



Sebastian Kaltseis, BSc

Methodik zur Erstellung eines
Festigkeitsnachweises von
Großkettentrieben mittels Mehrkörper-
und FE Simulationen

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Maschinenbau

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer

Ass.Prof.Dipl.-Ing.Dr.techn. Christian Landschützer
Dipl.-Ing. Michael Schedler

Institut für Technische Logistik

Graz, Jänner 2019

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

.....
Datum

.....
Unterschrift

Vorwort

Die vorliegende Masterarbeit entstand während meiner Tätigkeit als studentischer Projektmitarbeiter am Institut für Technische Logistik im Zeitraum von Mai bis Dezember 2018.

Folgende Personen möchte ich erwähnen und ihnen meinen besonderen Dank aussprechen:

Ass.Prof.Dipl.-Ing.Dr.techn. Christian Landschützer, stellvertretender Leiter des Instituts für Technische Logistik an der TU Graz, der mir ermöglichte Teil eines Projektteams am ITL zu werden und im Zuge eines Industrieprojekts eine Masterarbeit zu verfassen.

Dipl.-Ing. Michael Schedler, wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Technische Logistik, der stets ein offenes Ohr für meine Anliegen hatte und mir mit Rat und Tat zur Seite stand. Technische Fachdiskussionen trugen wesentlich zum Fortschritt meiner Arbeit bei und bleiben mir positiv in Erinnerung.

Dipl.-Ing. Alexander Ortner-Pichler, wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Technische Logistik, der durch seine langjährige Erfahrung vor allem im Bereich der Mehrkörpersimulation maßgeblichen Anteil am Gelingen meiner Arbeit hatte. Ein komplexes Mehrkörpermodell eines Großkettentriebes ist Teil dieser Arbeit und wurde von ihm erstellt.

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit beschreibt eine Methodik zur Durchführung eines Festigkeitsnachweises von Großkettentrieben und wurde im Zuge der Auslegung eines Trogbandförderers entwickelt.

Als Basis der methodischen Vorgehensweise dient eine Mehrkörpersimulation des gesamten Förderers, sowie eine analytische Näherungsberechnung der Kettenkräfte in Zugrichtung.

Ein wesentliches Ziel dieser Arbeit ist es jene Bereiche am Umlauf des Förderers zu finden, an denen die Komponenten der Kette am höchsten beansprucht werden. Hierfür wird ein MKS Modell des hochbelasteten Antriebsbereiches aus flexiblen, in Finite Elemente zerlegten Körpern aufgebaut. Aus diesem Modell lassen sich Spannungen in Bauteilen während des Bewegungsvorganges direkt ermitteln. Es erfolgt die Definition jener kritisch beanspruchten Stellen der Komponenten, an denen der Festigkeitsnachweis durchzuführen ist.

Neben der Erstellung des erwähnten flexiblen Teilmodells wird ein starres MKS Modell des gesamten Förderers mittels flexiblen Elementen erweitert, um das elastische Verhalten dem des realen Förderers anzupassen. Die starren Körper werden an geeigneten Stellen getrennt und mittels Feder-Dämpfer-Elementen zusammengefügt. Hierfür zeigt die vorliegende Arbeit geeignete Methoden und Ersatzmodelle zur Ermittlung von Elastizitätskennwerten der wesentlichen Komponenten des Kettenförderers auf. Aus diesem, um Feder-Dämpfer-Systeme erweiterten MKS Modell, können Belastungen, welche während eines vollständigen Förderumlaufes auf die Kette wirken, entnommen werden. Mittels geeigneten FE Modellen der Einzelkomponenten des Großkettentriebes erfolgt unter Verwendung der Kräfte und Momente aus dem MKS Modell die Ermittlung von Spannungen. Sie dienen als Eingangsparameter für Ermüdungsfestigkeitsnachweise.

Im Zuge der Arbeit wird anhand einer kritisch belasteten Stelle der Kette gezeigt, wie Eingangsparameter eines Dauerfestigkeitsnachweises nach FKM Richtlinie ermittelt werden können. Die in dieser Arbeit erstellte methodische Vorgehensweise ermöglicht eine weiterführende Auslegung anhand einer Betriebsfestigkeitsanalyse.

Summary

This work describes a method for carrying out a durability approval of large chain drives. This method was developed during a project which dealt with a dimensioning of a through chain conveyor.

The basis of the method is a multi-body simulation of the entire conveyor and an analytical calculation of chain forces in direction of movement.

An essential goal of this work is to find out those areas around the conveyor where the components of the chain are stressed most. Therefore, a multi body model of the high loaded area around the driven chain wheel is built. In this model the components are defined flexible by using finite elements. The model enables to determine stresses in the components directly during the movement. The critical areas of the conveyors components can be found. For all these critical areas a durability approval has to be done.

In addition to the mentioned fully flexible model an existing rigid multi body model of the entire conveyor is extended by flexible elements (bushings) to adapt the elastic behaviour of the real conveyer. At the first step the rigid bodies of the conveyor are separated. At the second step the bodies are connected via spring-damper-systems. For this purpose, the master thesis contains methods and sub models to generate parameters of elasticity for essential components of the conveyor. By generating suitable FE Models of the conveyer's components and using forces and torques, which are results of the multi body simulation, strains in the components can be displayed. The strains are used as input parameters for fatigue analysis.

Finally, the process of realising a fatigue analysis according to FKM is shown by one critical point.

Nomenklatur

Abkürzungen

DIN	Deutsches Institut für Normung
TGL	Technische Normen, Gütevorschriften und Lieferbedingungen
KOS	Kontinuierliche Systeme
FE	Finite Elemente
FES	Finite Elemente Systeme
MKS	Mehrkörpersysteme, Mehrkörpersimulation
FKM	Forschungskuratorium Maschinenbau
MPC	Multi Point Constraint
DoF	Degrees of Freedom

Formelzeichen

f_n	[N]	Reaktionskräfte auf Slave-Knoten
g_p	[mm]	Eindringtiefe
c_p	[N/mm]	Federkonstante in Normalrichtung
F_t	[N]	Tangentialkraft
c_t	[N/mm]	Federkonstante in Tangentialrichtung
x_s	[mm]	Verschiebung in Tangentialrichtung
σ	[MPa]	Spannung
ε	[-]	Dehnung
E	[MPa]	Elastizitätsmodul
T	[mm]	Kettenteilung
τ	[rad]	Kettenradteilungswinkel
F	[N]	Kraft
F_x	[N]	Kraft in x-Richtung
F_y	[N]	Kraft in y-Richtung
F_z	[N]	Kraft in z-Richtung
α	[rad]	Komponentenwinkel
x_p	[mm]	Abstand zwischen Kraftangriffspunkt P und Fußkreis
s_x	[mm]	Verschiebung der Einspannstelle in x-Richtung
s_z	[mm]	Verschiebung der Einspannstelle in z-Richtung
s_{Px}	[mm]	Verschiebung von Kraftangriffspunkt P in x-Richtung
s_{Pz}	[mm]	Verschiebung von Kraftangriffspunkt P in z-Richtung
θ	[rad]	Verdrehung des Balkens
$M_{0,y}$	[Nm]	Moment an der Einspannstelle
c_x	[N/mm]	Federkonstante in x-Richtung
c_z	[N/mm]	Federkonstante in z-Richtung
μ	[-]	Gleitreibungskoeffizient
M_{BI}	[Nm]	Reibmoment zwischen Bolzen und Buchse
r_B	[mm]	Bolzenradius
M_A	[Nm]	Antriebsmoment des Kettenrades
F_o	[N]	Zugkraft im Obertrum
F_u	[N]	Zugkraft im Untertrum
r	[mm]	Näherungsweise Teilkreisradius des Kettenrades
$G_{\sigma 1}$	[1/mm]	Bezogenes Spannungsgefälle der 1.Hauptspannung
$G_{\sigma 2}$	[1/mm]	Bezogenes Spannungsgefälle der 2.Hauptspannung
Δs	[mm]	Abstand zwischen den beiden Spannungsauswertestellen zur Ermittlung des Spannungsgefälles
$\sigma_{a,1,1}$	[N/mm ²]	1.Hauptausschlagsspannung an der Oberfläche
$\sigma_{a,1,2}$	[N/mm ²]	1.Hauptausschlagsspannung im Abstand Δs von der Oberfläche entfernt
$\sigma_{a,2,1}$	[N/mm ²]	2.Hauptausschlagsspannung an der Oberfläche
$\sigma_{a,2,2}$	[N/mm ²]	2.Hauptausschlagsspannung im Abstand Δs von der Oberfläche entfernt

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretischer Hintergrund	2
2.1	Kettentriebe.....	2
2.2	Kettenförderer	3
2.3	Zugkräfte im Kettenförderer	4
2.4	Methodisches Vorgehen	5
2.5	Allgemeine Modellbildung technischer Systeme	5
2.6	Modellbildung in der Mehrkörperdynamik.....	6
2.6.1	Kontinuierliche Systeme (KOS).....	7
2.6.2	Finite Elemente Systeme (FES)	7
2.6.3	Mehrkörpersysteme (MKS).....	7
2.6.4	Hybride Systeme	8
2.6.5	Modellreduktion	9
2.7	Vernetzung in ANSYS Strukturmechanik.....	9
2.7.1	Adaptive Vernetzung	9
2.7.2	Prismenschichten und Spannungsgradienten	10
2.8	Kontaktmodellierung	11
2.8.1	Kinematische Zwangsbedingungen (MPC)	12
2.8.2	Penalty-Verfahren.....	12
2.8.3	Lagrange-Multiplikator-Verfahren	13
2.8.4	Augmented-Lagrange-Verfahren.....	13
2.8.5	Tangentiales Kontaktverhalten.....	14
2.8.6	Symmetrisches / Asymmetrisches Kontaktverhalten.....	14
2.9	Nichtlinearitäten.....	15
2.9.1	Sich öffnende oder schließende Kontakte	16
2.9.2	Nichtlineares Materialverhalten	16
2.9.3	Geometrische Nichtlinearitäten	17
2.10	Spannungszustände	19
3	Methodik	21
3.1.1	Entwicklung der Methodik	21
3.1.2	Linker Pfad der Methodik.....	22
3.1.3	Rechter Pfad der Methodik.....	23
3.1.4	Zusammenführung der Pfade	23
4	Basis der Methodik.....	25
4.1	Starres MKS Modell des gesamten Förderers	25
4.2	Analytische Berechnung der Kettenzugkräfte.....	26
5	Flexibles MKS Modell Antriebsbereich	27
5.1	Modellaufbau.....	27
5.1.1	Einlauf- und Auslaufmechanismus	28
5.1.2	Drehgelenke im Ein- und Auslaufbereich	28
5.1.3	Reibungsbehaftete Bolzen-Buchsen-Kontakte.....	29
5.1.4	Reibungsbehaftete Buchsen-Kettenrad-Kontakte.....	29
5.2	Vernetzungen im flexiblen Mehrkörpermodell.....	30
5.2.1	Vernetzung des Kettenrades.....	30
5.2.2	Vernetzung der Laschen	31
5.2.3	Vernetzung von Buchse und Bolzen	32

5.3	Kettenradantrieb und Kraftrandbedingungen	32
5.3.1	Einschwingbereich	33
5.3.2	Stationärer Bereich	35
5.3.3	Verifizierungsbereich	35
5.4	Spannungsverlauf im Kettenglied	35
5.5	Interpretation des Spannungsverlaufes	38
5.5.1	Verifizierungsbereich A1-A2	38
5.5.2	Verifizierungsbereich A2-A3	39
5.5.3	Verifizierungsbereich A3-A4	40
5.6	Eingangsparameter des FKM Festigkeitsnachweises	40
6	Modelle zur Elastizitätsermittlung	41
6.1	Allgemeines Vorgehen	41
6.2	Elastizitäten im Kettenrad	41
6.2.1	Ersatzmodell Kettenradzahn	42
6.2.2	Erstellung und Validierung eines FE Ersatzmodells	43
6.2.3	Ermittlung der Federkennwerte am Zahnfuß	45
6.3	Elastizitäten der Kettenglieder	46
6.3.1	Ermittlung der Federkonstanten durch Parameteroptimierung ..	46
7	FE Modelle der Einzelkörper	48
7.1	Einspannung und Kraftrandbedingungen	50
7.2	Vernetzung der zu untersuchenden kritischen Stelle	51
7.2.1	Örtliche Spannungen an der kritischen Stelle	52
7.2.2	Spannungsgradient an der kritischen Stelle	54
8	Ausblick Betriebsfestigkeitsberechnung	56
8.1	Allgemeines zur FKM Betriebsfestigkeitsberechnung	56
8.2	Ansatz zur Erstellung eines Lastkollektives	57
9	Conclusio	59
10	Verzeichnisse	60
10.1	Literaturverzeichnis	60
10.2	Abbildungsverzeichnis	61
10.3	Tabellenverzeichnis	62
11	Anhang	63

1 Einleitung

Die Kette als Zugmittel stellt nach wie vor ein elementares Maschinenelement in technischen Anwendungen dar, sei es in Zugmittelgetrieben oder fördertechnischen Anwendungen.

Die Auslegung von Kettentrieben geringer Dimensionen, etwa Steuerkettentriebe in Verbrennungsmotoren, ist weitestgehend erforscht. Im Gegensatz dazu werden bei Auslegungen von Großkettentrieben häufig sehr hohe Sicherheiten gewählt, um mögliche Unsicherheiten in Belastungen aufzufangen. Die genauen Belastungssituationen im Kettentrieb wird Großteils unzureichend ermittelt.

Allgemein können auf Basis der auftretenden Kräfte im Kettenge triebe nach den analytischen Grundlagen der Festigkeitslehre die Zugspannungen in den Laschen, die Biege- und Scherspannungen im Bolzen, die Hertzsche Pressung zwischen Buchse und Kettenradzahn und die Flächenpressung im Gelenk berechnet und mit zulässigen Werten verglichen werden. [SCH10]

Eine weitere Möglichkeit der Kettenauslegung stellt die DIN ISO 10823 dar. Zusätzlich bieten Kettenhersteller verschiedene Auslegungsvarianten an.

Die vorliegende Arbeit soll eine Methode zeigen, welche den Festigkeitsnachweis mittels rechnerunterstützten Simulationen ermöglicht. Die Methode ist nicht auf bestimmte Arten von Ketten beschränkt. Konkret werden die bereits etablierten MKS- und FE-Modellbildungen verwendet. Zusätzlich ermöglichen hohen Rechnerkapazitäten heutzutage auch die Erstellung von Modellen welche die MKS und FE in Kombination enthalten. Diese sogenannten flexiblen MKS Modelle berücksichtigen das elastische Verhalten der Bauteile. Im Vergleich zu starren Modellen erfolgt ein weiterer Schritt in Richtung realitätsnaher Modellbildung. MKS Modelle mit flexiblen Elementen bieten außerdem den Vorteil, dass Spannungen und Verformungen während des gesamten Bewegungsvorganges direkt ermittelt und ausgegeben werden. Der zwei geteilte Vorgang der starren MKS gefolgt von einer FE-Modellierung der Einzelbauteile kann somit durch einen Schritt ersetzt werden.

Unter Verwendung der oben erwähnten Modelle, werden die Spannungen, welche als Eingangsparameter des Festigkeitsnachweises notwendig sind, gewonnen. Die entwickelte Methode bietet zusätzlich eine Möglichkeit zur Verifizierung der Modelle, welche softwareübergreifend durchgeführt wird.

2 Theoretischer Hintergrund

Im ersten Teil der Arbeit sind die notwendigen theoretischen Hintergründe zusammengefasst. Beginnend mit der Kette und dem Kettenförderer, welche Gegenstand der Untersuchung sind, wird auch die Modellbildung in der Mehrkörperdynamik und der statischen strukturmechanischen Analyse in diesem Kapitel behandelt.

2.1 Kettentriebe

Bei Zugmittelgetrieben erfolgt die Kraftübertragung kraftschlüssig oder formschlüssig. Vertreter der kraftschlüssigen Übertragung sind vor allem die Riementriebe, wie Flach-, Keil- und Zahnriemen. Eine formschlüssige Übertragung findet bei Kettentrieben statt, wobei es je nach Anwendung verschiedene konstruktive Ausführungen gibt. Die bedeutendsten Formen von Gelenkketten stellen Gall-, Buchsen-, Rollen- und Zahnketten dar. vgl. [KÜN08]

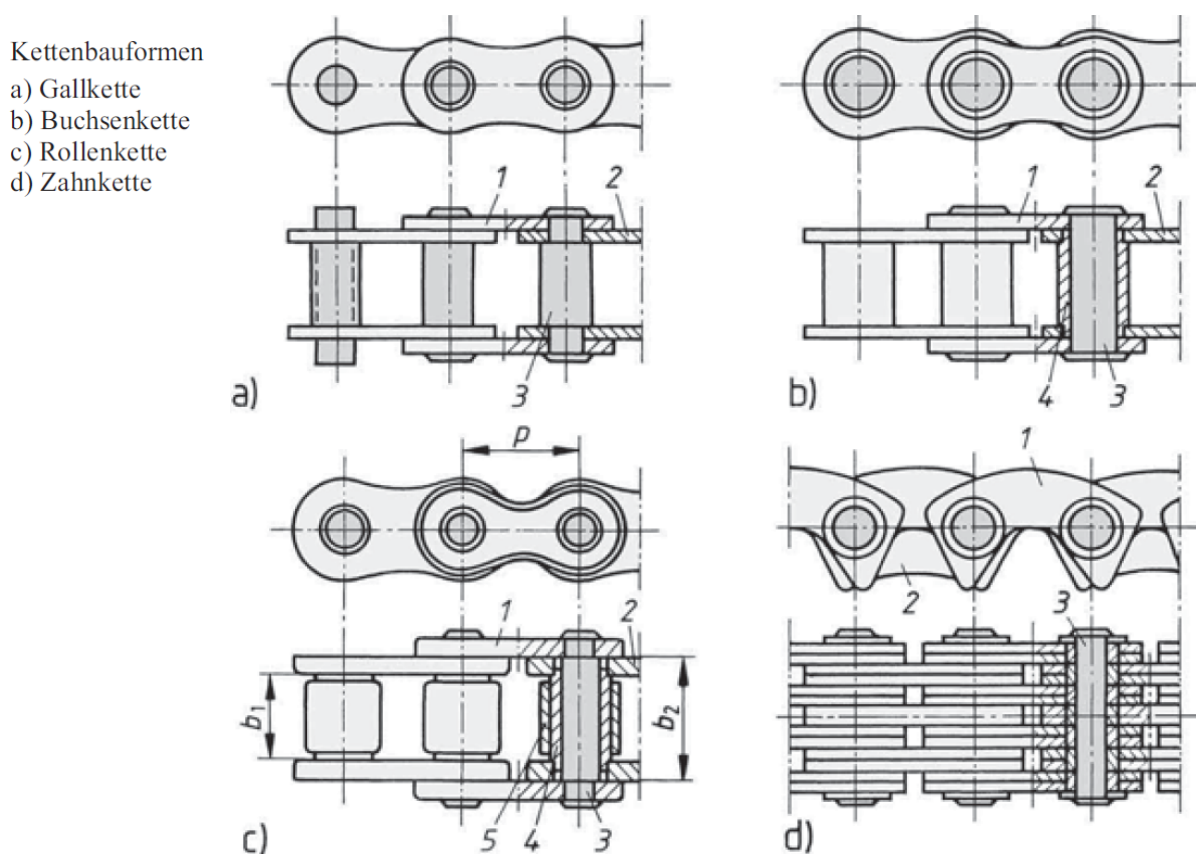


Abbildung 2.1: Kettenformen [KÜN08]

Die Verwendung von Ketten ist nicht nur auf Antriebsketten in Getrieben beschränkt, sie werden auch als Förderketten in fördertechnischen Anwendungen eingesetzt. [SCH10]

Wird das Zugmittel mit Mitnehmern oder Vorrichtungen zur Lastaufnahme erweitert, so entsteht aus dem Getriebe ein Förderer. [OSL18]

Im Vergleich zum Riemen kann sich die Kette nur als Vieleck (Polygon) um das Kettenrad legen. Dadurch entsteht der sogenannte Polygoneffekt, da sich abhängig vom Drehwinkel der Rollenradius verändert. Das führt zu Schwankungen der Kettenkraft und der Kettengeschwindigkeit. Kettenglieder werden im Bereich der Umlenkungen gegeneinander verdreht, daraus resultiert zwangsläufig Verschleiß in den Kettengelenken und eine Kettenlängung. Beim Auflaufen der Kette auf das Kettenrad treten stoßartige Belastungen auf, sodass die Zähne des Kettenrades ebenfalls verschleifen. [SCH10]

2.2 Kettenförderer

Abbildung 2.2 zeigt vereinfacht den Aufbau eines geläufigen Kettenförderers. Er besteht aus einem Umlenkrad, einem Antriebsrad und einer Kette. An der Kette sind Behälter zur Aufnahme von Schüttgut montiert. Zur Minimierung der Reibung zwischen Kette und Auflage dienen häufig schienengeführte Rollen. In den meisten praktischen Anwendungen werden diese sogenannten Trogbandförderer für rein horizontale oder mit positiven Steigungen behafteten Transportwege verwendet. Aufgrund der Kraftsituation ist die Variante des Kopfantriebes zu bevorzugen. vgl. [OSL18]

Im Zuge dieser Arbeit wird ein Großkettentrieb anhand des Förderers aus Abbildung 2.2 in horizontaler Lage mit Kopfantrieb betrachtet. Die verwendete Kette ist die Buchsenkette. Sie findet in der Praxis häufig Anwendung und hat einen einfachen Aufbau. vgl. [OSL18]

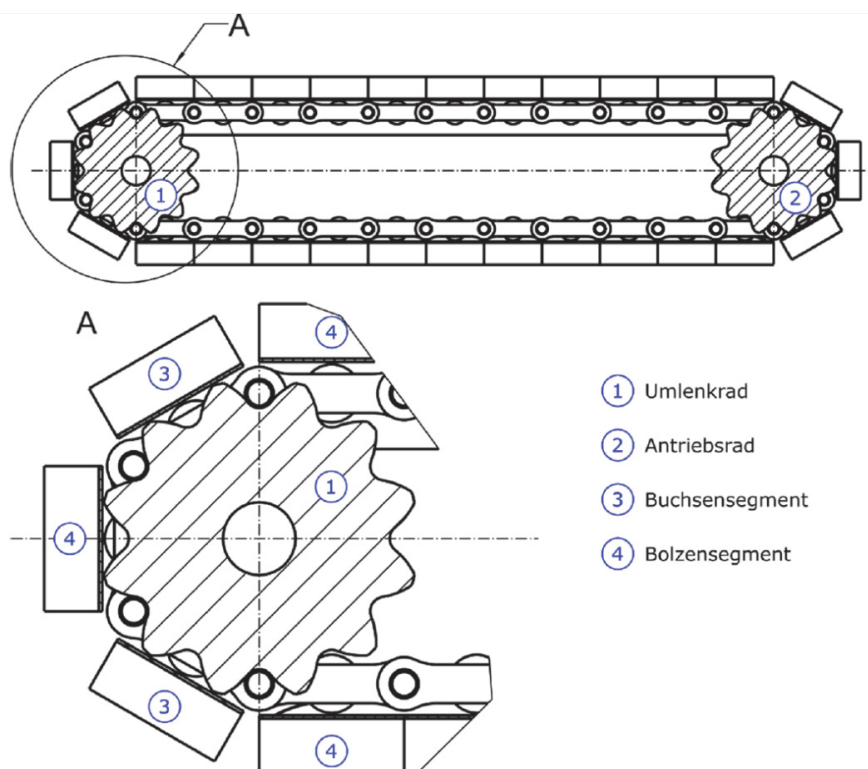


Abbildung 2.2: Kettenförderer [OSL18]

2.3 Zugkräfte im Kettenförderer

Dieses Kapitel zeigt die wesentlichen Aspekte zur Ermittlung von Kettenzugkräften in Kettenförderern.

Eine gute Basis stellt die DIN 22101 dar welche sich mit der Berechnung von Zugkräften in Gurtförderern beschäftigt. Der Gesamtwiderstand im Gurtförderer ist die Summe aller Hub- und Reibungswiderstände, die das Zugmittel zu überwinden hat. Nach DIN 22101 wird zwischen Haupt-, Neben-, Steigungs- und Sonderwiderständen unterschieden. vgl.[RÖM11]

In Abbildung 2.3 ist der Verlauf der Bandzugkraft eines kopfangetriebenen Bandförderers ohne Steigung ersichtlich. Hier findet das oben erwähnte Modell der Widerstandskräfte Anwendung, wobei am Umfang der Antriebstrommel die bekannte Eytelwein'sche Seilreibung auftritt.

Im Vollbeharrungszustand ist eine Mindestvorspannkraft notwendig damit der Gurt an der Antriebstrommel nicht durchrutscht. Nähere Behandlung findet die Thematik der Vorspannkraft in [OSL18].

Im Leertrum steigt die Kraft um F_{Wu} aufgrund der Reibung der Tragrollen an. Umschlingt der Gurt die Spanntrommel, wird vereinfacht ein konstanter Verlauf der Kraft angenommen, da es sich um eine einfache, antriebsfreie Umlenkung handelt. Schlussendlich steigt die Zugkraft im Lasttrum um F_{W0} aufgrund der Reibung zwischen Fördergurt und Gurtauflage.

Das hier gezeigte vereinfachte Modell berücksichtigt keine Walkwiderstände des Zugmittels in den Umlenkungen des Förderers. Ähnlich wie die Walkwiderständen beim Bandförderer treten beim Kettenförderer Reibmomente zwischen den Bolzen und Buchsen auf. Sie haben einen wesentlich größeren Einfluss als die Walkwiderstände beim Gurtförderer.

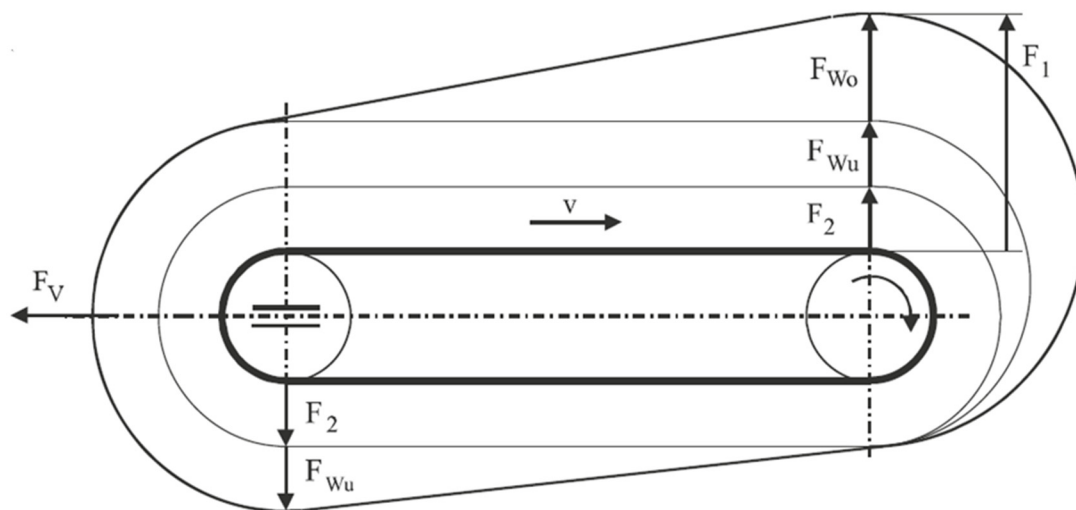


Abbildung 2.3: Zugkräfte im Gurtförderer [RÖM11]

Bei Kettenförderern verlaufen die Zugkräfte grundsätzlich ähnlich. Ein wesentlicher Unterschied tritt in den Umlenkungen auf, da sich, wie bereits erwähnt, im Vergleich zum Riemen die Kette nur als Vieleck um das Kettenrad legen kann. Die Abnahme der Kettenkraft über den Umfang des Rades ist in Abbildung 2.4 ersichtlich.

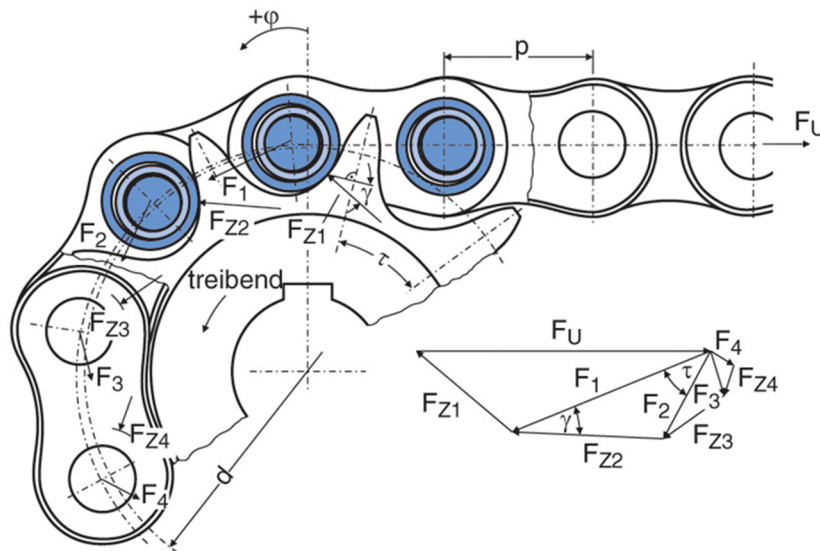


Abbildung 2.4: Kraftsituation Kettenrad [SCH10]

Bei Kettenförderern stellt sich die maximale Zugkraft beim Beginn des Eingriffes der Kette in das Antriebskettenrad ein und nimmt über den Umfang ab. Ist der Förderer waagrecht und kopfangetrieben, tritt die minimale Zugkraft im Auslaufbereich der Kette aus dem Antriebskettenrad auf.

Zusätzlich zur DIN 22101, welche sich mit Zugkräften im Gurt beschäftigt, ist die TGL 20-3542 hilfreich. Sie behandelt unter anderem das Thema der Veränderungen von Kettenzugkräften in Umlenkungen.

2.4 Methodisches Vorgehen

Ganz allgemein beschreibt der Begriff Methodik die festgelegte Art des Vorgehens. Sie soll dazu dienen Ziele leichter und besser zu erreichen. Durch methodisches Vorgehen soll der entstandene Mehrwert im Allgemeinen den Mehraufwand übertreffen. [LAN18]

2.5 Allgemeine Modellbildung technischer Systeme

Die Modellbildung technischer Systeme wird eingesetzt, um die in der Realität vorhandenen Systeme vereinfacht darzustellen und Ergebnisse möglichst allgemein zu erhalten. Hierfür ist es notwendig das reale System zu einem Ersatzsystem zu abstrahieren. Das Ersatzsystem sollte so einfach wie möglich sein, muss aber auch die wesentlichen Eigenschaften des realen Systems berücksich-

tigen. Für das Ersatzsystem ist ein mathematisches Modell zu erstellen, welches nur in Spezialfällen eine analytische Lösung aufweist. Im Allgemeinen sind numerische Verfahren zur Approximation der Lösung notwendig. vgl. [ELL16]

Abbildung 2.5 zeigt allgemein die Stellung von Modellen in der Produktentwicklung. Nach [LAN18] beschreibt die Verifikation das Erfüllen der spezifizierten Anforderung und die korrekte Implementierung jener in das Modell.

Im Gegensatz dazu vergleicht die Validierung Modellergebnisse mit Mess- und Beobachtungsergebnissen oder mit analytischen Vergleichsrechnungen.

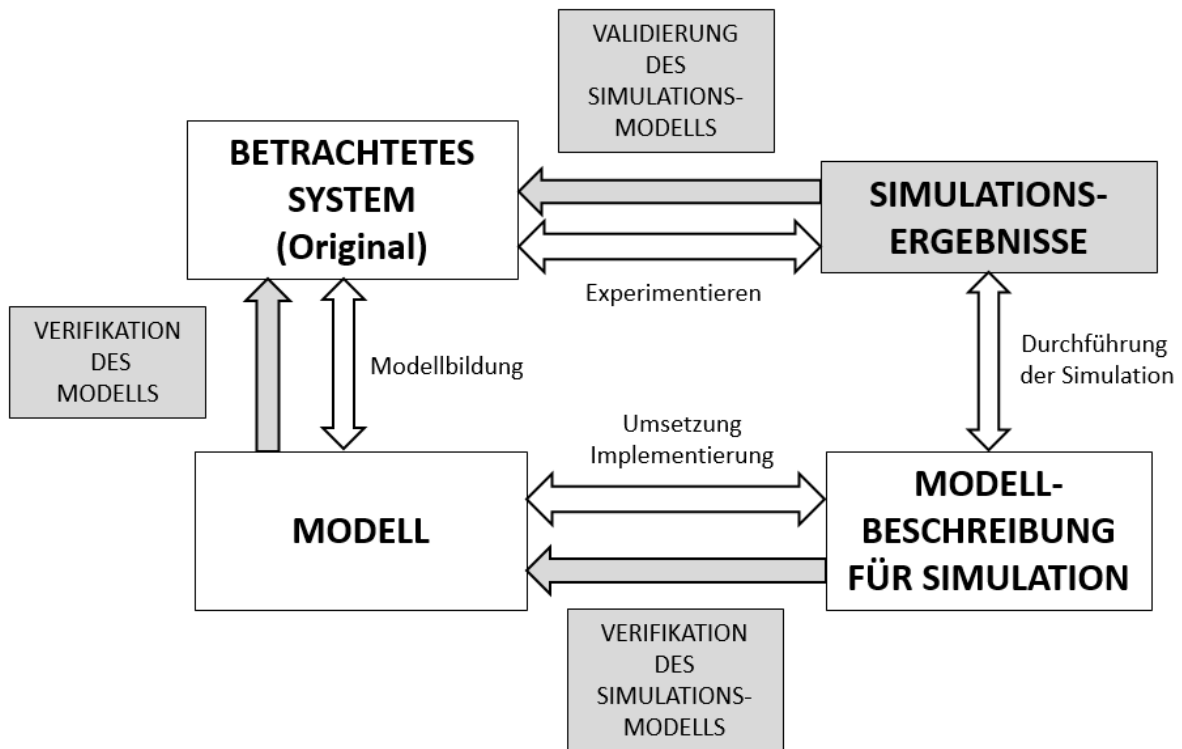


Abbildung 2.5: Modellbildung in der Produktentwicklung [LAN18]

Häufig ist eine vollständige Validierung des entwickelten Modells durch Messergebnisse aus Kosten- oder Aufwandsgründen nicht möglich. Eine analytische Vergleichsrechnung kann nur bei Modellen geringer Komplexität oder von Teilmodellen erfolgen.

Zur Verifizierung der Simulationsmodelle zeigt diese Arbeit einen simulationsbasierenden, softwareübergreifenden Ansatz.

2.6 Modellbildung in der Mehrkörperdynamik

Für die Erstellung eines Ersatzmodells gibt es nach [ELL16] in der Mehrkörperdynamik verschiedene Herangehensweisen:

- Kontinuierliche Systeme
- Finite Elemente Systeme
- Mehrkörpersysteme
- Hybride Systeme

2.6.1 Kontinuierliche Systeme (KOS)

KOS weisen unendlich viele Freiheitsgrade auf, die Verteilung von Masse oder Steifigkeit werden entsprechend ihres Verlaufes exakt berücksichtigt. Der Ansatz zur Lösung des Problems besteht in der Aufstellung der Bewegungsgleichungen für ein infinitesimal kleines Volumenelement. Es entsteht ein Differentialgleichungssystem welches nur in Einzelfällen, wie beispielsweise die Longitudinal-Schwingungen in einem Stab, geschlossen gelöst werden kann. vgl. [ELL16]

2.6.2 Finite Elemente Systeme (FES)

FES bestehen aus elastischen Körpern wobei die Körper in einzelne Teilgebiete, sogenannte Finite Elemente, geteilt werden. Es erfolgt eine elementweise Zuteilung von Masse und Steifigkeit zu den einzelnen Elementen. vgl. [ELL16]

Bei Bauteilen einfacher Geometrie geschieht die Beschreibung des physikalischen Verhaltens über analytische Gleichungen. Spannungen und Verformungen können auf diesem Weg unter Verwendung der Festigkeitslehregrundlagen ermittelt werden.

Bei komplexerer Geometrie ist die Vorgehensweise einer analytischen Berechnung nicht zielführend. Die Grundidee der FES besteht wie bereits erwähnt darin, die betrachtete Geometrie in kleine Teilstücke (Finite Elemente) zu zerlegen. Die Verbindungen der Elemente werden durch Knoten ermöglicht, sie befinden sich an den Ecken oder abhängig vom Elementtyp auch auf den Verbindungslinien der Elemente. Für jedes Element kann eine Einzellösung ermittelt werden, die Gesamtlösung erfolgt durch Aufsummieren der Einzellösungen. vgl. [GEB14]

Als einfaches Beispiel kann der Stab gesehen werden, welcher in eine beliebige Anzahl an Elemente und Knoten unterteilt wird, man nennt diese Vorgehensweise Diskretisierung. Mittels Finiter-Elemente-Methode erfolgt die Berechnung der Verschiebungen der einzelnen Knoten. Unter Annahme eines linear-elastischen Materialverhaltens werden unter Verwendung des Hook'schen Gesetzes die auftretenden Spannungen berechnet.

2.6.3 Mehrkörpersysteme (MKS)

Mehrkörpersysteme bestehen in der Regel aus starren, massebehafteten Körpern die mittels Feder- und Dämpfer Elementen oder über Gelenke und Führungen miteinander verbunden sind. Im Vergleich zur FEM, hier geschieht die Verteilung der Masse und Steifigkeit elementbezogen, wird bei Mehrkörpersimulationen mit konzentrierten Parametern gearbeitet. Kräfte, Momente oder Bewegungen bilden die Randbedingungen. Mehrkörpersimulationsprogramme erstellen auf Basis des definierten Modells Bewegungsgleichungen und geben als Ergebnis Positionen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der einzelnen Körper aus. Die Konstruktion auf ihre kinematische Funktion zu prüfen und Belastungen in Gelenken zu ermitteln stellt eine weitere Funktion von

MKS dar. Anhand dieser Belastungen können im Anschluss an die Mehrkörpersimulation Festigkeitsberechnungen und Bauteilauslegungen durchgeführt werden. Abbildung 2.6 zeigt ein allgemeines Mehrkörpersystem.

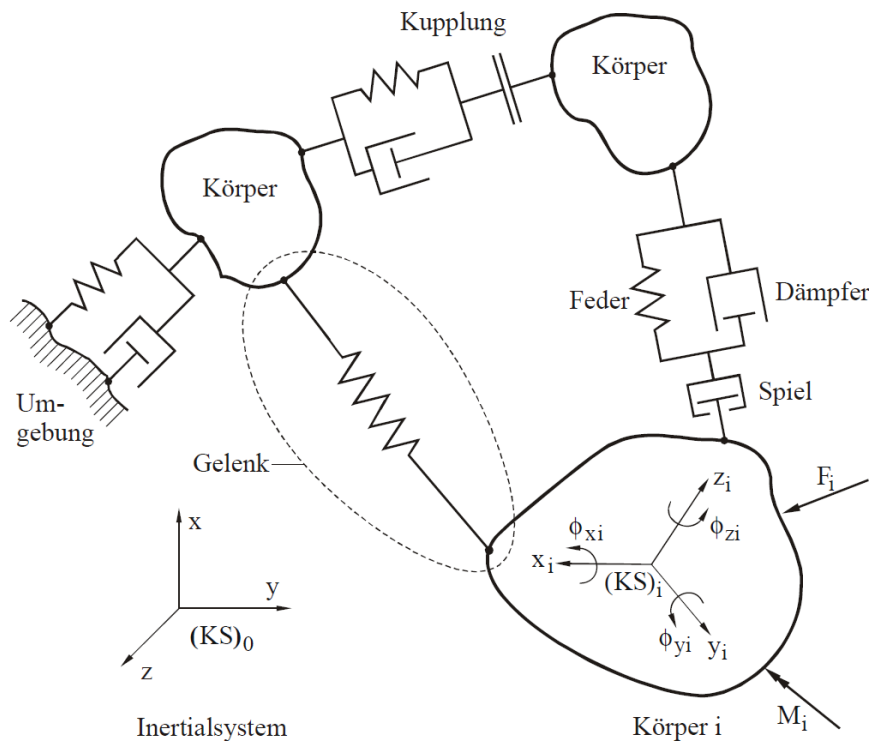


Abbildung 2.6: Mehrkörpersystem [KLE12]

2.6.4 Hybride Systeme

Hybride Systeme stellen eine Kombination der oben genannten Möglichkeiten der Modellbildung dar. Im Weiteren ist nur die Kombination von MKS und FES, auch flexible Mehrkörpersysteme genannt, von Bedeutung.

Bei FE Modellen sind die Freiheitsgrade durch die räumliche Verschiebung der Elementknoten definiert, das heißt jeder Knoten besitzt im dreidimensionalen Raum maximal 6 Freiheitsgrade. Je nach Netzfeinheit entsteht ein System mit einer hohen Anzahl an Freiheitsgraden. Bei Mehrkörpersystemen ist die Anzahl der Freiheitsgrade wesentlich geringer. Jeder ungebundene Körper besitzt im Raum ebenfalls 6 Freiheitsgrade, 3 translatorische und 3 rotatorische. Durch Bindungselemente zwischen den Körpern oder zwischen Körpern und der Umgebung wird die Zahl der Freiheitsgrade stark reduziert was sich auch in der Abnahme der Rechenzeiten von MKS Modellen widerspiegelt.

Bei Bestimmung des Bewegungsverhaltens von flexiblen Mehrkörpersystemen werden die kleinen linearen Deformationen der vernetzten, elastischen Körper der allgemeinen nichtlinearen Starrkörperbewegungen überlagert und so die

Gesamtbewegung ermittelt. Es entstehen Systeme mit einer großen Anzahl an Freiheitsgraden. [FIE13]

Bei flexiblen Mehrkörpersystemen erfolgt die Berücksichtigung auftretender Verformungen während der Bewegung, wodurch die Modellbildung realitätsnäher erfolgt. Ein zusätzlicher Vorteil kann in der direkten Ermittlung der Spannungen in den flexibel definierten Bauteilen während des Bewegungsvorganges gesehen werden. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass auch die Möglichkeit besteht in Modellen nur eine begrenzte Anzahl an Bauteilen flexibel und die restlichen starr zu definieren.

zunimmt und es die Rechnerkapazitäten in Zukunft erlauben, soll die Lücke zwischen MKS und FEM geschlossen werden. vgl. [KLE12]

2.6.5 Modellreduktion

Die Literatur bietet viele mathematisch bzw. physikalisch basierende Verfahren zur Reduktion der oben erwähnten Freiheitsgrade flexibler Mehrkörpersysteme. Die einfachste Möglichkeit Freiheitsgrade zu reduzieren ist es, die Feinheit der FE Netze zu verringern. Dies führt in den meisten Anwendungen zu starken Abweichungen vom physikalisch exakten Ergebnis. Vor allem bei hohen Gradienten in den Ergebnissen, beispielsweise Spannungsgradienten in Kerbstellen, ist es zwingend notwendig lokal das FE Netz zu verfeinern. [GEB14]

Eine gängige Methode ist es elastische Körper als modal reduzierte FE-Modelle einzubinden. Sie haben gegenüber den originalen FE-Modellen eine deutlich reduzierte Zahl an Freiheitsgraden aufweisen. Dies wird erreicht, indem die Körperdeformationen nicht mehr über die Knotenverschiebungen, sondern über Eigenformen des Körpers beschrieben werden, wobei nur eine definierte Anzahl von Moden berücksichtigt wird. [FIE13]

2.7 Vernetzung in ANSYS Strukturmechanik

Die Vernetzung ist wie bereits beschrieben das Zerlegen der Geometrie in einfach beschreibbare Teilgebiete und hat wesentlichen Einfluss auf die Simulationsergebnisse. In ANSYS werden per Default prismatische Körper mit Hexaeder- und beliebig komplexe Körper mit Tetraeder Elementen vernetzt. [GEB14]

Eine gängige Möglichkeit ist es, in Bereichen von Kerben und hohen Spannungsgradienten, feine Hexaeder Elemente zu implementieren, um genau Ergebnisse zu erhalten.

2.7.1 Adaptive Vernetzung

Häufig stellt sich bei FE Modellen die Frage wie die Netzfeinheit zu wählen ist, um Ergebnissen wie Spannungen und Verformungen vertrauen zu können. Hierfür gibt es die Möglichkeit einer adaptiven Vernetzung.

Im Zuge der adaptiven Vernetzung wird die Feinheit des Netzes dem Spannungszustand oder anderen Ergebnisgrößen angepasst. Im ersten Berechnungsschritt definiert der Benutzer ein Netz, das zwar lokale Verfeinerungen besitzen kann, aber noch keine Anpassung an die jeweilige Belastung (erfährt, da zum

Zeitpunkt der Vernetzung noch keine Spannungsverteilung vorliegt. Um die adaptive Vernetzung zu aktivieren, kann jedem Ergebnis, dessen Genauigkeit durch die adaptive Vernetzung verifiziert werden soll, eine automatische Konvergenzprüfung zugewiesen werden. Damit wird die Vernetzung so lange iterativ angepasst, bis sie keinen nennenswerten Einfluss mehr auf das Ergebnis hat. [GEB14]

Damit die Rechenzeit in Grenzen bleibt, ist die adaptive Vernetzung bei lokalen Ergebnissen kleiner Ergebnisbereiche anzuwenden. Die adaptive Vernetzung für Spannungsergebnisse des gesamten Bauteils würde die Rechenzeit stark erhöhen.

Nicht geeignet ist die Anwendung der adaptiven Vernetzung in singulären Ergebnisbereichen. Singularitäten treten in Bereichen scharfer Kerben oder an Stellen punkt- oder linienförmiger Krafteinleitung auf. Je feiner das Netz, desto höher die Spannung in Singularitäten. Man spricht von Divergenz. Spannungsergebnisse konvergieren in diesen Singularitäten nicht, daher kann die Methode der adaptiven Vernetzung für diese Art von Ergebnisstellen nicht angewandt werden. vgl.[GEB14]

2.7.2 Prismenschichten und Spannungsgradienten

Bei Dauerfestigkeits- und Betriebsfestigkeitsberechnungen ist es notwendig Spannungsgradienten von der Oberfläche des Bauteils ins Bauteilinnere zu ermitteln.

Der Spannungsgradient hat nach FKM-Richtlinie wesentlichen Einfluss auf die Bruchmechanische Stützzahl. Die Bruchmechanische Stützzahl berücksichtigt das langsamere Anwachsen eines Ermüdungsanrisses in einem gradientenbehafteten Beanspruchungsfeld gegenüber einem schnelleren Anwachsen in homogenen Feldern bei gleicher maximaler Spannung (Stützwirkung).

Zusammen mit der statistischen und der verformungsmechanischen Stützzahl bildet sie die werkstoffmechanische Stützzahl. Die Stützzahl hat einen wesentlichen Einfluss auf die Bauteildauerfestigkeit. vgl.[FKM12]

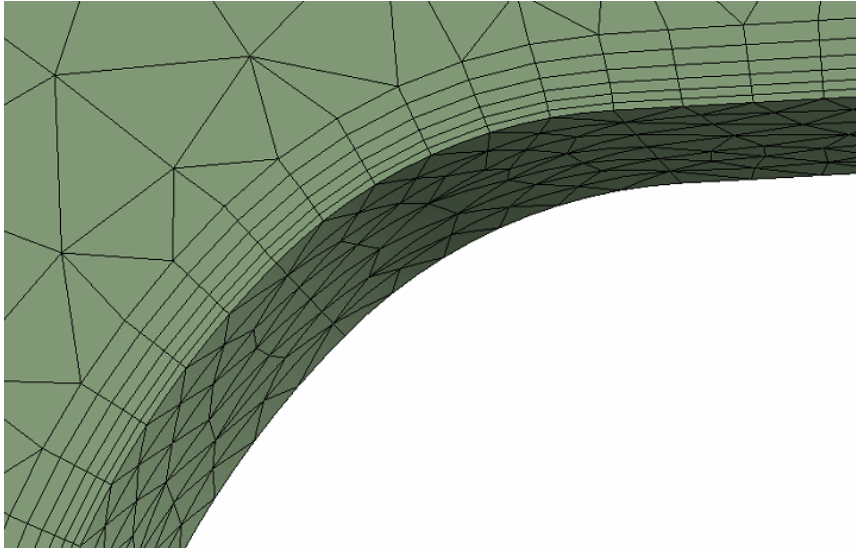


Abbildung 2.7: Prismenschichten

Wird das Netz lokal mit Tetraeder Elementen verfeinert, so entstehen zwar kleine Tetraeder Elemente in Tiefenrichtung. Dies ermöglicht grundsätzlich eine Ermittlung des Spannungsgradienten. Aufgrund der Tetraeder Form entsteht jedoch auch eine Vielzahl an Elementen in den Querrichtungen. Das führt zu einer großen Anzahl an Elementen und hohen Rechenzeiten. Eine Hexaeder Vernetzung ist bei komplexen Geometrien häufig nicht einfach möglich.

ANSYS bietet die Möglichkeit sogenannter Prismenschichten mit dreieckiger Grundfläche. Diese werden an der Bauteiloberfläche erstellt und in Tiefenrichtung größer ehe sie in eine Tetraeder Struktur übergehen.

Prismenschichten vereinen die Vorteile der Tetraeder Elemente (geringer Bearbeitungsaufwand) mit denen der Hexaeder Elemente (hohe Genauigkeit).

Dadurch ist eine hinreichende Genauigkeit zur Ermittlung von Spannungsgradienten bei vergleichsweise geringen Rechenzeiten möglich. vgl. [GEB14]

2.8 Kontaktmodellierung

Für Festkörper gilt die Undurchdringlichkeitsbedingung, das heißt Körper dürfen sich nicht gegenseitig durchdringen. In FE Modellen ist diese Bedingung zunächst nicht vorhanden. Eine Implementierung von Kontaktformulierungen ist notwendig, um dem physikalischen Verhalten zu entsprechen. vgl. [WAG17]

Bevor der Algorithmus zur Formulierung des Kontaktes Anwendung findet, ist festzustellen, ob und wo ein Kontakt auftritt. Hierfür gibt es verschiedene Verfahren zur Kontaktdetektion auf die hier nicht näher eingegangen wird.

Eine Bezeichnung der Oberflächen zweier Kontaktpartner als Master-Seite und Slave-Seite ist üblich, die Zuordnung ist aber vorerst willkürlich.

[WAG17] unterscheidet folgende Kontaktformulierungen:

- Kinematische Zwangsbedingungen (Multi-Point-Constraint-Verfahren)
- Penalty-Verfahren
- Lagrange-Multiplikator-Verfahren
- Augmented-Lagrange-Verfahren

2.8.1 Kinematische Zwangsbedingungen (MPC)

MPC wird zur Modellierung von Verbundkontakten verwendet. Es treten bei Verwendung dieses Algorithmus keine Relativbewegungen zwischen den Kontaktoberflächen auf. Er kann beispielsweise beim Kontakt zwischen Buchse und Lasche Verwendung finden.

Die Knoten der Slave-Seite liegen auf einer Elementoberfläche der Masterseite und würden beim Aufbringen einer Last in die Master-Seite eindringen. Es erfolgt die Einführung kinematischer Zwangsbedingungen, welche den Knoten auf der Slave-Seite die Bewegung auf der Master-Oberfläche vorschreiben. Die Master-Knoten geben die Bewegung vor, die Slave-Knoten müssen dieser Bewegung folgen. Eine Bedingung kann beispielsweise lauten, dass der Knoten S in der Mitte der Linie liegen muss, die von Knoten M_1 und M_2 berandet wird. [WAG17]

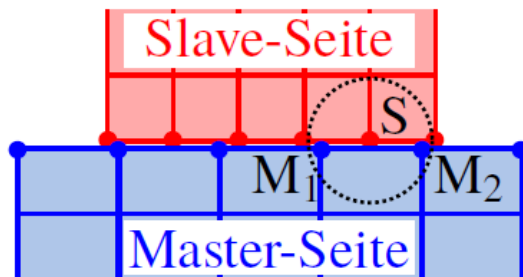


Abbildung 2.8: MPC Kontaktformulierung [WAG17]

2.8.2 Penalty-Verfahren

Beim Penalty Verfahren werden bei Verletzung der Undurchdringlichkeitsbedingung Reaktionskräfte auf die Slave-Knoten aufgebracht.

Die Reaktionskräfte f_n sind proportional der Eindringtiefe g_p und wirken senkrecht zum Mastersegment.

$$f_n = c_p \times g_n \quad [\text{Gl. 2.1}]$$

Gedanklich ist diese Methode der Kontaktformulierung so aufzufassen, dass eine Feder mit der Federkonstanten c_p , die den Slave-Knoten wieder aus dem Master-Segment drückt, eingefügt wird. vgl. [WAG17]

Eine Einstellung des Proportionalitätsfaktors c_p ist in ANSYS nicht direkt möglich. Als Option verfügt der Benutzer jedoch über die Möglichkeit mittels einem globalen Skalierungsfaktor die Kontaktsteifigkeit zu beeinflussen.

In mehreren Iterationen werden die Durchdringung und die daraus resultierenden Rückstellkräfte gegenüber den äußeren Belastungen ins Gleichgewicht gebracht, bis die Durchdringung vernachlässigbar klein geworden ist. [GEB14]

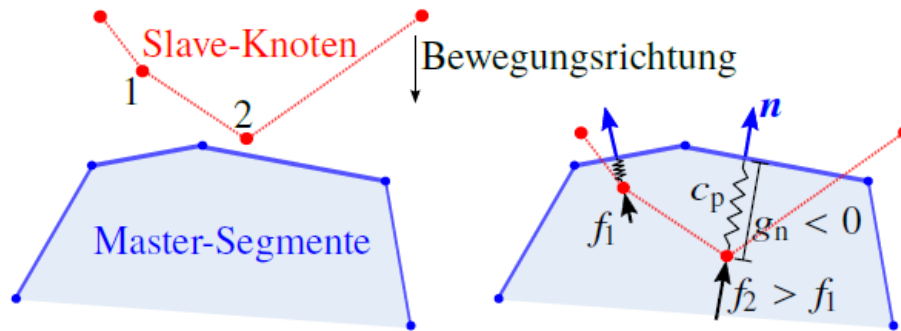


Abbildung 2.9: Penalty Kontaktformulierung [WAG17]

Das Penalty Verfahren ist das am meisten verwendete Verfahren zur Kontaktformulierung und wird bei statischen als auch dynamischen Simulationen verwendet, da es für die verwendeten numerische Gleichungslöser gut geeignet ist, vergleichsweise geringe Rechenzeiten aufweist und universell einsetzbar ist. Als Beispiel sei hier der Kontakt zwischen Buchse und Kettenrad erwähnt, welcher mit dieser Art der Kontaktformulierung implementiert werden kann.

2.8.3 Lagrange-Multiplikator-Verfahren

Bei diesem Verfahren wird die Kontaktbedingung nahezu exakt erfüllt, das heißt die Körper durchdringen einander kaum. Das Verfahren stammt aus der Optimierung mit Nebenbedingung, wobei hier über einen Lagrange'schen Multiplikator λ die Vorgabe, dass keine Durchdringung auftreten soll, in das Energieprinzip eingeführt wird.

Unter dem Energieprinzip versteht man in diesem Zusammenhang, dass der Algorithmus das Prinzip vom Minimum des Gesamtpotentials nutzt. Vereinfacht ist zu sagen, dass der Multiplikator λ eine zusätzliche Unbekannte darstellt und somit das Gleichungssystem vergrößert. Auf eine genaue mathematische Beschreibung soll hier verzichtet werden. vgl. [WAG17]

Dieses Verfahren verfügt über eine hohe Genauigkeit, weist jedoch deutlich höhere Rechenzeiten auf. [GEB14]

2.8.4 Augmented-Lagrange-Verfahren

Dieses Verfahren stellt eine Mischung aus dem Lagrange- und dem Penalty-Verfahren dar. Es wird sowohl ein Lagrange'scher Multiplikator als auch ein Penalty Parameter (Federsteifigkeit) in das Energieprinzip eingeführt, wobei

der Lagrange'sche Multiplikator iterativ aus dem Penalty Verfahren ermittelt wird und somit keine zusätzliche Unbekannte entsteht. vgl.[WAG17]

Der Vorteil des Verfahrens im Vergleich zu einem reinen Penalty-Verfahren besteht darin, dass der oben erwähnte, selbst definierbare Skalierungsfaktor sehr viel kleiner gewählt werden kann, da die Durchdringung iterativ beseitigt wird. Im Vergleich zum Lagrange-Verfahren sind kleine Durchdringungen erlaubt, sodass die Konvergenz verbessert wird. vgl. [WAG17]

Zusammenfassend ist anzumerken, dass dieses erweiterte Penalty-Verfahren mit zusätzlicher Prüfung der Durchdringung genauer ist als das reine Penalty-Verfahren, jedoch mehr Rechenzeit benötigt wird.

2.8.5 Tangentiales Kontaktverhalten

Bei den oben beschriebenen Verfahren zur Kontaktbildung wird immer das Verhalten in Normalrichtung betrachtet. In Tangentialrichtung muss grundsätzlich unterschieden werden, ob eine reibungsbehaftete Relativbewegung der beiden Kontaktflächen (Gleitreibung) oder Haften auftritt.

Für den Fall der Gleitreibung wird die Tangentialkraft unter Vorgabe eines Koeffizienten für Gleitreibung μ nach dem bekannten Coulomb'schen Gesetz ermittelt.

Bei Haftreibung kommt das Penalty-Verfahren, bei dem sich in Analogie zur oben beschriebenen Normalen Richtung die Tangentialkraft F_t aus einem Proportionalitätsfaktor c_t und einer Verschiebung x_s ergibt, zur Anwendung.

$$F_t = c_t \times x_s \quad \text{[Gl. 2.2]}$$

Das heißt auch im Fall des Haftens muss eine Relativbewegung x_s auftreten, damit der Penalty-Algorithmus funktioniert, sie sollte jedoch möglichst klein sein und im Idealfall gegen Null gehen. Dies ist Vergleichbar mit dem Penalty-Verfahren in Normalen Richtung, hier soll die Eindringtiefe gegen Null gehen um ein physikalisch Korrektes Verhalten abzubilden.

Es sei explizit erwähnt, dass das Verfahren zur Kontaktbildung in ANSYS nur für die Normalen Richtung ausgewählt werden kann. In tangentialer Richtung verwendet ANSYS das Penalty-Verfahren, wobei die tangentiale Kontaktsteifigkeit nicht variierbar ist.

2.8.6 Symmetrisches / Asymmetrisches Kontaktverhalten

Beim Penalty- und Augmented Lagrange Verfahren kann zwischen symmetrischem und asymmetrischem Verhalten gewählt werden. Beim Lagrange-Multiplikator- und MPC Verfahren kann nur asymmetrisches Verhalten angewandt werden.

Bei asymmetrischem Verhalten werden nur die Slave-Knoten auf Durchdringung der Master-Segmente geprüft, dies verringert den Rechenaufwand wesentlich im Vergleich zum symmetrischen Verhalten, wo die Kontraktprüfung zweimal durchgeführt wird indem Master- und Slave-Seite vertauscht werden. Das asymmetrische Verhalten wird häufig verwendet um Rechenzeit einzusparen, es kann jedoch dazu führen, dass Durchdringungen nicht erkannt werden. vgl. [WAG17]

Zusätzlich bietet es den Vorteil, dass Ergebnisse wie Kontaktspannungen oder Eindringtiefen einfacher interpretiert werden können, da die gesamten Ergebnisdaten auf der Slave-Seite vorliegen.

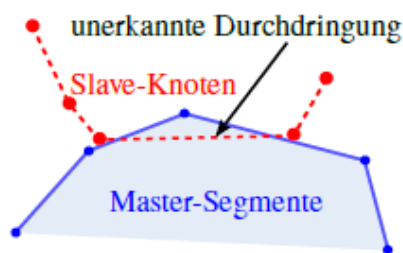


Abbildung 2.10: Asymmetrisches Kontaktverhalten [WAG17]

Bei asymmetrischem Verhalten ist es deswegen wichtig, welche der beiden Kontaktpartner als Master- und welche als Slave-Seite definiert wird, um Durchdringungen zumindest zu minimieren. In ANSYS wird die Masterseite als Zielfläche und die Slave-Seite als Kontaktfläche bezeichnet. Folgende Hinweise sollten bei asymmetrischem Verhalten berücksichtigt werden:

- Die feiner vernetzte Seite ist als Slave-Seite zu wählen
- Die weniger gekrümmte Oberfläche ist als Master Seite zu definieren, beim Kontakt von konvexen mit konkaven Kontaktpartnern (z.B. der Bolzen-Buchse-Kontakt bei Ketten) muss somit die konvexe Seite als Slave-Seite (Kontaktfläche) und die konkave Seite als Master-Seite (Zielfläche) definiert werden. Abbildung 2.10 zeigt das Gegenbeispiel.
- Bei Kombinationen von Starrkörpern und flexiblen Körpern sollte der Starrkörper immer die Master-Seite sein.

2.9 Nichtlinearitäten

Nach [WAG17] sind die grundlegenden Bestandteile zur Beschreibung eines strukturmechanischen Problems: die kinematischen Beziehungen, das Materialgesetz, die Gleichgewichtsbedingung sowie Randbedingungen. Nichtlinearität tritt auf, wenn für eine der oben genannten Beziehungen die Annahme der Linearität nicht mehr ausreichend ist.

In der Praxis bedeutet dies das Ursachen für Nichtlinearitäten durch folgende 3 Effekte entstehen können [GEB14]:

- Sich öffnende oder schließende Kontakte
- Nichtlineares Materialverhalten
- Geometrische Nichtlinearitäten

2.9.1 Sich öffnende oder schließende Kontakte

Kontakte, die sich öffnen oder schließen, verändern die Steifigkeit einer Baugruppe in Abhängigkeit von der Größe der Belastung bzw. von deren Richtung.

Abbildung 2.11 zeigt dieses Verhalten in einfacher Weise. Bei kontinuierlichem Anstieg der Kraft wird zu Beginn die gesamte Belastung vom oberen Balken aufgenommen, die Anfangssteifigkeit der Baugruppe ist somit gering. Ist die Kraft groß genug um die Lücke zwischen den beiden Balken zu schließen, so wirkt die Belastung auf beide Balken. Daraus resultiert eine höhere Steifigkeit. vgl. [GEB14]

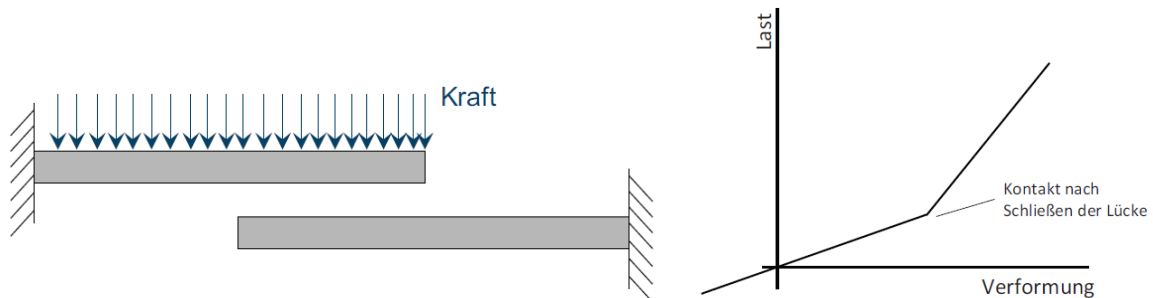


Abbildung 2.11: Sich öffnende oder schließende Kontakte [GEB14]

2.9.2 Nichtlineares Materialverhalten

Bei linearem Materialverhalten erfolgt die Beschreibung nach dem Hooke'schen Gesetz, die Spannung σ steigt proportional zur Dehnung ε mit dem werkstoff-spezifischen Elastizitätsmodul E .

$$\sigma = E \times \varepsilon \quad [\text{Gl. 2.3}]$$

Übersteigen die Spannungen im Bauteil die Fließgrenze, so plastifiziert das Material. Es entstehen bleibende Verformungen, das Hooke'sche Gesetz kann nicht mehr angewendet werden.

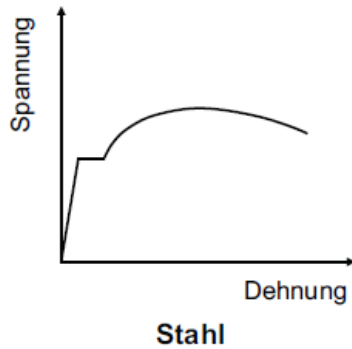


Abbildung 2.12: Nichtlineares Materialverhalten [GEB14]

In ANSYS ist es möglich plastisches Verhalten zu berücksichtigen, wobei verschiedene Materialgesetze zur Auswahl stehen. Je nach Form der verwendeten Materialkurve unterscheidet ANSYS zwischen bilinearem, multilinearem und nichtlinearem Verhalten. Je nach Spannungsbereich wird während der Simulation die Steifigkeit für jedes Element angepasst. vgl. [GEB14]

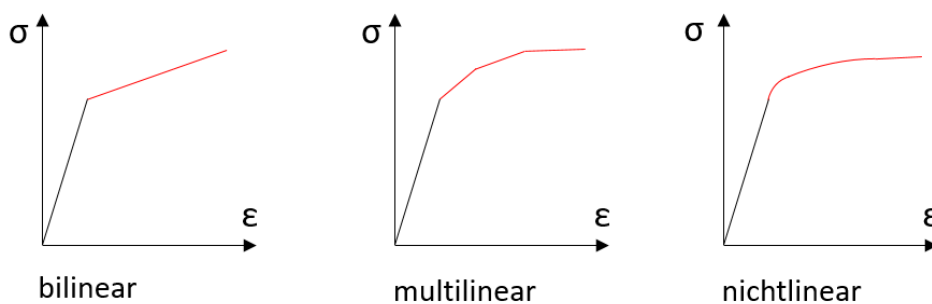


Abbildung 2.13: Plastische Materialgesetze [GEB14]

2.9.3 Geometrische Nichtlinearitäten

Geometrisch linearer Betrachtung liegen folgende Annahmen zugrunde [WAG17]:

- Alle kinematischen Größen wie Verschiebungen, Rotationen und Verzerrungen sind klein
- Die Lasten wirken auf die unverformte Ausgangsgeometrie

In ANSYS finden die Gleichgewichtsbetrachtungen in strukturmechanischen Problemen grundsätzlich an unverformten Systemen statt, die Betrachtung erfolgt geometrisch linear und das Gleichungssystem wird nur einmal für das unverformte System gelöst. vgl. [GEB14]

Dies ist eigentlich nicht korrekt, da der Gleichgewichtszustand nur am verformten Körper gilt und sich unter wirkenden Belastungen jeder Körper zumindest

minimal verformt. Bei Verwendung der linearen Theorie wird davon ausgegangen, dass Fehler die durch Betrachtung der unverformten Ausgangslage entstehen, vernachlässigbar klein sind.

Sind auftretende Verschiebungen, Rotationen oder Verzerrungen groß, so muss die Berechnung nichtlinear erfolgen. In bestimmten Zeitschritten werden unter Betrachtung des zugehörigen verformten Systems die Gleichungen neu formuliert und gelöst. Daraus resultiert, dass eine nichtlineare Betrachtungsweise zu längeren Rechenzeiten führt, da im Vergleich zum linearen Fall eine Formulierung des Gleichungssystems aus der Ausgangsgeometrie nicht direkt möglich ist. vgl. [WAG17]

Abbildung 2.14 zeigt die 3 häufigsten Fälle geometrischer nichtlinearer Effekte.

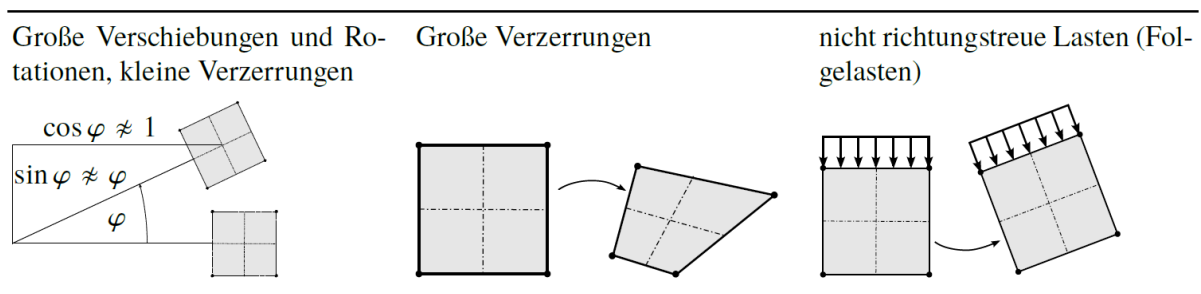


Abbildung 2.14: Geometrische Nichtlinearitäten [WAG17]

Im linken Bild sind große Verschiebungen bei gleichzeitig kleinen Verzerrungen dargestellt. Ein Beispiel hierfür sind die oben erwähnten flexible Mehrkörpersysteme, etwa von Kettentrieben, wie sie im späteren Verlauf der Arbeit behandelt werden. Es treten große Starrkörperbewegungen bei vergleichsweise geringen Verzerrungen der Bauteile auf.

Das mittlere Bild zeigt große Verzerrungen. Diese treten beispielsweise bei Bauteilen geringer Steifigkeit oder auch bei Verwendung duktiler Werkstoffe auf.

Nicht richtungstreue Lasten sind im rechten Bild ersichtlich. Ein einfaches Beispiel hierfür sind dünnwandige, unter Druck stehende Behälter. Wird der Druck im Behälter erhöht, so verformt er sich und die Krafteinwirkung verändert sich, da der Druck immer senkrecht zur Behälteroberfläche wirkt.

2.10 Spannungszustände

Da Festigkeitsnachweise nach der FKM-Richtlinie im allgemeinen Fall volumenförmiger Bauteile mit Hauptspannungen durchzuführen sind, wird in diesem Kapitel der Übergang vom Allgemeinen- zum Hauptspannungszustand vereinfacht dargestellt.

Abbildung 2.15 zeigt die Spannungen am infinitesimal kleinen Volumen. Dieser Quader wird gedanklich aus einem beliebigen Bauteil herausgeschnitten. Der Spannungszustand an einer bestimmten Stelle in einem Bauteil lässt sich allgemein nicht durch einen einzelnen Spannungswert charakterisieren. Stattdessen erfolgt die Verwendung des sogenannten Spannungstensors. [WME17]

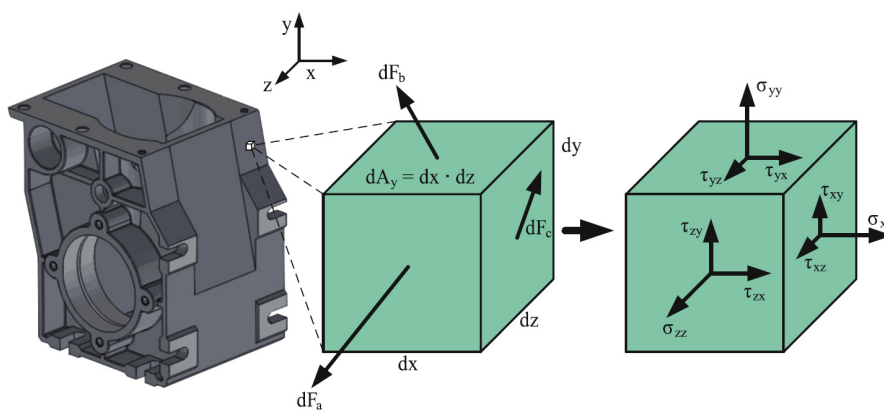


Abbildung 2.15: Spannungen am infinitesimalen Volumen [WME17]

Der Spannungstensor entsteht indem die Kräfte an den Schnittflächen mit den äußeren Kräften ins Gleichgewicht gestellt werden. Werden die Schnittkraftvektoren auf die Schnittflächen bezogen so entstehen Spannungsvektoren. Diese Spannungsvektoren lassen sich in Anteile senkrecht zur jeweiligen Quaderfläche und Anteile parallel zur jeweiligen Quaderfläche zerlegen. Die senkrechten Anteile werden als Normalspannungen σ und die parallelen Anteile als Schubspannungen τ bezeichnet. vgl.[WME17]

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad [\text{Gl. 2.4}]$$

Wenn der infinitesimal kleine Quader im Raum rotiert wird, ändern sich aufgrund der Gleichgewichtsbedingungen die Schnittkräfte auf seinen Flächen und damit die Spannungskomponenten des Spannungstensors. Der Informationsgehalt des Spannungstensors bleibt dabei jedoch unverändert, da die Wahl des Koordinatensystems und damit die Orientierung des Quaders im Raum beliebig sind. Jeder Quader kann so orientiert werden, dass alle Schubspannungskomponenten τ_{ij} gleich Null sind. [WME17]

Den nun vorliegenden Spannungszustand nennt man Hauptspannungszustand. Die Ermittlung des Spannungstensors im Hauptspannungszustand erfolgt mathematisch mithilfe der Berechnung der Eigenwerte oder grafisch mithilfe der Mohrschen Kreise. Der Spannungstensor im Hauptspannungszustand weist folgende Form auf.

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad [\text{Gl. 2.5}]$$

Abbildung 2.16 zeigt den wichtigen Fall eines ebenen, zweidimensionalen Spannungszustands, wie er beispielsweise an freien Bauteiloberflächen auftritt. Hier ist eine Hauptspannung gleich Null, die anderen ungleich Null. Das linke Bild zeigt die Darstellung der Hauptspannungen anhand der bekannten Mohrschen Kreise. vgl. [WME17]

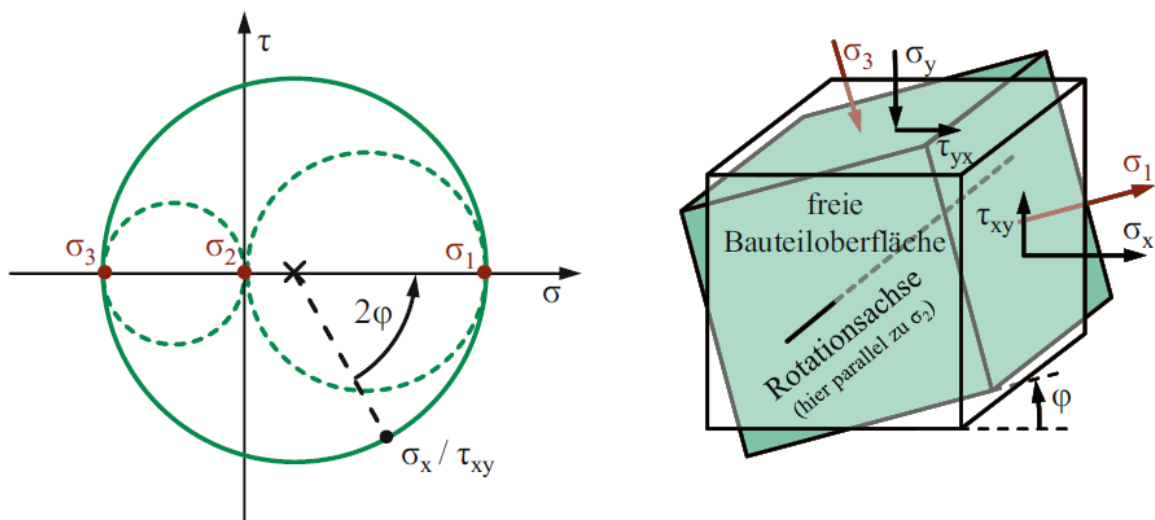


Abbildung 2.16: Ebener Spannungszustand [WME17]

3 Methodik

Dieses Kapitel beinhaltet die Beschreibung einer simulationsbasierenden Methodik zur Erstellung von Ermüdungsfestigkeitsnachweise mit örtlichen Spannungen nach FKM Richtlinie. Einen wesentlichen Aspekt stellt die Verifikation der Simulationsmodelle dar.

Abbildung 3.1 zeigt die wesentlichen Schritte zur Erstellung eines simulationsbasierenden Dauer- und Betriebsfestigkeitsnachweis von Großkettentrieben. Kapitel 4-7 zeigen die Ausführung der Module.

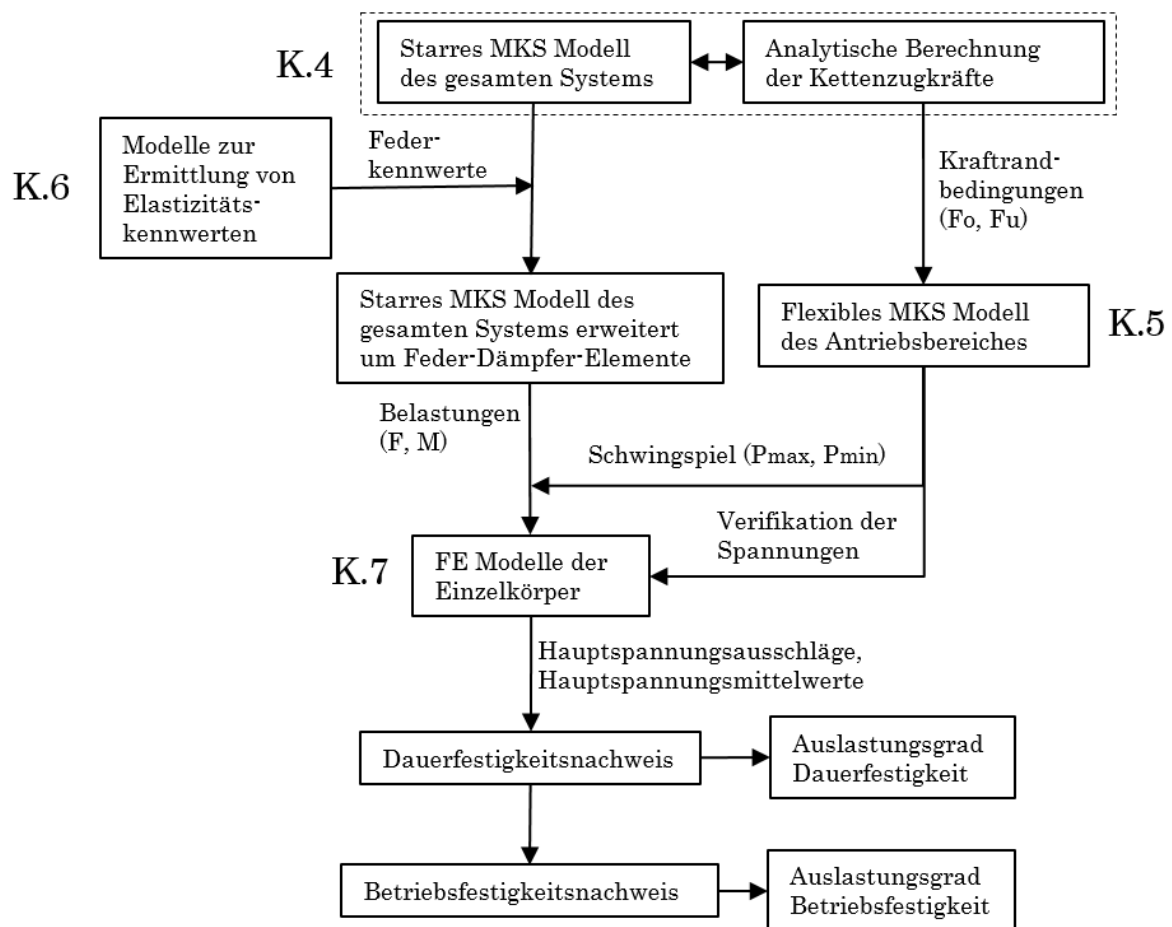


Abbildung 3.1: Methodische Vorgehensweise

3.1.1 Entwicklung der Methodik

Grundsätzlich bieten gängige Softwarepakete die Möglichkeit Mehrkörpermodell eines gesamten Förderers unter Verwendung von ganzheitlichen, flexiblen Bauteilen zu erstellen. Diese Variante ermöglicht einerseits Spannung aller Bauteile des Förderers in beliebigen Positionen am Förderumlauf auszugeben, andererseits bildet sie das elastische Verhalten des Förderers vollständig ab. Zusätzlich ist es möglich aus den Spannungs-Zeit Verläufen von kritischen Stel-

len im jeweils betrachteten Bauteil Betriebsfestigkeitsrechnungen durchzuführen. Beispielsweise kann unter Verwendung des Rainflow Verfahrens ein für den Betriebsfestigkeitsnachweis nach FKM Richtlinie notwendiges Spannungskollektiv erstellt werden. Mit den verfügbaren Rechenkapazitäten nach dem heutigen Stand der Technik ist eine Durchführung von Simulationen dieser Art nicht wirtschaftlich.

Ein weiterer Ansatz ist die Methode der Modalen Reduktion zu verwenden, um den gesamten Förderer abzubilden. Durch die Modale Reduktion verringern sich die Freiheitsgrade stark, wodurch Simulationen dieser Art durch die momentan vorhandenen Rechenkapazitäten möglich sind. Kettentrieben zeigen jedoch, dass Spannungen auf Basis von modal reduzierten Körpern etwa im Bereich des Kettenradzahnes keine nachvollziehbaren Ergebnisse liefern. Grund hierfür ist, dass die Eigenmoden Formen beinhalten müssten, in der die Zähne eine signifikante Deformation erfahren. Über lokale Spannungen können mit dieser Methode keine zufriedenstellenden Aussagen getroffen werden.¹⁾

Weitergehende Überlegungen führen dazu nur einen Teilbereich des Kettenförderers vollflexibel auszuführen. Hier interessiert vor allem der Bereich um das angetriebene Kettenrad, da hier die größten Belastungen auf die Kette auftreten. Diese Variante bietet die Möglichkeit zumindest über den Eingriffsbereich der Kette in das Kettenrad Spannungsverläufe an bestimmten kritisch belasteten Stellen im jeweiligen Bauteil als Ergebnisse zu erhalten.

Zusätzlich zu diesem Modell besteht die Möglichkeit aus einem Starrkörpermodell des gesamten Förderers Aussagen über Belastungen zu erhalten. Diese Belastungen können in FE Modellen von einzelnen Bauteilen statisch aufgebracht werden.

Heutige Rechenkapazitäten ermöglichen sowohl die Simulation des vollflexiblen, mit Finiten Elementen vernetzten Teilmodells als auch die Simulation des gesamten Förderers unter Verwendung starrer Körper.

3.1.2 Linker Pfad der Methodik

Als Basis des linken Ablaufpfades und somit der gesamten Methodik gilt die starre MKS des gesamten Kettenförderers in MSC Adams.

Die MKS mit starren Körpern wird in weiterer Folge um elastische Komponenten erweitert, um das reale Systemverhalten besser widerzuspiegeln. Die starren Körper werden an geeigneten Stellen getrennt und mittels Feder-Dämpfer-Elementen zusammengefügt. Geeignete Ersatzmodelle dienen unter Verwendung von ANSYS und MSC Adams zur Ermittlung der Federkennwerte.

¹⁾ Ergebnis der zeitgleich ablaufenden Bachelorarbeit von Wolfgang Zach: „*Untersuchung der Spannungszustände von Großkettentrieben mithilfe der modalen Reduktion*“, Institut für Technische Logistik an der TU Graz, 2018

Aus dem um Elastizitäten erweiterten MKS Modell des gesamten Förderers werden äußerer Belastung, Belastungen in Gelenken und in Kontakten gewonnen. Die Aufbringung dieser Belastungen in geeigneten, FE Modellen der Einzelkomponenten dient dazu Spannungen und Verformungen zu erhalten.

3.1.3 Rechter Pfad der Methodik

Als Basis des rechten Ablaufpfades und somit wiederum der gesamten Methodik gilt eine analytische Berechnungsvorschrift zur Ermittlung von Kettenkräften in Bewegungsrichtung, welche mithilfe von MS EXCEL programmiert wurde.

Das Berechnungstool liefert unter anderem für beliebige konstruktive Ausführungen von Trogbandförderern Kettenkräfte, welche in Ober- und Untertrum im stationären Zustand wirken.

Diese Kräfte dienen als Eingangsparameter für ein flexibles Teilmodell des Förderers. Das flexible, mit Finiten Elementen vernetzte Mehrkörpermodell wird für den hochbelasteten Antriebsbereich des Förderers in ANSYS erstellt.

3.1.4 Zusammenführung der Pfade

Die Zusammenführung der beiden Pfade stellt einen zentralen Abschnitt der Arbeit dar. Abbildung 3.2 zeigt schematisch den Belastungsverlauf bzw. den Verlauf der Kettenzugkraft am horizontalen Kettenförderer mit Kopfantrieb. Eine Erstellung dieses vereinfacht dargestellte Verlauf ist auf Basis von Kapitel 2.3 und der MKS des gesamten Förderers, welche unter anderem den Verlauf der Kettenzugkraft ausgibt, möglich.

Es sei explizit erwähnt, dass die Punkte P_{\max} und P_{\min} nicht zwangsweise die Positionen aus Abbildung 3.2 einnehmen. Der Punkt P_{\max} befindet sich jedoch immer im Bereich des Einlaufes der Kette in das angetriebene Kettenrad. Der Punkt der minimalen Belastung P_{\min} kann je nach Ausführung des Kettentriebes auch in anderer Bereiche des Förderers auftreten. Treten Steigungswiderstände auf, so muss eine Ermittlung von P_{\min} durch Mehrkörpersimulationen des Gesamtsystems stattfinden. Frequenz und Amplitude der skizzierten Schwingung sollen ebenfalls nur schematisch betrachtet werden.

Ebenfalls dargestellt ist in Rot der Verlauf der zugehörigen mittleren Belastung. Im Bereich um das Antriebsrad kann dieser Verlauf der mittleren Belastung aus dem flexiblen Teilmodell gewonnen werden.

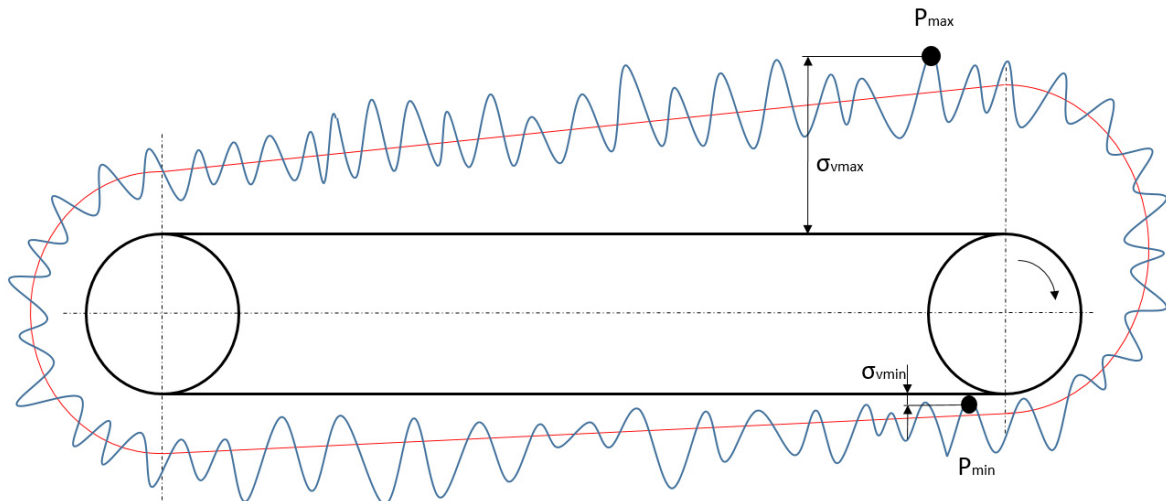


Abbildung 3.2: Vereinfachte Belastung am Kettenförderer

Ausgehend vom horizontalen, kopfangetriebenen Kettenförderer tritt die maximalen Belastungen im Bereich des Ketteneinlaufes und die minimalen Belastungen im Bereich des Kettenauslaufes auf.

Maximale und minimale Hauptspannungen in kritischen Punkten der jeweiligen Bauteile stellen die Basis zur Durchführung eines Dauerfestigkeitsnachweises dar. Die Definition eines Schwungspieles ist zwischen maximaler und minimaler Belastung möglich. Die zugehörigen Ausschläge und Mittelwerte der Hauptspannungen sind die wesentlichen Eingangsparameter des FKM Festigkeitsnachweises und können den folgenden Gleichungen entnommen werden.

$$\sigma_{ai} = \frac{\sigma_{imax} - \sigma_{imin}}{2} \quad [\text{Gl. 3.1}]$$

$$\sigma_{mi} = \frac{\sigma_{imax} + \sigma_{imin}}{2} \quad [\text{Gl. 3.2}]$$

Erklärung der Indizes:

- a Spannungsausschlag
- m Spannungsmittelwert
- i Hauptspannung (1-3)

Die Verwendung der oben erwähnten Positionen von minimaler und maximaler Belastung (P_{\max} , P_{\min}) dienen dazu, um in diesen Bereichen aus dem Modell des gesamten Förderers, welcher in MSC Adams modelliert wird, die jeweiligen Belastungen zu entnehmen und in FE Modellen der jeweiligen Einzelkörper aufzubringen. (siehe linker Pfad)

Die Spannungen, welche als Eingangsparameter des Dauerfestigkeitsnachweises dienen, sind somit näherungsweise über zwei Wege ermittelbar, was zu einer Verifikation der Simulationsmodelle führt.

4 Basis der Methodik

Diese beiden Modelle des Gesamtsystems stellen wie bereits erwähnt die Basis der gesamten Methodik dar. Die Erstellung beider Modelle ist nicht Teil dieser Arbeit. Eine zusammenfassende Erklärung ist in den folgenden Kapiteln ersichtlich.

4.1 Starres MKS Modell des gesamten Förderers

Das starre MKS Modell besteht im Wesentlichen aus zwei Kettenrädern und einer Kette, welche als Zugmittel dient. Als Kettenbauform wird die Buchsenkette verwendet, sie ist aus Buchsen- und Bolzensegmenten aufgebaut. Die Bezeichnung Buchsen- und Bolzensegmente bezieht sich auf Innen- und Außenglied, wobei die Buchsen und Bolzen fest mit den Laschen verbunden sind.

(1) zeigt die Seite der Umlenkung an der die Vorspannkraft angreift. An Punkt (2) befindet sich das Antriebsrad. Das Umlenkrad ist über ein Drehgelenk mit der Umlenkwellen verbunden, die ihrerseits im Raum durch ein Schubgelenk längs des Förderers beweglich ist (3). Die in blau dargestellten Buchsensegmente (Innenglieder) der Kette sind über ein Feder-Dämpfer-System mit dem Umlenkrad verbunden. Die Kettensegmente sind untereinander durch Drehgelenke (4) verbunden und bieten jeweils eine drehgelenkige Aufnahme der Laufräder, die durch ein Feder-Dämpfer-System mit der Schiene verbunden sind (5). Das Antriebsrad (6) ist ohne Welle direkt im Raum drehgelenkig aufgehängt und ist wie das Umlenkrad an die Buchsensegmente der Kette gekoppelt. [OSL18]

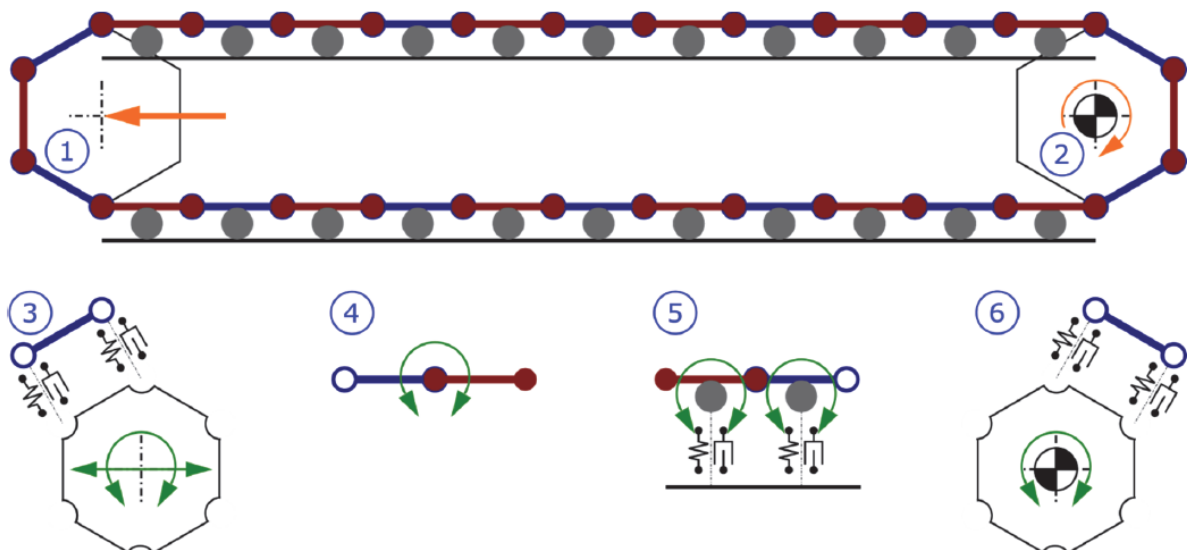


Abbildung 4.1: Starres MKS Modell [OSL18]

Dieses Modell wird in weiterer Folge mit Bushings im Kettenrad und in der Kette erweitert, um das reale Verhalten des Förderers besser abzubilden.

4.2 Analytische Berechnung der Kettenzugkräfte

Das analytische Berechnungstool ermöglicht die Ermittlung von Kettenzugkräften in bestimmten Bereichen des Förderers. Abhängig von der konstruktiven Ausführung werden die Förderabschnitte in horizontale und steigende Abschnitte unterteilt. Unter Berücksichtigung der wesentlichen konstruktiven Parameter, Reibparameter und Wirkungsgrade können die Kräfte in Bewegungsrichtung analytisch berechnet werden. ²⁾

²⁾ Masterarbeit von DI Michael Schedler: „*Deduction of an analytic design calculation for the dimensioning of chain conveyors based on multibody simulation systems*“, Institut für technische Logistik an der TU Graz, 2017

5 Flexibles MKS Modell Antriebsbereich

Die Komponenten des flexiblen MKS Modells werden in kleine Teile, sogenannte Finite Elemente zerlegt. Dies ermöglicht eine Erstellung von Spannungsverläufe an bestimmten Stellen der Komponenten über den Umfang des Antriebskettenrades. Aufgrund dieser Spannungsverläufe werden jene Positionen P_{\max} und P_{\min} am Umfang ermittelt, an denen das jeweilige Bauteile maximal und minimal belastet wird.

Die Arbeit zeigt die Durchführung eines Dauerfestigkeitsnachweises anhand einer kritisch belasteten Stelle im Kettenglied.

5.1 Modellaufbau

Das Modell besteht aus dem Kettenrad und insgesamt 13 Kettengliedern, sowie zwei kleinen, masselosen Dummy-Zylindern, welche dem korrekten Ein- und Auslauf der Kette dienen. Diese beiden Zylinder sind in Abbildung 5.1 nicht dargestellt, die Beschreibung von Ein- und Auslaufmechanismus kann Kapitel 5.1.1 entnommen werden.

Die Ausführung des Kettenradkranzes erfolgt flexibel, um Verformung der Zähne im Modell zu berücksichtigen. Jener Teil der Kette, welcher während der Simulation in Kontakt mit dem Kettenrad tritt, wird ebenfalls mit Finiten Elementen vernetzt. Im Lasttrum werden zwei, im Leertrum ein Endglied als starr definiert. Die Implementierung der flexiblen Komponenten ermöglicht, wie bereits mehrmals erwähnt, die direkte Ausgabe von Spannungen.

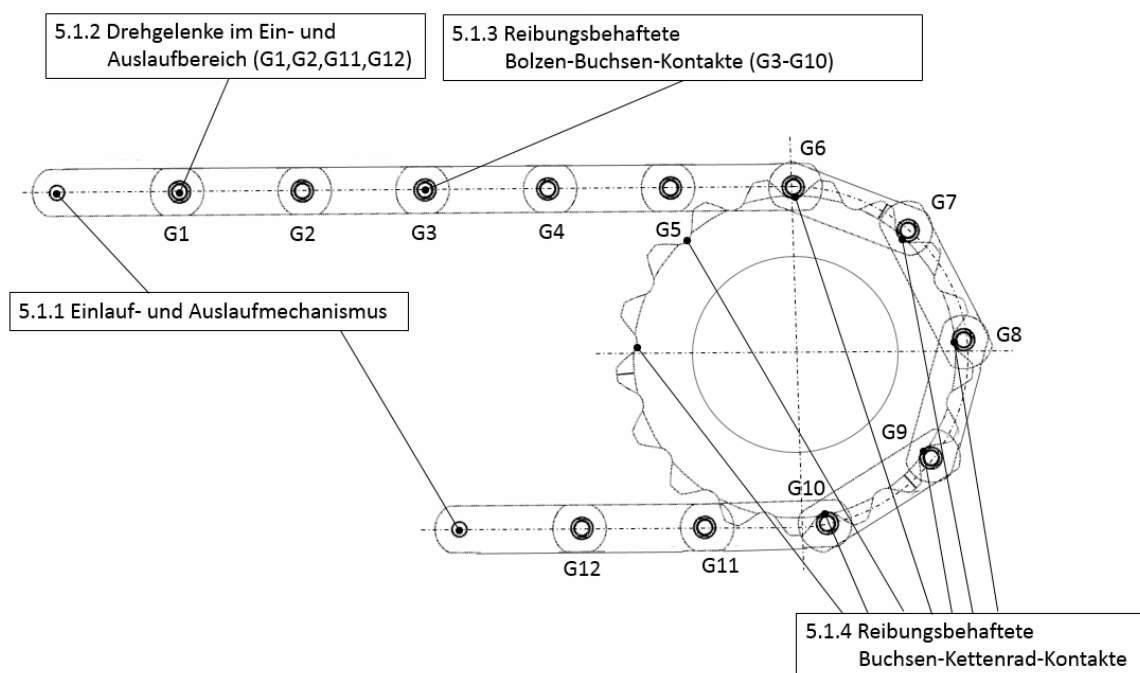


Abbildung 5.1: Modellaufbau des flexiblen Mehrkörpermodells

5.1.1 Einlauf- und Auslaufmechanismus

Um einen freien, korrekten Einlauf der Kette in das angetriebene Kettenrad zu ermöglichen, erfolgt die Erstellung eines Ersatzsystems. Abbildung 5.2 stellt diesen Mechanismus vereinfacht für einen horizontalen Kettenförderer dar.

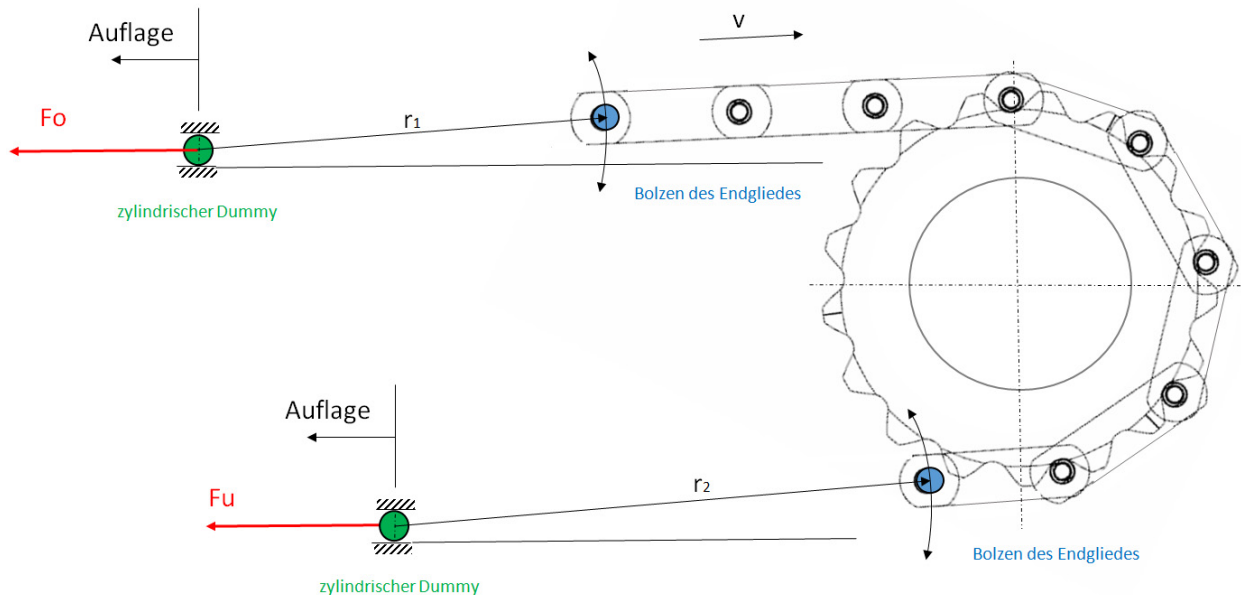


Abbildung 5.2: Ersatzsystem Ein- und Auslauf der Kette

Der Bolzen des Endgliedes, sowohl im Lasttrum als auch im Leertrum, wird über ein reibungsfreies Drehgelenk mit einem Dummy (kleiner, masseloser Zylinder) verbunden. Die Definition der Beziehung zwischen Dummies und Umgebung erfolgt translatorisch. Die Abstände r_1 bzw. r_2 (jeweils konstant) zwischen den Endgliedern und Dummies werden so gewählt, dass die Kette an diesen Positionen aufliegt, sehr große Abstände führen zu einer korrekten Implementierung des Mechanismus.

Die Kraftflüsse verlaufen ausgehend von den Bolzen der Endglieder über die eingezeichneten Radien r_1 und r_2 zu den beiden Dummies. Hier wirken die beiden Kräfte F_o und F_u stets parallel zur Auflageschiene. Die Werte der beiden Parameter können der MKS und dem analytischen Berechnungstool, je nach Anwendungsfall, entnommen werden.

5.1.2 Drehgelenke im Ein- und Auslaufbereich

Im Ein- und Auslaufbereich der Kette in das angetriebene Kettenrad wird anstatt eines vollständigen Reibkontaktes zwischen Bolzen und Buchsen zur Vereinfachung ein Drehgelenk verwendet. Diese Vereinfachung wird als zulässig erachtet, da nennenswerte Relativbewegungen im Gelenk erst im Kontaktbereich der Glieder mit dem Kettenrad entstehen. Relativbewegungen im Einlaufbereich werden vernachlässigt, die Drehgelenke sollen aus Gründen der Rechenzeit nur den Kraftfluss ermöglichen.

5.1.3 Reibungsbehaftete Bolzen-Buchsen-Kontakte

Die Kontaktformulierung zwischen Bolzen und Buchsen im Eingriffsbereich erfolgt, unter Annahme eines Gleitreibungskoeffizienten μ , mithilfe des Penalty-Verfahrens, um die Rechenzeiten möglichst gering zu halten.

Um zusätzlich den Rechenaufwand zu minimieren wird Asymmetrisches Kontaktverhalten definiert. Asymmetrisches Verhalten heißt, dass Knoten des Kontaktkörpers nicht in den Zielkörper eindringen können. Da es sich beim Kontakt Bolzen-Buchse um einen Konvex-Konkaven Kontakt handelt, muss der Bolzen als Kontaktfläche und die Buchse als Zielfläche definiert werden. Andernfalls dringen die Körper zu stark ineinander ein.

Eine ausführliche Beschreibung der Kontaktmodellierung befindet sich in Kapitel 2.8.

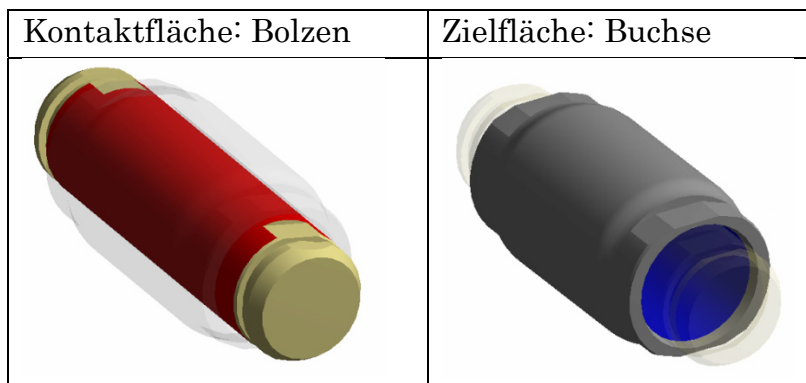


Abbildung 5.3: Kontaktbildung zwischen Bolzen und Buchse

5.1.4 Reibungsbehaftete Buchsen-Kettenrad-Kontakte

Die Kontakteformulierung zwischen Buchsen und Kettenrad erfolgen ebenfalls reibungsbehaftet mit dem Penalty-Verfahren und asymmetrisch. Kontaktfläche ist die Buchse, Zielfläche das angetriebene Kettenrad.

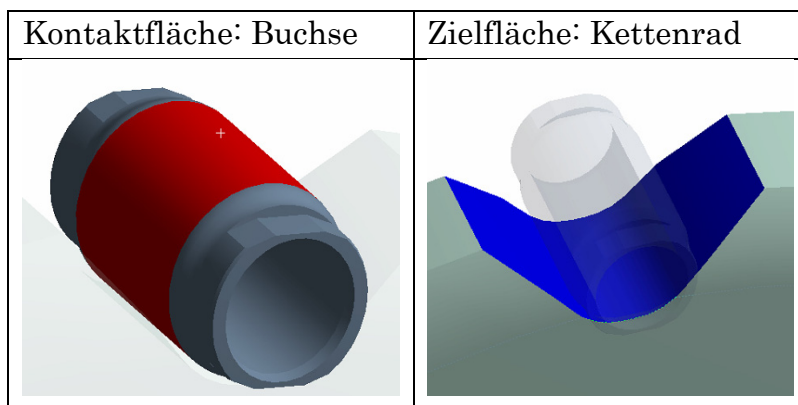


Abbildung 5.4: Kontaktbildung zwischen Buchse und Kettenrad

5.2 Vernetzungen im flexiblen Mehrkörpermodell

In diesem Kapitel werden die wesentlichen Aspekte der Vernetzung der einzelnen Komponenten gezeigt. Als Basis dienen hierfür die Kapitel 2.7 und 2.8.

Die Vernetzung wird so gewählt, um den Festigkeitsnachweis der Lasche an einer bestimmten Nachweisstelle durchzuführen. Für Festigkeitsuntersuchungen anderer Bauteile des Kettenförderers muss eine Anpassung der Vernetzung erfolgen. Im Vergleich zu den FE Modellen der Einzelkörper aus Kapitel 7.2 ist die adaptive Netzverfeinerung aufgrund der hohen Rechenzeiten nicht zielführend. Im flexiblen Mehrkörpermodell wird unter Berücksichtigung der Rechenkapazitäten versucht eine möglichst hohe Netzqualität zu verwenden. Im Vergleich zu Netzfeinheiten in FE Modellen von Einzelkörper, muss in flexiblen MKS Modellen die Feinheit stark reduziert ausgeführt werden.

5.2.1 Vernetzung des Kettenrades

Grundsätzlich kann die Vernetzung des Kettenrades sehr grob erfolgen. Eine Ausnahme stellen die Kontaktbereiche des Kettenrades mit den Buchsen dar. Wie in Kapitel 2.8 beschrieben ist es notwendig in Kontaktbereichen ein möglichst feines Netz zu generieren, um ein hohes gegenseitiges Eindringen der Kontaktpartner zu verhindern und somit eine realitätsnahe Kontaktbildung zu gewährleisten. In ANSYS kann zur Plausibilitätskontrolle die Eindringtiefe im Kontaktbereich als Ergebnis ausgegeben werden.

Zusätzlich weisen diese Kontaktbereiche hohen Spannungsgradienten im Vergleich zum restlichen Kettenrad auf. Hier sei angemerkt, dass vor allem die Hertz'sche Pressung zwischen Buchse und Kettenrad eine starke Belastung darstellt.

Zur Untersuchung des Kettenrades auf Ermüdungsfestigkeit können anstatt der unten dargestellten Verfeinerung durch Tetraeder Elemente Prismenschichten erstellt werden, welche eine genauere Auswertung von Spannungsgradienten ermöglichen.

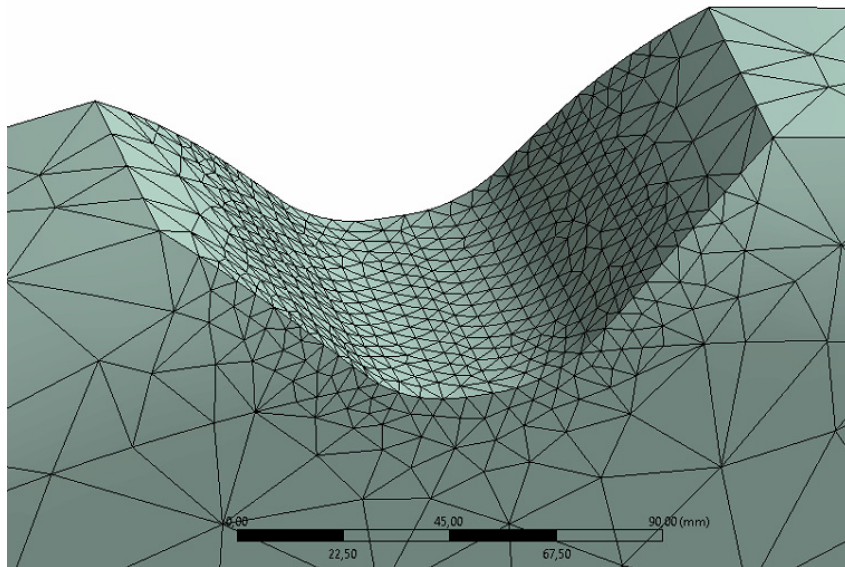


Abbildung 5.5: Vernetzung Kettenrad

5.2.2 Vernetzung der Laschen

Die Vernetzung der Laschen erfolgt in Hinblick auf eine Ermüdungsfestigkeitsuntersuchung. Wie beim Kettenrad wird in Gebieten niedriger Spannungsgradienten ein grobes Tetraeder Netz implementiert um Rechenzeiten möglichst gering zu halten. Im Bereich der unten dargestellten Kerbstelle erfolgt eine Netzverfeinerung. Hierfür sind feine Prismenschichten eine geeignete Vernetzungsmethode. Sie ermöglichen sowohl die Ermittlung von Spannungen als auch Gradienten.

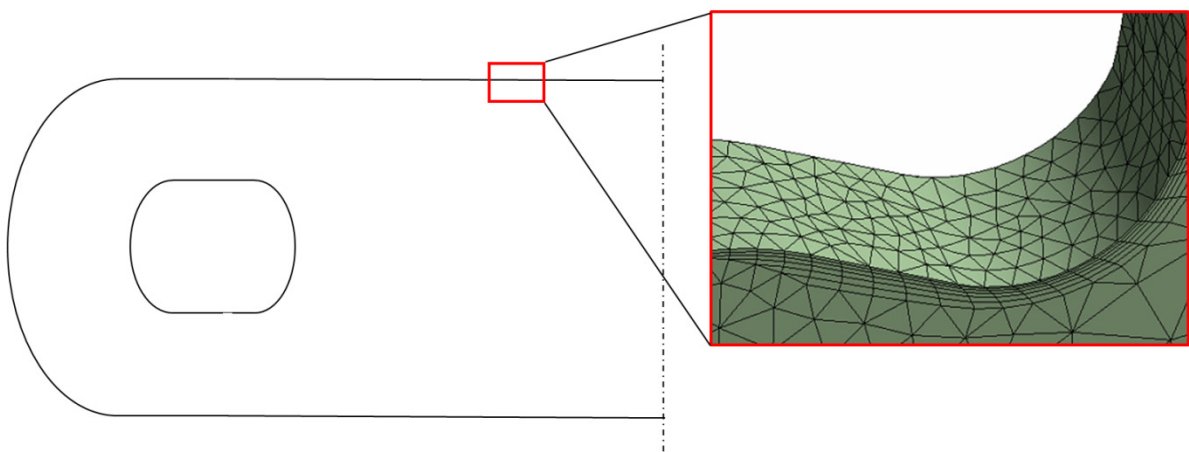


Abbildung 5.6: Vernetzung Lasche

5.2.3 Vernetzung von Buchse und Bolzen

Zwischen Buchse und Bolzen wird ein reibungsbehafteter Penalty Kontakt implementiert. Je feiner das Netz im Kontaktbereich, desto geringer ist die Eindringtiefe und genauer die Kontaktmodellierung.

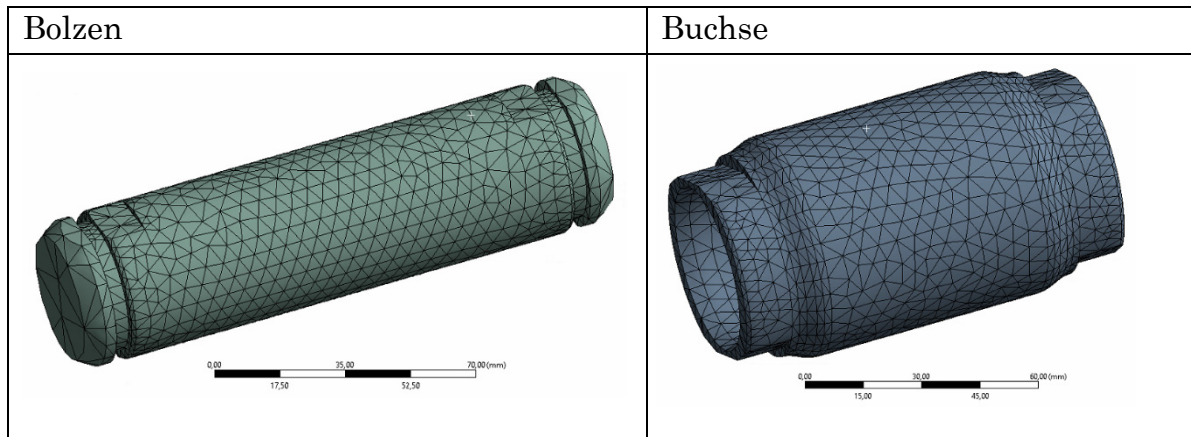


Abbildung 5.7: Vernetzung von Bolzen und Buchsen

5.3 Kettenradantrieb und Krastrandbedingungen

Der Unterteilung des Antriebsvorgangs erfolgt in drei Bereiche:

- Einschwingbereich
- Stationärer Bereich
- Übergangsbereich

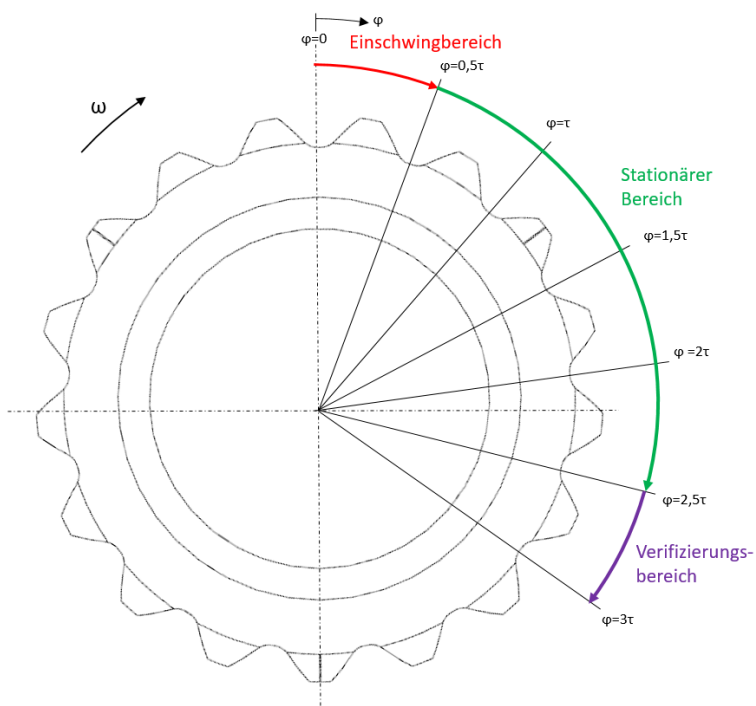


Abbildung 5.8: Kettenradantrieb

Tabelle 5-1: Bereiche des Antriebsvorganges

Bereich	Winkel φ
Einschwingbereich	$0.0 \tau < \varphi \leq 0.5 \tau$
Stationärer Bereich	$0.5 \tau < \varphi \leq 2.5 \tau$
Verifizierungsbereich	$2.5 \tau < \varphi \leq 3.0 \tau$

5.3.1 Einschwingbereich

Um Schwingungen im System zu vermeiden, wird die Drehzahl des Kettenrades linear gesteigert und anschließend konstant gehalten. Gleichzeitig werden im Last- und Leertrum die Kettenzugkräfte F_o und F_u ebenfalls linear erhöht, ehe sie bis zum Ende der Simulation konstant verlaufen.

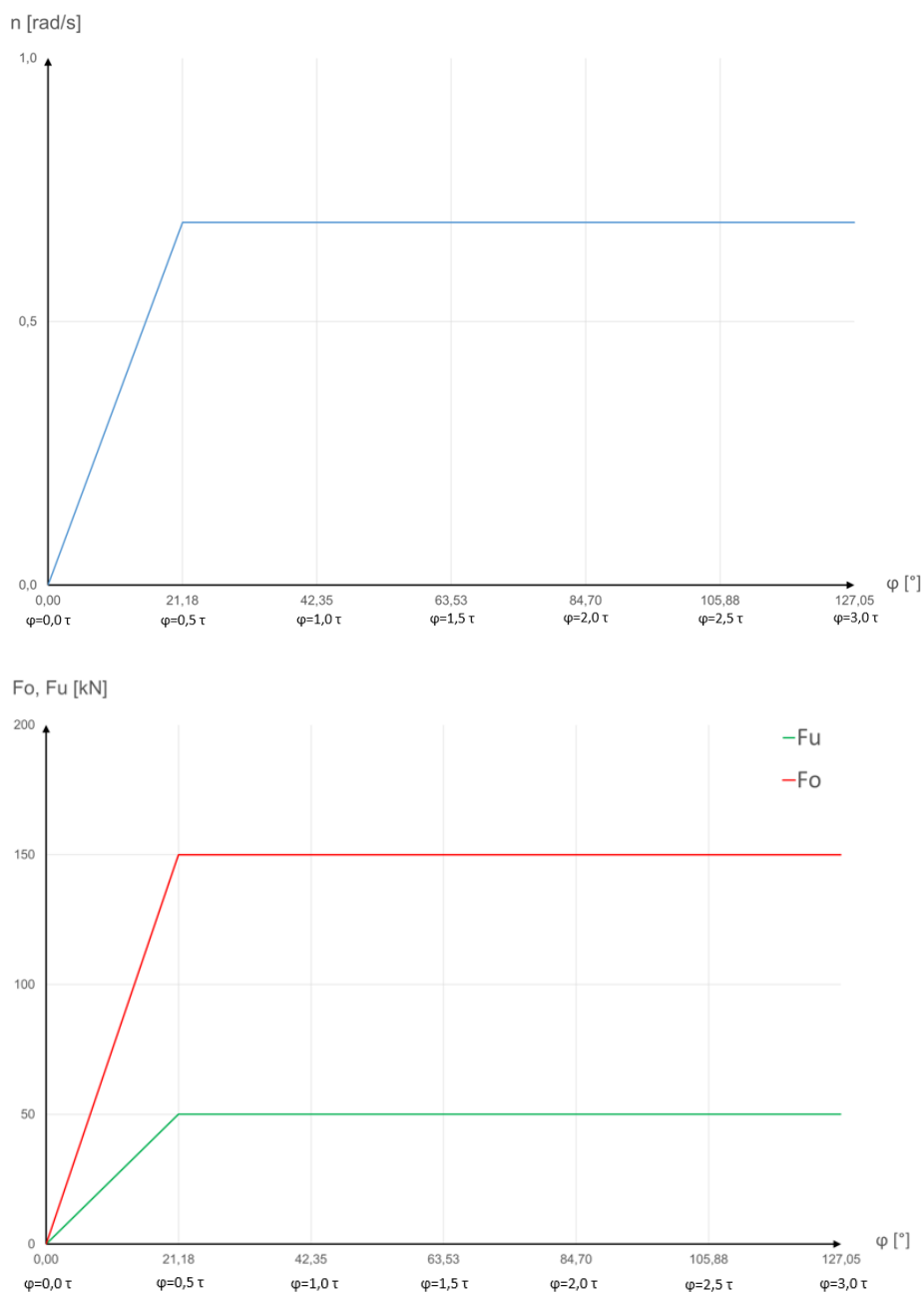


Abbildung 5.9: Drehzahl und Krafterandbedingungen im Einschwingbereich

Aus Gründen der Rechenzeiten ist ein möglichst kurzer Einschwingvorgang vorteilhaft. Im Modell wird $\tau/2$ verwendet. Es sei explizit erwähnt, dass dieser Anfahrvorgang nicht der Realität entspricht, Ergebnisse in diesem Bereich haben keine Aussagekraft. Um zu gewährleisten, dass sich ab dem gewählten Einschwingwinkel von $\tau/2$ das System im stationären Zustand befindet, soll der Einschwingvorgang anhand des Antriebsmomentes betrachtet werden.

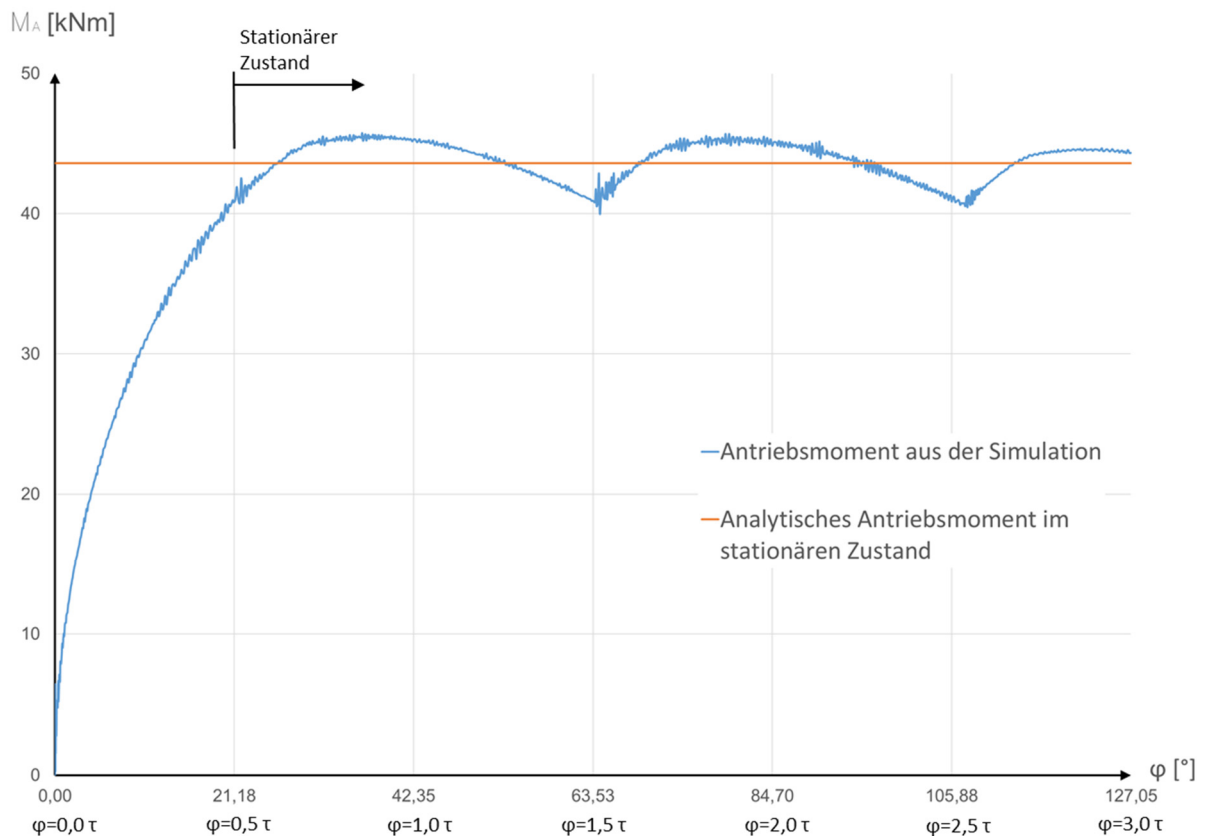


Abbildung 5.10: Antriebsmomente des Kettenrades

Zur Verifizierung erfolgt die analytische Berechnung des mittleren, stationären Antriebsmoment.

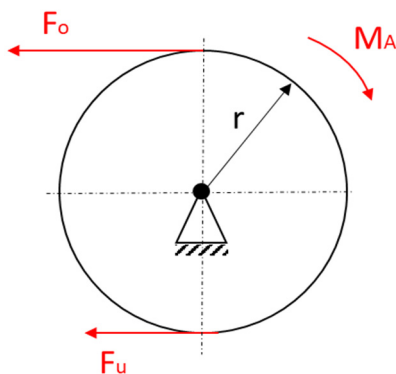


Abbildung 5.11: Analytische Antriebsmomentberechnung

Mittels Drallsatz, aufgrund der stationären Betrachtung eine statische Momentenbilanz, ergibt das Antriebsmoment:

$$M_A = (F_o - F_u) \times r \quad [\text{Gl. 5.1}]$$

Abbildung 5.10 zeigt sowohl das Antriebsmoment aus der Simulation als auch das analytisch errechnete, stationäre Moment.

5.3.2 Stationärer Bereich

Im stationären Bereich können Ergebnisse des Simulationsmodells entnommen werden. Dieser erstreckt sich über den Kettenradteilungswinkel von 2τ .

Die gesamte Simulation erfolgt, wie in Kapitel 5.3 bereits gezeigt, um den Winkel von 3τ . Für genaue Spannungsergebnisse in den Kettengliedern muss grundsätzlich ein voller Durchlauf (Einlauf-Kontaktbereich-Auslauf) eines einzelnen Kettengliedes betrachtet werden, hierfür reicht der Simulationswinkel von 3τ nicht. Eine weitere Möglichkeit ist es den Spannungsverlauf, betrachtet an einem kritischen Punkt in der Lasche, unter Kenntnis der Spannungen in allen Gliedern zusammengesetzt. Dies ist möglich da jedes Außenglied bzw. Innenglied im stationären Zustand dieselben Belastungen beim Durchlauf erfährt.

5.3.3 Verifizierungsbereich

Die Wahl des Verifizierungsbereiches erfolgt mit $\tau/2$. Abbildung 5.12 zeigt zum besseren Verständnis die Bedeutung dieses Bereiches. Im Verifizierungsbereich erfolgt die Entnahme von Spannungen aus zwei Auswertestellen, welche sich auf zwei unterschiedlichen Kettengliedern befinden. Die Verläufe sollten im Verifizierungsbereich näherungsweise deckungsgleich sein, um die Exaktheit dieser Vorgehensweise der Spannungsverlauf Zusammensetzung zu gewährleisten.

5.4 Spannungsverlauf im Kettenglied

In diesem Kapitel wird gezeigt wie die Erstellung von Spannungsverläufen, beginnend vom Ketteneinlauf über den Kontaktbereich mit dem Kettenrad bis hin zum Kettenauslauf, aus den Ergebnissen der Simulation erfolgt.

Die Erstellung des Spannungsverlaufes erfolgt, indem die Spannungsverläufe mehrerer Glieder (Auswertestellen A_1 - A_4) zu einem gemeinsamen Verlauf zusammengefügt werden.

In Abbildung 5.12 beschreibt T die Kettenteilung welche äquivalent zum Kettenradteilungswinkel τ ist.

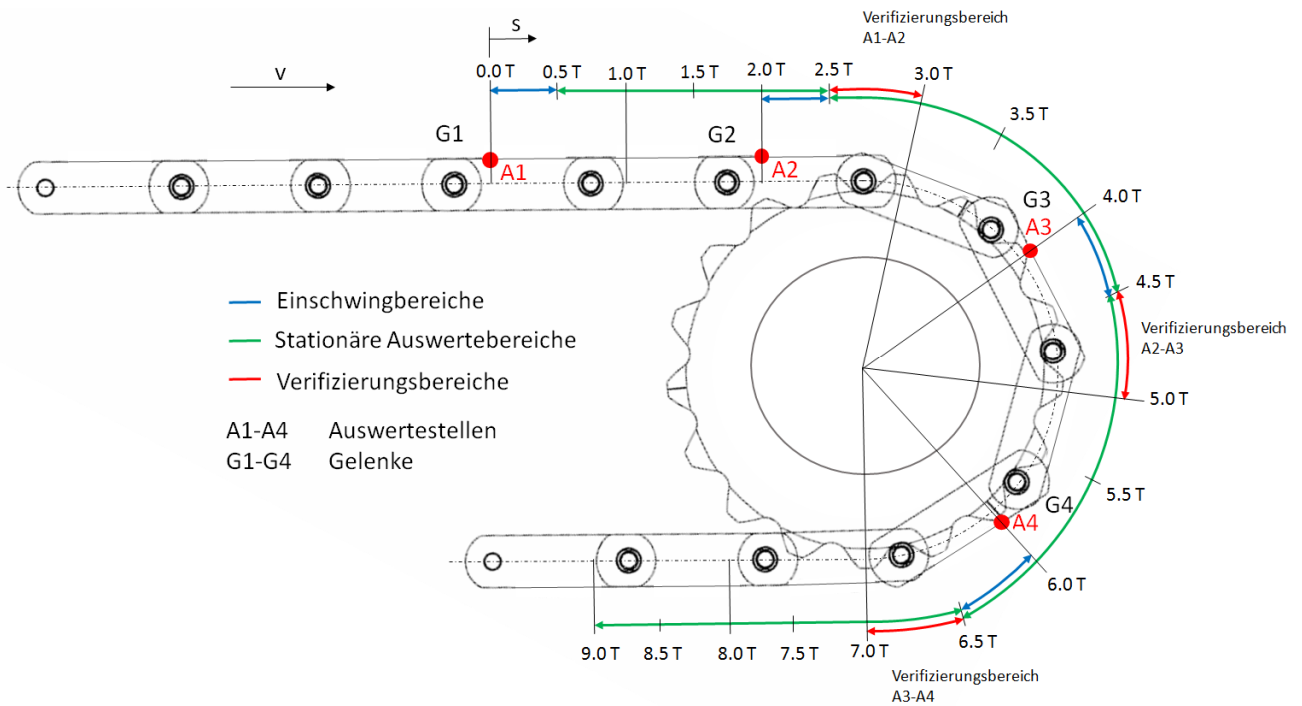


Abbildung 5.12: Zusammensetzung des Spannungsverlaufes

Untere Tabelle zeigt die Zuteilung der Auswertestellen zu den definierten Bereichen.

Tabelle 5-2: Bereiche der Auswertestellen

Auswertestelle	Einschwingbereich	Stationärer Auswertebereich	Verifizierungsbereich
A ₁	$0.0 T < s \leq 0.5 T$	$0.5 T < s \leq 2.5 T$	$2.5 T < s \leq 3.0 T$
A ₂	$2.0 T < s \leq 2.5 T$	$2.5 T < s \leq 4.5 T$	$4.5 T < s \leq 5.0 T$
A ₃	$4.0 T < s \leq 4.5 T$	$4.5 T < s \leq 6.5 T$	$6.5 T < s \leq 7.0 T$
A ₄	$6.0 T < s \leq 6.5 T$	$6.5 T < s \leq 9.0 T$	keiner

Abbildung 5.13 zeigt die Auswertestellen (A1-A4) im Detail. Hier tritt, wie in Kapitel 7.2.1 bestätigt, eine kritische Nachweisstelle der Lasche auf.

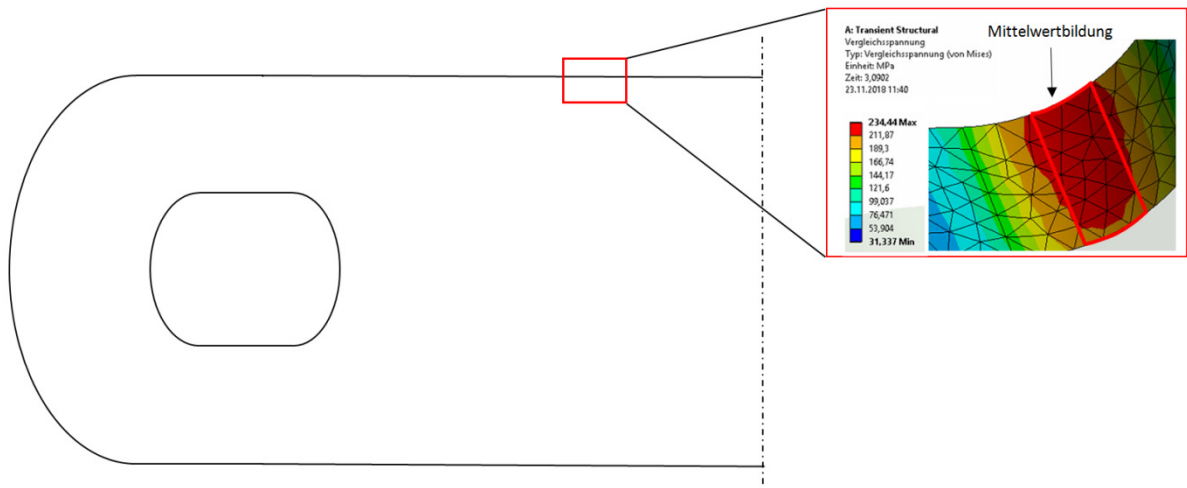


Abbildung 5.13: Auswertestellen A1-A4

Diese Vorgehensweise ermöglicht die Erstellung eines Spannungsverlaufes an der oben gezeigten kritischen Stelle des Kettengliedes. Der zusammengesetzte Verlauf aus Abbildung 5.14 wird anhand der gemittelten Vergleichsspannung, welcher im Bereich der markierten Fläche aus Abbildung 5.13 auftritt, erstellt. Aufgrund des relativ groben Netzes kann eine lokale, auf einzelne Elemente bezogene Spannungsauswertung nicht durchgeführt werden, es wird der Mittelwert mehrerer Elemente gebildet.

Selbige Vorgehensweise erfolgt für die drei Hauptspannungen, da diese als Eingangsparmeter für die Ermüdungsfestigkeitsberechnung nach FKM-Richtlinie notwendig sind.

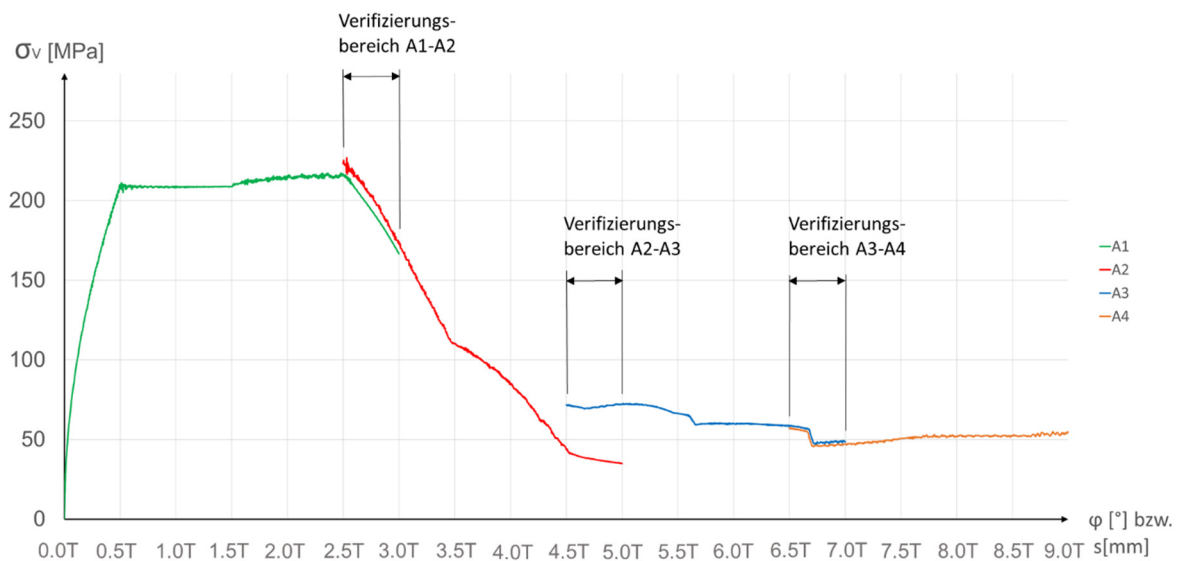


Abbildung 5.14: Vergleichsspannungsverlauf

5.5 Interpretation des Spannungsverlaufes

Der Spannungsverlauf zeigt, dass sich die Einzelverläufe in den Verifizierungsbereichen A1-A2 und A3-A4 sehr gut decken. Im Verifizierungsbereich A2-A3 treten wesentliche Unterschiede der Einzelspannungsverläufe auf.

Ein wesentlicher Aspekt, welcher bei der Spannungszusammensetzung Betrachtung finden muss, ist die geometrische Ausgangslage des vollflexiblen Teilsystems. Die Definition der initialen Lage geschieht im CAD System, Abbildung 5.15 zeigt die Anfangsposition aller Buchsen-Kettenrad und Bolzen-Buchsen Kontakte. Der Linienberührung wird für alle Buchsen im Kerbgrund des Kettenrades definiert. Die Platzierung von Bolzen und Buchsen geschieht konzentrisch, wobei zwischen Bolzen und Buchsen Spiel auftritt. Für die Simulationszeit $t > 0$ stellt sich, je nach betrachtetem Gelenk, der Linienkontakt zwischen Bolzen und Buchsen als auch zwischen Buchsen und Kettenrad individuell ein.

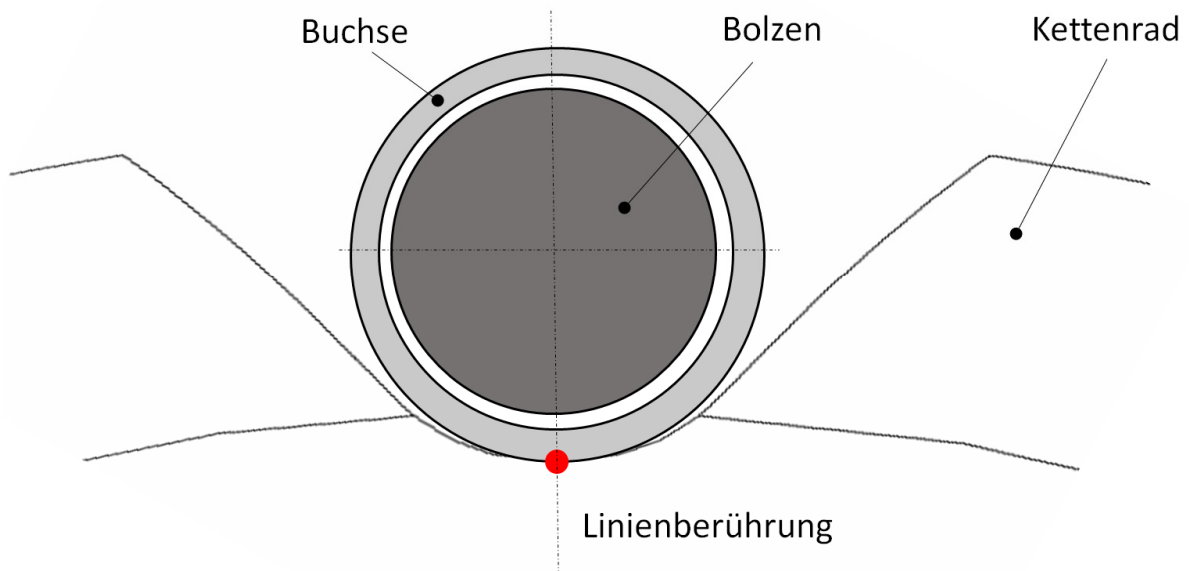


Abbildung 5.15: Initiale Lage der Komponenten

5.5.1 Verifizierungsbereich A1-A2

Gelenk 1 und 2 befinden sich in jenem Bereich, in dem die Kettzugkraft den Kontakt zwischen Bolzen und Buchse vorgibt. Schon nach kurzer Simulationszeit ($t > 0$) stellt sich der Linienkontakt aus Abbildung 5.16 jeweils für Gelenk 1 und 2 ein. Dies ist auch der Grund dafür, dass im Verifizierungsbereich A1-A2 die Einzelspannungsverläufe näherungsweise deckungsgleich erscheinen. Befinden sich A1 bzw. A2 im Verifizierungsbereich, so ist die Kontaktsituation in den Gelenken aufgrund der selben Ausgangssituation ident anzunehmen.

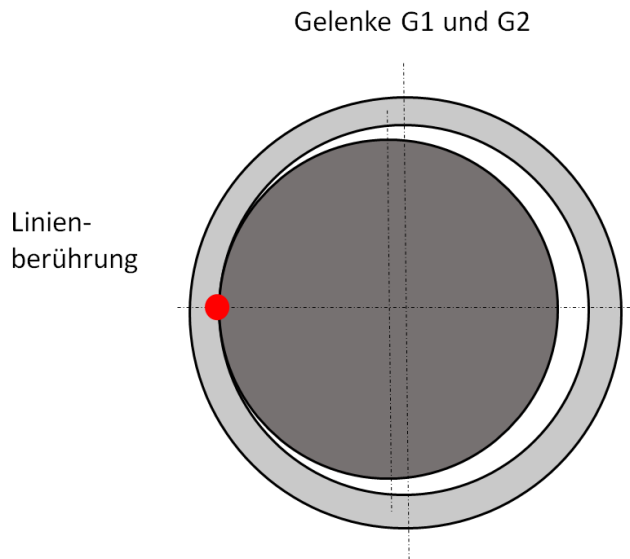


Abbildung 5.16: Bolzen-Buchsen-Kontakt in G1 und G2 für $t > 0$

5.5.2 Verifizierungsbereich A2-A3

Im Gegensatz zu Verifizierungsbereich A1-A2 verlaufen die Spannungsverläufe in diesem Verifizierungsbereich nicht deckungsgleich. Einerseits läuft G2 frei ins Kettenrad ein, andererseits befindet sich G3 in der Anfangsstellung bereits vollständig in Kontakt mit dem Kettenrad. G3 „bekommt“ die Historie des Einlaufes in das Kettenrad nicht mit. Befinden sich A2 bzw. A3 im Verifizierungsbereich, so ist die Kontaktsituation in G2 und G3 nicht ident anzunehmen. Dies resultiert aus der unterschiedlichen Kontaktsituation in G2 und G3 kurz nach Simulationsbeginn. Abbildung 5.17 zeigt den Kontakt in den Gelenken, der Kontakt zwischen Buchsen und Kettenrad muss ident behandelt werden.

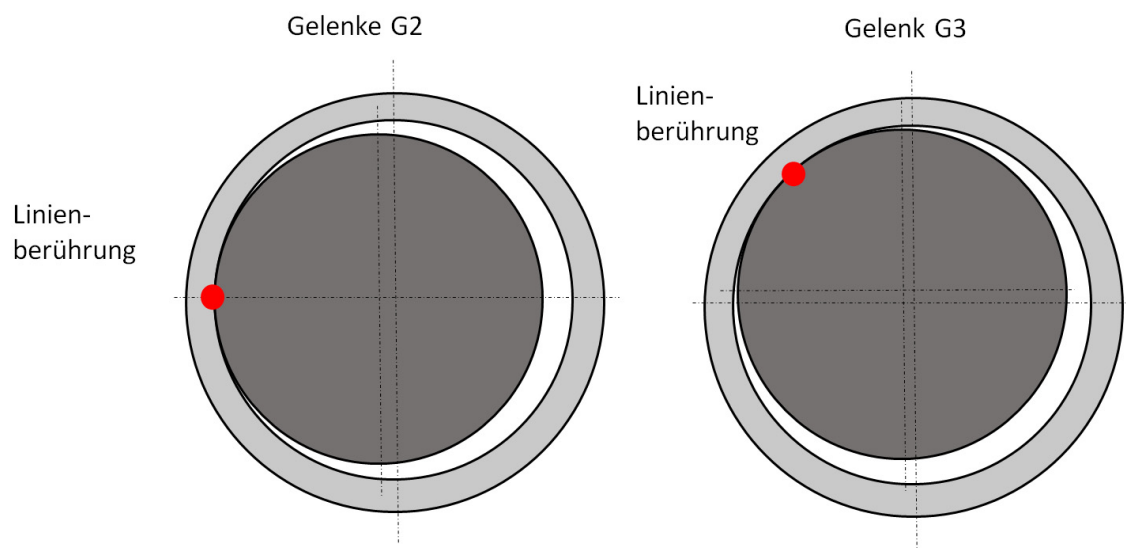


Abbildung 5.17: Bolzen-Buchsen-Kontakt in G2 und G3 für $t > 0$

5.5.3 Verifizierungsbereich A3-A4

Im Verifizierungsbereich A3-A4 beginnt der Auslauf aus dem Kettenrad. Die Spannungen verlaufen in diesem Bereich deckungsgleich, G3 und G4 befinden sich in der Initialstellung vollständig in Kontakt mit dem Kettenrad. Beide Gelenke starten mit ihrer Bewegung im Eingriffsbereich mit dem Kettenrad und laufen aus dem Kettenrad aus.

5.6 Eingangparameter des FKM Festigkeitsnachweises

Die im vorherigen Kapitel beschriebene Zusammensetzung des Vergleichsspannungsverlaufes erfolgt analog für die drei Hauptspannungen. Dies ist notwendig um jeweils den Ausschlag und Mittelwert getrennt für alle drei Hauptspannungen zu ermitteln. Diese sechs Spannungsparameter dienen als Eingangparameter des Dauerfestigkeitsnachweises nach FKM-Richtlinie.

Abbildung 5.18 zeigt den zusammengesetzten Spannungsverlauf der ersten Hauptspannung sowie die zugehörigen Punkte P_{\max} und P_{\min} an denen maximale und minimale Spannung auftritt. Mithilfe der beiden Punkte wird der Spannungsmittelwert und Spannungsausschlag ermittelt. Allgemein kann diese Vorgehensweise auch für die zweite und dritte Hauptspannung analog durchgeführt werden. In Kapitel 7.2.1 wird gezeigt, dass σ_2 aufgrund der ebenen Belastungssituation vernachlässigbar klein ist. Für die Hauptspannung σ_3 gilt aufgrund der Tatsache das es sich um eine freie, unbelastete Oberfläche handelt selbiges. Die 1.Hauptspannung verläuft somit näherungsweise wie die Vergleichsspannung bei Betrachtung der Auswertestelle aus Abbildung 5.13.

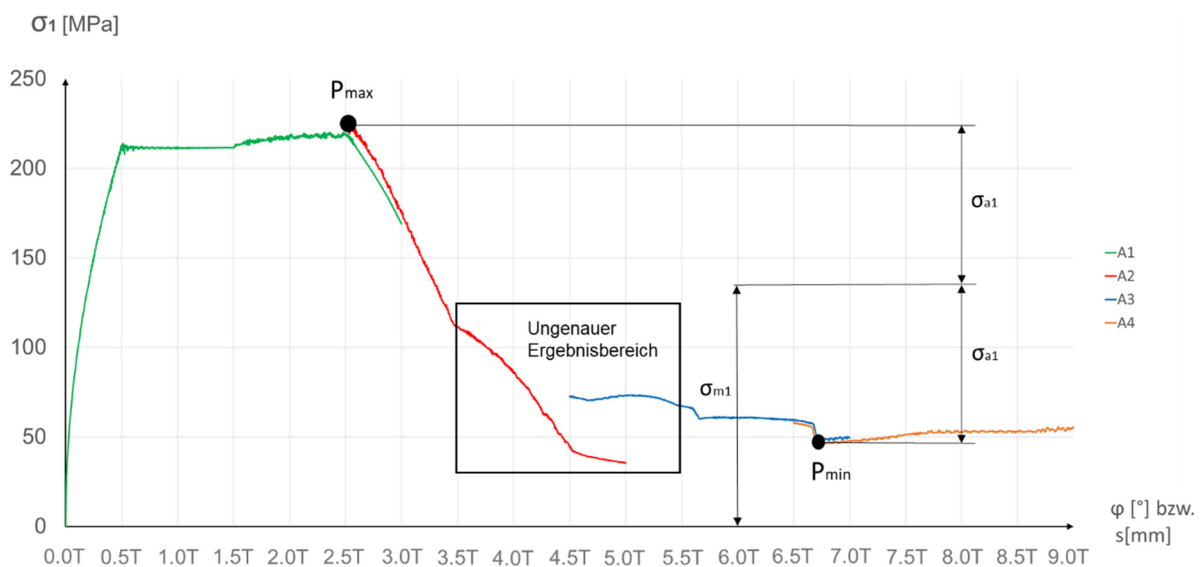


Abbildung 5.18: Verlauf der 1.Hauptspannung

6 Modelle zur Elastizitätsermittlung

Um die elastischen Eigenschaften der Körper in der Mehrkörpersimulation berücksichtigen zu können, soll das starre MKS Modell des gesamten Förderers um elastische Elemente erweitert werden. Diese Methode soll eine vollflexible Mehrkörpersimulation Simulation des gesamten Förderers ersetzen. Anstatt der Zerlegung der Komponenten in Finite Elemente erfolgt punktuell die Implementierung von Feder-Dämpfer-Elementen.

Durch diese Erweiterung ist es möglich, die Modellgenauigkeit vor allem im Bereich des Kettenradeingriffes zu erhöhen, da mittels elastischer Elemente die auftretenden Verformungen der Körper nachgebildet werden. Hervorgerufene Verschiebungen der Eingriffskontakte finden Berücksichtigung.

In das bereits vorhandene starre MKS Modell des gesamten Kettentriebes werden dreidimensionale Feder-Dämpfer-Elemente, in MSC Adams Bushings genannt, eingeführt. Die Definition eines Bushings geschieht mithilfe von sechs Einträgen für die Steifigkeit. Drei translatorische und drei rotatorische. Zusätzlich erfolgt die Eingabe von sechs Parametern für die Dämpfung. Diese Arbeit befasst sich mit der Ermittlung der Elastizitätskennwerten, die Anpassung der Dämpfungen erfolgt im MKS Modell mit materialbezogenen Erfahrungswerten.

6.1 Allgemeines Vorgehen

Die Steifigkeitskennwerte werden aus dem Verhältnis von wirkender Belastung und der dadurch resultierenden elastischen Verformung ermittelt. [SCH10] Die Umsetzung dieses Vorgehens geschieht mithilfe vereinfachter FE Modelle für Kettenrad und Kettenglied.

Zur Ermittlung der Kennwerte ist die Größe der Belastung nicht von Bedeutung, da von einer elastischen Verformung mit konstanter Federrate ausgegangen wird und diese als Verhältnis von Kraft zu Weg definiert ist.

Die folgenden Simulationen sollen auch die Größenordnung der in der Realität auftretenden Verformungen zeigen, wodurch die Eingabe von realitätsnahen Belastungen sinnvoll erscheint.

6.2 Elastizitäten im Kettenrad

Um die Elastizität des Kettenrades im MKS Modell zu berücksichtigen, werden die als starr definierten Zähne des Kettenrades mittels Bushings mit dem starren Radkörper verbunden. Die Platzierung der Bushings erfolgt am Zahnfußkreisdurchmesser.

6.2.1 Ersatzmodell Kettenradzahn

Der Zahn soll im Folgenden vereinfacht als fest eingespannter, starrer Balken betrachtet werden, wobei sich die Einspannstelle um s_x und s_z bei Belastung verschiebt. Dieser Verschiebung wird eine Verdrehung des Balkens um den Winkel φ überlagert.

Eine Vernachlässigung der Verdrehungen um die x - und z -Achse, sowie eine Verschiebung in y -Richtung ist zulässig, da von einer Bewegung des Kettenrades in der Ebene ausgegangen wird. Die jeweils zugehörigen Werte der Federkonstanten sind unendlich groß anzunehmen.

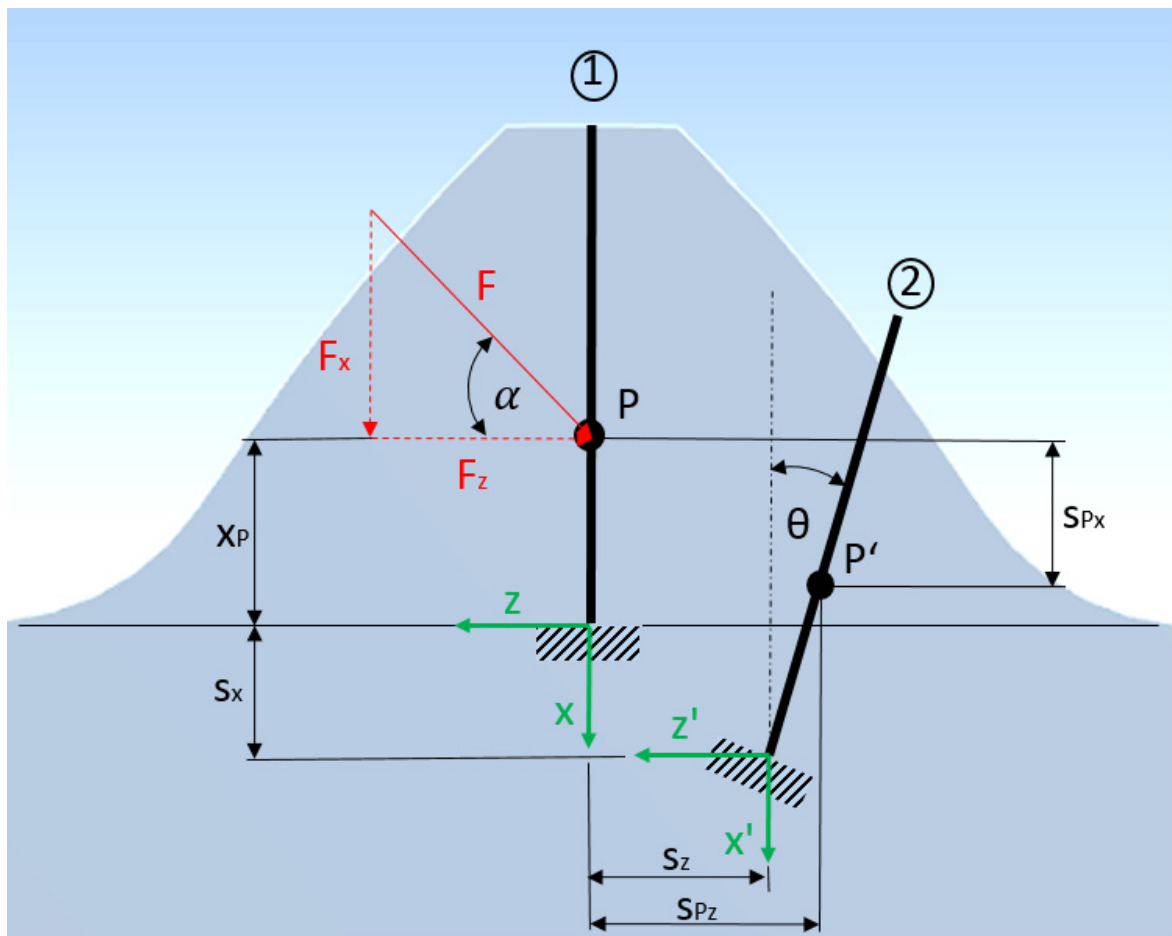


Abbildung 6.1: Abstrahiertes Ersatzmodell des Kettenradzahnes

Mittels dem oben beschriebenen, vereinfachten Balkenmodell erfolgt die Ermittlung der drei signifikanten Elastizitätskennwerte: Drehfederkonstante um die y -Achse, sowie translatorischen Federkonstanten in z - und x -Richtung.

6.2.2 Erstellung und Validierung eines FE Ersatzmodells

Zur Validierung des Modells wird die Gesamtverformung des Schnittpunktes P einerseits mittels einem FE Modell des Kettenrades ermittelt. Zur Verifizierung erfolgt eine analytische Vergleichsrechnung nach [WB56].

6.2.2.1 Ermittlung der Gesamtverformung mittels FE Modell

Zur Ermittlung von Zahnverformungen wird in ANSYS ein einfaches Modell des gesamten Kettenrades aufgebaut, welches an der Nabe fest eingespannt ist und mit einer Kraft F beansprucht wird. Das Netz wird am gesamten Zahn verfeinert, da im Vergleich zur Nabe die Gradienten von Spannung und Verformung hier am höchsten sind. Zusätzlich ist in diesem Bereich die Verformung des Zahnes von Interesse.

Um die Verformung entlang der wirkenden Kraft im Schnittpunkt mit der Symmetrielinie zu erhalten, erfolgt die Erstellung eines Pfades in Krafrichtung. Im Schnittpunkt mit der Symmetrielinie geschieht die Ermittlung der Gesamtverformung.

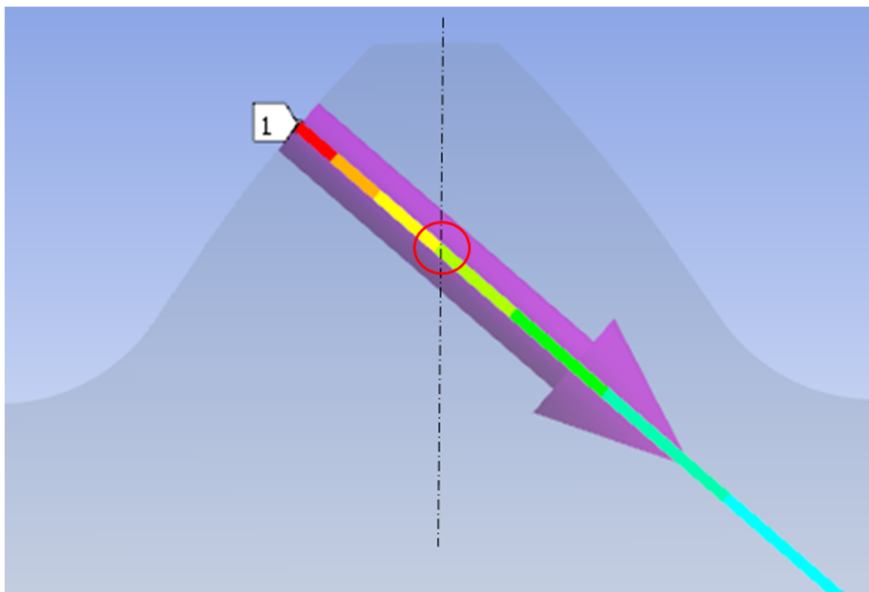


Abbildung 6.2: Ermittlung der Zahnverformung im Schnittpunkt P

6.2.2.2 Analytische Ermittlung der Gesamtverformung in Punkt P

Nach [WB56] ist es möglich die Zahnverformung in Punkt P aus Abbildung 6.1 analytisch zu berechnen. Diese analytische Methode wurde grundsätzlich für Berechnungen von Evolventen Verzahnungen entwickelt, soll jedoch hier näherungsweise für einen trapezförmig angenäherten Zahn Anwendung finden. Es sei explizit erwähnt, dass zur Berechnung der Federkonstanten später die Verformung am Zahnfuß verwendet, die Ermittlung der Verformung des Schnittpunktes P soll lediglich der Validierung des FE Modells dienen.

Nach [SCH10] kann die Gesamtverformung eines Zahnes aus neun Einzelverformungsanteilen zusammengesetzt werden.

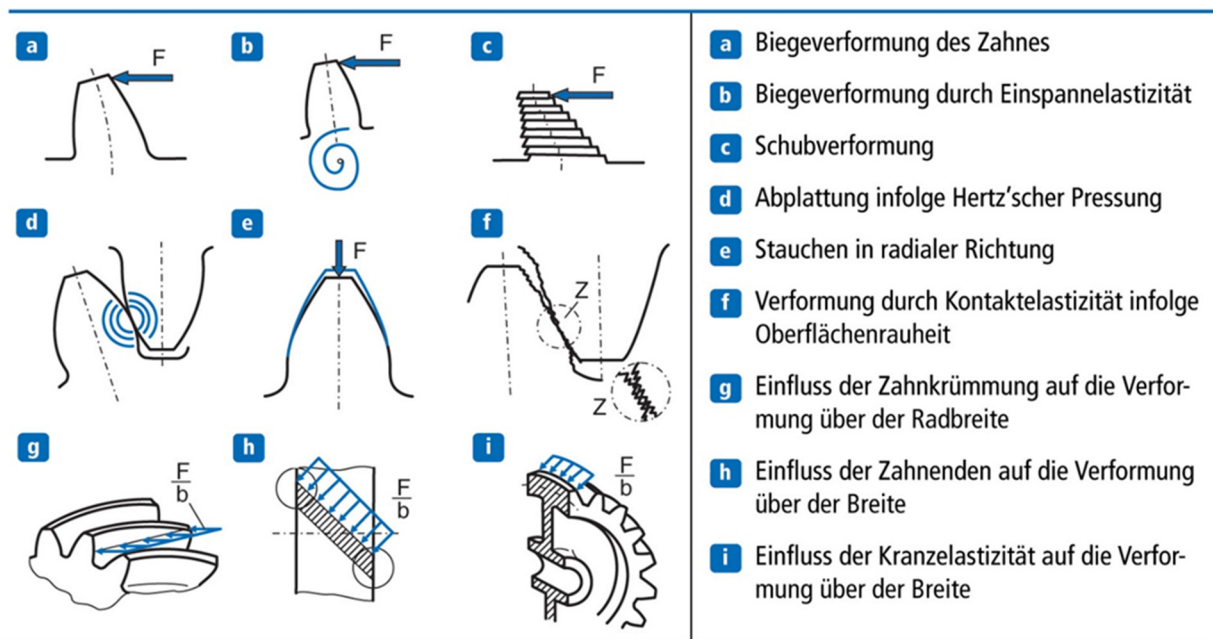


Abbildung 6.3: Einzelanteile der Zahnverformung [SCH10]

Im Berechnungsmodell nach [WB53] werden vier dieser oben genannten Einzelverformungsanteile berücksichtigt: Biegeverformung, Schubverformung, Druckverformung (Stauchen in radialer Richtung) und die Verformung infolge der elastischen Einspannung.

Als Grundlage dieser Berechnungsvorschrift dient die aus der technischen Mechanik bekannte Balkentheorie. Es sei hier angemerkt, dass der Zahn zunächst getrennt vom Radkörper betrachtet und auf eine Scheibe reduziert wird. vgl. [WB53]

Die ersten drei oben genannten Anteile werden mittels einer Formel für die Zahnverformung berechnet, der Anteil, der sich aus der elastischen Einspannung ergibt, wird als Radkörperverformung bezeichnet. Durch Addition von Zahnverformung und Radkörperverformung ergibt sich die Gesamtverformung.

Diese Vorgehensweise ermöglicht es, die Vernetzung des Zahnes hinreichend genau zu bestimmen. Je feiner die Wahl der Vernetzung, desto besser stimmen analytische Verformung und numerische Verformung des Ersatzmodells überein.

6.2.3 Ermittlung der Federkennwerte am Zahnfuß

Zur Ermittlung der Verformungen am Zahnfuß geschieht die Implementierung eines Pfades entlang der Zahnsymmetrielinie im Modell. Entlang dieses Pfades wird die Verformung in der jeweils betrachteten Koordinatenrichtung als Ergebnis ausgegeben. Am Schnittpunkt des Pfades mit dem Fußkreisdurchmesser sind die Verformungen s_x und s_z ersichtlich.

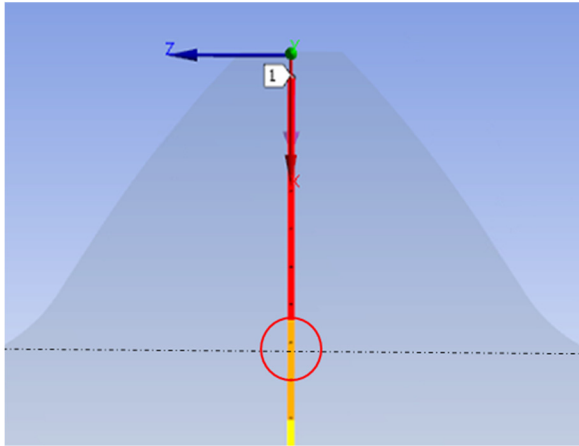


Abbildung 6.4: Ermittlung der Zahnverformung

Zur Ermittlung der Federkonstanten sind Kraftkomponenten in x- und z-Richtung notwendig. Zur Berechnung der Drehfederkonstanten der Drehwinkel θ des Balkens und das wirkende Moment in der Einspannung verwendet. Die Berechnung geschieht anhand folgender, vereinfachter Formeln.

$$F_x = F \times \sin \alpha \quad [\text{Gl. 6.1}]$$

$$F_z = F \times \cos \alpha \quad [\text{Gl. 6.2}]$$

$$M_{\theta,y} = F_z \times x_P \quad [\text{Gl. 6.3}]$$

Als Federkonstanten ergeben sich:

$$c_x = \frac{F_x}{s_x} \quad [\text{Gl. 6.4}]$$

$$c_z = \frac{F_z}{s_z} \quad [\text{Gl. 6.5}]$$

$$c_{\theta,y} = \frac{M_{\theta,y}}{\theta} \quad [\text{Gl. 6.6}]$$

$$\text{mit } \theta = \tan^{-1} \left(\frac{s_{Pz} - s_z}{x_P - s_x - s_{Px}} \right) \quad [\text{Gl. 6.7}]$$

6.3 Elastizitäten der Kettenglieder

Um die Elastizität eines Kettengliedes im MKS Modell zu berücksichtigen, erfolgt die Teilung des Kettengliedes in drei Teile. Feder-Dämpfer-Elemente verbinden die starren Teile. Identische Parameter der beiden Bushings ergeben sich infolge der symmetrischen Betrachtung des Kettengliedes.

In Analogie zum Kettenrad wird von einer Bewegung der Kettenglieder in der Ebene ausgegangen. Parametereinträge der Bushings in translatorischer x -Richtung und rotatorisch um die z -Achse finden Berücksichtigung. Das zugehörige Koordinatensystem ist in Abbildung 6.5 ersichtlich. In diesen beiden Richtungen wird das Kettenglied am stärksten belastet. In translatorischer x -Richtung durch die Kettenzugkraft und in rotatorischer z -Richtung beim Eingriff der Kette in das Antriebsrad infolge der Biegebeanspruchung.

Die ausstehenden vier Bushings-Parameter sind unendlich zu definieren.

6.3.1 Ermittlung der Federkonstanten durch Parameteroptimierung

Parameteroptimierungen erfordern im Allgemeinen die Definition eines Parametervektors. Die Berechnung dieses Vektors erfolgt unter Vorgabe von Zielfunktionen und Nebenfunktionen. Einfach ausgedrückt müssen die Zielfunktionen und Nebenfunktionen eingehalten werden, um den gesuchten Parametervektor zu ermitteln.

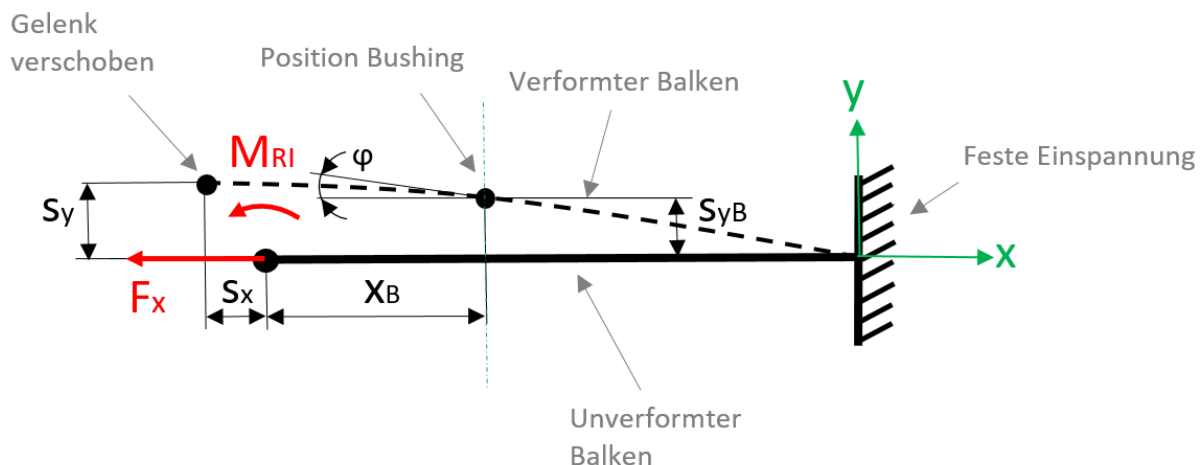


Abbildung 6.5: Ersatzsystem Kettenglied

Hierfür wird einerseits ein FE Modell des Kettengliedes in ANSYS aufgebaut, welches stark vereinfacht an die reale Belastungssituation angepasst wird. Das halbe Kettenglied erfährt eine feste Einspannung. Die Betrachtung erfolgt vereinfacht als Biegebalken in der x - y -Ebene, Abbildung 6.5 zeigt das Ersatzsystem.

Die Kraftrandbedingungen ergeben sich aus:

- Kettenzugkraft F_x
- Moment M_{RI} hervorgerufen durch Bolzenreibung in der Buchse

Zusätzlich wird in MSC Adams ein Starrkörpermodell bestehend aus dem halben Kettenglied und einem Feder-Dämpfer-Element aufgebaut. Die mittige Einspannung und die Kraftrandbedingungen sind analog zum FE Modell.

Das Bolzenreibmoment wird näherungsweise durch folgende Gleichung berechnet:

$$M_{RI} = F_x \times \mu \times \frac{r_B}{2} \quad [\text{Gl. 6.8}]$$

Der Parameter μ stellt den Gleitreibungskoeffizienten zwischen Bolzen und Buchse dar, r_B den Bolzenradius.

Mittels iterativer Parameteroptimierung geschieht im MSC Adams Modell die Berechnung der Federsteifigkeit in x-Richtung und die Drehfedersteifigkeit um die y-Achse, diese beiden Parameter stellen den gesuchten Parametervektor dar.

Gesuchte Größen (Parametervektor):

- Federsteifigkeit in x-Richtung c_x
- Drehfedersteifigkeit um die y-Achse $c_{\varphi,y}$

Zielfunktion bzw. Zielparameter sind die in Abbildung 6.5 ersichtlichen Verformungen und der Drehwinkel. Die Ermittlung dieser Größen geschieht mithilfe des flexiblen FE Modells in ANSYS. Sie werden anschließend in den Parameteroptimierungsalgorithmus des starren Modells implementiert.

Zielgrößen:

- Verformungen s_x, s_y, s_{yB}
- Drehwinkel φ

7 FE Modelle der Einzelkörper

Mittels der in Kapitel 6 beschriebenen Elastizitätsparameter wird das starre Mehrkörpermodell des gesamten Förderers in MSC Adams erweitert. Aus diesem Modell erfolgt die Entnahme von Belastungen in Kontakten und Gelenken, sowie von äußere Belastungen. Abhängig von der Position des Kettengliedes gibt das Modell zeitabhängige Belastungen während des Bewegungsvorganges der Kette aus. Einen Freischnitt von Kettenglied inklusive Buchsen zeigt Abbildung 7.1.

Im Modell wird ein globales, raumfestes Koordinatensystem K_0 definiert. Ein weiteres körperfestes, mitbewegtes Koordinatensystem K_K befindet sich im Schwerpunkt des Kettengliedes. Es bewegt sich in der x-y Ebene. Die Definition des Drehwinkels zwischen den beiden Systemen erfolgt mit α . Die Drehung findet um die z-Achse statt.

In Tabelle 7-1 werden die zeitabhängigen Belastungen erläutert. Die letzten beiden Spalten beschreiben den Bereich in dem die jeweilige Belastung wirkt. Es erfolgt die Unterscheidung zwischen Eingriffsbereich und Förderbereich. Der Eingriffsbereich schließt den Bereich mit ein, ab dem die Kette den Kontakt mit der Kettenauflage verliert.

Tabelle 7-1: Belastungen am Kettenglied

Belastung	Erklärung	Eingriffsbereich	Förderbereich
$F_y(t)$	Belastung durch Fördergut	√	√
$F_1(t), F_2(t)$	Kettenzugkräfte	√	√
$M_{RI1}(t), M_{RI2}(t)$	Reibmoment zwischen Bolzen und Buchse	√	x ³⁾
$M_{RA1}(t), M_{RA2}(t)$	Reibmoment zwischen Buchse und Kettenrad	√	x
$F_{A1}(t), F_{A2}(t)$	Kontaktkräfte zwischen Buchse und Kettenrad	√	x

³⁾ Kleine Relativbewegungen in den Gelenken werden vernachlässigt

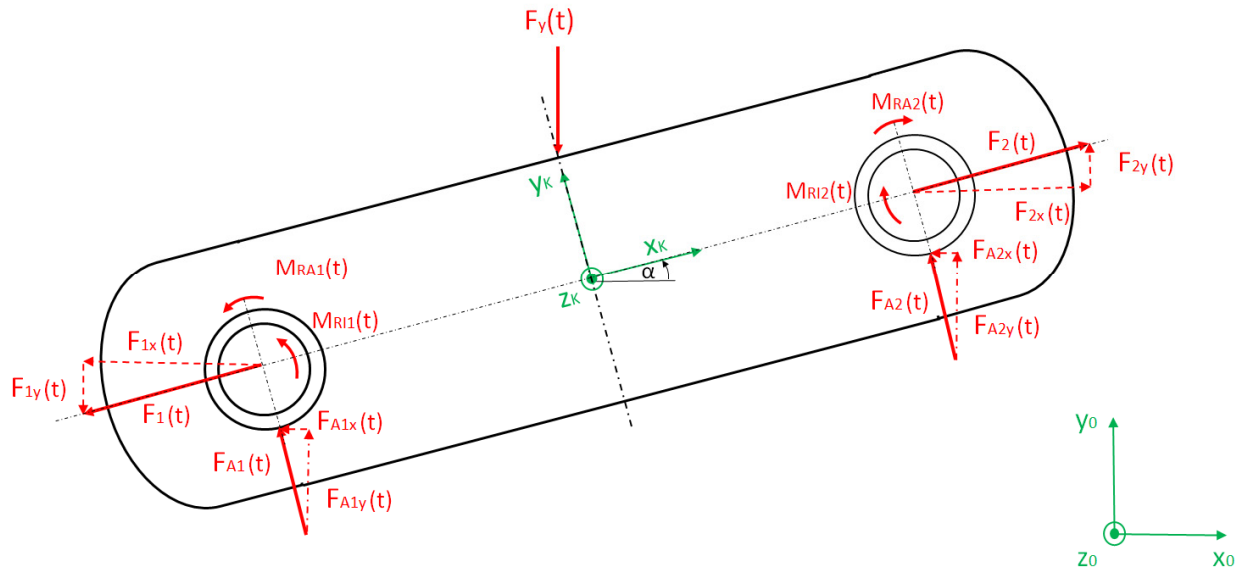


Abbildung 7.1: Belastungen am Kettenglied

Für beliebigen Position des Kettengliedes am Förderumfang kann die Entnahme der Belastungen aus dem MKS Modell des gesamten Förderers erfolgen. Diese Belastungen werden statisch in einem FE Modell des jeweiligen Einzelkörpers aufgebracht.

Ermüdungsfestigkeitsnachweise erfordern einen Spannungsaus Schlag und einen zugehörigen Spannungsmittelwert. Dafür müssen zwei Positionen am Förderumlauf gefunden werden. Eine Position an der die betrachtete Stelle des jeweiligen Bauteils maximal und eine weitere Position an der dieselbe Stelle minimal belastet wird. Die Ermittlung dieser beiden Positionen erfolgte in Kapitel 5. Aus Maximal- und Minimalspannungen ergeben sich Spannungsaus schläge und Spannungsmittelwerte.

7.1 Einspannung und Krafterandbedingungen

Um die Belastungen aus dem erweiterten MKS Modell des Förderers korrekt aufzubringen, wird das Kettenglied mittig fix eingespannt.

Zur Berücksichtigung der Kraft $F_y(t)$ im statischen FE Modell, erfolgt die Einleitung von $F_y(t)/2$ in den beiden Gelenken. Es liegt die Annahme zugrunde, dass sich die Kraft $F_y(t)$, hervorgerufen durch das Fördergut, gleichmäßig auf die beiden Gelenke aufteilt. Es sei angemerkt, dass $F_y(t)$ im Vergleich zu den weiteren Belastungen klein ist.

Die Entnahme aller weiteren Belastungen erfolgt nach Abbildung 7.1.

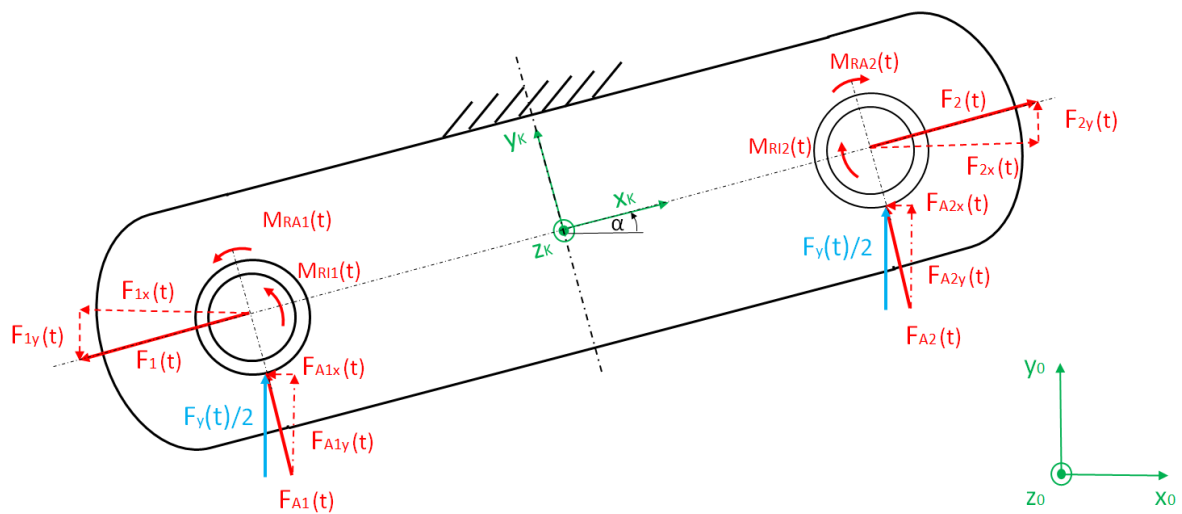


Abbildung 7.2: Randbedingungen am Kettenglied

7.2 Vernetzung der zu untersuchenden kritischen Stelle

Unter Belastung treten im Kettenglied mehrerer kritische, hochbelastete Stellen auf. In einem ersten Schritt kann die Vernetzung des Kettengliedes grob gewählt werden, um die erwähnten kritischen Stellen im Kettenglied aufzuzeigen. Um aussagekräftige Spannungen zu ermitteln, ist es notwendig diese Stellen näher zu betrachten und die Vernetzung lokal anzupassen.

Im Folgenden wird die Vorgehensweise anhand einer kritischen Stelle gezeigt. Es handelt sich hierbei um eine unbelastete, singularitätsfreie Oberfläche. Spannungsergebnisse konvergieren in diesen Bereichen, daher soll die Methode der adaptiven Vernetzung für diese Nachweisstelle Anwendung finden. vgl.[GEB14]

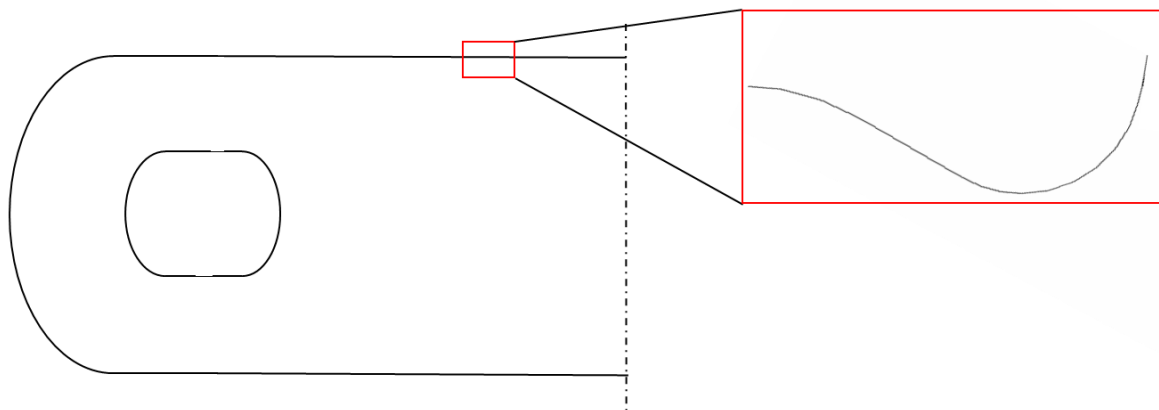


Abbildung 7.3: Nachweisstelle Kettenglied

Global erfolgt die Erstellung eines groben Tetraeder Netzes. Lokal an der kritischen, hochbelasteten Stelle wird zu Beginn bereits ein etwas feineres Netz definiert. Das linke Bild zeigt die grobe Anfangsvernetzung, das rechte Bild die Vernetzung nach vier iterativen Berechnungsschritten.

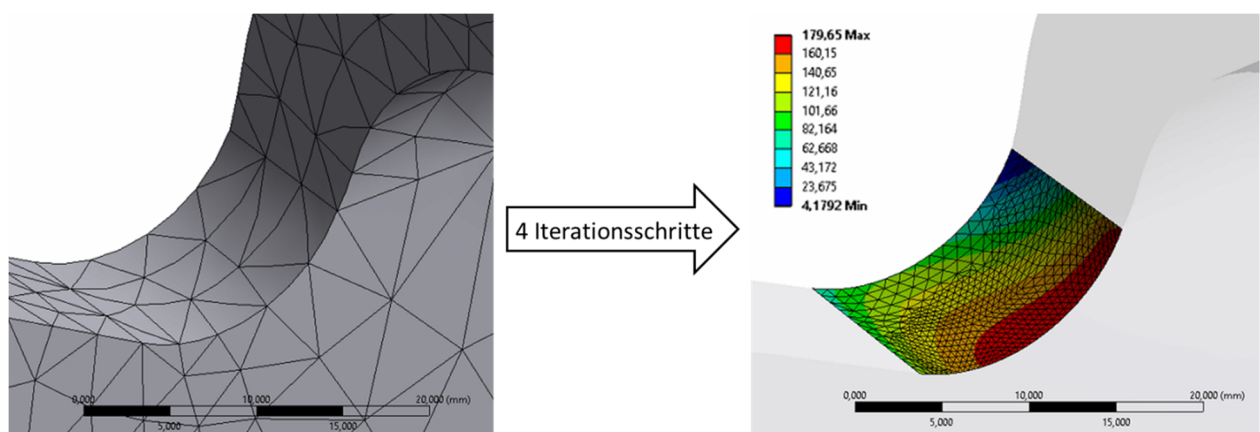


Abbildung 7.4: Adaptive Vernetzung anhand der Vergleichsspannung

Die Netzverfeinerung erfolgt, bis sich die maximale Vergleichsspannung im kritischen Bereich zwischen den einzelnen Iterationsschritten um weniger als ein Prozent verändert. Maximal werden fünf Iterationsschritte zugelassen, um die Rechenzeit in Grenzen zu halten.

Abbildung 7.5 zeigt die vier notwendigen Iterationsschritte und die jeweils zugehörige maximale Vergleichsspannung im kritischen Bereich.

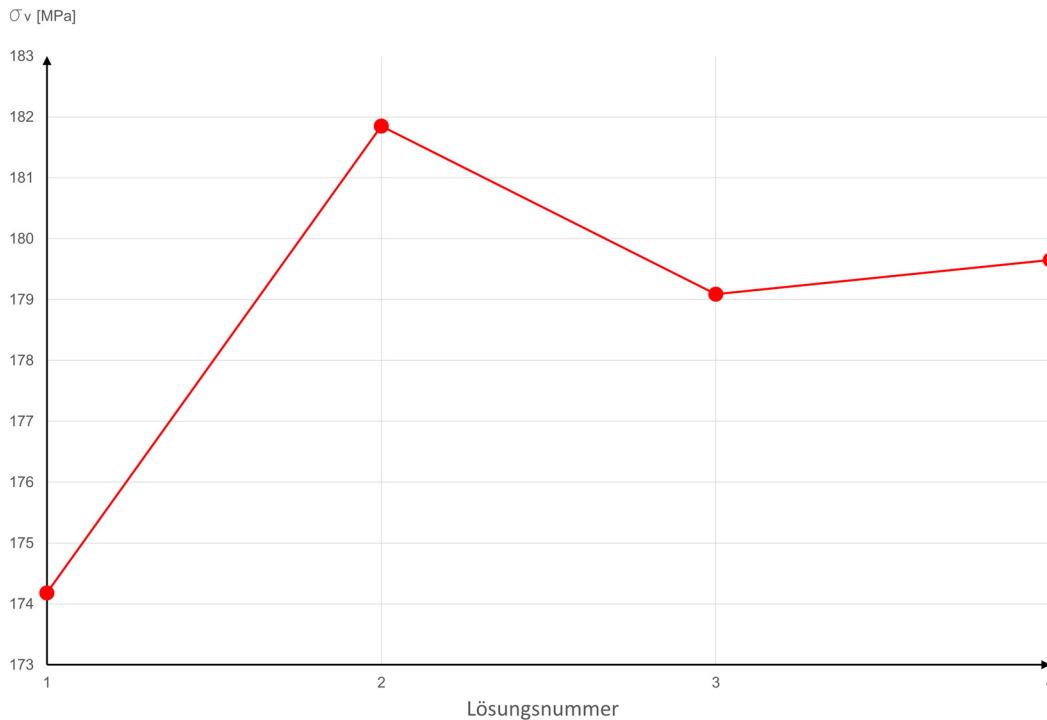


Abbildung 7.5: Konvergenzgraph

7.2.1 Örtliche Spannungen an der kritischen Stelle

Nach der FKM-Richtlinie müssen σ_1 und σ_2 parallel zur Bauteiloberfläche liegen, σ_3 senkrecht dazu. Hierfür wird nach [WME17] empfohlen die Lösungsinformation des Hauptspannungsvektors an der kritischen Fläche zu ermitteln, um die Ergebnisse der drei Hauptspannungen besser zuordnen zu können. Abbildung 7.6 zeigt die Lage der Hauptspannungen, wobei σ_2 (Mittlere Hauptspannung) und σ_3 (Minimale Hauptspannung) wie später gezeigt wird vernachlässigbar klein sind. Die Darstellung des Hauptspannungsvektors ist nicht proportional zu den auftretenden Spannungswerten.

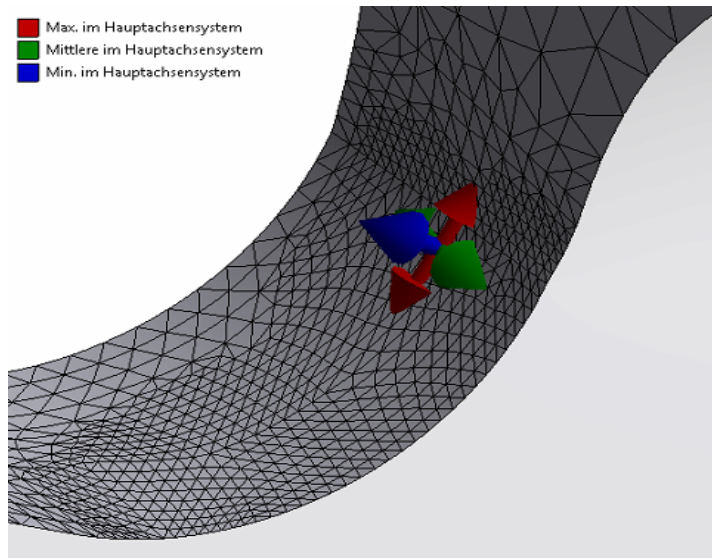


Abbildung 7.6: Lage des Hauptspannungsvektors an der Nachweisstelle

Aufgrund der Belastungssituation aus Abbildung 7.2 ist anzunehmen, dass bei Betrachtung des Hauptspannungsvektors im kritischen Bereich die maximale Hauptspannung σ_1 betragsmäßig am größten ist. Die Hauptspannung σ_2 ist aufgrund der ebenen Belastungssituation vernachlässigbar klein. Für die Hauptspannung σ_3 gilt aufgrund der Tatsache, dass es sich um eine freie, unbelastete Oberfläche handelt, selbiges. Abbildung 7.7 zeigt alle drei Hauptspannungen im kritischen Bereich.

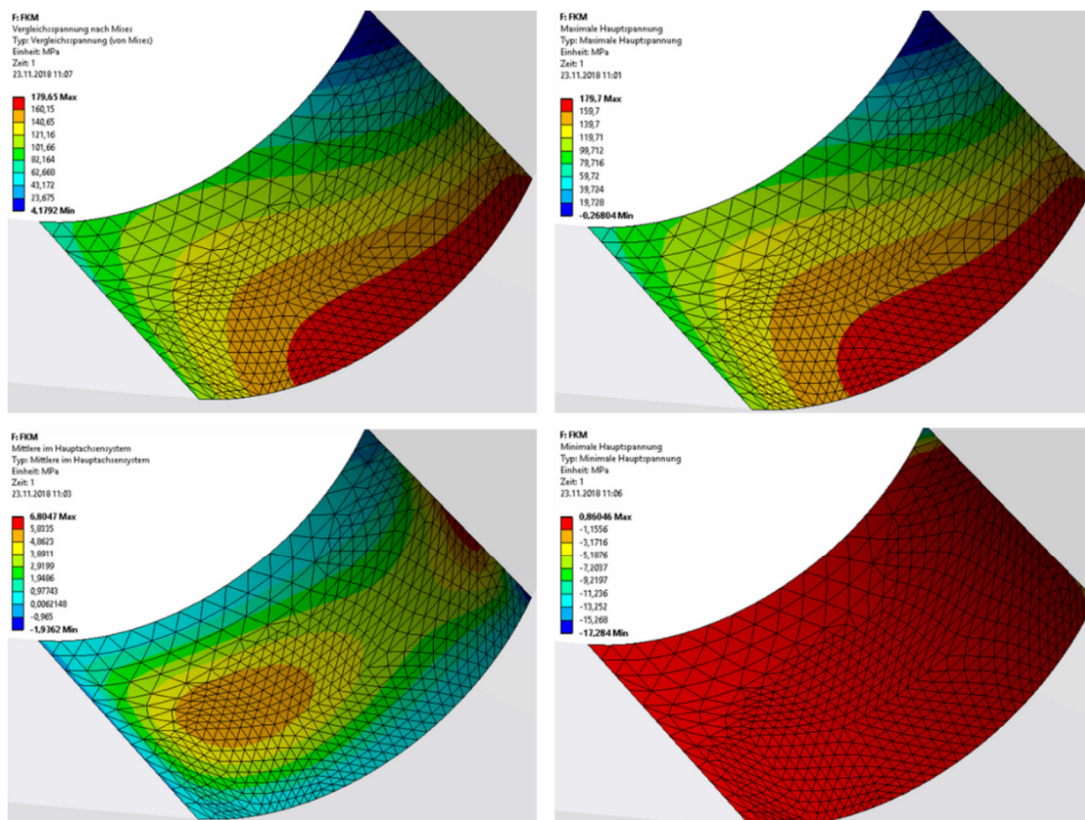


Abbildung 7.7: Spannungen im kritischen Bereich

7.2.2 Spannungsgradient an der kritischen Stelle

Die Ermittlung des Spannungsgradienten ist notwendig, um die bruchmechanischen Stützzahlen nach FKM-Richtlinie zu berechnen. Hierfür wurde in Kapitel 2.7.2 die Bedeutung des Spannungsgradienten erklärt.

Die Berechnung der bruchmechanischen Stützzahl erfolgt getrennt für σ_1 und σ_2 . Hierfür sind die bezogenen Spannungsgefälle G_1 und G_2 für die Amplitude der betrachteten Spannungskomponente (σ_{1a} , σ_{2a}) zu bestimmen. In der FKM-Richtlinie ist erwähnt, dass der Spannungsgradient senkrecht zur Richtung der Spannungskomponenten σ_1 und σ_2 zu bestimmen ist. Diese liegen, wie bereits beschrieben, jeweils parallel zur Bauteiloberfläche. Daher wird der Spannungsgradient senkrecht zur Bauteiloberfläche bestimmt. vgl.[WME17]

An der kritischen Stelle dienen feine Prismenschichten zur Ermittlung der beiden Gradienten. Um sicherzustellen, dass die Spannungen korrekt ermittelt werden, erfolgt die Anpassung der Elementgröße an das Ergebnis der adaptiven Netzverfeinerung.

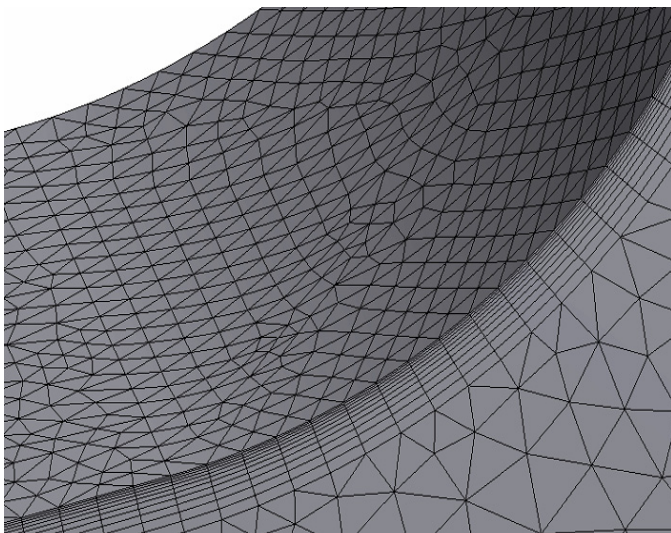


Abbildung 7.8: Prismenschichten an der Nachweisstelle

Bei Ergebnissen aus der FE-Simulation wird der Spannungsgradient nach FKM-Richtlinie anhand von zwei benachbarten Ergebnissen bestimmt, wobei einer auf der Bauteiloberfläche liegt und einer um Δs von der Oberfläche entfernt im Bauteilinneren.

Zur Ermittlung des Gradienten wird ein Pfad normal zur Bauteiloberfläche erstellt. Der Pfad beginnt im kritischen Bereich an der Oberfläche und führt ins Bauteilinnere.

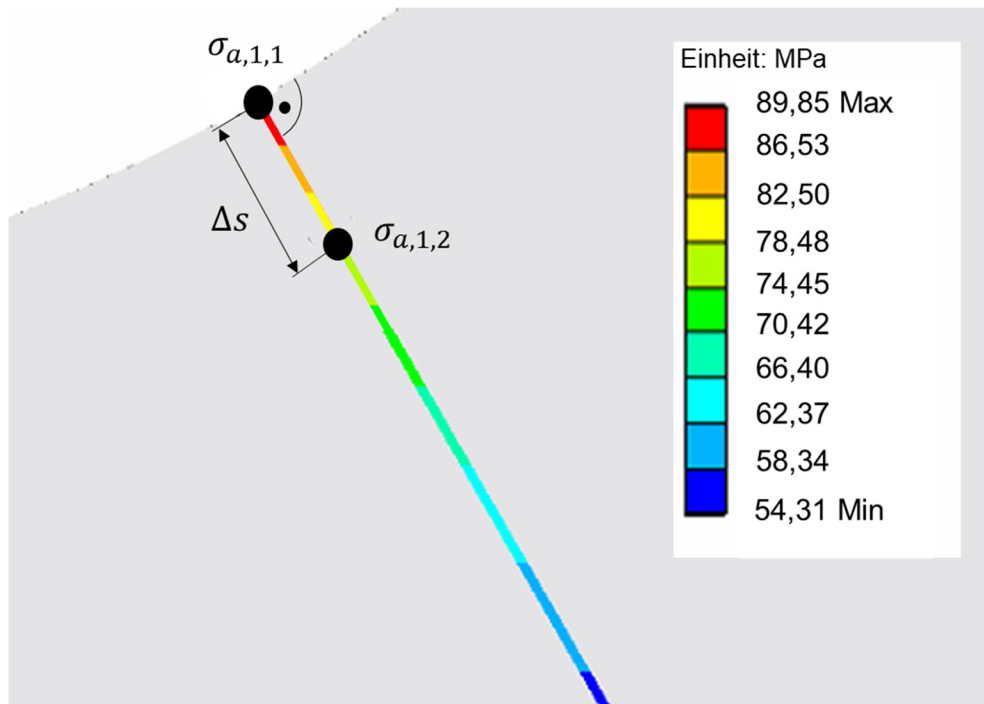


Abbildung 7.9: Spannungsgradient der 1.Hauptauschlagspannung

Nach [FKM12] lauten die Formeln zur Berechnung der beiden bezogenen Spannungsgefälle:

$$G_{\sigma_1} = \frac{1}{\Delta s} \times \left(1 - \frac{\sigma_{a,1,2}}{\sigma_{a,1,1}} \right) \quad [\text{Gl. 7.1}]$$

$$G_{\sigma_2} = \frac{1}{\Delta s} \times \left(1 - \frac{\sigma_{a,2,2}}{\sigma_{a,2,1}} \right) \quad [\text{Gl. 7.2}]$$

Allgemein:

$$G_{\sigma_i} = \frac{1}{\Delta s} \times \left(1 - \frac{\sigma_{a,i,2}}{\sigma_{a,i,1}} \right) \quad [\text{Gl. 7.3}]$$

Erklärung der Indizes:

- i Hauptspannung (1-2)
- 2 Spannungsergebnis im Bauteilinneren
- 1 Spannungsergebnis an der Bauteiloberfläche

8 Ausblick Betriebsfestigkeitsberechnung

Die in den vorherigen Kapiteln beschriebene Vorgehensweise ermöglicht die Berechnung eines Kettenförderers auf Dauerfestigkeit nach der FKM Richtlinie. Für diese Art der Berechnung wird die Maximal- und Minimalbelastung eines Bauteils an einer bestimmten hochbelasteten Position ermittelt. Hierfür erfolgte die Erstellung des flexiblen Modells. Aus Maximal- und Minimalbelastung, gekennzeichnet durch die Punkte P_{\max} und P_{\min} , können die zugehörigen Hauptmittelspannungen und Hauptausschlagsspannungen ermittelt werden. Sie dienen als Eingangsparameter des Festigkeitsnachweises nach FKM-Richtlinie.

Bei Betriebsfestigkeitsberechnungen muss die Erstellung eines Lastkollektiv erfolgen. Kollektivierungen stellen meist eine große Herausforderung dar.

8.1 Allgemeines zur FKM Betriebsfestigkeitsberechnung

Allgemein wird davon ausgegangen, dass die Belastungs-Zeit-Funktion einer kritischen, nachzuweisenden Stelle eines Bauteils während seiner Lebensdauer vorliegt. Die Ermittlung dieser Funktionen kann sowohl aus Messungen als auch Simulationen geschehen. Genau genommen müssen drei Belastungs-Zeit-Funktionen, jeweils für alle der drei Hauptspannungen, ermittelt werden.

Unter Kenntnis der Hauptspannungs-Zeit-Funktionen wird mittels geeignetem Zählverfahren das Lastkollektiv erstellt. Nach FKM-Richtlinie muss die Überführung der Belastungs-Zeit-Funktion in ein Amplitudenkollektiv mit dem Rainflow-Zählverfahren erfolgen. Ergebnisse der Rainflowzählung sind Wertetripel aus Mittelwert, Amplitude und Häufigkeit die in einer Matrix abgelegt werden. Die Wertetripel lassen sich anhand der FKM-Richtlinie unter Ausnutzung der werkstoffabhängigen Mittelspannungsempfindlichkeit in Wertepaare bestehend aus Amplitude und Häufigkeit umrechnen. Die Wertepaare weisen einheitliche Spannungsverhältnisse (wechselnd, d.h. Mittelwert gleich null) auf. [WME17]

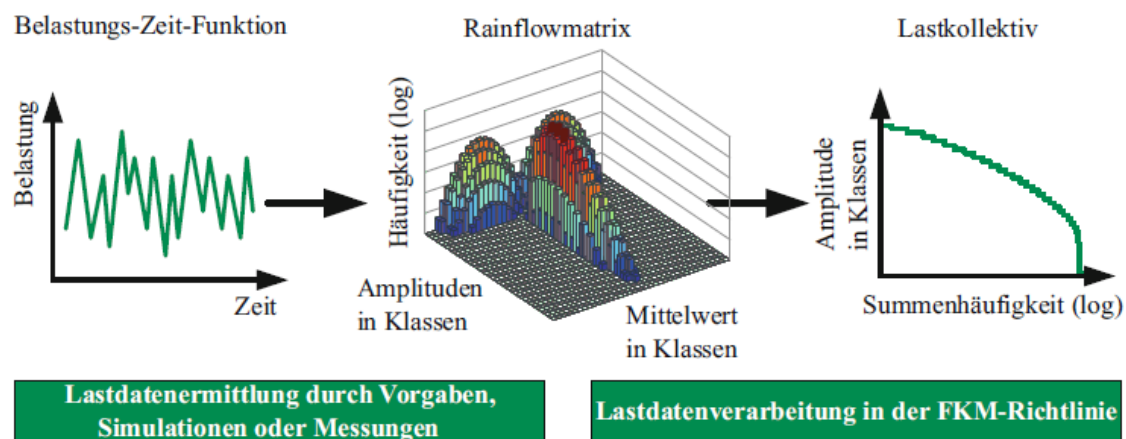


Abbildung 8.1: Ermittlung eines Lastkollektivs [WME17]

Wie in Kapitel 3.1.1 beschrieben wäre die Erstellung eines vollflexiblen Modells des gesamten Förderers eine Möglichkeit, um Spannungs-Zeitverläufe eines bestimmten Bauteils an der Nachweisstelle für den gesamten Fördererlauf zu erhalten. Diese Vorgehensweise würde die Erstellung eines Lastkollektives mithilfe des Rainflow-Zählverfahrens ermöglichen, wobei alle Schwingspiele mit einbezogen werden können.

Eine Erstellung eines Modells dieser Art kann aus Gründen der verfügbaren Rechenkapazität unter wirtschaftlichem Aspekt nicht erfolgen.

8.2 Ansatz zur Erstellung eines Lastkollektives

Als Möglichkeit zur Erstellung eines Lastkollektives soll der Ansatz aus Kapitel 3.1.4 zur Ermittlung der Mittelspannungen und Ausschlagspannungen für den Dauerfestigkeitsnachweis Fortsetzung finden.

Zugehörig zum jeweiligen Betriebsfall ergeben sich verschiedene Belastungssituationen. In Abbildung 8.2 sind schematisch die zwei Betriebsfälle der Überlast und Nennlast skizziert. In der Dauerfestigkeitsberechnung wird stets der maximale Belastungsfall, also der Fall der Überlast behandelt. Die Betriebsfestigkeit erfordert die Erstellung eines Lastkollektives, wobei beginnend beim Fall der maximalen Belastung (Überlast) weitere Betriebsfälle (Nennlast, Teillast, Leerlauf) berücksichtigt werden.

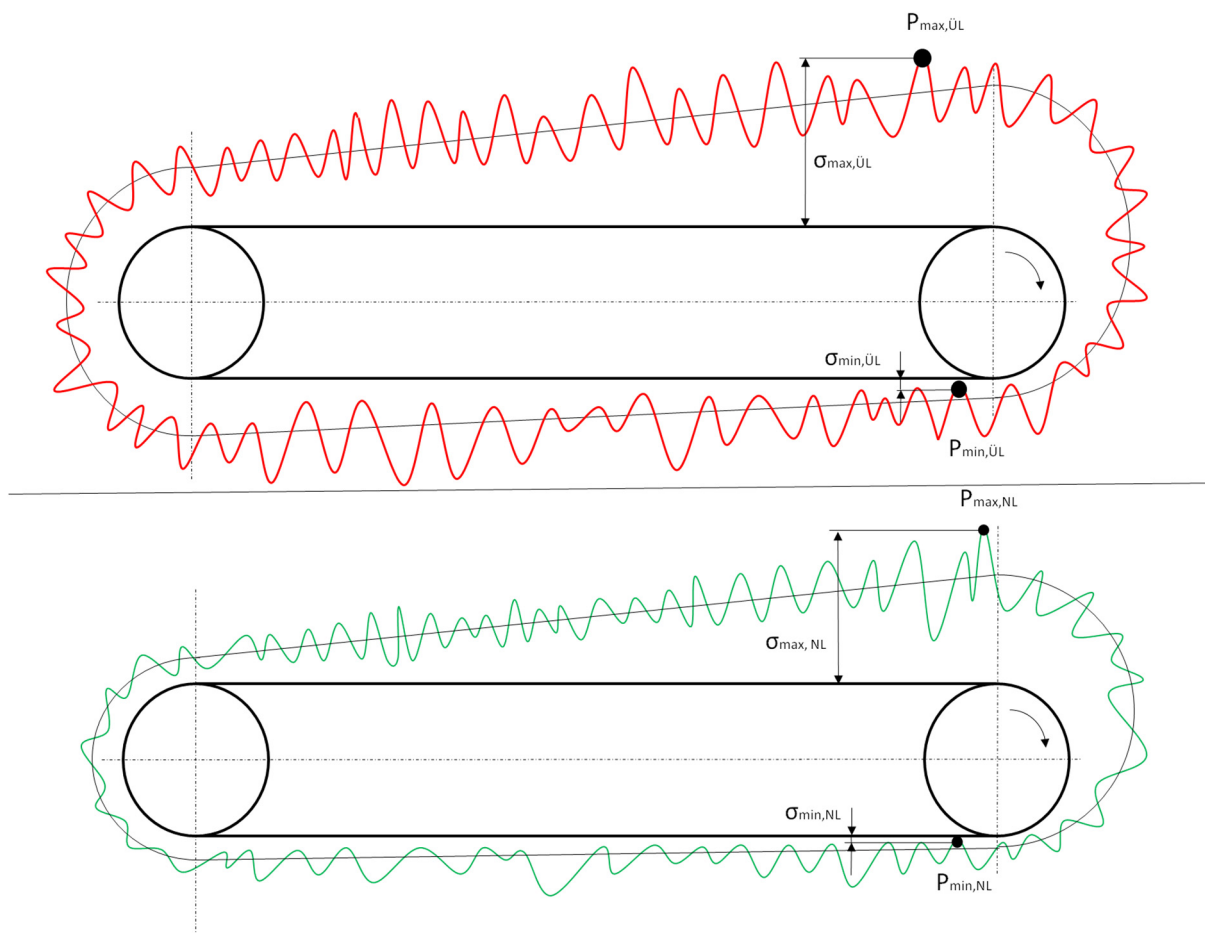


Abbildung 8.2: Ansatz zur Kollektivbildung

Je nach Betriebsfall (Überlast-, Nennlast-, Teillast-, Leerlaufbetrieb) muss der Beladungszustand im gesamten Ablauf der Methodik berücksichtigt werden, um korrekte Belastungen zu erhalten. Für die gesamte Betriebsdauer erfolgt die Definition der zeitlichen Anteile der einzelnen Betriebsfälle. Für jeden Betriebsfall wird das „makroskopische Schwingspiel“ nach Abbildung 8.2 ermittelt. Gleichungen [Gl.3.1] und [Gl.3.2] liefern für alle Betriebsfälle Hauptausschlag- und Hauptmittelspannungen.

Tabelle 8-1: Beispielkollektiv für Betriebsfestigkeitsberechnung

Betriebsfall	Hauptspannungsausschläge σ_{ajj}	Hauptmittelspannungen σ_{mij}	zeitl. Anteil [%]
1 Überlast	$\sigma_{a11}, \sigma_{a21}, \sigma_{a31}$	$\sigma_{m11}, \sigma_{m21}, \sigma_{m31}$	p_1
2 Nennlast	$\sigma_{a12}, \sigma_{a22}, \sigma_{a32}$	$\sigma_{m12}, \sigma_{m22}, \sigma_{m32}$	p_2
3 Teillast	$\sigma_{a13}, \sigma_{a23}, \sigma_{a33}$	$\sigma_{m13}, \sigma_{m23}, \sigma_{m33}$	p_3
4 Leerlauf	$\sigma_{a14}, \sigma_{a24}, \sigma_{a34}$	$\sigma_{m14}, \sigma_{m24}, \sigma_{m34}$	p_4

Erklärung der Indizes:

- i Hauptspannung (1-3)
- j Betriebsfall (1-4)
- a Ausschlagspannung
- m Mittelspannung

Das Kollektiv aus Tabelle 8-1/Tabelle 7-1 muss auf ein Amplitudenkollektiv ($R=1$, rein wechselnde Belastung) überführt werden. Die FKM-Richtlinie bietet eine definierte Vorgehensweise unter Verwendung der werkstoffabhängigen Mittelspannungsempfindlichkeit.

Die Umrechnung der zeitlichen Anteile in Stufenhäufigkeiten der Schwingspiele geschieht mithilfe der Gesamtbetriebszeit des Förderers bzw. einer Angabe über die Gesamtanzahl der Förderumläufe während der Betriebszeit.

Mittels Amplitudenkollektiv und Summenhäufigkeiten erfolgt die Durchführung der Betriebsfestigkeitsrechnung, etwa nach dem Verfahren Miner elementar.

9 Conclusio

Um Eingangsparameter für Festigkeitsnachweise zu erhalten, werden Belastungen generell aus Messungen oder mithilfe von starren Mehrkörpersimulationen ermittelt. In einem zweiten Schritt erfolgt die Aufbringung der Belastungen in statischen FE Modellen, um Spannungen für Festigkeitsnachweise zu erhalten. Innerhalb dieser Arbeit wurde gezeigt, dass dieser Vorgang mithilfe einer flexiblen Mehrkörpersimulation zu einem Schritt zusammengefasst werden kann. Ergebnisse dieser gezeigten Vorgehensweise sind jedoch nur näherungsweise zu verwenden, da mehrere Vereinfachungen in der Modellierung stattfinden müssten.

Aufgrund von Rechenzeiten konnte nur ein Teil des Großkettentriebes flexibel modelliert werden, wodurch das gesamte Systemverhalten des Förderers nicht abbildbar ist. Als Randbedingung im Ober- und Untertrum erfolgte die Definition konstanter Kettenkräfte in Zugrichtung. Literatur und Ergebnisse starrer MKS zeigen, dass im Zugmittel aufgrund von Anregungen durch den Polygoneffekt Schwingungen auftreten. Eine Optimierung des vollflexiblen Teilmodells könnte dahingehen, die als konstant angenommenen Kettenzugkräfte unter Berücksichtigung von Schwingungen in der Kette realitätsnäher zu definieren. Das vollflexible Modell zeigt zudem, dass Kontakte zwischen Festkörpern nur mithilfe von sehr feinen Vernetzungen plausible Ergebnisse von Spannungen liefern. Feine Kontaktvernetzungen erhöhen die Rechenzeit sehr stark, wodurch im erstellten Teilmodell nicht alle eigentlichen Kontaktbereiche als solche definiert werden. Zwischen Buchse und Lasche tritt aufgrund der konstruktiven Ausführung eine Presspassung auf. Dieser Kontaktbereich wurde im vollflexiblen Modell mittels fester Verbindung der Kontaktflächen definiert, was eine sehr starke Vereinfachung darstellt. Die Verwendung von Spannungsergebnisse des flexiblen Teilmodells ist für diese Kontaktbereiche nicht möglich. Eine Abhilfe schaffen FE Modelle der einzelnen Komponenten unter Verwendung der Belastungen aus starren MKS Modellen. Hier wird der Kontaktbereich unter Verwendung von sehr feinen Hexaeder Elementen exakt definiert, wodurch Spannungsergebnisse aussagekräftig erscheinen. Zusätzlich kann auf diese Weise die Ermittlung von Gleitwege für Verschleißuntersuchungen wie Fressen in den Kontakten erfolgen. Im Vergleich zum flexiblen Modell müssen in statischen FE Modellen von Einzelkomponenten Einspannungen definiert werden, um Kräfte und Momente aufbringen zu können. Dies kann zu falschen Ergebnissen führen.

Die Vorgehensweise in zwei Schritten liefert genaue Spannungsergebnisse. Die Anwendung des flexiblen Modells ist hilfreich, um Spannungen in Bereichen freier Oberflächen auszuwerten. Mithilfe des flexiblen Modells zeigt die Arbeit, wie die Ermittlung von Spannungsverläufen kritischer Stellen an Kettenbauteilen durchgeführt werden kann. Auf Basis dieser Verläufe können in Hinblick auf Dauer- und Betriebsfestigkeitsberechnungen Positionen der Kettenbauteile am Förderumlauf identifiziert werden, an denen maximale und minimale Spannungen auftreten.

10 Verzeichnisse

10.1 Literaturverzeichnis

- [RÖM11] Römisch, Peter: Materialflusstechnik. Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2011
- [KÜN08] Künne, Bernd: *Köhler/Rögnitz Maschinenteile 2*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2008
- [SCH10] Schlecht, Berthold: *Maschinenelemente 2*. München: Pearson Studium, 2010
- [OSL18] Ortner-Pichler, Alexander; Schedler, Michael; Landschützer Christian: *Beitrag zur Bestimmung der Zugkräfte an Umschlingungsgetrieben mit diskreten Zugmitteln*. TU Graz, 2018
- [BB17] Böge, Alfred; Böge Wolfgang: *Handbuch Maschinenbau - Grundlagen und Anwendungen der Maschinenbau-Technik*. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017
- [GEB14] Gebhardt, Christof: *Praxisbuch FEM mit ANSYS Workbench*. München: Carl Hanser Verlag, 2014
- [FIE13] Fietkau, Peter: *Transiente Kontaktberechnung bei Fahrzeuggetrieben*. Dissertation, Universität Stuttgart, Fakultät Konstruktions-, Produktions-, und Fahrzeugtechnik, 2013
- [ELL16] Ellermann, Katrin: *Mehrkörperdynamik*. Skript zur Vorlesung, TU Graz, 2016
- [WAG17] Wagner, Marcus: *Lineare und Nichtlineare FEM*. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017
- [KLE12] Klein, Bernd: *FEM Grundlagen und Anwendungen der Finite-Elemente-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2012
- [FKM12] Forschungskuratorium Maschinenbau (Hrsg.): *Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile*. Frankfurt am Main: VDM Verlag, 2012
- [WME17] Wächter, Michael; Müller Christian; Esderts Alfons: *Angewandter Festigkeitsnachweis nach FKM-Richtlinie*. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2017
- [WB53] Weber, Constantin; Banaschek, Kurt: *Formänderung und Profilrücknahme bei gerad- und schrägverzahnten Rädern*. Braunschweig: Vieweg, 1953

10.2 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2.1: Kettenformen [KÜN08]	2
Abbildung 2.2: Kettenförderer [OSL18]	3
Abbildung 2.3: Zugkräfte im Gurtförderer [RÖM11]	4
Abbildung 2.4: Kraftsituation Kettenrad [SCH10].....	5
Abbildung 2.5: Modellbildung in der Produktentwicklung [LAN18].....	6
Abbildung 2.6: Mehrkörpersystem [KLE12].....	8
Abbildung 2.7: Prismenschichten.....	11
Abbildung 2.8: MPC Kontaktformulierung [WAG17]	12
Abbildung 2.9: Penalty Kontaktformulierung [WAG17]	13
Abbildung 2.10: Asymmetrisches Kontaktverhalten [WAG17]	15
Abbildung 2.11: Sich öffnende oder schließende Kontakte [GEB14].....	16
Abbildung 2.12: Nichtlineares Materialverhalten [GEB14]	17
Abbildung 2.13: Plastische Materialgesetze [GEB14].....	17
Abbildung 2.14: Geometrische Nichtlinearitäten [WAG17].....	18
Abbildung 2.15: Spannungen am infinitesimalen Volumen [WME17].....	19
Abbildung 2.16: Ebener Spannungszustand [WME17]	20
Abbildung 3.1: Methodische Vorgehensweise.....	21
Abbildung 3.2: Vereinfachte Belastung am Kettenförderer.....	24
Abbildung 4.1: Starres MKS Modell [OSL18].....	25
Abbildung 5.1: Modellaufbau des flexiblen Mehrkörpermodells	27
Abbildung 5.2: Ersatzsystem Ein- und Auslauf der Kette	28
Abbildung 5.4: Kontaktbildung zwischen Bolzen und Buchse.....	29
Abbildung 5.5: Kontaktbildung zwischen Buchse und Kettenrad.....	29
Abbildung 5.6: Vernetzung Kettenrad	31
Abbildung 5.7: Vernetzung Lasche.....	31
Abbildung 5.8: Vernetzung von Bolzen und Buchsen	32
Abbildung 5.9: Kettenradantrieb	32
Abbildung 5.11: Drehzahl und Kraftrandbedingungen im Einschwingbereich ..	33
Abbildung 5.12: Antriebsmomente des Kettenrades	34
Abbildung 5.13: Analytische Antriebsmomentberechnung.....	34
Abbildung 5.12: Zusammensetzung des Spannungsverlaufes	36
Abbildung 5.13: Auswertestellen A1-A4	37
Abbildung 5.14: Vergleichsspannungsverlauf	37
Abbildung 5.15: Initiale Lage der Komponenten.....	38
Abbildung 5.16: Bolzen-Buchsen-Kontakt in G1 und G2 für $t > 0$	39
Abbildung 5.17: Bolzen-Buchsen-Kontakt in G2 und G3 für $t > 0$	39
Abbildung 5.18: Verlauf der 1.Hauptspannung.....	40
Abbildung 6.1: Abstrahiertes Ersatzmodell des Kettenradzahnes.....	42
Abbildung 6.2: Ermittlung der Zahnverformung im Schnittpunkt P.....	43
Abbildung 6.3: Einzelanteile der Zahnverformung [SCH10]	44
Abbildung 6.4: Ermittlung der Zahnverformung	45
Abbildung 6.5: Ersatzsystem Kettenglied.....	46
Abbildung 7.1: Belastungen am Kettenglied	49
Abbildung 7.2: Randbedingungen am Kettenglied.....	50
Abbildung 7.3: Nachweisstelle Kettenglied	51
Abbildung 7.4: Adaptive Vernetzung anhand der Vergleichsspannung.....	51
Abbildung 7.5: Konvergenzgraph	52

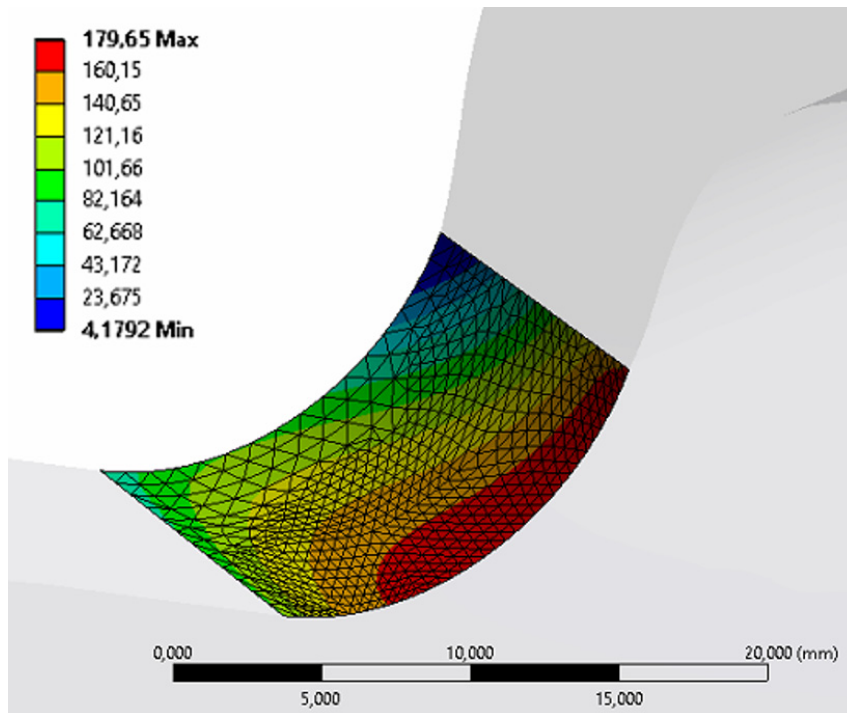
Abbildung 7.6: Lage des Hauptspannungsvektors an der Nachweisstelle.....	53
Abbildung 7.7: Spannungen im kritischen Bereich.....	53
Abbildung 7.8: Prismenschichten an der Nachweisstelle	54
Abbildung 7.9: Spannungsgradient der 1.Hauptausschlagspannung	55
Abbildung 8.1: Ermittlung eines Lastkollektivs [WME17].....	56
Abbildung 8.2: Ansatz zur Kollektivbildung.....	57

10.3 Tabellenverzeichnis

Tabelle 5-1: Bereiche des Antriebsvorganges	33
Tabelle 5-2: Bereiche der Auswertestellen.....	36
Tabelle 7-1: Belastungen am Kettenglied.....	48
Tabelle 8-1: Beispielkollektiv für Betriebsfestigkeitsberechnung	58

11 Anhang

In diesem Teil der Arbeit soll abschließend die Durchführung eines Dauerfestigkeitsnachweises mit örtlichen Spannungen nach FKM-Richtlinie anhand des Beispiels eines Stahlzellenförderers mit KISSsoft durchgeführt werden, wobei wiederum die in der Arbeit gezeigte Nachweisstelle betrachtet wird.



Eingabeparameter in KISSsoft

Die notwendigen Eingangsparameter werden nach [FKM12] ermittelt oder aus Herstellerangaben verwendet.

Basisdaten:

Variante:	Volumenförmige Bauteile ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$)
Beanspruchungsfall:	Überlastfall F3 (Mittelspannung konst.)
Rechenart:	Dauerfest
Abstand zum Stützpunkt Δs :	1mm
Lastfaktor j_s :	1.0
Lastwechselzahl N_L :	10^6
Temperatur T:	100 °C
Temperaturdauer T_d :	1000 h
Schutzschichtdicke Aluminium S_{Al} :	keine
Hochbeanspruchte Oberfläche A_{ost} :	100 mm ²
Randschichtfaktor K_v :	1
Oberflächenrauheit R_z :	50 μm

Plastische Formzahl n_{Pl} :

$$n_{Pl} = \frac{0.5 \times (R_p + R_m)}{R_p} = 1.19$$

Effektiver Durchmesser d_{eff} (Fall 1: vergüteter Vergütungsstahl):

$$d_{eff} = 2 \times s = 24 \text{ mm}$$

Spannungsparameter aus FE Modell der Einzelkörper:

Ausschlagspannung	Nachweispunkt	Stützstelle	Spannungsverhältnis R	Lastkollektiv
σ_{a1}	90 N/mm ²	78,5 N/mm ²	0	einstufig
σ_{a2}	0 N/mm ²	0 N/mm ²	-	einstufig
σ_{a3}	0 N/mm ²	0 N/mm ²	-	einstufig

$$R_1 = \frac{\sigma_{1min}}{\sigma_{1max}} = \frac{0}{180} = 0$$

Werkstoff:

Es handelt sich um einen vergüteten Vergütungsstahl folgender Zusammensetzung:

C	Si	Mn	P	S	Cr	V	B
0,20	0,80	2,50	0,05	0,01	1,20	0,22	0,005

Zugfestigkeit für Nenndurchmesser	$R_{m,N}^{1)}$	1180 N/mm ²
Streckgrenze für Nenndurchmesser	$R_{e,N}^{1)}$	900 N/mm ²
Effektiver Nenndurchmesser für $R_{p,N}$	$d_{eff,N,p}^{2)}$	16 mm
Effektiver Nenndurchmesser für $R_{m,N}$	$d_{eff,N,m}^{2)}$	16 mm
Zug-/Druckwechselfestigkeit für Nenndurchmesser	$\sigma_{w,zd,N}^{1)}$	531 N/mm ²
Bruchdehnung	$A^{1)}$	5%
Konstante zur Berechnung K_d (Fließen)	$a_{d,p}^{2)}$	0,3
Konstante zur Berechnung K_d (Bruch)	$a_{d,m}^{2)}$	0,4

¹⁾ Herstellerangabe

²⁾ Tab. 1.2.1 aus [FKM12]

KISSsoft Academic License - TU Graz

Datei

Name : Lasche_K1_neu
 Geändert von: sebastian_kaltseis am: 03.12.2018 um: 12:51:40

Festigkeitsnachweis mit örtlichen Spannungen

analog FKM-Richtlinie 6. Auflage (2012)

volumenförmiges Bauteil

		sigma1	sigma2	sigma3
Spannung am Nachweispunkt (N/mm ²)	[S]	90.000	0.000	0.000
Spannung am Stützpunkt (N/mm ²)	[S2]	78.500	0.000	0.000
Abstand vom Nachweispunkt (mm)	[Δs]		1.000	
Spannungsverhältnis	[R]	0.000	-1.000	-1.000
Lastkollektiv	Einstufenbeanspruchung (kein Kollektiv)			
	Einstufenbeanspruchung (kein Kollektiv)			
	Einstufenbeanspruchung (kein Kollektiv)			

Werkstoff FKBS1200
 Werkstoffart Vergütungsstahl
 Werkstoff-Behandlung legiert, vergütet

Walzstahl, Vergütungsstahl

Grund-Festigkeit gemäss FKM Kapitel 5.1:

Bruchfestigkeit (N/mm ²)	[Rm,N]	1180.00	
Streckgrenze (N/mm ²)	[Rp,N]	900.00	
Wechselfestigkeit (N/mm ²)	[sigzdWN]	531.00	
Bruchdehnung (%)	[A]	5.00	
Bezugsdurchmesser (mm)	[deffNm, deffNp]	16.00	16.00

Lastfaktor (statischer Nachweis)	[fstat]	1.000
Lastwechselzahl (Mio)	[NL]	1.000

Dauerfestigkeit für Einstufenbeanspruchung

Temperatur (°C)	[Temperatur]	100.000
Temperaturdauer (h)	[TemperaturD]	1000.000
Temperaturfaktoren	[KTm, KTp, KTD]	1.0001.0001.000
	[KTtm, KTtp]	1.000 1.000

Eigenspannungsfaktoren [KEsigma, KEtau] 1.000 1.000
 Weitere Faktoren [KA, KNL, KNLE] 1.000 1.000 1.000

Werkstoff-Kennwerte:

[fsigZ, fsigD, ftau, Rpmax]	1.000	1.000	0.577	1150.0
[fWt, fWs]	0.577	0.450		
[aM, bM, aTD]	0.35000	-0.100	1.400	
[aG, bG, aRsig, RmNmin]	0.500	2700.0	0.220	400.0
[MS, MT]	0.2881	0.1663		
[ksigma, ktau, DM]	5	8	0.3	
[kDsigma, kDtau]	0	0		
[NDsigma, NDtau]	1e+006	1e+006		
[NDsigmall, NDtaull]	0	0		

Dicke Rohmaterial (mm)	[d.eff]	24.00
Mittlere Rauheit (µm)	[Rz]	50.00
Werkstoffdaten nach FKM-Richtlinie mit Kdm, Kdp berechnet		
Konstanten	[adm, adp]	0.400 0.300
Grössenfaktoren	[Kdm, Kdp]	0.940 0.956
Bruchfestigkeit (N/mm²)	[Rm]	1108.93
Streckgrenze (N/mm²)	[Rp]	860.46
sigzdW (N/mm²)	[sigzdW]	499.02
tauWs (N/mm²)	[tauWs]	288.11
Hoch beanspruchte Oberfläche (mm²)	[Asigst]	100.00

Überlastungsfall F3 (Kapitel 2.4.2): Konstante Minimalspannung

Sicherheitszahl nach Kapitel 4.5	[jF]	1.50
Sicherheitszahl nach Kapitel 3.5	[jm]	2.00
Sicherheitszahl nach Kapitel 3.5	[jmt]	1.50
Sicherheitszahl nach Kapitel 3.5	[jp]	1.50
Sicherheitszahl nach Kapitel 3.5	[jpt]	1.00
Gussfaktor nach Kapitel 4.5	[jG]	1.00

ERMÜDUNGSFESTIGKEITS-NACHWEIS:

Gesamtsicherheitsfaktor nach Kap.4.5.2 (Formel: $jD = jF*jG/KTD$)	[jD]	1.500
---	------	-------

sigma1 sigma2 sigma3

Mittelspannung (N/mm²)	[SM]	45.000	0.000	0.000
Ausschlagspannung (N/mm²)	[SA]	45.000	0.000	0.000
Bezogenes Spannungsgefälle	[G']	0.128	0.000	0.000
Werkstoffmechanische Stützzahl	[nwm]	1.097	1.097	1.097

Die Stützzahl wird mit der Stützzahl nach Stieler bestimmt.

Stützzahl nach Stieler	[n]	1.044	1.000	1.000
Rauheitsfaktor	[KR]	0.722	0.722	0.839
Konstante (nach Kapitel 4.3.1)	[Kf]	1.013	2.000	2.000
Faktor Oberflächenverfestigung	[KV]		1.000	
Schutzschichtfaktor	[KS]		1.000	
Konstruktionsfaktor	[KWK]	1.322	1.193	1.193
Bauteilwechselfestigkeit (N/mm ²)	[SWK]	377.480	418.443	418.443
Mittelspannungsfaktor	[KAK]	0.776	0.776	0.776
Ertragbare Amplitude (N/mm ²)	[SAK]	293.046	324.846	324.846
Faktor Betriebsfestigkeit	[KBK]	1.000	1.000	1.000
Ertragbare Amplitude (N/mm ²)	[SBK]	293.046	324.846	324.846
Auslastungsgrad	[aBK]	0.230	0.000	0.000

Auslastungsgrad für die zusammengesetzten Beanspruchungskomponenten

Auslastungsgrad [aBKv] **0.230**

Sicherheit Dauerfestigkeit [S.Dauer] 6.512

STATISCHER FESTIGKEITSNACHWEIS:

Gesamtsicherheitsfaktor nach Kap.1.5.3 [jges] 1.552
 (Formel: $j_{ges} = j_z \cdot j_G \cdot \text{Max}(j_m/KT_m \cdot R_p/R_m, j_p/KT_p, j_{mt}/KT_{tm} \cdot R_p/R_m, j_{pt}/KT_{tp}) + \Delta_j$)

Vergleichsspannung (N/mm²) [Sigv] 90.000

Vergleichsspannung Mehrachsigkeit (N/mm²) [SigvM] 90.000

Hydrostatische Spannung (N/mm²) [SigH] 30.000

Mehrachsigkeitsgrad [h] 0.333

sigma1 sigma2 sigma3

Maximalspannung (N/mm²) [Smax] 90.000 0.000 0.000

Minimalspannung (N/mm²) [Smin] 0.000 -0.000 -0.000

Plastische Formzahl [Kpsig] 1.190

Plastische Stützzahl [npl] 1.190

Bauteilfestigkeiten (N/mm²) [SSK] 1023.944

Vergleichsauslastungsgrad [aSK] 0.136

Eine Kontrolle der Mehrachsigkeit ist nicht notwendig.

maximaler Auslastungsgrad	[aSKmax]	0.136
Sicherheit gegen Bruch	[S.Rm]	14.662
Sicherheit gegen Streckgrenze	[S.Rp]	11.377

Ende Protokoll
Zeilen: 140