frac{48EI}{L^3m_{red}}}$$

$$\omega_{A,i=1} = \frac{\pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}$$

$$k_{Feldmitte} = \frac{48EI}{L^3}$$



Gleichsetzen der Formeln:

$$\frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} = \sqrt{\frac{48EI}{l^3 m_{red}}}$$
$$\sqrt{m_{red}} = \frac{l^2 \sqrt{48\mu EI}}{\pi^2 \sqrt{EI * l^3}} = \frac{\sqrt{48l * \mu}}{\pi^2}$$
$$m_{red} = \frac{48l}{\pi^4} \mu \approx 0.493 \,\mu l$$
$$m_{red} \approx 0.5 \,\mu l$$

3.2.3 Stütze mit kontinuierlicher Masseverteilung (vertikale Eigenfrequenz)



Abbildung 3-12: "reales" System (links) und Ersatzsystem (rechts) für die Ermittlung der vertikalen Eigenfrequenz einer Stütze



$$m_{red} = \frac{4L\mu}{\pi^2} \cong 0,405 \ L\mu$$

Wird die Ersatzmasse fiktiv in die Mitte der Stütze verschoben, steigt die zugehörige Steifigkeit auf das Doppelte. Aufgrund der Bedingung, dass die Eigenkreisfrequenz gleich bleiben muss, muss die Ersatzmasse um den gleichen Faktor steigen.

$$\omega_{B,St \ddot{u}tzenkopf} = \omega_{B,St \ddot{u}tzenmitte}$$
2EA

$$k_{St extsf{u}tzenmitte} = rac{1-1}{L}$$
 $m_{red,mitte} = rac{2 * 4L\mu}{\pi^2} \cong 0,810 \ L\mu$

3.3 Berechnung Eigenfrequenz aus der statischen Verformung

3.3.1 Einleitung

In vielen Fällen ist aufgrund der statischen Dimensionierung das System EDV-mäßig erfasst und somit eine relativ einfache Verformungsberechnung möglich. Zwischen den statischen Verformungen der Träger und Stützen und der ersten Eigenfrequenz besteht ein einfacher Zusammenhang, welcher nachfolgend hergeleitet werden soll. Die Verformungen müssen immer für den Lastfall aller ständig vorhandenen Lasten berechnet werden und nicht für den Bemessungslastfall im Grenzzustand der Tragfähigkeit oder Gebrauchstauglichkeit.

3.3.2 Eigenfrequenz von Stäben mit mittiger Einzellast

Nach Formel 3-2 ist die Eigenfrequenz eines Systems

$$f = \frac{1}{2 * \pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad [Hz] = \left[\frac{1}{s}\right]$$

$$k = \frac{F}{u} = \frac{m * g}{u}$$
3-37
3-38

Durch Einsetzen der Formel 3-38 in Formel 3-37 und mit $g = 981 \text{ cm/s}^2$ ergibt sich die Eigenfrequenz somit zu:

$$f = \frac{1}{2 * \pi} \sqrt{\frac{m * g}{u * m}} = \frac{1}{2 * \pi} \sqrt{\frac{981}{u}} = \frac{4,98}{\sqrt{u}} \approx \frac{5}{\sqrt{u}} \qquad \text{mit } u \text{ in } [cm] \qquad 3-39$$

Somit kann, sofern die statische Verschiebung zufolge der Einzellast bekannt ist, die Eigenfrequenz mit Formel 3-39 ermittelt werden. Diese vereinfachte Formel kann zur Abschätzung der Eigenfrequenzen von Systemen wie statisch bestimmt gelagerte Träger mit mittiger Last oder Stützen mit Kopflast herangezogen werden.

3.3.3 Eigenfrequenz von Stäben mit gleichmäßiger Streckenlast

Da die Biegelinien für eine statische Einzellast und für eine gleichmäßige Streckenlast sehr ähnlich sind, kann auch für Träger mit gleichmäßiger Streckenlast die erste Eigenfrequenz mit Hilfe der statischen Verschiebung abgeschätzt werden. Die Herleitung ist nachfolgend dargestellt.

Wie in Kapitel 3.2.2 beschrieben, kann die Durchbiegung u_B eines statisch bestimmt gelagerten Trägers unter mittiger Einzellast mit Formel 3-40 beschrieben werden und somit die Eigenkreisfrequenz ω_a nach Formel 3-41 bestimmt werden:

$$u_B = \frac{1}{48} \frac{Fl^3}{EI}$$
 3-40

$$\omega_B = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{F}{u * m}} = \sqrt{\frac{48EI}{l^3 * m}}$$
3-41

Die erste Eigenkreisfrequenz ω_A eines statisch bestimmt gelagerten Stabes mit einer gleichmäßigen Streckenlast beziehungsweise gleichmäßigen Massebelegung kann nach Formel 3-42 bestimmt werden. Die Herleitung ist unter anderem in [8] und [9] beschrieben:

$$\omega_A = \frac{\pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} = \sqrt{\frac{97,4EI}{L^4\mu}}$$
3-42

 μ Masse pro Längeneinheit.

Die Durchbiegung u_A eines Trägers unter gleichmäßiger Streckenlast beziehungsweise gleichmäßiger Massebelegung ist durch Formel 3-43 gegeben:

$$u_b = \frac{5}{384} \frac{q l^4}{EI}$$
 3-43

Werden die Durchbiegungen des Stabes unter Einzellast und Gleichlast gleichgesetzt, so kann das Belastungsverhältnis ermittelt werden, welches zur selben Durchbiegung führt.

$$u_a = u_b \tag{3-44}$$

$$\frac{1}{48} \frac{Fl^3}{Fl} = \frac{5}{284} \frac{ql^4}{Fl}$$
 3-45

$$48 EI \quad 384 EI \\ 16 * F = a * l \\ 3-46$$

$$1,6 * F = q * l \qquad \qquad 3-46$$

$$\Rightarrow 1,6 * m = \mu * l \Rightarrow \mu = \frac{1,6 * m}{l}$$
3-47

Substituiert man μ in Formel 3-42 durch den Ausdruck aus Formel 3-47 und bildet das Verhältnis zwischen der Eigenkreisfrequenz unter Einzellast zur Eigenkreisfrequenz bei gleichmäßiger Streckenlast, so ist ersichtlich, dass bei gleicher Durchbiegung die Eigenkreisfrequenz bei mittiger Einzellast um ca. 10 % tiefer ist als die Eigenkreisfrequenz unter Gleichlast:
$$\frac{\omega_B^2}{\omega_A^2} = \frac{\frac{48EI}{l^3 * m}}{\frac{97,4 * EI}{l^4 \frac{1,6m}{l}}} = \frac{48 * 1,6}{97,4} = 0,79$$
3-48

Institut für Be

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = \frac{f_A}{f_B} = \sqrt{0.79} = 0.89$$
 3-49

Durch Umformen von Formel 3-49 und durch Einsetzen von Formel 3-39 erhält man den Zusammenhang zwischen der Durchbiegung und der Eigenfrequenz für Träger unter Gleichlast nach 3-50:

$$f_A = \frac{f_B}{0.89} \cong \frac{5}{0.89 * \sqrt{u_b}} = \frac{5.6}{\sqrt{u_b}} \quad mit \ u_b \ in \ [cm]$$
3-50

In gleicher Weise kann der Zusammenhang für die Durchbiegung u_c und die Eigenfrequenz f_c auch für beidseitig eingespannte Träger ermittelt werden (aus [8]). In diesem Fall gilt:

$$f_c = \frac{5.7}{\sqrt{u_c}} \quad mit \ u_c \ in \ [cm]$$
 3-51

3.3.4 Eigenfrequenz von Stützen mit kontinuierlicher Lasteinleitung

In gleicher Weise wie für Träger mit gleichmäßiger Streckenlast kann auch für Stützen mit gleichmäßig verteilter Vertikallast der Zusammenhang der Einsenkung und der Eigenfrequenz der Längsschwingung ermittelt werden. Die Einsenkung u_b einer Stütze unter mittiger Kopflast kann mit Formel 3-52 beschrieben werden und somit die Eigenkreisfrequenz ω_B nach Formel 3-53:

$$u_B = \frac{Fl}{EA}$$
 3-52

$$\omega_B = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{F}{u * m}} = \sqrt{\frac{EA}{L * m}}$$
3-53

Die erste Eigenkreisfrequenz ω_b der Stützenlängsschwingung einer Stütze unter gleichmäßig über die Stützenlänge einwirkender Vertikallast beziehungsweise gleichmäßiger Massebelegung kann nach Formel 3-54 bestimmt werden. Die Herleitung für diese Gleichung ist unter anderem in [8] und [9] beschrieben.

$$\omega_A = \frac{\pi}{2l} \sqrt{\frac{EA}{\mu}}$$

$$\rho = \frac{\mu}{A}$$

$$\mu \qquad \text{Masse pro Längeneinheit.}$$
3-54

Die Einsenkung u_A einer Stütze unter gleichmäßiger Normalkraft ist durch Formel 3-55 gegeben:

$$u_A = \frac{1}{2} \frac{ql^2}{EA}$$
 3-55

Durch Gleichsetzen der Einsenkung der Stütze unter Kopflast und der Einsenkung der Stütze unter gleichmäßig verteilter Vertikallast kann das Belastungsverhältnis ermittelt werden, welches zur selben Verformung führt.

$$u_B = u_A \tag{3-56}$$

$$\frac{Fl}{EA} = \frac{1}{2} \frac{ql^2}{EA}$$
 3-57

$$F = \frac{ql}{2}$$
 3-58

$$\Rightarrow m = \frac{\mu l}{2} \Rightarrow \mu = \frac{2m}{l}$$
 3-59

Substituiert man μ in Formel 3-54 durch den Ausdruck aus Formel 3-59 und bildet das Verhältnis von der Eigenkreisfrequenz unter Einzellast zur Eigenkreisfrequenz bei gleichmäßiger Streckenlast, so ist ersichtlich, dass bei gleicher Einsenkung die Eigenkreisfrequenz bei der Stütze mit Kopflast um ca. 10 % tiefer ist als die Eigenkreisfrequenz unter Gleichlast:

$$\frac{\omega_B^2}{\omega_A^2} = \frac{\frac{EA}{L*m}}{\frac{\pi^2 * EA}{4l\frac{2m}{l}}} = \frac{8}{\pi^2} = 0,81$$
3-60

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = \frac{f_B}{f_A} = \sqrt{0.81} = 0.9$$
 3-61

Durch Umformen von Formel 3-61 und durch Einsetzen von Formel 3-39 erhält man den Zusammenhang zwischen der Einsenkung und der Eigenfrequenz für Stützen unter Gleichlast nach Formel 3-62:

$$f_A = \frac{f_B}{0.89} \cong \frac{5}{0.89 * \sqrt{u_b}} = \frac{5.6}{\sqrt{u_b}} \quad mit \ u_b \ in \ [cm]$$
 3-62

3.4 Mehrmassenschwinger

3.4.1 Grundgleichungen

Mehrmassenschwinger können auch als "multi degree of freedom" MDOF-Systeme bezeichnet werden. Es erfolgt meist eine Diskretisierung des realen Bauwerks, je nach Anwendungsgebiet erfolgt diese mit unterschiedlichen Genauigkeiten. Das ständige Steigen der vorhandenen Rechenleistung macht es möglich, die Systeme immer feinteiliger zu modellieren. Hier ist jedoch der Anwender nach dem Motto "garbage in – garbage out" besonders gefordert, das Modell mit einfachen Kontrollmechanismen auf Plausibilität und grobe Fehler zu überprüfen.



Abbildung 3-13: Diskretisierung durch Zusammenfassung kontinuierlicher Massenbelegung zu Punktmassen für unterschiedliche Bauwerke aus [9]

Im Hochbau werden oft Geschoßdecken zu Punktmassen zusammengefasst, auch für Träger existieren Ersatzmodelle, bei denen eine äquivalente Masse in einem Punkt zusammengefasst wird und somit die erste Eigenfrequenz berechnet werden kann. Jeder dieser Massen werden danach Verschiebungsfreiheitsgrade und Verdrehungsfreiheitsgrade, zugeordnet. Für einfache dynamische Probleme reicht es häufig aus, den Verschiebungsfreiheitsgrad nur einer Richtung zuzuordnen und die anderen Richtungen als "starr" anzunehmen. Wird diesen n-Massen jeweils ein Verschiebungsfreiheitsgrad u_i zugeordnet, so entsteht ein System mit n-Freiheitsgraden und damit n-Eigenfrequenzen. Die Bewegungsgleichung für den Mehrmassenschwinger kann wie folgt dargestellt werden:

$$[M]\{\dot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{P(t)\}$$
3-63



Dabei ist:

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix}$$
Massenmatrix (zumeist eine Diagonalmatrix)
$$\begin{bmatrix} C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$
Dämpfungsmatrix
$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix}$$
Steifigkeitsmatrix (symmetrisch um Hauptdiagonale k_{12} = k_{21})
$$\{ \dot{U} \} = \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \vdots \\ \dot{u}_n \end{bmatrix}$$
Beschleunigungsvektor
$$\{ \dot{U} \} = \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \vdots \\ \dot{u}_n \end{bmatrix}$$
Geschwindigkeitsvektor
$$\{ U \} = \begin{bmatrix} m_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$
Verformungsvektor
$$\{ P(t) \} = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_n(t) \end{bmatrix}$$
Belastungsvektor

3.4.2 Eigenschwingungen des ungedämpften Mehrmassenschwingers

Die freie, ungedämpfte Schwingung kann mit Formel 3-64 dargestellt werden:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = 0$$
 3-64

Durch die Anwendung eines Lösungsansatzes $\{U\} = \{\overline{U}\} \sin(\omega t + \phi)$ nach Flesch [2] erhält man das folgende homogene Gleichungssystem:

$$([K] - \omega^2[M]) \{\overline{U}\} = \{0\}$$
3-65

Mathematisch gesehen muss nach [9] ein Eigenwertproblem gelöst werden mit den Eigenschwingungsformen als Eigenvektoren und den Quadranten der Eigenkreisfrequenz als Eigenwerten. Der Vektor $\{\overline{U}\}$ ist zeitunabhängig und hat nur eine Ortskomponente, er enthält die Schwingungsform des Systems. Das bedeutet, der Vektor $\{\overline{U}\}$ kann kein Nullvektor sein,



da ansonsten keine Schwingungen auftreten. Daraus folgt, dass der erste Teil null ergeben muss. Es gibt nur dann nichttriviale, von Null unterschiedliche Lösungen, wenn die Determinante verschwindet:

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0$$
 3-66

Dies führt zu einem homogenen Gleichungssystem mit n-Gleichungen und damit n-verschiedenen Lösungen für ω^2 . Setzt man einen errechneten Wert für ω_i^2 in Formel 3-65 ein, erhält man n voneinander abhängige Gleichungen, mit denen die Form des i-ten Eigenvektors { \bar{u}_i } bestimmt werden kann. Da ein homogenes Gleichungssystem vorliegt, muss ein Wert für \bar{u}_i vorgegeben werden, die restlichen Werte ergeben sich als Verhältnis zum ersten angegebenen Wert. Der Eigenvektor { \bar{u}_i } wird zumeist als Eigenform { ψ_i } bezeichnet und kann beliebig normiert werden. Das heißt, jeder mit einem Faktor multiplizierte Eigenvektor a { ψ_i } erfüllt die Formel 3-65. Zumeist wird entweder die größte Auslenkung mit "1" normiert oder der Wert der generalisierten Masse ($M_i^* = {\{\psi_i\}}^T [M] \{\psi_i\} = 1$) (siehe Kapitel 3.5). Der j-te Wert des Eigenvektors { ψ_i } berechnet sich je nach Skalierung wie folgt:

$$\psi_{j,i} = \frac{1}{\bar{u}_{i,max}} \ \bar{u}_{j,i} \quad Skalierung \ f \ddot{u}r \ \bar{u}_{i,max} = "1$$
 3-67

$$\psi_{j,i} = \frac{\bar{u}_{j,i}}{\sqrt{\{\bar{u}_i\}^T [M] \{\bar{u}_i\}}} \qquad Skalierung \ f \ddot{u}r \ M_i^* = "1" \qquad 3-68$$

Fasst man aller n-Eigenformen zusammen, ergibt sich die modale Matrix $[\psi]$ wie folgt:

$$[\psi] = [\{\psi_1\} \{\psi_2\} \dots \{\psi_n\}]$$
 3-69

Die Ordnung der Eigenformen ergibt sich nach wachsender Eigenfrequenz. Zwischen den Eigenvektoren besteht immer eine Orthogonalitätsbeziehung, d.h. wird eine Matrix (in diesem Fall [M] oder [K]) von links mit dem j-ten transponierten Eigenvektor und von rechts mit dem i-ten Eigenvektor multipliziert, ergibt sich immer Null. Dies ist in weiterer Folge für die Erklärung des modale Berechnungsverfahrens und der Rayleigh-Dämpfung wichtig:

$$\{\psi_j\}^T [M] \{\psi_i\} = 0 \quad f \ddot{u}r \ i \neq j$$
 3-70

$$\{\psi_i\}^T [K] \{\psi_i\} = 0 \quad f \ddot{u}r \ i \neq j$$
 3-71

Die Bewegungsgleichungen der Mehrmassenschwinger können gelöst werden mit einer Modalanalyse oder einer Zeitverlaufsintegration. Auf die Besonderheiten dieser Methoden wird in Kapitel 3.5 und 3.6 eingegangen. In der Praxis werden diese MDOF-Systeme zumeist computergestützt gelöst.

3.4.3 Sonderfall Zweimassenschwinger

Die Berechnung der ungedämpften Eigenfrequenzen ist für die Handrechnung in der Regel ausreichend. In Abbildung 3-14 ist links eine idealisierte Maschine auf einem Träger dargestellt, welche wie rechts gezeigt als ein Zweimassenschwinger berechnet werden kann.



Abbildung 3-14: Zweimassenschwinger als dynamisches System. (Bild aus [8])

Die entkoppelten Einzeleigenkreisfrequenzen werden zunächst wie zwei komplett getrennte Einmassenschwinger berechnet:

$$\omega_I = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \qquad \omega_{II} = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$$
 3-72

Die getrennt betrachteten Systeme beeinflussen sich jedoch gegenseitig und müssen somit gekoppelt betrachtet werden. Nach Petersen [9] ergeben sich die gekoppelten Eigenkreisfrequenzen des Zweimassenschwingers wie folgt:

$$\omega_{1,2}^{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{k_{1}}{m_{1}} + \frac{k_{1} + k_{2}}{m_{2}} \right) \mp \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{k_{1}}{m_{1}} + \frac{k_{1} + k_{2}}{m_{2}} \right)^{2} - \frac{k_{1}k_{2}}{m_{1}m_{2}}}$$
3-73

Die gekoppelten Eigenfrequenzen kommen dabei immer außerhalb der Einzeleigenkreisfrequenzen zu liegen (siehe Abbildung 3-15). Je größer der Frequenzabstand zwischen den Einzeleigenfrequenzen ist, desto geringer ist die Beeinflussung der gekoppelten Eigenfrequenzen.



Abbildung 3-15: Verschiebung der gekoppelten Eigenfrequenzen

Liegt der Sonderfall vor, dass die Massen $m_1 = m_2$, die Federsteifigkeiten $k_1 = k_2$ und somit auch die Einzeleigenfrequenzen ident sind (homogener Zweimassenschwinger), liegen die gekoppelten Eigenkreisfrequenzen It. Petersen [9] bei:

$$\omega_1 = 0,618 \omega_I$$

 $\omega_2 = 1,618 \omega_I$

3.5 Modalanalyse

Die Erklärung der Modalanalyse erfolgt nach Flesch [2]



Abbildung 3-16: System Modalanalyse (hier ohne Dämpfung gezeichnet)

Um die erzwungenen Schwingungen eines Systems mit n-Freiheitsgraden zu berechnen, besteht die Möglichkeit, die Verschiebungsgrößen u(t) als entkoppelte, lineare Kombination der n-Eigenformen darzustellen (siehe Formel 3-74). Die Berechnung der Eigenfrequenzen und Eigenformen ist in Kapitel 3.4 erklärt.

$$\{U(t)\} = \sum_{i=1}^{n} \{\psi_i\} \ Y_i(t) = [\psi] \ \{Y_i(t)\}$$
3-74

Das in der Regel komplizierte System wird in ein System von fiktiven n-Einmassenschwingern zerlegt. Die Größe $Y_i(t)$ entspricht dabei der Schwingungsantwort der einzelnen Einmassenschwinger. In Flesch [2] werden diese als generalisierte Koordinaten oder Normalkoordinaten bezeichnet. Durch Ableiten des Ansatzes von Formel 3-74, Einsetzen in die generelle Bewegungsgleichung und eine Linksmultiplikation mit dem transformierten Eigenvektor { ψ_i }^T erhält man folgende Bewegungsgleichung:

$$\{\psi_i\}^T[M] [\psi] \{\dot{Y}\} + \{\psi_i\}^T[C] [\psi] \{\dot{Y}\} + \{\psi_i\}^T[K] [\psi] \{Y\} = \{\psi_i\}^T\{P(t)\}$$
 3-75

Durch die in Kapitel 3.4 angeführte Orthogonalität der Eigenformen zu den Matrizen werden alle Glieder i ≠ j gleich Null und können somit rausgekürzt werden:

$$\{\psi_i\}^T [M] \{\psi_j\} = 0$$

$$3-76$$

$$\{\psi_i\}^{T}[M] \{\psi_i\} \neq 0$$
 3-77

In Kapitel 3.4 wurde festgestellt, dass die Massenmatrix [M] und die Steifigkeitsmatrix [K] die oben genannte Bedingung erfüllen. Für die Dämpfungsmatrix [C] und ihre Glieder c_{ij} ist das in der Regel nicht der Fall:

$$\{\psi_i\}^T[C]\{\psi_i\} \neq 0$$
 3-78

Ein möglicher und häufig verwendeter Ansatz einer Dämpfungsmatrix, die der Orthogonalitätsbedingung genügt, ist die Linearkombination der Steifigkeits- und Massenmatrix. Diese wird als Rayleigh Dämpfung bezeichnet. Ein Bild der Kurve ist in Abbildung 3-17 dargestellt.



 $[C] = \alpha [M] + \beta [K]$

Abbildung 3-17: Kurve der Rayleigh Dämpfung als Kombination der Massen- und Steifigkeitsmatrix

Da es sich nun bei alle Matrizen welche handelt, die der Orthoggonalitätsbedingung genügen, und alle Glieder für i ≠ j gleich Null werden, kann Formel 3-75 vereinfacht dargestellt werden:

$$\{\psi_i\}^T[M] \{\psi_i\} \ddot{Y}_i + \{\psi_i\}^T[C] \{\psi_i\} \dot{Y}_i + \{\psi_i\}^T[K] \{\psi_i\} Y_i = \{\psi_i\}^T\{P(t)\}$$
 3-79

Dies führt zu einem Differentialgleichungssystem aus nunabhängigen Differentialgleichungen, die jeweils einen oben genannten fiktiven Einmassenschwinger beschreiben. Die Multiplikation der Matrizen mit $\{\psi_i\}^T$ von links und $\{\psi_i\}$ von rechts wird jeweils als generalisierte Größe bezeichnet und ist für jeden Einmassenschwinger ein Skalar.

$M_i^* = \left\{\psi_i\right\}^T [M] \left\{\psi_i\right\}$	generalisierte Masse des Einmassenschwingers i
$C_i^* = \left\{\psi_i\right\}^T [C] \left\{\psi_i\right\}$	generalisierte Dämpfung des Einmassenschwingers i
$K_i^* = \left\{\psi_i\right\}^T [K] \left\{\psi_i\right\}$	generalisierte Steifigkeit des Einmassenschwingers i
$P_i^*(t) = \{\psi_i\}^T \{P(t)\}$	generalisierte Belastung des Einmassenschwingers i

Für die einzelnen Schwingungsformen entsteht damit eine Bewegungsgleichung, die der Bewegungsgleichung des gedämpften Einmassenschwingers entspricht.

$$M_i^* \ddot{Y}_i + C_i^* \dot{Y}_i + K_i^* Y_i = P_i^*(t)$$
3-80

Anstelle der Verwendung der Rayleigh-Dämpfung ist es auch möglich, jedem fiktiven Einmassenschwinger direkt eine Dämpfungszahl ξ_i zuzuordnen. Im Gegensatz zur massenund steifigkeitsproportionalen Dämpfung, bei der nur für 2 Eigenformen Dämpfungszahlen gewählt werden können und sich die restlichen aus der Kurve ergeben, lassen sich mit dieser Variante jeder Eigenfrequenz beliebige Dämpfungszahlen zuweisen. Die Formel 3-80 kann dadurch umgeformt werden auf:

$$\ddot{Y}_{i} + 2\xi_{i}\omega_{i}\dot{Y}_{i} + \omega_{i}^{2}Y_{i} = \frac{P_{i}^{*}(t)}{M_{i}^{*}}$$
3-81

Mit den vom Einmassenschwinger bekannten Ausdrücken:

$$\omega_i^2 = \frac{K_i^*}{M_i^*}$$
 3-82

$$\xi_i = \frac{C_i^*}{2\,M_i^*\omega_i} \tag{3-83}$$

Hier kann erkannt werden, dass es aufgrund einfacherer Rechengänge oft sinnvoll ist, die Eigenwerte ψ_i so zu normieren, dass die generalisierte Masse $M_i^* = \{\psi_i\}^T [M] \{\psi_i\}$ den Wert "1" annimmt. Theoretisch können die Eigenwerte jedoch beliebig skaliert werden.

Sind nur die Koeffizienten α und β der Rayleigh-Dämpfungsmatrix bekannt, lassen sich die Dämpfungszahlen ξ_i für die einzelnen Eigenkreisfrequenzen ω_i mit Formel 3-84 rückrechnen.

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \,\,\omega_i \right) \tag{3-84}$$

Wird im Punkt k eine sinusförmige Kraft $p_k \sin(\omega t)$ angebracht, ist die partikuläre (stationäre) Antwort des fiktiven Einmassenschwingers:



$$Y_i(t) = \frac{p_k \psi_{k,i}}{K_i^*} \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta_i^2)^2 + (2\xi_i \beta_i)^2}} \sin(\omega t - \theta)$$
3-85

mit:

$$\theta_{i} = \arctan\left(\frac{2\xi_{i}\beta_{i}}{1-\beta_{i}^{2}}\right), \quad 0 \le \theta \le 180^{\circ}$$

$$\beta_{i} = \frac{\omega}{\omega_{i}}$$
3-86

Die Formeln für die Maximalantwort des Einmassenschwingers gelten für den fiktiven Einmassenschwinger sinngemäß genauso.

Der tatsächliche Verschiebungsvektor $\{U(t)\}$ wird berechnet, indem die Antworten der einzelnen Einmassenschwinger $Y_i(t)$ mit den zugehörigen Eigenformen $\{\psi_i\}$ multipliziert und nach Formel 3-87 aufsummiert werden. Die grafische Darstellung der Formel ist in Abbildung 3-18 aus [24] dargestellt.

$$\{U(t)\} = \sum_{i=1}^{n} \{\psi_i\} \ Y_i(t) = [\psi] \ \{Y_i(t)\}$$
3-87



Abbildung 3-18: Aufsummierung der fiktiven Einmassenschwinger zum tatsächlichen Verschiebungsvektor aus [24]

Die Vor- und Nachteile der Modalanalyse sind im Folgenden kurz zusammengefasst:

Vorteile:

- problemabhängig meist geringere Rechenzeit
- Bei bekannten und abgespeicherten Eigenfrequenzen können beliebig viele dynamische Lastfälle relativ rasch berechnet werden.
- Durch die Zuweisung der Dämpfungszahlen zu den einzelnen Eigenfrequenzen kann über den gesamten Frequenzbereich mit einer sinnvollen Dämpfung gerechnet werden. Bei Zeitschrittberechnungen kann die Dämpfung aufgrund der steigenden Enden der Rayleigh-Kurve nur über einen bestimmten Frequenzbereich sinnvoll zugewiesen werden.

Nachteile:

- Bei großen Systemen ist die Berechnung der Eigenwerte sehr rechen- und speicherintensiv
- keine Berechnung nichtlinearer Systeme möglich
- keine Zuweisung von unterschiedlichen Dämpfungszahlen für unterschiedliche Bereiche/Materialen möglich (z.B. unterschiedliche Dämpfung für Boden und Bauwerk)
- Es wird programmtechnisch zumeist nur die natürliche und nicht die gedämpfte Eigenfrequenz ausgegeben (bei kleinen Dämpfungszahlen nicht relevant). Lt. [10] ist bei Berechnung der gedämpften Eigenfrequenzen der doppelte Speicherbedarf notwendig.
- keine Wegerregung möglich, dies würde eine Änderung des Systems und somit eine Änderung der Eigenfrequenzen bedeuten

3.6 Zeitintegration (Time History Analysis)

3.6.1 Einleitung Zeitintegration

Nach [10] ist die Zeitintegration die allgemeinste Methode zur Auswertung der Bewegungsgleichung. Sie wird auch oft als direkte Integration bezeichnet, da im Gegensatz zur modalen Analyse das System der Bewegungsgleichungen nicht zuerst in ein anderes System (System von n-Einmassenschwingern) übergeführt werden muss. Die Bewegungsgleichung wird dabei schrittweise aus den jeweils wirkenden Kräften und Beschleunigungen der Massen gelöst und muss nur für einen diskreten Zeitschritt erfüllt sein. Praktisch werden die Beschleunigungen aufintegriert, was It. [10] auch zur Bezeichnung des Verfahrens geführt hat. An die Dämpfungsmatrix werden keine Bedingungen geknüpft

Prinzipiell sind mit dieser Methode lineare und nichtlineare sowie gedämpfte und ungedämpfte Systeme berechenbar. Es haben sich sehr viele unterschiedliche Zeitintegrationsverfahren entwickelt, wobei im Rahmen dieser Masterarbeit das gebräuchlichste, das Newmark-Verfahren, genauer erklärt wird und einige weitere Verfahren nur genannt werden. Für die weiteren Berechnungen mithilfe der Zeitintegration wird in dieser Masterarbeit nur das Newmark-Verfahren verwendet.

3.6.2 Wahl des Zeitschrittes

In diesem Kapitel wird einen Literaturrecherche unternommen, die eine Hilfestellung über die richtige Wahl des Zeitschrittes geben soll.

FEM für Praktiker – Band 2 Strukturdynamik [10]:

Stelzmann bemerkt generell, dass die Genauigkeit mit kleiner werdenden Zeitschritten zunimmt, der Rechenaufwand jedoch steigt, da für jeden Zeitschritt die Gleichung gelöst werden muss. Er fordert schließlich, den Zeitschritt so klein wie nötig und so groß wie möglich zu wählen. Auf seine wichtigsten Wahlparameter wird in der Folge eingegangen:

Belastungskurve

Die kürzeste Länge einer diskontinuierlichen Belastungskurve sollte in 7 Zeitschritte unterteilt werden. Dies gilt sinngemäß auch für harmonische Erregungen.

 <u>Antwortfrequenz des Systems</u>
 Die höchste Eigenschwingung des Systems, welches für die Berechnung relevant und untersucht wird, sollte durch mindestens 20 Zeitschritten abgebildet werden.

$$\Delta t \leq \frac{1}{20 * f}$$



3-88

Anmerkung: Da bei einer Zeitintegration die Eigenfrequenzen nicht berechnet werden, müssen sie gesondert ermittelt werden und/oder es bedarf einer großen Erfahrung des Anwenders, welche Eigenfrequenzen zu erwarten und relevant sind.

Wellenausbreitung

Sollen Wellenausbreitungseffekte berücksichtigt werden, muss die Elementteilung die Form der Welle und der Zeitschritt deren zeitlichen Verlauf wiedergeben können. Dabei beschreibt Δx die Elementlänge, welche aus dem kleineren Wert von 1/20 der Strukturgröße in Wellenausbreitungsrichtung oder 1/20 der Wellenlänge gewählt werden soll.

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{3 * c}$$
 3-89

Die Wellengeschwindigkeit für ein- und zweidimensionale Probleme lässt sich nach folgenden Formeln 3-90 berechnen:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad oder \quad c = \sqrt{\frac{E}{\rho (1 - \nu^2)}}$$
 3-90

Dabei beschreibt E den elastischen E-Modul, ρ die Dichte und v die Querkontraktionszahl. Die Wellenlänge λ ergibt sich aus dem Quotienten von Wellengeschwindigkeit c und der Eigenfrequenz f:

$$\lambda \le \frac{c}{f}$$
 3-91

Anmerkung: Im Boden treten in der Regel Kompressionswellen (P-Wellen), Scherwellen (S-Wellen) und Rayleigh-Wellen in unterschiedlicher Intensität auf. Bei dieser Problemstellung wird auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen (z.B Flesch [2])

• Weitere Einflussfaktoren

Weitere Einflussfaktoren auf die Wahl des Zeitschritts sind nichtlineare Effekte. Die Belastungsänderungen innerhalb des Zeitschritts sollten nicht zu groß werden um zu Konvergenzprobleme zu führen. Da im Rahmen dieser Masterarbeit die Berechnung ohne nichtlineare Effekte durchgeführt wird, wird hier auf die weiterführende Literatur verwiesen.

Ein weiterer Spezialfall, der einen Einfluss auf die Wahl des Zeitschrittes hat, sind Kontaktfrequenzen, die nur auftreten wenn auch Kontaktelemente im Modell berücksichtigt wurden. Vereinfachend kann gesagt werden, dass die Kontaktschwingung in 10-40 Zeitschritte unterteilt werden soll und mit höherer Kontaktsteifigkeit die gewählte Zeitschrittweite kleiner sein muss.

Sofistik AG – DYNA Manual [20]

In diesem Manual wird festgehalten, dass sich eine sinnvolle Größe des Zeitschritts nach den erwarteten Frequenzen der Bauwerksantwort richtet. Anteile, deren Periode kleiner ist als etwa das Zehnfache des Zeitschritts werden aus der Lösung herausgedämpft. Ist die erwartete Frequenz der Bauwerksantwort nicht bekannt, sollte eine Vergleichsrechnung mit einem Viertel des ursprünglichen Zeitschritts durchgeführt werden und es sollten die Ergebnisse danach gegenübergestellt werden.

 $\Delta t \ll \frac{1}{10 * f} \text{ wenn die Frequenz Bauwerksantwort bekannt}$

 $\Delta t_{Vergleich} = \frac{1}{4} \Delta t_{1.Annahme} \text{ wenn } f \text{ Bauwerksantwort nicht bekannt}$

Es wird darauf hingewiesen, dass sich durch einen zu kleinen Zeitschritt bei konsistenten Massenmatrizen (auch Einträge außerhalb der Hauptdiagonale vorhanden = rotatorische Anteile) kleinere Fehler, insbesondere bei der Berechnung der Beschleunigung, aufschaukeln können. Die Zeitschritte dürfen dann nicht kleiner werden, als eine Wellenausbreitung durch ein finites Element benötigt. Standardmäßig ist im Programm Sofistik eine Diagonalmatrix voreingestellt (STEU MCON 1). In der vorliegenden Masterarbeit wird diese Voreinstellung verwendet.

3.6.3 Newmark Verfahren

Beim Newmark-Verfahren handelt es sich um das am häufigste angewendete Integrationsverfahren im Zeitbereich. Im Folgenden sind die Gleichungen für den Einmassenschwinger dargestellt, können jedoch sinngemäß auch für einen Mehrmassenschwinger angewendet werden. Für eine genauere Herleitung der Formeln wird auf die Literatur verwiesen, siehe [10] und [21]. Basis der Berechnung ist die Bewegungsgleichung (siehe Formel 3-2) zum Zeitpunkt t+ Δ t:

$$m \ddot{u}_{t+\Delta t} + c \dot{u}_{t+\Delta t} + k u_{t+\Delta t} = p_{t+\Delta t}$$

$$3-92$$

Wird mit einer konstanten Durchschnittsbeschleunigung im Zeitintervall von t bis t+ Δ t gerechnet, ergibt sich diese zu:

$$\ddot{u} = \frac{1}{2} \left(\ddot{u}_t + \ddot{u}_{t+\Delta t} \right)$$
 3-93

Die Beschleunigung zum Zeitpunkt t+∆t ist jedoch in der Regel noch nicht bekannt, eine Ausnahme bildet der Anregungszeitverlauf durch die Basis. Durch Integration der Beschleunigung können die Gleichungen für die Geschwindigkeiten und Verformungen aufgestellt werden:



Abbildung 3-20: Beschleunigungszeitverlauf von t bis Δt aus [10]

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + (\ddot{u}_t + \ddot{u}_{t+\Delta t}) \frac{\Delta t}{2}$$
 3-94

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \dot{u}_t \Delta t + (\ddot{u}_t + \ddot{u}_{t+\Delta t}) \Delta t^2 /_4$$
 3-95

Aus Formel 3-95 kann der Ausdruck für $\ddot{u}_{t+\Delta t}$ extrahiert werden und dieser Wert in Formel 3-94 eingesetzt werden:

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = \left(\frac{4}{\Delta t^2}\right) \left(u_{t+\Delta t} - u_t\right) - \left(\frac{4}{\Delta t}\right) \dot{u}_t - \ddot{u}_t$$
3-96

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = -\dot{u}_t + \left(\frac{2}{\Delta t}\right)\left(u_{t+\Delta t} - u_t\right)$$
3-97

Mit Formel 3-96 und Formel 3-97 kann die Bewegungsgleichung in folgende Form übergeführt werden:

Da in dieser Gleichung alle restlichen Werte bekannt sind, lässt sich der Wert für $u_{t+\Delta t}$ ermitteln und in Formel 3-94 und 3-95 einsetzen.

Die hier vorgestellte Variante des Newmarkverfahrens gilt für eine konstante Durchschnittsbeschleunigung im Abschnitt Δt . Sollen andere Verläufe berücksichtigt werden, sind lt. [21] und [10] die Parameter δ und α zu berücksichtigen. Die Formeln ergeben sich ähnlich wie bei den bereits bekannten:

$$\ddot{u} = \left[(1 - \delta) \, \ddot{u}_t + \, \delta \, \ddot{u}_{t + \Delta t} \right] \tag{3-99}$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \left[(1-\delta) \ddot{u}_t + \delta \ddot{u}_{t+\Delta t} \right] \Delta t$$
3-100

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \dot{u}_t \Delta t + [(0, 5 - \alpha) \ddot{u}_t + \alpha \ddot{u}_{t+\Delta t}] \Delta t^2$$
3-101

Für die Werte $\delta = 1/2$ und $\alpha = 1/6$ erhält man das zuerst vorgestellte Verfahren mit konstanter Beschleunigung, für die Werte $\delta = 1/2$ und $\alpha = 1/4$ wird der Beschleunigungsverlauf linear berücksichtigt.

$$(a_0 m + a_1 c + k) u_{t+\Delta t} =$$

= $p_{t+\Delta t} + m (a_0 u_t + a_2 \dot{u}_t + a_3 \ddot{u}_t) + c (a_1 u_t + a_4 \dot{u}_t + a_5 \ddot{u}_t)$
3-102

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = a_0 (u_{t+\Delta t} - u_t) - a_2 \, \dot{u}_t - a_3 \ddot{u}_t$$
3-103

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + a_6 \, \ddot{u}_t + \ddot{u}_{t+\Delta t}$$
3-104

mit den Konstanten:

$$a_{0} = \frac{1}{\alpha \Delta t^{2}} ; a_{1} = \frac{\delta}{\alpha \Delta t} ; a_{2} = \frac{1}{\alpha \Delta t} ; a_{3} = \frac{1}{2\alpha} - 1$$
$$a_{4} = \frac{\delta}{\alpha} - 1 ; a_{5} = \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2\right) \frac{\Delta t}{2} ; a_{6} = \Delta t (1 - \delta) ; a_{7} = \delta \Delta t$$

Damit kann das Schema des Newmarkverfahrens für den Mehrmassenschwinger wie folgt zusammengefasst werden nach [10] und [21]:

- I. nur einmal durchzuführende Berechnungen:
 - a. Bestimmung der Matrizen M, C, und K
 - b. Bestimmung der Startvektoren u_0 , \dot{u}_0 und \ddot{u}_0
 - c. Wahl der Zeitschrittweite, Parameter δ und α
 - d. Berechnung der Konstanten a₀ bis a₇
 - e. Berechnung der effektiven Steifigkeitsmatrix $\widehat{K} = a_0 M + a_1 C + K$ (linke Seite der Formel 3-102)
- II. bei jedem Zeitschritt durchzuführende Berechnungen:
 - a. Berechnung der effektiven Lasten zum Zeitpunkt t + Δt :

 $\hat{P}_{t+\Delta t} = P_{t+\Delta t} + M (a_0 u_t + a_2 \dot{u}_t + a_3 \ddot{u}_t) + C (a_1 u_t + a_4 \dot{u}_t + a_5 \ddot{u}_t)$ (rechte Seite der Formel 3-102)

- b. Berechnung der Verschiebungsvektoren $u_{t+\Delta t}$ (rechenaufwendiger Schritt)
- c. Berechnung der Verschiebungs- und Beschleunigungsvektoren $\dot{u}_{t+\Delta t}$; $\ddot{u}_{t+\Delta t}$

Vor- und Nachteile des Newmarkverfahrens sind nach [21] und [10]:

- Es sind nur bekannte Größen zum Zeitpunkt t erforderlich für die Berechnung, es wird daher auch als Einschrittverfahren bezeichnet.
- Das Verfahren ist immer uneingeschränkt stabil für $\delta \ge 1/2$ und $\alpha \ge 0.25(0.5 + \delta)^2$.
- Zum Start der Berechnung (erster Zeitschritt) ist kein Startverfahren notwendig (im Vergleich zu Mehrschrittverfahren).
- Die Steifigkeitsmatrix K tritt auf der linken Seite auf, dies führt zu einem erhöhten Rechenaufwand besonders bei nichtlinearen Systemen.
- Die Eigenfrequenzen müssen gesondert berechnet werden.

3.6.4 weitere Zeitschrittverfahren

In weiterer Folge werden einige weitere Zeitschrittverfahren nur aufgelistet ohne Anspruch auf Vollständigkeit:

Lt. [10] und [21]sind die gebräuchlichsten numerischen Zeitintegrationsverfahren:

- das Newmark-Verfahren
- das zentrale Differenzenverfahren
- das Wilson-θ-Verfahren (Differenzenverfahren mit linearem Beschleunigungsverlauf)
- das Houbolt Verfahren (Differenzenverfahren mit kubischem Beschleunigungsverlauf)

Im verwendeten Programm Sofistik ist es möglich, mit dem Newmark-Verfahren, dem Wilson-Verfahren und dem Hughes-Alpha-Verfahren zu rechnen.

4 Einfluss von Vertikalschwingungen auf das Schwingungsverhalten von Gebäuden

4.1 Literaturrecherche

4.1.1 Einleitung

Generell ist in der Literatur sehr wenig über den Einfluss von Stützenschwingungen auf das Schwingungsverhalten von Gebäuden zu finden. Dies ist für mich insofern verwunderlich, da es im Laufe meiner beruflichen Laufbahn schon öfters eingetreten ist, dass Stützenschwingungen das gesamte Schwingungsverhalten von Gebäuden negativ beeinflusst haben.

Bei externen Erschütterungsimmission treten diese meist in einem breiten Spektrum und nicht in harmonischer Sinusschwingung auf. Beispiele dafür sind Eisenbahnerschütterungen, für die die meisten untersuchten Literaturbeispiele gefunden wurden. Bei harmonischer Erregung, bekannter Eigenfrequenz und Dämpfung können zumindest für einfache Systeme die Verstärkungsfaktoren nach Formel 3-15 schnell berechnet werden. Um diese einfachen Formeln auch für transiente Erregungen anwenden zu können, wird das Signal in ein Terzbandspektrum zerlegt. Hierfür wird bei Zugsvorbeifahrt gleichzeitig ein Zeitverlaufssignal am Fundamentpunkt und der untersuchten Geschoßdecke/Deckenrand aufgezeichnet. Diese Zeitverlaufssignale werden mittels Fast-Fourier-Transformation in ein Amplituden- und Terzbandspektrum zerlegt. Im Anschluss wird das Spektrum auf der oberen Decke durch jenes im Fundamentbereich dividiert. Dadurch kann auch die Eigenfrequenz des Systems Decke-Stütze (Kern) bestimmt werden.

4.1.2 Ziegler Consultants [6]+[15]+[17]

Ziegler erwähnt in [6] und [15] anhand einer durchgeführten Messung im 13-stöckigen Gebäude "Andreaspark" einen Verstärkungsfaktor der Erschütterungen vom Fundament zum Kern im 12. Stock von 2-5 und führt weites an, dass dieser Verstärkungsfaktor bei Hochhäusern üblich ist. Im vorliegenden Fall fiel It. seinen Angaben ungünstigerweise die vertikale Eigenfrequenz des Kerns mit ca. 10 Hz mit der Eigenfrequenz der obersten Decke zusammen, so dass die Erschütterungen in Raummitte sehr stark zu spüren waren. Die Schwinggeschwindigkeiten in Funktion einzelnen Geschoße der sowie das RMS-Terzbandspektrum der Schwinggeschwindigkeiten der einzelnen Geschoße am Deckenrand sind in Abbildung 4-1 und Abbildung 4-2 dargestellt. In [15] wird anhand der einfachen Formeln für die Stützenvertikalschwingungen abgeschätzt, ob die gemessene Eigenfrequenz des Kerns mit 10 Hz plausibel ist.

Die vertikale Eigenfrequenz des Kerns für das Gebäude Andreaspark wird im Tagungsband [15] mithilfe der Formel 3-54 rechnerisch abgeschätzt. Die Fläche des Kerns wird mit ca. 12,6 m² angegeben, die Gesamthöhe mit 50 m und die gleichmäßig verteilte Masse mit 100 t/m.

Gemäß der Literaturrecherche aus Kapitel 2.4.3.3 rechnet Ziegler hier mit einem E-Modul von 4,2*10^7 kN/m².

$$f = \frac{\pi}{2\pi * 2l} \sqrt{\frac{EA}{\mu}} = \frac{1}{4 * 50} \sqrt{\frac{4.2 * 10^7 * 12.6}{100}} = 11.5 \, Hz$$

Die berechnete Eigenfrequenz des Kerns stimmt somit gut mit der aus dem Terzbandspektrum herausgelesenen überein. Dies zeigt anschaulich, dass eine sehr einfache Abschätzung der vertikalen Eigenfrequenz möglich ist.



Abbildung 4-1: Terzbandspektren der RMS-Werte der einzelnen Geschoße aus [6] (Gebäude Andreaspark)



Abbildung 4-2: Schwinggeschwindigkeit in Funktion der Stockwerkzahl aus [6] (Gebäude Andreaspark)

Für das Gebäude Andreaspark wurde auch seitens Ziegler Consultants ein FE-Modell erstellt, für das die Ergebnisse mit den Messungen verglichen wurden. Das Modell und die Zeitverläufe in ausgewählten Geschoßen sind in Abbildung 4-3 dargestellt.

Die FE-Berechnungen führen nur in Teilbereichen, vor allem im Bereich der ersten Eigenfrequenz, zu zufriedenstellenden Ergebnissen (siehe Abbildung 4-4). Die gemessene Dämpfungszahl der Decke gibt er hier mit 1,0 bis 2,0 % an. Es ist weiters zu erwähnen, dass das Transferspektrum erst ab dem 6 Hz-Terzband dargestellt ist. Die Gründe dafür können nicht verifiziert werden.





Abbildung 4-3: FE-Modell und Vertikalschwingungen auf den Geschoßdecken aus [17]



Bild 7 Transferspektren zwischen Fundament und Geschossdecke



Bild 8 Transferspektren zwischen Fundament und Kern im 10. OG

Abbildung 4-4: Vergleich Messung und FE-Berechnung aus [17]

Cosmas Savary von Ziegler Consultants geht in [15] auf die Eisenbahnerschütterungen bei Hochhäusern ein und untersucht in diesem Tagungsband gestützt durch Messergebnisse die Verstärkung der Schwingungen in den obersten Geschoßdecken. Die Messungen wurden an 4 verschiedenen Gebäuden durchgeführt, inklusive dem zuvor vorgestelltem Gebäude Andreaspark. Abbildung 4-5 zeigt die gemessenen Schwinggeschwindigkeiten am Deckenrand, abhängig von der Stockwerksanzahl. Die Verstärkungsfaktoren über die Höhe bewegen sich bei diesen 5 Gebäuden zwischen den Faktoren 1,3 – 2,0. Zur Deckenmitte hin werden vom Fundament hochgerechnet Verstärkungsfaktoren von bis zu 30 gemessen.



Abbildung 4-5: Schwinggeschwindigkeit am Deckenrand als Funktion der Stockwerksanzahl aus [15]

In einem Paper [17] schreibt Ziegler: "Ein Hochhaus ist – in der Sprache des Baudynamikers – ein unten eingespannter Stab, der vertikal angeregt wird. Die stärksten Vertikalschwingungen treten dementsprechend am Stabende auf, d.h. im obersten Geschoss. Je nach vertikaler Eigenfrequenz kann diese Verstärkung zwischen 10 % und 100 % liegen. Zudem ist diese Verstärkung sehr frequenzabhängig.". Anhand von Untersuchungen an den 4 zuvor genannten Hochhäusern hat er eine frequenzabhängige Verstärkungsfunktion für den Kern in Abbildung 4-6 angegeben. Bis ca. 30 Hz treten Verstärkungen auf, darüber sogar Abschwächungen bis ca. 50 %. Es wird aber darauf hingewiesen, dass dieser Befund noch durch weitere Messungen erhärtet werden muss.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass eine Verstärkung der Schwingungen in den obersten Geschoßen durch die Messungen hinreichend belegt ist. Die Angaben der Höhe des maximalen Verstärkungsfaktors im Kern schwanken von Projekt zu Projekt und liegen zwischen 1,1 bis 5. Die Verstärkungen vom Kern zur obersten Geschoßdeckenmitte wurden bis zum Faktor 30 gemessen. Wie groß der Einfluss von Kippschwingungen auf die Verstärkung der Vertikalschwingungen ist kann anhand der hier vorgestellten Literatur nicht verifiziert werden





Abbildung 4-6: Verstärkung zwischen Fundament und oberstem Geschoß im Kern aus [15]

4.1.3 DIN 4150-1 [19]

In DIN 4150-1 [19] wird für Resonanz ein maximaler Verstärkungsfaktor vom Fundament zu den Gebäudedecken angegeben, der Formel 3-17 entspricht. Die Dämpfung wird für Gebäude mit Stahlbetondecken mit 2 – 5 % der kritischen Dämpfung angegeben. In weitere Folge ist auch der Satz interessant, dass durch kurze Deckenspannweiten und Zwischenwände die Dämpfung erhöht wird. Der genaue Wortlaut ist Abbildung 4-7 zu entnehmen.

Bei der Weiterleitung der Erschütterungen vom Fundament über die Gebäudewände auf die Decken werden sie in der Regel verstärkt. Die größten Schwingungen sind im Resonanzbereich der Gebäudedecken zu erwarten. Der maximale Übertragungswert kann mit $V_{\rm D}=1/(2D_1)$ abgeschätzt werden, wobei für Gebäude mit Stahlbetondecken $0,02 < D_1 < 0,05$ gilt. Durch kurze Deckenspannweiten und Zwischenwände — auch nichttragende — sowie durch Gründung auf Lockergestein wird die Dämpfung verstärkt, d. h. die Resonanzüberhöhung gemindert.

Die angegebenen Abschätzungen gelten für den Fall, dass das Gebäude gleichphasig mit überwiegend harmonischen Schwingungen über seine gesamte Länge und Breite angeregt wird. Befindet sich die Erschütterungsquelle dicht am Gebäude oder ist sie ortsveränderlich oder sind die erzeugten Erschütterungen impulsförmig, kann eine stark unterschiedliche Phasenlage der Erschütterungen im Bereich der Gebäudefundamente auftreten. In diesem Fall liegt die angegebene Abschätzung auf der sicheren Seite.

Abbildung 4-7: Weiterleitung von Vertikalschwingungen, Auszug aus der DIN 4150-1

4.1.4 tappauf.consultants [23]

Diese nun vorgestellten Ergebnisse sind dem Tagungsband des 2. Baudynamikseminars in Biberach [23] entnommen, wurden von mir als Co-Autor mitverfasst, im Rahmen meiner Tätigkeit bei tappauf.consultants bearbeitet und beziehen sich auf maschinenerregte Schwingungen im Industriebau. Es handelt sich hierbei um interne, sinusförmige Erschütterungen, die unzulässig groß waren, sodass von tappauf.consultants eine Sanierung durchgeführt werden musste. Der Einfluss der Stützen auf das Schwingungsverhalten ist bei den vorgestellten Beispielen dadurch gegeben, dass durch die Unterstützung von horizontalen Tragelementen mit zu weichen Stützen die Eigenfrequenz des Systems Stütze-Träger im Vergleich zu einer starren Lagerung nach unten in einen ungünstigen Bereich verschoben wurde. Abbildung 4-8 zeigt schematisch das Ansteigen des Verstärkungsfaktors, wenn durch eine zu weiche Unterstützung das Frequenzverhältnis $\beta=f/f_0 zu ~1 wird \rightarrow$ Resonanz. Ein weiterer Effekt ist, dass durch das Mitschwingen der Stützen Schwingungen auch in weiter entfernte Bereiche weitergeleitet werden, die nicht direkt von den dynamischen Maschinen betroffen sind.



Abbildung 4-8: Auswirkung der Verschiebung des Frequenzverhältnis

4.1.4.1 übermäßige Schwingungen in einer Glassortieranlage

Beim folgenden Projekt handelt es sich um eine bestehende Glassortieranlage mit insgesamt 7 Geschoßen, bei der in der gesamten Anlage sehr hohe Schwingungen aufgetreten sind. Es befinden sich in der gesamten Anlage Maschinen wie Förderrinnen und Siebmaschinen mit unterschiedlichen Betriebsfrequenzen von 10 [Hz], 16,6 [Hz] und 25 [Hz]. Diese Maschinen werden alle gleichzeitig betrieben.

Gemäß der vorliegenden Statik wurden die dynamischen Lasten nur mit einem Lasterhöhungsfaktor berücksichtigt. Es erfolgten keine dynamischen Analysen wie z.B. Ermittlung von Eigenfrequenzen oder Ermittlung von erzwungenen Schwingungen. Da die Eigenfrequenzen der Träger in vielen Bereichen nahe denen der Betriebsfrequenzen der Maschinen lagen, traten in der gesamten Stahlkonstruktion sehr große Schwingungen auf.





Abbildung 4-9: Übersicht Glassortieranlage inkl. eingebauter Maschinen aus [23]

Abbildung 4-9 zeigt eine Übersicht der Glassortieranlage inkl. der eingebauten Maschinen. Bei einer Analyse im Vorfeld der durchgeführten Erschütterungsmessungen konnten zwei Problemfelder ermittelt werden:

- zum Teil wurde ein Tragsystem mit sehr hohen Stützweiten ausgeführt. Für große dynamische Belastungen ist so ein System grundsätzlich nicht geeignet. Eine hohe Abstimmung der Träger (Eigenfrequenz der Träger liegt deutlich über der Erregerfrequenz der Maschinen) ist in diesen Bereichen auch durch die begrenzte zur Verfügung stehende Bauhöhe fast unmöglich.
- In der gesamten Anlage wurden sehr kleine Stützenquerschnitte gewählt, die nur der statischen Auslegung genügen. Durch die große Länge der Stützen über 7 Geschoße und deren geringe Steifigkeit besitzen diese im Betriebszustand Eigenfrequenzen, die sehr nahe an den Erregerfrequenzen liegen. Durch die Vertikalschwingung der Stützen werden im Betrieb auch obere und untere Nachbarbühnen angeregt.

Nachfolgend an die Vorfeldanalyse erfolgte eine messtechnische Erfassung der gesamten Anlage im Betrieb. Zur Veranschaulichung der starken Längsschwingung werden nachfolgend Messergebnisse der Vertikalschwinggeschwindigkeiten mit den zugehörigen Amplitudenspektren von den Messpunkten direkt neben der Mittelstütze in Achse B-3 auf dem Hallenboden und auf den Ebenen 2, 3, 5 und 6 in Abbildung 4-11 dargestellt. Die Stütze hat eine Gesamthöhe von 15,5 m. Wie in Abbildung 4-10 ersichtlich, wurde diese Stütze bis zu einer Höhe von 8 m mit einem Profil HEA 280, dann über eine Länge von 2,5 m mit einem Profil HEA 220 und im oberen Bereich über eine Länge von 5 m mit einem Profil HEA 200 ausgeführt.



Abbildung 4-10: Schnitt der Stütze Achse B/3 und Darstellung der Messpunkte aus aus [23]





Abbildung 4-11: Messergebnisse direkt neben der Stütze Achse B/3 aus [23]

Die Messergebnisse zeigen sehr deutlich, dass mit der Höhe der Stütze auch die Schwinggeschwindigkeiten ansteigen. Ein Blick auf das Amplitudenspektrum lässt erkennen, dass es sich aufgrund der engen Spitzen um maschineninduzierte Schwingungen handelt, die bei ca. 10,8 Hz, 16,6 Hz und 25 Hz liegen. Bei 16,6 Hz tritt die größte Verstärkung auf. In diesem Bereich dürfte die Eigenfrequenz des Systems Stütze/Bühnen bei Betriebslast liegen.



4.2 Beispiel vereinfachte Modalanalyse eines Stockwerksbaus mit reduzierten Massen

4.2.1 Grundlagen

In diesem Beispiel wird ein mehrgeschossiger Bau, welcher auf dem obersten Stockwerk in Trägermitte mit einer sinusförmigen Kraft angeregt wird, durch einen Zweimassenschwinger näherungsweise modelliert. Ziel ist es, mit einer einfachen Hand- und Excelberechnung zu zeigen, welchen Einfluss die Stützenvertikalschwingung auf die Antwort des obersten Trägers hat. Es werden nur die Schwingungen in Vertikalrichtung betrachtet. Die Ergebnisse der vereinfachten Berechnung werden im Anschluss mit jenen aus dem Programm Sofistik verglichen.

Im vorliegenden Fall wird ein 4-geschoßiger Bau betrachtet mit denselben Stockwerksmassen von 2000 kg in allen Geschoßen. Die Stockwerksmassen beinhalten das Eigengewicht der Träger sowie einen Aufschlag für etwaige Ausbauten. Die Stockwerkshöhe h_i beträgt 4 m, die Gesamthöhe H damit 16 m. Der Achsabstand der Stützen beträgt 5 m. Es wird angenommen, dass sich die Stockwerksmassen gleichmäßig über den Träger verteilen. Der Anschluss der Träger an die Stützen erfolgt gelenkig. Die Querschnittswerte für die Stützen und die Träger sind in Tabelle 4-1 zu finden. Der Träger wird nur im oberen Stockwerk als solcher mit seiner Steifigkeit berücksichtigt, in den unteren Geschoßen wirkt er nur als Masse.



Abbildung 4-12: System 4-stöckiges Bauwerk und Ersatzsystem Zweimassenschwinger



Bauteil	QS	E-Modul [kN/cm²]	I [cm⁴]	A [cm²]	EI [kNm²]	EA [kN]		
Träger	IPE 450	21 000	33743	-	70860	-		
Stütze	HEA 200	21 000	-	53 <i>,</i> 8	-	1 134 000		

Tabelle 4-1: Querschnittswerte der Träger und Stützen

Die Erregerfrequenz auf der obersten Deckenebene beträgt f = 16 Hz, die Amplitude 1 kN. Der Verlauf ist in Abbildung 4-13 dargestellt.



 $p(t) = p_0 \sin \omega t = 1,0 * \sin(16 * 2\pi * t) = \sin(100,5 * t)$

Abbildung 4-13: Anregung in Trägermitte 16 Hz

Die Dämpfungszahl ξ wird für beide Einmassenschwinger mit 5 % angenommen.

4.2.2 Berechnung reduzierte Masse oberer Träger



Abbildung 4-14: reales System Träger (links) und Ersatzsystem EMS (rechts)

Die Stockwerksmasse von 2000 kg wird gleichmäßig über den gesamten Träger verteilt, dadurch ergibt sich die am Träger verteilte Masse zu

$$\mu = \frac{2 t}{5 m} = 0.4 \left[\frac{t}{m}\right]$$

Nach Abschnitt 3.2.2 ergibt sich die reduzierte Masse zu:

 $m_{1,red} \cong 0.5 \ \mu l = 0.5 * 0.4 * 5 = 1.0 \ [t]$



Die Trägersteifigkeit sowie die entkoppelte Eigenfrequenz des Trägers werden für eine Belastung in Feldmitte berechnet:

$$k_{1,Feldmitte} = \frac{48EI}{l^3} = \frac{48*70860}{5^3} = 27210 \ [kN/m]$$
$$u_{stat,1kN} = \frac{1kN}{k_{1,Feldmitte}} = \frac{1}{27210} * 10^3 = 0,0368 \ [mm]$$
$$\omega_I = \sqrt{\frac{k_{1,Feldmitte}}{m_{1,red}}} = \sqrt{\frac{27210}{1,0}} = 165 \ \left[\frac{rad}{s}\right]; \ f_I = 26,3 \ [Hz]$$
$$\beta_I = \frac{f}{f_I} = \frac{16}{26,3} = 0,61$$

Für eine angenommene Dämpfung von $\xi = 0,05$ und eine Auflagerung auf starren Auflagern ergibt sich die in Abbildung 4-15 gezeigte Verstärkungsfunktion für unterschiedliche β -Werte. Im vorliegenden Fall ergibt sich ein Verstärkungsfaktor von V_{$\beta=0,61$} = 1,58. Es wird hier angemerkt, dass sich in weiterer Folge aufgrund der verbesserten Vergleichbarkeit auch die Verstärkungsfunktion des Zweimassenschwingers auf die Einsenkung des unverschieblich gelagerten Trägers bezieht.



Abbildung 4-15: Verstärkungsfunktion des Trägers auf starren Auflagern



Ersatzsystem Stütze Mred_Stütze Mred_Stütze Kstützenkopf

4.2.3 Berechnung reduzierte Masse Stütze

Abbildung 4-16: reales System Stütze (links) und Ersatzsystem EMS (rechts)

Die Stockwerksmasse von 2000 kg wird gleichmäßig über die Stockwerkshöhe der Stützen verteilt, zusätzliche wird das Eigengewicht der Stütze von 43 kg/m berücksichtigt

$$\mu = \frac{2 t}{2 * 4 m} + 0,043 t = 0,25 + 0,043 = 0,293 \left[\frac{t}{m}\right]$$

Die reduzierte Masse der gleichmäßig verteilten Last wird an den Stützenkopf verschoben und ergibt sich nach Abschnitt 3.2.2 zu:

$$m_{2,red} \cong 0,405 \ l\mu = 0,405 * 16 * 0,293 = 1,90 \ [t]$$

Die zugehörige Stützensteifigkeit beträgt:

$$k_{2,St \ddot{u} t zenkopf} = \frac{EA}{L} = \frac{1134000}{16} = 70875 \ [kN/m]$$

Entkoppelte Eigenkreisfrequenz der Stütze:

$$\omega_{II} = \sqrt{\frac{k_{2,St \ddot{u}tzenkopf}}{m_{2,red}}} = \sqrt{\frac{70875}{1,90}} = 193 \left[\frac{rad}{s}\right]; \quad f_I = 30,7 \ [Hz]$$

4.2.4 gekoppelte Eigenfrequenzen und Eigenformen

Mit den zuvor berechneten Werten können nun die Massen- und die Steifigkeitsmatrix für den Zweimassenschwinger aufgestellt und in die Gleichung für den Mehrmassenschwinger eingesetzt werden:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0\\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,0 & 0\\ 0 & 1,90 \end{bmatrix}$$
$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1\\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27210 & -27210\\ -27210 & 98085 \end{bmatrix}$$

Nach Formel 3-73 berechnen sich die gekoppelten Eigenfrequenzen zu:

$$\omega_1 = 127 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]; \quad f_1 = 20,3 \ [Hz]$$
$$\omega_2 = 250 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]; \quad f_2 = 39,8 \ [Hz]$$

Aufgrund der nicht weit voneinander liegenden Eigenfrequenzen der entkoppelten EMS ist der Einfluss auf die gekoppelte Eigenfrequenz sehr groß. Setzt man diese Eigenkreisfrequenzen jeweils in Formel 3-65 ein, ergeben sich für jede Eigenfrequenz zwei linear abhängige Gleichungen. Ein Wert für λ_i muss angenommen werden, der zweite ergibt sich im Verhältnis dazu. Im vorliegenden Fall sind die Maximalwerte der Eigenformen auf "1" skaliert. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4-2 und Abbildung 4-17 dargestellt. Zur besseren Übersichtlichkeit wird die vertikale Verschiebung in Abbildung 4-17 in horizontaler Richtung aufgetragen.

$$\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} - \omega_i^2 \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{i,1} \\ \lambda_{i,2} \end{pmatrix} = \{0\}$$

Eigenfrequenz	λ_1	λ ₂
f _{e1} = 20,3 Hz	1	0,4
f _{e2} = 39,8 Hz	-0,77	1

Tabelle 4-2: Eigenformen des Zweimassenschwingers



Abbildung 4-17: Eigenformen des ZMS, auf "1" skaliert



4.2.5 Generalisierte Größen

Mit den bekannten Eigenformen können nun die generalisierten Größen für die einzelnen fiktiven Einmassenschwinger nach Kapitel 3.5 bestimmt werden:

erster fiktiver Einmassenschwinger f_{e1} = 20,3 Hz

$$M_{1}^{*} = \{\psi_{1}\}^{T}[M] \{\psi_{1}\} = \psi_{1,1}^{2} * m_{1} + \psi_{1,2}^{2} * m_{2} = 1,0^{2} * 1,0 + 0,4^{2} * 1,90 = 1,31$$
$$K_{1}^{*} = \{\psi_{1}\}^{T}[K] \{\psi_{1}\} = \psi_{1,1}^{2} * k_{1} + \psi_{1,2}^{2} * (k_{1} + k_{2}) - 2 * k_{1}\psi_{1,1}\psi_{1,2} = K_{1}^{*} = 1,0^{2} * 27210 + 0,4^{2} * 98085 - 2 * 27210 * 1,0 * 0,4 = 21243$$

zweiter fiktiver Einmassenschwinger fe2 = 39,8 Hz

$$M_{2}^{*} = \{\psi_{2}\}^{T}[M] \{\psi_{2}\} = \psi_{2,1}^{2} * m_{1} + \psi_{2,2}^{2} * m_{2} = 0,77^{2} * 1,0 + 1,0^{2} * 1,88 = 2,49$$

$$K_{2}^{*} = \{\psi_{2}\}^{T}[K] \{\psi_{2}\} = \psi_{2,1}^{2} * k_{1} + \psi_{2,2}^{2} * (k_{1} + k_{2}) - 2 * k_{1}\psi_{2,1}\psi_{2,2} = K_{2}^{*} = (-0,77)^{2} * 27210 + 1,0^{2} * 98085 - 2 * 27210 * 1,0 * (-0,77) = 156121$$

4.2.6 Lösung partikuläre Bewegungsgleichung

Für die Lösung der Bewegungsgleichung müssen noch das Frequenzverhältnis, die Phasenverschiebung und die Dämpfung bestimmt werden:

erster fiktiver Einmassenschwinger fe1 = 20,3 Hz

$$\beta_1 = \frac{f}{f_1} = \frac{16}{20,3} = 0,79$$

$$\theta_1 = \arccos\left(\frac{2\xi_1\beta_1}{1-\beta_1^2}\right) = \arccos\left(\frac{2*0,05*0,79}{1-0,79^2}\right) = 0,21 \ [rad]$$

zweiter fiktiver Einmassenschwinger fe2 = 39,8 Hz

$$\beta_1 = \frac{f}{f_2} = \frac{16}{39,8} = 0,40$$

$$\theta_1 = \arccos\left(\frac{2\xi_1\beta_1}{1-\beta_1^2}\right) = \arccos\left(\frac{2*0,05*0,40}{1-0,40^2}\right) = 0,05 \ [rad]$$

Mit den errechneten Werten können nun die fiktiven Verschiebungen $Y_i(t)$ für beide Einmassenschwinger und jeden Zeitschritt gelöst werden. Dies wird computergestützt mit dem Programm EXCEL durchgeführt und ist in Abbildung 4-18 dargestellt.

$$Y_{i}(t) = \frac{p_{k}\psi_{k,i}}{K_{i}^{*}} \frac{1}{\sqrt{(1-\beta_{i}^{2})^{2} + (2\xi_{i}\beta_{i})^{2}}} \sin(\omega t - \theta)$$



Institut für Betonbau

Abbildung 4-18: Schwingwege Yi der fiktiven Einmassenschwinger

Um auf die tatsächlichen Schwingwege zu kommen, müssen diese mit dem zugehörigen Faktor $\psi_{i,j}$ multipliziert und aufsummiert werden. Dies ist für die Schwingungsantwort der oberen Masse gezeigt. Im vorliegenden Fall wird nur der Schwingweg am oberen Träger berechnet:

$$u_1(t) = \sum_{i=1}^{2} \{\psi_i\} \quad Y_i(t) = \psi_{1,1} \quad Y_1(t) + \psi_{2,1} \quad Y_2(t) = 1,0 * Y_1(t) + (-0,77) * Y_2(t)$$



Abbildung 4-19: realer Schwingweg der oberen Masse m1

In weiterer Folge wurde die Erregerfrequenz variiert, um die Verstärkungsfunktion für den Zweimassenschwinger zu finden. In Abbildung 4-20 ist die Vergrößerungsfunktion des starr gelagerten Trägers im Vergleich zu jener des Zweimassenschwingers dargestellt. Das Frequenzverhältnis β sowie die Einsenkung u_{stat} bezieht sich dabei immer auf den starr gelagerten Träger. Es ist sehr gut erkennbar, dass beim Zweimassenschwinger die Trägereigenfrequenz sinkt und sich somit näher an die Erregerfrequenz schiebt. Weiters ist erkennbar, dass bei statischer Belastung ($\beta = 0$) die Einsenkung größer ist als beim starr gelagerten Träger. Dies resultiert aus der zusätzlichen Vertikalverformung der Stütze und führt bei hochfrequenten Abstimmungen zu höheren Schwingwegen.



Abbildung 4-20: Vergrößerungsfunktion des ZMS im Vergleich zum EMS (f₁ = 26,3Hz)

4.2.7 Vergleich der händischen Ergebnisse mit dem Programm Sofistik



Das vereinfachte Modell des ZMS wird nachfolgend mit der computergestützten Berechnung aus dem Programm Sofistik verglichen. Das System wird aus der Ebene und in horizontaler Richtung gehalten. Dem computergestützten System werden die gleichen Querschnittswerte wie der händischen Berechnung zugrunde gelegt. Die Träger sind IPE 450, die Stützen HEA 200. Der Anschluss an die Stützen erfolgt gelenkig. Der Träger wird in 20 Elemente geteilt, die Stütze in 4*10 = 40 Teile. Die Stockwerksmassen von jeweils insgesamt 2 Tonnen werden linienförmig auf die Träger aufgebracht. Mit dem Eigengewicht des Trägers von ca. 80 kg ergibt sich eine Linienmasse von 400 - 80 = 320 kg/m. Auf dem obersten Träger wird mittig die sinusförmige Last mit eine Amplitude von 1 kN und einer Frequenz von 16 Hz aufgebracht.

Mit dem Sofistik-Programm DYNA erfolgt eine modale Analyse, wobei die ersten 10 Eigenfrequenzen berücksichtigt werden. Die Dämpfungszahl beträgt für jede Eigenfrequenz 5% der kritischen Dämpfung. Es werden 500 Zeitschritte gerechnet mit einer Zeitschrittweite von 0,0025 Sekunden. Damit ergibt sich eine Gesamtzeit von 1,25 Sekunden. Durch die Eingabe einer

Abbildung 4-21: System

negativen Anzahl von Zeitschritten im Programm wird nur der Stockwerksbau aus Sofistik eingeschwungene, partikuläre Zustand berücksichtigt. Die Eigenfrequenzen sind in Tabelle 4-3

ersichtlich, die wichtigsten sind grafisch in Abbildung 4-22 dargestellt.

f _{e1}	f _{e2}	f _{e3}	f _{e4}	f _{e5}	f _{e6}	f _{e7}	f _{e8}	f _{e9}	f _{e10}
19,5	24,6	25,1	25,2	41,0	66,0	80,4	87,0	88,6	124,8

Tabelle 4-3: Eigenfrequenzen aus dem Programm Sofistik [Hz]



Abbildung 4-22: grafische Darstellung der Eigenfrequenzen aus dem Programm Sofistik



Abbildung 4-23: Vergleich Schwingwege aus dem Programm Sofistik, sowie der vereinfachten Berechnung

Die erste Eigenfrequenz des Systems liegt bei der vereinfachten Berechnung bei 20,3 Hz und kann somit ausreichend genau abgeschätzt werden. Wie in Abbildung 4-23 ersichtlich sind auch die Schwingwege der händischen Berechnung ähnlich denen aus dem Programm Sofistik.

> In weitere Folge wird die Erregerfrequenz variiert, um zu untersuchen, ob die Verstärkungsfunktion der

vereinfachten Betrachtung auch am "realen" System verifiziert werden kann. Dafür werden am obersten Träger jeweils Sinuslasten mit einer Amplitude von 1 kN und verschiedenen Frequenzen f aufgebracht. In Tabelle 4-4 sind die Erregerfrequenzen und die zugehörigen Verstärkungsfaktoren aufgetragen. Als Basis dient wieder die statische Einsenkung des starr gelagerten Einfeldträgers mit eine 1 kN-Belastung in Feldmitte.

f [Hz]	2,0	4,0	8,0	12,0	16,0	19,0	19,5	20	22,5	25	27,5	30,0	40,0
V [-]	1,27	1,30	1,46	1,82	2,91	6,56	6,59	5,18	2,42	6,24	3,05	1,71	0,53

Tabelle 4-4: betrachtete Erregerfrequenzen [Hz] und zugehörige Verstärkungsfaktoren aus Sofistik



Abbildung 4-24: Vergleich der Vergrößerungsfunktionen (f₁ = 26,3 Hz)

Aus Abbildung 4-24 ist ersichtlich, dass bei hochfrequenter Abstimmung die Verstärkungsfunktion mit dem vereinfachten System sehr gut abgeschätzt werden kann. Im Bereich der gekoppelten Eigenfrequenzen wird die Bauwerksantwort stark überschätzt, was daran liegt, dass sich im realen System die Schwingungen der einzelnen Eigenformen überlagern und damit zum Teil reduzieren. Auch können mit der vereinfachten Betrachtung keine höheren Eigenfrequenzen betrachtet werden.

4.2.8 Variante 2-geschoßiger Bau



Ergebnisse Stütze:

 $m_{2,red} \cong 0,405 \text{L}\mu = 0,405 * 8 * 0,293 = 0,95 [t]$
$$k_{2,St \ddot{u}tzenkopf} = \frac{EA}{L} = \frac{1134000}{8} = 141750 \ [kN/m]$$

$$\omega_{II} = \sqrt{\frac{141750}{0.95}} = 386 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]; \quad f_I = 61.5 \ [Hz]$$

gekoppelte Eigenformen ZMS:

$$\omega_1 = 149 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]; \quad f_1 = 23,7 \text{ [Hz]}$$
$$\omega_2 = 428 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]; \quad f_2 = 68,1 \text{ [Hz]}$$





auf "1" skaliert

Aufgrund des größeren Abstandes der Stützeneigenfrequenz zur Trägereigenfrequenz ist der Einfluss auf die gekoppelten Eigenfrequenzen geringer.

Eigenfrequenz	λ _{i,1}	λ _{i,2}
f _{e1} = 23,7 Hz	1	0,18
f _{e2} = 68,1 Hz	-0,17	1

Tabelle 4-5: Eigenformen des Zweimassenschwingers

Ergebnisse Sofistik

In Abbildung 4-27 sind die wichtigsten Eigenfrequenzen aus dem Programm Sofistik dargestellt.



Abbildung 4-27: 2-geschoßig - grafische Darstellung der Eigenfrequenzen aus dem Programm Sofistik

In Tabelle 4-6 sind die Erregerfrequenzen und die zugehörigen Verstärkungsfaktoren für das Programm Sofistik aufgetragen. Als Basis dient wieder die statische Einsenkung des starr gelagerten Einfeldträgers mit einer 1 kN-Belastung in Feldmitte.



Abbildung 4-28: Vergleich Schwingwege aus dem Programm Sofistik sowie der vereinfachten Berechnung ZMS

f [Hz]	2,0	8,0	12,0	16,0	19,0	20	22,5	23,2	23,7	25	27,5	30,0	40,0
V [-]	1,20	1,22	1,58	2,14	3,23	3,96	8,70	9,59	8,66	6,38	3,34	1,89	0,58

Tabelle 4-6: betrachtete Erregerfrequenzen [Hz] und zugehörige Verstärkungsfaktoren aus Sofistik



Vergrößerungsfunktion des oberen Schwingwegs bezogen auf die Einsenkung der entkoppelten Masse m₁

Fazit zweigeschossiger Rahmen:

Die gekoppelten Eigenfrequenzen können mit der händischen Berechnung sehr gut abgeschätzt werden. Auch die Verstärkungsfunktion stimmt über einen weiten Bereich sehr gut mit der Lösung aus dem Programm Sofistik überein. Bei beiden Berechnungsvarianten ist der Einfluss der Stütze auf die gekoppelten Eigenfrequenzen gering, da der Abstand der Einzeleigenfrequenzen sehr groß ist. Auffallend ist weiters, dass bei der händischen Berechnung im Bereich der ersten Eigenfrequenz eine Überhöhung auftritt, die größer als der in der Literatur genannte Verstärkungsfaktor von V_{0,05} = 10 ist.

Abbildung 4-29: Vergleich der Vergrößerungsfunktionen 2-geschoßiger Bau (f_I = 26,3Hz)



4.2.9 Variante 8-geschoßiger Bau

Es wird ein 8-geschoßiger Bau betrachtet, die Stockwerkshöhe beträgt wieder 4 m, der Stützenabstand 5 m. Die Querschnittswerte, die Belastungen sowie die Dämpfungszahlen sind dem ersten Beispiel zu entnehmen. Es werden die ersten 30 Eigenfrequenzen in der modalen Berechnung berücksichtigt. In weitere Folge sind nur noch die Ergebnisse dargestellt.

Ergebnisse Träger (wie 4-geschoßig)

$$m_{1,red} = 0.5 * 0.4 * 5 = 1.0 [t]$$

$$k_{1,Feldmitte} = \frac{48 * 70860}{5^3} = 27210 \ [kN/m]$$

$$\omega_I = \sqrt{\frac{27210}{1,0}} = 165 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]; \quad f_I = 26,3 \ [Hz]$$

Ergebnisse Stütze:

$$m_{2,red} \cong 0,405 L\mu = 0,405 * 8 * 4 * 0,293 = 3,80 [t]$$

$$k_{2,St \ddot{u}tzenkopf} = \frac{EA}{L} = \frac{1134000}{32} = 35438 [kN/m]$$

$$\omega_{II} = \sqrt{\frac{35438}{3,8}} = 96,6 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]; \quad f_I = 15,4 \ [Hz]$$

gekoppelte Eigenformen ZMS:

$$\omega_1 = 83 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]; \quad f_1 = 13,2 \text{ [Hz]}$$
$$\omega_2 = 192 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]; \quad f_2 = 30,5 \text{ [Hz]}$$

Eigenformen auf $\lambda_{i,max}$ = "1" skaliert

Abbildung 4-30: Eigenformen des ZMS, auf "1" skaliert

Im vorliegenden Fall sinkt die Stützeneigenfrequenz und die Trägereigenfrequenz steigt.

Eigenfrequenz	λ _{i,1}	λ _{i,2}
f _{e1} = 13,2 Hz	1	0,75
f _{e2} = 30,5 Hz	1	-0,35

Tabelle 4-7: Eigenformen des Zweimassenschwingers

Ergebnisse Sofistik

In Abbildung 4-27 sind die wichtigsten Eigenfrequenzen aus dem Programm Sofistik dargestellt:



Abbildung 4-31: 8-geschoßig - grafische Darstellung der Eigenfrequenzen aus dem Programm Sofistik

In Tabelle 4-6 sind die Erregerfrequenzen und die zugehörigen Verstärkungsfaktoren für das Programm Sofistik aufgetragen. Als Basis dient wieder die statische Einsenkung des starr gelagerten Einfeldträgers mit einer 1 kN-Belastung in Feldmitte.



Abbildung 4-32: Vergleich Schwingwege aus dem Programm Sofistik, sowie der vereinfachten Berechnung ZMS

f [Hz]	2,0	8,0	12,0	13,1	14,5	16	20	22,5	25	27,5	30,0	40,0	52
V [-]	1,49	1,90	4,13	5,56	1,15	0,73	2,51	5,03	6,32	3,02	1,66	0,46	0,44

Tabelle 4-8: betrachtete Erregerfrequenzen [Hz] und zugehörige Verstärkungsfaktoren aus Sofistik





Abbildung 4-33: Vergleich der Vergrößerungsfunktionen 8-geschoßiger Bau (f₁ = 26,3 Hz)

Fazit:

Die vereinfachte Betrachtung kann die erste Eigenfrequenz sehr gut abschätzen, liefert jedoch keine zufriedenstellenden Ergebnisse in Bezug auf die Verstärkungsfaktoren und die zweite Eigenfrequenz. Die Gründe dafür müssen noch genauer untersucht werden. Die mit dem Programm Sofistik ermittelten Eigenfrequenzen im Bereich von 22-25 Hz können mit der vereinfachten Ermittlung ebenfalls nicht wiedergegeben werden.

4.2.10 Fazit

- Die Abschätzung der ersten Eigenfrequenz gelingt gut.
- Ist die alleinige Eigenfrequenz der Stütze um einiges größer als die Trägereigenfrequenz, kann mit diesem System die Antwort des oberen Trägers sehr gut berechnet werden.
- Die vereinfachte Berechnung eignet sich vor allem für hoch abgestimmte Systeme
- Hier rührt der Einfluss der Stütze auf die Vertikalschwingungen aus zwei Effekten:
 - Die gekoppelte Eigenfrequenz des elastischen auf der Stütze gelagerten Trägers sinkt und verschiebt sich hiermit in Richtung der Erregerfrequenz.
 - \circ Im Vergleich zum starr gelagerten Träger beginnt die Kurve der Vergrößerungsfunktion bei $\beta = 0$ (statische Belastung) bei einem Wert > 1,0 und liegt in weiterer Folge für hoch abgestimmte Systeme immer über der Kurve des starr gelagerten Trägers.

4.3 Fußpunkterregung eines Stockwerksbaus mit Weißen Rauschen

4.3.1 Grundlagen



Abbildung 4-34: System und Eigenformen Fußpunktanregung viergeschoßiger Bau

Es wird der 4-stöckige Stahlbau aus Kapitel 4.2 an den Auflagern durch eine Fußpunktbeschleunigung erregt. Der Beschleunigungsverlauf ist ein Weißes Rauschen. Die Dämpfung beträgt 5 %. In Abbildung 4-34 sind das System sowie die Eigenformen für die erste und die 6. Eigenfrequenz dargestellt. Nach Aussage von Hrn. Prof. Flesch normiert Sofistik die Eigenformen so, dass die Generalisierte Masse M* gleich 1 ist. Die fiktiven Verschiebungen werden jedoch in verzerrten mm angegeben. Für händische Vergleichsrechnungen müssen die Werte durch den Faktor 1000 dividiert werden.

Für das Weiße Rauschen werden Sinusse mit fixen Frequenzabständen überlagert. Die Besonderheit des Weißen Rauschens liegt darin, dass der Frequenzinhalt des Signals über den gesamten Frequenzbereich gleich ist.

$$a(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i * \sin(\omega_i * t - \varphi_i)$$
 4-1

Die Phasenverschiebung ϕ_i wird für jeden Sinus durch eine Zufallszahl festgelegt. Der Sinus mit der tiefsten Frequenz ergibt sich aus dem Quotienten der Anzahl der Samples pro Sekunde und der Gesamtanzahl, d.h. der erste Sinus hat als Periode die Signallänge. Alle weiteren

Sinusse haben eine Frequenz, die einem ganzzahligen Vielfachen der ersten Frequenz entspricht:

$$f_1 = \frac{Samples/Sekunde}{Gesamtanzahl der Samples}$$
; $f_i = i * f_1[Hz]$ 4-2

Für die Fast-Fourier-Transformation (FFT) wird nach [6] immer eine Filelänge mit 2ⁿ Samples benötigt, sind weniger oder mehr vorhanden, wird das Signal entweder abgeschnitten oder die fehlenden Stellen mit Nullen aufgefüllt. Im vorliegenden Fall liegt die Anzahl der Samples bei 2^11 = 2048, die der Samples pro Sekunde bei 800. Es werden die ersten 256 Sinusse überlagert. Die Werte sind in Tabelle 4-9 dargestellt, der Schwingbeschleunigungszeitverlauf, das Amplituden- und Terzbandspektrum des Erregungssignals in Abbildung 4-35.

Gesamtanzahl	samples /s	Signallänge	a _i	f ₁ [Hz]	i _{max}	f _{i=256} =
Samples		[s]	[mm/s²]			f _{i,max} [Hz]
2048	800	2,56	1,0	0,391	256	100



Tabelle 4-9: Eingangsparameter für das weiße Rauschen



Die Auswertung der Zeitverlaufssignale und Berechnung der Spektren erfolgt mit dem Programm View 2002.



4.3.2 Ergebnisse Berechnung Sofistik

In Abbildung 4-36 sind die Antworten der Schwingbeschleunigungen aus dem Programm Sofistik und die zugehörigen Amplitudenspektren für alle Geschoße jeweils bei der Verbindungen von Träger zu Stütze dargestellt. Die maximalen Schwingbeschleunigungen und RMS-Werte sind in Tabelle 4-10 angeführt.



Abbildung 4-36: berechnete Schwingbeschleunigungsverläufe und zugehörige Amplitudenspektren in vertikaler Richtung auf der Stütze (von oben nach unten: OG4, OG3, OG2, OG1)

	Fußpunkterregung	ST_OG1	ST_OG2	ST_OG3	ST_OG4
max a [mm/s ²]	43,5	44,3	62,3	76,9	83,1
RMS [mm/s²]	11,3	12,3	18,3	23,4	25,7

Tabelle 4-10: Ergebnisse der maximalen Schwingbeschleunigungen an den Stützenköpfen und der Fußpunkterregung

In Abbildung 4-37 sind die Antworten der Schwingbeschleunigungen und die zugehörigen Amplitudenspektren für alle Geschoße jeweils in Trägermitte dargestellt. Die maximalen Schwingbeschleunigungen und RMS-Werte sind in Tabelle 4-11 angeführt. Es ist deutlich ersichtlich, dass im unteren Geschoß noch die entkoppelte Trägereigenfrequenz von ca. 25 Hz dominant ist und in den oberen Geschoßen die gekoppelte Eigenfrequenz von ca. 19 Hz.



Abbildung 4-37: berechnete Schwingbeschleunigungsverläufe und zugehörige Amplitudenspektren in vertikaler Richtung in Trägermitte (von oben nach unten: OG4, OG3, OG2, OG1)

	Fußpunkterregung	TR_OG1	TR_OG2	TR_OG3	TR_OG4
max a [mm/s ²]	43,5	71,4	67,4	84,8	95,8
RMS [mm/s ²]	11,3	21,1	23,3	28,7	32,3

Tabelle 4-11: Ergebnisse der maximalen Schwingbeschleunigungen in Trägermitte und der Fußpunkterregung

In Abbildung 4-38 sind die Verstärkungsfaktoren der Terzbandspektren dargestellt. Hierzu werden die Terzbandspektren auf den Stützen und Trägermitten durch jenes der Erregung dividiert. Folglich muss der Verstärkungsfaktor für die Erregung in allen Spektren 1 ergeben, da er durch sich selbst dividiert wird.



Abbildung 4-38: Verstärkungsfaktoren der einzelnen Terzbänder für die Stützenköpfe und die Trägermitten.

In Tabelle 4-12 sind für die relevanten Eigenfrequenzen fe₁ und fe₆ die Verschiebungen der Eigenformen aus dem Programm Sofistik für den Stützenkopf und die Trägermitte im OG4 angegeben. Die Eigenformen sind in Abbildung 4-34 ersichtlich. In der letzten Spalte ist das Verhältnis der Beträge der Verschiebungen angegeben.

Figenfrequenz	Verschiebung Eigenform					
Ligennequenz	Träger OG4	Stütze OG4	Verhältnis Beträge			
fe ₁ = 19,5 Hz	579	206	2,81			
fe ₆ = 66,0 Hz	-403	733	0,55			

Tabelle 4-12: Vergleich der Beträge der Verschiebung der Eigenformen von Stützenkopf zu Trägermitte OG4

In Tabelle 4-13 sind für das 20- und 63Hz – Terzband die Verstärkungsfaktoren angegeben, die aus den Terzbändern berechnet werden. In der letzten Spalte ist das Verhältnis der Verstärkungsfaktoren angegeben.

Terzbandsnektrum		Verstärkungsfaktor	
Terzbanuspektrum	Träger OG4	Stütze OG4	Verhältnis Beträge
20 Hz	10,6	3,81	2,78
63 Hz	2,51	4,57	0,55

Tabelle 4-13: Vergleich der Verstärkungsfaktoren von Stützenkopf zu Trägermitte OG4

Wie aus Tabelle 4-13 ersichtlich, liegt der Verstärkungsfaktor für das 20Hz - Terzband und für den oberen Träger bei dem Faktor 10,6 und entspricht so ca. dem eines Einmassenschwingers für 5 % kritische Dämpfung. Wie aus Tabelle 4-12 ersichtlich, ist bei der ersten Eigenformfigur (fe₁ = 19,5 Hz) die fiktive Verformung am Stützenkopf um den Faktor 2,8 geringer als in Trägermitte. Gleich diesem Verhältnis ist auch der Verstärkungsfaktor auf der obersten Stütze um den Faktor 2,8 geringer als in Trägermitte. Hier kann somit eine Korrelation zwischen der Eigenform und den Verstärkungsfaktoren hergestellt werden.

4.4 Variante Fußpunkterregung eines 2-geschoßigen Stahlbaus mit Weißem Rauschen



Abbildung 4-39: Eigenformen zweigeschoßiger Bau

Es wird der 2-stöckige Stahlbau aus Kapitel 4.2 an den Auflagern durch eine Fußpunktbeschleunigung erregt. Die Berechnung erfolgt mit dem Programm Sofistik. Der Beschleunigungsverlauf ist ein Weißes Rauschen. Die Dämpfung beträgt 5 %. In Abbildung 4-39 sind die Eigenformen für die erste und die 5. Eigenfrequenz dargestellt. Da die 5. Eigenfrequenz mit 99,3 Hz nahe der maximalen Frequenz des Weißen Rauschens aus Kapitel 4.3 liegt, wird hier ein Weißes Rauschen berücksichtigt, dessen maximale Frequenz bis 150 Hz geht. Die Parameter sind in Tabelle 4-14 angegeben, das Signal mit zugehörigem Terzbandspektrum in Abbildung 4-40 dargestellt.

Gesamtanzahl	samples /s	Signallänge	a _i	f ₁ [Hz]	i _{max}	$f_{384} = f_{max}$
Samples		[s]	[mm/s²]			[Hz]
2048	800	2,56	1,0	0,391	256	150

Tabelle 4-14: Eingangsparameter für das Weiße Rauschen bis 150 Hz

Die weitere Auswertung erfolgt analog jener in Kapitel 4.3.



Abbildung 4-40: Beschleunigungszeitverlauf und Terzbandspektrum des Fußpunkterregungssignals White Noise (bis 150 Hz)

In Abbildung 4-41 sind die Antworten der Schwingbeschleunigungen und die zugehörigen Amplitudenspektren jeweils an der Verbindung zwischen Stütze und Träger dargestellt. Die fünfte Eigenfrequenz des Systems tritt bei der Stütze stärker hervor als die erste.



Abbildung 4-41: berechnete Schwingbeschleunigungsverläufe und zugehörige Amplitudenspektren in vertikaler Richtung auf der Stütze (von oben nach unten: OG2, OG1)

In Abbildung 4-42 sind die Antworten der Schwingbeschleunigungen und die zugehörigen Amplitudenspektren in Trägermitte dargestellt. Im unteren Geschoß ist die entkoppelte Eigenfrequenz des Trägers, im Gegensatz zum 4-stöckigen Gebäude, nicht sichtbar. Hier tritt nur die gekoppelte Eigenfrequenz von ca. 23 Hz auf, die stärker als die fünfte Eigenfrequenz schwingt.



Abbildung 4-42: berechnete Schwingbeschleunigungsverläufe und zugehörige Amplitudenspektren in vertikaler Richtung in Trägermitte (von oben nach unten: OG2, OG1)



In Abbildung 4-43 sind die Verstärkungsfaktoren der Terzbandspektren dargestellt.

In Tabelle 4-15 sind für die relevanten Eigenfrequenzen fe₁ und fe₅ die Verschiebungen der Eigenformen aus dem Programm Sofistik für den Stützenkopf und die Trägermitte im OG2 angegeben. Die Eigenformen sind in Abbildung 4-39 ersichtlich. In der letzten Spalte ist das Verhältnis der Beträge der Verschiebungen angegeben.

Figenfrequenz	Verschiebung Eigenform					
Ligennequenz	Träger OG2	Stütze OG2	Verhältnis Beträge			
fe1 = 23,2 Hz	817	112	7,3			
fe ₅ = 99,3 Hz	-495	940	0,53			

Tabelle 4-15: Vergleich der Beträge der Verschiebung der Eigenformen von Stützenkopf zu Trägermitte im OG2

Abbildung 4-43: Verstärkungsfaktoren der einzelnen Terzbänder für die Stützenköpfe und die Trägermitten.

In Tabelle 4-16 sind für das 25- und 100Hz – Terzband die Verstärkungsfaktoren angegeben, die aus den Terzbändern berechnet werden. In der letzten Spalte ist das Verhältnis der Verstärkungsfaktoren angegeben.

Torzbandsnoktrum	Verstärkungsfaktor					
Terzbandspektrum	Träger OG2	Stütze OG2	Verhältnis Beträge			
25 Hz	8,8	1,34	6,8			
100 Hz	3,1	5,9	0,53			

Tabelle 4-16: Vergleich der Verstärkungsfaktoren von Stützenkopf zu Trägermitte im OG2

Es kann auch am 2-geschoßigen Bau nachgewiesen werden, dass die Eigenformen mit den Verhältnissen der Verstärkungsfaktoren korrelieren.

4.5 Variante Fußpunkterregung eines 6-geschoßigen Stahlbaus mit Weißem Rauschen

4.5.1 Ergebnisse Eigenfrequenzberechnung



Abbildung 4-44 Eigenformen der obersten 2 Geschoße des 6-geschoßiger Bau

Es wird ein 6-stöckiger Stahlbau an den Auflagern durch eine Fußpunktbeschleunigung erregt. Die Systemabmessungen, Querschnitte und Massenbelegungen sind gleich dem 2- und 4stöckigen Stahlbau. Die Berechnung erfolgt mit dem Programm Sofistik. Der Beschleunigungsverlauf ist ein Weißes Rauschen. Die Parameter sind in Tabelle 4-14 angegeben, das Signal mit zugehörigem Terzbandspektrum in Abbildung 4-40 dargestellt. Die Dämpfung beträgt 5 %. In Abbildung 4-44 sind die Eigenformen der obersten 2 Geschoße für die maßgebliche erste und die 8. Eigenfrequenz dargestellt. In Abbildung 4-45 sind die Antworten der Schwingbeschleunigungen und die zugehörigen Amplitudenspektren für das OG1und OG6 jeweils an der Verbindung zwischen Stütze und Träger dargestellt. In den unteren Geschoßen tritt noch eine entkoppelte Trägereigenfrequenz bei ca. 23 Hz auf, in den oberen Geschoßen nur mehr die gekoppelte von ca. 15,6 Hz.



Abbildung 4-45: berechnete Schwingbeschleunigungsverläufe und zugehörige Amplitudenspektren in vertikaler Richtung auf der Stütze (von oben nach unten: OG6, OG1)

In Abbildung 4-46 sind die Antworten der Schwingbeschleunigungen und die zugehörigen Amplitudenspektren in Trägermitte dargestellt. Im OG1 ist die entkoppelte Eigenfrequenz des Trägers sehr stark ausgeprägt, im OG6 ist die gekoppelte Eigenfrequenz dominant.



Abbildung 4-46: berechnete Schwingbeschleunigungsverläufe und zugehörige Amplitudenspektren in vertikaler Richtung in Trägermitte (von oben nach unten: OG6, OG1)

In Abbildung 4-47 sind die Verstärkungsfaktoren der Terzbandspektren dargestellt. Es ist wieder ersichtlich, dass in Trägermitte im OG1 und OG2 die entkoppelte Trägereigenfrequenz dominant ist, während in den oberen Geschoßen die gekoppelte Eigenfrequenz heraussticht. Weiters ist ersichtlich, dass die Verstärkung vom Stützenkopf zur Trägermitte im 16Hz – Terzband geringer ist als bei den vorangegangenen Beispielen mit weniger Stockwerken.



Abbildung 4-47: Verstärkungsfaktoren der einzelnen Terzbänder für die Stützenköpfe und die Trägermitten.

In Tabelle 4-17 sind für die relevanten Eigenfrequenzen fe₁ und fe₈ die Verschiebungen der Eigenformen aus dem Programm Sofistik für den Stützenkopf und die Trägermitte im OG8 angegeben. Die Eigenformen sind in Abbildung 4-44 ersichtlich. In der letzten Spalte ist das Verhältnis der Beträge der Verschiebungen angegeben.

Eigenfrequenz	Verschiebung Eigenform			
	Träger OG6	Stütze OG6	Verhältnis Beträge	
fe ₁ = 15,9 Hz	445	246	1,81	
fe ₈ = 55,7 Hz	-377	586	0,64	

Tabelle 4-17: Vergleich der Beträge der Verschiebung der Eigenformen von Stützenkopf zu Trägermitte im OG6

In Tabelle 4-16 sind für das 16-, 50- und 63Hz - Terzband die Verstärkungsfaktoren angegeben, die aus den Terzbändern berechnet werden. In der letzten Spalte ist das Verhältnis der Verstärkungsfaktoren angegeben.

Terzbandspektrum	Verstärkungsfaktor		
	Träger OG6	Stütze OG6	Verhältnis Beträge
16 Hz	9,8	5,5	1,78
50 Hz	1,56	2,30	0,67
63 Hz	1,28	2,16	0,59

Tabelle 4-18: Vergleich der Verstärkungsfaktoren von Stützenkopf zu Trägermitte im OG6

Auch beim 6 - geschoßigen Bau korrelieren die Eigenformen mit den Verstärkungsfaktoren.

5 Untersuchung anhand von in situ - Erschütterungsmessungen

5.1 verwendetes Messgerät

Für die Erschütterungsmessungen wurde das Messgerät MR 2002 und MR3000 von SYSCOM verwendet. Die wichtigsten Kenndaten finden sich in Tabelle 5-1

Aufnehmer:	Triaxialer Schwinggeschwindigkeitsaufnehmer (Geophon)	
Abtastfrequenz:	800 Messwerte pro Sekunde	
Frequenz:	1/315 Hz	
Amplitude:	0.003 bis 100 mm/s	



Tabelle 5-1 Kenndaten des Messgerätes MR 2002 und MR3000 von SYSCOM

Abbildung 5-1 Messgerät MR 2002 von SYSCOM mit Schwinggeschwindigkeitssensor MS 2003

5.2 verwendetes Fallgewicht



Abbildung 5-2: Fallgewicht aufgestellt auf einer Impedanzplatte (Quelle: tappauf.consultants)

Mit dem nachfolgend beschriebenen Fallgewicht kann nahe des Gebäudes ein Impuls erzeugt werden, der in das Gebäude weitergeleitet wird. Das Gerät hebt eine Metall-Masse von 26 kg auf eine Höhe von ca. 1,0 m und lässt es dann im freien Fall auf den Boden hinunter. Es werden immer 3 Impulse hintereinander durchgeführt, der zeitliche Abstand dazwischen beträgt ca. 15 Sekunden. Da die Metallmasse auf der Oberfläche Schäden hinterlassen würde, wird das Gewicht auf eine lastverteilende Unterlage fallen gelassen. Bei der im

Rahmen dieser Masterarbeit behandelten Messung war dies eine Schaltafel aus Holz. Die Theorie dahinter ist, dass ein idealer Dirac-Impuls (Dauer des Impulses ist infinitesimal kurz) ein unendlich weites Frequenzspektrum besitzt und dadurch das Gebäude in allen Frequenzen anregt. Die Vergleiche zwischen Zug- und Fallgewichterregung sind in Kapitel 5.4 dargestellt.

5.3 19-stöckiges Stahlbetongebäude

5.3.1 Ausgangslage

In einem 19-stöckigen Stahlbetongebäude wurde mit zwei Messgeräten eine Probemessung durchgeführt um festzustellen, ob dieses Gebäude für eine exakte messtechnische Erfassung geeignet ist. Die Entscheidung zu einer Probemessung fiel, da im Rahmen meiner Tätigkeit im Büro tappauf.consultants bei manchen Objekten festgestellt wurde, dass das Hintergrundrauschen ähnlich stark ist wie die Erregung durch die Zugsvorbeifahrt. Die Methode mit dem Vergleich der Terzbänder funktioniert jedoch nur, wenn die Erregung durch den Zug deutlich hervortritt.

Die ersten 5 Geschoße sind in der Geometrie unterschiedlich, die letzten 15 Stockwerke können als Regelgeschoße betrachtet werden. Die Gesamthöhe beträgt ca. 72 m über Boden. In der Mitte des Gebäudes befindet sich ein Stahlbetonkern, an den Außenseiten sind Stützen angeordnet. Das Hauptgebäude ist an der nächsten Stelle 35 m vom ersten Gleis entfernt. Die vorbeifahrenden Züge befahren hauptsächlich die mittleren von insgesamt 8 Gleisen.

Aufgrund von Vorgaben des Gebäudeeigners müssen die Angaben zu diesem Gebäude anonymisiert werden, es dürfen daher keine Fotos oder Luftbilder in dieser Masterarbeit veröffentlicht werden.

5.3.2 Durchführung der Messung

Die Messung erfolgte an zwei Punkten jeweils nahe beim Kern. Ein Messpunkt wurde im Kellergeschoß installiert, ein zweiter gleichzeitig im 19. OG. Die Triggerung erfolgte mittels eines Fernwartungsmoduls. Es wurden insgesamt 16 Züge aufgezeichnet, wovon 8 Vorbeifahrten genauer ausgewertet werden. Bei diesen handelt es sich um 2 Cityjets, 2 Railjets, 2 Güterzüge und jeweils eine Lok und einen Personenzug. Für die Berechnung des Terzbandes wird das aufgezeichnete File, welches meist länger dauert als die Zugvorbeifahrt, auf die tatsächliche Dauer der Erregung durch die Eisenbahn gezoomt. Im vorliegenden Fall hebt sich die Zugsvorbeifahrt im Untergeschoß nicht sehr deutlich vom Hintergrundrauschen ab, im OG19 ist sie zum Teil gar nicht mehr zu erkennen. Dies zeigt, dass die Erregung durch die Eisenbahn in diesem Gebäude zu gering ist und dadurch die Methode mit der Division der Terzbänder hier nicht gut funktioniert. Auf eine ausgeweitete messtechnische Erfassung wurde daher verzichtet.

Es erfolgt trotzdem eine Auswertung durch Division der Terzbänder, um zu sehen, ob dennoch eine Aussage getroffen werden kann. Dafür werden die Zeitverläufe der Zugsvorbeifahrten im Untergeschoß mit den zeitgleich aufgezeichneten Schwinggeschwindigkeitsverläufen im OG19 verglichen. Dies ist möglich, da die Messgeräte vor der Messung zeitlich synchronisiert wurden.

5.3.3 Messergebnisse im UG

Repräsentativ sind Zeitverläufe der Schwinggeschwindigkeit im Untergeschoß für 2 Zugsvorbeifahrten dargestellt. Der erste Zeitverlauf in Abbildung 5-3 zeigt einen Cityjet, der zweite in Abbildung 5-4 einen Railjet. Beispielhaft sei noch beschrieben, wie die Zeitverlaufssignale für die Berechnung der Terzbänder gezoomt werden: Der Cityjet wird von Sekunde 20 - 35 und der Railjet von Sekunde 32 - 48 gezoomt.



Abbildung 5-3: Gesamter aufgezeichneter Schwinggeschwindigkeitsverlauf eines Cityjets im UG



Abbildung 5-4: Gesamter aufgezeichneter Schwinggeschwindigkeitsverlauf eines Railjets im UG

Für alle 8 gezoomten Zugsvorbeifahrten ist das Terzbandspektrum in Abbildung 5-5 dargestellt. Es ist sehr schön ersichtlich, dass die Güterzüge im niederen Frequenzbereich eine erhöhte Anregung erzeugen. Die Ausreißer des Cityjets und der Lok im 12Hz- und 16Hz-Terzband können nicht genau eruiert werden, eventuell sind sie auf interne Störungen zurückzuführen.



Abbildung 5-5: Terzbandspektrum von allen Zugsvorbeifahrten im UG

5.3.4 Messergebnisse im OG19

Es werden wieder repräsentativ die 2 gleichen Zugsvorbeifahrten wie im Untergeschoß dargestellt. Abbildung 5-6 und Abbildung 5-7 zeigen sehr deutlich, dass die Zugsvorbeifahrten nicht mehr aus dem Hintergrundrauschen hervortreten.



Abbildung 5-6: Gesamter aufgezeichneter Schwinggeschwindigkeitsverlauf eines Cityjets im OG19



Abbildung 5-7: Gesamter aufgezeichneter Schwinggeschwindigkeitsverlauf eines Cityjets im OG19

Die Auswertung der Terzbänder im OG19 erfolgt zur selben Zeit als die Auswertung im UG. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5-8 dargestellt. Im Frequenzbereich bis 32 Hz verlaufen die Terzbänder qualitativ ähnlich mit jenem im UG, es sticht die starke Überhöhung im 40Hz-Terzband hervor.



Abbildung 5-8: Terzbandspektrum von allen Zugsvorbeifahrten im OG19

5.3.5 gemessene Verstärkungsfaktoren

Abbildung 5-9 und Abbildung 5-10 zeigen die Verstärkungsfaktoren der Terzbänder vom UG zum OG19. Hierfür wird das Terzband vom OG19 durch jenes vom UG dividiert.



Abbildung 5-9: Terzband mit Verstärkungsfaktor OG19 zu UG



Abbildung 5-10: Terzband mit Verstärkungsfaktor OG19 zu UG, gezoomt von 1 Hz- bis 32 Hz

Die Abbildungen zeigen, dass eine große Verstärkung im 40- 50Hz-Terzband auftritt. Weiters tritt eine leichte Verstärkung im 10-12Hz-Terzband und im niederen Frequenzbereich auf. Dass die Erhöhungen bis 3,2 Hz auch in den horizontalen Richtungen auftreten, legt die Vermutung nahe, dass es sich hierbei um horizontale Kipp- oder Torsionseigenfrequenzen handelt. Für eine genauere Beurteilung wären genauere Verifizierungen mittels Messungen oder eines Rechenmodells notwendig. Da eine vertikale Eigenfrequenz von ca. 40 Hz bei einem 19-stöckigen Gebäude sehr hoch erscheint, erfolgt im Kapitel 5.3.5.1 eine händische Abschätzung der ersten Eigenfrequenz des Kerns.

5.3.5.1 händische Abschätzung Eigenfrequenz Kern

Aus den Plänen können folgende Parameter des Kerns abgelesen werden:

٠	Fläche des Stahlbetonkerns:	A _{Kern} = 14,2 m ²
•	Höhe des Kerns:	H _{Kern} = 77 m ²
•	Linienmasse inkl. Anteil Decken:	μ = 84 t/m

Mit der Formel 3-54 kann damit die erste Eigenfrequenz berechnet werden:

$$f_{i=1} = \frac{\pi}{2\pi 2L} \sqrt{\frac{EA}{\mu}} = \frac{1}{4 \times 77} \sqrt{\frac{4,2 \times 10^7 \times 14,2}{84}} = 8,7 \text{ Hz}$$

5.3.5.2 händische Abschätzung Eigenfrequenz Decke im Kerrnbereich

Im Kernbereich spannt sie die Decke nur einseitig über die Breite des Gangs. Aus den Plänen können die Parameter ausgelesen werden:

- Dicke der Decke: h_{Decke} = 0,30 m
- Stützweite im Kern: L = 1,7 m
- Ausbaulast: $\mu_{Ausbau} = 100 \text{ kg/m}^2$

Die erste Eigenfrequenz wird nach Formel 3-42 berechnet für einen 1 m – breiten Streifen:

$$I_{voll} = \frac{1,0*0,30^3}{12} = 2,25*10^{-3} m^4 \qquad E = 4,2 \times 10^7 \ kN/m^2$$
$$\mu = 2,5 \frac{t}{m^3} * 0,30 \ m * 1,0 \ m + 0,1 \frac{t}{m^2} * 1,0m = 0,75 \frac{t}{m} + 0,1 \frac{t}{m} = 0,85 \frac{t}{m}$$
$$f_{1,voll,25} = \frac{\pi^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} = \frac{\pi}{2*1,7^2} \sqrt{\frac{4,2*10^7*2,25*10^{-3}}{0,85}} = 181 \ Hz$$

5.3.6 Fazit - Zusammenfassung

Aufgrund des starken Hintergrundrauschens und der schwachen Erregung durch die Zugvorbeifahrt kann mit den Terzbändern der Verstärkungsfunktionen keine Aussage getroffen werden, in welcher Größe sich die Schwingungen in den einzelnen Bändern erhöhen. Die händische Abschätzung der Eigenfrequenz auf ca. 8,7 Hz legt nahe, dass es sich bei der gemessenen Verstärkung im 10Hz-Terzband um die erste Eigenfrequenz des Kerns handelt. Es kann keine Aussage getroffen werden, inwieweit die Verstärkung durch den Zug oder das Hintergrundrauschen beeinflusst wird. Bei der starken Erhöhung im 40Hz-Terzband handelt es sich vermutlich um interne Störungen, da die abgeschätzte Deckeneigenfrequenz in diesem Bereich viel zu hoch ist. Weiters zeigt es, dass eine einfache und sehr schnell durchzuführende händische Berechnung der Eigenfrequenz sehr gute Ergebnisse liefert und zur Verifikation der Messergebnisse auf jeden Fall durchgeführt werden sollte.

Wie man anhand dieses Beispiels gesehen hat, ist es auf jeden Fall empfehlenswert, vor Durchführung eines umfangreichen Messprogramms zu prüfen, ob die Erregung einer externen Quelle (hier Züge) ausreicht, um aus dem Hintergrundrauschen hervorzutreten.

Bei einer exakteren messtechnischen Erfassung dieses Gebäude wäre es sinnvoll, die Erregung mittels eines Schwingungsgenerators (z.B. MoSeS von AIT) zu erzeugen.



5.4 Styria Media Center - Graz

5.4.1 Ausgangslage

Beim Styria Media Center, in weiterer Folge SMC genannt, handelt es sich um einen 14-stöckigen Bau aus Stahlbeton am Gadollaplatz 1 in Graz. Der Bau liegt direkt der Messe gegenüber und dient der Styria Media Group als Hauptquartier. Das Gebäude arrangiert sich um einen nördlich gelegenen Kern, die Decken sind an den Rändern durch Stützen und einen umlaufenen Überzug gestützt. Vom UG bis zum OG2 variiert die Geometrie des Gebäudes, ab dem OG3 kann man von einem Regelgeschoß sprechen. Das Gebäude wurde ausgewählt, da es vor allem im südwestlichen Teil einen über mehreren Randstützen gehenden Bereich hat, der als Regelbereich angesehen werden kann. Ein weiteres Entscheidungskriterium war die östliche 10 m - Auskragung des Flügels ab dem dritten Geschoß. Abbildung 5-12 zeigt den Grundriss des Regelgeschoßes



Abbildung 5-11: Übersicht Styria Media Center und der untersuchten Querschnitte Quelle: <u>https://www.google.com/maps</u>



Abbildung 5-12: Regelgeschoß des SMC (Plan aus [26])

Als Erregung diente die in südwestlicher Richtung in ca. 30 m Abstand vorbeifahrende Ostbahn und in östlicher Richtung die in ca. 50 m Entfernung vorbeifahrende Straßenbahnlinie 4. Zusätzlich wurden an beiden Querschnitten Untersuchungen mit dem Fallgewicht durchgeführt

5.4.2 Durchführung der Messung

Die Messung erfolgte getrennt am Flügel und an der Regelstütze. Das SMC wurde an 2 Tagen mit jeweils 13 Messgeräten erfasst. Am ersten Tag wurden die Messpunkte mehrmals umgesetzt. Es wurde jeweils das unterste Geschoß sowie die Geschoße OG3, OG9 und OG13 untersucht. Das oberste Terrassengeschoß OG14 ist für die Messungen aufgrund eines Holzbelags nicht geeignet. Insgesamt wurden so pro Querschnitt 18 Messpunkte erfasst. An beiden Querschnitten wurde neben den Zugvorbeifahrten auch die Anregung durch den Fallgewicht-Impuls untersucht.

Die Messung wurde mittels Fernwartungsmodul und händischer Triggerung ausgelöst.

5.4.2.1 Querschnitt 1 - Flügel

Da im Bereich des Flügels keine Unterkellerung vorhanden ist, erfolgte die Messung am tiefsten zugänglichen Punkt, dem Erdgeschoß. In Abbildung 5-13 sind links die Messpunkte im Erdgeschoß und rechts jene in den Geschoßen OG3, OG9 und OG13 dargestellt. Die Messpunkte der Stützen liegen dabei direkt übereinander, in der Plandarstellung ist der EG-Plan nicht genordet. In den Obergeschoßen wurden die Messpunkte St_Nord, St_Süd und Deckenmitte mit Uniachs-Sensoren bestückt, hier wird nur die vertikale Z-Richtung aufgezeichnet. An allen anderen Messpunkten dieses Querschnitts wurden die Schwinggeschwindigkeiten in XYZ-Richtung aufgezeichnet.

Beim Querschnitt Flügel wurden im Messzeitraum insgesamt 21 Straßenbahnvorbeifahrten aufgezeichnet und 9-mal jeweils 3 Impulse mit dem Fallgewicht durchgeführt.



Abbildung 5-13: Messpunkte QS1 – Flügel (links: EG; rechts: OG3, OG9, OG13) Pläne aus [26]

<image>

In Abbildung 5-14 sind Fotos einiger Messpunkte für den QS-Flügel dargestellt.

Abbildung 5-14: Fotos einiger Messpunkte QS1-Flügel (von links nach rechts: St_Süd-EG; St_Mitte OG9; Flügel OG13)

5.4.2.2 Querschnitt 2 - Regelstütze

Im Bereich der Regelstütze ist das SMC unterkellert. Die tiefsten Messpunkte wurden daher im UG installiert. In Abbildung 5-15 sind links die Messpunkte im Untergeschoß und rechts jene in den Geschoßen OG3, OG9 und OG13 dargestellt. Die Messpunkte der Stützen und des Kerns liegen dabei direkt übereinander, in der Plandarstellung ist der UG-Plan nicht genordet. In den Obergeschoßen wurden die Messpunkte St_Ost, Decke 1 und Deckenmitte mit Uniachs-Sensoren bestückt, hier wird nur die vertikale Z-Richtung aufgezeichnet. An allen anderen Messpunkten dieses Querschnitts wurden die Schwinggeschwindigkeiten in XYZ-Richtung aufgezeichnet. Da in den Obergeschoßen beim Messpunkt Kern-Ost kein Empfang vorhanden war und somit die Messung nicht fernausgelöst werden konnte, wurde stattessen der MP Kern West bestückt.



Abbildung 5-15: Messpunkte QS2 – Regelstütze (links: UG; rechts: OG3, OG9, OG13) Pläne aus [26]

In Abbildung 5-16 sind Fotos einiger Messpunkte für den Querschnitt Regelstütze dargestellt.



Abbildung 5-16: Fotos einiger Messpunkte Querschnitt Regelstütze (von links nach rechts: St_Ost-UG; St_Ost und Decke1 OG9; St_West OG13)

Beim Querschnitt Regelstütze wurde an zwei verschiedenen Tagen gemessen. Am ersten Messtag wurden im UG, OG9 und OG13 drei Personenzüge und ein Güterzug messtechnisch erfasst sowie 6-mal jeweils 3 Impulse mit dem Fallgewicht aufgezeichnet. Am zweiten wurden im UG und OG3 7 Personenzüge und ein Güterzug messtechnisch erfasst, sowie 6-mal jeweils 3 Impulse mit dem Fallgewicht durchgeführt.

5.4.3 Messergebnisse QS1 - Flügel

5.4.3.1 repräsentative Zeitverläufe Erdgeschoß Stütze Mitte; QS1

Aus den repräsentativen vertikalen Schwinggeschwindigkeitszeitverläufen in Abbildung 5-17 und Abbildung 5-18, die im Erdgeschoß beim Messpunkt St_Mitte aufgezeichnet wurden, ist ersichtlich, dass die Straßenbahnen unterschiedlich stark aus dem Hintergrundrauschen hervortreten. Bei den weiteren Messpunkten im Erdgeschoß wurden ähnliche Zeitverläufe aufgezeichnet. In Abbildung 5-17 wird jener dargestellt, welcher am deutlichsten hervortritt. Dies ist abhängig vom Straßenbahntyp, dem Gleis, welches befahren wird und internen Störungen. In Abbildung 5-19 ist eine solche interne Störung dargestellt, welche nicht mit ausgewertet wird.

Für die Auswertung wird nicht aus dem gesamten aufgezeichneten Zeitverlaufssignal ein Amplitudenspektrum oder Terzband berechnet, sondern nur aus jenem Teil, in dem die Straßenbahnvorbeifahrt deutlich sichtbar ist. Für die Straßenbahnvorbeifahrt in Abbildung 5-17 wird beispielhaft das dargestellte Amplitudenspektrum von Sekunde 20 bis Sekunde 30 berechnet.

In Abbildung 5-20 ist ein Zeitverlauf für 3 Impulse des Fallgewichts dargestellt. Im Erdgeschoß treten diese noch stark aus dem Hintergrundrauschen hervor. Die Berechnung des

Amplitudenspektrums erfolgt hier ca. 0,2 Sekunden vor dem Impuls bis ca. 1,8 Sekunden nach dem Impuls, insgesamt 2 Sekunden.



Abbildung 5-17: Repräsentativer Zeitverlauf und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals in Z-Richtung für gut ersichtliche Straßenbahnen bei MP St_Mitte im EG – QS1 Flügel



Abbildung 5-18: Repräsentativer Zeitverlauf und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals in Z-Richtung für schlecht ersichtliche Straßenbahnen bei MP St_Mitte im EG – QS1 Flügel



Abbildung 5-19: Repräsentativer Zeitverlauf in Z-Richtung für eine Störung bei MP St_Mitte im EG – QS1 Flügel



Abbildung 5-20: Repräsentativer Zeitverlauf und zugehöriges Amplitudenspektrum eines Impulses in Z-Richtung für das Fallgewicht bei MP St_Mitte im EG – QS1 Flügel

5.4.3.2 zeitgleiche Zeitverläufe OG13 Stütze Mitte; QS1

In Abbildung 5-21 bis Abbildung 5-24 werden die zeitgleich aufgezeichneten Zeitverläufe und Amplitudenspektren (OG13-Stütze Mitte) zu jenen in Abbildung 5-17 bis Abbildung 5-20 (EG-Stütze Mitte) dargestellten gezeigt. Die unterschiedlichen Längen ergeben sich dadurch, dass die Messungen bei jedem Gerät händisch mittels Fernwartungsmodul gestartet wurden. Es ist ersichtlich, dass die Straßenbahnen nicht mehr oder nur sehr schwach aus dem Hintergrundrauschen hervortreten. Der Impuls durch das Fallgewicht ist im OG13 über der mittigen Stütze in Abbildung 5-24 gar nicht mehr zu erkennen. Um eine weitere Thematik aufzuzeigen, sind der Zeitverlauf und das Amplitudenspektrum für den Fallgewicht-Impuls auch in den horizontalen Richtungen dargestellt. Aus dieser Abbildung erkennt man, dass die Schwingungen in den horizontalen Richtungen höher und tieffrequenter sind als jene in vertikaler Richtung. Da die Kalibrierung des Sensors erst bei 1 Hz beginnt, sind Schwingungen mit Frequenzen unter diesem Wert mit großen Unsicherheiten behaftet.



Abbildung 5-21: zeitgleicher Zeitverlauf in Z-Richtung für im EG gut ersichtliche Straßenbahnen bei MP St_Mitte im OG13 – QS1 Flügel



Abbildung 5-22: zeitgleicher Zeitverlauf in Z-Richtung für im EG schlecht ersichtliche Straßenbahnen bei MP St_Mitte im OG13 – QS1 Flügel







Abbildung 5-24: zeitgleicher Zeitverlauf und zugehöriges Amplitudenspektrum für das Fallgewicht bei MP St_Mitte im OG13 – QS1 Flügel (von oben nach unten: X-Richtung horizontal, Y-Richtung horizontal, Z-Richtung vertikal)

5.4.3.3 zeitgleiche Zeitverläufe OG13 Flügel; QS1

In Abbildung 5-25 bis Abbildung 5-28 werden die zeitgleich aufgezeichneten Zeitverläufe (OG13-Flügel) zu jenen in Abbildung 5-17 bis Abbildung 5-20 (EG-Stütze Mitte) dargestellten gezeigt. Es ist ersichtlich, dass die Straßenbahn nicht mehr oder nur sehr schwach aus dem Hintergrundrauschen hervortritt. Das Fallgewicht ist im OG13 auf dem Flügel gar nicht mehr zu erkennen.



Abbildung 5-25: Zeitgleicher Zeitverlauf in Z-Richtung für im EG gut ersichtliche Straßenbahnen bei MP Flügel im OG13 – QS1 Flügel



Abbildung 5-26: Zeitgleicher Zeitverlauf in Z-Richtung für im EG schlecht ersichtliche Straßenbahnen bei MP Flügel im OG13 – QS1 Flügel







Abbildung 5-28: Zeitgleicher Zeitverlauf in Z-Richtung für das Fallgewicht bei MP Flügel im OG13 – QS1 Flügel

5.4.3.4 Terzbandspektren EG; QS1

Im Erdgeschoß wird für alle Straßenbahnvorbeifahrten, die als solche zu erkennen waren, ein Terzbandspektrum berechnet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5-29 dargestellt. Für das Fallgewicht werden keine Terzbandspektren ausgewertet. Man erkennt, dass bei allen 3 gemessenen Fußpunkten die hauptsächliche Anregung ca. im 32Hz-Terzband stattfindet. Damit liegt die hauptsächliche Anregungsfrequenz weit entfernt von der Eigenfrequenz des Kragarms, der nach Abbildung 5-24 und Abbildung 5-31 bei ca. 3 - 4 Hz. liegt.



Abbildung 5-29: vertikale Terzbänder der Straßenbahnvorbeifahrten im Erdgeschoß (von oben nach unten: St_Nord, St- Mitte, St_Süd)

5.4.3.5 Terzbandspektren OG13; QS1

In den oberen Geschoßen werden die Terzbänder ebenso berechnet und für drei Messpunkte im OG13 in Abbildung 5-30 dargestellt. Da die Straßenbahnvorbeifahrten nicht zu erkennen sind, werden die Zeitverläufe zur selben Zeit wie im Erdgeschoß ausgewertet. Dies ist aufgrund der Synchronisierung der Uhren in den Messgeräten möglich. Weiters ist in Abbildung 5-31 die Division der Terzbänder im OG13 durch jene im EG (Messpunkt St_Mitte) – die Verstärkungsfunktionen – dargestellt. Im vorliegenden Fall werden alle dargestellten Terzbänder des OG13 durch jene des Messpunkts EG – ST_Mitte dividiert. Über alle Verstärkungsfunktionen der Straßenbahnvorbeifahrten wird der Mittelwert (in Rot dargestellt) gebildet. Grobe Ausreißer werden nicht berücksichtigt.



Deckenmitte, Kragarm)

In den Verstärkungsfunktionen aus Abbildung 5-31 ist ersichtlich, dass der auskragende Flügel mit einer Frequenz von 3 - 4 Hz schwingt, die Deckeneigenfrequenz dürfte bei 10 Hz liegen. Die Stützeneigenfrequenz kann nicht eruiert werden. Es ist weiters ersichtlich, dass die Verstärkungsfunktion mit zunehmender Auskragung ansteigt. Da die Erregung durch die Straßenbahn hauptsächlich in einem anderen Frequenzband als die Verstärkungsfunktion liegt, kann keine Aussage getroffen werden, inwiefern die Erhöhung in den einzelnen Terzbändern durch die externe Quelle, das Hintergrundrauschen oder interne Störungen verursacht wird.

Verstärkung Vertikal St_Mitte-OG13



Abbildung 5-31: vertikale Verstärkungsfaktoren in den Terzbändern der Straßenbahnvorbeifahrten im OG13 (von oben nach unten: St_Mitte, Deckenmitte, Kragarm)

5.4.3.6 gemittelte Verstärkungsfunktionen QS1

In Abbildung 5-32 sind die gemittelten Verstärkungsfunktionen über alle Messpunkte und Geschoße bei Querschnitt 1 dargestellt.



Abbildung 5-32: gemittelte Verstärkungsfunktionen über alle Messpunkte und Geschoße bei QS1

5.4.4 Interpretation der Messergebnisse; QS1- Flügel

Die Erregung durch die Straßenbahn ist hier nicht ausreichend, um aus dem Hintergrundrauschen hervorzutreten und vernünftige Verstärkungsfunktionen für das Gebäude zu finden. Ein Grund ist, dass die Erregung hauptsächlich in einem anderen Terzband liegt als die Eigenfrequenz des Flügels und der Decke. Eine weitere Ursache liegt darin, dass die Straßenbahn zu weit entfernt fährt und so viele Schwingungen schon im Boden gedämpft werden, bevor sie im Gebäude ankommen.

Es wird in den Terzbändern eine Mischung aus Erregung durch die Straßenbahn, Hintergrundrauschen und internen Störungen verglichen, was keine Aussagen über die tatsächlich vorhandenen Verstärkungsfunktionen zulässt. Ein weiteres Indiz für diese These ist, dass die einzelnen Kurven sehr stark streuen. Bei Projekten, in denen das Signal viel stärker hervortritt, streuen die Verstärkungsfunktionen tendenziell weniger. Die Eigenfrequenz kann sehr wohl herausgelesen werden und liegt bei der gekoppelten von Flügel und Stütze um die 3 - 4 Hz, jene der Decke bei 10 Hz. Weiters kann eine weitere Eigenfrequenz der südlichen und nördlichen Stütze im 6Hz-Terzband ausgemacht werden. Da die mittlere Stütze in einem sehr breiten Frequenzband Verstärkungen aufweist, kann keine Aussage über ihre Eigenschwingung getroffen werden.

Die Erregung durch den Impuls ist bei QS1 zu gering, um in den oberen Geschoßen messbar hervorzutreten. Aktuell wird daran gearbeitet, die Masse des Fallgewichts auf 50 kg zu erhöhen, um einen stärkeren Impuls erzeugen zu können.

5.4.5 Messergebnisse QS2 - Regelstütze

5.4.5.1 repräsentative Zeitverläufe Erdgeschoß Stütze Ost; QS2

Aus den repräsentativen vertikalen Schwinggeschwindigkeitszeitverläufen in Abbildung 5-33 und Abbildung 5-34, die im Untergeschoß beim Messpunkt St_Ost aufgezeichnet wurden, ist ersichtlich, dass die Zugsvorbeifahrten bei QS2 im Vergleich zu QS1 viel deutlicher aus dem Hintergrundrauschen hervortreten. Auch der Impuls durch das Fallgewicht ist in Abbildung 5-35 deutlicher sichtbar. Für die Auswertung wird wiederum nicht aus dem gesamten aufgezeichneten Zeitverlauf ein Terzband berechnet, sondern nur aus jenem Teil, aus dem die Zugsvorbeifahrt hervortritt. Für die Auswertung des Impulses wird auf eine Länge von 2 Sekunden gezoomt (ca. 0,2 Sek vor Impuls bis ca. 1,8 Sek. nach Impuls).

Die zugehörigen Amplitudenspektren haben die gezoomten Signalfiles zur Basis. In Abbildung 5-35 sieht man sehr deutlich die breitbandige Anregung durch den Impuls des Fallgewichts.



Abbildung 5-33: Repräsentativer Zeitverlauf und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals eines Personenzugs in Z-Richtung bei MP St_Ost im UG – QS2 Regelstütze



Abbildung 5-34: Repräsentativer Zeitverlauf und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals eines Güterzugs in Z-Richtung bei MP St_Ost im UG – QS2 Regelstütze



Abbildung 5-35: Repräsentativer Zeitverlauf von drei Impulsen des Fallgewichts und zugehöriges Amplitudenspektrum eines Impulses in Z-Richtung bei MP St_Ost im UG – QS2 Regelstütze
5.4.5.2 zeitgleiche Zeitverläufe Untergeschoß Kern Ost; QS2

In Abbildung 5-36 bis Abbildung 5-38 sind die Zeitverläufe und zugehörigen Amplitudenspektren des MP Kern_Ost im UG in Z-Richtung dargestellt, die zeitgleich zu jenen in Kapitel 5.4.3.1 gezeigten aufgezeichnet wurden. Aufgrund einer unterbrochenen Datenverbindung zum MP Kern_Ost ist in Abbildung 5-38 ein später aufgezeichneter Zeitverlauf dargestellt. Die zugehörigen Amplitudenspektren haben wiederum die gezoomten Signale zur Basis.

Es ist zu erkennen, dass am Fußpunkt des Kerns die gemessenen Schwinggeschwindigkeiten bei allen drei gezeigten Zeitverläufen geringer sind als jene, die am Fundament der Stütze aufgezeichnet wurden.



Abbildung 5-36: zeitgleicher Zeitverlauf und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals eines Personenzugs in Z-Richtung bei MP Kern_Ost im UG – QS2 Regelstütze



Abbildung 5-37: zeitgleicher Zeitverlauf und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals eines Güterzugs in Z-Richtung bei MP Kern_Ost im UG – QS2 Regelstütze



Abbildung 5-38: ähnlicher Zeitverlauf von drei Impulsen des Fallgewichts und zugehöriges Amplitudenspektrum eines Impulses in Z-Richtung bei MP Kern_Ost im UG – QS2 Regelstütze

5.4.5.3 zeitgleiche Zeitverläufe OG13 – Stütze Ost; QS2

In Abbildung 5-39 bis Abbildung 5-41 sind die Zeitverläufe und zugehörigen Amplitudenspektren des MP St_Ost im OG13 in Z-Richtung dargestellt, die zeitgleich zu jenen in Kapitel 5.4.3.1 gezeigten aufgezeichnet wurden. Da bei der Aufzeichnung des Güterzugs eine interne Störung zu sehen ist, wird nur der Signalteil vor dem Impuls ausgewertet und mit dem zeitgleichen Signalteil aus dem Untergeschoß verglichen. Die zugehörigen Amplitudenspektren haben wiederum die gezoomten Signale zur Basis. Die Darstellung des Amplitudenspektrums wird hier bei 50 Hz beendet, da darüber keine nennenswerten Schwingungen mehr auftreten.



Abbildung 5-39: zeitgleicher Zeitverlauf eines Personenzugs und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals in Z-Richtung bei MP Stütze_Ost im OG13 – QS2 Regelstütze



Abbildung 5-40: zeitgleicher Zeitverlauf eines Güterzugs und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals in Z-Richtung bei MP Stütze_Ost im OG13 – QS2 Regelstütze



Abbildung 5-41: zeitgleicher Zeitverlauf von drei Impulsen des Fallgewichts und zugehöriges Amplitudenspektrum eines Impulses in Z-Richtung bei MP Stütze_Ost im OG13 – QS2 Regelstütze

15 20 25 30 35 40 45

50H2

5.4.5.4 zeitgleiche Zeitverläufe OG13 – Deckenmitte; QS2

In Abbildung 5-42 bis Abbildung 5-44 sind die Zeitverläufe und zugehörigen Amplitudenspektren des MP Deckenmitte im OG13 in Z-Richtung dargestellt, die zeitgleich zu jenen in Kapitel 5.4.3.1 gezeigten aufgezeichnet wurden. Da bei der Aufzeichnung des Güterzugs eine interne Störung zu sehen ist, wird nur der Signalteil vor dem Impuls ausgewertet und mit dem zeitgleichen Signalteil aus dem Untergeschoß verglichen. Der Impuls tritt in Deckenmitte nicht mehr so stark aus dem Hintergrundrauschen hervor, die Auswertung erfolgt daher über die synchronisierte Zeit. Die zugehörigen Amplitudenspektren haben wiederum die gezoomten Signale zur Basis.





Abbildung 5-43: zeitgleicher Zeitverlauf eines Güterzugs in Z-Richtung bei MP Deckenmitte im OG13 – QS2 Regelstütze



Abbildung 5-44: zeitgleicher Zeitverlauf für das Fallgewicht in Z-Richtung bei MP Deckenmitte im OG13 – QS2 Regelstütze

5.4.5.5 zeitgleiche Zeitverläufe OG13 – Kern West; QS2

In Abbildung 5-45 bis Abbildung 5-47 sind die Zeitverläufe des MP Kern Ost im OG13 in Z-Richtung dargestellt, die zeitgleich zu jenen in Kapitel 5.4.3.1 gezeigten aufgezeichnet wurden. Da bei der Aufzeichnung des Güterzugs eine interne Störung zu sehen ist, wird nur der Signalteil vor dem Impuls ausgewertet und mit dem zeitgleichen Signalteil aus dem Untergeschoß verglichen. Die Impulse treten beim im Abbildung 5-47 gezeigten Signal ca. bei Sekunde 5, 20 und 35 auf, dazwischen sind Störungen vorhanden, die nicht mitausgewertet werden.

Die zugehörigen Amplitudenspektren haben wiederum die gezoomten Signale zur Basis.









Abbildung 5-46: zeitgleicher Zeitverlauf und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals eines Güterzugs in Z-Richtung bei MP Deckenmitte im OG13 – QS2 Regelstütze



zeitgleicher Zeitverlauf von drei Impulsen des Fallgewichts Abbildung 5-47: und zugehöriges Amplitudenspektrum eines Impulses in Z-Richtung bei MP Deckenmitte im OG13 -QS2 Regelstütze

5.4.5.6 Terzbandspektren UG; QS2

Im Untergeschoß wird für alle Zugvorbeifahrten an beiden Messtagen für die vertikale Richtung ein Terzbandspektrum berechnet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5-48 dargestellt. Die stärkste Anregung erfolgt im 12Hz-Terzband, die Güterzüge liegen von der Intensität her erwartungsgemäß am oberen Ende der Anregung.

Bei diesem Querschnitt werden auch aus den Impulsen des Fallgewichts Terzbänder berechnet, die in Abbildung 5-49 dargestellt sind. Es ist deutlich zu sehen, dass die Streuung bei den Messpunkten an den Stützen viel geringer ist als beim Kern. Die Unterschiede zwischen dem ersten und zweiten Messtag haben ihre Ursache in unterschiedlichen Aufstellungspunkten des Fallgewichts.



Abbildung 5-48: vertikale Terzbänder der Zugvorbeifahrten im Untergeschoß (von oben nach unten: St_West, St_Ost, Kern_Ost)





Abbildung 5-49: vertikale Terzbänder der Fallgewicht-Impulse im Untergeschoß (von oben nach unten: St_West, St_Ost, Kern_Ost)

In Abbildung 5-50 werden die Terzbänder des Messpunktes St_Ost durch jene des Messpunkts Kern_West dividiert und von allen Funktionen der Mittelwert (in Rot dargestellt) gebildet. Es ist sehr gut ersichtlich, dass Kern und Stütze bis zum 6Hz-Terzband ca. gleich stark angeregt werden. Im 10Hz-Terzband wird der Fußpunkt der Stütze ca. 3-mal so stark angeregt als der Kern. In Abbildung 5-55 ist ersichtlich, dass die Eigenfrequenz des Kerns bei ca. 10 Hz liegt. Ein weiterer Grund für die Erhöhung in diesem Band könnte die Wechselwirkung zwischen Boden und Bauwerk sein. Um diese Theorie genauer zu untermauern, sind weitere Untersuchungen notwendig, es wird im Rahmen dieser Masterarbeit jedoch nicht näher darauf eingegangen.





Abbildung 5-50:Division der Terzbänder der Zugvorbeifahrten St_Ost durch Kern_Ost (mit Mittelwert in Rot)

5.4.5.7 Terzbandspektren und Verstärkungsfaktoren OG13; QS2

Für alle Messpunkte im OG13 sind in Abbildung 5-51 bis Abbildung 5-55 die berechneten Terzbänder und Verstärkungsfaktoren der Zugsvorbeifahrten dargestellt. Die gemittelten Verstärkungsfaktoren sind jeweils in Rot gezeichnet. Die Terzbänder der Messpunkte direkt neben den Stützen und dem Kern werden durch jene im UG dividiert, die direkt darunter liegen. Bei Messpunkten auf der Decke dient der MP ST_Ost UG als Divisor.

Die Eigenfrequenz der beiden Stützen liegt nach Abbildung 5-51 und Abbildung 5-52 bei 5 – 6 Hz. Es ist auffallend, dass die Verstärkung im Eigenfrequenzbereich der westlichen Stütze höher ist als bei der östlichen. Die Eigenfrequenz des Kerns liegt nach Abbildung 5-55 im 10Hz-Terzband, jene der Decke kann nicht genau verifiziert werden. Stützenkopf und Decke schwingen im 6Hz-Terzband ähnlich stark auf, eine Verstärkung tritt erst im 16Hz-Terzband auf.











Abbildung 5-53: vertikale Terzbänder und Verstärkungsfaktoren der Zugsvorbeifahrten im OG13 bei MP Decke1 – QS2



Abbildung 5-54: vertikale Terzbänder und Verstärkungsfaktoren der Zugsvorbeifahrten im OG13 bei MP Deckenmitte – QS2



Abbildung 5-55: vertikale Terzbänder und Verstärkungsfaktoren der Zugsvorbeifahrten im OG13 bei MP Kern_West – QS2

In Abbildung 5-56 bis Abbildung 5-60 sind zum Vergleich für alle Messpunkte im OG13 die berechneten Terzbänder und Verstärkungsfaktoren der Fallgewichts-Impulse dargestellt. Bei der Auswertung der Verstärkungsfaktoren der Impulse werden grobe Ausreißer nicht berücksichtigt. Generell ist anzumerken, dass die Ergebnisse bei der Impulsanregung stärker streuen als bei den Zugvorbeifahrten. Es ist daher sinnvoll, hier mehr Impulse zu messen und auszuwerten.



Abbildung 5-56: vertikale Terzbänder und Verstärkungsfaktoren der Fallgewicht-Impulse im OG13 bei MP St_West – QS2

Institut für Betonbau







Abbildung 5-58: vertikale Terzbänder und Verstärkungsfaktoren der Fallgewicht-Impulse im OG13 bei MP Decke1 – QS2



Abbildung 5-59: vertikale Terzbänder und Verstärkungsfaktoren der Fallgewicht-Impulse im OG13 bei MP Deckenmitte – QS2



Abbildung 5-60: vertikale Terzbänder und Verstärkungsfaktoren der Fallgewicht-Impulse im OG13 bei MP Kern_West – QS2

5.4.5.8 gemittelte Verstärkungsfunktionen QS2

In Abbildung 5-61 sind die gemittelten Verstärkungsfunktionen der Zugsvorbeifahrten und Fallgewichts-Impulse über alle Messpunkte und Geschoße bei Querschnitt 2 dargestellt.



Abbildung 5-61: gemittelte Verstärkungsfunktionen der Zugsvorbeifahrten und Fallgewichts-Impulse über alle Messpunkte und Geschoße bei QS2

Die Verstärkungsfunktionen von Zug und Fallgewicht stimmen vor allem im Eigenfrequenzbereich sehr gut überein, im niederen und höheren Frequenzbereich gibt es Abweichungen. Weiters ist gut ersichtlich, dass sich die Erschütterungen über die Geschoße nach oben hin verstärken. Eine Ausnahme bildet das untere OG3 in den Terzbändern ab 12 Hz. Es ist anzunehmen, dass hier die gekoppelte Eigenfrequenz von Stütze und Decke noch nicht so stark hervortritt, da die Stützenlänge noch gering und die Steifigkeit damit hoch ist. In diesem Fall kann sich noch die reine Deckeneigenfrequenz ausbilden. In den oberen Geschoßen ist die gekoppelte Eigenschwingung dominant.

5.4.6 händische Abschätzung Eigenfrequenzen QS2

Um die Messergebnisse besser interpretieren zu können, erfolgt eine händische Ermittlung der Eigenfrequenzen von Kern, Stütze und Geschoßdecke.

Geschoßdecke:



Abbildung 5-62: Schnitt durch die Regelgeschoßdecke bei QS2 (Plan aus [26])

Da die Geschoßdecke auf der bahnzugewandten Seite nicht nur auf Stützen aufliegt, sondern sich auch ein Überzug zwischen den Stützen spannt, wird die Geschoßdecke in erster Näherung als einseitig gespannte Decke betrachtet. Damit kann mit einem 1 m breiten Streifen gerechnet werden. Die Deckenstärke beträgt 25 cm. Als Variation wird einmal mit der ungerissenen Steifigkeit und einmal mit der Hälfte davon gerechnet. Die Ausbaulast wird mit 100 kg/m² angenommen. Die erste Eigenfrequenz wird nach Formel 3-42 berechnet.

$$\begin{split} I_{voll} &= \frac{1,0*0,25^3}{12} = 1,30*10^{-3} \, m^4 \qquad I_{halb} = 0,65*10^{-3} \, m^4 \\ \mu &= 2,5 \frac{t}{m^3} * 0,25 \, m * 1,0 \, m + 0,1 \frac{t}{m^2} * 1,0m = 0,63 \frac{t}{m} + 0,1 \frac{t}{m} = 0,75 \frac{t}{m} \\ E &= 4,2 \times 10^7 \, kN/m^2 \\ f_{1,voll,25} &= \frac{\pi^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} = \frac{\pi}{2*8,0^2} \sqrt{\frac{4,2*10^7*1,30*10^{-3}}{0,75}} = 6,6 \, Hz \\ f_{1,halb,25} &= \frac{\pi}{2*8,0^2} \sqrt{\frac{4,2*10^7*0,65*10^{-3}}{0,75}} = 4,7 \, Hz \end{split}$$

Für eine 28 cm hohe Decke, wie sie vom EG bis zum OG2 vorhanden ist, ergeben sich folgende abgeschätzte Eigenfrequenzen:

4

$$I_{voll} = 1,83 * 10^{-3} m^{4} \qquad I_{halb} = 0,91 * 10^{-3} m^{4}$$
$$\mu = 0,80 \frac{t}{m}$$
$$f_{1,voll,28} = 7,8 Hz \qquad f_{1,halb,28} = 5,4 Hz$$



5-1

Bei dieser Berechnung fällt die Eigenfrequenz der Decke mit jener der Stütze zusammen. Die Annahme einer einseitig gespannten Decke gilt jedoch nur, wenn keine Zwischenwände aufgestellt sind. Zwischenwände können, je nach Verbindung mit der Decke, diese versteifen und somit zu weit höheren Eigenfrequenzen führen.

<u>Stütze:</u>

Die Gesamthöhe des Gebäudes SMC beträgt von Fundament bis oberste Geschoßdecke 57 m. Der Stützenabstand beträgt ca. 7 m in der Breite und 8 m bis zum Kern. Die untersten drei Geschoßdecken haben eine Stärke von 28 cm, die oberen 12 von 25 cm. Der Stützenquerschnitt variiert über die Geschoßanzahl, deshalb wird in einer ersten Näherung der Ersatzquerschnitt der Stütze A^* nach Formel 5-1 ermittelt:

$$A^* = \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i \times (A_i \times L_i)}{\sum (A_i \times L_i)}$$

QS	A _i [m²]	L _i [m]	A _i * L _i [m³]	Ai² * Li [m³]	
50x50	0.25	8.1	2.03	0.51	
Ø55	0.24	5.1	1.21	0.29	
Ø50	0.20	5.1	1.00	0.20	
40x40	0.16	38.7	6.19	0.99	A [*] [m²]
	Σ	57.0	10.43	1.98	0.19

Tabelle 5-2: Berechnung Ersatzquerschnitt Stütze

$$m_{St \ddot{u} t z e} = 0,19 * 57 * 2,5 = 27 t$$

$$m_{Decke} = 2,5 \frac{t}{m^3} * \frac{8,0 m * 7,0 m}{2} * (3 * 0,28 m + 12 * 0,25 m) = 269 t$$

$$m_{Ausbau} = 15 * \frac{8,0 m * 7,0 m}{2} * 0,1 \frac{t}{m^2} = 42 t$$

$$\sum m = 27 + 269 + 42 = 338 t$$

$$\mu = \frac{338 t}{57 m} = 5,93 \frac{t}{m}$$

Die erste Eigenfrequenz ergibt sich somit nach Formel 3-54 zu:

$$f_{i=1} = \frac{\pi}{2\pi 2L} \sqrt{\frac{EA}{\mu}} = \frac{1}{4 \times 57} \sqrt{\frac{4,2 \times 10^7 \times 0,19}{5,93}} = 5,1 \ Hz$$

Die händisch ermittelte Eigenfrequenz der Stütze liegt damit leicht unter der gemessenen, die um das 6Hz-Terzband liegt.

<u>Kern:</u>

Die Gesamthöhe des Kerns beträgt 57 m, die Fläche des Kerns lt. den Plänen ca. 28 m². Die Deckenfläche, die auf den Kern wirkt, wurde aus der Geometrie abgeschätzt und beträgt ca. 470 m². Damit ergeben sich folgenden Parameter:

$$\begin{split} m_{Kern} &= 28,0 \ m^2 * 57m * 2,5t/m^3 = 3990 \ t \\ m_{Decke} &= 2,5 \frac{t}{m^3} * \ 470m^2 * (3 * 0,28 \ m + 12 * 0,25 \ m) = 4512 \ t \\ m_{Ausbau} &= 15 * 470 * \ 0,1 \frac{t}{m^2} = 705 \ t \\ \sum m &= 3990 + 4512 + 705 = 9207 \ t \\ \mu &= \frac{9207 \ t}{57 \ m} = 162 \frac{t}{m} \end{split}$$

Die erste Eigenfrequenz ergibt sich somit nach Formel 3-54 zu:

$$f_{i=1} = \frac{\pi}{2\pi 2L} \sqrt{\frac{EA}{\mu}} = \frac{1}{4 \times 57} \sqrt{\frac{4.2 \times 10^7 \times 28}{162}} = 11.8 \, Hz$$

Die händisch ermittelte Eigenfrequenz des Kerns liegt damit leicht über der gemessenen, die um das 10Hz-Terzband liegt.

Als mögliche Gründe, warum die Eigenfrequenz des Kerns zu hoch und jener der Stütze ein wenig zu niedrig abgeschätzt wird, könnte sein, dass sich die Masseanteile der Decke anders als angenommen auf Kern und Stütze aufteilen. Generell ist die Abschätzung der Eigenfrequenz für die Verifizierung der Messergebnisse jedoch ausreichend genau.

5.4.7 Interpretation der Messergebnisse

Die Verstärkungsfaktoren für die Zugsvorbeifahrten und die Impulse des Fallgewichts lassen nach Abbildung 5-61 auf dieselben Eigenfrequenzen schließen und ergeben auch in der Höhe ähnliche Werte. Im oberen und unteren Bereich des Frequenzbandes gibt es stärkere Unterschiede. Während im Fundamentbereich die Fallgewichtsimpulse nach Abbildung 5-52 für die gleichen Auftreffpunkte sehr ähnliche Terzbänder ergeben, streuen die Verstärkungsfunktionen in den oberen Geschoßen nach Abbildung 5-56 bis Abbildung 5-60 stärker als die Zugsvorbeifahrten. In Zukunft ist es angedacht, die Masse des fallenden Gewichts zu erhöhen und somit einen Impuls zu erzeugen, der in den oberen Geschoßen noch deutlicher hervortritt. Ist die Stärke des Impulses ausreichend, kann die Methode der Impulsanregung mittels Fallgewicht somit als Alternative angesehen werden, um die vertikalen Eigenfrequenzen und Verstärkungsfaktoren zu bestimmen.

- Die vertikale Eigenfrequenz des Systems Stütze-Decke kann mit ca. 6 Hz ausgemacht werden. Erwartungsgemäß sind in den oberen Geschoßen die Verstärkungsfaktoren um einiges größer als im OG3. Dies hat, neben der generellen Verstärkung über die Höhe, damit zu tun, dass bis zum OG3 Stützen mit einer größeren Querschnittsfläche als in den darüber liegenden Geschoßen vorhanden sind (siehe Tabelle 5-2). Die händische Abschätzung der Eigenfrequenzen liefert nach Kapitel 5.4.6 eine zufriedenstellende Übereinstimmung.
- Die Eigenfrequenz des Kerns kann mit ca. 10 Hz ausgemacht werden. Die Verstärkungsfaktoren des Kerns betragen im Eigenfrequenzspektrum nur ca. 1/5 bis 1/4 der Werte im Eigenfrequenzspektrum der Stütze. Die zu Beginn dieser Masterarbeit gestellte These, dass schlanke Stützen die Schwingungen über die Höhe ungünstig verstärken, kann damit bestätigt werden. Bei weitergehenden Untersuchungen wäre es interessant, den Einfluss der höheren Masse des Kerns auf den Verstärkungsfaktor zu untersuchen. Die händische Abschätzung der Eigenfrequenzen liefert nach Kapitel 5.4.6 eine zufriedenstellende Übereinstimmung.
- Im OG13 gibt es nach Abbildung 5-63 im 6Hz-Terzband keine Verstärkung von der Stütze auf die Decke, erst ab dem 8Hz-Terzband treten Verstärkungen von der Stütze auf die Decke auf. Die gekoppelte Eigenfrequenz tritt hier an beiden Stellen gleich stark auf.
- Im OG3 gibt es nach Abbildung 5-63 im 6Hz-Terzband sogar eine Verringerung der Verstärkungsfunktion von der Stütze auf die Decke. Die gekoppelte Eigenfrequenz regt hier die Decke nicht so stark zum Mitschwingen an. Dafür tritt im OG3 die Deckeneigenfrequenz im 12-16Hz-Terzband viel stärker hervor als im oberen Geschoß.



Abbildung 5-63: Vergleich der Verstärkungsfaktoren getrennt nach Geschoß im OG13 und OG3

 Generell ist die Deckeneigenfrequenz beim SMC aufgrund der vielen Zwischenwände und deren nicht bekannten Anschluss an die STB-Decke sehr schwer auszumachen. Die händische Berechnung als Einfeldträger nach Kapitel 5.4.6 ergibt eine Eigenfrequenz, die bei ca. 6 Hz liegt und damit zu niedrig abgeschätzt wird. Es sind sowohl Zwischenwände angeordnet, die die Hauptspannrichtung verkürzen (siehe Abbildung 5-62), als auch Zwischenwände parallel zur Hauptspannrichtung (siehe Abbildung 5-15). Diese könnten als Zusatzfedern wirken, die die Eigenfrequenz der Decken erhöhen. Da leider keine Ambient-Noise-Messung durchgeführt wurde, werden in Abbildung 5-65 und Abbildung 5-66 aufgezeichnete Signale und zugehörige Amplitudenspektrum aus OG13 dargestellt, die einem Hintergrundrauschen am

nächsten kommen. Aus den Amplitudenspektren ist ersichtlich, dass beim Messpunkt über der Stütze die vertikale Stützenfrequenz mit 6,2 Hz sehr dominant ist, beim zeitgleich aufgezeichneten Signal in Deckenmitte (Abbildung 5-66) tritt zusätzlich die Frequenz des Kerns mit 10,7 Hz hervor. Bei 14,4 Hz dürfte es sich um die Deckeneigenfrequenz handeln. Dieselben Untersuchungen werden im OG3 bei einem Rauschsignal durchgeführt und sind in Abbildung 5-67 und Abbildung 5-68 dargestellt. Die Eigenfrequenz der Stütze tritt bei beiden Messpunkten hervor, die Deckeneigenfrequenz dürfte hier bei ca. 12 Hz liegen. Dies zeigt, dass trotz gleicher Stützweiten und Bauhöhen die Eigenfrequenzen variieren, was vermutlich auf unterschiedliche Anordnungen der Zwischenwände zurückzuführen ist.

OG3 Im ist die gekoppelte Eigenfrequenz von Stütze und Decke durch die hier noch steifen Stützen noch nicht so stark ausgebildet, es kann sich daher eine reine Deckeneigenfrequenz ausbilden, die auch höhere Verstärkungsfaktoren vom Stützenkopf auf die Deckenmitte liefert (siehe Abbildung 5-64)



Abbildung 5-64: Verstärkungsfaktor von Stützenkopf zur Deckenmitte für jedes Geschoß



Obergeschoß 13

Abbildung 5-66: Zeitverlauf eines Rauschsignals und zugehöriges Amplitudenspektrum in Z-Richtung bei MP Deckenmitte im OG13 – QS2 Regelstütze

Obergeschoß 3



Deckenmitte im OG3 – QS2 Regelstütze

- Um die unter dem vorhergehenden Punkt interpretierten Messergebnisse genauer untermauern zu können, ist es bei weiteren Messungen sinnvoll, länger andauernde Ambient-Noise Messungen durchzuführen.
- Bei dem Messpunkt St_West wurden, im Vergleich zum Messpunkt St_Ost, in den Geschoßen OG9 und OG13 bei Zugsvorbeifahrten höhere Verstärkungsfaktoren bis zum 6Hz-Terzband gemessen (siehe Abbildung 5-69). Dies, obwohl beide Stützen die gleichen Querschnitte haben. Es werden daher die Terzbänder am Fußpunkt verglichen. In Abbildung 5-70 ist ersichtlich, dass am ersten Messtag die Schwingungen am Fußpunkt der östlichen Stütze in den unteren Frequenzbändern um bis zu 3 mal höher waren als jene am Fußpunkt der westlichen Stütze. Dies ist insofern verwunderlich, da der Messpunkt St_West näher am Gleis liegt. Eventuell ist dieses Phänomen auf interne Störungen zurückzuführen und erklärt die unterschiedlichen

Verstärkungsfaktoren in den oberen Geschoßen. Am zweiten Messtag waren die Erregungen an beiden Messpunkten nahezu ident in diesem Frequenzbereich. Am ersten Messtag wurden die Messpunkte im OG9 und OG13 bestückt, während am zweiten Messtag im OG3 gemessen wurde.









Abbildung 5-70: Vergleich der Terzbänder an beiden Messtagen und allen Zugsvorbeifahrten bei MP St_West und MP St_Ost im UG

 In Abbildung 5-50 ist sehr gut ersichtlich, dass die Stütze und der Kern durch die Zugsvorbeifahrten nicht gleich stark angeregt werden. Bis zum 6Hz-Terzband gibt es fast keine Unterschiede, im 10Hz-Terzband wird der Fußpunkt der Stütze ca. 3-mal so stark angeregt wie der Kern. Es bedarf weiterer Untersuchungen und Diskussionen, ob dieser Umstand mit der Eigenfrequenz des Kerns, der auch bei 10 Hz liegt, zusammenhängt. Eine weitere interessante Untersuchungsthematik wäre der Einfluss der höheren Masse des Kerns und die Wechselwirkung zwischen Boden und Bauwerk. Dies ist jedoch nicht Thematik dieser Masterarbeit.

5.5 Wohnpark Graz Gösting

5.5.1 Ausgangslage

Beim Wohnpark Gösting handelt es sich um eine Wohnanlage mit Dorfcharakter im Norden von Graz. Der untersuchte Bauteil ist ein 9-stöckiges Gebäude in Mischbauweise. Vom EG bis zum OG2 steht der messtechnisch erfasste Gebäudeteil auf Stahlbetonstützen, die sich insgesamt über ca. 9 m spannen. Das OG 2 ist im untersuchten Bereich aus Stahlbeton ausgeführt, die Wände der oberen Geschoße aus Mantelbetonsteinen. Im OG8 sind die Wände teilweise aus Stahlbeton und teilweise aus Mantelbetonsteinen hergestellt. Die Decken sind aus Stahlbeton. In Abbildung 5-71 sind Übersichten des Gebäudes dargestellt. Das Gebäude wurde ausgewählt, da es über 2 Geschoße nur auf Stützen steht, die vielbefahrene Südbahnstrecke mit ca. 30 – 35 m sehr nah an dem Gebäude vorbeiführt und damit eine ausreichende Anregung zu erwarten ist.



Abbildung 5-71: Übersicht Wohnpark Gösting, untersuchter Bereich rot markiert; Quellen: eigenes FE-Modell aus Sofistik und <u>https://www.google.com/maps</u>



Abbildung 5-72: Grundrisse der untersuchten Bereiche (von links nach rechts OG3, OG8; Pläne aus [27])



Abbildung 5-73: Schnitt durch den untersuchten Gebäudeteil (Pläne aus [27])

Als Erregung dient die in östlicher Richtung in ca. 30 - 35 m Abstand vorbeifahrende Südbahn.

In Abbildung 5-72 ist ersichtlich, dass im OG8 die Zwischenwände im Vergleich zu den unteren Geschoßen verschoben sind.

5.5.2 Durchführung der Messung

Die Messung erfolgte an 2 verschiedenen Tagen. Am ersten Messtag wurden, neben den Messpunkten im EG, jene im OG6 und OG8 hintereinander bestückt, am zweiten Tag jene im EG und jene im OG2. Die Messpunkte im EG wurden im Freien am Plattenbelag direkt neben den Stützen und dem Kern installiert. In den oberen Geschoßen erfolgte die Installation auf den jeweils vorhandenen Fußbodenbelägen, zumeist Parkettboden. In Abbildung 5-74 und Abbildung 5-75 ist die Lage der Messpunkte dargestellt.

Im EG wurden die Messpunkte neben den Stützen mit insgesamt 3 Uniax - Sensoren bestückt, die nur in vertikaler Richtung aufzeichnen. Jener neben dem Kern wurde mit einem Triax –



Sensor bestückt, der in allen Richtungen aufzeichnet. In den Obergeschoßen wurden die Messpunkte St_Ost und St_Nord nur mit Uniax-Sensoren, De_Nord mit Uniax- und Triax - Sensoren und De_Süd nur mit Triax – Sensoren bestückt.

Am ersten Messtag wurden bei der Aufstellung im OG6 insgesamt 9 Zugvorbeifahrten aufgezeichnet, bei jener im OG8 insgesamt 7 Zugvorbeifahrten. Am zweiten Messtag wurden 4 Zugvorbeifahrten aufgezeichnet. Es erfolgte keine Impulsanregung mit dem Fallgewicht.

Der über dem MP EG_Kern liegende Messpunkt wurde nicht bestückt, da die Betonplatte des Stiegenhauses elastisch aufgelagert und nicht direkt mit dem Kern verbunden ist.



Abbildung 5-74: Übersicht der Messpunkte im EG und Aufstellung des MP EG_Kern



Abbildung 5-75: Übersicht der Messpunkte in OG2, OG6, OG8 und Aufstellung des MP De_Nord im OG8

5.5.3 Messergebnisse

5.5.3.1 repräsentative Zeitverläufe Erdgeschoß Stütze Ost

Aus den repräsentativen vertikalen Schwinggeschwindigkeitszeitverläufen in Abbildung 5-76 und Abbildung 5-77, die im Erdgeschoß beim Messpunkt St_Ost aufgezeichnet wurden, ist ersichtlich, dass die Zugvorbeifahrten sehr deutlich aus dem Hintergrundrauschen hervortreten. Es ist zu erkennen, dass die Vorbeifahrt des Güterzugs deutlich länger dauert als jene des EC-Personenzugs. Bei den weiteren Stützen-Messpunkten im Erdgeschoß wurden ähnliche Zeitverläufe aufgezeichnet.

Für die Auswertung wird nicht aus dem gesamten aufgezeichneten Zeitverlaufssignal ein Amplitudenspektrum oder Terzband berechnet, sondern nur aus jenem Teil, in dem die Zugvorbeifahrt deutlich sichtbar ist. Für die Zugvorbeifahrt in Abbildung 5-76 wird beispielhaft das dargestellte Amplitudenspektrum von Sekunde 10 bis Sekunde 34 berechnet.



Abbildung 5-76: Repräsentativer Zeitverlauf eines Güterzugs und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals in Z-Richtung bei MP EG_Nord im EG



Abbildung 5-77: Repräsentativer Zeitverlauf eines EC-Personenzugs und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals in Z-Richtung bei MP EG_Nord im EG

5.5.3.2 zeitgleiche Zeitverläufe Erdgeschoß Kern

In Abbildung 5-78 und Abbildung 5-79 sind die Zeitverläufe und zugehörigen Amplitudenspektren des MP EG_Kern im EG in Z-Richtung dargestellt, die zeitgleich zu jenen in Kapitel 5.5.3.1 gezeigten aufgezeichnet wurden. Die zugehörigen Amplitudenspektren haben wiederum die gezoomten Signale zur Basis.

Es ist zu erkennen, dass am Fußpunkt des Kerns die gemessenen Schwinggeschwindigkeiten nicht signifikant geringer sind als bei jenen, die am Fundament der Stütze aufgezeichnet wurden.



Abbildung 5-78: Repräsentativer Zeitverlauf eines Güterzugs und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals in Z-Richtung bei MP EG_Kern im EG



Abbildung 5-79: Repräsentativer Zeitverlauf eines EC-Personenzugs und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals in Z-Richtung bei MP EG_Kern im EG

5.5.3.3 zeitgleiche Zeitverläufe OG8 – St_Nord

4 6

10 12 14 16

8

In Abbildung 5-80 und Abbildung 5-81 sind die Zeitverläufe und zugehörigen Amplitudenspektren des MP St_Ost im OG8 in Z-Richtung dargestellt, die zeitgleich zu jenen in Kapitel 5.5.3.1 gezeigten aufgezeichnet wurden. Die zugehörigen Amplitudenspektren haben wiederum die gezoomten Signale zur Basis.

Die aufgezeichneten Schwinggeschwindigkeiten sind ca. doppelt so stark als jene, die am Fußpunkt aufgezeichnet wurden. Das Frequenzband verschiebt sich stärker in den unteren Bereich.



Abbildung 5-81: Repräsentativer Zeitverlauf eines EC-Personenzugs und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals in Z-Richtung bei MP St_Ost im OG8

22

18 20

24sec

5 10

15 20 25 30 35 40 45 50 55 60H:

5.5.3.4 zeitgleiche Zeitverläufe OG8 – De_Nord

In Abbildung 5-82 und Abbildung 5-83 sind die Zeitverläufe und zugehörigen Amplitudenspektren des MP De_Nord im OG8 in Z-Richtung dargestellt, die zeitgleich zu jenen in Kapitel 5.5.3.1 gezeigten aufgezeichnet wurden. Die zugehörigen Amplitudenspektren haben wiederum die gezoomten Signale zur Basis. Die aufgezeichneten Schwinggeschwindigkeiten sind ca. doppelt so stark als jene, die am Fußpunkt aufgezeichnet wurden und damit den Verläufen am MP St_Ost sehr ähnlich.



Abbildung 5-82: Repräsentativer Zeitverlauf eines Güterzugs und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals in Z-Richtung bei MP De_Nord im OG8



Abbildung 5-83: Repräsentativer Zeitverlauf eines EC-Personenzugs und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals in Z-Richtung bei MP De_Nord im OG8

5.5.3.5 zeitgleiche Zeitverläufe OG8 – De_Süd

In Abbildung 5-84 und Abbildung 5-85 sind die Zeitverläufe und zugehörigen Amplitudenspektren des MP De_Süd im OG8 in Z-Richtung dargestellt, die zeitgleich zu jenen in Kapitel 5.5.3.1 gezeigten aufgezeichnet wurden. Die zugehörigen Amplitudenspektren haben wiederum die gezoomten Signale zur Basis.



Abbildung 5-84: Repräsentativer Zeitverlauf eines Güterzugs und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals in Z-Richtung bei MP De_Süd im OG8



Abbildung 5-85: Repräsentativer Zeitverlauf eines EC-Personenzugs und zugehöriges Amplitudenspektrum des gezoomten Signals in Z-Richtung bei MP De_Süd im OG8

5.5.3.6 Terzbandspektren EG

Im Erdgeschoß wird für alle Zugvorbeifahrten an beiden Messtagen für die vertikale Richtung ein Terzbandspektrum berechnet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5-86 und Abbildung 5-87 dargestellt. Die wesentliche Anregung erfolgt bei allen Messpunkten erst ab dem 5Hz – Terzband. Sie Anregung der Kerns ist im Schnitt deutlich geringer als bei den Stützen-Messpunkten.



Abbildung 5-86: vertikale Terzbänder der Zugvorbeifahrten im Erdgeschoß bei MP EG_Kern

In Abbildung 5-88 werden die Terzbänder des Messpunktes an der Stütze EG_Ost durch jene des Messpunkts EG_Kern dividiert und von allen Funktionen der Mittelwert (in Rot dargestellt) gebildet. Im Vergleich zur selben Division beim Styria Media Center (Abbildung 5-50) ist erkennbar, dass die Werte hier viel stärker streuen. Eine baupraktisch relevante Verstärkung vom Fußpunkt des Kerns zu jenem der Stütze tritt erst ab dem 20Hz – Terzband auf. Der gemittelte Verstärkungsfaktor beträgt in diesem Frequenzband, ähnlich wie beim Styria Media Center, ca. 3.



Abbildung 5-87: vertikale Terzbänder der Zugvorbeifahrten im Erdgeschoß bei den Stützen-Messpunkten (von oben nach unten: EG_West, EG_Nord, EG_Ost)



5.5.3.7 Terzbandspektren und Verstärkungsfaktoren OG8

Für alle Messpunkte im OG8 sind in Abbildung 5-89 bis Abbildung 5-92 die berechneten Terzbänder und Verstärkungsfaktoren der Zugsvorbeifahrten dargestellt. Die gemittelten Verstärkungsfaktoren sind jeweils in Rot gezeichnet. Die Terzbänder der Messpunkte direkt neben den Stützen werden durch jene im UG dividiert, die direkt darunter liegen. Beim Messpunkt auf der Decke Nord dient der MP EG_Nord als Divisor, beim Messpunkt De_Süd der MP EG_WEst.

Da bis zum 5Hz – Terzband praktisch keine Erregung durch den Zug stattfindet, sich die Verstärkungsfaktoren jedoch auf einem Plateau bis ca. dem 8 – 10Hz – Terzband bewegen, kann hier keine Aussage über Eigenfrequenzen des Bauwerks getroffen werden, da hier das Hintergrundrauschen verglichen wird. Es liegt nur die Vermutung nahe, dass in diesem Bereich eine der Eigenfrequenzen liegen dürfte.





Abbildung 5-91: vertikale Terzbänder und Verstärkungsfaktoren der Zugsvorbeifahrten im OG8 bei MP De_Nord





Abbildung 5-92: vertikale Terzbänder und Verstärkungsfaktoren der Zugsvorbeifahrten im OG8 bei MP St_Ost

5.5.3.8 gemittelte Verstärkungsfunktionen WPG

In Abbildung 5-93 sind die gemittelten Verstärkungsfunktionen der Zugsvorbeifahrten über alle Messpunkte und Geschoße des WPG dargestellt.



Abbildung 5-93: gemittelte Verstärkungsfunktionen der Zugsvorbeifahrten über alle Messpunkte und Geschoße

Es ist gut ersichtlich, dass sich die Erschütterungen im unteren Frequenzbereich über die Geschoße nach oben hin verstärken. Ab dem 25Hz – Terzband schwingen die unteren Geschoße teilweise stärker als die oberen. Wie schon beim SMC beschrieben, könnte hier eine entkoppelte Deckeneigenfrequenz liegen. Die gekoppelte Eigenfrequenz des Systems Stütze und Mauerwerk ist aufgrund des Plateaus im unteren Bereich schwer auszumachen, dürfte aber unter dem 10Hz – Terzband liegen.



5.5.4 händische Abschätzung Eigenfrequenzen

Um die Messergebnisse besser interpretieren zu können, erfolgt eine händische Ermittlung der Eigenfrequenzen von Stütze und Geschoßdecke.

Geschoßdecke:



Abbildung 5-94: Grundriss der Regelgeschoßdecke (Plan aus[27])

In einer ersten Näherung wird die Geschoßdecke so berechnet, als ob sie nur in einer Richtung gespannt wäre, in weitere Folge wird sie als zweiseitig gespannt betrachtet. Die Deckenstärke beträgt 22 cm. Als Variation wird einmal mit der ungerissenen Steifigkeit und einmal mit der Hälfte davon gerechnet. Die Ausbaulast wird mit 200 kg/m² angenommen. Die erste Eigenfrequenz wird nach Formel 3-42 berechnet für einen 1 m – breiten Streifen.

$$I_{voll} = \frac{1,0*0,22^3}{12} = 8,87*10^{-4} m^4 \qquad I_{halb} = 4,44*10^{-4} m^4$$
$$\mu = 2,5\frac{t}{m^3}*0,22 m*1,0 m+0,2\frac{t}{m^2}*1,0m=0,55\frac{t}{m}+0,2\frac{t}{m}=0,65\frac{t}{m}$$
$$E = 4,2\times10^7 \ kN/m^2$$



3,5 m Spannweite einseitig:

$$f_{1,voll,22} = \frac{\pi^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} = \frac{\pi}{2*3,5^2} \sqrt{\frac{4,2*10^7*8,87*10^{-4}}{0,65}} = 30,7 \, Hz$$
$$f_{1,halb,22} = \frac{\pi}{2*3,5^2} \sqrt{\frac{4,2*10^7*4,44*10^{-4}}{0,65}} = 21,7 \, Hz$$

5,0 m Spannweite einseitig:

$$f_{1,voll,22} = \frac{\pi}{2*5,0^2} \sqrt{\frac{4,2*10^7*8,87*10^{-4}}{0,65}} = 15,0 \ Hz$$
$$f_{1,halb,22} = \frac{\pi}{2*5,0^2} \sqrt{\frac{4,2*10^7*4,44*10^{-4}}{0,65}} = 10,6 \ Hz$$

Die Berechnung der zweiseitig gespannten Platte folgt nach der Formel für zweiseitig gespannte Platten aus [6]. Bei a/b = 1 ergibt sich ca. die doppelte Eigenfrequenz der einseitig gespannten Platte.

$$f_{i} = \frac{\lambda_{i}^{2}}{2\pi a^{2}} \sqrt{\frac{E * h^{3}}{12\mu(1 - \nu^{2})}}$$

$$\lambda_{i}^{2} \dots \dots Tafelwert abhängig von a/b$$

$$a \dots \dots Stützweite in erste Richtung$$

$$\nu \dots \dots Querdehnzahl (= 0,2 oder 0)$$

$$\mu \dots \dots Masse pro Fläche$$

$$3,5 \text{ m Spannweite zweiseitig:}$$

$$f = \frac{19,74}{4,2 * 10^{7} * 0,22^{3}}$$

$$f_{1,voll,22} = \frac{19,74}{2\pi * 3,5^2} \sqrt{\frac{4,2 * 10^7 * 0,22^3}{12 * 0,65 * (1 - 0,2^2)}} = 63 Hz$$

5,0 m Spannweite zweiseitig:

$$f_{1,voll,22} \approx \frac{19,74}{2\pi * 5,0^2} \sqrt{\frac{4,2 * 10^7 * 0,22^3}{12 * 0,65 * (1 - 0,2^2)}} = 30,7 Hz$$

Die Eigenfrequenz der nördlichen Decke im ca. 40Hz – Terzband kann anhand der einfachen Handabschätzung annähernd verifiziert werden, der Einfluss der Zwischenwände auf die Lastabtragung ein- oder zweiseitig kann hingegen nur schwer abgeschätzt werden. Bei der südlichen Decke tritt im 50Hz - und 63Hz – Terzband eine Verstärkung auf, die mit der Abschätzung nicht verifiziert werden kann. Vermutlich steifen hier die Zwischenwände die Decke sehr stark aus.

<u>Stütze:</u>

Da das Material und die Querschnittsform über den betrachteten Schnitt wechselt, kann mit einfachen Methoden keine Abschätzung der Eigenfrequenz vorgenommen werden. Es wird daher getrennt die Eigenfrequenz der entkoppelten Stahlbetonstütze betrachtet, die sich vom EG bist zum OG2 spannt. Aus dem Programm Sofistik ist die Normalkraft der Stütze bekannt. Als Belastung werden hier das Eigengewicht und eine Ausbaulast von 200kg/m² berücksichtigt. Die Last am Stützenkopf der nördlichen Stütze beträgt 1450 kN, was ca. einer Masse von 145 t entspricht, an der östlichen Stütze beträgt die Last 1380 kN (138 t) und liegt somit ähnlich hoch. Der Querschnitt ist bei allen Stützen ein Durchmesser von 50 cm aus Stahlbeton, die Länge der Stützen liegt bei 9,4 m. Damit ergibt sich die Eigenfrequenz zu:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{EA}{l*m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4.2*10^7*0,196}{9,4*145}} = 12,4 \text{ Hz}$$

5.5.5 Interpretation der Messergebnisse

- Die hauptsächliche Anregung bei diesem Gebäude passiert lt. Abbildung 5-86 und Abbildung 5-87 in einem Frequenzbereich über dem 5Hz – Terzband Die gemessenen Verstärkungsfaktoren, die auf eine Eigenfrequenz des gekoppelten Systems schließen lassen, steigen unter dem 10Hz-Terzband an und befinden sich dann auf einem Plateau. Es ist möglich, dass die Eigenfrequenz in diesem Plateau liegt, da aber beinahe keine Anregung in diesem Frequenzbereich vorhanden ist, kann auch nur eine Verstärkung des Hintergrundrauschens in diesem Bereich liegen. Es wird vermutet, dass in diesem Bereich sowohl einen Eigenfrequenz liegt, als auch das Hintergrundrauschen verstärkt wird.
- Zur Verdeutlichung dieses Phänomens wird das in Kapitel 5.5.3 dargestellte Zeitverlaufssignal der Zugsvorbeifahrt am Fußpunkt der östlichen Stütze und am MP St Ost im OG8 einmal mit einem 5-319 Hz Pass-Band-FFT-Filter und einmal mit einem 0,3-5 Hz Pass-Band-FFT-Filter gefiltert. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5-95 und Erdgeschoß Abbildung 5-96 dargestellt. Im betragen die maximalen Schwinggeschwindigkeiten des mit 0,3-5 Hz gefilterten Signals nur ca. 1/40 des ungefilterten Signals. Beim mit 5-319 Hz gefilterten Signal ergeben sich fast keine Unterschiede. Dies gilt sinngemäß auch für das gefilterte Signal beim MP St Ost im OG8.



Abbildung 5-95: mit Pass-Band-FFT-Filter gefiltertes Signal der EC-Personenzugvorbeifahrt bei MP EG_Ost; (von links nach rechts: 5 - 319 Hz Pass-Band; 0,3 - 5 Hz Pass-Band)



Abbildung 5-96: mit Pass-Band-FFT-Filter gefiltertes Signal der EC-Personenzugvorbeifahrt bei MP St_Ost; OG8 (von links nach rechts: 5 - 319 Hz Pass-Band; 0,3 - 5 Hz Pass-Band)

 Bei den Verstärkungsfaktoren, die in den 40Hz- bis 63Hz – Terzbändern gemessen wurden, dürfte es sich um Deckeneigenfrequenzen handeln. Die Frequenzen sind aufgrund der kurzen Stützweiten und der vielen Zwischenwände sehr hoch. Es ist auch wieder ersichtlich, dass die entkoppelte Deckeneigenfrequenz in den unteren Stockwerken stärker hervortritt. Die Verstärkungsfaktoren vom Stützenkopf zur Deckenmitte sind in Abbildung 5-97 ersichtlich.



Abbildung 5-97: Verstärkungsfaktoren von Stützenkopf zu Deckenmitte für jedes Geschoß

- Da bei diesem Objekt die Eigenfrequenz des Gebäudes und die Erregungsfrequenzen der Zugsvorbeifahrten nicht "zusammenstimmen", wäre es hier für die Zukunft sinnvoll, eine Erregung mittels Schwingungsgenerator oder Fallgewichtimpuls durchzuführen.
- Eine Ambient Noise Messung wäre auch in diesem Objekt sinnvoll, müsste jedoch in den späten Nachtstunden erfolgen, da in einem Wohngebäude ansonsten zu viele interne Störungen vorhanden sind.
- In Abbildung 5-88 ist ersichtlich, dass die Stützen ab dem 20Hz Terzband viel stärker angeregt werden als der Kern. Auch hier wäre es interessant zu untersuchen, ob dies auf die Eigenfrequenz des Kerns oder die Wechselwirkung zwischen Boden und Bauwerk zurückzuführen ist. Dies ist jedoch nicht Thematik dieser Masterarbeit.

6 Dynamische Untersuchungen mittels FE-Modell

6.1 Ausgangslage und generelle Modellparameter

Ziel dieser Masterarbeit ist es, Parameter zu finden, mit denen in Zukunft ein Computermodell erstellt werden und anhand dessen eine Vorhersage getroffen werden kann, inwieweit sich die Schwingungen über die Höhe verstärken. Dafür wird, wie in Kapitel 5, die Methode der Division der Terzbandspektren verwendet.

Es werden insgesamt 2 FE-Modelle untersucht und anhand der Ergebnisse der in-situ Erschütterungsmessungen aus Kapitel 5 kalibriert:

- Styria Media Center (SMC)
- Wohnpark Gösting (WPG)

Die FE-Modelle werden mit dem Programm Sofistik erstellt und berechnet. Die Erregung des Gebäudes erfolgt im Modell mittels einer Fußpunktbeschleunigung der Auflager in vertikaler Richtung, die einem Weißen Rauschen entspricht. Das Weiße Rauschen ist in Kapitel 4.3.1 erklärt, als maximale Erregerfrequenz in diesem Rauschen wird ein Sinus mit 150Hz berücksichtigt. Die in der Berechnung verwendeten Parameter des Signals sind in Tabelle 6-1 angeführt. Das Signal und das zugehörigen Amplituden- und Terzbandspektrum sind in Abbildung 6-1 und Abbildung 6-2 dargestellt. Bei den Messungen werden die Terzbänder in Schwinggeschwindigkeiten ausgegeben, bei der Berechnung in Schwingbeschleunigungen. Der Vergleich ist trotzdem möglich, da sich bei der Division zu den Verstärkungsfaktoren sowohl im Modell als auch bei der Messung die Einheiten herauskürzen.

Gesamtanzahl	samples /s	Signallänge	a _i	f ₁ [Hz]	i _{max}	$f_{i=384} = f_{i,max}$
Samples		[s]	[mm/s²]			[Hz]
2048	800	2,56	1,0	0,391	384	150

Tabelle 6-1: Eingangsparameter für das Weiße Rauschen







Abbildung 6-2: Terzbandspektrum der Fußpunktbeschleunigung

Die dynamische Berechnung erfolgt mit 2 verschiedenen nachfolgend genannten Methoden, die in Kapitel 3.5 und 3.6 erklärt sind:

- Newmark Verfahren
- Modale Analyse

Da programmintern bei zu vielen berechneten Eigenfrequenzen Speicherprobleme auftreten, können mit der Modalen Analyse keine höheren Eigenfrequenzen erfasst werden. Die höchste berechnete Eigenfrequenz ist bei den jeweiligen Modellen angegeben. Die Modalanalyse dient daher in erster Linie dazu, die Eigenfrequenzen darzustellen und zu vergleichen, ob die beiden oben genannten Verfahren die gleichen Ergebnisse im untersuchten Frequenzbereich liefern. Es werden Dämpfungszahlen von 5 % und 1 % untersucht.

Beim Newmark-Verfahren kann mit der Rayleigh-Dämpfung nach Abbildung 3-17 nur für einen bestimmten Bereich eine vernünftige Dämpfung angegeben werden. Um zum Beispiel die Antwort eines Gebäudes bei näherungsweise 1 % der kritischen Dämpfung zu untersuchen,



Abbildung 6-3: Rayleigh Dämpfungskurven für die Berechnungsläufe mit Newmark-Verfahren

werden daher 2 dynamische Berechnungen durchgeführt. Beim ersten Lauf wird die Dämpfung bei 2 Hz und 15 Hz auf 1 % eingestellt, beim zweiten Lauf bei 15 Hz und 35 Hz. Damit ergibt sich beispielhaft für die untersuchten Varianten mit 1 % Dämpfung der in Abbildung 6-3 gezeigte Verlauf.

Bei den dynamischen Analysen werden an jenen Punkten im Modell die

Schwingbeschleunigungsverläufe ausgegeben, an denen auch Messungen stattgefunden haben. Aus diesen werden in weiterer Folge die Terzbandspektren berechnet und die Verstärkungsfunktionen, wie bei den in-situ Erschütterungsmessungen erstellt.

Die berechneten Verstärkungsfunktionen werden den gemessenen der Zugsvorbeifahrten gegenübergestellt. Eine Ausnahme bildet beim Projekt SMC der Messpunkt St_West, hier werden aus den in Kapitel 5.4.7 genannten Gründen die Verstärkungsfunktionen aus den Fallgewichts-Impulsen gegenübergestellt.



6.2 Styria Media Center

6.2.1 Modell- und Variantenbeschreibung



Abbildung 6-4: Übersicht FE-Modell Styria Media Center

In Abbildung 6-4 ist das FE-Modell des Styria Media Centers dargestellt. Die vertikale Auflagerung erfolgt direkt unter den Stützen und den Wänden. Der Überzug am Rand der Decke wird nicht als Stab, sondern als Fläche berücksichtigt. Die Modellparameter sind in Tabelle 6-2 angeführt:

FE-Elemente	ca. 200 000		
maximale FE-Länge	1,0 m		
Netzgenerierung	automatisch		
Material	Stahlbeton ungerissen		
E-Modul Stahlbeton	42 000 N/mm ²		
Wirkung der Massen	X-, Y- und Z-Richtung		
Massenmatrix	Diagonal ohne rotatorische Anteile		
Anzahl berechneter Eigenfrequenzen	300		

Tabelle 6-2: Parameter FE-Modell Styria Media Center

Die untersuchten Varianten sind Tabelle 6-3 zu entnehmen. Programmintern war es aufgrund Speicherproblemen nur möglich, die ersten 300 Eigenfrequenzen zu berechnen und der Modalanalyse zugrunde zu legen. Die höchste berücksichtigte Eigenfrequenz liegt damit bei fe₃₀₀ = 15,0 Hz. Bei Version V1_1 und V1_2 wird auch der QS1 ausgewertet, bei allen weiteren Versionen nur der QS2 nach Kapitel 5.4. Bei Version V6 wird versucht, den bei der Messung festgestellten Effekt (siehe Abbildung 5-50) zu berücksichtigen, dass der Kern weniger stark angeregt wird als die Stütze. Die Auflagerpunkte des Kerns werden dabei mit demselben Zeitverlauf aus Abbildung 6-1 erregt, allerdings nur mit einem Drittel der Amplitude. Dies ist als Vereinfachung zu betrachten, da der frequenzabhängige Unterschied in der Erregung nach Abbildung 5-50 nicht berücksichtigt wird.



Parameter	V1_1	V1_2	V2_1	V2_2	V3	V4	V5	V6
Berechnungs -methode	Modal	NM	Modal	NM	NM	NM	NM	NM
Dämpfung	5%	5%	1%	1%	1%	1%	1%	1%
Anschluss Stütze/Decke	biegest.	biegest.	biegest.	biegest.	gelenkig	biegest.	gelenkig	gelenkig
Ausbaulast [kg/m²]	200	200	200	200	200	100	100	100
Erregung der Fußpunkte	alle gleich	Kern 1/3						

Tabelle 6-3: untersuchte Varianten in der dynamischen Analyse (NM = Newmark; biegest. = biegesteif)

6.2.2 Eigenfrequenzen Modell V1_1 und V2_2

Programmintern werden, wie generell üblich bei kleinen Dämpfungen, die ungedämpften Eigenfrequenzen ausgegeben. Diese gelten für Version V1_1 und V2_1, da hier kleine Dämpfungen vorliegen. Die wichtigsten sind in Abbildung 6-5 bis Abbildung 6-8 dargestellt.



Abbildung 6-5: Darstellung der ersten horizontalen Eigenfrequenzen des Modells SMC (Version V1_1 und V2_1)



Abbildung 6-6: erste vertikale Eigenfrequenzen des Modell SMC - Kragarm (Version V1_1 und V2_1)



Abbildung 6-7: erste vertikale Eigenfrequenz des Modell SMC-QS2-Stützen und zugehörige fiktive Normalkraft (Version V1_1 und V2_1)



Abbildung 6-8: weiterer vertikale Eigenfrequenzen des Modell SMC-(Version V1_1 und V2_1)

Die horizontalen Eigenfrequenzen betragen It. der Messung 0,85 und 1,39 Hz (siehe Abbildung 5-24) und werden mit dem Modell sehr gut erreicht. Die ganz links abgebildete Eigenfrequenz in Abbildung 6-5 stellt die Torsionsschwingung des Gebäudes um den Kern dar, während die rechts davon dargestellten Schwingungen am ehesten den 1. Eigenformen eines Biegestabes entsprechen.

Die vertikalen Eigenfrequenzen des Flügels QS1 werden mit diesem Modell zu nieder berechnet. Die Messung gibt eine erste vertikale Eigenschwingung zwischen 3 - 4 Hz aus.

Beim Querschnitt 2 – Regelstütze wurde eine Stützen-Eigenfrequenz von ca. 6,0 - 6,2 Hz gemessen (siehe Abbildung 5-65), die Berechnung liefert hier nach Abbildung 6-7 einen zu niedrigen Wert. Die Eigenfrequenz der Decke liegt nach Abbildung 6-8 bei 14,2 Hz und entspricht somit ca. den Werten der Messung. Die Eigenfrequenz des Kerns kann aus den Bildern der Eigenfrequenzen nicht ausgemacht werden. Dass die Eigenform des steifen Kerns graphisch nicht stark hervortritt, konnte von mir schon an verschiedenen Projekten beobachtet werden. Der Grund ist meistens, dass bei der Eigenfrequenz des Kerns meistens irgendwo eine Decke mit höherer Amplitude mitschwingt und somit die Eigenform des Kerns
grafisch schwer ausgemacht werden kann. Dass die Berechnungen generell eher zu niedrig sind, lässt darauf schließen, dass die Ausbaulast hier mit 200kg/m² zu hoch angesetzt ist.

6.2.3 Verstärkungsfaktoren Modell V1_1 und V1_2

In Abbildung 6-9 und Abbildung 6-10 sind die berechneten Verstärkungsfaktoren der Modelle V1_1 und V1_2 den gemessenen gegenübergestellt. Die Gegenüberstellung der Versionen V1_1 und V1_2 dient der Untersuchung, ob es einen Unterschied zwischen modaler Berechnung und der Newmark-Zeitintegration gibt. Es ist zu erwarten, dass die Dämpfung von 5 % für Stahlbetonbauten als zu hoch angesetzt ist, in der Literatur wird meist im elastischen Bereich mit einer Dämpfung von 0,5 - 1,5 % gerechnet. Bei Model V1_1 wird bei QS2 die modale Berechnung nicht mit ausgewertet.



6.2.3.1 Querschnitt 1

Abbildung 6-9: Gegenüberstellung berechnete und gemessene Verstärkungsfaktoren bei QS1 – Modell V1_1 und V1_2

Die Gegenüberstellung der Mess- und Berechnungsergebnisse in Abbildung 6-9 zeigt, dass bei QS1 und Modellversion V1 keine Übereinstimmung erzielt wird. Sowohl in der Höhe der Verstärkung als auch in den Frequenzbändern gibt es Unterschiede. Da sowohl die Eigenfrequenz des Kragarms, als auch jene der Randstütze zu niedrig ausgegeben werden, ist vermutlich die Ausbaulast mit 200 kg/m² zu hoch angenommen. Der Vergleich der Newmark-Berechnung und der modalen Analyse ergibt nur kleine Unterschiede und ist somit schlüssig. Die verbleibenden Unterschiede sind auf die Rayleigh-Dämpfung zurückzuführen, die in diesen Terzbändern kleiner ist als jene der Modalen Analyse (siehe Abbildung 6-3).

6.2.3.2 Querschnitt 2



Abbildung 6-10: Gegenüberstellung berechnete und gemessene Verstärkungsfaktoren bei QS2 – Modell V1_1 und V1_2

Zu dem Vergleich der Verstärkungsfaktoren in Abbildung 6-10 lässt sich sagen, dass die Eigenfrequenz des Kerns und der Stützen sehr gut getroffen wurden, in der Höhe jedoch Unterschiede bestehen. Dies ist vermutlich auf die mit 5 % zu hoch angenommene Dämpfung zurückzuführen. Bei der Berechnung treten zusätzlich im 10 – 16Hz-Terzband bei OG9 und OG13 Verstärkungen auf, die in der Messung nicht auszumachen sind. Hier dürfte es sich um die Deckeneigenfrequenz handeln, die in der Berechnung stärker angeregt wird. Zusätzlich sind die Zwischenwände nicht mitmodelliert worden, was zu weiteren Differenzen zwischen Berechnung und Messung führt.

6.2.4 Verstärkungsfaktoren Modell V2_1 und V2_2

In Abbildung 6-11 - Abbildung 6-12 sind die berechneten Verstärkungsfaktoren der Modelle V2_1 und V2_2 den gemessenen gegenübergestellt. Die Gegenüberstellung der Versionen V2_1 und V2_2 dient der Untersuchung, ob es einen Unterschied zwischen modaler Berechnung und der Newmark-Zeitintegration gibt. Die Dämpfung liegt hier bei 1 %, die Ausbaulast bei 200 kg/m².

6.2.4.1 Querschnitt 1



Abbildung 6-11: Gegenüberstellung berechnete und gemessene Verstärkungsfaktoren bei QS1 – Modell V2_1 und V2_2

Die Berechnung mit 1 % Dämpfung bei QS1 liefert erwartungsgemäß gegenüber jener mit 5% Dämpfung höhere Verstärkungsfaktoren. Es ist deutlicher ersichtlich, dass die Deckeneigenfrequenz im 12Hz - Terzband und damit etwas zu hoch liegt. Ein Grund könnte sein, dass die Decke in diesem Bereich teilweise gerissen ist und somit eine geringere Steifigkeit besitzt. Die Eigenfrequenz der St_Süd liegt im 5Hz-Terzband und damit etwas zu niedrig. Die Ausbaulast könnte hier zu hoch angenommen worden sein. Die Eigenfrequenz des Kragarms wird auch zu niedrig berechnet, die in diesem Band ausgegebenen Verstärkungsfaktoren am Kragarm erreichen bei weitem nicht jene der Messung. Vermutlich ist dies darauf zurückzuführen, dass der Kragarm durch interne Quellen viel stärker zum Schwingen angeregt wird als durch die Zugserregung über das Fundament.



6.2.4.2 Querschnitt 2



Abbildung 6-12: Gegenüberstellung berechnete und gemessene Verstärkungsfaktoren bei QS2 – Modell V2_1 und V2_2

Aus den Berechnungsergebnissen der Versionen V2 bei QS2 ist zu erkennen, dass die berechnete Stützeneigenfrequenz im 5Hz – Terzband liegt und bei allen Messpunkten der Stützen und Decken hervortritt. Bei der Messung sind die Verstärkungen in diesem Terzband auf der Decke und jenem der St_Ost nahezu ident, in der Berechnung sind sie auf den Decken niedriger. In den 10 – 16Hz – Terzbändern tritt bei jedem Berechnungspunkt eine deutliche Verstärkung auf, die in der Messung so nicht vorhanden ist. Es kann nicht genau ausgemacht werden ob es sich bei der Erhöhung im 10HZ – Terzband nur um die Eigenfrequenz des Kerns handelt, die bei allen anderen Punkten durchschlägt, oder in diesem Bereich auch eine Deckeneigenfrequenz vorhanden ist. Auch der Effekt, dass die Deckeneigenfrequenz im OG3 stärker hervortritt, kann mit der Berechnung nicht verifiziert werden.

6.2.5 Verstärkungsfaktoren Modell V3, QS2

Ab Version V3 wird nur mehr der Querschnitt 2 ausgewertet. In Abbildung 6-13 sind die berechneten Verstärkungsfaktoren des Modells V3 den gemessenen gegenübergestellt. Im Modell V3 schließen die Stützen gelenkig an Decken an, die Dämpfung beträgt 1 % und die Ausbaulast 200 kg/m².



Abbildung 6-13: Gegenüberstellung berechnete und gemessene Verstärkungsfaktoren bei QS2 – Modell V3

Die Berechnungsergebnisse der gelenkigen Version V3 liefern qualitativ ähnliche Ergebnisse wie die biegesteife Version V2. Generell ist es auffällig, dass die Verstärkungsfaktoren im 5Hz – Eigenfrequenzband der Stütze teils signifikant geringer sind. Anhand von in der Vergangenheit bearbeiteten Projekten konnte der Effekt beobachtet werden, dass biegesteife Anschlüsse die Weiterleitung von Schwingungen ungünstig beeinflussen. Im 10 – 16Hz – Terzband sind diese Effekte nicht so stark ausgeprägt.



6.2.6 Verstärkungsfaktoren Modell V4, QS2

In Abbildung 6-14 sind die berechneten Verstärkungsfaktoren des Modells V4 den gemessenen gegenübergestellt. Im Modell V4 schließen die Stützen biegesteif an Decken an, die Dämpfung beträgt 1 % und die Ausbaulast 100 kg/m².



Abbildung 6-14: Gegenüberstellung berechnete und gemessene Verstärkungsfaktoren bei QS2 – Modell V4

Durch die geringere Zusatzmasse der Ausbaulast verschiebt sich die Stützeneigenfrequenz bei der Berechnung ins 6Hz - Terzband und damit in dasselbe, welches in der Messung festgestellt wurde. Für den Punkt St_Ost und Decke1 können die Verstärkungsfaktoren in diesem Bereich zufriedenstellend ermittelt werden, bei den an Punkten St_West und Deckenmitte liegen sie grob um den Faktor 2 zu niedrig. Die Kerneigenfrequenz verschiebt sich in das 12Hz – Terzband und liegt damit geringfügig über der gemessenen. Durch die Veränderung der Massenbelegung dürften die Kern- und Deckeneigenfrequenz zusammenfallen und es kommt in diesem Bereich (12 Hz) zu einer Verstärkung, die in der Messung nicht festgestellt werden konnte. Auch ist die Verstärkung über den Kern ca. um den Faktor 4 zu hoch.

6.2.7 Verstärkungsfaktoren Modell V6, QS2

In Abbildung 6-15 sind die berechneten Verstärkungsfaktoren des Modells V6 den gemessenen gegenübergestellt. Um zu untersuchen welchen Einfluss die verminderte Anregung des Kerns hat, wird dieser nur mit einem Drittel der Amplitude beschleunigt. Im Modell V6 schließen die Stützen biegesteif an Decken an, die Dämpfung beträgt 1 % und die Ausbaulast 100 kg/m².



Abbildung 6-15: Gegenüberstellung berechnete und gemessene Verstärkungsfaktoren bei QS2 – Modell V6

Die Ergebnisse der Berechnung V6 stimmen vor allem im Bereich der gekoppelten Stützeneigenfrequenz am besten mit den Messergebnissen überein. Bei den Deckenpunkten wird im 5Hz-Terzband tendenziell eine zu geringe Verstärkung ausgegeben. Bei den Deckenmesspunkten tritt im OG3 eine Eigenfrequenz von 10 Hz auf. Da diese Spitze in den oberen Geschoßen nicht auftritt, ist anzunehmen, dass es sich hier um eine reine Deckeneigenfrequenz handelt.

Durch die geringere Anregung des Kerns können auch die Spitzen im 12Hz – Terzband im Vergleich zur Version V4 weitgehend eliminiert werden. Die Eigenfrequenz des Kerns wird leicht zu hoch abgeschätzt, die Verstärkungsfaktoren sind um den Faktor 4 zu hoch. Hier wäre es interessant, anhand von in-situ Messungen zu untersuchen, ob weiter vom Gleis entfernte Bereiche des Kerns geringer angeregt werden und damit den Verstärkungsfaktor nahe am Gleis beeinflussen.

Generell gibt es in den niederfrequenten Bereichen eine größere Abweichung zwischen Berechnung und Messung. Da lt. Abbildung 5-48 im UG in diesem Frequenzbereich nur sehr geringe Amplituden gemessen wurden, kann der höher gemessene Verstärkungsfaktor in diesem Bereich auch auf ein Rauschen zurückzuführen sein.



6.3 Wohnpark Gösting

6.3.1 Modell- und Variantenbeschreibung





Abbildung 6-16: Übersicht FE-Modell Wohnpark Gösting

In Abbildung 6-16 ist das FE-Modell des Wohnparks Göstings dargestellt. Die vertikale Auflagerung erfolgt direkt unter den Stützen und den Wänden. Die Modellierung erfolgt gemäß den Polierplänen in Mischbauweise aus Stahlbeton und Mantelbetonsteinen. Die Modellparameter sind in Tabelle 6-4 angeführt:

FE-Elemente	ca. 110 000
maximale FE-Länge	0,5 m
Netzgenerierung	automatisch
Material	Stahlbeton ungerissen; Mantelbeton
E-Modul Stahlbeton	42 000 N/mm ²
E-Modul Mantelbeton	42 000 N/mm ² und 20 000 N/mm ²
Wirkung der Massen	siehe Tabelle 6-5
Massenmatrix	Diagonal ohne rotatorische Anteile
Anzahl berechneter Eigenfrequenzen	600

Tabelle 6-4: Parameter FE-Modell Wohnpark Gösting

Die untersuchten Varianten sind Tabelle 6-5 zu entnehmen. Programmintern war es aufgrund Speicherproblemen nur möglich, die ersten 600 Eigenfrequenzen zu berechnen und der Modalanalyse zugrunde zu legen. Die höchste berücksichtigte Eigenfrequenz liegt damit bei fe₆₀₀ = 45,8 Hz. Bei den Versionen V1 und V2 wird der Kern der Mantelbetonsteine mit einem E-Modul gleich dem Beton berücksichtigt und damit zu hohe Eigenfrequenzen berechnet. In Kapitel 2.5 ist beschrieben, dass der E-Modul deswegen ca. auf die Hälfte reduziert wird.

Parameter	V1	V2	V3_1	V3_2	V3_3	V4_1	V4_2	V4_3	
Berechnungs -methode	Modal	Modal	Modal	Modal	NM	Modal	Modal	NM	
Dämpfung	1%	5 %		1%			5 %		
Wirkung der Massen	Z-Richt.	Z-Richt.	Z-Richt.	XYZ	XYZ	Z-Richt.	XYZ	XYZ	
E-Modul Mantelbeton	42000	N/mm²	20000 N/mm ²						
Ausbaulast	200 kg/m²								

Tabelle 6-5: untersuchte Varianten in der dynamischen Analyse (NM = Newmark)

6.3.2 Verstärkungsfaktoren Modell V1

In Abbildung 6-17 sind die berechneten Verstärkungsfaktoren des Modells V1 den gemessenen gegenübergestellt. Die Dämpfung beträgt 1 %; die Rechnung erfolgt modal mit Wirkung der Massen nur in Z-Richtung. Der E-Modul des Betonkerns in den Mantelbetonsteinen ist mit 42 000 N/mm² berücksichtigt.



Abbildung 6-17: Gegenüberstellung berechnete und gemessene Verstärkungsfaktoren bei Modell V1

Die Berechnung ergibt eine kombinierte Eigenfrequenz von Stützen und Mauerwerk im 8Hz– 10Hz – Terzband und liegt damit etwas zu hoch. Auch die Verstärkungsfaktoren werden zu hoch berechnet. Bei diesen Berechnungen treten in den oberen Terzbändern die Deckeneigenfrequenzen sehr stark hervor, allerdings in den oberen Geschoßen stärker als in den unteren und damit umgekehrt als in der Messung ermittelt. Dass im unteren Terzband beinahe keine Verstärkung auftritt, legt die Vermutung nahe, dass bei der Messung in diesem Frequenzbereich tatsächlich das Hintergrundrauschen aufgezeichnet und verglichen wurde.

6.3.3 Verstärkungsfaktoren Modell V2

In Abbildung 6-18 sind die berechneten Verstärkungsfaktoren des Modells V1 den gemessenen gegenübergestellt. Die Dämpfung beträgt 5 %; die Rechnung erfolgt modal mit Wirkung der Massen nur in Z-Richtung. Der E-Modul des Betonkerns in den Mantelbetonsteinen ist mit 42 000 N/mm² berücksichtigt.



Abbildung 6-18: Gegenüberstellung berechnete und gemessene Verstärkungsfaktoren bei Modell V2

Erwartungsgemäß sind die Verstärkungsfaktoren geringer als im Modell V1 mit 1 % Dämpfung. Bezüglich der Amplitude passen die Verstärkungsfaktoren viel besser mit der Berechnung überein. Bei dem Messpunkt De_Nord und De_Süd stimmen die Kurven im 8Hz - und 10Hz – Terzband sehr gut überein, bei den Stützenmesspunkten ist die Eigenfrequenz etwas zu hoch. In weiterer Folge wird daher der E-Modul des Betonkerns der Mantelbetonsteine auf 20 000 N/mm² herabgesetzt. Die Gründe hierfür sind in Kapitel 2.5 genauer erklärt.



6.3.4 Eigenfrequenzen Modell V3_2 und V4_2

Da programmintern die ungedämpften Eigenfrequenzen ausgegeben werden, werden für Version V3_2 und V4_2 die Eigenfrequenzen nur einmal berechnet. Die wichtigsten in vertikaler Richtung sind in Abbildung 6-19 bis Abbildung 6-20 dargestellt.



Abbildung 6-19: erste vertikale Eigenfrequenzen des Modells WPG (Version V3 und V4)



Abbildung 6-20: weiterer vertikale Eigenfrequenzen des Modells WPG (Version V3 und V4)

Die vertikalen Eigenfrequenzen des untersuchten Gebäudeteils auf den Stützen stimmen mit 6,9 Hz - 8,2 Hz sehr gut mit den gemessenen überein. Dass hier vertikale Eigenfrequenzen in einem breiteren Band auftreten, könnte ein Grund für das Plateau der Verstärkungsfaktoren bei der Messung sein. Die Eigenfrequenzen der Decken liegen ab ca. 32 Hz und stimmen somit recht gut mit der Messung überein. Der höhere gemessene Wert bei der südlichen Decke könnte auf die Zwischenwände in diesem Bereich zurückzuführen sein.

6.3.5 Verstärkungsfaktoren Modell V3

6.3.5.1 Vergleich Model V3_1 und V3_2

In Abbildung 6-21 sind die berechneten Verstärkungsfaktoren des Modells V3_1 und V3_2 gegenübergestellt. Es wird hier untersucht, ob es einen Unterschied macht, die Massen nur in vertikaler Richtung oder auch in den horizontalen Richtungen zu berücksichtigen. Die Dämpfung beträgt 1 %, der E-Modul des Betonkerns in den Mantelbetonsteinen 20 000 N/mm².



Abbildung 6-21: Gegenüberstellung Verstärkungsfaktoren aus der Modalen Berechnung: Modell V3_1 zu V3_2

Wie in Abbildung 6-21 ersichtlich, gibt es zum Teil beträchtliche Unterschiede zwischen den zwei Varianten. Tendenziell werden mit der Variante V3_1 (Massen nur in Z - Richtung) höhere Eigenfrequenzen und höhere Verstärkungsfaktoren ausgegeben. Am eklatantesten ist der Unterschied bei den Verstärkungsfaktoren der Decken im oberen Frequenzbereich und bei der östlichen Stütze. Bei den Deckenmesspunkten ist ersichtlich, dass bei Version V3_1, und entgegen der Messung, die Deckeneigenfrequenzen in den oberen Geschoßen stärker hervortreten. Um die Gründe hierfür näher zu ergründen, bedarf es noch weiterer Untersuchungen, die in dieser Masterarbeit nicht durchgeführt werden. Da in der Realität die Massen auch in alle Richtungen wirken, ist es zu empfehlen, die Massen bei 3 - dimensionalen Gebäuden auch in alle Richtungen wirken zu lassen und die Sperrung einzelner Wirkungsrichtungen nur bei einfachen System durchzuführen

6.3.5.2 Verstärkungsfaktoren Model V3_2 und V3_3

In Abbildung 6-22 sind die berechneten Verstärkungsfaktoren des Modells V3_2 und V3_3 den gemessenen gegenübergestellt. Die Dämpfung beträgt 1 %, die Rechnung erfolgt modal und mittels der Newmark – Methode mit Wirkung der Massen in allen Richtungen. Der E-Modul des Betonkerns in den Mantelbetonsteinen ist mit 20 000 N/mm² berücksichtigt.



Abbildung 6-22: Gegenüberstellung berechnete und gemessene Verstärkungsfaktoren bei Modell V3_2 und V3_3

Zwischen der modalen Rechnung und der Newmark-Methode sind erwartungsgemäß nur sehr kleine Unterschiede vorhanden. Erst im oberen Frequenzbereich (ab 40Hz – Terzband) treten Unterschiede auf. Dies ist, wie in Kapitel 6.3.1 angegeben, darauf zurückzuführen, dass die Eigenfrequenzen nur bis 45,8 Hz berechnet werden.

Die Eigenfrequenzen des Systems Stütze – Mauerwerk – Decke werden in dieser Berechnung bei allen Messpunkten sehr gut getroffen, die Verstärkungsfaktoren sind allerdings zu hoch. Dies lässt darauf schließen, dass die Dämpfung zu gering angenommen ist bei diesen Varianten. Das Hintergrundrauschen im unteren Frequenzbereich kann bei der Berechnung naturgemäß auch nicht wiedergegeben werden. Bei den Deckeneigenfrequenzen gibt es starke Unterschiede zwischen Berechnung und Messung.

6.3.6 Verstärkungsfaktoren Modell V4

6.3.6.1 Vergleich Model V4_1 und V4_2

In Abbildung 6-23 sind die berechneten Verstärkungsfaktoren des Modells V4_1 und V4_2 gegenübergestellt. Es wird hier, gleich wie in Kapitel 6.3.5.1, untersucht, ob es einen Unterschied macht, die Massen nur in vertikaler Richtung oder auch in den horizontalen Richtungen zu berücksichtigen. Die Dämpfung beträgt hier 5 %, der E-Modul des Betonkerns in den Mantelbetonsteinen 20 000 N/mm².



Abbildung 6-23: Gegenüberstellung Verstärkungsfaktoren aus der Modalen Berechnung: Modell V4_1 zu V4_2 Die Erklärungen von Kapitel 6.3.5.1 haben hier ebenso Gültigkeit.

6.3.6.2 Vergleich Model V4_2 und V4_3

In Abbildung 6-24 sind die berechneten Verstärkungsfaktoren des Modells V4_2 und V4_3 den gemessenen gegenübergestellt. Die Dämpfung beträgt 5 %, die Rechnung erfolgt modal und mittels der Newmark – Methode mit Wirkung der Massen in allen Richtungen. Der E-Modul des Betonkerns in den Mantelbetonsteinen ist mit 20 000 N/mm² berücksichtigt.



Abbildung 6-24: Gegenüberstellung berechnete und gemessene Verstärkungsfaktoren bei Modell V4_2 und V4_3

Die Unterschiede zwischen der modalen Rechnung und der Newmark – Methode sind auch hier sehr gering.

Die Eigenfrequenzen des Systems Stütze – Mauerwerk – Decke werden in dieser Berechnung bei allen Messpunkten sehr gut getroffen, auch die Verstärkungsfaktoren stimmen in diesem Bereich sehr gut überein. Dies legt die Vermutung nahe, dass bei diesem Gebäude die Dämpfung für das System Stütze - Mauerwerk höher ist als bei einem reinen Stahlbetonbau. Ein Grund hierfür könnte darin liegen, dass die Mantelbetonmauern aufgrund der schlechten Verdichtung und der Reibung zwischen Betonkern und Mantel eine höhere Dämpfung besitzen. Ein Unterschied besteht in den unteren Frequenzbereichen, in denen bei der Messung das Hintergrundrauschen hervortritt. Im Bereich der Deckeneigenfrequenzen gibt es Unterschiede sowohl in der Höhe der Verstärkung als auch in der Lage des Terzbandes. Dies könnte darauf zurückzuführen sein, dass die Dämpfung der Stahlbetondecke geringer ist als in der Berechnung angenommen und dass die Zwischenwände die Deckeneigenfrequenz erhöhen. In weitere Zukunft ist es deshalb interessant zu untersuchen, inwieweit mit unterschiedlichen Dämpfungen für Mauerwerk und Decke und Mitmodellierung der Zwischenwände die Berechnung noch weiter verfeinert werden kann. Dies ist allerding immer der Sinnhaftigkeit des erhöhten Aufwandes gegenüberzustellen.

7 Zusammenfassung - Ausblick

7.1 Zusammenfassung der Erkenntnisse

Unter den nachfolgenden Punkten sind die für mich wichtigsten Erkenntnisse dieser Masterarbeit kurz zusammengefasst, getrennt nach Erkenntnissen anhand der Messung und der Modellierung.

7.1.1 Erkenntnisse anhand der durchgeführten Messungen

- Die Verstärkung von Schwingungen über vertikale Bauteile kann anhand von Messungen und Berechnungen bestätigt werden.
- Die größte Verstärkung tritt meist in dem Frequenzband auf, in dem die gekoppelte Eigenfrequenz von vertikalem Bauteil und Decke liegt.
 - In den oberen Geschoßen ist auch auf den Decken eher die gekoppelte Eigenfrequenz dominant.
 - In den unteren Geschoßen tritt die entkoppelte Eigenfrequenz der Decke stärker hervor
- Die Erregung durch Straßenbahn- oder Zugsvorbeifahrten, wie auch jene durch das Fallgewicht, findet bei den gemessenen Objekten nicht im gesamten Amplitudenspektrum statt. In Frequenzbereichen, in denen geringe Anregungen vorhanden sind, streuen die Verstärkungsfaktoren stärker.
 - Zum Teil wird in diesen Bereichen auch nur das Hintergrundrauschen verglichen, die ermittelten Verstärkungsfaktoren sind hier mit Vorsicht zu genießen (Wohnpark Gösting).
 - Die Eigenfrequenzen des Gebäudes müssen in dem Frequenzspektrum der Anregung liegen, um sinnvolle Verstärkungsfaktoren ermitteln zu können.
- Die Anregung muss ausreichend stark sein, um aus dem Hintergrundrauschen hervorzutreten. Ist dies, wie beim 19-stöckigen Stahlbetongebäude und beim Flügel des Styria Media Centers gemessen, nicht der Fall, können keine vernünftigen Verstärkungsfaktoren ermittelt werden, da das Hintergrundrauschen verglichen wird, welches mit steigender Geschoßanzahl auch zunimmt.
- Der Fußpunkt der Stütze und des Kerns werden unterschiedlich stark angeregt. Bei den zwei messtechnisch erfassten Objekten gibt es Frequenzbereiche, in denen die Anregung beinahe ident ist und Bereiche, in denen die Anregung der Stütze bis zu 3 – mal höher ist. Es ist interessant zu sehen, dass genau im Eigenfrequenzbereich des

Kerns, dieser im Verhältnis zu den Fußpunkten der Stützen am schwächsten angeregt wird (siehe Abbildung 5-50). Es sind hier noch genauere Untersuchungen notwendig, um den Anteil der Boden-Fundament-Kern–Wechselwirkung und den Anteil des größeren Abstandes des Kerns von der Erschütterungsquelle an diesem Phänomen genauer eruieren zu können.

- Durch die Zwischenwände kommt es zu Verschiebungen der Deckeneigenfrequenzen nach oben.
- Zur Verifizierung der Plausibilität ist es sehr sinnvoll, mit einfachen Handformeln zur Eigenfrequenzabschätzung die Messergebnisse zu überprüfen. Bei allen 3 untersuchten Gebäuden wurde eine vereinfachte, händische Eigenfrequenzermittlung der vertikalen und horizontalen Bauteile durchgeführt und damit sehr gute Übereinstimmungen mit den Messergebnissen erzielt. (siehe Kapitel 5.3.5, Kapitel 5.4.6und Kapitel 5.5.4). Für regelmäßige Gebäude kann die Abschätzung mittels Zweimassenschwingers aus Kapitel 4.2 sehr gut verwendet werden.

7.1.2 Erkenntnisse anhand der durchgeführten FE-Modellierungen

- Bei den untersuchten Objekten kann die Verstärkung im Eigenfrequenzbereich des gekoppelten Systems Stütze – Decke in der Höhe und im Frequenzbereich ausreichend genau modelliert werden. Bei den Verstärkungen auf den Decken der unteren Geschoße sind noch weitere Untersuchungen notwendig, warum Messung und Modellierung starke Unterschiede aufweisen. Einige mögliche Faktoren sind in den nachfolgenden Punkten angeführt.
- Um die Weiterleitung der Schwingungen über vertikale Bauteile zu untersuchen, ist es bei komplizierten Systemen nicht ausreichend, die Massen nur in Z-Richtung wirkend zu berücksichtigen. Die Massen müssen auch in horizontaler Richtung wirkend eingegeben werden.
- Es gibt nur sehr geringe Unterschiede zwischen modaler Berechnung und dem Newmark-Verfahren. Die kleinen Unterschiede sind darauf zurückzuführen, dass beim Newmark-Verfahren keine konstante Dämpfung über einen breiteren Frequenzbereich berücksichtigt werden kann.
- Bei Prognoserechnungen ist es sinnvoll, unterschiedliche Massenbelegungen zu berücksichtigen, um Variationen in der Ausbaulast und Nutzlasten im Betrieb (Möbel, Bestuhlung, Aktenlagerung...) mit zu erfassen.
- Die in der Literatur angegebene Dämpfung von Stahlbetongebäuden im Gebrauchszustand von 0,5 1,5 % der kritischen Dämpfung kann bestätigt werden.
- Für Wände aus Mantelbeton liegt die Dämpfung höher, in der Berechnung wurden mit 5 % der kritischen Dämpfung passende Prognosen berechnet. Hier sind jedoch noch genauere Verifizierungen notwendig, da in der Literatur keine Angaben gefunden wurden.

- Bei den im Rahmen dieser Masterarbeit untersuchten Objekten kann der E-Modul f
 ür bewehrten Stahlbeton mit 42 000 N/mm² angenommen werden. F
 ür h
 öhere Betong
 üten sind noch genauere Untersuchungen notwendig.
- Der E-Modul des Mantelbetons kann auf ca. 20 000 N/mm² reduziert werden. Auch hier sind genauere Untersuchungen notwendig, um diese These zu untermauern.
- Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Decken mit Zustand 1 berücksichtigt. Tendenziell sind die berechneten Eigenfrequenzen trotzdem zu niedrig. Dies könnte auf die Zwischenwände zurückzuführen sein, die nicht mitmodelliert wurden. Da die Zwischenwände zu einem späteren Zeitpunkt versetzt oder ganz entfernt werden können, ist es von Fall zu Fall zu untersuchen, ob diese in der Prognose mitmodelliert werden oder im Hinterkopf behalten wird, dass die Verstärkungen auf den unteren Geschoßdecken in einem höheren Frequenzband auftreten können.
- Ein biegesteifer Anschluss zwischen Stütze und Decke führt zu höheren Verstärkungsfaktoren (siehe Kapitel 6.2.4.2 und 6.2.5). Für die hier vorhandenen kleinen dynamischen Belastungen werden bei den untersichten Stahlbetonbauten bessere Ergebnisse erzielt, wenn der Anschluss biegesteif berücksichtigt wird.
- Bei regelmäßigen Gebäuden (gleiche Stützen- und Deckenquerschnitte) gibt es lt. Modellierung eine Korrelation zwischen den Verhältnissen der Verstärkungsfaktoren Stützenkopf zu Decke und der gekoppelten Eigenform. Dies ist aus den Berechnungen aus Kapitel 4.2, insbesondere Tabelle 4-12, Tabelle 4-13 und Tabelle 4-15 bis Tabelle 4-16Tabelle 4-18 ersichtlich.

7.2 Zukunft / Ausblick

Unter diesem Kapitel werden in Absprache mit Hrn. Prof Flesch Themen genannt, bei denen weitere Untersuchungen interessant wären, um damit den Unterschied zwischen Prognose und Messung zu verringern. Zum Teil ist die Umsetzung dieser Punkte im Rahmen weiterer Forschungstätigkeit schon in Planung.

- Es wäre interessant, bei den untersuchten Objekten die Anregung mittels eines Schwingungsgenerators (z.B. MoSeS von AIT) durchzuführen. Mit diesen Geräten könnte der gesamte Eigenfrequenzbereich der Gebäude angeregt werden. Weiters wäre es interessant, ob es einen Unterschied macht, wenn das Gebäude mit einem Rauschen oder einem Sinussweep angeregt wird. Lt. Hrn. Professor Flesch hat die Erfahrung gezeigt, dass die beiden Anregungsmethoden gleichwertig sind. Der Vorteil der Anregungsart "Sinussweep" ist es, dass insbesondere bei Gebäuden mit großen Bauwerksmassen, die gesamte verfügbare Erregungsenergie zu Anregung einer bestimmten Frequenz genutzt werden kann.
- Es ist in Planung, die Masse des Fallgewichts zu erhöhen und damit den Impuls zu verstärken. Damit würde der Impuls in den oberen Geschoßen stärker hervortreten.
- Eine weitere interessante Forschungstätigkeit wäre die Untersuchung der frequenzabhängigen Kopplung von Bauwerk und Baugrund und inwieweit sich die

unterschiedlich große Masse von Kern und Stütze auf diese Kopplung auswirkt. Dadurch könnte eine Aussage über die unterschiedlich starke, frequenzabhängige Anregung von Kern- und Stützenfundament getroffen werden.

- Im Erschütterungsschutz ist der Abstand zwischen dem untersuchten Bauwerk und der Quelle eines der wesentlichsten Parameter. Mit zunehmenden Abstand nehmen in der Regel (außer stehende Wellen) die Schwingungsamplituden maßgeblich ab. Diese Tatsache sollte auch betreffend unterschiedlicher Bauteile innerhalb eines Bauwerks berücksichtigt werden.
- In weiterer Folge könnte das Gebäude mit Baugrund und Erschütterungsquelle modelliert werden. Zurzeit sehe ich hier ein großes Problem in der begrenzten Rechenleistung der mir zur Verfügung stehenden Computer und Programme.
- Im Rahmen dieser Masterarbeit wird nicht untersucht, ob auch die horizontale Anregung des Fundaments einen Einfluss auf die vertikale Weiterleitung von Erschütterungen hat (z.B. über Kippschwingungen). Lt. Hrn. Professor Flesch sind Ihm in mehreren Erschütterungsschutzprojekten Zunahmen der Horizontalschwingungen über die Höhe aufgefallen, die entweder auf eine direkte Anregung des ersten horizontalen Biegeeigenschwingungszustandes oder auf Kippschwingungen um eine horizontale Fundamentachse zurückzuführen sind.
- In dieser Arbeit werden die Berechnungen mit einer modalen Dämpfungszahl oder einer Dämpfungskurve für das gesamte Gebäude berücksichtigt. Es wäre interessant zu untersuchen, inwiefern Bauteile unterschiedliche Dämpfungen aufweisen. Im Rahmen der Bearbeitung ist besonders die Diskussion aufgetaucht, ob es Unterschiede zwischen Wänden und Decken oder Stützen und Kern gibt. Dies könnte im Programm Sofistik und dem Zeitschrittverfahren über die Zuweisung von unterschiedlichen Dämpfungskurven zu verschiedenen Gruppen durchgeführt werden.

8 Literaturverzeichnis

- [1] Adrian Pocanschi, Marios C. Phocas: Kräfte in Bewegung, Die Techniken des erdbebensicheren Bauens; B.G Teubner Verlag /GWV Fachverlage GmbH; Wiesbaden 2003
- [2] Flesch Rainer: *Baudynamik praxisgerecht;* Bauverlag GmbH; Wiesbaden und Berlin 1993
- [3] Stempniewski Lothar, Haag Björn: *Baudynamik-Praxis*; Bauwerk Verlag GmbH; Berlin 2010
- [4] Fritz Peter Müller, Einar Keintzel, Hermann Charlier: Dynamische Probleme im Stahlbetonbau, Teil I Der Baustoff Stahlbeton unter dynamischer Beanspruchung; Verlag Wilhelm Ernst und Sohn; Berlin 1983
- [5] Hugo Bachmann: *Vibration Problems in Structures, Practical Guidelines;* Birkhäuser Verlag; Basel 1997
- [6] Ziegler Armin: *Bauwerksdynamik und Erschütterungsmessung;* Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH; Wiesbaden 2017
- [7] Specht Manfred und Kramp Michael: *Bewehrte Betonbauteile unter Betriebsbedingungen;* Forschungsbericht; Wiley-YCH Verlag GmbH; Weinheim 2000
- [8] Kramer Helmut: *Angewandte Baudynamik, Grundlagen und Praxisbeispiele;* Wilhelm Ernst & Sohn; Berlin 2013
- [9] Petersen Christian: *Dynamik der Baukonstruktionen;* Friedrich Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH; Braunschweig/Wiesbaden 1996
- [10] Stelzmann Ulrich, Groth Clemens, Günter Müller: *FEM für Praktiker Band 2 Strukturdynamik;* expert Verlag; Renningen 2008
- [11] Chopra, K. A.: *Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering;* Pearson Education Limited; England 2014
- [12] ÖNORM EN 1998-1; Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben, Teil1: Grundlagen, Erdbebeneinwirkung und Regeln für Hochbauten; Austrian Standards Institute; Ausgabe 2016-06-15
- [13] EN 1992-1-1
- [14] ÖNORM B1990-1:2013
- [15] Savary Cosmas: *Eisenbahnerschütterungen in Hochhäusern*; Tagungsband 13.Symposium Bauwerksdynamik und Erschütterungsmessungen, Freitag 18.Juni 2010
- [16] Gsell Daniel, Savary Cosmas: *Schwingungsverhalten von Hochhäusern*; Tagungsband 14.Symposium Bauwerksdynamik und Erschütterungsmessungen, Freitag 17.Juni 2011

- [17] Ziegler Consultants; Erschütterungs- und Körperschall-Immissionen bei Hochhäusern neben Eisenbahngleisen; <u>http://www.z-c.ch/files/HH.pdf</u>, Downloaddatum: 22.03.2018
- [18] Achmus Martin; Gebäudeschäden infolge Erschütterungseinwirkungen aus Tiefbauarbeiten; <u>https://www.igth.uni-hannover.de/uploads/tx_tkpublikationen/bauwerk5.pdf</u>; Downloaddatum: 22.03.2018
- [19] DIN 4150-1; Erschütterungen im Bauwesen, Teil 1: Vorermittlung von Schwingungsgrößen; Deutsches Institut für Normung; Ausgabe Juni 2001
- [20] Sofistik AG: DYNA Manual Version 2016-0; Oberschleissheim D 2015
- [21] Uhrig Richard: Kinetik der Tragwerke: Baudynamik; Brockhaus AG; Mannheim 1992
- [22] Datenblätter und Produktangaben für die Durisol[®]Mantelbetonsteine der Fa. Leier; http://www.leier.at/?Produkte____Durisol; Downloaddatum: 20.11.2018
- [23] Tappauf Ernst, Tappauf Clemens, Christoph Fladl: Maschinenerregte Schwingungen im Industriebau – Maßnahmen zur Reduktion von unzulässig großen Schwingungenan Beispielen aus der Praxis; Tagungsband 2. Baudynamikseminar Biberach; Wissenschaft und Praxis; 20.-21. Oktober 2017;
- [24] Flesch Rainer: Vorlesungsunterlagen Baudynamik und Erdbebeningenieurwesen; TU Graz; 2015
- [25] Clemens Tappauf: Ermüdungsverhalten von unverankerten Stahltanks bei Erdbeben; Dissertation; Technische Universität Graz 2018
- [26] ArchitekturConsult ZT GmbH: Ausbaupolierpläne des Styria Media Centers
- [27] PORR BAU GMBH: Polierpläne Wohnpark Gösting, Anton-Kleinoscheg Straße 66, Bauabschnitt 2
- [28] Vandier J.Kim; Engineering dynamics, lecture 19: Introduction to Mechanical Vibration <u>https://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-003sc-engineering-dynamics-fall-2011/mechanical-vibration/</u>

Downloaddatum: 11.3.2019