

Daher wird

$$\begin{aligned} v^2 &= u^2 \cos^2 \alpha + z^2 \omega^2 + y^2 \omega^2 + 2y\omega u \sin \alpha + u^2 \sin^2 \alpha \\ &= u^2 + \varrho^2 \omega^2 + 2y\omega u \sin \alpha. \end{aligned}$$

Das Arbeitsvermögen des Körpers ergibt sich dann zu

$$\Sigma (1/2 m v^2) = 1/2 M u^2 + 1/2 \omega^2 \Sigma m \varrho^2 + 2 \omega u \sin \alpha \Sigma m y,$$

weil u , ω und α für alle Theile des Körpers dieselben. Da aber die Ebene AXZ den Schwerpunkt enthält, so ist $\Sigma m y = 0$, mithin das Arbeitsvermögen

$$1/2 M u^2 + 1/2 J \omega^2,$$

wenn J das Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf die Drehachse. Das Arbeitsvermögen setzt sich hiernach aus zwei Theilen zusammen, deren einer das Arbeitsvermögen wegen der Verschiebung, deren anderer dasjenige wegen der Drehung bedeutet.

b) Bewegung eines freien Körpers.

Wirken an einem freien starren Körper beliebige äussere Kräfte $K_1, K_2, K_3 \dots$, so füge man im Schwerpunkte S des Körpers je zwei gleiche entgegengesetzte Kräfte K hinzu. Dann lassen sich im Schwerpunkte die den gegebenen gleichgesinnten Kräfte K zu einer Mittelkraft R vereinigen, während jede gegebene Kraft K mit der entgegengesetzt hinzugefügten ein Kräftepaar bildet, deren Achsenstrecken ein Gesamtmoment \mathfrak{M} (S. 112) liefern. Der Schwerpunkt S bewegt sich nach dem Satze von der Bewegung des Schwerpunktes nur unter Einwirkung der Kraft R mit der Beschleunigung $p_0 = R : M$. (Wäre etwa R unveränderlich nach Grösse und Richtung, so würde der Schwerpunkt eine Parabel beschreiben, S. 59.) Das Achsenmoment \mathfrak{M} bewirkt aber noch eine Drehung um den Schwerpunkt. Denkt man sich nun mit dem Schwerpunkt ein Achsenkreuz verbunden, welches dessen Bewegung völlig mitmacht, aber stets der Anfangslage parallel bleibt, so kann man die Drehung des Körpers auffassen als scheinbare Bewegung gegen dieses, mit der Beschleunigung p_0 sich verschiebende Achsenkreuz. Diese Bewegung kann dann betrachtet werden wie eine Drehung um den festliegenden Schwerpunkt, wenn man an allen Punkten des Körpers die entsprechenden Ergänzungskräfte $[-m p_0]$ anbringt. Weil diese sich gleichmässig über die ganze Masse vertheilen, so liefern sie eine Mittelkraft $-M p_0$, die durch den

Schwerpunkt geht, daher auf die Drehung um ihn keinen Einfluss haben kann. Die Drehung geschieht also gerade so, als ruhte der Schwerpunkt.

Ist nun die durch den Schwerpunkt gelegte Achsenstrecke des Gesamt-Kräftepaars \mathfrak{M} eine freie Achse und hat der Körper anfänglich keine Drehung um eine andere Achse, so wird die Drehachse ihre Richtung im Raume und im Körper nicht ändern, und der Körper wird sich um diese Achse des Gesamt-Kräftepaars \mathfrak{M} gerade so drehen, als wäre sie eine festgehaltene Achse. Denn hielte man sie thatsächlich fest, so würden die Widerstände des Festhaltens wegen dieser Eigenschaft der freien Achse (S. 289) zu Null werden. Die Drehung um diese Achse erfolgt dann mit der Winkelbeschleunigung $\varepsilon = \mathfrak{M} : J$. — Dies trifft zu für eine gleichartige Kugel unter Einwirkung beliebiger aber gleichbleibender Kräfte, wenn sie zu Anfang keine Drehbewegung um eine andere Achse als die Achse des Gesamtmomentes \mathfrak{M} hatte. Der Schwerpunkt beschreibt eine Parabel; die Achse \mathfrak{M} verschiebt sich mit dem Schwerpunkte und bildet, weil jeder Durchmesser eine freie Achse, fortwährend die Drehachse für den Körper. — Ist aber die Achse \mathfrak{M} durch den Schwerpunkt keine freie Achse, oder ist zu Anfang schon eine Drehung um eine andere Achse vorhanden, so ändert die Achse, um welche die Drehung geschieht, fortwährend ihre Richtung im Körper und im Raume; es entsteht neben der Bewegung des Schwerpunktes, die hierdurch nicht berührt wird, im Allgemeinen eine unregelmässig wirbelnde Bewegung um den Schwerpunkt, die so verwickelt ist, dass sie an dieser Stelle nicht weiter behandelt werden kann; man kann solche Bewegung beobachten, wenn man einen Stab so fortwirft, dass er eine Drehung um eine schief zu ihm liegende Achse mit auf den Weg bekommt. Wird ein Stab (Speer oder Ger) in der Mitte erfasst und in wagerechter Lage so fortgeworfen, dass er keine Drehung auf den Weg bekommt, so beschreibt sein Schwerpunkt — abgesehen von der Wirkung des Luftwiderstandes — eine Wurfparabel; die Stange erfährt, weil $\mathfrak{M} = 0$, keine Drehung, sondern bleibt immer ihrer Anfangslage parallel, stellt sich aber nicht etwa tangential zur Wurflinie. Anders ist es mit einem gespitzten und gefiederten Pfeile; dieser wird durch den Luftwiderstand stets so gedreht, dass seine Längsrichtung ziemlich tangential zur Wurflinie sich stellt.