

# I. ABSCHNITT.

## Die für den Dampfmaschinenbau wichtigsten Lehren der mechanischen Wärmetheorie.

§ 1.

### Äquivalenz von Wärme und Arbeit. Das Wesen der Wärme. Die Energie.

Die Erfahrung lehrt und zahlreiche Versuche haben bestätigt, dass

1. Wärme mechanische Arbeit, und umgekehrt, mechanische Arbeit Wärme erzeugen kann. Unsere Dampfmaschinen sind ein Beispiel für die erste, alle Vorgänge, bei denen Stoss oder Reibung auftritt, ein solches für die zweite Behauptung;
2. durch eine bestimmte Wärmemenge stets der gleiche Betrag an mechanischer Arbeit, und umgekehrt, durch eine bestimmte Arbeitsgrösse stets dieselbe Wärmemenge erhalten wird. Nimmt man als Arbeitseinheit das Meterkilogramm (mkg) und als Wärmeeinheit (WE) die Kalorie<sup>1)</sup> an, so können stets mit einer Arbeitseinheit  $\frac{1}{428}$  WE erzeugt, oder durch eine Wärmeeinheit  $\frac{1}{428}$  mkg geleistet werden.

Man nennt deshalb

$A = \frac{1}{428}$  das Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit  
und

$\frac{1}{A} = 428$  das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit.

In allen Fällen also, wo durch Wärme eine mechanische Arbeit  $L$  geleistet wurde, ist eine Wärmemenge

$$Q = A \cdot L \dots \dots \dots 1a$$

verbraucht, und überall dort, wo durch mechanische

1) Das ist die Wärmemenge, welche 1 kg Wasser von 0° auf 1°C in der Temperatur erhöht.

Arbeit eine Wärmemenge  $Q$  erzeugt wurde, ist eine mechanische Arbeit

$$L = \frac{1}{A} Q \dots \dots \dots 1b$$

geleistet worden.

Auf Grund der Übereinstimmung nun, welche zwischen den Resultaten der oben erwähnten Versuche und den Ergebnissen der Rechnungen, welche sich auf die nachstehende Annahme über das Wesen der Wärme stützen, herrscht, stellt die mechanische Wärmetheorie den Grundsatz auf, dass **die Wärme weiter nichts als eine Bewegung sei**, die nach Ansicht der einen von den zu Molekülen vereinigten kleinsten Teilchen der Körper, den sogenannten Körperatomen, nach Ansicht der anderen von den kleinsten Teilchen eines äusserst feinen Stoffes, den sogenannten Ätheratomen, welche die Körperatome umgeben, ausgeführt wird. Über die Art dieser Bewegung ist mit Bestimmtheit nichts zu sagen; sie ist aber auch gleichgiltig für die späteren Betrachtungen. Es genügt für unsere Zwecke die Annahme, dass die Stärke der Bewegung stets ein Mass für die Intensität der Wärme sei.

Ein weiterer Grundsatz der mechanischen Wärmetheorie ist der von der **Erhaltung der Energie**. Unter Energie versteht man die Fähigkeit eines Körpers, Arbeit leisten zu können. Man unterscheidet eine kinetische und potentielle Energie. Die erstere hat ihre Ursache in der Geschwindigkeit, mit der sich der Körper oder dessen Moleküle bewegen, und kann also, je nachdem sie eine Folge der sichtbaren Bewegung des Körpers oder der unsichtbaren seiner Moleküle, die der Wärme des Körpers entspricht, ist, als äussere oder innere kinetische Energie auftreten. Die potentielle Energie hat ihren Grund in der Lage, welche die Moleküle des Körpers zu einander oder zu denjenigen anderer Körper einnehmen. Die eine Art der Energie kann natürlich in die andere umgesetzt werden.

Bewegt sich ein Körper von der Masse  $m$  mit einer sichtbaren Geschwindigkeit  $v$ , so ist seine äussere kinetische Energie gleich der lebendigen Kraft  $\frac{m \cdot v^2}{2}$  des Körpers.

Andererseits besitzt jeder Körper von bestimmter Temperatur eine ganz bestimmte innere kinetische Energie, und nur bei demjenigen Körper, der gar keine Wärme besässe und als absolut kalt zu bezeichnen wäre, würde diese Energie gleich Null sein. Da wir aber die Körper nicht in einen solchen Zustand versetzen können, so ist es auch unmöglich, die ganze in einem Körper von beliebiger Temperatur angehäuften innere kinetische Energie zu ermitteln; wir können nur die Zu- oder Abnahme der letzteren bestimmen.

Potentielle Energie besitzt jedes komprimierte Gas, jede gespannte Feder u. s. w., indem die zur Kompression des Gases bzw. zum Spannen der Feder erforderliche mechanische Arbeit wieder frei wird, sobald der Druck auf das Gas oder die Anspannung der Feder nachlässt. Diese Energie ist lediglich eine Folge der Lage der Moleküle, welche im gespannten Zustande eine andere als im nicht gespannten ist.

Ein wirklicher Verlust, d. h. eine Vernichtung von Energie kann niemals stattfinden. Die Verluste an mechanischer Arbeit, welche wir bei unseren Maschinen als solche bezeichnen und die in der auftretenden Reibung, in Stössen u. s. w. ihren Grund haben, sind nur Verluste für die beabsichtigte Wirkung der Maschine, niemals wirkliche Verluste an Energie; in allen solchen Fällen wird vielmehr die in dem angedeuteten Sinne verloren gegangene Arbeit stets eine äquivalente Wärmemenge erzeugen, also die eine Art der Energie in die andere umgesetzt werden.

§ 2.

**Zustandsänderung eines Körpers durch Wärmezu- und Wärmeabfuhr. Innere und äussere Arbeit. Zustandsänderungen.**

Führt man einem Körper eine Wärmemenge zu, so wird dieselbe im allgemeinen eine Temperaturerhöhung und Volumvergrösserung des Körpers bewirken und also dreierlei Arbeiten verrichten. Die Wärmemenge wird nämlich behufs Steigerung der Temperatur

1. die Bewegung der Moleküle, d. h. die innere kinetische Energie erhöhen müssen.

Sie wird weiter behufs Vergrösserung des Volumens

2. die Moleküle aus ihren Stellungen zu verdrängen und die Kraft, mit welcher sie die letzteren behaupten, zu überwinden, also die potentielle Energie zu steigern haben, und

3. den auf dem Körper lastenden äusseren Druck auf einem der Volumzunahme entsprechenden Wege zurückschieben müssen.

War die dem Körper zugeführte Wärmemenge unendlich klein, nämlich gleich  $dQ$ , und war

$dW$  die unendlich kleine Zunahme der vorhandenen inneren kinetischen Energie  $W$ ,

$dJ$  die der vorhandenen potentiellen Energie  $J$ ,

$dL$  die bei der Volumvergrösserung zur Überwindung des äusseren Druckes erforderliche unendlich kleine mechanische Arbeit,

so hat man

$$dQ = A(dW + dJ + dL). \dots 2a$$

Die Summe der Arbeiten  $dW$  und  $dJ$  bezeichnet man auch als die von der betreffenden Wärmemenge geleistete innere Arbeit  $dU$ , während im Gegensatz hierzu  $dL$  die äussere Arbeit genannt wird. Hiernach kann man auch schreiben

$$dQ = A(dU + dL) \dots 2b$$

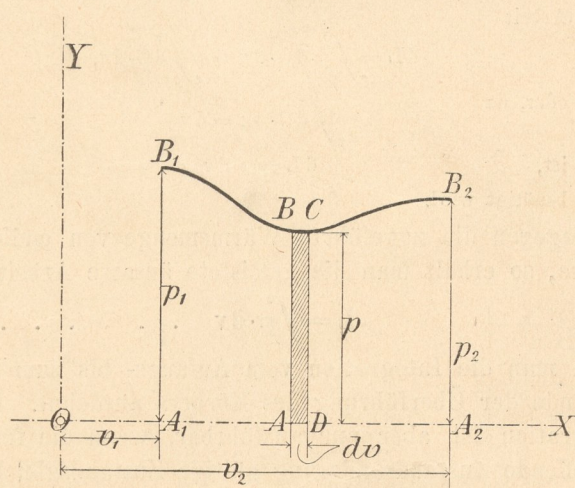
Diese Gleichung heisst die **Grundgleichung** der mechanischen Wärmetheorie.

Von den Grössen der vorstehenden beiden Gleichungen können einzelne auch Null oder negativ werden. So ist z. B. ein negatives  $dQ$  als eine Wärmeabfuhr (Wärmeentziehung), ein negatives  $dW$  als eine Temperaturabnahme, ein negatives  $dL$  als eine Volumabnahme zu deuten.  $dQ = 0$  würde ferner sagen, dass dem Körper weder Wärme zu-, noch abgeführt worden ist,  $dW = 0$ , dass die Temperatur,  $dL = 0$ , dass das Volumen des Körpers konstant geblieben ist. Stets bleibt aber die obige Gleichung für eine Zustandsänderung bestehen.

Der jeweilige **Zustand eines Körpers** kann als bestimmt angesehen werden, wenn das spezifische Volumen  $v$  (d. i. das Volumen von 1 kg in cbm), der spezifische Druck  $p$  (d. i. der Druck in kg, den das den Körper umgebende Medium senkrecht gegen 1 qm der Oberfläche des Körpers ausübt) und die Temperatur  $t$  desselben gegeben sind. Die Erfahrung lehrt aber, dass bei den meisten Körpern die genannten drei Grössen in bestimmter Abhängigkeit zu einander stehen, derart, dass durch zwei derselben auch die dritte gegeben ist. Der Zustand eines Körpers ist demnach auch schon als bekannt anzusehen, wenn beispielsweise nur das spezifische Volumen  $v$  und der spezifische Druck  $p$  bestimmt sind.

Wird nun ein Körper durch Wärmezu- oder Wärmeabfuhr aus einem Zustande in einen anderen übergeführt, so nennt man diesen Vorgang eine **Zustandsänderung** und die Gleichung, welche das Gesetz ausdrückt, nach welchem die Veränderung des spezifischen Volumens, Druckes und der Temperatur während der Zustandsänderung vor sich geht, die **Zustandsgleichung**. Trägt man weiter nach Fig. 1 des Textes in einem rechtwinkligen Koordinatensystem für eine genügend grosse Zahl von Zeitpunkten während einer Zustandsänderung Strecken,

Fig. 1.



welche dem jeweiligen spezifischen Volumen  $v$  des Körpers proportional sind, als Abscissen auf, wie  $v_1 = OA_1$ ,  $v_2 = OA_2$  u. s. w., und an deren Endpunkten die ent-

sprechenden Drucke  $p$  als Ordinaten, wie  $p_1 = A_1 B_1$ ,  $p_2 = A_2 B_2$  u. s. w., so liefert die Verbindungslinie der aufeinander folgenden Punkte  $B_1, B_2$  u. s. w. die sogenannte **Zustandskurve**. Dieselbe giebt eine graphische Darstellung des Gesetzes, nach welchem sich  $p$  mit  $v$  während der betreffenden Überführung des Körpers aus dem einen in den anderen Zustand ändert.

Von Wichtigkeit ist es nun für uns, die während einer Zustandsänderung geleistete innere und äussere Arbeit zu kennen. Die im Innern eines Körpers aufgespeicherte Energie  $U$  ist jedenfalls allein von dem jeweiligen Zustande des Körpers und, da dieser nach dem Vorstehenden durch den spezifischen Druck und das spezifische Volumen bestimmt ist, nur von dem jeweiligen Werte dieser beiden letzteren Grössen abhängig. Es ist deshalb einmal  $U$  eine Funktion von  $p$  und  $v$ , weshalb wir, wenn  $F$  das Zeichen für eine vorläufig unbekannte Funktion ist, schreiben können

$$U = F(p, v).$$

Das andere Mal folgt aus dem Obigen, dass die während einer Zustandsänderung geleistete **innere Arbeit** (Zu- bzw. Abnahme von  $U$ ) bestimmt ist, sobald der Anfangs- und Endzustand, d. h. die spezifischen Drucke und Volumina für diese bekannt sind.

Bei der während einer Zustandsänderung geleisteten **äusseren Arbeit** verhält sich das anders. Diese ist erst bestimmbar, wenn ausser dem Anfangs- und Endzustande, bezw. dem spezifischen Druck und Volumen in diesen, noch das Gesetz bekannt ist, nach welchem sich der spezifische Druck mit dem Volumen während der Überführung des Körpers aus dem einen in den anderen Zustand ändert. Für eine während der Zustandsänderung zugeführte unendlich kleine Wärmemenge ist nämlich gemäss den obigen Bezeichnungen

$$dL = p \cdot dv \dots \dots \dots 3a$$

Dies geht daraus hervor, dass sich bei der Zuführung einer unendlich kleinen Wärmemenge der Körper nach allen Richtungen hin unendlich wenig ausdehnt. Jedes Oberflächenelement  $dO$  schiebt hierbei den auf der ganzen Oberfläche als konstant angesehenen äusseren spezifischen Druck  $p$  um ein Stück  $dx$  zurück, wozu im ganzen eine mechanische Arbeit

$$dL = \int p \cdot dO \cdot dx = p \int dO \cdot dx,$$

oder, da

$$\int dO \cdot dx = dv$$

ist,

$$dL = p \cdot dv$$

benötigt wird.

Ist dagegen die zugeführte Wärmemenge von endlicher Grösse, so erhält man die geleistete äussere Arbeit aus

$$L = \int p \cdot dv \dots \dots \dots 3b$$

wenn man die Integration vom Anfangs- bis zum Endzustande der Überführung des Körpers ausdehnt. Diese Integration ist aber nur ausführbar, wenn die für die betreffende Zustandsänderung gültige Zustandsgleichung, also das Gesetz, nach welchem sich  $p$  mit  $v$  ändert, bekannt ist.

Die während einer Zustandsänderung eines Körpers geleistete äussere Arbeit erhält man auch in der Qua-

dratur der oben erwähnten Zustandskurve, also mit Bezug auf Fig. 1 des Textes, in dem Flächeninhalte der Figur  $A_1 B_1 B_2 A_2 A_1$ .

Der zwischen zwei unendlich nahen Ordinaten befindliche Flächenstreifen  $ABCD$  in Fig. 1 des Textes hat, da man die Ordinaten auf dieser Breite als konstant ansehen kann, den Inhalt  $p \cdot dv$ . Die ganze Fläche  $A_1 B_1 B_2 A_2 A_1$  ist die Summe der vielen unendlich schmalen Flächenstreifen, ist also gleich  $\int p \cdot dv$ . Der Inhalt der ganzen Fläche ist unter sonst gleichen Verhältnissen bedingt durch den Verlauf der Zustandskurve zwischen den Punkten  $B_1$  und  $B_2$ , also durch das Gesetz, nach welchem sich  $p$  mit  $v$  ändert.

### § 3.

#### Absolute Temperatur. Spezifische Wärme.

Häufig rechnet man die Temperatur eines Körpers von dem sogenannten absoluten Nullpunkte, d. h. von demjenigen Zustande aus, bei welchem die Geschwindigkeit der Moleküle des Körpers und dessen innere kinetische Energie gleich Null ist. Diese Temperatur heisst die **absolute Temperatur** des Körpers. Der absolute Nullpunkt der Temperatur liegt, wie später bei den Gasen gezeigt wird, um  $273^\circ$  der 100teiligen Skala unter dem Gefrierpunkte des Wassers. Zwischen der von diesem Gefrierpunkte aus gerechneten Temperatur  $t$  in Graden C und der absoluten Temperatur besteht also die Beziehung

$$T = t + 273. \dots \dots \dots 4$$

Unter der **spezifischen Wärme**  $c$  eines Körpers versteht man die Anzahl Wärmeeinheiten, welche zur Erwärmung von 1 kg dieses Körperes um  $1^\circ C$  nötig sind, oder auch das Verhältnis  $c = \frac{dQ}{dT}$  der 1 kg des Körperes bei einer unendlich kleinen Zustandsänderung zugeführten Wärmemenge  $dQ$  zur hervorgerufenen Temperaturerhöhung  $dT$ . Da die spezifische Wärme eines Körperes also von dem jeweiligen Zustande desselben und von der Art der Zustandsänderung abhängig ist, diese aber wieder nach dem Früheren eine Funktion von  $p$  und  $v$  sind, so unterscheidet man

eine spezifische Wärme bei konstantem Druck

$$c_p = \frac{dQ_p}{dT} \text{ für } p = \text{konst.}, dp = 0 \dots \dots 5a$$

und eine solche bei konstantem Volumen

$$c_v = \frac{dQ_v}{dT} \text{ für } v = \text{konst.}, dv = 0 \dots \dots 5b$$

### § 4.

#### Zustandsgleichungen und -änderungen der Gase.

Gase sind stark überhitzte Dämpfe, welche sehr weit von ihrem Sättigungszustande (siehe § 6) entfernt sind. Ist

$p_1$  der spezifische Druck,  $v_1$  das spezifische Volumen,  $T_1$  die absolute Temperatur für einen bestimmten Zustand eines Gases, und sind  $p_2, v_2, T_2$  die entsprechenden Grössen für einen beliebigen anderen Zustand desselben,

so drückt sich die **allgemeine Zustandsgleichung** der Gase aus durch

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_1 \cdot v_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot v_2}{T_2} = \text{konst.} = R, \\ \text{oder allgemein} \end{aligned} \right\} \dots 6$$

$$p \cdot v = R \cdot T$$

Die Konstante R hat für die einzelnen Gase einen verschiedenen Wert. Es besteht, wenn  $c_p$  und  $c_v$  die im vorigen Paragraphen angegebenen spezifischen Wärmen eines Gases sind, die Beziehung

$$c_p - c_v = A \cdot R.$$

Die allgemeine Zustandsgleichung 6 der Gase ergibt sich, wie später gezeigt wird, aus einer Vereinigung der durch den Versuch festgestellten Gesetze von Gay-Lussac und Mariotte.

Man nimmt ferner bei den Gasen an, dass ihre Moleküle keine Kohäsion mehr aufeinander ausüben, und infolgedessen die Zunahme der potentiellen Energie während einer Zustandsänderung Null ist. In Gleichung 2a ist deshalb  $dJ = 0$  und in Gleichung 2b  $dU = dW$  zu setzen, d. h. die einem Gase zugeführte Wärme dient ausser zur Erhöhung der inneren kinetischen Energie, also der Temperatur, nur zur Verrichtung äusserer Arbeit.

Von den Wärmemengen  $c_p$  und  $c_v$ , von denen die eine bei konstantem Druck, die andere bei konstantem Volumen die Temperatur von 1 kg des Gases um 1° erhöht, dient also die erstere teils zu dieser Temperaturerhöhung, teils zur Verrichtung einer äusseren Arbeit, die letztere dagegen nur zu der angegebenen Temperaturerhöhung, da bei konstantem Volumen die äussere Arbeit Null ist. Es muss also für 1 kg des Gases

$$c_p = c_v + A \cdot L$$

sein. Setzen wir nun die Gleichung 6 einmal für  $p_1, v_1, T_1$ , das andere Mal für  $p_1, v_2, T_1 + 1$  an, so erhalten wir die bei konstantem Druck und bei einer Temperaturzunahme von 1° durch 1 kg geleistete Arbeit, nämlich aus

$$\begin{aligned} p_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1 \text{ und } p_1 \cdot v_2 = R(T_1 + 1) \\ L = p_1(v_2 - v_1) = R. \end{aligned}$$

Es folgt demnach

$$c_p = c_v + A \cdot R \text{ oder } c_p - c_v = A \cdot R.$$

Die **Wärmemenge**, welche 1 kg eines Gases während einer unendlich kleinen, beliebigen Zustandsänderung zugeführt werden muss, beträgt

$$dQ = \frac{1}{R} (c_p \cdot p \cdot dv + c_v \cdot v \cdot dp) \dots 7$$

Nach Gleichung 2b ist

$$dQ = A(dU + dL).$$

$A \cdot dU$  ist bei den Gasen die zur Temperaturänderung verwendete Wärmemenge. Bei konstantem Volumen ist die äussere Arbeit gleich Null, dient also die ganze zugeführte Wärme zur Temperaturerhöhung. Man hat also in Gleichung 5b

$$dQ_v = A \cdot dU = c_v \cdot dT \text{ oder } dU = \frac{c_v}{A} dT.$$

$dT$  bestimmt sich aus Gleichung 6, nämlich aus

$$p \cdot dv + v \cdot dp = R \cdot dT \text{ zu } dT = \frac{1}{R} (p \cdot dv + v \cdot dp),$$

womit dann

$$dU = \frac{c_v}{A \cdot R} (p \cdot dv + v \cdot dp)$$

folgt. Schliesslich ist

$$dL = p \cdot dv.$$

Führt man diese Werte in die Gleichung 2b ein, so erhält man

$$dQ = \frac{c_v}{R} (p \cdot dv + v \cdot dp) + A \cdot p \cdot dv,$$

oder mit

$$c_p - c_v = A \cdot R \text{ und } A = \frac{1}{R} (c_p - c_v),$$

die Gleichung 7.

Von den Zustandsänderungen, die wir uns stets zwischen den Grenzen  $p_1, v_1, T_1$  und  $p_2, v_2, T_2$  vorgenommen denken, sind die folgenden von Wichtigkeit.

**Zustandsänderung bei konstantem Druck.** Für  $p_1 = p_2$ , oder allgemein  $p$  konstant, geht die allgemeine Zustandsgleichung 6 über in

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2} \dots 8$$

d. h.: Bei konstantem Druck sind die Volumina den absoluten Temperaturen direkt proportional. Das ist das Gesetz von Gay-Lussac.

Für  $v = 0$  wird nach dem vorstehenden Gesetze auch  $T = 0$ , oder, da  $T = 273 + t$  ist,  $t = -273^\circ \text{C}$ . Bei dieser Temperatur  $t$  ist also, vorausgesetzt das Gay-Lussacsche Gesetz behielte für so tiefe Temperaturen seine Gültigkeit, das Volumen und die innere kinetische Energie des Gases gleich Null, das letztere also absolut kalt.

Die Zustandskurve ist eine zur Abscissenachse im Abstände des konstanten Druckes verlaufende Parallele. Die geleistete äussere Arbeit beträgt

$$L = p(v_2 - v_1).$$

**Zustandsänderung bei konstanter Temperatur (isothermische Zustandsänderung).** Für  $T_1 = T_2$ , oder allgemein  $T$  konstant, lautet die allgemeine Zustandsgleichung 6

$$p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2 \text{ oder allgemein } p \cdot v = \text{konst.} \dots 9$$

Das ist das Mariottesche Gesetz, nach welchem bei konstanter Temperatur das Produkt aus Druck und Volumen konstant ist.

Führt man ein Gas aus dem Zustande  $p_1, v_1, T_1$  zuerst bei konstantem Druck in den Zustand  $p_1, v_x, T_2$  und dann bei konstanter Temperatur in den Zustand  $p_2, v_2, T_2$  über, so gilt für den ersten Teil dieser Zustandsänderung das Gesetz von Gay-Lussac, also nach Gleichung 8

$$\frac{v_1}{v_x} = \frac{T_1}{T_2} \text{ oder } v_x = \frac{T_2}{T_1} v_1,$$

für den zweiten Teil dagegen das Gesetz von Mariotte, also nach Gleichung 9

$$p_1 \cdot v_x = p_2 \cdot v_2,$$

oder mit dem vorstehenden Werte von  $v_x$ ,

$$p_1 \frac{T_2}{T_1} v_1 = p_2 \cdot v_2,$$

$$\frac{p_1 \cdot v_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot v_2}{T_2},$$

das ist die allgemeine Zustandsgleichung 6.

Die Zustandskurve (Isotherme) ist eine gleichseitige Hyperbel, welche die Koordinatenachsen zu Asymptoten hat. Zur Konstruktion dieser Kurve können die folgenden Verfahren dienen.

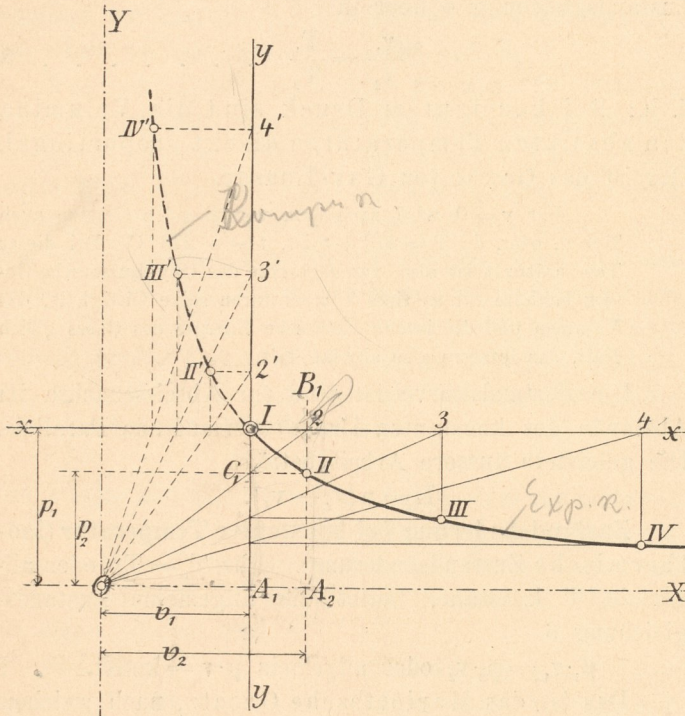
### 1. Verfahren.

Der Punkt I in Fig. 2 des Textes auf Seite 8 entspreche dem Drucke  $p_1$  und Volumen  $v_1$  des Gases. Will man durch diesen Punkt eine Isotherme konstruieren, so lege man durch ihn eine Horizontale  $x-x$  und eine Vertikale  $y-y$  und ziehe durch die beiden Schnittpunkte, welche ein jeder der beliebig gezogenen Strahlen  $\overline{O2}, \overline{O3}, \overline{O4} \dots$  mit diesen Geraden  $y-y$  und  $x-x$  liefert, wiederum eine Horizontale bew. Vertikale. Die letzteren schneiden sich dann auf Punkten II, III, IV  $\dots$  der Kurve.

Legt man die Strahlen  $\overline{O2}, \overline{O3}, \overline{O4} \dots$  so, dass sie die Vertikale  $y-y$  unterhalb, die Horizontale  $x-x$  rechts von I schneiden, so erhält man eine isothermische Expansionskurve I IV (das Volumen nimmt von  $v_1$  an zu, der

Druck von  $p_1$  an ab). Die Strahlen  $\overline{O2'}$ ,  $\overline{O3'}$ ,  $\overline{O4'}$  . . . dagegen, welche  $y-y$  oberhalb,  $x-x$  links von I treffen, ergeben die isothermische Kompressionskurve I IV' (das Volumen wird von  $v_1$  an kleiner, der Druck von  $p_1$  an grösser).

Fig. 2.

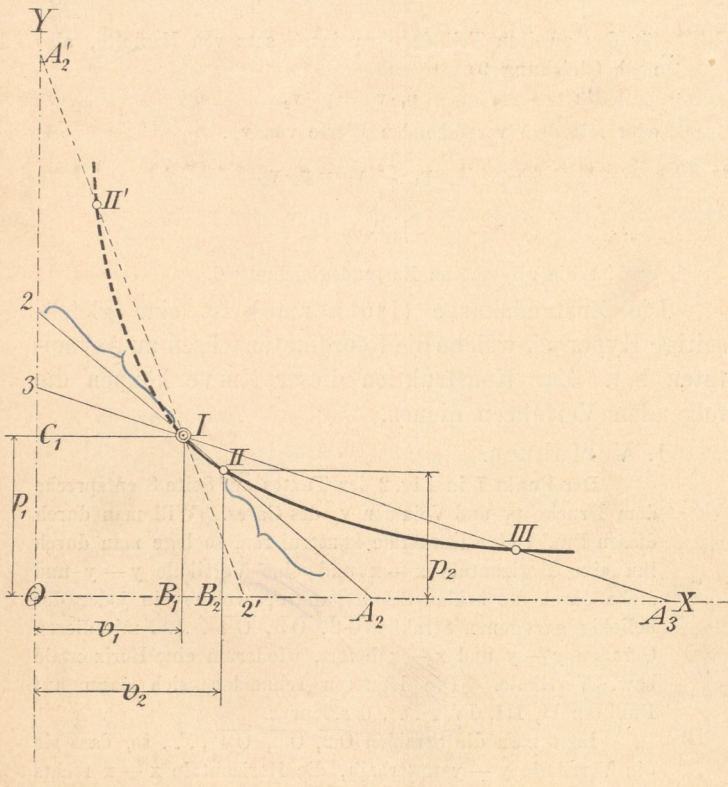


Die Richtigkeit des Verfahrens ergibt sich daraus, dass z. B. in der Figur ist:

$$\frac{OA_1}{OA_2} = \frac{A_1 C_1}{A_2 C_2} \text{ oder } \frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1} \text{ oder } v_1 \cdot p_1 = v_2 \cdot p_2.$$

2. Verfahren<sup>1)</sup>.

Fig. 3.



1) Nach Dr. R. Proell.

Man legt durch den Punkt I (Fig. 3 des Textes) eine Anzahl Geraden  $\overline{2A_2}$ ,  $\overline{3A_3}$  . . . und macht  $\overline{I2} = \overline{A_2 II}$ ,  $\overline{I3} = \overline{A_3 III}$  . . . , so sind II, III Punkte der isothermischen Expansionskurve. Für die Kompressionskurve hat man entsprechend  $\overline{I2'} = \overline{A_2' II'}$  zu machen, um z. B. den Punkt II' zu bekommen.

Die Linien durch I brauchen nicht gezogen zu werden, es genügt vollkommen, die Kante eines Dreiecks durch I zu legen und die betreffenden Strecken durch den Zirkel abzustechen. Die Hyperbel entsteht dann nur durch Markierung von Zirkelstichen, und jede Hilfslinie kommt in Wegfall.

Die Richtigkeit des Verfahrens ergibt sich daraus, dass z. B.

$$\frac{A_2 B_3}{A_2 B_1} = \frac{II B_2}{I B_1},$$

oder, da  $\overline{A_2 B_2} = \overline{I C_1} = v_1$ ,  $\overline{A_2 B_1} = \overline{O B_2} = v_2$ ,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1}, \quad v_1 \cdot p_1 = v_2 \cdot p_2.$$

Die äussere Arbeit berechnet sich hier zu

$$L = \frac{Q}{A} = p_1 \cdot v_1 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = p_2 \cdot v_2 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \quad \dots \quad 10$$

Es ist  $L = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv$ , oder mit  $p = \frac{R \cdot T}{v}$  aus Gleichung 6,

$$L = \int_{v_1}^{v_2} \frac{R \cdot T}{v} dv = R \cdot T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = p_1 \cdot v_1 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \text{ etc.}$$

Bei der Volumzunahme oder Expansion ( $v_2 > v_1$ ) wird L positiv, d. h. das Gas verrichtet unter Zuführung einer äquivalenten Wärmemenge äussere Arbeit. Bei der Volumabnahme oder Kompression ( $v_2 < v_1$ ) dagegen wird L negativ, d. h. die äussere Arbeit muss aufgewendet werden, das Gas verzehrt dieselbe unter Entziehung einer entsprechenden Wärmemenge.

**Zustandsänderung ohne Zu- und Abfuhr von Wärme** (Adiabatische Zustandsänderung). Für  $Q = 0$  lautet die allgemeine Zustandsgleichung 8

$$p_1 \cdot v_1^n = p_2 \cdot v_2^n, \text{ oder allgemein } p \cdot v^n = \text{konst.} \quad 11$$

mit  $n = \frac{c_p}{c_v}$ . Diese Gleichung drückt das Poissonsche Gesetz aus, nach welchem sich die Drucke umgekehrt wie die nten Potenzen der Volumina verhalten.

Man bekommt die vorstehende Gleichung, wenn man in Gleichung 7 die Wärmemenge

$$dQ = \frac{1}{R} (c_p \cdot p \cdot dv + c_v \cdot v \cdot dp) = 0$$

setzt. Daraus folgt

$$\frac{dp}{p} = - \frac{c_p}{c_v} \frac{dv}{v}$$

und durch Integration zwischen den Grenzen  $v_2$  und  $v_1$

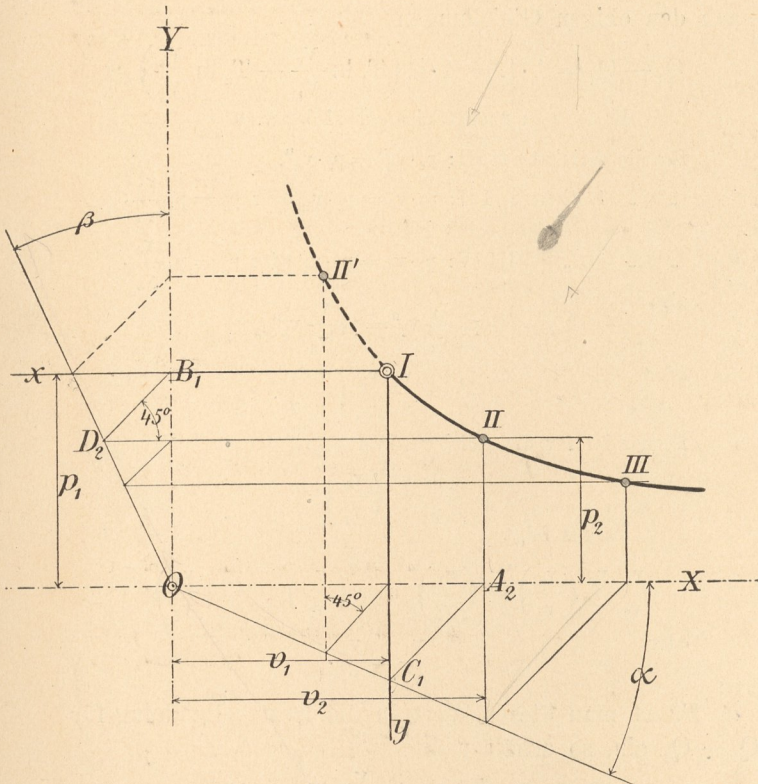
$$\ln \frac{p_2}{p_1} = - \frac{c_p}{c_v} \ln \frac{v_2}{v_1} = - n \ln \frac{v_2}{v_1},$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^n \text{ oder } p_1 \cdot v_1^n = p_2 \cdot v_2^n.$$

Die Zustandskurve (Adiabate) ist eine der gleichseitigen Hyperbel ähnlich verlaufende Kurve, welche auch die Koordinatenachsen zu Asymptoten hat, sich aber der Abscissenachse schneller nähert. Dies sagt, dass hier bei der Expansion die Drucke schneller ab-, bei der Kompression schneller zunehmen als bei der entsprechenden isothermischen Zustandsänderung, wie das ja

auch die Gleichungen 9 und 11 lehren. Bei der ersteren ist der Exponent von  $v$  nämlich gleich 1, bei der letzteren gleich  $n$ , das für Gase grösser als 1 ist. Zur Konstruktion der adiabatischen Zustandskurve kann man sich nach Brauer<sup>1)</sup> des folgenden Verfahrens bedienen.

Fig. 4.



Ist nach Fig. 4 des Textes I der dem Volumen  $v_1$  und Drucke  $p_1$  entsprechende Punkt, so legt man durch O zwei Geraden, von denen die eine mit der X-Achse den Winkel  $\alpha$ , die andere mit der Y-Achse den Winkel  $\beta$  bildet.  $\alpha$  und  $\beta$  sind bestimmt durch die Beziehung

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\epsilon} - 1 \text{ und } \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\epsilon^n} - 1,$$

wenn  $\epsilon = \frac{v_1}{v_2}$  das Verhältnis zweier Volumstrecken ist. Zieht man nun weiter durch I eine Horizontale Ix und eine Vertikale Iy, sowie durch die dann erhaltenen Punkte B<sub>1</sub> bzw. C<sub>1</sub> eine 45° Linie, so bestimmen die Punkte D<sub>2</sub> und A<sub>2</sub> im Schnittpunkte der durch sie gezogenen Horizontalen bzw. Vertikalen den Punkt II der Expansionskurve. Von II aus kann das Verfahren in derselben Weise fortgesetzt werden. In umgekehrter Reihenfolge ergibt das Verfahren von I aus den Punkt II' der Kompressionskurve.

Die äussere Arbeit beträgt hier

$$L = \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2) = \frac{p_1 \cdot v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] \quad \left. \vphantom{L} \right\} \cdot 12$$

$$= \frac{p_1 \cdot v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

Bei der Expansion ( $v_2 > v_1$ ) wird L positiv, d. h. das Gas leistet äussere Arbeit, was natürlich nur auf Kosten seines inneren Arbeitsvermögens geschehen kann, da keine Wärme zugeführt wird. Bei der Kompression ( $v_2 < v_1$ ) wird L negativ, d. h. die äussere Arbeit muss aufgewandt werden, das Gas verzehrt dieselbe unter gleichzeitiger Steigerung seines inneren Arbeitsvermögens, da die Wärmeabfuhr Null

sein soll. In jedem Falle muss L gleich der Änderung der inneren Arbeit, oder, da diese nur in einer Änderung der Temperatur besteht, muss

$$L = \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2) = \frac{c_v}{A} T_1 \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

sein. Führen wir hierin

$$c_p - c_v = A \cdot R \text{ oder } c_v \left( \frac{c_p}{c_v} - 1 \right) = c_v (n - 1) = A \cdot R,$$

also

$$\frac{c_v}{A} = \frac{R}{n-1},$$

und ferner die aus Gleichung 6 sich ergebenden Werte

$$T_2 = \frac{p_2 \cdot v_2}{R}, \quad T_1 = \frac{p_1 \cdot v_1}{R}, \text{ also } \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 \cdot v_2}{p_1 \cdot v_1},$$

die mit

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^n \text{ oder } \frac{v_1}{v_2} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$T_1 \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{p_1 \cdot v_1}{R} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] =$$

$$= \frac{p_1 \cdot v_1}{R} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

liefern, ein, so folgt die Gleichung 12.

### § 5.

#### Der umkehrbare Kreisprozess.

Mit 1 kg eines Gases, das sich in einem cylindrischen Gefässe mit beweglichem und dichtschiessendem Kolben befindet und dessen Zustand durch den Druck  $p_1$  und das Volumen  $v_1$  als Ordinaten des Punktes I in Fig. 5 des Textes auf Seite 10 bei einer absoluten Temperatur  $T_1$  bestimmt ist, denke man sich die folgenden Zustandsänderungen vorgenommen:

1. Das Gas expandire bei konstanter Temperatur  $T_1$  nach der Isotherme I II auf den Druck  $p_2$  und das Volumen  $v_2$ . Die hierzu erforderliche Wärmemenge  $Q_1$  kann man sich einem Körper A entnommen denken, welcher das cylindrische Gefäss vollständig umgibt und dessen Wärmegehalt so gross ist, dass durch die Wärmeentnahme seine Temperatur  $T_1$  nicht sinkt. Die während der Zustandsänderung von dem Gase geleistete äussere Arbeit ist dem Inhalte der Fläche 1 I II 2 proportional und beträgt nach Gleichung 10

$$L_1 = \frac{Q_1}{A} = p_1 \cdot v_1 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1},$$

woraus mit  $p_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1$

$$Q_1 = A \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

folgt.

2. Das Gas dehne sich weiter unter Verrichtung äusserer Arbeit ohne Wärmezu- und Wärmeabfuhr nach der Adiabate II III bis zum Zustande  $p_3, v_3, T_2$  aus, wobei also die Temperatur auf  $T_2$  sinke. Die geleistete äussere Arbeit ist proportional der Fläche 2 II III 3 und berechnet sich nach Gleichung 12 zu

$$L_2 = \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2).$$

3. Das Gas werde dann unter Aufwendung einer äusseren Arbeit  $L_3$  und Entziehung einer entsprechenden Wärmemenge  $Q_2$  bei der konstanten Temperatur  $T_2$  nach

1) Zeitschrift deutscher Ingenieure, Jahrgang 1885.

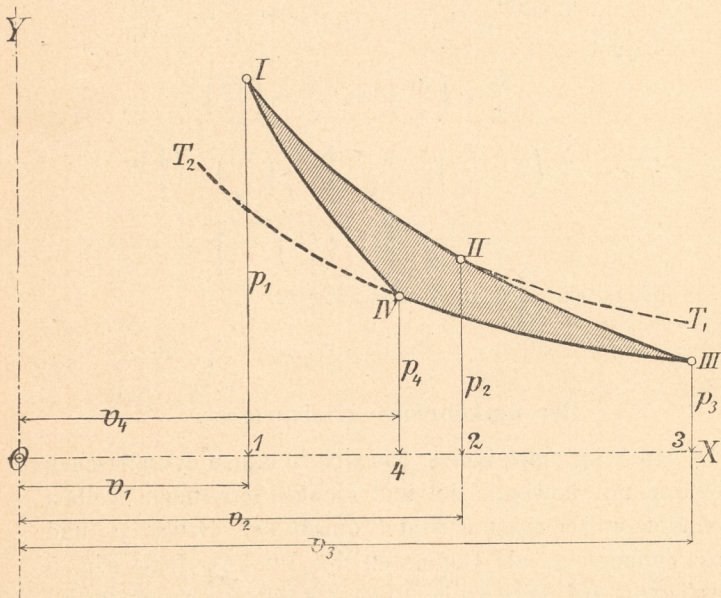
der Isotherme IIIIV bis auf den Druck  $p_4$  und das Volumen  $v_4$  komprimiert. Der Inhalt der Fläche 3IIIIV4 entspricht der Arbeit  $L_3$ , und diese bestimmt sich nach Gleichung 10 zu

$$L_3 = \frac{Q_2}{A} = p_3 \cdot v_3 \cdot \ln \frac{v_3}{v_4},$$

oder mit  $p_3 \cdot v_3 = R \cdot T_2$ ,

$$Q_2 = A \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{v_3}{v_4}.$$

Fig. 5.



Die Wärmeentziehung kann man sich wieder durch einen Körper B vorgenommen denken, dessen Wärmeverrat so gross ist, dass seine Temperatur  $T_2$  durch die aufgenommene Wärmemenge  $Q_2$  nicht geändert wird.

4. Schliesslich werde das Gas nach der Adiabate IVI in den Anfangszustand  $p_1, v_1, T_1$  zurückgeführt, wobei die Temperatur von  $T_2$  auf  $T_1$  steige. Hierzu muss eine äussere Arbeit  $L_4$  aufgewendet werden, die dem Inhalte der Fläche 4IVII proportional ist und nach Gleichung 12

$$L_4 = \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2)$$

beträgt.

Jede Zustandsänderung, welche einen Körper wieder in den Anfangszustand zurückführt, bezeichnet man nun als **Kreisprozess**. Setzt sich derselbe wie der vorstehend beschriebene aus zwei isothermischen und zwei adiabatischen Zustandsänderungen zusammen, so nennt man ihn einen Carnotschen Kreisprozess. Kann ferner ein Kreisprozess von dem Körper auch in umgekehrter Richtung durchlaufen werden, so heisst er ein umkehrbarer. Bedingung für die Umkehrbarkeit ist, dass der Druck, welchen der den Kreisprozess vollführende Körper ausübt, in jedem Augenblicke einen ebenso grossen, oder richtiger, einem solchen begegnet, der unendlich wenig von ihm verschieden ist.

Bei dem oben angeführten Kreisprozess empfing, wie das bei jedem anderen Kreisprozess auch der Fall ist, das den Prozess vollführende Gas eine Wärmemenge  $Q_1$

von dem Körper A und gab eine solche  $Q_2$  an den Körper B ab. Durch die Differenz  $Q_1 - Q_2$  wurde eine äussere Arbeit  $L = L_1 - L_3$  geleistet, welche natürlich dem Inhalte der den Kreisprozess darstellenden Figur, also im vorliegenden Falle dem Inhalte der Fläche I II III IV (Fig. 5 des Textes) proportional sein muss. Es berechnet sich ferner für den Carnotschen Kreisprozess nach den obigen Gleichungen

$$Q_1 - Q_2 = A \cdot L = A \cdot R \left( T_1 \ln \frac{v_2}{v_1} - T_2 \ln \frac{v_3}{v_4} \right)$$

Es ist nun nach Gleichung 11 bezw. 9

für die Adiabate II III:  $p_2 \cdot v_2^n = p_3 \cdot v_3^n$ ,

„ „ Isotherme I II:  $p_2 \cdot v_2 = p_1 \cdot v_1$  oder  $p_2 = p_1 \frac{v_1}{v_2}$ ,

„ „ „ III IV:  $p_3 \cdot v_3 = p_4 \cdot v_4$  oder  $p_3 = p_4 \frac{v_4}{v_3}$ ,

also

$$p_1 \frac{v_1}{v_2} v_2^n = p_4 \frac{v_4}{v_3} v_3^n$$

oder

$$\frac{p_1}{p_4} = \frac{v_4}{v_3} \frac{v_2}{v_1} \left( \frac{v_3}{v_2} \right)^n$$

Ferner ist für die Adiabate IV I  $p_1 \cdot v_1^n = p_4 \cdot v_4^n$  oder

$$\frac{p_1}{p_4} = \left( \frac{v_4}{v_1} \right)^n$$

Daraus folgt

$$\frac{v_4}{v_3} \frac{v_2}{v_1} \left( \frac{v_3}{v_2} \right)^n = \left( \frac{v_4}{v_1} \right)^n \text{ oder } \left( \frac{v_3}{v_2} \right)^{n-1} = \left( \frac{v_4}{v_1} \right)^{n-1}$$

oder

$$\frac{v_3}{v_4} = \frac{v_2}{v_1}$$

Führt man diesen Wert in die letzte Gleichung für  $Q_1 - Q_2$  ein, so erhält man

$$Q_1 - Q_2 = A \cdot R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} (T_1 - T_2)$$

oder

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \dots \dots \dots 13a$$

oder, wenn man die dem Gase zugeführte Wärmemenge  $Q_1$  mit dem +, die dem Gase entzogene Wärmemenge mit dem - Zeichen versieht,

$$\frac{Q_1}{T_1} = - \frac{Q_2}{T_2},$$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \dots \dots \dots 13b$$

Den Wert  $\frac{Q}{T}$  nennt nun Zeuner das Wärmege-

wicht. In einem Carnotschen Kreisprozess sind also die zu- und abgeführten Wärmege-  
wichte einander gleich, oder es ist die Summe der zu- und abgeführten Wärmege-  
wichte bei diesem Kreisprozess gleich Null.

Dieser Satz gilt auch für jeden beliebigen Kreisprozess. Man braucht sich einen solchen, wie er z.B. in Fig. 6 des Textes auf Seite 11 durch die Kurve I III III IV dargestellt ist, nur in unendlich viele Carnotsche Kreisprozesse zerlegt zu denken, bei denen die beiden Adiabaten einander unendlich nahe liegen. Sind dann bei dem ersten dieser unendlich vielen Prozesse  $T_1$  und  $T_2$ , bei dem

1) Die Arbeiten  $L_2$  und  $L_4$  die einander gleich sind, heben sich auf, da die eine vom Gase geleistet, die andere von ihm verzehrt wurde.

zweiten  $T_3$  und  $T_4$  u. s. w. die Temperaturen für die Isothermen, so hat man nach Gleichung 13<sub>b</sub>

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0, \quad \frac{Q_3}{T_3} + \frac{Q_4}{T_4} = 0 \text{ u. s. w.},$$

also nach Addition aller dieser Gleichungen

$$\int \frac{Q}{T} = 0 \dots \dots \dots 14$$

wie es der obige Satz verlangt. Der den Kreisprozess vollführende Körper braucht schliesslich kein Gas, sondern kann ein beliebiger Körper sein. Die Gleichung 14 behält stets ihre Gültigkeit.

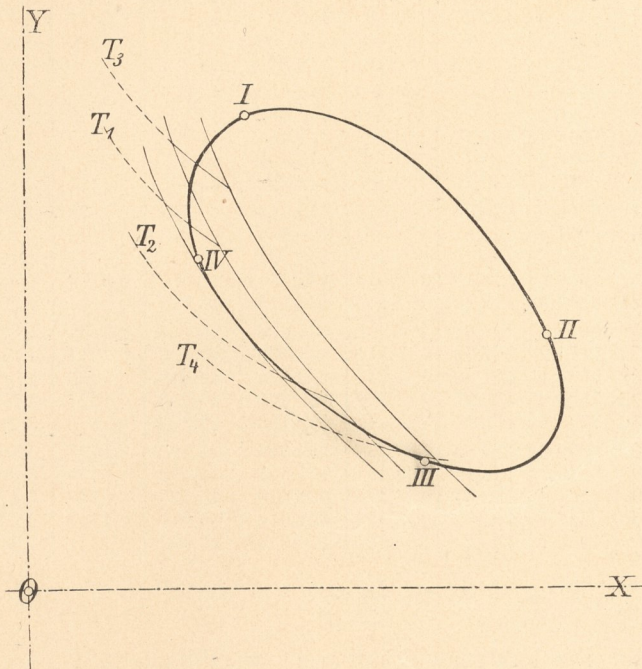
Die während des Carnotschen Kreisprozesses geleistete äussere Arbeit ist

$$A \cdot L = Q_1 - Q_2$$

oder mit Hilfe von Gleichung 13<sub>a</sub>

$$L = \frac{Q_1 - Q_2}{A} = \frac{Q_1}{A \cdot T_1} (T_1 - T_2) \dots \dots 15$$

Fig. 6.



Bei dem beliebigen Kreisprozess in Fig. 6 des Textes findet sich hiermit für den ersten, zweiten . . . . der unendlich vielen Carnotschen Prozesse

$$L_1 = \frac{Q_1}{A \cdot T_1} (T_1 - T_2), \quad L_2 = \frac{Q_3}{A \cdot T_3} (T_3 - T_4) \text{ u. s. w.}$$

Wäre nun  $T_1$  die höchste und  $T_2$  die niedrigste Temperatur, welche in allen diesen unendlich vielen Carnotschen Prozessen auftritt, so würde offenbar die während des ganzen Kreisprozesses geleistete äussere Arbeit  $L = L_1 + L_2 + \dots$  am grössten, also die verausgabte Gesamtwärme  $(Q_1 - Q_2) + (Q_3 - Q_4) + \dots$  am besten ausgenutzt werden, wenn in den obigen Werten für  $L_1, L_2 \dots$  überall in der Klammer  $T_1 - T_2$  stände. Dadurch würde aber der beliebige Kreisprozess zu einem einzigen Carnotschen zwischen den Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  werden. Wir schliessen daraus:

Von allen zwischen zwei bestimmten Temperaturen verlaufenden Kreisprozessen besitzt der

**Carnotsche den grössten Wirkungsgrad**, d. h. durch die verausgabte Wärmemenge  $Q_1 - Q_2$  wird bei ihm die grösste äussere Arbeit erzielt.

Um andererseits einen Kreisprozess möglichst günstig zu gestalten, soll die **ganze Wärmezufuhr bei der höchsten**, die **ganze Wärmeabfuhr bei der niedrigsten Temperatur** erfolgen.

§ 6.

**Der Wasserdampf.**

Wasser kann durch Wärmezufuhr oder Druckentlastung in Dampf übergeführt werden. Die Dampfbildung beginnt aber immer erst dann, wenn bei einer bestimmten Temperatur des Wassers auch der auf der Flächeneinheit des letzteren lastende Druck eine ganz bestimmte Grösse hat. Der sich bildende Dampf, dessen Temperatur und Spannung genau ebenso gross wie die Temperatur und der Druck des Wassers sind, besitzt also auch bei einer bestimmten Temperatur eine ganz bestimmte Spannung; ausserdem hat er eine ganz bestimmte Dichte (Gewicht von 1 cbm Dampf in kg<sup>1</sup>). Solchen Dampf bezeichnet man als **gesättigten Wasserdampf**.

Wie beim gesättigten Wasserdampf Temperatur, Spannung und Dichte gleichzeitig zunehmen, erkennt man am besten, wenn man Wasser in einem geschlossenen Gefässe, z. B. in einem abgesperrten Dampfkessel, zum Verdampfen gebracht hat. Bei fortgesetzter Wärmezufuhr steigt hier die Temperatur des Dampfes und Wassers fortwährend. Gleichzeitig nehmen aber — wenn auch nicht in gleicher Weise — die Spannung und Dichte des Dampfes, sowie der Druck auf dem Wasser zu, weil der bei jeder kleinsten Temperaturerhöhung sich bildende neue Dampf den schon vorhandenen stärker zusammenpresst.

Andererseits würde, wenn man dem in einem geschlossenen Gefässe befindlichen gesättigten Dampf Wärme entzöge, sich eine entsprechende Dampfmenge zu Wasser kondensieren und eine damit verbundene gleichzeitige Abnahme der erwähnten drei Grössen eintreten. Da es ferner unmöglich ist, gesättigtem Wasserdampf von bestimmter Temperatur ohne Steigerung der letzteren eine höhere Spannung oder Dichte zu erteilen, so bezeichnet man ihn auch als solchen, dessen Spannung und Dichte ihren grössten Wert für die betreffende Temperatur haben; die letztere dagegen hat ihren kleinsten Wert für die betreffende Spannung und Dichte.

Die Spannung und Dichte<sup>2</sup>) des gesättigten Wasserdampfes ist also eine Funktion der Temperatur allein, während bei den Gasen die Spannung ausser von der Temperatur noch von dem Volumen abhängig ist. Die Beziehung zwischen Temperatur und Spannung bzw. Dichte des gesättigten Wasserdampfes konnte aber bis jetzt in kein allgemein giltiges Gesetz eingekleidet werden. Man hilft sich vielmehr mit empirischen Formeln, nach denen die Tabelle auf Seite 12 berechnet ist.

Gesättigter Wasserdampf von  $p = 5$  Atm (kg auf den qcm) Spannung besitzt nach dieser Tabelle also eine Temperatur von 150,99° C und eine Dichte von 2,6412 kg.

1) Also auch ein bestimmtes spezifisches Volumen (Raum von 1 kg Dampf in cbm).

2) Auch das spezifische Volumen.





Für die angeführten Wärmemengen bestehen also die Beziehungen

$$\begin{aligned} \lambda &= q + \rho + A \cdot p \cdot u, \\ r &= \rho + A \cdot p \cdot u, \\ J &= q + \rho, \end{aligned}$$

welche das folgende Schema ergeben

$$\underbrace{\underbrace{q}_{J} + \underbrace{\rho + A \cdot p \cdot u}_{r}}_{\lambda}$$

Die Werte der einzelnen Wärmemengen sind in der Tabelle auf Seite 12 enthalten.

Es beträgt für gesättigten Wasserdampf von 5 Atm Spannung z. B. nach dieser Tabelle:

die Gesamtwärme  $\lambda = 152,480 + 455,917 + 44,155 = 652,552$  WE,  
 die Verdampfungswärme  $r = 455,917 + 44,155 = 500,072$  WE,  
 die Dampfwärme  $J = 152,480 + 455,917 = 608,397$  WE.

Der gesättigte Wasserdampf ist in unseren Dampfmaschinen stets mit Wasser gemischt. Sind in 1 kg eines solchen Gemisches  $x$  kg Dampf, also  $1 - x$  kg Wasser, so beträgt, wenn nach den obigen Bezeichnungen wieder

w das Volumen von 1 kg Wasser in cbm ist,  
 u die Anzahl cbm sind, um welche das Volumen von 1 kg gesättigten Dampfes grösser als  $w$  ist,  
 das spezifische Volumen des Gemisches

$$v = w + x \cdot u \dots \dots \dots 16a$$

Diese Gleichung kann als Zustandsgleichung des Gemisches gelten, da  $u$  eine Funktion von  $p$  ist, und ergibt für trockenen gesättigten Wasserdampf ( $x = 1$ ) richtig wie oben

$$v = w + u \dots \dots \dots 16b$$

Erhitzt man gesättigten Wasserdampf, der von seiner Flüssigkeit getrennt ist, weiter, so geht er, sobald der letzte Tropfen des noch in ihm enthaltenen Wassers verdampft ist, aus dem gesättigten in den überhitzten Zustand über. In diesem Zustande bewirkt die weitere Wärmezufuhr, wenn die Spannung konstant erhalten wird, eine Temperaturzunahme und Volumvergrößerung, also eine Abnahme der Dichte, dagegen, wenn Volumen und Dichte konstant bleiben, eine Steigerung der Temperatur und Spannung. **Überhitzter Wasserdampf** ist also solcher, der bei derselben Spannung eine höhere Temperatur und geringere Dichte, bei derselben Dichte aber eine höhere Temperatur und Spannung als gesättigter besitzt.

Entzieht man dem überhitzten Wasserdampf Wärme, so wird sich erst dann Wasser niederschlagen, wenn er in den gesättigten Zustand übergeht. Man sagt deshalb auch: Gesättigter Wasserdampf ist solcher, bei dem unter Beibehaltung der sonstigen Verhältnisse eine unendlich kleine, überhitzter solcher, bei dem eine endliche Temperatur-Erniedrigung eine teilweise Kondensation des Dampfes herbeiführt.

Als Zustandsgleichung des überhitzten Wasserdampfes gilt die Beziehung

$$p \cdot v = R \cdot T - C \cdot p^{0,25} \dots \dots \dots 17$$

worin  $p$  den Druck des Dampfes in kg/qcm,  $v$  das spezifische Volumen desselben in cbm bezeichnet und die Konstanten

$$R = 0,00509, C = 0,193$$

zu setzen sind.

Von Wichtigkeit ist für uns das Verhalten des Wasserdampfes während der Expansion und Kompression. Für die Zustandsänderungen des gesättigten Wasserdampfes liefert die mechanische Wärmetheorie indes Gleichungen, deren Ableitung und Benutzung sehr umständlich ist. Wir begnügen uns deshalb mit einer von Zeuner aufgestellten empirischen Formel, welche innerhalb der bei Dampfmaschinen auftretenden Grenzen für die adiabatische (d. h. in wärmedichten Gefässen, also ohne Wärmez- und -abfuhr vor sich gehende) Zustandsänderung des gesättigten Wasserdampfes mit genügender Annäherung Giltigkeit hat. Dieselbe lautet

$$p \cdot v^n = \text{konst. mit } n = 1,035 + 0,1 x$$

Da diese Gleichung der Gleichung 11 für das Poissonsche Gesetz nachgebildet ist, die mit  $n = 1,333$  für die erwähnte Zustandsänderung des überhitzten Wasserdampfes, solange dieser überhitzt bleibt, gilt, so ergibt sich:

Das Gesetz, nach welchem der gesättigte und überhitzte Dampf in wärmedichten Gefässen, äussere Arbeit verrichtend, expandiert, oder, äussere Arbeit verzehrend, komprimiert wird, drückt sich allgemein durch die Gleichung

$$p \cdot v^n = \text{konst.} \dots \dots \dots 18$$

mit  $n = 1,035 + 0,1 x$  für gesättigten<sup>1)</sup> und  $n = 1,333$  für überhitzten Wasserdampf aus. Für  $n = 1$  giebt die Gleichung das Mariottesche Gesetz, welches streng genommen nur für eine Zustandsänderung des genügend weit überhitzten Dampfes bei konstanter Temperatur Giltigkeit hat. Die bei der Expansion verrichtete, bei der Kompression aufzuwendende Arbeit bestimmt sich nach Gleichung 12 zu

$$\begin{aligned} L &= \frac{p_1 \cdot v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right] \\ &= \frac{p_1 \cdot v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] \end{aligned} \dots \dots \dots 19$$

Unsere Dampfzylinder sind nun keine vollständig wärmedichten Gefässe, wenn wir sie auch noch so sehr durch Umhüllungen vor Wärmeverlusten zu schützen suchen, auch lässt sich der in ihnen eingeschlossene Dampf schwerlich auf konstanter Temperatur erhalten. Immerhin können wir aber die vorstehenden Gleichungen mit genügender Annäherung für die Expansion und Kompression des Dampfes in unseren Maschinen benutzen, wenn wir nur durch geeignete Wahl des Exponenten  $n$  den besonderen Verhältnissen, unter denen die Expansion und Kompression, abweichend von einer rein adiabatisch oder isothermischen Zustandsänderung, vor sich geht, Rechnung tragen.

Die Gleichung 18 lässt uns ferner das folgende Verhalten des gesättigten Wasserdampfes erkennen.

1) Trocken oder mit Wasser gemischt.

Für trockenen gesättigten Wasserdampf ( $x = 1$ ) lautet diese Gleichung mit  $n = 1,035 + 0,1 = 1,135$

$$p \cdot v^{1,135} = \text{konst.}$$

Lassen wir nun 1 kg dieses Dampfes bei  $p_1 = 5$  Atm Spannung und einem Volumen  $v_1 = \frac{1}{\gamma_1} = \frac{1}{2,6412}$  cbm sich

auf das doppelte Volumen, also auf  $v_2 = 2v_1 = \frac{2}{\gamma_1} = \frac{1}{\gamma_2} = \frac{1}{1,3206}$  cbm, unter Verrichtung äusserer Arbeit und ohne

Wärmezufuhr ausdehnen, so bestimmt sich nach der obigen Gleichung die Endspannung aus

$$p_1 \cdot v_1^{1,135} = p_2 \cdot v_2^{1,135},$$

oder

$$p_2 = p_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{1,135} = 5 \left( \frac{1}{2} \right)^{1,135} = 2,277 \text{ Atm.}$$

Nach der Tabelle auf Seite 12 besitzt aber gesättigter Dampf von einem spezifischen Volumen  $v_2 = \frac{1}{\gamma_2} = \frac{1}{1,3206}$  oder einer Dichte  $\gamma_2 = 1,3206$  eine Spannung von rund 2,4 Atm. Der obige Wasserdampf kann also nach der Expansion nicht mehr reiner gesättigter Dampf sein, sondern ein Teil des Dampfes muss sich während der Expansion zu Wasser kondensiert haben. Wie gross die Endspannung des schliesslichen Gemisches ist, lässt sich nach der gegebenen Gleichung nicht berechnen.

Würde man andererseits 1 kg des trockenen gesättigten Dampfes von 5 Atm auf die Hälfte des Anfangsvolumens, also auf  $v_2 = \frac{1}{2} v_1 = \frac{1}{2 \gamma_1} = \frac{1}{\gamma_2} = \frac{1}{5,2824}$  cbm, durch eine äussere Arbeit ohne Wärmeabfuhr komprimiert haben, so berechnet sich aus der obigen Gleichung die Endspannung zu

$$p_2 = 5 \cdot 2^{1,135} = 10,98 \text{ Atm.}$$

während dem gesättigten Dampf von  $\gamma_2 = 5,2824$  Dichte eine Spannung von rund 10,5 Atm entspricht. Also kann auch nach der Kompression der Dampf sich nicht mehr im gesät-

tigten Zustande befinden, da die sich ergebende Endspannung grösser als die des gesättigten Dampfes von der schliesslichen Dichte ist. Der Dampf trat vielmehr während der Kompression in den überhitzten Zustand über. Die genaue Endspannung lässt sich wieder nicht berechnen, da während der Zustandsänderung  $n$  seinen Wert in der obigen Gleichung wechselt.

Wir erkennen aber das folgende Verhalten des Wasserdampfes, das auch durch die strengen Gleichungen der mechanischen Wärmetheorie und durch den Versuch bestätigt wird.

Dehnt sich der gesättigte Wasserdampf, äussere Arbeit leistend, aus, so schlägt sich, wenn keine Wärme zugeführt wird, ein Teil des Dampfes als Wasser nieder, das als Nebel im Dampf enthalten ist. Wird andererseits der gesättigte Wasserdampf durch eine aufgewandte äussere Arbeit komprimiert, so tritt er, wenn keine Wärme abgeführt wird, in den überhitzten Zustand. Dieses Verhalten zeigt nicht nur trockener gesättigter Dampf, sondern auch solcher, der Wasser (ungefähr gleich viel dem Gewicht nach) mit sich führt, nur dass bei der Kompression im letzteren Falle erst das Wasser verdampft wird, ehe die Überhitzung beginnt. Will man den expandierenden Dampf während und am Ende seiner Expansion immer im reinen gesättigten Zustande haben, soll also während der Expansion keine Kondensation stattfinden, so muss man dem Dampfe von aussen Wärme zuführen, bei der entsprechenden Kompression ihm aber Wärme entziehen. Für diese Zustandsänderungen gilt die Beziehung

$$p \cdot v^{1,06462} = 1,762,$$

und die zugehörige Zustandskurve heisst Grenzcurve oder Kurve konstanten Dampfgewichtes.