



Raphael Wutte, BSc.

# **Modellbasierte Positionsregelung hydraulisch aktuierter mechanischer Systeme**

## **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium: Elektrotechnik

eingereicht an der

**Technischen Universität Graz**

Betreuer

Assoc.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Markus Reichhartinger

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik

Graz, Dezember 2020

---

## **Eidesstattliche Erklärung**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TU-GRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

---

Datum

---

Unterschrift

# Abstract

In the first part of this thesis the implementation of a discrete-time higher-order sliding mode observer for the estimation and compensation of external load forces for a hydraulic servo system is presented. Also a model reference adaptive control scheme for the compensation of friction forces and constant load forces was designed. At last an application with a solenoid proportional valve with estimation and control of the spool position in order to improve the tracking performance is introduced. For that another sliding mode observer estimating the volume flow from the movement of the cylinder piston and measurements of chamber pressures is designed. All presented methods within this thesis rely on mathematical models of the considered plant. The control structures were implemented and evaluated on a hydraulic test bed.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Strukturierung der Arbeit . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Laboraufbau</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Modellbildung</b>	<b>4</b>
3.1	Modellierung der Regelventildynamik . . . . .	4
3.1.1	Hydraulischer Teil . . . . .	4
3.1.2	Mechanischer Teil . . . . .	5
3.2	Modellierung der Zylinderdynamik . . . . .	6
3.2.1	Hydraulischer Teil . . . . .	6
3.2.2	Mechanischer Teil . . . . .	7
3.3	Gesamtsystem . . . . .	8
3.4	Identifikation des Reibmodells . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Reglerentwurf</b>	<b>12</b>
4.1	Kaskadenregelkreis . . . . .	12
4.1.1	Äußerer Lageregelkreis . . . . .	12
4.1.2	Innerer Druckkraft Regelkreis . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Beobachterentwurf</b>	<b>18</b>
5.1	Differenzierer 1 . . . . .	20
5.2	Differenzierer 2 . . . . .	20
5.3	Vergleich der Differenzierer . . . . .	22
5.4	Versuche am Laboraufbau . . . . .	22
<b>6</b>	<b>Model Reference Adaptive Control</b>	<b>26</b>
6.1	Model Reference Adaptive Control (MRAC) . . . . .	26
6.1.1	Definition der nichtlinearen Unsicherheiten . . . . .	30
6.1.2	Wahl der Adaptionparameter . . . . .	31
6.1.3	Simulation MRAC . . . . .	32
6.1.4	Versuche MRAC . . . . .	34
6.2	Modifiziertes MRAC . . . . .	36
6.2.1	Versuche Modifiziertes MRAC . . . . .	41

<b>7</b>	<b>Proportionalventil</b>	<b>47</b>
7.1	Modellierung . . . . .	48
7.2	Identifikation . . . . .	49
7.3	Regelkreiserweiterung . . . . .	51
7.4	Schätzung Ventilschieberposition . . . . .	52
7.5	Simulation . . . . .	54
7.6	Versuche . . . . .	56
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>58</b>
	<b>Literatur</b>	<b>59</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Foto des Hydraulikprüfstands . . . . .	2
3.1	Schematischer Aufbau des Regelventils, Ventil in Mittelstellung . . . . .	5
3.2	Schematischer Aufbau des Hydraulikzylinders . . . . .	7
3.3	Gemessene Reibkraft und approximiertes Reibmodell . . . . .	11
4.1	Schema des Kaskadenregelkreises mit Beobachter . . . . .	12
5.1	Vergleich der Differenzierer bei der Abtastzeit $\tau = 1ms$ . . . . .	22
5.2	Vergleich der Differenzierer bei der Abtastzeit $\tau = 50ms$ . . . . .	23
5.3	Verläufe Rampenreferenz ohne Störkraftkompensation . . . . .	24
5.4	Verläufe Rampenreferenz mit Störkraftkompensation . . . . .	24
5.5	Verläufe Sinusreferenz ohne Störkraftkompensation . . . . .	25
5.6	Verläufe Sinusreferenz mit Störkraftkompensation . . . . .	25
6.1	Schema der Model Reference Adaptive Control (MRAC) . . . . .	29
6.2	Approximation der Signumfunktion für $\gamma = 100$ . . . . .	31
6.3	Verlauf des Positionsfehlers, Simulation 1 . . . . .	32
6.4	Verläufe der geschätzten unbekanntenen Konstanten $\hat{\theta}$ , Simulation 1 . . . . .	33
6.5	Verläufe der Reglerparameter $l$ , Simulation 1 . . . . .	33
6.6	Verläufe der Position und des Positionsfehlers der ersten 100 Sekunden, Simulation 2 . . . . .	34
6.7	Verlauf des Positionsfehlers, Simulation 2 . . . . .	34
6.8	Verläufe der geschätzten unbekanntenen Konstanten $\hat{\theta}$ , Simulation 2 . . . . .	35
6.9	Verläufe der Reglerparameter $l$ , Simulation 2 . . . . .	35
6.10	Verläufe der Position und des Positionsfehlers ohne $F_{ext}$ , Versuch 1 MRAC . . . . .	37
6.11	Verläufe der Reglerparameter $l$ ohne $F_{ext}$ , Versuch 1 MRAC . . . . .	38
6.12	Verläufe der geschätzten unbekanntenen Konstanten $\hat{\theta}$ ohne $F_{ext}$ , Versuch 1 MRAC . . . . .	38
6.13	Verläufe der Position und des Positionsfehlers mit $F_{ext} = 300N$ , Versuch 2 MRAC . . . . .	39
6.14	Verläufe der Reglerparameter $l$ mit $F_{ext} = 300N$ , Versuch 2 MRAC . . . . .	40
6.15	Verläufe der geschätzten unbekanntenen Konstanten $\hat{\theta}$ mit $F_{ext} = 300N$ , Versuch 2 MRAC . . . . .	40
6.16	Schema der modifizierten MRAC . . . . .	42

6.17	Verläufe der Position und des Positionsfehlers ohne $F_{ext}$ , Versuch 1 Modifiziertes MRAC . . . . .	43
6.18	Verläufe der geschätzten unbekanntenen Konstanten $\hat{\theta}$ ohne $F_{ext}$ Versuch 1 Modifiziertes MRAC . . . . .	44
6.19	Verläufe der Position und des Positionsfehlers mit $F_{ext}$ , Versuch 2 Modifiziertes MRAC . . . . .	45
6.20	Verläufe der geschätzten unbekanntenen Konstanten $\hat{\theta}$ mit $F_{ext}$ , Versuch 2 Modifiziertes MRAC . . . . .	46
7.1	Aufbau des Proportionalventils . . . . .	47
7.2	Volumen-Strom-Signalkennlinie des Proportionalventils . . . . .	48
7.3	Verlauf von $\tilde{Q}$ . . . . .	50
7.4	Linearisierter Verlauf von $\tilde{Q}$ . . . . .	50
7.5	Gemessene Hysterese Proportionalventil . . . . .	51
7.6	Regelkreisstruktur mit Erweiterung zur Regelung des Proportionalventils .	52
7.7	Sprungantwort Proportionalventil . . . . .	53
7.8	Validierung Simulationsmodell mit Proportionalventil . . . . .	54
7.9	Simulationsergebnisse bei Rampenreferenz und Proportionalventil . . . . .	55
7.10	Simulationsergebnisse bei Sinusreferenz und Proportionalventil . . . . .	56
7.11	Messergebnisse bei Rampenreferenz und Proportionalventil . . . . .	57
7.12	Messergebnisse bei Sinusreferenz und Proportionalventil . . . . .	57

# 1 Einleitung

Hydraulische Antriebe haben einen breiten Anwendungsbereich und werden unter anderem in der Automobil- und Luftfahrtindustrie, bei industriellen Maschinen und in der Robotik eingesetzt.

Zu den Vorteilen der hydraulischen Antriebe zählt die hohen Leistungsdichte, siehe Jelali und Kroll, 2003 und Watter, 2007. Es können hohe Kräfte sowie Drehmomente in Relation zur Masse und Abmessungen erzeugt werden, wodurch sie auch gut für mobile Anwendungen geeignet sind. Zum anderen lassen sich schnelle Reaktionen bezüglich Richtungsänderungen, Start- und Stoppvorgänge erzielen. Weiteres lässt sich ein Überlastschutz in hydraulischen Schaltungen leicht realisieren und Abnützungen der Komponenten sind aufgrund von Reibung sehr gering, da das beförderte Hydrauliköl sehr gute Schmiereigenschaften besitzt. Hydraulische Antriebe weisen jedoch auch eine Reihe von Nachteile auf. Im Vergleich zu anderen Antrieben haben sie aufgrund von Druck- und Leckölverlusten geringere Wirkungsgrade. Weitere wesentliche Nachteile sind die Nichtlinearitäten der hydraulischen Komponenten, wie beispielsweise deren Durchflusskennlinien. Sie haben aufgrund von strengen Anforderungen an Bauteiltoleranzen vergleichsweise hohe Herstellungskosten. Zusätzlich muss vom Hydrauliköl eine hohe Reinheit eingehalten werden, sodass eine Filterung benötigt wird. Hydraulische Anwendungen führen auch zu einer vergleichsweise hohen Lärmbelastung, was als weiterer Negativpunkt zu werten ist.

An jüngeren Publikationen wie Ruderman, Fridman und Pasolli, 2019 in der eine Lastkraftschätzung mittels Sliding-Mode-Beobachter durchgeführt wird oder Won, Kim und Tomizuka, 2017 in dem ein Sliding-Mode-Regler vorgestellt wird, kann man erkennen, dass auf Hydraulik basierte Antriebe noch immer Bestandteil der Forschung sind.

## 1.1 Strukturierung der Arbeit

In Kapitel 2 wird der Laboraufbau mit den verwendeten Komponenten aufgelistet und beschrieben. Das anschließende Kapitel beschreibt die Modellbildung des hydraulischen Systems und die Identifikation des verwendeten Reibmodells. Kapitel 4 beschreibt die verwendete Kaskadenregelung und die dafür durchgeführte Exakte Linearisierung. Im fünften Kapitel wird der Beobachterentwurf zur Schätzung der Zylinderkolbengeschwindigkeit und externen Störkraft erläutert. Eine "Model Reference Adaptive Control" Regelung wird in Kapitel 6 vorgestellt und im letzten Kapitel wird eine Anwendung mit Proportionalventil anstelle des zuvor verwendeten Servoventils beschrieben.

## 2 Laboraufbau

In diesem Kapitel wird der hydraulische Prüfstands Aufbau des Instituts für Regelungs- und Automatisierungstechnik der TU Graz und dessen Bestandteile beschrieben. Dabei handelt es sich um einen vom Unternehmen Festo Didactic vertriebenen Aufbau für den Lehr-Laborbetrieb. Ein Bild des Prüfstands mit Bezeichnung einiger Bauteile ist in Abbildung 2.1 dargestellt.

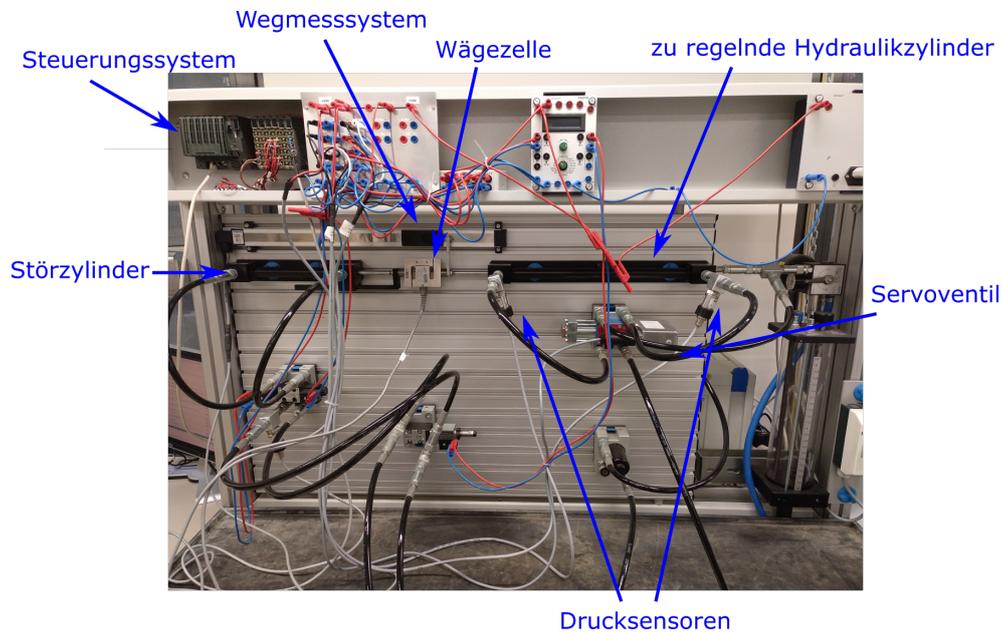


Abbildung 2.1: Foto des Hydraulikprüfstands

Das hydraulische System wird über eine Pumpe und einen Versorgungstank mit Hydrauliköl mit einem Druck von  $p_S = 60\text{bar}$  versorgt. Der Tank hat ein Fassungsvermögen von 40 Liter. Zur Gewährleistung des Versorgungsdruckes im Tank sind Überdruckventile vorhanden. Es ist ein doppelt wirkender Differentialzylinder mit einem Hub von  $40\text{cm}$  als zu regelnder Arbeitszylinder angebracht. Die Volumenströme in die beiden Zylinderkammern werden über ein 4/3-Wege-Regelventil gesteuert. Bei diesem Ventil handelt es sich um ein Servoventil mit einem integrierten Regelkreis für die Positionierung des Steuerschiebers. Zur Aufbringung einer externen Störkraft ist ein zweiter Zylinder montiert. Er ist ebenfalls ein doppelt wirkender Differentialzylinder, dessen aufgebrachte hydraulische Kraft unter

Verwendung eines 4/3-Wege-Magnetventils und Druckbegrenzungsventil geregelt wird. Zur Erfassung der aktuellen Drücke in den jeweiligen Zylinderkammern sind mehrere Drucksensoren angebracht. Der Kolben des Arbeitszylinders ist mit dem des Störzylinders über eine Wägemesszelle als Kraftmessaufnehmer fest miteinander verschraubt. Dadurch kann die aktuell auf den Arbeitszylinder wirkende Lastkraft gemessen werden. Die Zelle liefert über eine integrierte elektronische Brückenschaltung eine zur Kraft proportionale Spannung. Mit Hilfe der am Prüfstand verbauten Wegmesseinrichtung, in Form eines schubstangenlosen Schiebepotentiometers, misst man die aktuelle Kolbenposition des Arbeitszylinders. Es steht auch ein 4/3-Wege-Proportionalventil zur Verfügung, das über einen 2-Kanal-Proportionalverstärker angesteuert werden kann. In Tabelle 2.1 sind die wichtigsten Komponenten mit deren Modellnummer und Hersteller aufgelistet.

Komponenten des Prüfstandes	Hersteller	Artikelnummer
<i>Hydraulische Elemente:</i>		
Arbeitszylinder, Doppelwirkender Hydraulikzylinder	Festo Didactic	184488
Störzylinder, Doppelwirkender Hydraulikzylinder	Festo Didactic	152857
4/3-Wege Servoventil	Festo Didactic	167088
4/3-Wege Magnetventil	Festo Didactic	544348
4/3-Wege Proportionalventil	Festo Didactic	167086
Druckbegrenzungsventil	Festo Didactic	167087
<i>Sensorik/Elektronik:</i>		
3x Druckmesssensoren	Festo Didactic	525964
Wägezelle	VPG Transducers	Model 615
Wegmesseinrichtung, Schiebepotentiometers	Festo Didactic	152628
2-Kanal-Proportionalverstärker	Festo Didactic	162255

Tabelle 2.1: Komponentenliste des Hydraulikprüfstandes

Als Steuerungseinheit ist eine X20 CPU samt Modulen mit analogen Eingängen und Ausgängen von der Firma B&R verbaut. Die in Matlab und Simulink implementierten Regelungsstrategien können über das Automation Studio Target in für die Steuerung verwendbaren C-Code übersetzt werden. Durch eine Ethernet Anbindung ist es auch möglich zur Laufzeit im External Mode Parameteränderungen durchzuführen. Die Umrechnungen der gemessenen elektrischen Signale der Sensoren in die physikalischen Größen wurden direkt in C-Code auf der Steuerung durchgeführt, wodurch diese nicht mehr in Simulink erfolgen müssen. Durch eine Normierung kann die Servoventil-Schieber Stellung über eine Stellgröße von  $u = -1$  bis  $u = 1$  vorgegeben werden wobei diese Grenzen jeweils eine 100% Verschiebung nach links bzw. rechts entsprechen.

## 3 Modellbildung

Die mathematische Modellbildung des Gesamtsystems wurde größtenteils aus Tranninger, 2014 übernommen. Die für das Modell berücksichtigten Komponenten sind das Regelventil und der Hydraulikzylinder. Der Einfluss der Leitungen ist vernachlässigt. Weiteres ist der Versorgungsdruck und der Druck im Tank als konstant angenommen. Zur Modellbildung wurde das Gesamtsystem in die Komponenten des Ventils und des Zylinders unterteilt. Die Herleitungen des mathematischen Modells dieser Teilkomponenten sind in diesem Kapitel beschrieben.

### 3.1 Modellierung der Regelventildynamik

Der schematische Aufbau des Regelventils ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Man erkennt den Stellschieber in grau eingefärbt. Die Anschlüsse mit den Druckbezeichnungen  $p_A$  und  $p_B$  führen zu den gleichnamigen Zylinderkammern.  $p_S$  ist der Versorgungsdruck und  $p_T$  der Druck im Tank des Hydraulikaggregats. Die Abbildung zeigt das Ventil in Schiebermittellposition, d.h.  $x_v = u = 0$ . In rot sind die einzelnen Steuerkanten nummeriert.

#### 3.1.1 Hydraulischer Teil

Die Position des Steuerschiebers des 4/3-Wege-Regelventils wird über den integrierten Linearmotor eingestellt. Die Steuerkanten werden als scharfkantige Blenden modelliert. Die Strömung durch eine solche Blende kann man vereinfacht als turbulent annehmen. Dadurch ergibt sich für den zur Verschiebung proportionalen Volumenstrom durch die Steuerkante  $i$  der Zusammenhang

$$Q_i(x_v, \Delta p) = c_i \sqrt{|\Delta p|} \text{sign}(\Delta p) x_v, \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (3.1)$$

wobei  $\Delta p$  den Druckunterschied,  $c_i$  der jeweilige Durchflussbeiwert und  $x_v$  die normierte Position des Steuerschiebers des Ventils beschreibt. Für die Volumenströme  $Q_A$  und  $Q_B$  durch die Öffnungen  $A$  und  $B$  des 4/3-Wege-Regelventil können dadurch, unter Vernachlässigung von Leckströmen, die Ausdrücke

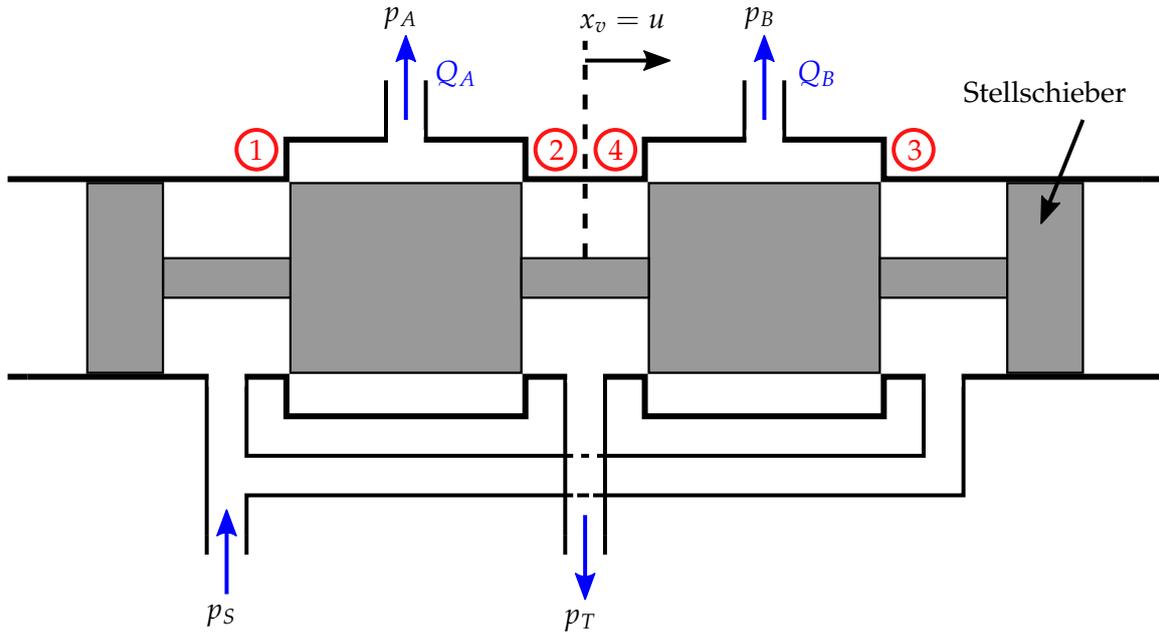


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau des Regelventils, Ventil in Mittelstellung

$$\begin{aligned}
 Q_A &= Q_1 - Q_2 = c_{v1} \sqrt{|p_s - p_A|} \text{sign}(p_s - p_A) \text{sg}(x_v) \\
 &\quad - c_{v2} \sqrt{|p_A - p_T|} \text{sign}(p_A - p_T) \text{sg}(-x_v) \\
 Q_B &= Q_3 - Q_4 = c_{v3} \sqrt{|p_s - p_B|} \text{sign}(p_s - p_B) \text{sg}(-x_v) \\
 &\quad - c_{v4} \sqrt{|p_B - p_T|} \text{sign}(p_B - p_T) \text{sg}(x_v)
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

mit

$$\text{sg}(x_v) = \begin{cases} x_v & x_v \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{3.3}$$

hergeleitet werden. Diese Gleichungen gelten näherungsweise für Ventile mit einer idealen Nullüberdeckung und linearer Durchflusskennlinie.

### 3.1.2 Mechanischer Teil

Das mechanische Verhalten der Ventildynamik ist durch ein  $PT_2$ -System mit konjugiert komplexem Polpaar gemäß

$$\frac{1}{\omega_v^2} \ddot{x}_v + \frac{2D_v}{\omega_v} \dot{x}_v + x_v = u_v, \quad (3.4)$$

approximiert, wobei  $x_v$  die normalisierte Ventilschieberposition,  $\dot{x}_v$  die Ventilschiebergeschwindigkeit,  $\ddot{x}_v$  die Ventilschieberbeschleunigung,  $D_v$  den Dämpfungskoeffizient,  $\omega_v$  die Grenzfrequenz und  $u_v$  die Eingangsgröße beschreibt. Die mechanische Dynamik des Servoventils ist im Simulationsmodell berücksichtigt, wurde jedoch in den Reglerentwürfen vernachlässigt.

## 3.2 Modellierung der Zylinderdynamik

Das Modell des Hydraulikzylinders setzt sich aus einem hydraulischen und einem mechanischen Teilsystem zusammen. Das hydraulische System beschreibt die Druckänderungen in den Zylinderkammern aufgrund der Volumenänderung und vorhandenen Volumenströmen. Das mechanische System der Kolbenbewegung mit einem System zweiter Ordnung modelliert.

### 3.2.1 Hydraulischer Teil

Das Schema eines Hydraulikzylinders mit den für die Modellierung verwendeten Größen ist in Abbildung 3.2 dargestellt.

Die Größen  $Q_A$  und  $Q_B$  beschreiben die in Gleichung (3.2) berechneten Volumenströme. Der Volumenstrom  $Q_L$  berücksichtigt den Leckfluss zwischen den beiden Zylinderkammern. Leckflüsse von den Kammern nach außen sind vernachlässigt. Die Fläche  $A_k$  beschreibt die Kontaktfläche des Zylinderkolbens mit der hydraulischen Flüssigkeit in der Kammer A. Die Kontaktfläche der Kammer B ist um den Faktor  $\alpha$  reduziert. Die Masse  $m_k$  ist die Masse der Kolbenstange und  $F_{ext}$  die auf den Kolben wirkende externe Störkraft.

Durch die Anwendung der Kontinuitätsgleichung und unter Berücksichtigung der Kompressibilität des Hydrauliköls für die beiden Zylinderkammern erhält man

$$\begin{aligned} Q_A - Q_L &= \dot{V}_A + \frac{V_A}{E'} \dot{p}_A \\ Q_B + Q_L &= \dot{V}_B + \frac{V_B}{E'} \dot{p}_B, \end{aligned} \quad (3.5)$$

wobei  $E'$  das von beiden Kammern gemittelte Kompressionsmodul ist. Die Volumen in den beiden Kammern berechnen sich zu

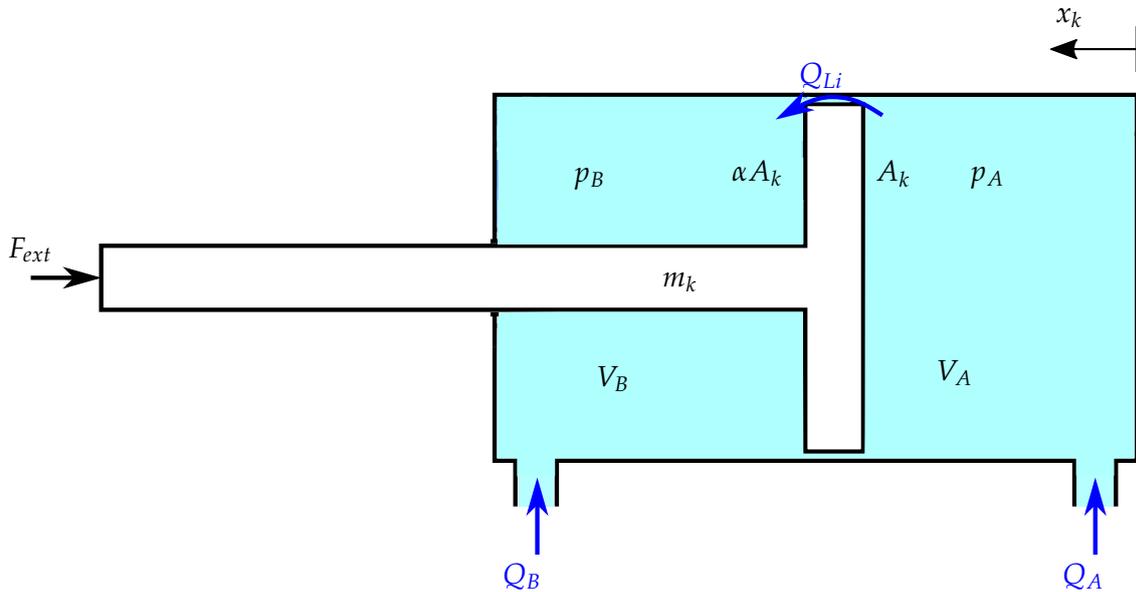


Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau des Hydraulikzylinders

$$\begin{aligned} V_A &= A_k x_k + V_{Leit,A} \\ V_B &= A_k \alpha (H - x_k) + V_{Leit,B} \end{aligned} \quad (3.6)$$

wobei es sich bei  $H$  um den Gesamthub des Hydraulikzylinders und bei  $V_{Leit,A}$  bzw.  $V_{Leit,B}$  um die jeweiligen Totvolumen der Zuleitungen zu den Kammern handelt. Durch Einsetzen von Gleichung (3.6) in Gleichung (3.5) erhält man für die zeitliche Änderung der Kammerdrücke

$$\begin{aligned} \dot{p}_A &= \frac{E'}{V_A} (Q_A - A_k \dot{x}_k - Q_L) \\ \dot{p}_B &= \frac{E'}{V_B} (Q_B + \alpha A_k \dot{x}_k + Q_L). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Es wurde angenommen, dass es sich beim Leckstrom zwischen den beiden Kammern um laminare Strömung handelt. Dadurch ist er von der vorherrschenden Druckdifferenz zwischen den Zylinderkammern linear abhängig und kann näherungsweise mit  $Q_L = K_L (p_A - p_B)$ , wobei  $K_L$  ein konstanter Faktor ist, modelliert werden.

### 3.2.2 Mechanischer Teil

Durch Anwendung des zweiten Newtonschen Gesetzes kann die Dynamik des Zylinders unter Berücksichtigung der auftretenden Reibungskraft  $F_R$  und der wirkenden externen

Störkraft  $F_{ext}$  mit

$$m_k \ddot{x}_k = F_H - F_R - F_{ext} \quad (3.8)$$

beschrieben werden, wobei es sich bei  $F_H$  um die hydraulische Kraft handelt. Diese Kraft entsteht aufgrund der Differenz der Kräfte, die durch die Drücke auf die jeweiligen Kolbenflächen in den Zylinderkammern wirken, und kann mit  $F_H = A_k(p_A - \alpha p_B)$  berechnet werden. Als Modell für die Reibung wurde das Stribeck-Modell angesetzt, welches oft bei hydrodynamischen Anwendungen verwendet wird, siehe Jelali und Kroll, 2003. Diese Reibung setzt sich aus einem geschwindigkeitsproportionalen, viskosen Anteil  $F_v(\dot{x}_k)$ , einer coulombschen Komponente  $F_c(\dot{x}_k)$  und einer exponentiell mit der Geschwindigkeit abfallenden Stribeck-Reibung  $F_s(\dot{x}_k)$  zusammen. Die Stribeck-Reibung beschreibt dabei den Übergang von der Haftreibung in die coulombsche Reibung. Die mathematische Gleichung zur Beschreibung der Stribeck-Kurve lautet

$$F_R(\dot{x}_k) = F_v(\dot{x}_k) + F_c(\dot{x}_k) + F_s(\dot{x}_k) = \sigma \dot{x}_k + \text{sign}(\dot{x}_k) \left( F_{c0} + F_{h0} e^{-\frac{|\dot{x}_k|}{c_s}} \right), \quad (3.9)$$

wobei der Parameter  $c_s$  die Stribeck-Geschwindigkeit genannt wird. Sowohl  $F_c(\dot{x}_k)$  als auch  $F_s(\dot{x}_k)$  sind von dem Vorzeichen der Kolbengeschwindigkeit abhängig ist.

### 3.3 Gesamtsystem

Für das nichtlineare Gesamtsystem gilt somit

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{m_k} [(x_3 - \alpha x_4) A_k - F_R(x_2) - F_{ext}] \\ \dot{x}_3 &= \frac{E'}{V_A} [Q_A(x_3, x_5) - A_k x_2 - K_L(x_3 - x_4)] \\ \dot{x}_4 &= \frac{E'}{V_B} [Q_B(x_4, x_5) + \alpha A_k x_2 + K_L(x_3 - x_4)] \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= \omega_v^2 \left[ u_v - 2 \frac{D_v}{\omega_v} x_6 - x_5 \right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

mit

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ \dot{x}_k \\ p_A \\ p_B \\ x_v \\ \dot{x}_v \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

und

$$\begin{aligned} Q_A &= c_{v1} \sqrt{|p_S - p_A|} \text{sign}(p_S - p_A) \text{sg}(x_v) \\ &\quad - c_{v2} \sqrt{|p_A - p_T|} \text{sign}(p_A - p_T) \text{sg}(-x_v) \\ Q_B &= c_{v3} \sqrt{|p_S - p_B|} \text{sign}(p_S - p_B) \text{sg}(x_v) \\ &\quad - c_{v4} \sqrt{|p_B - p_T|} \text{sign}(p_B - p_T) \text{sg}(-x_v). \end{aligned} \quad (3.12)$$

Die unbekannt Parameter wurden bereits in Tranninger, 2014 identifiziert und übernommen. Die Werte sind in Tabelle 3.1 angeführt. Die Durchflussbeiwert  $c_v$  entspricht dem über die vier Durchflussbeiwerte gemittelten Wert.

Modellparameter	Bezeichnung	Wert
$m_k$	Masse, Zylinderkolben	0.6kg
$A_k$	Kolbenfläche, Arbeitszylinder	$2.0106 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{sPa}$
$\alpha$	Kolbenflächenverhältnis, Arbeitszylinder	0.6094
$H$	Hub, Arbeitszylinder	0.4m
$K_L$	Leakagekoeffizient, Arbeitszylinder	$1.7 \cdot 10^{-14} \frac{m^3}{sPa}$
$V_{Leit,A}$	Volumen, Zuleitung zu Kammer A	$1.87 \cdot 10^{-5} m^3$
$V_{Leit,B}$	Volumen, Zuleitung zu Kammer B	$1.87 \cdot 10^{-5} m^3$
$E'$	Kompressionsmodul, gemittelt	$5.452 \cdot 10^8 Pa$
$\omega_v$	Grenzfrequenz, Regelventil	$314 \frac{1}{s}$
$D_v$	Dämpfung, Regelventil	1
$c_{v1}$	Durchflussbeiwert Steuerkante 1	$4.23 \cdot 10^{-8} \frac{m^4}{s\sqrt{N}}$
$c_{v2}$	Durchflussbeiwert Steuerkante 2	$4.41 \cdot 10^{-8} \frac{m^4}{s\sqrt{N}}$
$c_{v3}$	Durchflussbeiwert Steuerkante 3	$4.27 \cdot 10^{-8} \frac{m^4}{s\sqrt{N}}$
$c_{v4}$	Durchflussbeiwert Steuerkante 4	$4.19 \cdot 10^{-8} \frac{m^4}{s\sqrt{N}}$
$c_v$	Durchflussbeiwert, gemittelt	$4.27 \cdot 10^{-8} \frac{m^4}{s\sqrt{N}}$

Tabelle 3.1: Identifizierte Modellparameter aus Masterarbeit Tranninger, 2014

### 3.4 Identifikation des Reibmodells

Zur Identifikation der Parameter des Reibmodells wurde ein Sliding-Mode-Differenzierer dritter Ordnung verwendet. Auf dessen Entwurf wird in Kapitel 5 genauer eingegangen. Zur Identifikation wurde dem Arbeitszylinder als Sollverlauf der Kolbenposition ein Sinussignal der Form  $x_{k,soll} = 0.18 \cdot \sin(0.2\pi t)$  vorgegeben. Bei der verwendeten Amplitude und Frequenz wurde sichergestellt, dass die Stellgröße nicht in die Beschränkung kommt und der Hub des Zylinders maximal ausgenutzt wird. Zur Positionsregelung wurde ein P-Regler  $u = K_p \cdot e$  mit  $K_p = 140$  und  $e = x_{k,soll} - x_k$  verwendet. Die gemessene Zylinderposition  $x_k$  wurde in den Differenzierer geführt, welcher eine Schätzung der Geschwindigkeit und Beschleunigung des Zylinderkolbens durchführte. Mit den zeitlichen Verläufen der geschätzten Zylinderbeschleunigung  $\ddot{x}_k$  und gemessenen hydraulischen Kraft  $F_H$  konnte anschließend über die Beziehung

$$\hat{F}_R(t) = F_H(t) - m\ddot{x}_k(t) \quad (3.13)$$

der zeitliche Verlauf der Reibungskraft berechnet werden. Zusätzlich können mit dem Datensatz der ebenfalls geschätzten zeitlichen Zylindergeschwindigkeit  $\dot{x}_k$  die einzelnen Datenpunkte der Reibungskraft als Funktion der Geschwindigkeit zum jeweiligen Zeitpunkt dargestellt werden. Diese Messdaten und die approximierten Reibungskurve zeigt Abbildung 3.3.

Die Parameter der Reibung in Gleichung (3.9) wurden so gewählt, dass das Reibungsmodell "gut" mit den gemessenen Werten der Reibungskraft übereinstimmt und sind in Tabelle 3.2 aufgelistet.

Viskose Reibungskoeffizient $\sigma$	25N
Coulombsche Reibungskoeffizient $F_{c0}$	35N
Haftreibungskoeffizient $F_{h0}$	30N
Stribeck Geschwindigkeit $c_s$	0.03

Tabelle 3.2: Identifizierte Koeffizienten des Reibungsmodells

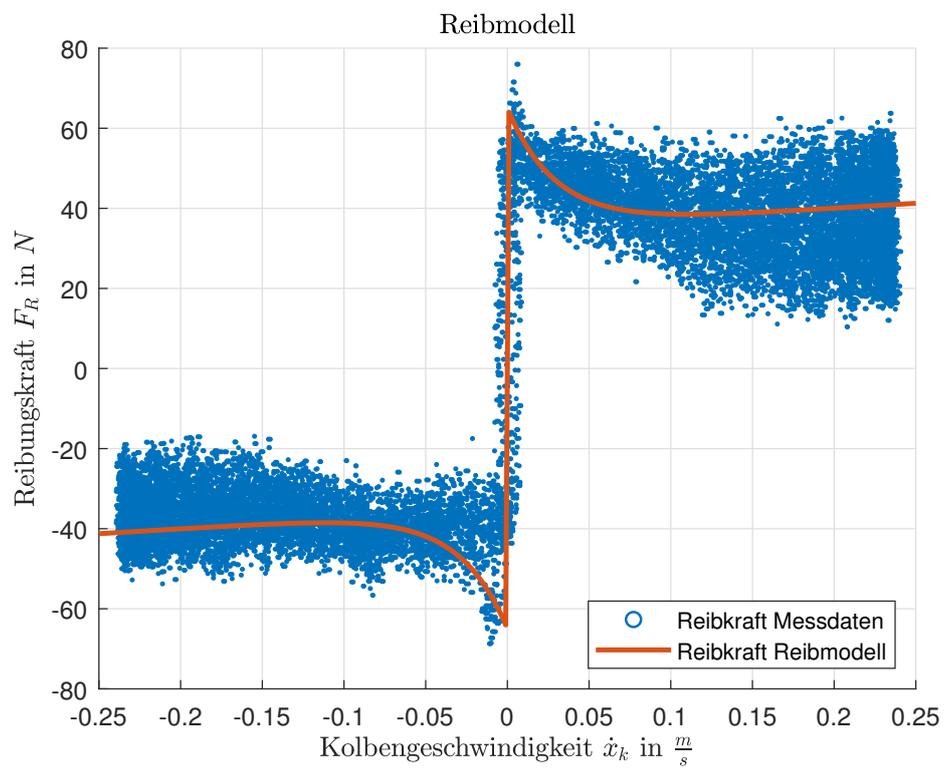


Abbildung 3.3: Gemessene Reibkraft und Approximation der Reibung mithilfe des Reibmodells aus Gleichung (3.9) mit den Parametern aus Tabelle 3.2

## 4 Reglerentwurf

### 4.1 Kaskadenregelkreis

Für den Reglerentwurf wurde die in Abbildung 4.1 gezeigte kaskadierte Regelkreisstruktur mit

$$\begin{aligned} \underline{x}_{k,ref} &= [x_{k,ref} \quad \dot{x}_{k,ref} \quad \ddot{x}_{k,ref} m_k]^T \\ \underline{k}^T &= [k_p \quad k_v \quad 1] \end{aligned} \quad (4.1)$$

gewählt, siehe Jelali und Kroll, 2003.

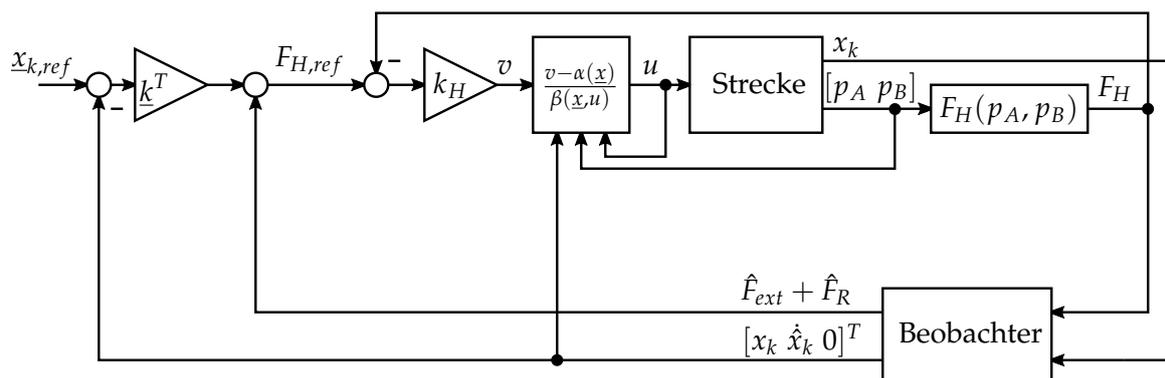


Abbildung 4.1: Schema des Kaskadenregelkreises mit Beobachter

Diese besteht aus einer inneren Druckkraftregelung und einer äußeren Lageregelung für die Kolbenposition. Durch eine Eingangs-Ausgangs-Linearisierung der Druckdynamik kommt es zu einer Entkopplung dieser vom mechanischen System des Zylinderkolbens. Beim inneren Regelkreis handelt es sich um eine Regelung der hydraulischen Kraft.

#### 4.1.1 Äußerer Lageregelkreis

Der äußere Lageregelkreis liefert einen Sollverlauf der gewünschten hydraulischen Kraft an den inneren Kraftregelkreis. Die Führungsgröße der hydraulischen Kraft  $F_{H,ref}$  wird mit

$$F_{H,ref} = m_k \ddot{x}_{k,ref} + k_v (\dot{x}_{k,ref} - \hat{\dot{x}}_k) + k_p (x_{k,ref} - x_k) + \hat{F}_{ext} + \hat{F}_R \quad (4.2)$$

festgelegt. Sie setzt sich aus der Kolbenposition  $x_k$ , der Geschwindigkeit  $\hat{\dot{x}}_k$ , der aktiven Reibungskraft  $\hat{F}_R$  und der wirkenden externen Störkraft  $\hat{F}_{ext}$  zusammen. Zusätzlich wird jeweils eine Führungsgröße für die gewünschte Kolbenposition  $x_{k,ref}$ , die Geschwindigkeit  $\dot{x}_{k,ref}$  und die Beschleunigung  $\ddot{x}_{k,ref}$  vorgegeben. Da nur die aktuelle Position gemessen werden kann, ist die Ermittlung von Schätzwerten für die fehlenden Größen erforderlich. Die Reibungskurve wurde bereits in Kapitel 3.4 ermittelt. Dadurch kann aus der geschätzten Kolbengeschwindigkeit die momentan wirkende Reibungskraft berechnet werden. Der Schätzwert  $\hat{F}_{ext}$  der Lastkraft  $F_{ext}$  und der Schätzwert  $\hat{\dot{x}}_k$  der Kolbengeschwindigkeit  $\dot{x}_k$  werden über den in Kapitel 5 beschriebenen Sliding-Mode-Beobachter bereitgestellt. Nimmt man an, dass die wirkende Lastkraft und Reibungskraft in Gleichung (3.8) vollkommen kompensiert werden, so erhält man für die Abweichung zwischen hydraulischer Kraft und den Führungsgröße  $F_{H,ref}$

$$F_H - F_{H,ref} = m_k (\ddot{x}_k - \ddot{x}_{k,ref}) - k_v (\dot{x}_{k,ref} - \hat{\dot{x}}_k) - k_p (x_{k,ref} - x_k). \quad (4.3)$$

Geht man weiters davon aus, dass die wirkende hydraulische Kraft aufgrund des inneren Regelkreises gut der vorgegebenen Referenzkraft folgt, so kann die linke Seite in Gleichung (4.3) vernachlässigt werden. Definiert man nun den Kolbenpositionsfehler  $e_1 = x_{k,ref} - x_k$  und dessen Ableitung  $\dot{e}_1 = \dot{e}_2$ , so gilt für deren Fehlerdynamik

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_p}{m_k} & -\frac{k_v}{m_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Mit dem Wunsch, dass sich die Fehlerdynamik aus Gleichung (4.4) mit der Ausgangsgröße  $e_1$  wie eine Übertragungsfunktion gemäß

$$T(s) = \frac{a^2}{(s+a)^2} \quad (4.5)$$

verhält, so erhält man für die Reglerparameter

$$\begin{aligned} k_p &= a^2 m_k \\ k_v &= 2am_k. \end{aligned} \quad (4.6)$$

### 4.1.2 Innerer Druckkraft Regelkreis

Es wurde eine Eingangs-Ausgangs-Linearisierung der Druckdynamik durchgeführt. Der Ausgang  $y_H$  des Druckkraftsystems lautet mit  $x_3 = p_A$  und  $x_4 = p_B$

$$y_H = F_H = A_k(x_3 - \alpha x_4). \quad (4.7)$$

Dieser Ausgang muss jetzt so oft zeitlich abgeleitet werden, bis die Stellgröße  $u$  explizit in der Differentialgleichung vorkommt. Beim Reglerentwurf wurde zur Vereinfachung angenommen, dass die Durchflusszahlen des Servoventils gleich groß sind und deren Mittelwert  $c_{v1} = c_{v2} = c_{v3} = c_{v4} = c_v$  entsprechen. Berechnet man die erste zeitliche Ableitung der Gleichung (4.7), setzt anschließend die Beziehungen für  $\dot{x}_3$  und  $\dot{x}_4$  aus Gleichung (3.10) ein und definiert

$$\begin{aligned} \zeta_3(x, u) &= \begin{cases} p_S - x & u \geq 0 \\ x - p_T & u < 0 \end{cases} \\ \zeta_4(x, u) &= \begin{cases} x - p_T & u \geq 0 \\ p_S - x & u < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.8)$$

erhält man

$$\begin{aligned} \dot{y}_F &= A_k \dot{x}_3 - A_k \alpha \dot{x}_4 \\ &= -A_k^2 x_2 \left[ \frac{E'}{V_A(x_1)} + \alpha^2 \frac{E'}{V_B(x_1)} \right] + \left[ \frac{E'}{V_A(x_1)} + \alpha \frac{E'}{V_B(x_1)} \right] K_L (x_3 - x_4) \\ &\quad + A_k \left[ \frac{E'}{V_A(x_1)} c_v \sqrt{\zeta_3(x_3, u)} + \alpha A_k \frac{E'}{V_B(x_1)} c_v \sqrt{\zeta_4(x_4, u)} \right] u =: v, \end{aligned} \quad (4.9)$$

mit dem neuen Eingang  $v$ . Formt man Gleichung (4.9) nun nach der Stellgröße  $u$  um ergibt sich

$$u = \frac{v + A_k^2 \left[ \frac{E'}{V_A(x_1)} + \alpha^2 \frac{E'}{V_B(x_1)} \right] x_2 + A_k \left[ \frac{E'}{V_A(x_1)} + \alpha \frac{E'}{V_B(x_1)} \right] K_L (x_3 - x_4)}{A_k \left[ \frac{E'}{V_A(x_1)} c_v \sqrt{\zeta_3(x_3, u)} + \alpha \frac{E'}{V_B(x_1)} c_v \sqrt{\zeta_4(x_4, u)} \right]}. \quad (4.10)$$

Wählt man  $v = k_H(F_{H,soll} - F_H)$  erhält man das Regelgesetz

$$u = \frac{v - \alpha(x)}{\beta(x, u)} \quad (4.11)$$

mit

$$\begin{aligned}
 v &= k_H(F_{H,soll} - F_H) \\
 \alpha(x) &= -A_k^2 \left[ \frac{E'}{V_A(x_1)} + \alpha^2 \frac{E'}{V_B(x_1)} \right] x_2 - A_k \left[ \frac{E'}{V_A(x_1)} + \alpha \frac{E'}{V_B(x_1)} \right] K_L(x_3 - x_4) \\
 \beta(x, u) &= A_k \left[ \frac{E'}{V_A(x_1)} c_v \sqrt{\zeta_3(x_3, u)} + \alpha \frac{E'}{V_B(x_1)} c_v \sqrt{\zeta_4(x_4, u)} \right].
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Die Funktionen  $\zeta_3$  und  $\zeta_4$  sind jeweils vom Vorzeichen der Stellgröße  $u$  abhängig. Deshalb muss für die exakte Linearisierung bei der Implementierung das Vorzeichen der Stellgröße des vorherigen Zeitschrittes für die Berechnung rückgeführt werden. Das System der Druckdynamik hat eine Ordnung von  $n = 2$ . Da der Eingang  $u$  nach der ersten Ableitung des Ausganges  $y_H$  auftritt und damit der relative Grad  $\delta = 1 < n = 2$  ist, besitzt das System eine interne Dynamik deren Stabilität überprüft werden muss. Da der relative Grad ungleich dem Systemgrad ist, spricht man von einer Eingangs-Ausgangs-Linearisierung. Dazu wird das System in die Byrnes-Isidori-Normalform

$$z = \begin{bmatrix} \epsilon \\ \eta \end{bmatrix} = t(x) = \begin{bmatrix} y_H \\ t_1(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_k(x_3 - \alpha x_4) \\ t_1(x) \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

transformiert. Der Zustand  $\epsilon$  beschreibt die äußere Dynamik des Systems und der Zustand der internen Dynamik wird mit  $\eta$  bezeichnet. Bei der Wahl von  $t_1$  muss sichergestellt sein, dass  $t(x)$  ein Diffeomorphismus ist. Das ist der Fall wenn die Jakobimatrix  $\frac{\partial t(x)}{\partial x}$  regulär ist und  $t(x)^{-1}$  stetig differenzierbar ist. Die Jakobimatrix lautet

$$\frac{\partial t(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} A_k & -A_k \alpha \\ \frac{\partial t_1(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial t_1(x)}{\partial x_4} \end{bmatrix}. \tag{4.14}$$

Durch die Wahl von  $t_1 = p_B = x_4$  kann die Forderung, dass  $t$  ein Diffeomorphismus ist, erfüllt werden. Eingesetzt in Gleichung (4.15) ergibt sich das Transformationsgesetz

$$t(x) = \begin{bmatrix} A_k(x_3 - \alpha x_4) \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon \\ \eta \end{bmatrix}. \tag{4.15}$$

Für das transformierte System ergibt sich

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_k & -\alpha A_k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

und die Umkehrtransformation  $t(\epsilon, \eta)^{-1}$  lautet

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = t^{-1}(\epsilon, \eta) = \begin{bmatrix} \frac{\epsilon}{A_k} + \alpha\eta \\ \eta \end{bmatrix}. \quad (4.17)$$

Damit kann das System mit  $q(\epsilon, \eta, u_0) = \dot{x}_4$  in der Byrnes-Isidori-Normalform

$$\begin{bmatrix} \dot{\epsilon} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}(\epsilon, \eta) + \tilde{\beta}(\epsilon, \eta)u \\ q(\epsilon, \eta, u_0) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

angeschrieben werden. Der Beweis der Stabilität der internen Dynamik wird von Traninger, 2014, Komsta, 2013 übernommen und die Nulldynamik betrachtet. Dazu wird die Eingangsgröße  $u$  und der Anfangszustand  $\epsilon(0)$  so gewählt, dass  $y_H = \dot{y}_H = 0 \forall t \geq 0$  gilt. Aus

$$\dot{y}_H = \tilde{\alpha}(\epsilon, \eta) + \tilde{\beta}(\epsilon, \eta)u_0 = 0 \quad (4.19)$$

folgt

$$u_0 = -\frac{\tilde{\alpha}(\epsilon, \eta)}{\tilde{\beta}(\epsilon, \eta)}. \quad (4.20)$$

Sowohl die Volumen der Zylinderkammern  $V = V_A = V_B$  als auch das Kompressionsmodul  $E'$  werden als konstant angenommen. Des weiteren gilt für die Geschwindigkeit  $\dot{x}_k = x_2 = 0$ . Durch diese Annahmen vereinfacht sich Gleichung (4.20) zu

$$u_0 = \frac{K_L(x_3 - x_4)(1 + \alpha)}{c_v[\sqrt{\zeta_3(x_3, u)} + \alpha\sqrt{\zeta_4(x_4, u)}]}. \quad (4.21)$$

Aus der Bedingung, dass für den Ausgang

$$y_H = A_k(x_3 - \alpha x_4) = 0 \quad (4.22)$$

gelten muss, erhält man  $x_3 = \alpha x_4$ . Für den Eingang der Nulldynamik gilt damit in den transformierten Zuständen mit  $x_4 = z_4$  und  $x_3 = \alpha z_4$

$$u_0 = \frac{K_L(\alpha - 1)(1 + \alpha)z_4}{c_v[\sqrt{\zeta_3(\alpha z_4, u)} + \alpha\sqrt{\zeta_4(z_4, u)}]}. \quad (4.23)$$

Nun werden einige weitere Annahmen getroffen. Der Parameter  $K_L$  des Leckflusses zwischen den Zylinderkammern wird als positiv angenommen. Des weiteren wird vorausgesetzt, dass die Kolbenfläche in Kammer B größer als die der Kammer A ist, wodurch

$\alpha < 1$  gilt. Daraus lässt sich mit Gleichung (4.23) darauf schließen, dass der Eingang  $u_0$  negativ sein muss. Damit gilt für die beiden vom Vorzeichen der Stellgröße abhängigen Funktionen  $\zeta_3(\alpha z_4, u_0) = z_4 - p_T$  und  $\zeta_4(z_4, u_0) = p_S - \alpha z_4$ . Vernachlässigt man zusätzlich den Tankdruck mit  $p_T = 0$ , wird aus Gleichung (4.23)

$$u_0 = \frac{K_L(\alpha - 1)(1 + \alpha)z_4}{c_v[\sqrt{z_4} + \alpha\sqrt{p_S - \alpha z_4}]} \quad (4.24)$$

Dieser Eingang  $u_0$  wird nun in die Gleichung der Nulldynamik  $q(0, \eta, u_0)$  eingesetzt und ergibt

$$\begin{aligned} q(0, \eta, u_0) = \dot{z}_4 &= \frac{E'}{V} [K_L(\alpha - 1)z_4 - c_v\sqrt{p_S - z_4}u_0] \\ &= \frac{E'K_L(\alpha - 1)}{V} \left[ 1 - \frac{\sqrt{p_S - z_4}(\alpha + 1)}{\sqrt{\alpha z_4} + \alpha\sqrt{p_S - z_4}} \right] z_4. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Es gibt eine Ruhelage des Druckes in Kammer B mit

$$z_{4,r} = \frac{p_S}{1 + \alpha}. \quad (4.26)$$

Zur Stabilitätsuntersuchung der internen Dynamik wird nun die Lyapunov-Funktion mit

$$V(z_4) = \frac{1}{2}(z_4 - z_{4,r})^2 \quad (4.27)$$

angesetzt. Leitet man (4.27) nach der Zeit ab, erhält man

$$\begin{aligned} \dot{V}(z_4) &= (z_4 - z_{4,r})\dot{z}_4 \\ &= (z_4 - z_{4,r})\frac{E'}{V}K_L(\alpha - 1) \left[ 1 - \frac{\sqrt{p_S - z_4}(\alpha + 1)}{\sqrt{\alpha z_4} + \alpha\sqrt{p_S - z_4}} \right] z_4. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Es lässt sich zeigen, dass die beiden Terme  $(z_4 - z_{4,r})$  und  $\dot{z}_4$  in den Intervallen  $(0, \frac{p_S}{1+\alpha})$  und  $(\frac{p_S}{1+\alpha}, p_S)$  immer unterschiedliche Vorzeichen haben, womit folglich

$$\dot{V}(z_4) < 0 \quad \forall z_4 \in \left(0, \frac{p_S}{1+\alpha}\right) \cup \left(\frac{p_S}{1+\alpha}, p_S\right) \quad (4.29)$$

gilt. Durch die weitere Annahme, dass der Kammerdruck  $p_B = z_4$  nicht über den Versorgungsdruck  $p_S$  ansteigen kann, ist die Stabilität in dem angeführten Bereich gewährleistet.

## 5 Beobachterentwurf

Um die beschriebene Regelung zu implementieren, werden Schätzungen der Geschwindigkeit  $\dot{x}_k$  und der externen Störkraft  $F_{ext}$  benötigt. Da die Störkraft über den Zusammenhang (3.8) aus der Beschleunigung des Zylinderkolbens berechnet werden kann, wurde der Beobachter durch den Entwurf eines Differenzierers realisiert. Die Wahl fiel dabei auf die Verwendung eines nichtlinearen Differenzierers in Form eines Sliding-Mode-Differenzierers höherer Ordnung. Diese Differenzierer liefern bei bekannter oberer Grenze der  $n + 1$ ten Ableitung eines Signals  $f(t)$  Schätzwerte für dessen  $n$  Ableitungen. Sie haben eine hohe Genauigkeit und sind robust gegenüber Störungen und Messrauschen, siehe Levant, 1998. Es wurde die Wahl zwischen zwei verschiedenen Diskretisierungsverfahren dieser Differenzierer getroffen. Bei der ersten Realisierung handelt es sich um einen herkömmlichen zeitdiskreten Sliding-Mode-Differenzierer höherer Ordnung wie in Stefan Koch und Reichhartinger, 2016 beschrieben. Die zweite Variante verwendet einen verbesserten Ansatz, bei dem es zu einer Verringerung des durch die Diskretisierung verursachten Chattering-Effekts kommt. Dieser Effekt macht sich speziell in den höheren Ableitungen bemerkbar. Um die  $n$ -te Ableitung eines Signals zu schätzen, muss als Differenzierer ein System der Ordnung  $n + 1$  implementiert werden. Da die Beschleunigung des Kolbens in der zweiten Ableitung auftritt, wäre also ein System dritter Ordnung nötig. Erhöht man zusätzlich die Ordnung um 1, so kann die Genauigkeit erhöht und der Einfluss des Chattering-Effekts und des Messrauschens reduziert werden. Die zeitkontinuierliche Form des Sliding-Mode-Differenzierers dritter Ordnung lautet mit dem Schätzfehler des Positionssignals  $e_1 = z_1 - x_k$

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 - \lambda_1 |e_1|^{\frac{3}{4}} \\ \dot{z}_2 &= z_3 - \lambda_2 |e_1|^{\frac{2}{4}} \\ \dot{z}_3 &= z_4 - \lambda_3 |e_1|^{\frac{1}{4}} \\ \dot{z}_4 &= -\lambda_4 \text{sign}(e_1),\end{aligned}\tag{5.1}$$

wobei  $|e_1|^\alpha = |e_1|^\alpha \text{sign}(e_1)$  gilt. Die Konstanten  $\lambda_i$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  stellen die Parameter des Differenzierers dar. Für die Fehlerdynamik gilt

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_1 &= \dot{z}_1 - \dot{x}_k = \underbrace{z_2 - \dot{x}_k}_{=e_2} - \lambda_1 [e_1]^{\frac{3}{4}} = e_2 - \lambda_1 [e_1]^{\frac{3}{4}} \\
 \dot{e}_2 &= \dot{z}_2 - \dot{x}_k = \underbrace{z_3 - \ddot{x}_k}_{=e_3} - \lambda_2 [e_1]^{\frac{2}{4}} = e_3 - \lambda_2 [e_1]^{\frac{2}{4}} \\
 \dot{e}_3 &= \dot{z}_3 - \dot{x}_k^{(3)} = \underbrace{z_4 - x_k^{(3)}}_{=e_4} - \lambda_3 [e_1]^{\frac{1}{4}} = e_4 - \lambda_3 [e_1]^{\frac{1}{4}} \\
 \dot{e}_4 &= \dot{z}_4 - \dot{x}_k^{(4)} = -x_k^{(4)} - \lambda_4 \text{sign}(e_1).
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Für den Fall, dass die vierte Ableitung der Zylinderkolbenposition gemäß

$$|x_k^{(4)}| = \frac{1}{m_k} |\ddot{F}_H - \ddot{F}_R(\dot{x}_k) - \ddot{F}_{ext}| \leq L \quad \forall t \geq 0 \tag{5.3}$$

mit einer Lipschitzkonstante  $L$  beschränkt ist und kein Messrauschen vorhanden ist, kann bei geeigneter Wahl der Parameter  $\lambda_i$  das Verschwinden der Fehler  $e_1 = e_2 = e_3 = e_4 = 0$  in endlicher Zeit erreicht werden. Der Parameter  $\lambda_4$  muss so gewählt werden, sodass  $\lambda_4 > |x_k^{(4)}|$  gilt. Sind die Fehler null, so können die Schätzwerte für die Geschwindigkeit und Beschleunigung des Zylinderkolbens jeweils mit  $\hat{x}_k = z_2$  und  $\hat{\ddot{x}}_k = z_3$  berechnet werden. Anschließend kann unter Verwendung des Reibungsmodells und der berechenbaren hydraulischen Kraft die Störkraft mit

$$\hat{F}_{ext} = -m_k \hat{\ddot{x}}_k + F_H - \hat{F}_R(\hat{x}_k) \tag{5.4}$$

geschätzt werden. In Reichhartinger und Spurgeon, 2018 wird vorgeschlagen die Parameter gemäß Tabelle 5.1 für einen Differenzierer bis Ordnung  $n = 3$  für ein  $\alpha > L$  zu wählen.

Ordnung	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
$n = 1$	$2\alpha^{\frac{1}{2}}$	$\alpha$		
$n = 2$	$3\alpha^{\frac{1}{3}}$	$3\alpha^{\frac{2}{3}}$	$\alpha$	
$n = 3$	$4\alpha^{\frac{1}{4}}$	$6\alpha^{\frac{1}{2}}$	$4\alpha^{\frac{3}{4}}$	$\alpha$

Tabelle 5.1: Parameterwahl Differenzierer bis Ordnung 3

Es wurde bei den Simulationen und Messungen  $\alpha = 260$  gewählt was zu den Werten des Differenzierers  $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4]^T = [16.1, 96.8, 259, 260]^T$  führt.

## 5.1 Differenzierer 1

Zur Implementierung auf der Steuerung musste eine Zeitdiskretisierung von dem zeitkontinuierlichen Differenzierer (5.1) durchgeführt werden. Eine Variante dafür wäre die Verwendung der Euler-Vorwärts-Methode. Es kann jedoch gezeigt werden, dass man bessere Ergebnisse erreichen kann, wenn man noch weitere Terme höhere Ordnung der Abtastzeit  $\tau$  hinzufügt, siehe Stefan Koch und Reichhartinger, 2016. Damit ergibt sich für den zeitdiskreten Differenzierer

$$\begin{aligned}
 z_{1,k+1} &= z_{1,k} + \tau z_{2,k} + \frac{\tau^2}{2} z_{3,k} + \frac{\tau^3}{3!} z_{4,k} - \tau \lambda_1 |e_1|^{\frac{3}{4}} \\
 z_{2,k+1} &= z_{2,k} + \tau z_{3,k} + \frac{\tau^2}{2} z_{4,k} - \tau \lambda_2 |e_1|^{\frac{2}{4}} \\
 z_{3,k+1} &= z_{3,k} + \tau z_{4,k} - \tau \lambda_3 |e_1|^{\frac{1}{4}} \\
 z_{4,k+1} &= z_{4,k} - \tau \lambda_4 \text{sign}(e_1)
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

mit der Abtastzeit  $\tau = 1\text{ms}$ . Die Schätzwerte lassen sich nach endlicher Zeit über

$$\begin{aligned}
 \hat{\dot{x}}_k &= z_{2,k} \\
 \hat{\ddot{x}}_k &= z_{3,k} \\
 \hat{F}_{ext} &= -m_k \hat{\ddot{x}}_k + F_H - \hat{F}_R(\hat{x}_k)
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

berechnen.

## 5.2 Differenzierer 2

Der zweite entworfene Differenzierer benutzt den in Reichhartinger, S. Koch u. a., 2018 beschriebene Diskretisierung. Dabei werden Eigenschaften von zeitkontinuierlichen Systemen, welche mit einem Abtast- und Halteglied zeitdiskretisiert werden, ausgenutzt. Für den Zusammenhang zwischen den Eigenwerten  $s_i$  des zeitkontinuierlichen und den Eigenwerten  $z_i$  des zeitdiskretisierten Systems gilt für die erwähnte Diskretisierung

$$z_i = e^{s_i \tau}. \tag{5.7}$$

Wird die Diskretisierung mittels Abtast- und Halteglied für das zeitkontinuierliche System des Sliding-Mode-Differenzierers (5.1) durchgeführt, erhält man das daraus resultierende zeitdiskrete System

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{\Phi} \hat{\mathbf{x}}_k + \boldsymbol{\mu}(e_1)^T e_1, \quad (5.8)$$

mit der zeitdiskreten Transitionsmatrix  $\mathbf{\Phi}$  und dem vom Positionsschätzfehler  $e_1$  abhängigen Vektor  $\boldsymbol{\mu}(e_1) = [\mu_1(e_1) \ \mu_2(e_1) \ \mu_3(e_1) \ \mu_4(e_1)]$ . Dieser Vektor bestehend aus den Parametern des Differenzierers und berechnet sich mit

$$\boldsymbol{\mu}(e_1) = X(\mathbf{\Phi}, e_1) \mathbf{b}_n, \quad (5.9)$$

wobei für die Matrix  $X$

$$X(\mathbf{\Phi}, e_1) = \prod_{j=0}^3 [\mathbf{\Phi} - z_j(e_1) E] \quad (5.10)$$

gilt und  $\mathbf{b}_n$  die letzte Spalte der Inversen der Beobachtbarkeitsmatrix

$$\mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} e_1^T \\ e_1^T \mathbf{\Phi} \\ e_1^T \mathbf{\Phi}^2 \\ e_1^T \mathbf{\Phi}^3 \end{bmatrix}, \quad (5.11)$$

$E$  die Einheitsmatrix und  $z_j(\sigma_{0,k}) = e^{s_j(\sigma_{0,k})\tau}$  die gewünschten Eigenwerte des geschlossenen Kreises sind. Die Eigenwerte der Schätzfehlerdynamik des zeitkontinuierlichen Differenzierers können über die Beziehung  $s_j = |e_1|^{-\frac{1}{4}p_j}$  berechnet werden, wobei  $p_j$  die Nullstellen des Polynoms

$$w(p) = p^4 + \lambda_1 p^3 + \lambda_2 p^2 + \lambda_3 p + \lambda_4 \quad (5.12)$$

sind. Die Berechnung des Vektors mit den Parametern des Differenzierers  $\boldsymbol{\mu}$  muss dabei zu jedem Abtastzeitpunkt durchgeführt werden. Die Transitionsmatrix  $\mathbf{\Phi}$  kann über den Zusammenhang

$$e \begin{bmatrix} A & e_4 \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix}^\tau = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi} & \mathbf{h} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad e_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{0}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

ermittelt werden.

### 5.3 Vergleich der Differenzierer

Zum Vergleich der beiden Differenzierer wurde die Hydraulikkolben-Position einem konstanten und anschließend einem sinusförmigen Sollverlauf nachgeführt. Die Abbildung 5.1 zeigt die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsschätzung der beiden Diskretisierungsvarianten für eine Abtastzeit von  $\tau = 1ms$ .

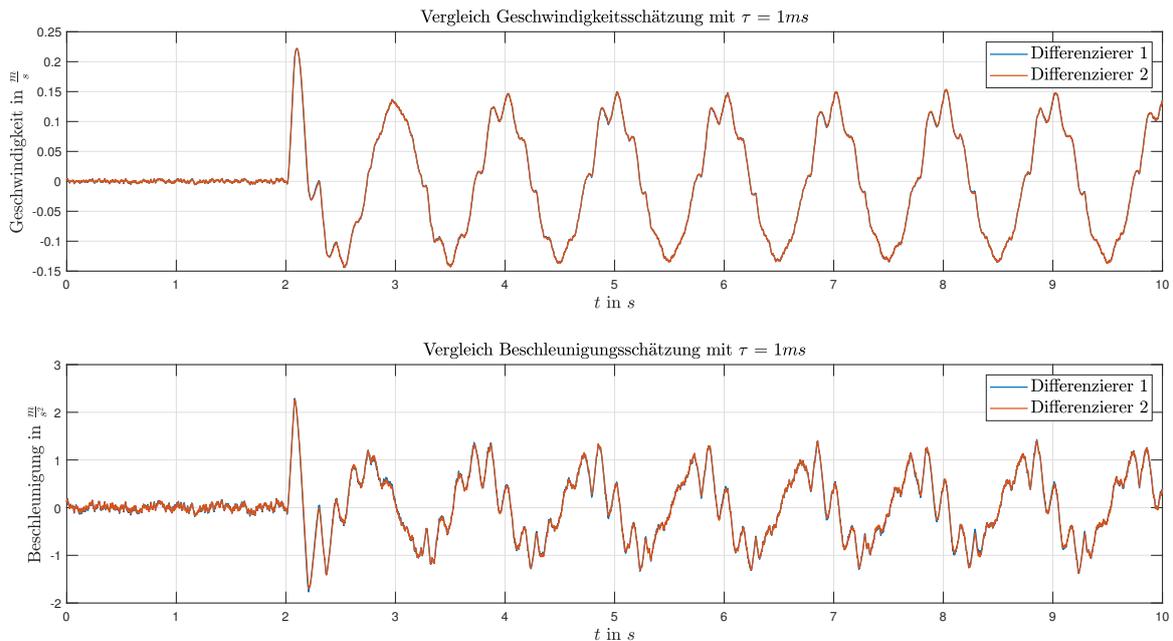


Abbildung 5.1: Vergleich der Differenzierer bei der Abtastzeit  $\tau = 1ms$

Es ist kaum ein Unterschied zwischen den beiden Verfahren zu erkennen. Das liegt daran, dass die Abtastfrequenz so hoch ist, dass deren Auswirkungen auf die Schätzung sehr gering ist. Wäre beispielsweise nur eine Abtastzeit von  $\tau = 50ms$  möglich, so ist der Vorteil der zweiten Differenzierer-Implementierung erheblich, wie man in Abbildung 5.2 erkennt.

Da die Performance der Differenzierer bei der verwendeten Abtastzeit gleich ist, wurde aufgrund der einfacheren Implementierung und des geringeren Rechenaufwands, die in Kapitel 5.1 beschriebene Variante des Differenzierers 1 für die weiteren Simulationen und Versuche am Prüfstand verwendet.

### 5.4 Versuche am Laboraufbau

Beim ersten Versuch wurde eine glatte Trajektorie als Referenz mit Positionswechsel zwischen zwei Positionen vorgegeben. Bei dem Signal handelt es sich um eine Rampe, die

## 5 Beobachterentwurf

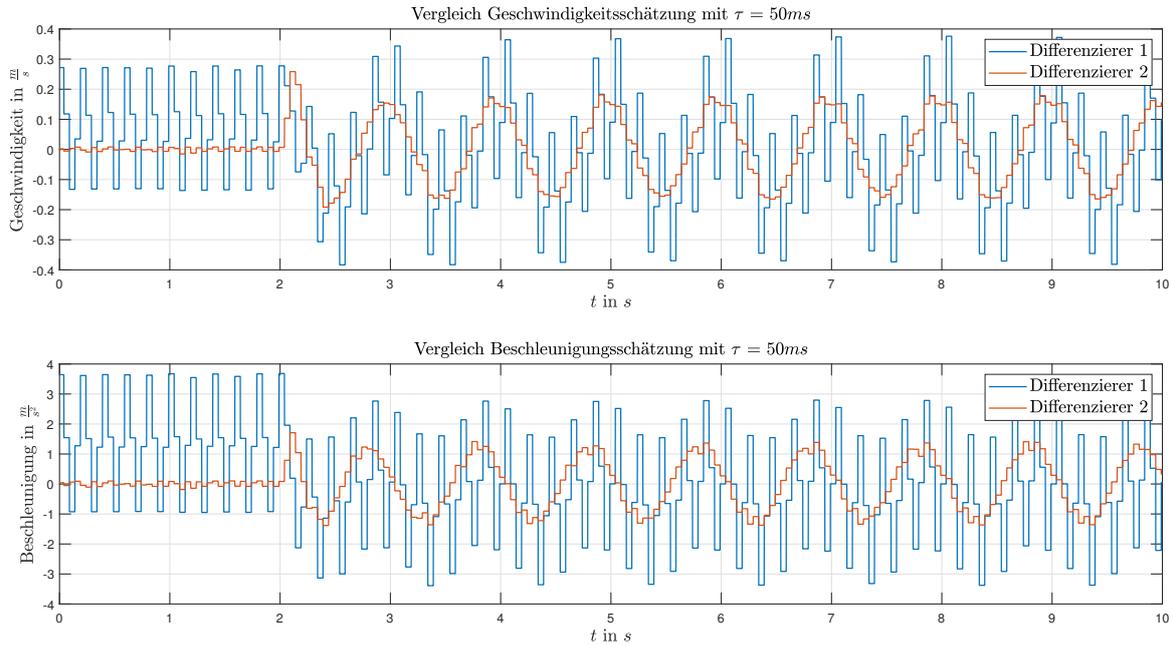


Abbildung 5.2: Vergleich der Differenzierer bei der Abtastzeit  $\tau = 50ms$

mit einer Sinusperiode überlagert wurde. Diese Funktion lautet für einen Positionswechsel in positiver Richtung

$$x_{k,ref}(t) = \frac{x_{end} - x_{start}}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{\Delta t}(t - t_{start}) - \pi\right) + \left(\frac{x_{end} - x_{start}}{\Delta t}\right)t + x_{start} \quad (5.14)$$

mit der Startposition  $x_{start}$ , Endposition  $x_{end}$ , Zeit  $\Delta t$  in der der Positionswechsel erfolgen soll und gilt für den Bereich  $0 \leq t \leq \Delta t$ . Zusätzlich zur Referenzposition des Zylinderkolbens werden auch die ersten beiden Ableitungen von Gleichung (5.14) als Referenzgeschwindigkeit und Beschleunigung vorgegeben. Mit dem Störzylinder wird eine Kraft zwischen  $200N$  und  $500N$  aufgeschaltet. Die Reglerparameter wurden mit  $k_H = 125$ ,  $k_p = 2.8424 \cdot 10^5$  und  $k_v = 5026$  gewählt. In Abbildung 5.3 sind die Ergebnisse ohne der Kompensation der Störkraft dargestellt. Der erste Plot zeigt die Verläufe von Referenzposition und gemessener Zylinderkolbenposition. Im zweiten sind die vom Beobachter geschätzte Kolbengeschwindigkeit und deren Referenz dargestellt. Die mittels Wägezelle gemessene Störkraft zeigt Abbildung drei und im letzten Graphen ist der Positionsfehler des Kolbens aufgetragen. Man erkennt, dass aufgrund der Störkraft ein Regelfehler von bis zu  $3cm$  vorhanden ist. Mit Schätzung und Kompensation der Störkraft erhält man die in Abbildung 5.4 dargestellten Ergebnisse. Im dritten Plot wird zusätzlich die geschätzte Störkraft in rot abgebildet. Im letzten Plot kann man erkennen, dass Fehler der Position auf unter  $8mm$  reduziert werden kann.

## 5 Beobachterentwurf

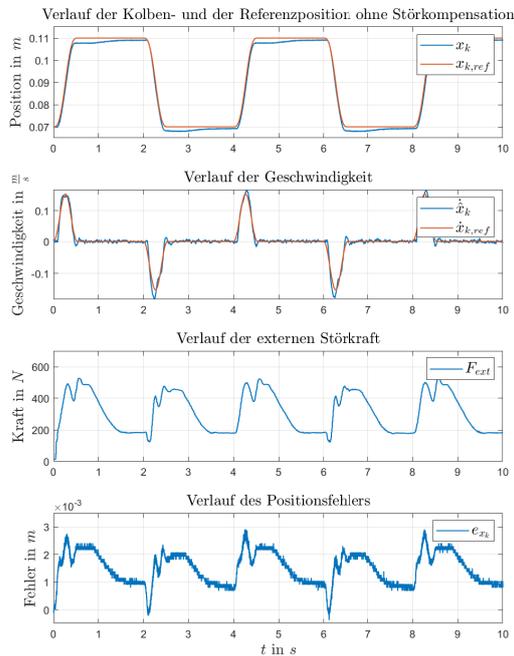


Abbildung 5.3: Verläufe Rampenreferenz ohne Störkraftkompensation

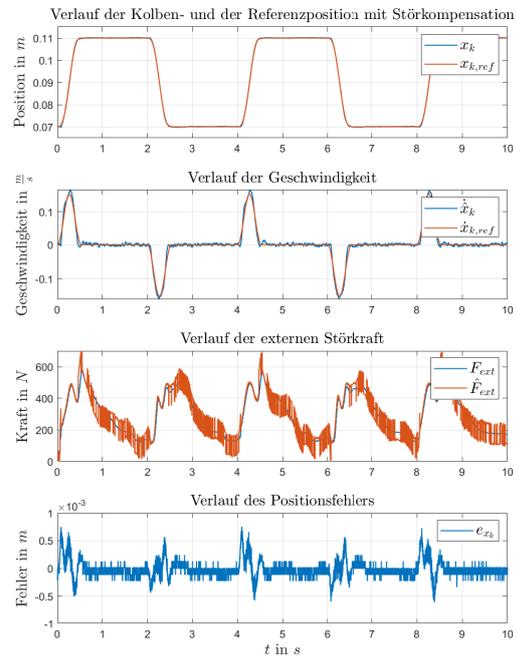


Abbildung 5.4: Verläufe Rampenreferenz mit Störkraftkompensation

Beim zweiten Versuch wurde ein Sinussignal mit Frequenz  $1\text{Hz}$  und einer Amplitude von  $3\text{cm}$  vorgegeben. Die Ergebnisse dieses Versuchs sind bei deaktivierter Störgrößenkompensation in Abbildung 5.5 und bei aktiver Kompensation in Abbildung 5.6 dargestellt. Wie auch schon im vorherigen Versuch kann eine deutliche Verbesserung erzielt werden. Das ist hauptsächlich an den Fehlerverläufen erkennbar.

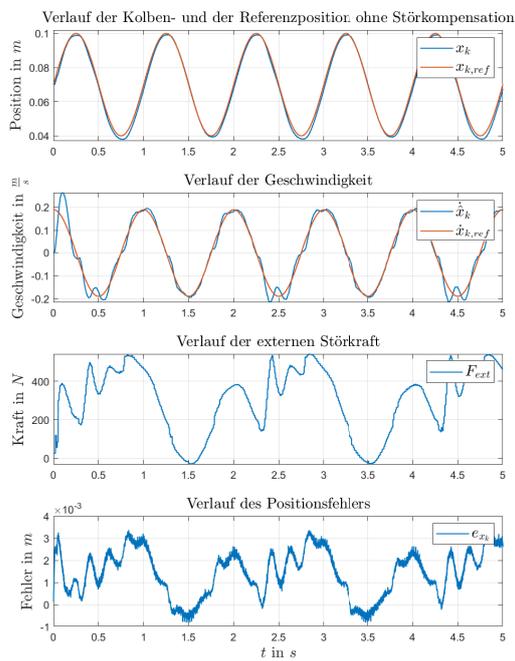


Abbildung 5.5: Verläufe Sinusreferenz ohne Störkraftkompensation

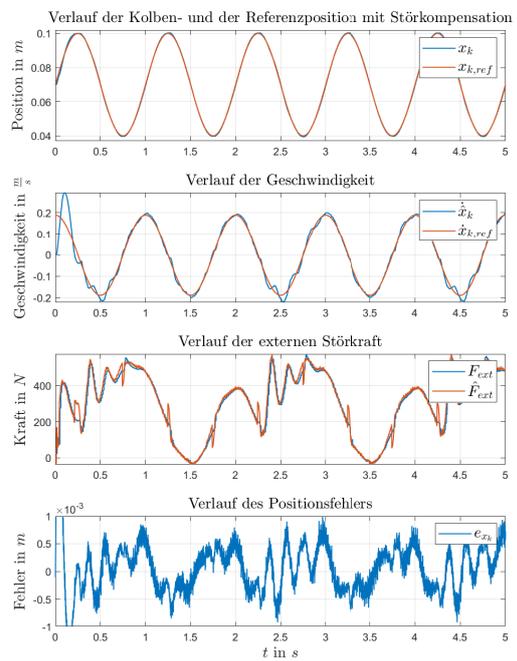


Abbildung 5.6: Verläufe Sinusreferenz mit Störkraftkompensation

# 6 Model Reference Adaptive Control

## 6.1 Model Reference Adaptive Control (MRAC)

Es wurde eine Model Reference Adaptive Control (MRAC) für die Regelung des mechanischen Systems zweiter Ordnung der Zylinderkolbendynamik entworfen. Deren Ziel ist es die auftretende Reibungskraft und externe Störkraft zu kompensieren. Die Wahl der MRAC Implementierung fiel auf die in Buttler, 1994 beschriebene "Model Reference Adaptive Control" für Strecken mit unbekanntem Streckenparametern und vorhandener Zustandsinformation" Methode. Dabei werden die Reglerparameter des Regelkreises so adaptiert, dass sich für den geschlossenen Regelkreis ein Wunschverhalten eines definierten Referenzsystems einstellt. Dieses Verfahren kann dann eingesetzt werden, wenn man über den gesamten Zustandsvektor des zu regelnden Systems durch Messungen bzw. Schätzungen verfügt. Es handelt sich dabei um ein sogenanntes direktes adaptives Verfahren. Bei diesen Methoden wird die Adaption der Reglerparameter ohne vorheriger Schätzung der Streckenparameter durchgeführt. Im Gegensatz dazu gibt es indirekte Methoden, welche über die geschätzten Streckenparameter die Parameter des Reglers so einstellen, dass der geschlossene Regelkreis ein gewünschtes Verhalten aufweist. Für Systeme bei denen das Vorhandensein des gesamten Zustandsvektors nicht gewährleistet ist und nur ein Teil der Zustandsinformation bzw. nur ein messbarer Ausgang zur Verfügung steht, gibt es aufwändigere Verfahren. Die Implementierung der MRAC von Buttler, 1994 wurde zusätzlich um eine adaptive Kompensation von nichtlinearer Unsicherheiten erweitert. Dazu zählen bei der vorhandenen Problemstellung die wirkenden nichtlinearen Komponenten der Reibungskraft und externe Störkräfte. Bei den Störkräften wird jedoch die Vereinfachung getroffen, dass es sich dabei um eine konstante Kraft handelt. Das liegt daran, dass man bei dem Verfahren die Funktionen der wirkenden Störungen bekannt sein müssen. Das Wunschverhalten an die Dynamik des geschlossenen Regelkreises mit den unbekanntem Streckenparametern wird über ein Referenzsystem zweiter Ordnung der Form

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m + \mathbf{b}_m r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_p}{m_k} & -\frac{k_v}{m_k} \end{bmatrix} \mathbf{x}_m + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_k} \end{bmatrix} r \quad (6.1)$$

mit  $r = m_k \ddot{x}_{k,ref} + k_v \dot{x}_{k,ref} + k_p x_{k,ref}$  vorgegeben. Dieses Referenzsystem entspricht dem in Kapitel 4.1 entworfenen Lageregler des Kaskadenregelkreises. Es wird angenommen, dass die reale Strecke

$$\dot{x}_s = A_s x_s + b_s(u + \delta_s(x_s)) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} x_s + \begin{bmatrix} 0 \\ b_n \end{bmatrix} (u + \delta_s(x_s)) \quad (6.2)$$

mit den konstanten aber unbekanntenen Streckenparametern  $a_0, a_1, b_n$  und einer nichtlinearen Unsicherheit  $\delta_s(x_s)$  lautet. Eine Voraussetzung der hier verwendeten Methode ist, dass das Vorzeichen von  $b_n$  bekannt ist. Die Unsicherheit setzt sich mit  $\delta_s(x_s) = \theta^T \omega_s(x_s)$  aus einem Vektor  $\theta^T$  mit unbekanntenen Konstanten und einem, mit bekannten nichtlinearen Funktionen  $\omega_s(x_s)$  zusammen. Die Stellgröße  $u$  besteht aus einem Anteil eines linearen Zustandsreglers  $u_n$  und einer nichtlinearen Komponente  $u_a$  entsprechend

$$u = u_n + u_a = k^T x_s + k_0 r - \hat{\theta}^T \omega_s(x_s), \quad (6.3)$$

wobei  $\hat{\theta}$  der Schätzwert von  $\theta$  ist und  $k = [k_1, k_2]^T$  gilt. Setzt man Gleichung (6.3) in Gleichung (6.2) ein, erhält man für den geschlossenen Regelkreis das Zustandsraummodell

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= (A_s + b_s k^T) x_s + (b_s k_0) r + \theta^T \omega_s(x_s) - \hat{\theta}^T \omega_s(x_s) \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 + b_n k_1 & -a_1 + b_n k_2 \end{bmatrix}}_{=A_c} x_s + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ b_n k_0 \end{bmatrix}}_{=b_c} r + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ b_n \end{bmatrix}}_{=\tilde{\theta}} (\underbrace{\theta - \hat{\theta}}_{=\tilde{\theta}})^T \omega_s(x_s) \\ &= A_c x_s + b_c r - b \tilde{\theta}^T \omega_s(x_s) \end{aligned} \quad (6.4)$$

mit  $A_c = A_s + b_s k^T$ ,  $b_c = b_s k_0$  und dem Parameterschätzfehler  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ . Das Ziel der Regelung ist, dass der Fehler zwischen den Zuständen der Strecke und des Referenzmodells mit  $e = x_s - x_m$  gemäß

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (6.5)$$

asymptotisch abklingt. Für die zeitliche Ableitung des Fehlers gilt

$$\dot{e} = \dot{x}_s - \dot{x}_m = A_c x_s + b_c r - A_m x_m - b_m r + b_s \tilde{\theta}^T \omega_s(x_s). \quad (6.6)$$

Addiert man zu Gleichung (6.6) zur Vereinfachung rechts den verschwindenden Term  $A_m x_s - A_m x_s$  dazu, erhält man durch anschließende Umformung

$$\dot{e} = A_m e + (A_c - A_m) x_s + (b_c - b_m) r + b_s \tilde{\theta}^T \omega_s(x_s). \quad (6.7)$$

Legt man weiter  $\Psi = [b_n k_0 - \frac{1}{m_k}, -a_0 + b_n k_1 + \frac{k_p}{m_k}, -a_1 + b_n k_2 + \frac{k_v}{m_k}]^T$ ,  $w = [r, x_s]^T$  und  $h = [0, 0, 1]^T$  fest, lässt sich die Fehlerdynamik vereinfachend mit

$$\dot{e} = A_m e + h \Psi^T w + b_s \tilde{\theta}^T \omega_s(x_s) \quad (6.8)$$

anschreiben. Zur Untersuchung der Stabilität des Regelkreises muss nun eine Lyapunov-Funktion angesetzt werden. Als solche wurde

$$V(e, \Psi, \tilde{\theta}) = e^T P e + \frac{1}{b_n} \Psi^T \Gamma_{\Psi}^{-1} \Psi + \tilde{\theta}^T \Gamma_{\tilde{\theta}}^{-1} \tilde{\theta} \quad (6.9)$$

gewählt. Um zu gewährleisten, dass  $V(e, \Psi, \tilde{\theta})$  positiv definit ist, müssen die Matrizen  $P$ ,  $\Gamma_{\Psi}^{-1}$  und  $\Gamma_{\tilde{\theta}}^{-1}$  positiv definit sein. Wählt man für die beiden Matrizen  $\Gamma_{\Psi}^{-1}$  und  $\Gamma_{\tilde{\theta}}^{-1}$  jeweils positiv definite Diagonalmatrizen so gilt, dass deren Inverse ebenfalls positiv definit ist. Weiteres wird die Matrix  $P$  als Diagonalmatrix angenommen wodurch auch  $P^T = P$  gilt. Für die zeitliche Ableitung der Lyapunov-Funktion gilt mit Gleichung (6.8) und  $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \hat{\theta} = -\hat{\theta}$ , da  $\theta$  als konstant angenommen wurde,

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \Psi, \tilde{\theta}) &= (\dot{e})^T P e + e^T P \dot{e} + \frac{1}{b_n} (\dot{\Psi}^T \Gamma_{\Psi}^{-1} \Psi + \Psi^T \Gamma_{\Psi}^{-1} \dot{\Psi}) + (\dot{\tilde{\theta}}^T \Gamma_{\tilde{\theta}}^{-1} \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^T \Gamma_{\tilde{\theta}}^{-1} \dot{\tilde{\theta}}) \\ &= (A_m e + h \Psi^T w + b_s \tilde{\theta}^T \omega_s(x_s))^T P e + e^T P (A_m e + h \Psi^T w + b_s \tilde{\theta}^T \omega_s(x_s)) \\ &\quad + \frac{1}{b_n} (\dot{\Psi}^T \Gamma_{\Psi}^{-1} \Psi + \Psi^T \Gamma_{\Psi}^{-1} \dot{\Psi}) - (\hat{\theta}^T \Gamma_{\tilde{\theta}}^{-1} \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^T \Gamma_{\tilde{\theta}}^{-1} \hat{\theta}) \\ &= e^T \underbrace{(A_m^T P + P A_m)}_{=-Q} e + 2e^T P h \Psi^T w + \frac{2}{b_n} \Psi^T \Gamma_{\Psi}^{-1} \dot{\Psi} \\ &\quad + 2e^T P b_s \tilde{\theta}^T \omega_s(x_s) - 2\tilde{\theta}^T \Gamma_{\tilde{\theta}}^{-1} \hat{\theta} \\ &= -e^T Q e + 2(e^T P h \Psi^T w + \frac{1}{b_n} \Psi^T \Gamma_{\Psi}^{-1} \dot{\Psi}) + 2(e^T P b_s \tilde{\theta}^T \omega_s(x_s) - \tilde{\theta}^T \Gamma_{\tilde{\theta}}^{-1} \hat{\theta}) \\ &= \underbrace{-e^T Q e}_{\textcircled{1}} + \underbrace{2\Psi^T (w e^T P h + \frac{1}{b_n} \Gamma_{\Psi}^{-1} \dot{\Psi})}_{\textcircled{2}} + \underbrace{2\tilde{\theta}^T (\omega_s(x_s) e^T P b_s - \Gamma_{\tilde{\theta}}^{-1} \hat{\theta})}_{\textcircled{3}}. \end{aligned} \quad (6.10)$$

Um die Stabilität zu garantieren, muss die Ableitung der Lyapunov-Funktion negativ semidefinit sein. Dazu müssen die einzelnen Summanden untersucht werden. Man erkennt, dass der Term  $\textcircled{1}$  bei einer Wahl von  $Q \succ 0$ , das heißt  $Q$  ist positiv definit, negativ ist. Die Matrix  $P$  kann man anschließend durch die Lösung der Lyapunov-Gleichung  $A_m^T P + P A_m = -Q$  berechnen. Die beiden restlichen Terme  $\textcircled{2}$  und  $\textcircled{3}$  sollen null werden. Wählt man die Adaptionsgesetze

$$\begin{aligned} \dot{l} &= -\Gamma \Psi w e^T P h \\ \dot{\hat{\theta}} &= \Gamma_{\hat{\theta}} \omega_s(x_s) e^T P b_s \end{aligned} \quad (6.11)$$

mit  $l = [k_0, k_1, k_2]^T$ , dann wird diese Forderung erreicht und beide Klammerausdrücke verschwinden. Der unbekannte Vektor  $b_s$  der Strecke tritt in der Adaptionsgleichung von  $\hat{\theta}$  auf. Wegen der Annahme, dass das Vorzeichen des Parameters  $b_n$  bekannt ist, kann man, da er sich nur auf die Adaptionsrate von  $\hat{\theta}$  auswirkt, prinzipiell einen beliebigen Wert gleichen Vorzeichens für den zweiten Vektoreintrag von  $b_s$  im Adaptionsgesetz wählen. Es wurde davon ausgegangen, dass die Masse näherungsweise bekannt ist und damit  $b_n = \frac{1}{m_k}$  angenommen. Die Struktur der Regelung ist in Abbildung 6.1 dargestellt.

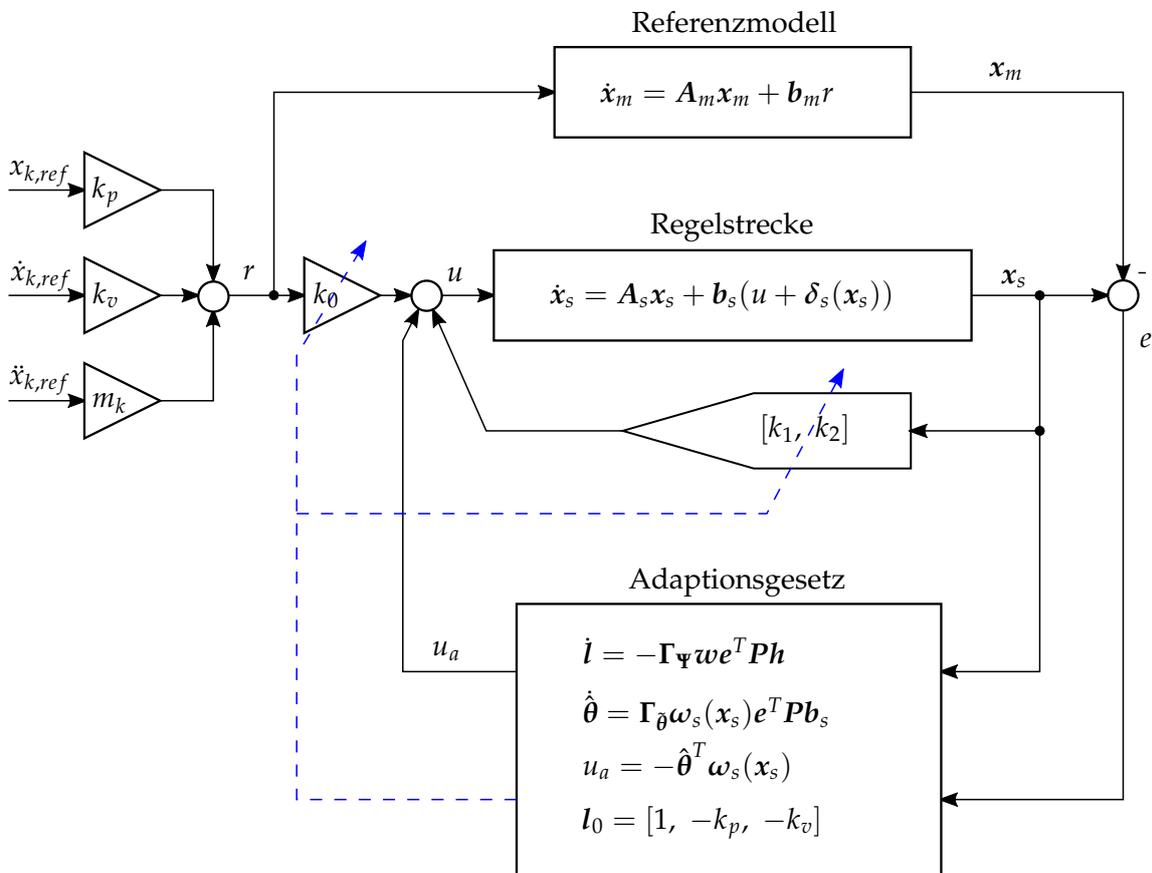


Abbildung 6.1: Schema der Model Reference Adaptive Control (MRAC)

Für die praktische Implementierung auf der Steuerung musste eine Diskretisierung der Adaptionsgesetze durchgeführt werden. Da die Zeitkonstanten des mechanischen Systems um einiges größer als die Abtastzeit der Steuerung sind, ist eine zeitdiskrete Approximation der zeitkontinuierlichen Gleichungen (6.11) mit der Euler-Vorwärts-Methode ausreichend.

Die daraus folgenden zeitdiskreten Adaptionsgesetze lauten somit mit der verwendeten Abtastzeit  $\tau = 1ms$ ,

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_{k+1} &= \mathbf{l}_k - \tau \Gamma_{\Psi} \mathbf{w} \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{h} && \text{mit Anfangswert } \mathbf{l}_0 \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k+1} &= \hat{\boldsymbol{\theta}}_k + \tau \Gamma_{\hat{\boldsymbol{\theta}}} \boldsymbol{\omega}_s(x_s) \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_s && \text{mit Anfangswert } \hat{\boldsymbol{\theta}}_0 \end{aligned} \quad (6.12)$$

Es ist anzumerken, dass die geschätzten unbekanntenen Konstanten  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  der bekannten nichtlinearen Funktion nicht den exakten Wert  $\boldsymbol{\theta}$  gemäß

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}(t)) = \mathbf{0} \quad (6.13)$$

annehmen müssen. Es lässt sich jedoch zeigen, dass der Fehler  $\mathbf{e} = \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m$  trotzdem asymptotisch abnimmt, siehe Buttler, 1994.

### 6.1.1 Definition der nichtlinearen Unsicherheiten

Wie schon erwähnt, soll das Ziel der adaptiven Regelung die Kompensation von unbekanntenen Streckenparametern und nichtlinearen Unsicherheiten sein. Zu letzteren zählt unter anderem die wirkende coulombsche Reibung  $F_c$ . Es kann sein, dass die Gleitreibung in positiver und negativer Richtung unterschiedlich groß ist. Darum wurde eine getrennte Kompensation für die positive und die negative coulombschen Reibungskomponente durchgeführt. Würde diese Aufteilung nicht erfolgen, so würde der dazugehörige Wert von  $\boldsymbol{\theta}$  einen Zahlenwert zwischen den beiden annehmen. Die auftretende viskose Reibung  $\sigma$ , welche sich auf Streckenparameter  $a_1$  auswirkt, wird bereits durch die Variation des Reglerparameters  $k_2$  berücksichtigt. Die auftretende exponentiell abklingende Stribeck-Reibung  $F_s$  wurde beim Entwurf vernachlässigt. Es stellte sich heraus, dass durch eine Approximation der coulombschen Reibung in Form einer Arkustangens-Funktion eine bessere Performance erreichen lässt. Das äußert sich speziell im stationären Fall, bzw. wenn die Kolbengeschwindigkeit null wird. Für die Approximation gilt

$$\text{sign}(\hat{x}_k) \approx \frac{2}{\pi} \arctan(\gamma \hat{x}_k), \quad (6.14)$$

mit dem Parameter  $\gamma$ , über den die Approximationsgüte beeinflusst werden kann. Der Verlauf der Arkustangens-Funktion mit  $\gamma = 100$  und der Signumfunktion ist in Abbildung 6.2 dargestellt. Zusätzlich soll die adaptive Regelung in der Lage sein, konstante auf den Arbeitszylinder wirkende Störkräfte  $F_{ext}$  zu kompensieren. Damit ergibt sich der Vektor mit den bekannten nichtlinearen Funktionen zu

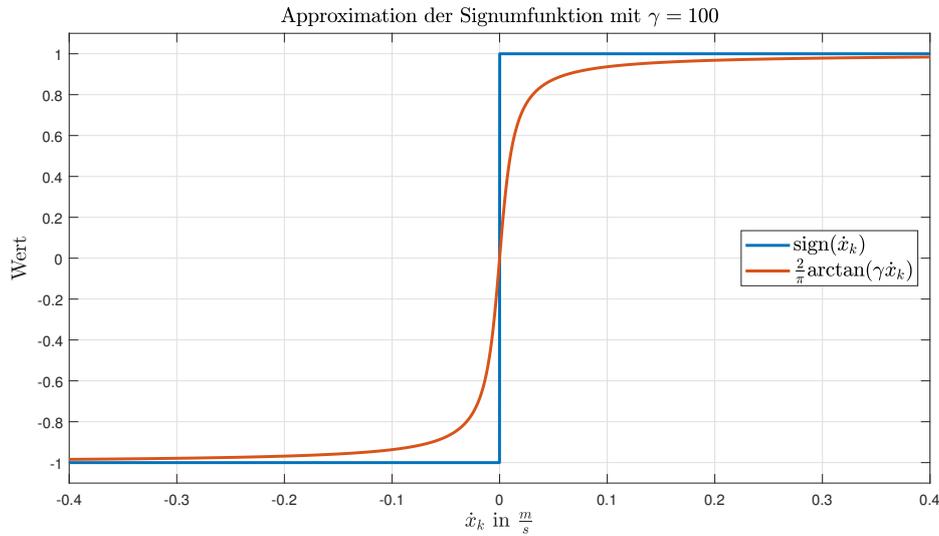


Abbildung 6.2: Approximation der Signumfunktion für  $\gamma = 100$

$$\omega_s(x_s) = \begin{cases} [-\frac{2}{\pi} \arctan(\gamma \hat{x}_k), 0, 1]^T & \text{für } \hat{x}_k \geq 0 \\ [0, -\frac{2}{\pi} \arctan(\gamma \hat{x}_k), 1]^T & \text{für } \hat{x}_k < 0 \end{cases} \quad (6.15)$$

Für den Vektor mit den unbekanntenen Konstanten gilt

$$\hat{\theta} = [\hat{F}_{c0,pos}, \hat{F}_{c0,neg}, \hat{F}_{ext}]. \quad (6.16)$$

### 6.1.2 Wahl der Adaptionsparameter

Einer der Freiheitsgrade ist die Wahl der positiv definiten Matrix  $Q$ . Durch Experimente zeigte sich, dass bei dem hydraulischen System eine höhere Gewichtung des Positionsfehlers im Vergleich zum Geschwindigkeitsfehler des Hydraulikkolbens durchgeführt werden muss. Das liegt möglicherweise daran, dass nur eine Schätzung der Geschwindigkeit mit Hilfe des Differenzierers durchgeführt wird, während die aktuelle Kolbenposition gemessen werden kann. Des weiteren ist die Kolbengeschwindigkeit ungefähr um den Faktor 10 größer als die Position.

Durch die Matrizen  $\Gamma_{\hat{\theta}}$  und  $\Gamma_{\Psi}$  können die Adaptionsraten der Reglerparameter und geschätzten unbekanntenen Konstanten beeinflusst werden. Wählt man sie als Diagonalmatrizen, so ist die Rate jedes Parameters über dessen jeweiligen Diagonaleintrag einstellbar. Um eine gute Konvergenz der Fehlerdynamik zu gewährleisten, ist eine geeignete Wahl der einzelnen Adaptionsraten und auch deren Verhältnis zueinander ausschlaggebend. Wie eine solche passende Wahl aussieht, ist von der vorliegenden Problemstellung abhängig. Ist die Größenordnung der Konstanten bekannt, kann man dieses Wissen bei der Entscheidung mit einfließen lassen.

### 6.1.3 Simulation MRAC

In diesem Abschnitt werden zwei Simulationsstudien zur MRAC diskutiert.

#### Simulation 1: mechanisches System

Bei dieser Simulations-Studie wurde nur das mechanische System zweiter Ordnung mit viskoser Reibung  $\sigma = 40N$  und einer konstanten externen Kraft  $F_{ext} = 200N$  betrachtet. Das Ventil, der hydraulische Kraftregelkreis, sowie die coulombsche und die Haftreibung wurden vernachlässigt. Es wurde auch die reale Kolbengeschwindigkeit des Modells verwendet. Als Referenz wird das rampenförmige Signal laut Gleichung (5.14) mit  $x_{start} = 0.07m$ ,  $x_{end} = 0.17m$ ,  $\Delta t = 0.5s$  vorgegeben. Für die Reglerparameter wurde  $a = 550$  gewählt, was gemäß Gleichung (4.6) die Parameter  $k_p = 1.815 \cdot 10^5$  und  $k_v = 660$  ergibt. In Abbildung 6.3 erkennt man, dass der Positionsfehler zu null konvergiert. Abbildung 6.4 zeigt die Verläufe der Schätzungen der externen Störkraft und der coulombschen Reibung.  $\hat{F}_{ext}$  nähert sich der aufgeschalteten Lastkraft an und  $\hat{F}_{c0}$  bleibt bei  $\hat{F}_{c0} = 0N$ , da die Gleitreibung bei der Simulation deaktiviert wurde. Der Verlauf der Reglerparameter  $l$  ist in Abbildung 6.5 dargestellt. Bei  $t = 2500s$  sind die Parameter näherungsweise bei  $k_0 = 1$ ,  $k_1 = -k_p$  und  $k_2 = -k_v + \sigma$  eingeschwungen.

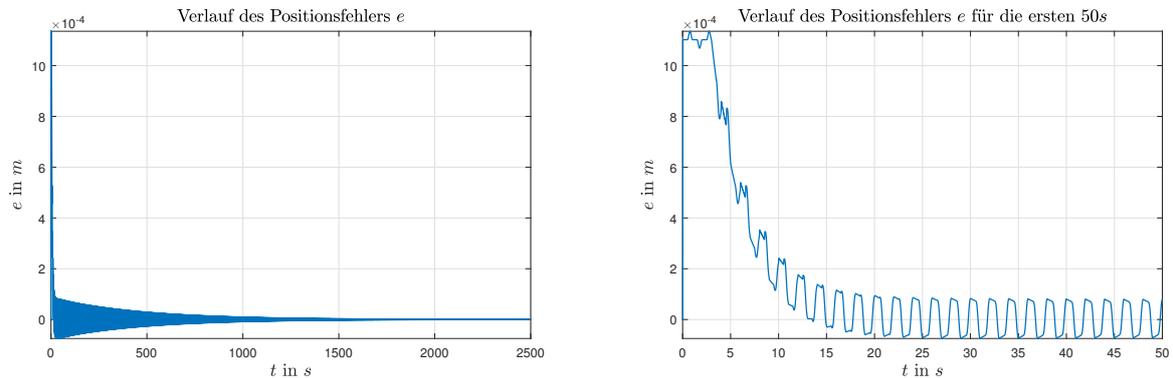


Abbildung 6.3: Verlauf des Positionsfehlers, Simulation 1

#### Simulation 2

In der zweiten Simulation wurde das gesamte Simulationsmodell verwendet. Es wurden die gleichen Referenzsignale für Sollposition, Geschwindigkeit und Beschleunigung wie in der ersten Simulation vorgegeben. Für die Reibung des mechanischen Systems wurde  $\sigma = 40N$ ,  $F_{c0} = 40N$ ,  $F_{s0} = 20N$ ,  $c_s = 0.03$  eingestellt. Es wirkte eine externe Kraft mit  $F_{ext} = 200N$ . Als Geschwindigkeitssignal wurde das der Strecke verwendet. Die Eigenwerte für die Fehlerdynamik des Lageregelkreises wurden mit  $s = -320$  und

## 6 Model Reference Adaptive Control

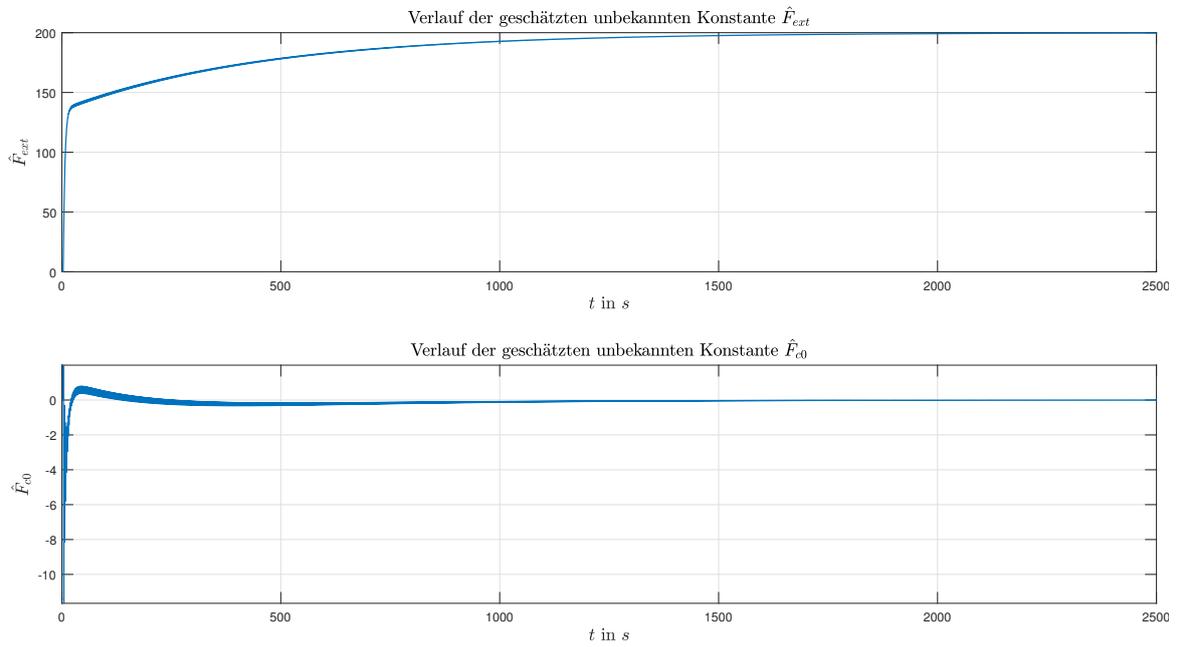


Abbildung 6.4: Verläufe der geschätzten unbekanntenen Konstanten  $\hat{\theta}$ , Simulation 1

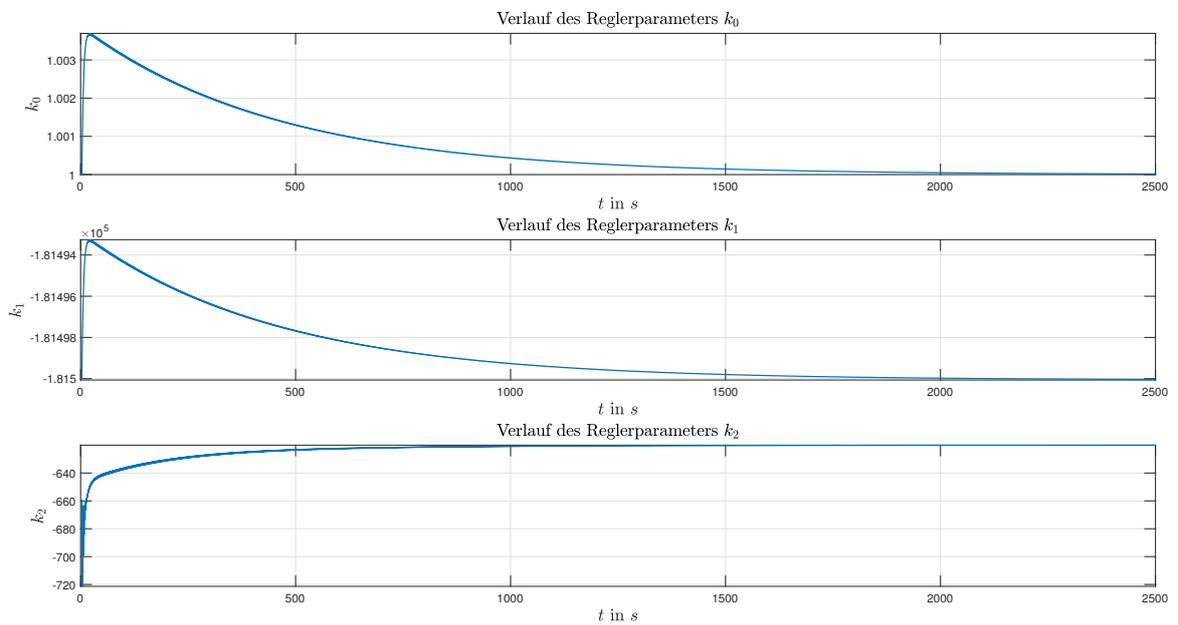


Abbildung 6.5: Verläufe der Reglerparameter  $I$ , Simulation 1

damit  $a = 320$  gewählt. Die Adaptionraten wurden mit  $\Gamma_{\hat{\theta}} = \text{diag}([8000, 8000])$  und  $\Gamma_{\Psi} = \text{diag}([6.75 \cdot 10^{-6}, 2250, 45000])$  angenommen. Die coulombsche Reibung wurde mit  $\gamma = 5000$  approximiert. Der Verlauf der Position und deren Fehler sind für die ersten 100 Sekunden in Abbildung 6.6 dargestellt. Den Verlauf des Fehlers, der geschätzten unbekanntenen Konstanten und der Reglerparameter zeigen Abbildungen 6.7, 6.8 und 6.9.

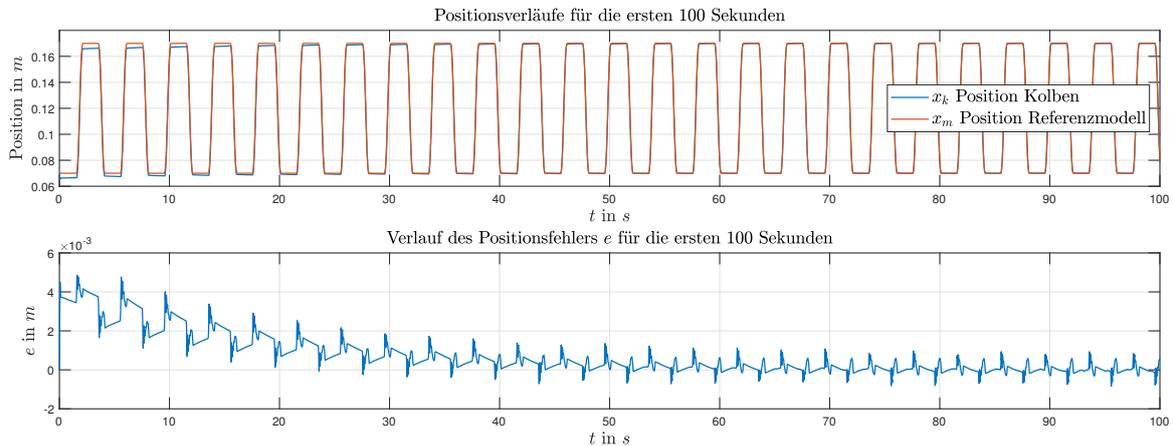


Abbildung 6.6: Verläufe der Position und des Positionsfehlers der ersten 100 Sekunden, Simulation 2

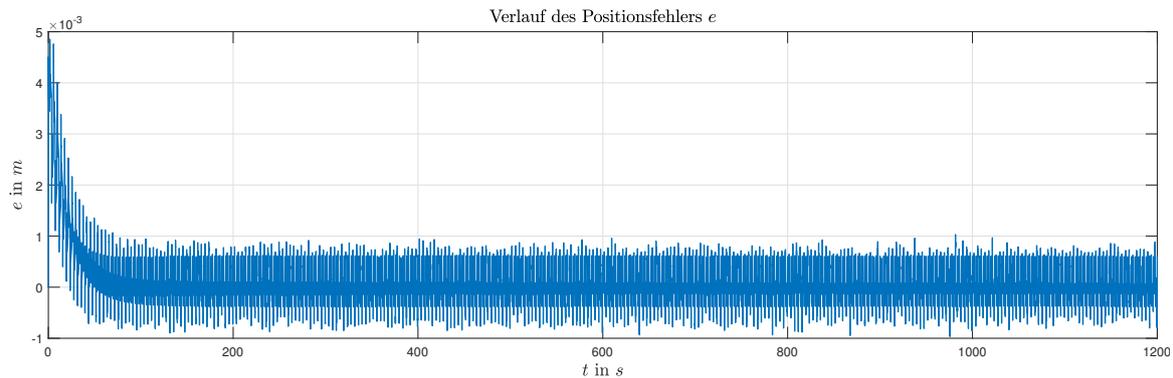


Abbildung 6.7: Verlauf des Positionsfehlers, Simulation 2

### 6.1.4 Versuche MRAC

Bei der Implementierung am Prüfstand hat sich herausgestellt, dass die Schätzung der aktuellen Kolbengeschwindigkeit unter Verwendung des Sliding-Mode-Differenzierers zu schlechteren Verläufen der Adaptionen führt. Bessere Ergebnisse werden erzielt, wenn sowohl das Geschwindigkeitssignal als auch das der realen Strecke durch Ableitung mit Hilfe eines linearen Differenzierers in Form eines DT1-Gliedes berechnet wird. Die zeitdiskrete Implementierung lautet mit  $T_{filter} = 0.07$

## 6 Model Reference Adaptive Control

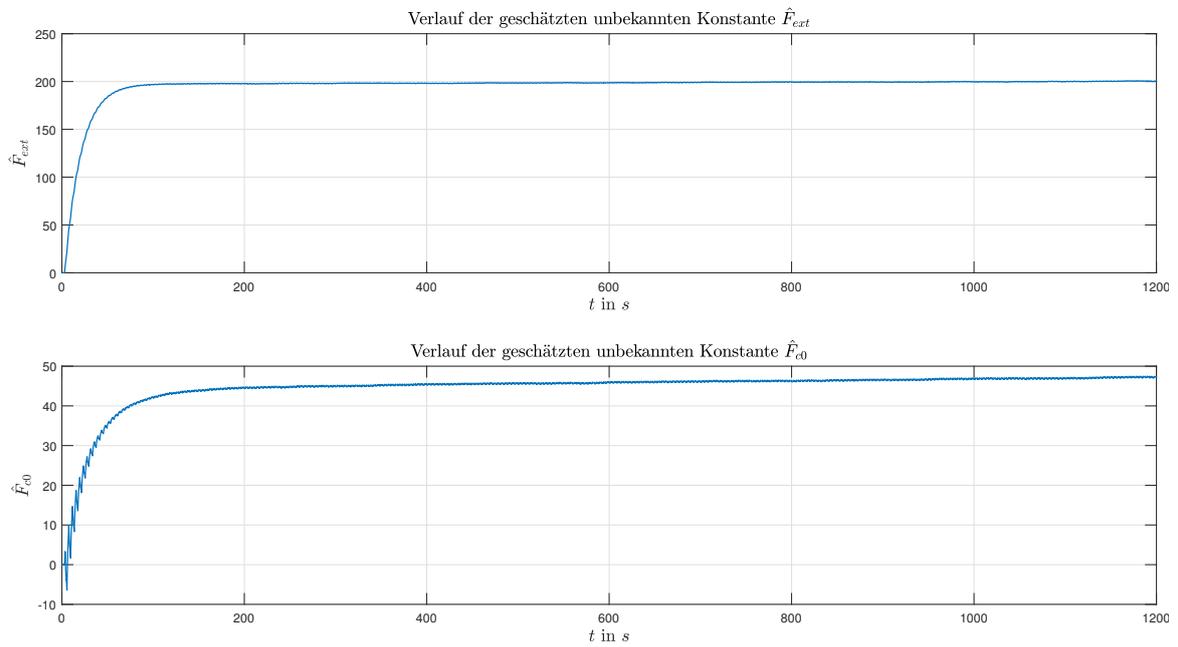


Abbildung 6.8: Verläufe der geschätzten unbekanntten Konstanten  $\hat{\theta}$ , Simulation 2

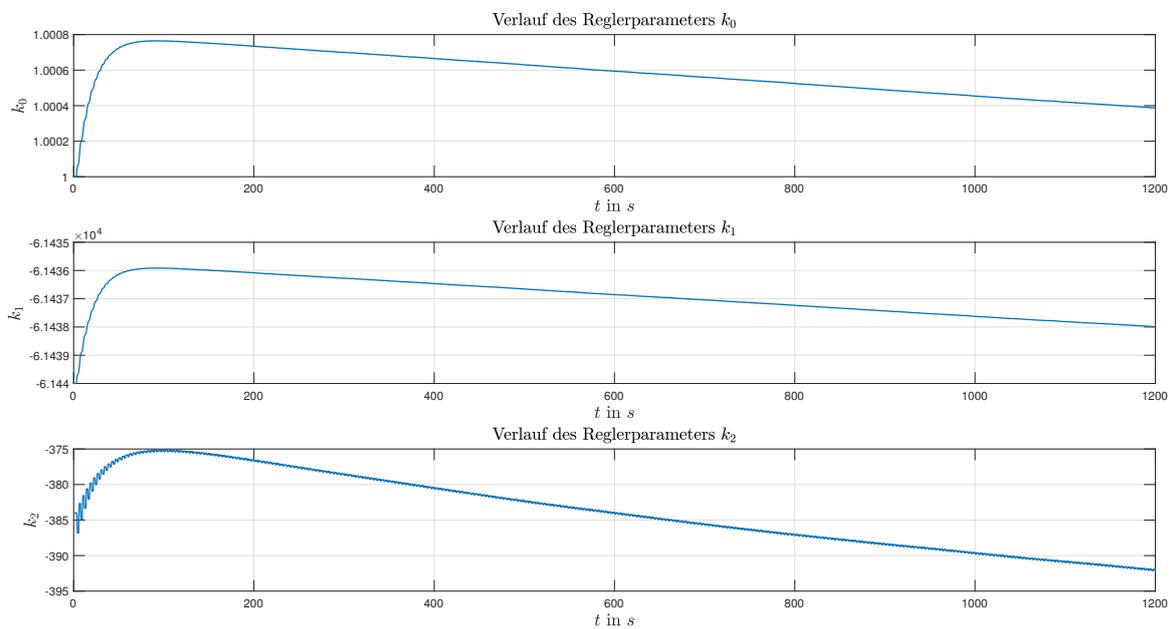


Abbildung 6.9: Verläufe der Reglerparameter  $l$ , Simulation 2

$$G_{filter}(z) = \frac{1 - z^{-1}}{(\tau + T_{filter}) - T_{filter}z^{-1}}. \quad (6.17)$$

Für die Regelung selbst wurde trotzdem der Sliding-Mode-Differenzierer aufgrund der nicht vorhandenen Phasenverschiebung verwendet. Als Referenz wurden "glatte Rampen" gemäß Gleichung (5.14) mit  $x_{start} = 0.07m$ ,  $x_{end} = 0.11m$ ,  $\Delta t = 0.5s$  vorgegeben. Für die Dynamik des Druckkraftregelkreises wurde  $k_H = 251$  ausgesucht. Die Eigenwerte des geschlossenen Lageregelkreises wurden mit  $s_{1,2} = -540$  gewählt, was mit Gleichung (4.6) zu den Reglerparametern  $k_p = 1.7496 \cdot 10^5$  und  $k_v = 648$  führt. Die Anfangswerte der MRAC lauten  $\mathbf{l}_0 = [1, -k_p, -k_v]^T$  und  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0 = [0, 0, 0]^T$ . Für die Approximationsgüte der coulombschen Reibung wurde gemäß (6.14)  $\gamma = 100$  gewählt. Die Matrix  $\mathbf{Q}$  wurde mit  $\mathbf{Q} = \text{diag}([10^7, 1])$  angenommen. Für die Adaptionraten wurde  $\Gamma_{\Psi} = \text{diag}([2.5 \cdot 10^{-7}, 5 \cdot 10^5, 1.5 \cdot 10^4])$  und  $\Gamma_{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \text{diag}([3750, 3750, 7500])$  gewählt.

### Versuch 1 MRAC

Bei diesem Experiment wurde noch keine externe Störkraft aufgeschaltet, jedoch trotzdem bei der Definition der Unsicherheiten berücksichtigt. Die Verläufe der Position und des Positionsfehlers für die ersten 40 Sekunden zeigt Abbildung 6.10. Der zeitliche Verlauf der Reglerparameter ist in Abbildung 6.11, der der geschätzten unbekanntenen Konstanten in Abbildung 6.12 dargestellt.

### Versuch 2 MRAC

Es wurden die gleichen Referenzverläufe und Parameterwerte wie beim vorherigen Versuch vorgegeben, jedoch wirkte zusätzlich eine Störkraft von  $F_{ext} \approx 300N$ . Die Verläufe dieses Versuches sind analog zu Versuch 1 in Abbildungen 6.13, 6.14 und 6.15 dargestellt. Es kommt zu einem Überschwingen beim Positionsverlauf des Hydraulikkolbens speziell in der "oberen" Position. Das könnte ein Effekt aufgrund der Tatsache sein, dass der Störzylinder keine exakt konstante Kraft liefern kann.

## 6.2 Modifiziertes MRAC

Diese zweite MRAC Implementierung geht davon aus, dass die reale Strecke bekannt ist und nur eine Kompensation der nichtlinearen Unsicherheit erfolgt. Die Strecke lautet

$$\dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{b}_s (u + \delta_s(\mathbf{x}_s)) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_s + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_k} \end{bmatrix} (u + \delta_s(\mathbf{x}_s)). \quad (6.18)$$

## 6 Model Reference Adaptive Control

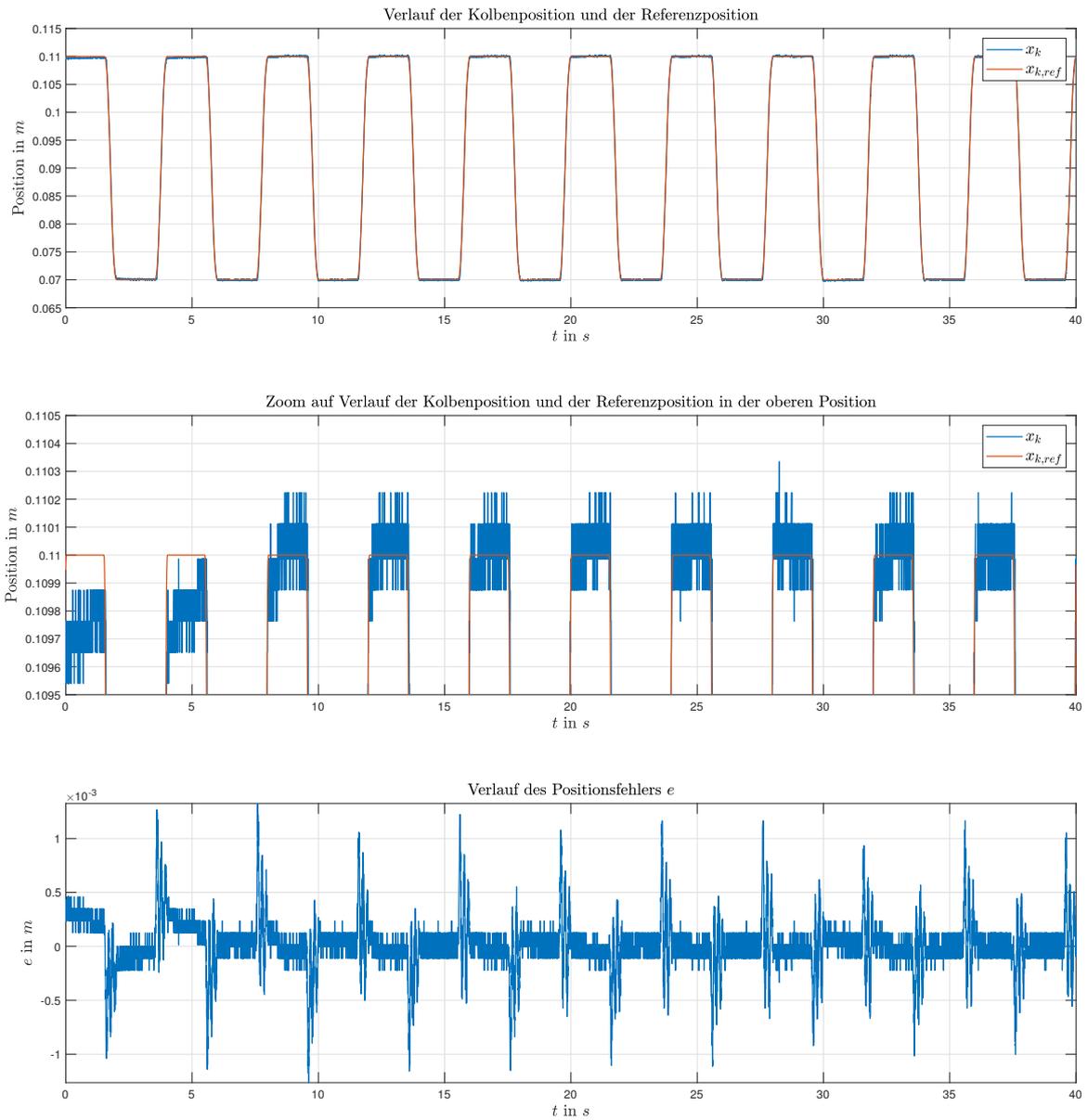


Abbildung 6.10: Verläufe der Position und des Positionsfehlers ohne  $F_{ext}$ , Versuch 1 MRAC

## 6 Model Reference Adaptive Control

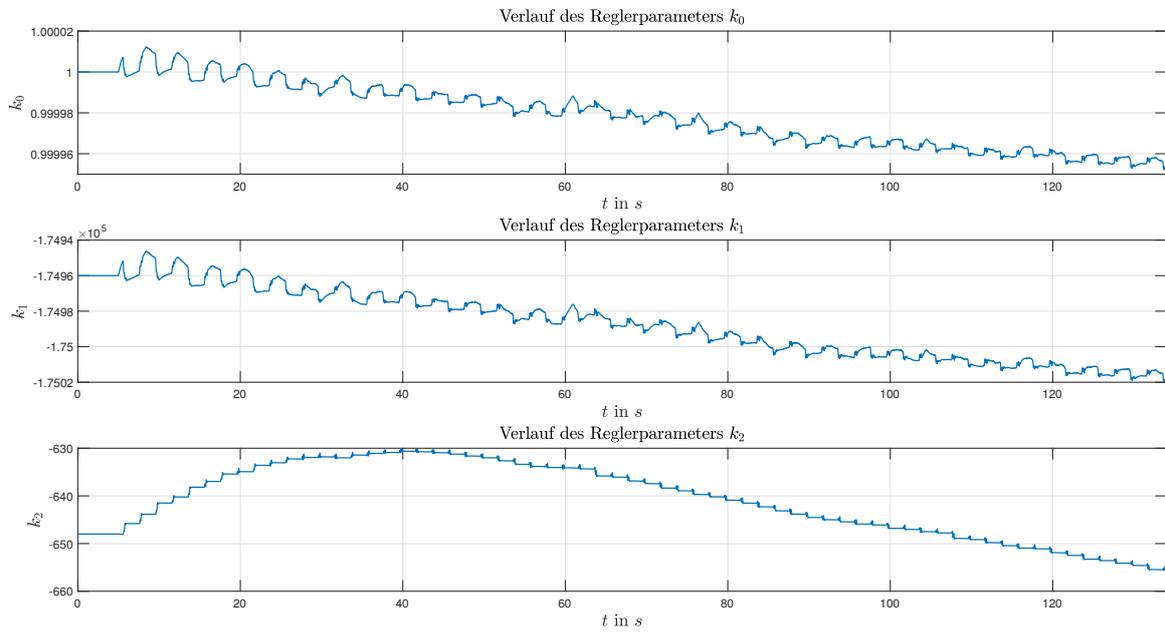


Abbildung 6.11: Verläufe der Reglerparameter  $I$  ohne  $F_{ext}$ , Versuch 1 MRAC

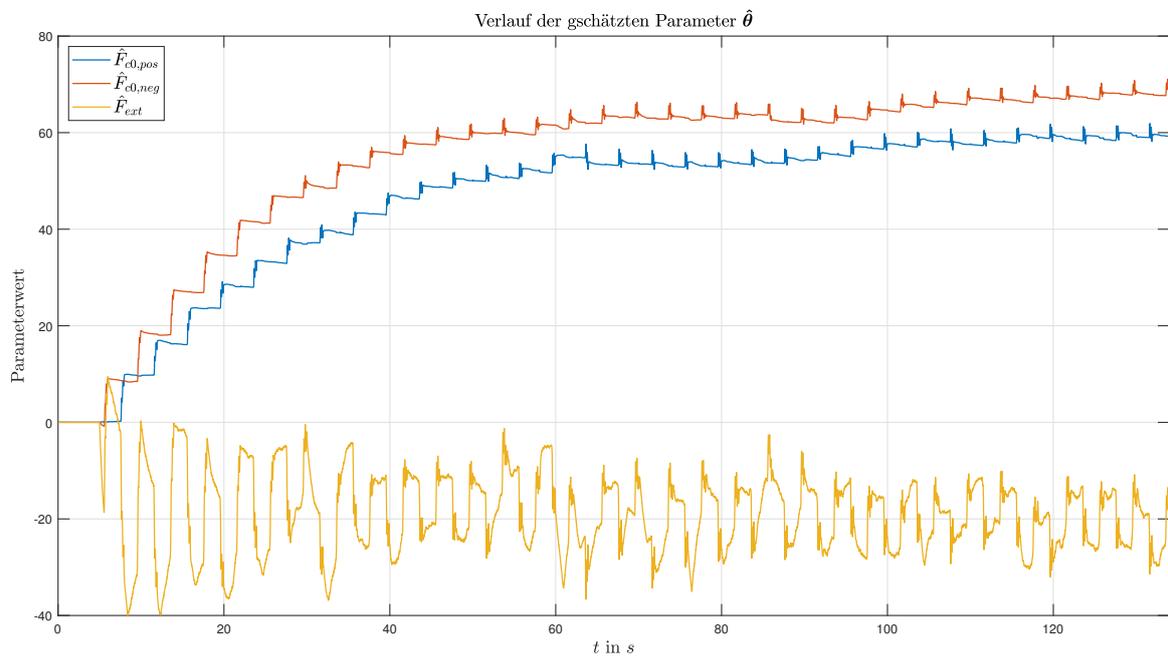


Abbildung 6.12: Verläufe der geschätzten unbekanntenen Konstanten  $\hat{\theta}$  ohne  $F_{ext}$ , Versuch 1 MRAC

## 6 Model Reference Adaptive Control

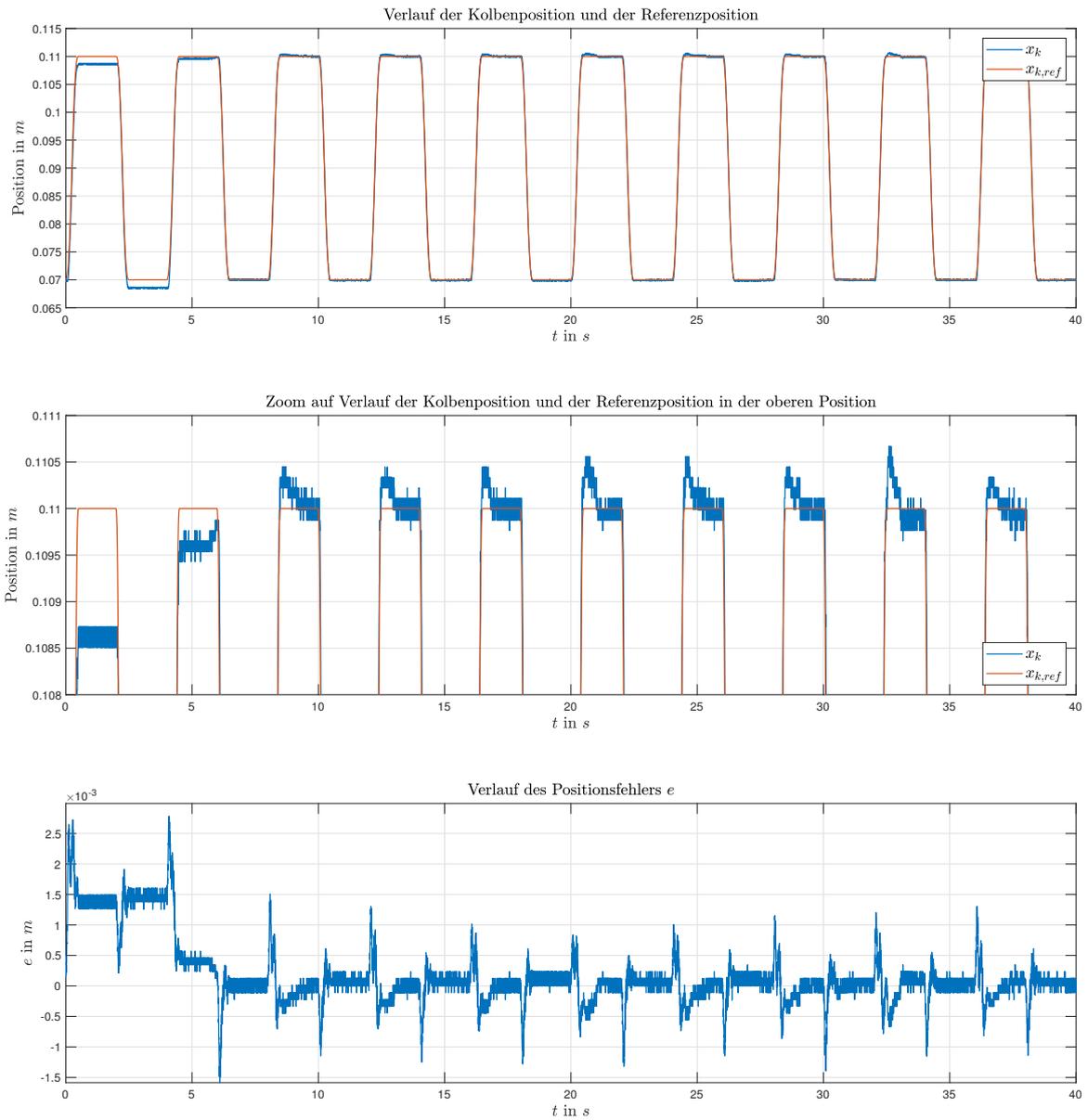


Abbildung 6.13: Verläufe der Position und des Positionsfehlers mit  $F_{ext} = 300N$ , Versuch 2 MRAC

## 6 Model Reference Adaptive Control

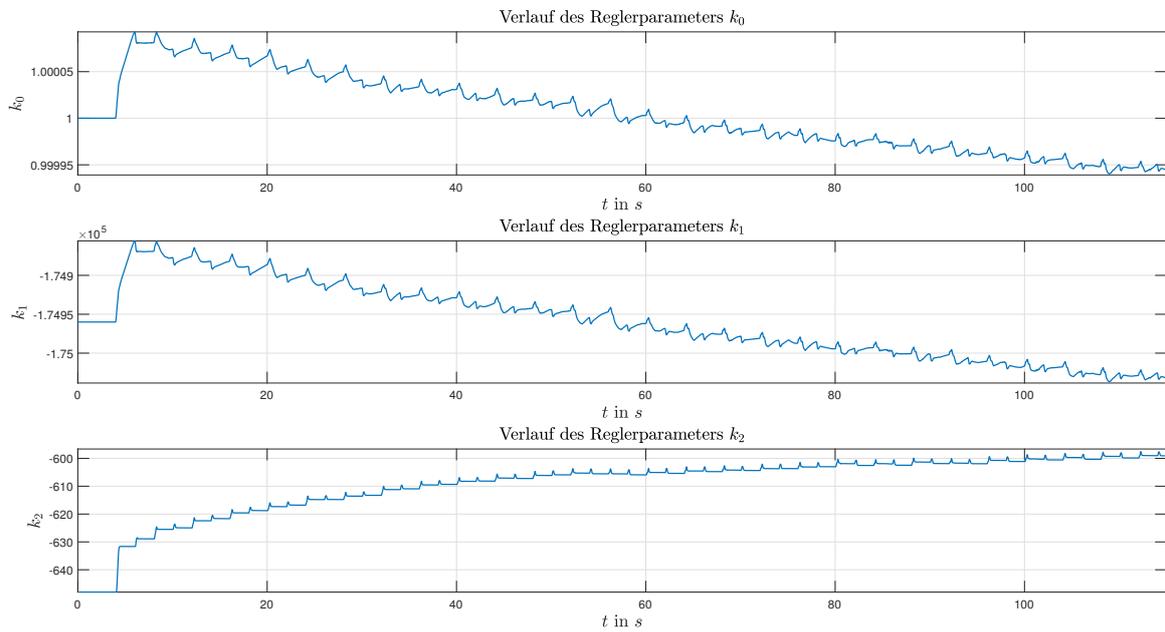


Abbildung 6.14: Verläufe der Reglerparameter  $I$  mit  $F_{ext} = 300N$ , Versuch 2 MRAC

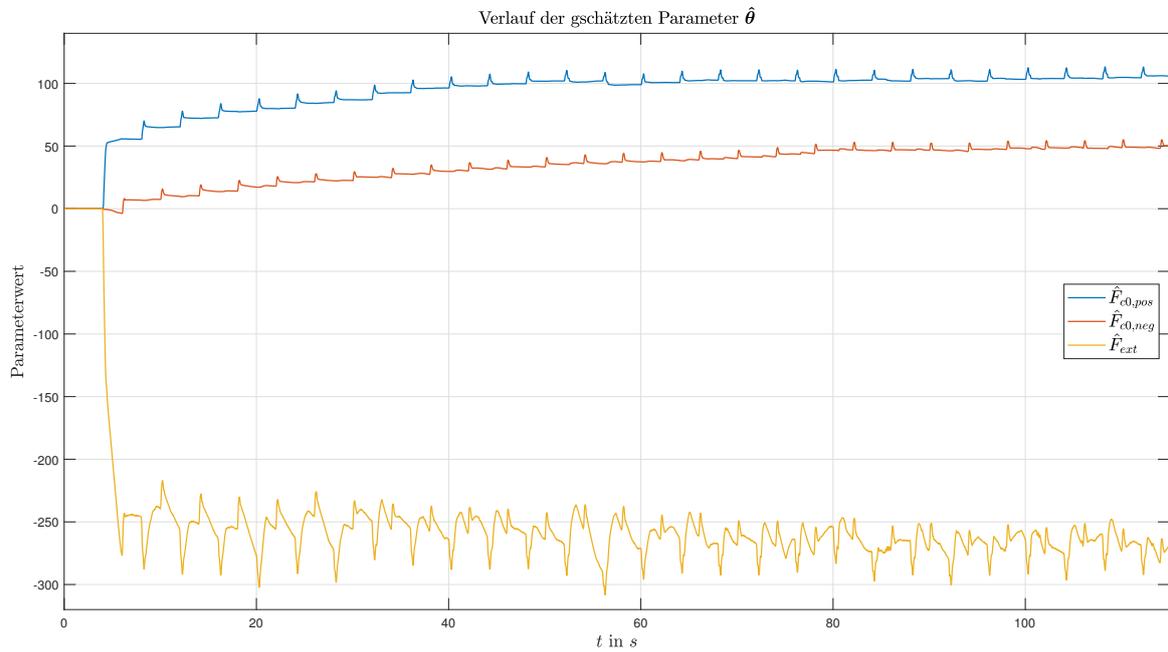


Abbildung 6.15: Verläufe der geschätzten unbekanntenen Konstanten  $\hat{\theta}$  mit  $F_{ext} = 300N$ , Versuch 2 MRAC

Für den nominalen Regler ergibt sich unter Vernachlässigung der Unsicherheit

$$u_n = -k_p x_k - k_v \dot{x}_k + r \quad (6.19)$$

mit dem Referenzsignal  $r = k_p x_{k,ref} + k_v \dot{x}_{k,ref} + m_k \ddot{x}_{k,ref}$ . Das Referenzmodell ergibt sich aus dem geschlossenen Regelkreis mit dem nominalen Regler ohne Unsicherheit, gleich wie in Kapitel 6.1, mit

$$\dot{x}_m = A_m x_m + b_m r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_p}{m_k} & -\frac{k_v}{m_k} \end{bmatrix} x_m + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_k} \end{bmatrix} r. \quad (6.20)$$

Da hier von einer bekannten Strecke ausgegangen wird, muss zusätzlich in den Unsicherheiten die Auswirkung der viskosen Reibung in  $\omega_s(x_s)$  aufgenommen werden. Dadurch gilt für den Vektor mit den bekannten nichtlinearen Funktionen

$$\omega_s(x_s) = \begin{cases} [-\text{sign}(\dot{x}_k), 0, 1, -\dot{x}_k]^T, & \text{für } \dot{x}_k \geq 0 \\ [0, -\text{sign}(\dot{x}_k), 1, -\dot{x}_k]^T, & \text{für } \dot{x}_k < 0 \end{cases}. \quad (6.21)$$

Der Vektor mit den unbekanntem Konstanten ist

$$\hat{\theta}_s = [\hat{F}_{c0,pos}, \hat{F}_{c0,neg}, \hat{F}_{ext}, \hat{\sigma}]. \quad (6.22)$$

Die Lyapunov-Funktion und deren Ableitung in 6.9 und 6.10 ändern sich dadurch, dass jeweils der zweite Term in den Gleichungen wegfällt. Dadurch ergibt sich

$$V(e, \tilde{\theta}) = e^T P e + \tilde{\theta}^T \Gamma_{\tilde{\theta}}^{-1} \tilde{\theta} \quad (6.23)$$

und

$$\dot{V}(e, \tilde{\theta}) = -e^T Q e + 2\tilde{\theta}^T (\omega_s(x_s) e^T P b_s - \Gamma_{\tilde{\theta}}^{-1} \dot{\tilde{\theta}}). \quad (6.24)$$

Das Adaptionsgesetz zur Kompensation der Unsicherheit lautet gleich wie bei der vorherigen MRAC Implementierung, siehe die zweite Gleichung von (6.11). Die Struktur dieser MRAC Realisation ist in Abbildung 6.16 dargestellt.

### 6.2.1 Versuche Modifiziertes MRAC

In diesem Kapitel werden die am Prüfstand durchgeführten Experimente mit dem modifizierten MRAC Verfahren beschrieben.

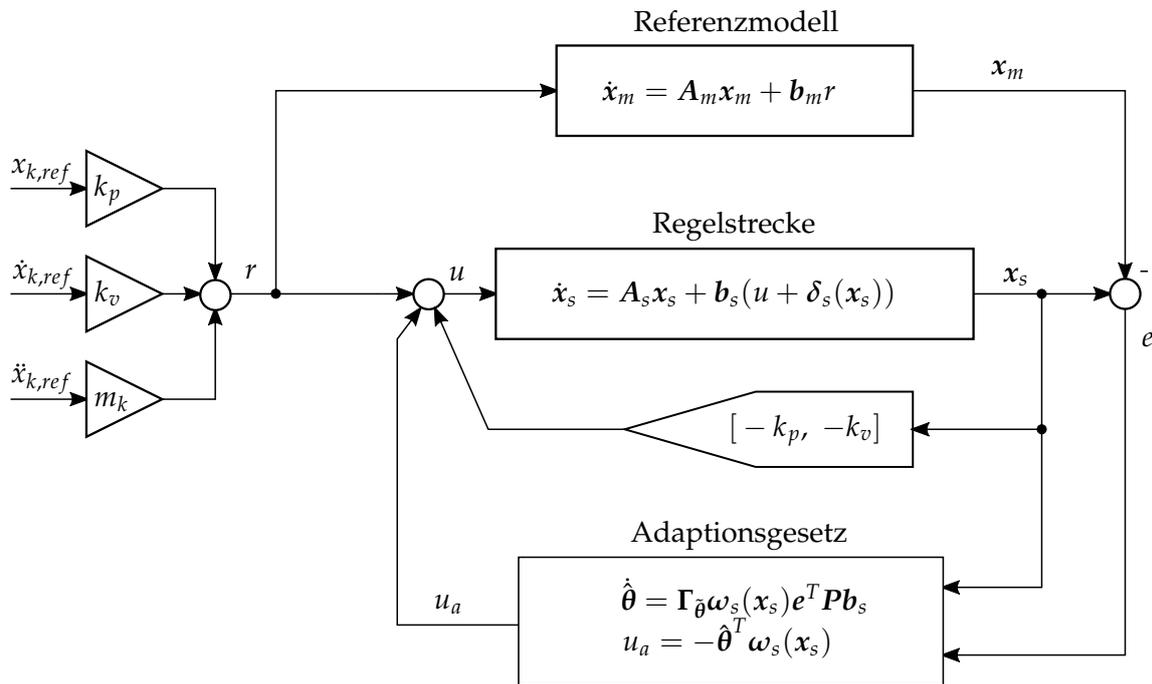


Abbildung 6.16: Schema der modifizierten MRAC

### Versuch 1 Modifiziertes MRAC

Beim ersten Versuch wurde keine externe Störkraft durch den Störzylinder aufgeschaltet. Für die Matrix der Adaptionsraten wurde  $\Gamma_{\hat{\theta}} = \text{diag}([1500, 1500, 3000, 6000])$  ausgesucht. Als Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises wurde wie bei den vorherigen Versuchen  $s_{1,2} = -540$  gewählt. Abbildung 6.19 zeigt die Positionsverläufe und dessen Fehler für die ersten 45 Sekunden. Man erkennt, dass der stationäre Positionsfehler reduziert wird. Die Abbildung 6.18 zeigt den Verlauf von  $\hat{\theta}$ .

### Versuch 2 Modifiziertes MRAC

Jetzt wurde eine Störkraft von  $F_{ext} \approx 300N$  aufgeschaltet. Die Verläufe der Position und des Positionsfehlers zeigt Abbildung 6.19. Durch die Kompensation der Störkraft wird der Fehler reduziert, jedoch kommt es speziell an der oberen Zylinderposition zu Oszillationen der Zylinderkolbenposition, was man im zweiten Graphen in 6.19 erkennt. Das könnte daran liegen, dass die Störkraft, die vom Zylinder aufgebracht wird, nicht konstant ist. Der andere Grund ist die Kompensation der coulombschen Reibung.

## 6 Model Reference Adaptive Control

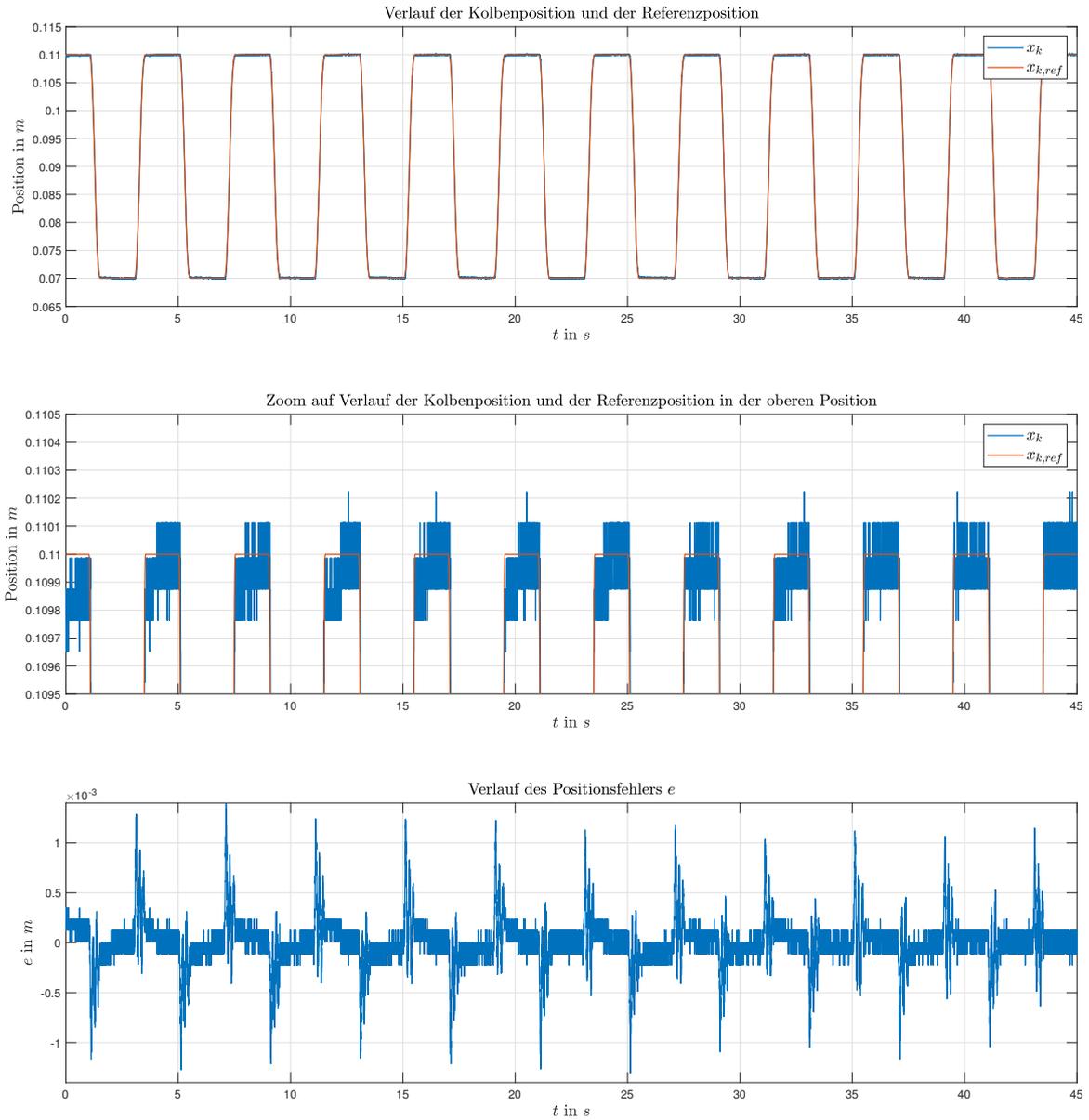


Abbildung 6.17: Verläufe der Position und des Positionsfehlers ohne  $F_{ext}$ , Versuch 1 Modifiziertes MRAC

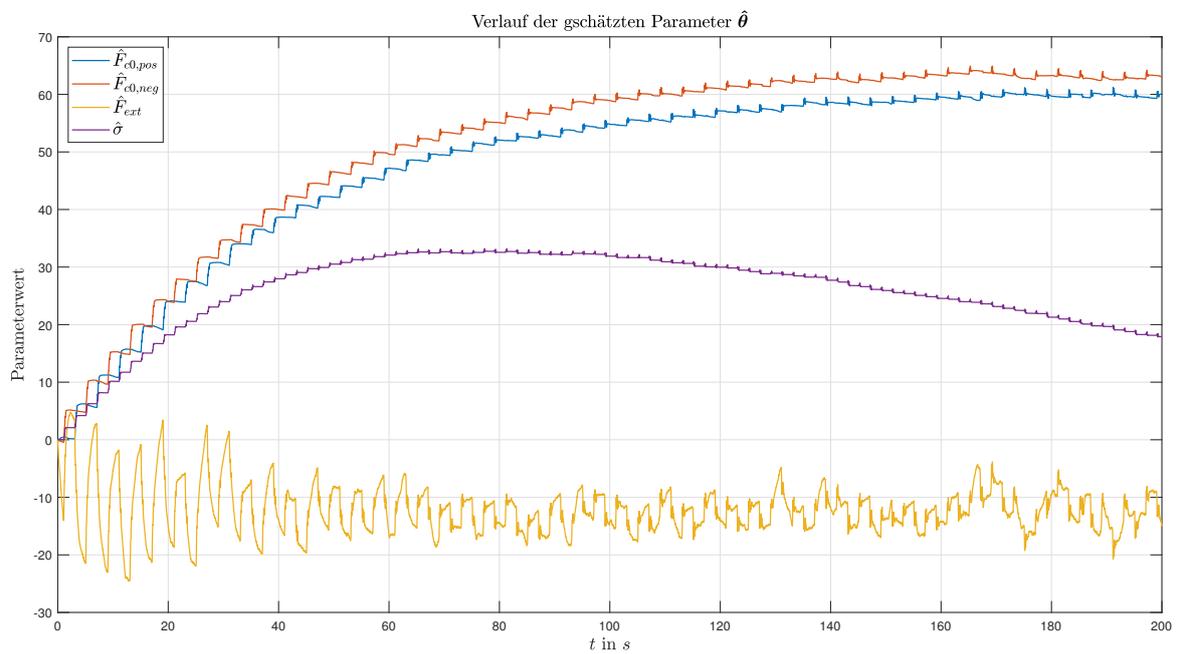


Abbildung 6.18: Verläufe der geschätzten unbekanntenen Konstanten  $\hat{\theta}$  ohne  $F_{ext}$  Versuch 1 Modifiziertes MRAC

## 6 Model Reference Adaptive Control

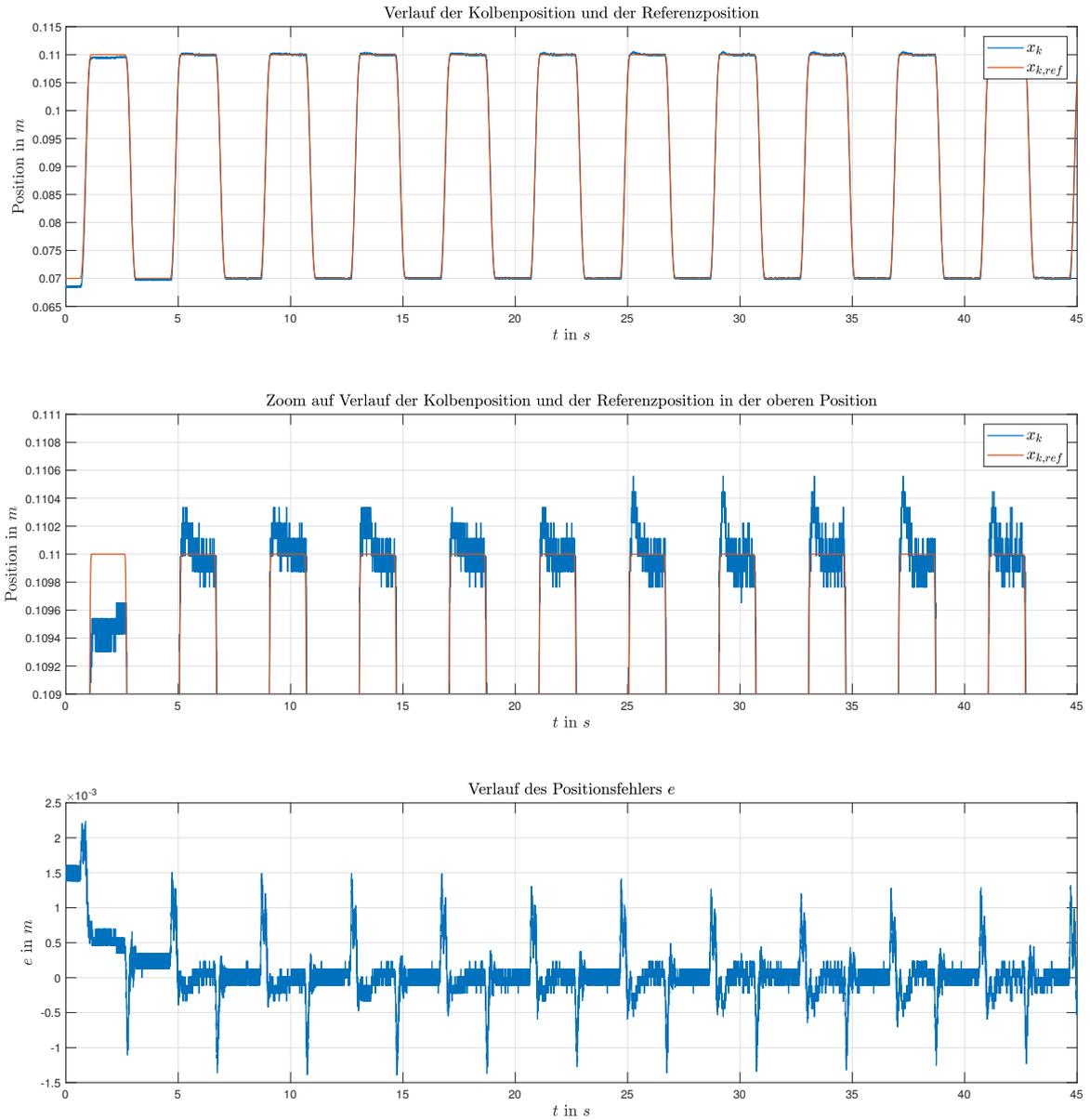


Abbildung 6.19: Verläufe der Position und des Positionsfehlers mit  $F_{ext}$ , Versuch 2 Modifiziertes MRAC

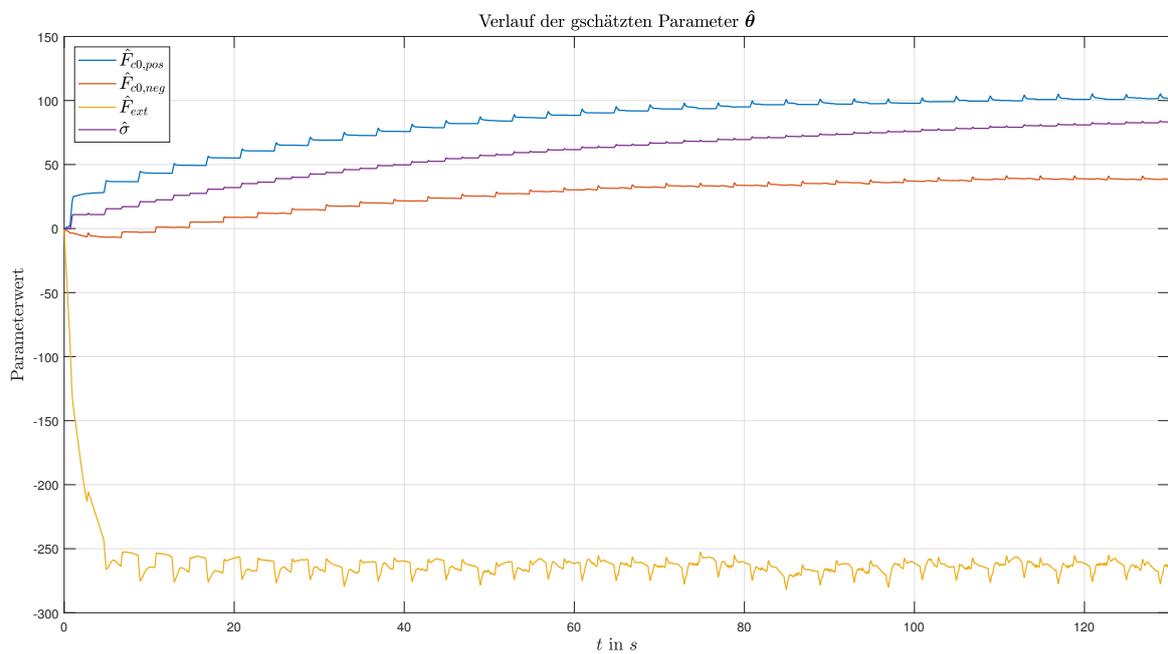


Abbildung 6.20: Verläufe der geschätzten unbekanntenen Konstanten  $\hat{\theta}$  mit  $F_{ext}$ , Versuch 2 Modifiziertes MRAC

## 7 Proportionalventil

Es wurde nun ein 4/3-Wege-Proportionalventil anstelle des Servoventils verwendet. Der Steuerschieber des Proportionalventils wird über Bestromung einer Magnetspule in Bewegung gesetzt. Durch den Magneten wird eine zum Strom proportionale Kraft auf den Schieber ausgeübt. Gegenkräfte werden dabei von Federn aufgebracht, sodass sich die Position des Stellschiebers näherungsweise proportional zum angelegten Strom verstellt. Laut Will und Gebhardt, 2011 kommt es jedoch aufgrund von Magnet- und Reibungshysterese zu einer erheblich niedrigeren Positioniergenauigkeit im Vergleich zu Servoventilen. Weiteres besitzen Proportionalventile eine geringere Grenzfrequenz und deutlich höhere Fertigungstoleranzen, jedoch auch geringere Herstellungskosten. Das Proportionalventil hat eine positive Ventilüberdeckung, was zu einer nichtlinearen Durchflusskennlinie führt. Es muss ein Mindeststrom angelegt werden, sodass ein Volumenstrom durch das Ventil stattfindet. Der Aufbau und Beschreibung der einzelnen Komponenten des verwendeten Proportionalventils ist aus dem Datenblatt Festo, 2003 entnommen und in Abbildung 7.1 dargestellt.

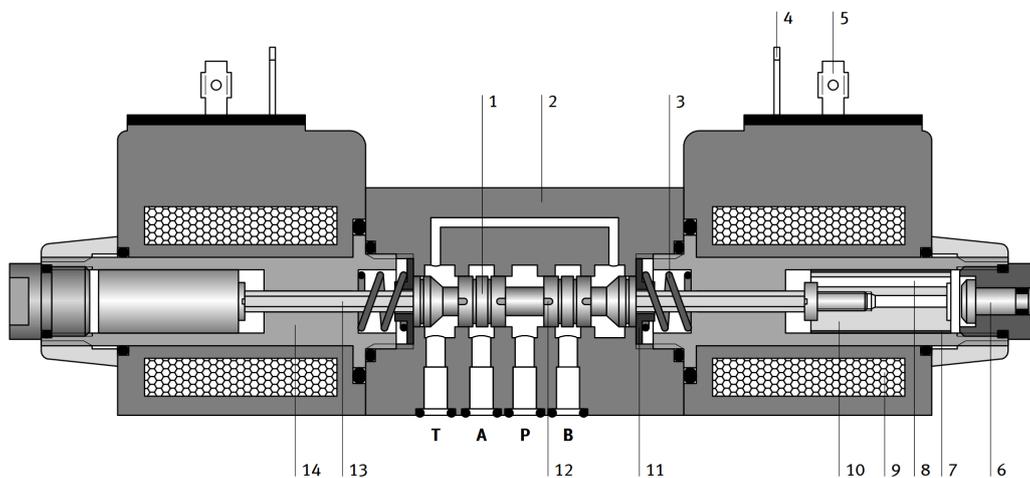


Abbildung 7.1: Aufbau des Proportionalventils: (1) Kolben, (2) Gehäuse, (3) Feder, (4) Erdungsfahne, (5) elektrische Anschlüsse des Magneten, (6) Nothandbetätigung, (7) Gleitlager, (8) Ausgleichsbohrung, (9) Magnetspule, (10) Anker, (11) Federteller, (12) Steuerkerbe, (13) Stößel, (14) Druckrohr, aus Datenblatt Festo, 2003

Der für das Ventil benötigte Strom wird über einen 2-Kanal-Proportionalverstärker zur

Verfügung gestellt. Abbildung 7.2 zeigt den nichtlinearen Verlauf der Volumenstrom-Signal-Kennlinie des Ventils.

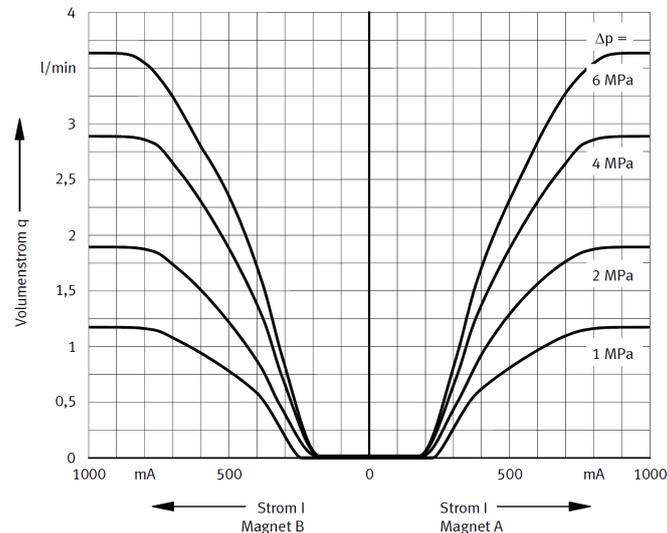


Abbildung 7.2: Volumen-Strom-Signalkennlinie des Proportionalventils aus Datenblatt Festo, 2003

Über den Verstärker kann man die Totzone durch Einstellung eines Sprungstromes  $I_{Sprung}$  kompensieren. Weiteres kann der Ausgangsstrom  $I_A$  über einen Maximalstrom  $I_{Max}$  beschränkt werden.

## 7.1 Modellierung

Auf den Stellschieber wirkende Kräfte können über

$$F_{ges} = F_{Magnet} + F_{Strömung} - F_{Reibung} - F_{Feder} \quad (7.1)$$

näherungsweise zusammengefasst werden. Der durch den Elektromagneten erzeugten Kraft  $F_{Magnet}$  wirkt dabei eine Reibungskraft  $F_{Reibung}$  als auch die der Feder hervorgerufenen Kraft  $F_{Feder}$  entgegen. Zusätzlich macht sich auch die durch das Ventil strömende Hydraulikflüssigkeit als eine Störkraft  $F_{Strömung}$  an den Ventilschieber bemerkbar. Um den negativen Einfluss der Hysterese und der Reibung zu reduzieren, kann über den Proportionalverstärker ein zusätzliches Frequenzsignal dem Ausgangsstrom überlagert werden. Dieser Dither wird dabei mit einer Frequenz von 250Hz festgelegt.

Das mechanische System des Ventils wird wie in Glöckler, 2014 über eine Übertragungsfunktion zweiter Ordnung mit Totzeit gemäß

$$G_P(s) = \frac{x_v(s)}{u(s)} = \frac{1}{\frac{1}{\omega_{0,p}^2} s^2 + \frac{2D_p}{\omega_{0,p}} s + 1} \cdot e^{-T_d s} \quad (7.2)$$

modelliert. Dadurch ist der Einfluss von nichtlinearen Reibungskräften, Strömungskräften und Hystereseeffekte vernachlässigt.

## 7.2 Identifikation

Zur Ermittlung der Durchflusskennlinie des Ventils wurde es, wie schon beim Servoventil, als scharfkantige Blende gemäß Gleichung (3.1) modelliert. Es lassen sich die Produkte aus den Durchflusszahlen und der Ventilschieberposition mit Verwendung der Druckdynamik, siehe Gleichung (3.7), und Umformung bei positiver Ventilschieberstellung mit

$$\begin{aligned} c_{v1,p} \cdot x_v &= \frac{1}{\sqrt{p_S - p_A}} \left( \frac{V_A}{E'} \dot{p}_A + A_k \dot{x}_k + Q_L \right) \\ c_{v4,p} \cdot x_v &= \frac{1}{\sqrt{p_B - p_T}} \left( -\frac{V_B}{E'} \dot{p}_B + \alpha A_k \dot{x}_k + Q_L \right) \end{aligned} \quad (7.3)$$

und bei negativer mit

$$\begin{aligned} c_{v2,p} \cdot x_v &= \frac{1}{\sqrt{p_A - p_T}} \left( -\frac{V_A}{E'} \dot{p}_A - A_k \dot{x}_k - Q_L \right) \\ c_{v3,p} \cdot x_v &= \frac{1}{\sqrt{p_S - p_B}} \left( \frac{V_B}{E'} \dot{p}_B - \alpha A_k \dot{x}_k - Q_L \right) \end{aligned} \quad (7.4)$$

berechnen. Dazu wurden Rechtecksignale mit verschiedenen Stromwerten zwischen  $I = -800mA$  und  $I = 800mA$  vorgegeben und an das Ventil angelegt. Mit den Messwerten wurden anschließend Gleichungen (7.3) und (7.4) über mehrere Perioden des Rechtecksignals zum jeweiligen Stromwert ausgewertet und jeweils der Mittelwert gebildet. Definiert man  $\tilde{Q}_A = \frac{Q_A}{\Delta p}$  und  $\tilde{Q}_B = \frac{Q_B}{\Delta p}$  erhält man die in Abbildung 7.3 dargestellten Verläufe. Die Größen  $\tilde{Q}_A$  und  $\tilde{Q}_B$  ergeben, multipliziert mit dem Druckabfall an der Steuerkante den jeweiligen Volumendurchfluss. In der Abbildung erkennt man den Einfluss der Totzone und den daraus resultierenden nichtlinearen Verlauf. Da bei der exakten Linearisierung der Druckdynamik von einer linearen Durchflusskennlinie ausgegangen wird, muss die Nichtlinearität kompensiert werden. Man erkennt am Verlauf, dass im Bereich  $160mA \leq |I| \leq 560mA$  die Kennlinie näherungsweise als linear angesehen werden kann. Durch die Einstellung des Sprung- und Maximalstromes des Proportionalverstärkers kann das Ventil in diesem linearen Bereich betrieben werden. Dazu wurde jeweils  $I_{Sprung} = 160mA$  und  $I_{Max} = 560mA$  für beide Kanäle eingestellt, wodurch man die in

Abbildung 7.4 annähernd linearisierten Verläufe als Funktion der Stellgröße  $u$  erhält. An den Werten bei  $u = \pm 1$  kann man die Durchflusszahlen des Proportionalventils ablesen. Die ermittelten Werte sind in Tabelle 7.2 aufgelistet, wobei  $c_{v,p}$  dem über die vier Ventilkonstanten gemittelten Wert entspricht.

$c_{v1,p}$	$c_{v2,p}$	$c_{v3,p}$	$c_{v4,p}$	$c_{v,p}$
$2.802 \cdot 10^{-8}$	$3.052 \cdot 10^{-8}$	$2.587 \cdot 10^{-8}$	$2.785 \cdot 10^{-8}$	$2.8065 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 7.1: Ermittelte Durchflusszahlen des Proportionalventils

Dieser gemittelte Wert wurde anschließend für die exakte Linearisierung bei Verwendung des Proportionalventils benutzt.

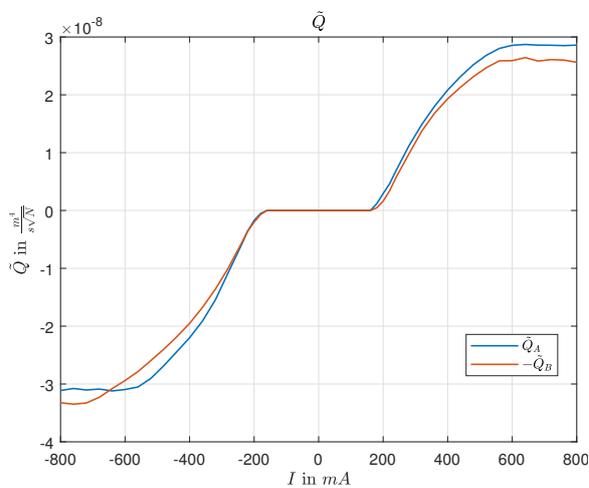


Abbildung 7.3: Verlauf von  $\tilde{Q}$

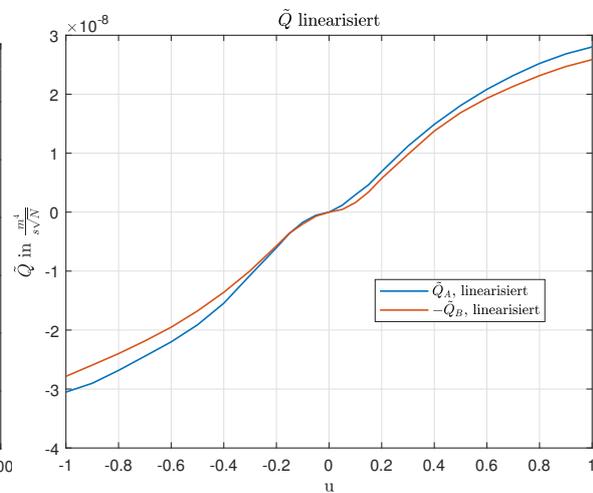


Abbildung 7.4: Linearisierter Verlauf von  $\tilde{Q}$

Im Datenblatt zum Proportionalventil gibt es keine Daten zur Beschreibung des mechanischen Systems. Deshalb mussten dessen Parameter experimentell ermittelt werden. Zur Identifikation wurde die Sprungantwort der geschätzten normierten Ventilschieberposition aufgenommen. Dabei wurde der angelegte Strom an einem elektrischen Anschluss sprunghaft von  $200\text{mA}$  auf  $480\text{mA}$  erhöht. Anschließend wurde der zeitliche Verlauf der geschätzten normierten Ventilschieberposition  $\hat{x}_v$  über den Zusammenhang

$$\hat{x}_v = \frac{1}{(c_{v1,p} \sqrt{|p_S - p_A|})} \left( \frac{V_A}{E'} \hat{p}_A + A_k \hat{x}_k + Q_L \right) \quad (7.5)$$

berechnet. Über die Matlab System Identification Toolbox wurden die gesuchten Parameter der Übertragungsfunktion (7.2) bestimmt, welche in Tabelle 7.2 aufgelistet sind.

Um den Einfluss der Hysterese zu veranschaulichen, wurde der Volumenfluss  $Q_A$  als Funktion des angelegten Stromes berechnet. Dazu wurde bei nicht aktiver Linearisierung

## 7 Proportionalventil

$\omega_{0,p}$	$D_p$	$T_d$
$71.4 \frac{1}{s}$	1.223	0.032s

Tabelle 7.2: Proportionalventil: Identifizierte Parameter des mechanischen Systems

mit dem Verstärker ein langsames sinusförmiges Signal als Stellgröße vorgegeben. Der Volumenstrom wurde offline berechnet und ist in Abbildung 7.5 dargestellt.

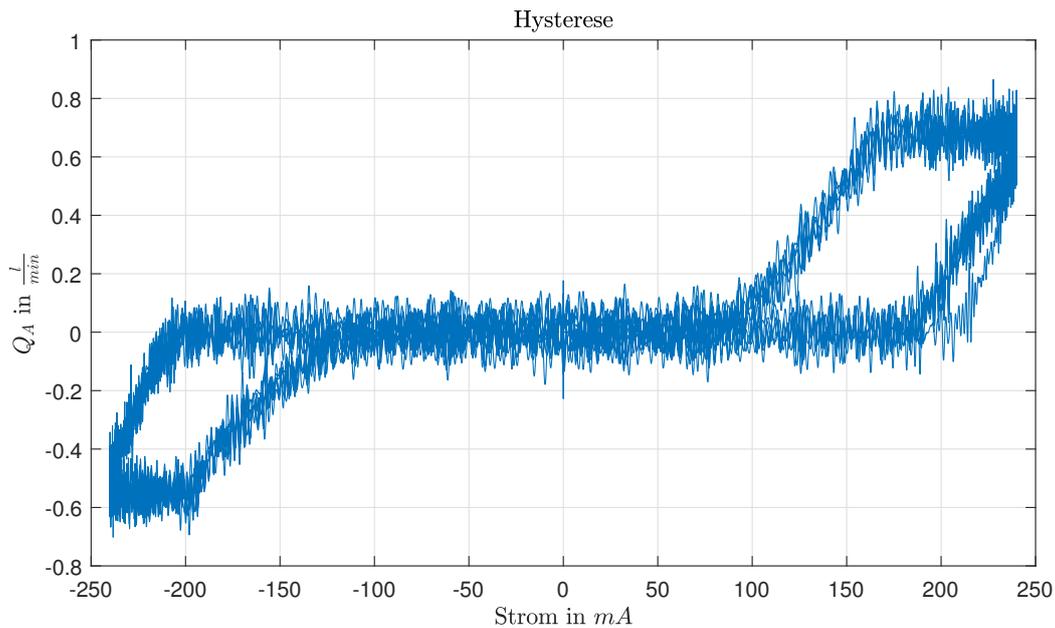


Abbildung 7.5: Gemessene Hysterese Proportionalventil

Man erkennt, dass die Hysterese trotz zusätzlich angelegten Dithersignals des Proportionalverstärkers, einen erheblichen Einfluss auf die Performance des Proportionalventils hat.

### 7.3 Regelkreiserweiterung

Für die Regelung mit dem Proportionalventil wurde die zuvor verwendete Kaskadenregelung um eine in Abbildung 7.6 in rot eingezeichnete Struktur erweitert.

Die Idee dahinter war es eine Regelung des Steuerschiebers nachzubilden. Die Stellgröße  $u$ , was dem Sollwert der normierten Ventilschieberposition entspricht, kann als Vorsteuerung angesehen werden und es wurde ein zusätzlicher P-Regler  $u_p = K(u - \hat{x}_v)$  implementiert. Das Ziel dieser Erweiterung soll es sein, dass mit Hilfe eines Schätzwertes der Ventilschieberposition der Wunschwert schneller erreicht wird. Für einen Wert von  $K = 0.18$

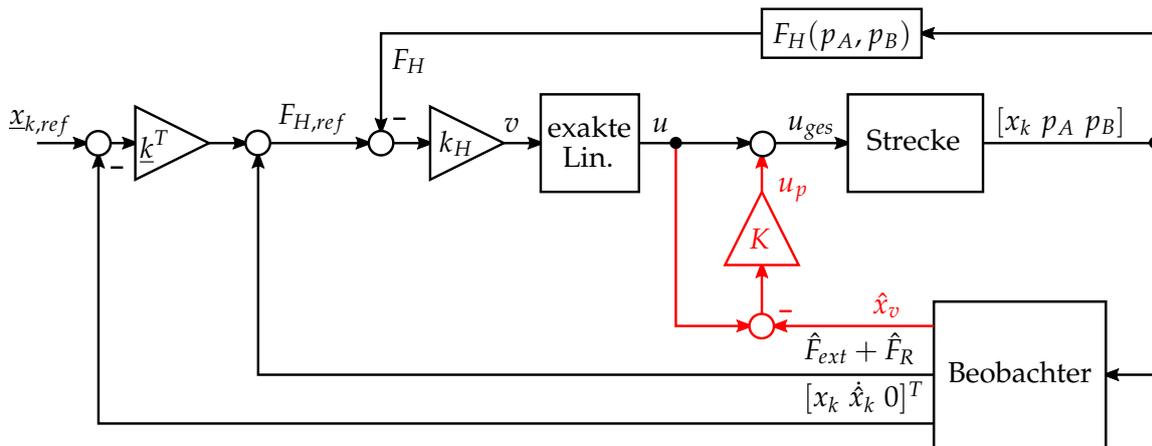


Abbildung 7.6: Regelkreisstruktur mit Erweiterung zur Regelung des Proportionalventils

erhält man den in Abbildung 7.7 in gelb dargestellten Verlauf der Sprungantwort von dem geregelten mechanischen System des Proportionalventils (7.2).

Der rote Verlauf zeigt die Sprungantwort ohne der Regelungserweiterung. Aufgrund der Totzeit lässt sich der Parameter  $K$  nicht viel höher wählen, da es sonst zu unerwünscht hohen Überschwingen kommt. Damit ergibt sich die Stellgröße  $u_{ges}$ , die an den Proportionalverstärker ausgegeben wird zu

$$u_{ges} = u + u_p = u + K(u - \hat{x}_v). \quad (7.6)$$

## 7.4 Schätzung Ventilschieberposition

Zur Schätzung der Ventilschieberposition  $x_v$  des Proportionalventils werden laut (7.5) einer der Volumenströme in die Zylinderkammern benötigt.

Dazu wurde ein Sliding-Mode-Beobachter zur Schätzung des Volumenstromes  $Q_A$  mit

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 - \lambda_1 |e_1|^{\frac{2}{3}} - \left( \frac{E'}{V_A} A_k \hat{x}_k + Q_L \right) \\ \dot{z}_2 &= z_3 - \lambda_2 |e_1|^{\frac{1}{3}} \\ \dot{z}_3 &= -\lambda_3 \text{sign}(e_1) \end{aligned} \quad (7.7)$$

entworfen. Für die Fehlerdynamik erhält man mit  $e_1 = z_1 - p_A$  und unter der Annahme, dass  $\hat{x}_k = \dot{x}_k$  gilt,

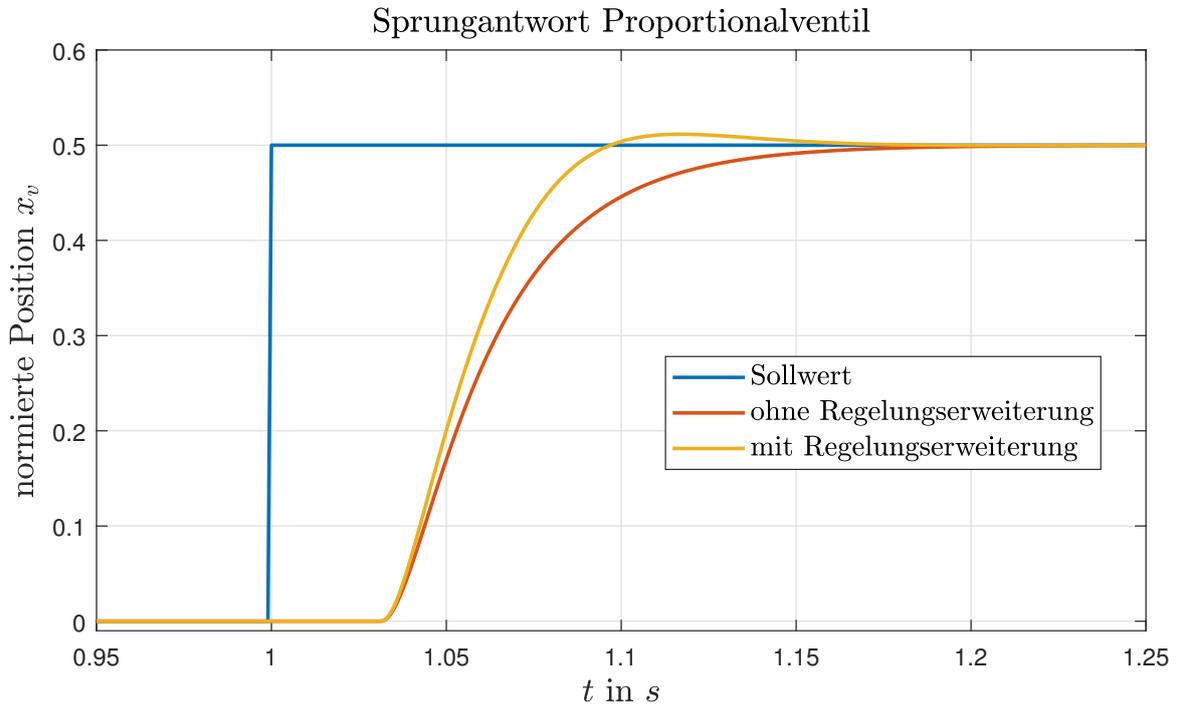


Abbildung 7.7: Sprungantwort Proportionalventil

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_1 &= \dot{z}_1 - \dot{p}_A = z_2 - \frac{E'}{V_A} Q_A - \lambda_1 [e_1]^{\frac{2}{3}} \\
 \dot{e}_2 &= z_3 - \frac{E'}{V_A} \dot{Q}_A - \lambda_2 [e_1]^{\frac{1}{3}} \\
 \dot{e}_3 &= -\frac{E'}{V_A} \ddot{Q}_A - \lambda_3 \text{sign}(e_1).
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

Der Schätzwert für den Volumenstrom in die Kammer A lässt sich mit  $\hat{Q}_A = \frac{V_A}{E'} z_2$  berechnen. Für die praktische Implementierung des Beobachters wird die schon in Kapitel 5.1 beschriebene Diskretisierung angewandt und man erhält

$$\begin{aligned}
 z_{1,k+1} &= z_{1,k} + \tau z_{2,k} + \frac{\tau^2}{2} z_{3,k} - \tau \lambda_1 [e_1]^{\frac{2}{3}} - \tau \frac{E'}{V_A} (A_k \hat{x}_k + Q_L) \\
 z_{2,k+1} &= z_{2,k} + \tau z_{3,k} - \tau \lambda_2 [e_1]^{\frac{1}{3}} \\
 z_{3,k+1} &= z_{3,k} - \tau \lambda_3 \text{sign}(e_1).
 \end{aligned} \tag{7.9}$$

Der Volumenfluss ergibt sich jetzt durch  $\hat{Q}_A = \frac{V_A}{E'} z_{2,k}$ . Damit lässt sich nach Umformen von Gleichungen (3.1) und (7.3) ein Schätzwert für die normierte Ventilschieberposition

unter Verwendung des dazugehörigen Kammerdruckes und Durchflussbeiwerte gemäß

$$\hat{x}_v = \begin{cases} \frac{\hat{Q}_A \sqrt{|p_S - p_A|}}{c_{v1,p}}, & \text{für } \hat{Q}_A \geq 0 \\ \frac{\hat{Q}_A \sqrt{|p_A - p_T|}}{c_{v2,p}}, & \text{für } \hat{Q}_A < 0 \end{cases} \quad (7.10)$$

bestimmen. Die Parameter des Differenzierers wurden gemäß Tabelle 5.1 mit  $\alpha = 5 \cdot 10^{10}$  gewählt und lauten  $\lambda_1 = 1.105 \cdot 10^4$ ,  $\lambda_2 = 4.072 \cdot 10^7$  und  $\lambda_3 = 5 \cdot 10^{10}$ .

## 7.5 Simulation

Für das Simulationsmodell wurde die Durchflusskennlinie und die identifizierte Übertragungsfunktion für die Ventilschieberdynamik des Proportionalventils implementiert. Nichtlineare Effekte wie die Hysterese oder Reibungs- und Strömungskräfte wurden vernachlässigt.

Zur Validierung des Simulationsmodells wurde der Positionsverlauf des Zylinderkolbens für eine vorgegebenen Stellgrößenverlauf  $u$  zwischen Simulationsmodell und Messung verglichen, siehe Abbildung 7.8.

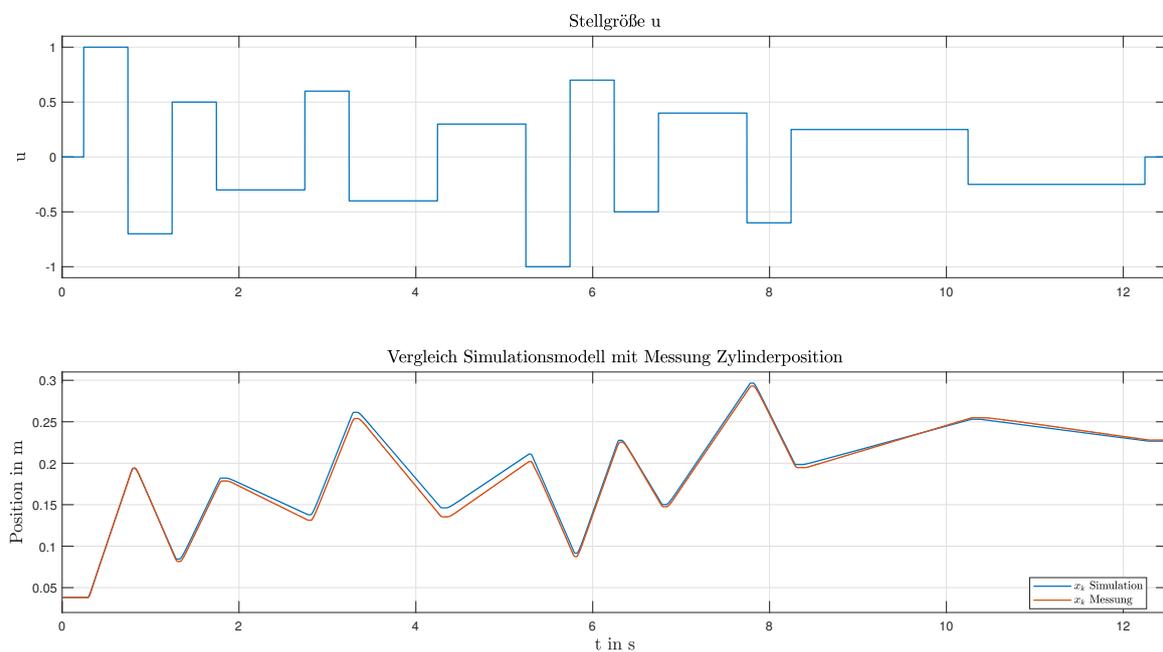


Abbildung 7.8: Validierung Simulationsmodell mit Proportionalventil

Die Verläufe passen "einigermaßen gut" zusammen. Für die Simulation des geschlossenen Regelkreises wurde auch die Funktion, die der Proportionalverstärker zur Linearisierung durchführt, nachgebildet. Verglichen zum Servoventil mussten die Reglerparameter der Kaskadenregelung und des Druckkraftregelkreises allgemein kleiner gewählt werden, was zu einer langsameren Regelung führt. Für die verwendeten Parameter der Simulation und den Versuchen am Laboraufbau gilt  $k_H = 100$ ,  $k_p = 45000$  und  $k_v = 4200$ . Ebenso mussten die Referenzsignale langsamer gewählt werden. Deshalb wurde bei der ersten Simulation eine glatte Rampe gemäß Funktion (5.14) mit den Parametern  $x_{start} = 0.15m$ ,  $x_{end} = 0.23m$  und  $\Delta t = 2s$  vorgegeben. Das entspricht einer Positionsänderung von  $8cm$  innerhalb von  $2s$ . Die Verläufe des Positionsreferenzsignals, der gemessenen Position ohne Regelung des Ventilschiebers, mit dessen Regelung und die Verläufe der Fehler sind in Abbildung 7.9 ersichtlich. An den Fehlerverläufen erkennt man, dass die zusätzliche Regelungserweiterung zu einer geringeren Abweichung beim Positionswechsel führt. Abbildung 7.10 zeigt die Ergebnisse bei der Vorgabe einer sinusförmigen Trajektorie mit einer Amplitude von  $10cm$  und einer Frequenz von  $0.25Hz$ . Hier ist ebenfalls zu beobachten, dass die zusätzliche Regelung des Schiebers zu besseren Resultaten führt.

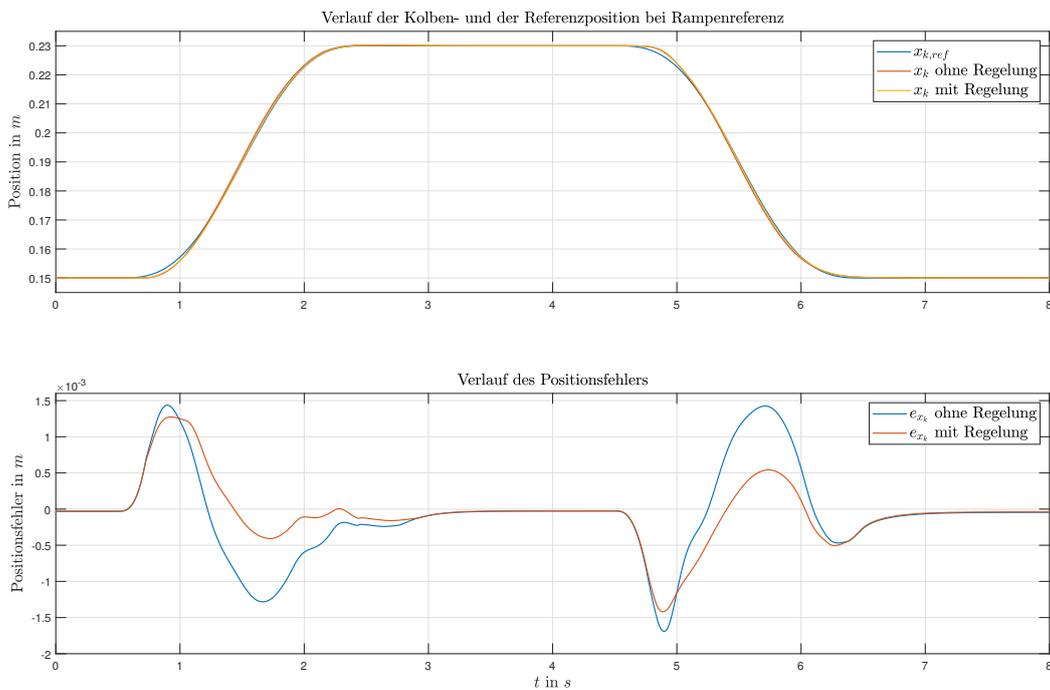


Abbildung 7.9: Simulationsergebnisse bei Rampenreferenz und Proportionalventil

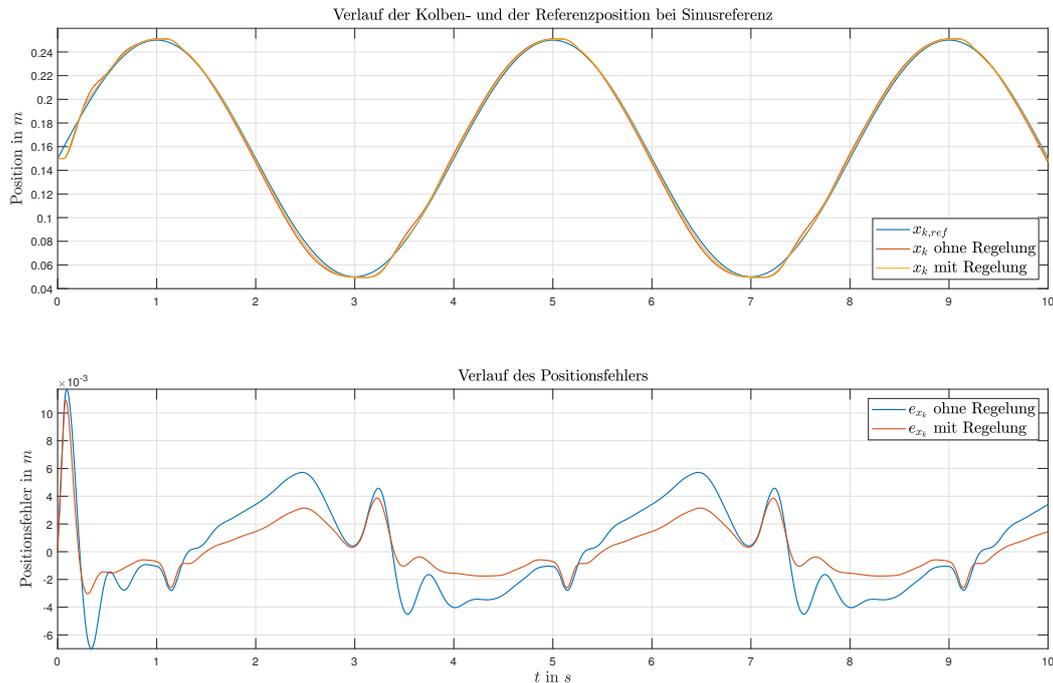


Abbildung 7.10: Simulationsergebnisse bei Sinusreferenz und Proportionalventil

## 7.6 Versuche

Bei den Versuchen am Laboraufbau stellte sich heraus, dass das Proportionalventil nicht sehr gut zum Folgen von Wunschtrajektorien geeignet ist. Abbildung 7.11 zeigt die Verläufe der Zylinderkolbenposition bei Vorgabe einer Rampenreferenz mit und ohne dem erweiterten P-Regler.

Beide Verläufe weisen einen großen Fehler im Vergleich zu den Simulationsergebnissen auf. Vermutlich ist dieser Unterschied den Einflüssen der Hysterese und Störkräfte aufgrund der Reibungs- und Strömungskräfte geschuldet, die im Simulationsmodell nicht berücksichtigt wurden. Man erkennt jedoch am Verlauf des Positionsfehlers, dass der zusätzliche P-Regler zur Regelung des Ventilschiebers, wie auch in den Simulationen, die Performance verbessert. Die Verläufe der Zylinderkolbenposition und dessen Fehler bei Vorgabe einer Sinusreferenz sind in Abbildung 7.12 aufgetragen. Hier kann man ebenfalls eine kleine Verbesserung aufgrund der erweiterten Regelkreisstruktur erkennen.

## 7 Proportionalventil

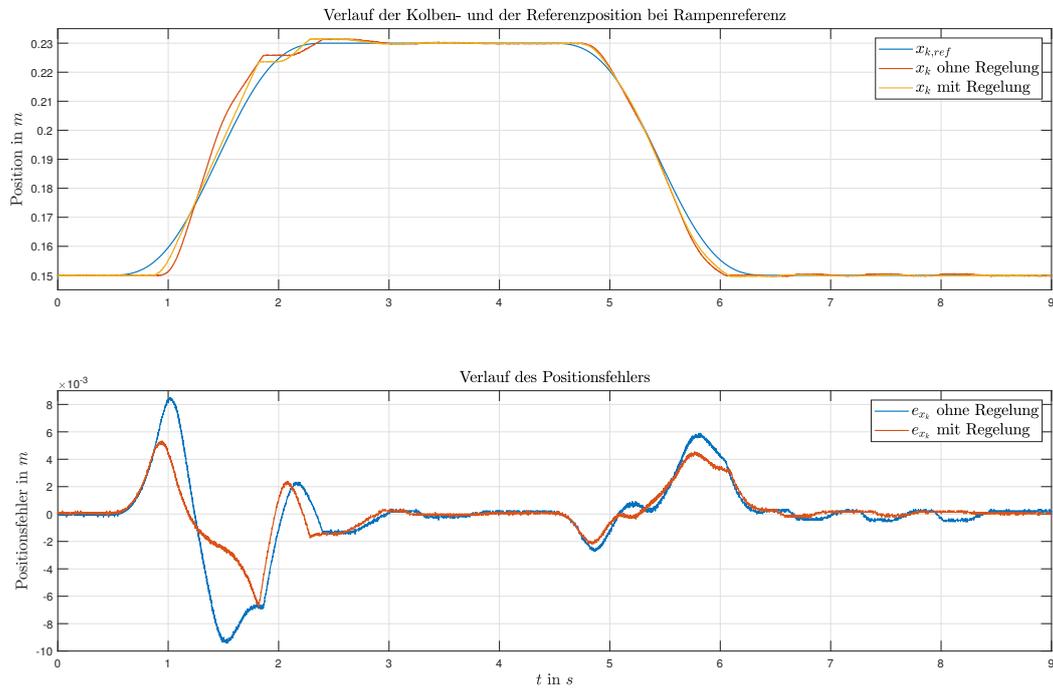


Abbildung 7.11: Messergebnisse bei Rampenreferenz und Proportionalventil

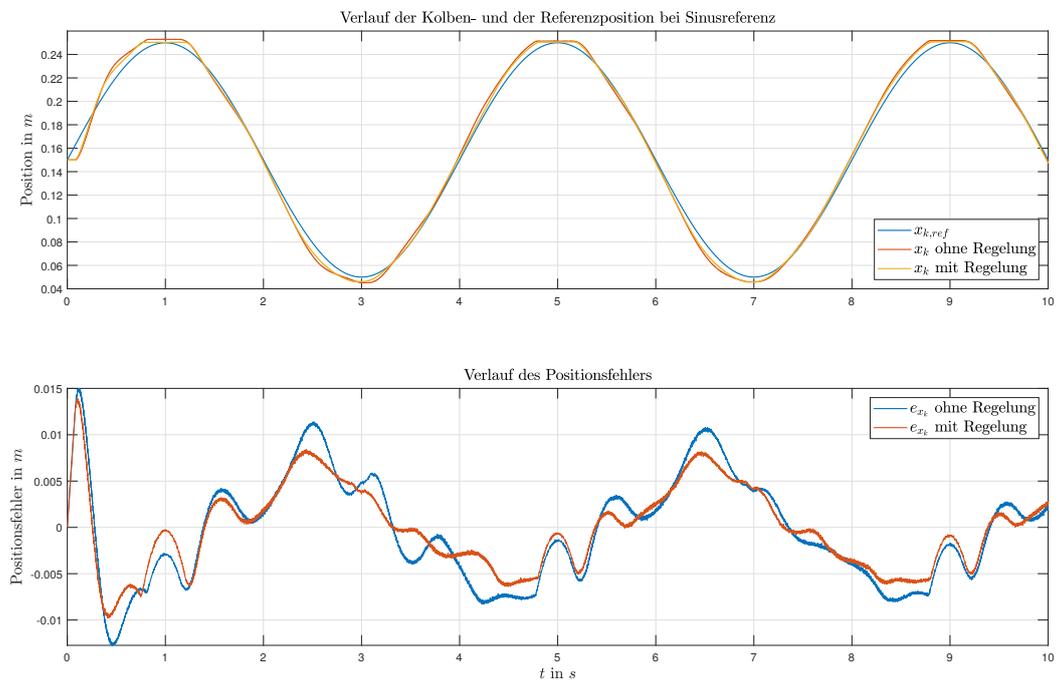


Abbildung 7.12: Messergebnisse bei Sinusreferenz und Proportionalventil

## 8 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde eine modell-basierte Positionsregelung eines Hydraulikzylinders, der entweder durch ein Servoventil oder durch ein Proportionalventil angesteuert wird, entworfen und an einem Laborprüfstand experimentell erprobt. Das verwendete mathematische Modell des hydraulischen Servosystems bestehend aus Hydraulikzylinder und Servoventil wird detailliert beschrieben. Der verwendete Regelkreis beinhaltet auch einen Sliding-Mode-Beobachter zur Schätzung der Zylinderkolbengeschwindigkeit und der externen Störkraft, die auf den Arbeitszylinder wirkt. Für die Implementierung wurden zwei verschiedene Diskretisierungskonzepte angewandt, welche sich jedoch aufgrund der hohen Abtastrate nicht auf die Schätzungen auswirkten. Mit der Kompensation der Störkraft konnte der Positionsfehler stark reduziert werden. Anschließend wurde zur Kompensation unbekannter Streckenparametern, konstanter Störkräfte und der Reibungskräfte eine Model Reference Adaptive Control und eine davon modifizierte Variante entworfen und anstelle der Kompensation mit dem Beobachter verwendet. Es wurden allgemein schlechtere Ergebnisse mit den beiden MRAC Konzepten erzielt. Es kommt aufgrund der coulombschen Reibung zu Oszillationen bei konstanten Kolbenpositionen, die bei der Kompensation mittels Beobachter nicht auftraten. Das liegt daran, dass die geschätzte Störkraft bei Verwendung des Beobachters in diesen Positionen der aktiven Störkraft plus der Reibungskraft mit umgekehrten Vorzeichen entspricht. Zum anderen kann mit dem Lastzylinder keine konstanten Störkräfte erzeugt werden, was ebenfalls die Performance der MRAC verschlechtert. Zuletzt wurde anstelle des Servoventils ein 4/3-Wege-Proportionalventil benutzt. Dazu wurde eine Schätzung der Ventilschieberposition mit Hilfe eines Sliding-Mode-Beobachters durchgeführt um das Regelverhalten zu verbessern. Es hat sich herausgestellt, dass mit dieser Erweiterung die Performance des Proportionalventils verbessert werden konnte, jedoch trotzdem im Vergleich zum Servoventil eine schlechtere Regelkreisperformance erreicht wird.

# Literatur

- Buttler, Hans (1994). *Model reference adaptive control: From theory to practice* (siehe S. 26, 30).
- Festo (2003). *Datenblatt, 4/3-Wege-Proportionalventil. 167086*. Festo Didactic. URL: <https://www.festo-didactic.com/ov3/media/customers/1100/00093215001075223506.pdf> (siehe S. 47, 48).
- Glöckler, Michael (2014). *Simulation mechatronischer Systeme* (siehe S. 48).
- Jelali, M. und A. Kroll (2003). *Hydraulic Servo-systems: Modelling, Identification and Control* (siehe S. 1, 8, 12).
- Koch, Stefan und Markus Reichhartinger (Aug. 2016). »Observer-based sliding mode control of hydraulic cylinders in the presence of unknown load forces«. In: *e & i Elektrotechnik und Informationstechnik* 133. DOI: 10.1007/s00502-016-0418-6 (siehe S. 18, 20).
- Komsta, J. (2013). *Nonlinear Robust Control of Electro-hydraulic Systems*. Berichte aus dem Institut für Automatisierungstechnik und Mechatronik der TU Darmstadt. VDI-Verlag. ISBN: 9783185224089 (siehe S. 16).
- Levant, Arie (1998). »Robust exact differentiation via sliding mode technique«. In: *Automatica* 34,3, S. 379–384. ISSN: 0005-1098. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(97\)00209-4](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(97)00209-4) (siehe S. 18).
- Reichhartinger, Markus, S. Koch u. a. (Juli 2018). »The Robust Exact Differentiator Toolbox: Improved Discrete-Time Realization«. In: S. 1–6. DOI: 10.1109/VSS.2018.8460388 (siehe S. 20).
- Reichhartinger, Markus und S.K. Spurgeon (Jan. 2018). »An arbitrary order differentiator design paradigm with adaptive gains«. In: *International Journal of Control* 91, S. 1–33. DOI: 10.1080/00207179.2018.1429671 (siehe S. 19).
- Ruderman, Michael, Leonid Fridman und Philipp Pasolli (2019). »Virtual sensing of load forces in hydraulic actuators using second- and higher-order sliding modes«. In: *Control Engineering Practice* 92, S. 104151. ISSN: 0967-0661. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2019.104151> (siehe S. 1).
- Tranninger, Markus (2014). »Modellbildung, Simulation und Regelung eines hydraulischen Antriebes«. Masterarbeit. TU Graz (siehe S. 4, 9, 16).
- Watter, Holger (2007). *Hydraulik und Pneumatik, Grundlagen und Übungen - Anwendungen und Simulation* (siehe S. 1).
- Will, Dieter und Norbert Gebhardt (2011). *Hydraulik: Grundlagen, Komponenten, Schaltungen* (siehe S. 47).

Won, D., W. Kim und M. Tomizuka (2017). »High-Gain-Observer-Based Integral Sliding Mode Control for Position Tracking of Electrohydraulic Servo Systems«. In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 22.6, S. 2695–2704 (siehe S. 1).