

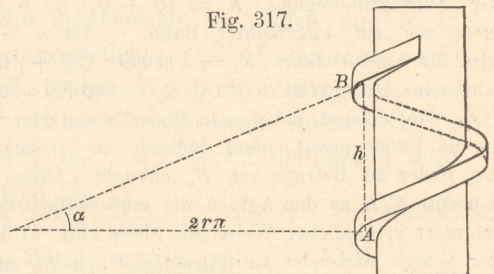
Fuhrwerks oder in den Achsmitten oder irgend wo am oberen Theile des Wagenkastens angriffe.

In den bisherigen Betrachtungen und Beispielen sind als Widerstände nur Zapfenreibung und Rollwiderstand berücksichtigt. Dies genügt nur für Bewegung mit geringer Geschwindigkeit. Denn es tritt noch ein Luftwiderstand hinzu, der bei langsamer Bewegung des Zuges gering, bei schneller Bewegung aber sehr bedeutend ist. Auf diesen Widerstand kann hier nicht eingegangen werden; es sei nur erwähnt, dass bei schnell fahrenden Personenzügen die Widerstandsziffer oder Gleichgewichtsneigung  $\alpha_0$  auf 0,01 steigt, dass also der Gesamtwiderstand bei voller Geschwindigkeit etwa 4 Mal so gross ist wie bei langsamer Bewegung.

Für Strassenfuhrwerke ist die Ziffer  $\alpha_0$  erheblich grösser als für Eisenbahnwagen. Einmal sind die Achslager oder Achsbüchsen nicht so vollkommen; namentlich aber ist die Fahrbahn eine viel weniger regelmässige, so dass der Rollwiderstand ganz bedeutenden Einfluss gewinnt. Aber auch bei diesen Fuhrwerken kann man nur den Gesamtwiderstand durch  $\alpha_0$  ausdrücken. Für bestes Steinpflaster ist etwa  $\alpha_0 = 1 : 80$ , für gewöhnliche Landstrasse  $\alpha_0 = 1 : 30$ . Soll nun auf Landstrassen im Flachlande, wo die gewöhnlichen Fuhrwerke nicht mit Bremsen versehen sind, beim Abwärtsfahren ein Zurückhalten des Wagens durch die Pferde nicht nöthig sein, so dürfen die vorkommenden Gefälle nicht stärker als die Gleichgewichtsneigung  $\alpha_0$  sein. Für  $\alpha = \alpha_0$  läuft der Wagen abwärts frei, während die zum Aufwärtsziehen erforderliche Kraft doppelt so gross ist wie auf der Wagerechten.

### 13. Die Schraube.

Die Schraubenspindel kann man betrachten als bestehend aus einem cylindrischen Kerne, um den die Schraubengänge als nach einer Schraubenlinie gestaltete vorspringende Leisten herumgelegt sind. Die Schraubengänge bilden mit dem Kerne einen festen Körper. Bei der flachgängigen Schraube hat der Schraubengang rechteckigen Querschnitt, bei der scharfgängigen Schraube ist seine Querschnittsform ein gleichschenkliges (nahezu gleichseitiges) Dreieck. Die Schraubenmutter ist ein fester Körper, der die Schraubenspindel mit geringem Spielraume umschliesst.



Wird die Schraubenmutter festgehalten, so kann die Schraubenspindel nur eine sog. Schraubenbewegung ausführen, indem mit der

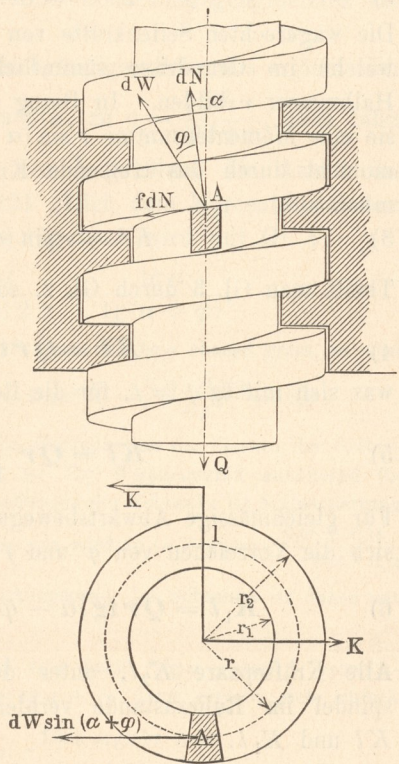
Drehung um die Achse der Spindel eine Verschiebung längs derselben verbunden ist. Verfolgt man einen Schraubengang, an einem Punkte  $A$  (Fig. 317) beginnend, so weit, bis man bei  $B$  eine Stelle trifft, die mit  $A$  auf einer und derselben Lothrechten liegt, so ist der Abstand  $AB = h$  die Ganghöhe der Schraube; dies ist derjenige Weg, um welchen sich die Schraubenspindel während einer Umdrehung längs der Achse verschiebt. Befindet sich der Punkt  $A$  in einem Abstände  $r$  von der Achse, so ist die ebene Abwicklung der Schraubenslinie von  $A$  bis  $B$  eine geneigte Gerade mit den Projektionen  $h$  und  $2r\pi$ , mit einem Neigungsverhältnisse

$$1) \quad \operatorname{tg} \alpha = h : (2r\pi).$$

Da nun  $h$  der für alle Theile der Spindel gleiche Verschiebungsweg längs der Achse bei einer Umdrehung ist, so werden die Schraubenslinien auf denen sich die verschiedenen Punkte der Spindel bewegen, verschiedene Anstiegswinkel  $\alpha$  haben, u. zw. um so kleiner, je grösser der Abstand  $r$  des Punktes von der Achse.

**Flachgängige Schraube** (Fig. 318). Auf die Spindel wirke eine (etwa abwärts gerichtete) Kraft  $Q$  in der Richtung der Achse. Es soll dasjenige Kräftepaar  $Kl$  berechnet werden, welches die Spindel in gleichmässige Schraubensbewegung versetzt, so dass ihre Verschiebung dem Sinne der Kraft  $Q$  entgegengesetzt ist. Die Spindel stützt sich auf die Gänge der Schraubennutter, erfährt von diesen Normal- und Reibungswiderstände, die sich zu Gesamtwiderständen zusammensetzen. Die Widerstände vertheilen sich auf die Breite des Schraubenganges, doch machen wir die vereinfachende

Fig. 318.



Voraussetzung, dass sie an dem Halbmesser  $r = 1/2 (r_1 + r_2)$  angreifend gedacht werden können. An einem Theilchen des Schraubenganges bei  $A$  wirkt ein Normaldruck  $dN$ , der gegen die Achse der Spindel um denselben Winkel  $\alpha$  geneigt ist, den die mittlere Schraubenlinie mit der Querschnittsebene der Spindel bildet.  $dN$  setzt sich mit der Reibung  $f dN$  zu  $dW$  zusammen, welches von  $dN$  um den Reibungswinkel  $\varphi$  abweicht, daher mit der Achsenrichtung der Schraube den Winkel  $\alpha + \varphi$  bildet.  $dW$  liefert in der Richtung der Drehachse eine Seitenkraft  $dW \cos (\alpha + \varphi)$ , und die Summe aller dieser Seitenkräfte muss der entgegengesetzten Kraft  $Q$  gleich sein, weil die Verschiebung gleichförmig erfolgen soll (s. A. Ritter, Technische Mechanik). Da nun  $\alpha$  und  $\varphi$  für die ganze Erstreckung des Schraubenganges dieselben Werthe haben, so ist

$$2) \quad Q = \cos (\alpha + \varphi) \Sigma dW.$$

Die wagerechten Seitenkräfte von  $dW$  sind Kräfte  $dW \sin (\alpha + \varphi)$ , welche im Grundrisse sämtlich Tangenten an den Kreis vom Halbmesser  $r$  bilden. In Bezug auf die Achse der Spindel haben sie eine Momentensumme  $r \sin (\alpha + \varphi) \Sigma dW$ , welches Widerstandsmoment durch das treibende Kräftepaar  $Kl$  überwunden werden muss, also

$$3) \quad Kl = r \sin (\alpha + \varphi) \Sigma dW.$$

Theilt man Gl. 3 durch Gl. 2, so entsteht  $\frac{Kl}{Q} = r \operatorname{tg} (\alpha + \varphi)$  oder

$$4) \quad Kl = Qr \operatorname{tg} (\alpha + \varphi),$$

was sich mit  $\operatorname{tg} \varphi = f$ , für die Rechnung bequemer, schreiben lässt:

$$5) \quad Kl = Qr \frac{\operatorname{tg} \alpha + f}{1 - f \operatorname{tg} \alpha}.$$

Für gleichmässige Abwärtsbewegung im Sinne der Kraft  $Q$  kehren sich die Vorzeichen von  $\varphi$  und  $f$  um:

$$6) \quad K_1 l = Qr \operatorname{tg} (\alpha - \varphi) = Qr \frac{\operatorname{tg} \alpha - f}{1 + f \operatorname{tg} \alpha}.$$

Alle Kräftepaare  $K_2 l$ , unter deren Einwirkung die Schraubenspindel im Ruhezustande verbleibt, liegen zwischen den Grenzen  $Kl$  und  $K_1 l$ .

Für  $\alpha = \varphi$  ist  $K_1 l = 0$ , also  $K_1 = 0$ , d. h. es verhält sich in diesem Falle die Spindel ähnlich wie ein Körper, der auf schiefer

Ebene unter einem Neigungswinkel  $\alpha = \varphi$  unter Einwirkung der Schwere ohne Kräfte  $K$  gleichmässig abwärts gleitet. Für  $\alpha > \varphi$  muss der Körper durch eine aufwärts gerichtete Kraft, die Spindel durch das Moment  $K_1 l$  an beschleunigter Abwärtsbewegung verhindert werden. Für  $\alpha < \varphi$  muss der Körper durch eine abwärts gerichtete Kraft, die Spindel durch ein Moment ( $-K_1 l$ ) abwärts bewegt werden, da die abwärts treibende Kraft der Schwere oder der Last  $Q$  geringer ist als die Reibungswiderstände.

Da die Kraft  $Q$  und das Moment  $Kl$  mit den Widerständen  $[dW]$  im Gleichgewichte sind und da die Widerstände  $[dW]$  nach dem Gesetze der Wechselwirkung entgegengesetzt auf die Schraubennutter wirken, so übertragen sich  $Q$  und  $Kl$  auf die Schraubennutter; soll nun letztere nicht in Bewegung gerathen, so müssen an ihr Widerstände auftreten, welche dem Entgegengesetzten von  $Q$  und  $Kl$  gleichwerthig sind.

Der Wirkungsgrad der flachgängigen Schraube ergibt sich, wenn man eine Umdrehung betrachtet, zu  $\eta = \frac{Qh}{Kl 2\pi}$ , denn dabei wird der Angriffspunkt von  $Q$  um  $h$  gehoben, die Arbeit des Momentes  $Kl$  ist aber nach S. 221 gleich dem Momente mal dem Drehungswinkel. Da nun  $h = 2r\pi \operatorname{tg} \alpha$ , so wird mit Gl. 4:

$$7) \quad \eta = \frac{Q 2r\pi \operatorname{tg} \alpha}{Q r \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) 2\pi} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi)}.$$

**Beispiel:** Es sei  $f = 0,15$ . Wählt man nun  $\operatorname{tg} \alpha$  ebenso gross, so wird

$$\operatorname{tg}(\alpha + \varphi) = \frac{0,15 + 0,15}{1 - 0,15 \cdot 0,15}, \quad \text{daher} \quad \eta = \frac{0,15 \cdot 0,9775}{0,3} = 0,49.$$

In diesem Falle  $\alpha = \varphi$  steht die Schraube an der Grenze der Selbstsperrung; im Zusammenhange damit ist ihr Wirkungsgrad annähernd 0,5 (vergl. S. 216). Bei den meisten Anwendungen der Schraube ist Selbstsperrung erwünscht; ist z. B.  $\operatorname{tg} \alpha = 0,07$   $f = 0,15$ , so wird  $\operatorname{tg}(\alpha + \varphi) = \frac{0,07 + 0,15}{1 - 0,07 \cdot 0,15}$  und  $\eta = \frac{0,07 \cdot 0,9895}{0,22} = 0,32$ . Der Wirkungsgrad der Schraube ist daher nur ein geringer.

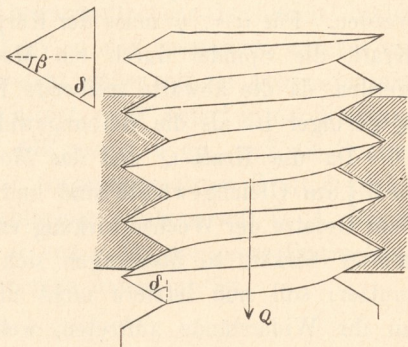
Bei kleinen Werthen von  $f$  und  $\operatorname{tg} \alpha$  kann  $f \operatorname{tg} \alpha$  gegen 1 vernachlässigt werden, so dass  $\operatorname{tg}(\alpha + \varphi) = \operatorname{tg} \alpha + f$ ; dann ergibt sich einfach  $Kl = Q r (\operatorname{tg} \alpha + f)$  und  $\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{f + \operatorname{tg} \alpha}$ . Dies ergibt z. B.

$$\text{für } f = \operatorname{tg} \alpha = 0,15: \quad \eta = 0,5;$$

$$\text{für } f = 0,15, \operatorname{tg} \alpha = 0,07: \quad \eta = 0,318.$$

**Scharfgängige Schraube** (Fig. 319). Bei dieser ist der Querschnitt des Schraubenganges ein gleichschenkliges Dreieck mit dem Kantenwinkel  $2\beta = 55^\circ$ . Der Übergang von der flachgängigen zur scharfgängigen Schraube ist hinsichtlich des Verhältnisses der wirkenden Kräfte ungefähr so zu beurtheilen wie der Übergang von dem Spurzapfen mit ebener Tragfläche zu dem kegelförmigen Spurzapfen; es findet auch hier ein keilartiges Einpressen der Spindel in die (wenn auch nur annähernd) trichterförmigen

Fig. 319.



Gänge der Schraubennutter und dadurch eine Vergrößerung der Reibungswiderstände statt, die man am einfachsten berücksichtigt, indem man  $f$ , wo es in den Gleichungen der flachgängigen Schraube vorkommt, mit  $f : \sin \delta$  oder mit  $f : \cos \beta$  vertauscht. Denn  $\delta$  (der halbe Keilnuthenwinkel) ist die Neigung der Kante des Gewindequerschnitts gegen die Achse, mithin  $\delta = 90^\circ - \beta$ . Behufs kürzester Schreibweise kann man auch den Reibungswinkel  $\varphi$  mit dem Winkel  $\psi$  vertauschen, wenn

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi : \cos \beta = f : \cos \beta = f \sec \beta$$

(vergl. S. 197). Dann wird für die scharfgängige Schraube

$$8) \quad Kl = Qr \operatorname{tg} (a + \psi) = Qr \frac{\operatorname{tg} a + f \sec \beta}{1 - f \sec \beta \operatorname{tg} a},$$

$$9) \quad K_1 l = Qr \operatorname{tg} (a - \psi) = Qr \frac{\operatorname{tg} a - f \sec \beta}{1 + f \sec \beta \operatorname{tg} a}.$$

Selbstsperrung tritt jetzt ein für  $\operatorname{tg} a \leq \operatorname{tg} \psi = f : \cos \beta$ .

$$10) \quad \eta = \frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} (a + \psi)} = \frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} a + f \sec \beta} (1 - f \sec \beta \operatorname{tg} a).$$

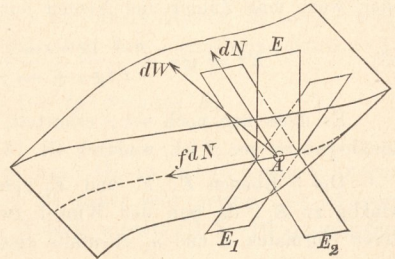
Diese Gleichungen sind die allgemeineren; mit  $\cos \beta = \sec \beta = 1$  entstehen daraus wieder Gl. 5, 6 und 7 für flachgängige Schrauben.

**Beispiel:** Für  $r = 0,015 \text{ m}$ ;  $h = 0,003 \text{ m}$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,003}{2 \cdot 0,015 \cdot \pi} = 0,032$ ;  $f = 0,15$ ;  $\cos \beta = \cos 27^{1/2} 0 = 0,897$ ;  $f \sec \beta = 0,17$  und  $l = 0,4 \text{ m}$  wird  $Kl = 0,003046 \text{ Q}$ ;  $K = 0,0075 \text{ Q}$ ;  $K_1 l = -0,0020 \text{ Q}$ ;  $K_1 = -0,005 \text{ Q}$ ;  $\eta = 0,16$ .

Die vorstehenden Gleichungen für die scharfgängige Schraube sind zur zahlenmässigen Berechnung völlig ausreichend, können aber in wissenschaftlicher Beziehung nur als Annäherungen gelten, denn der Übergang von der flachgängigen Schraube zur scharfgängigen, wie er auf Seite 260 behandelt wurde, ist nicht ganz zutreffend, da das Gewinde der scharfgängigen Schraube nicht als ein Kegel angesehen werden darf. Wir fügen daher noch folgende schärfere Behandlung des Falles nach, wobei wir der Notiz von Zierold über die Ableitung des Verhältnisses zwischen Kraft und Last bei der Schraube mit scharfem Gewinde (Civilingenieur 1894, S. 155) folgen.

$A$  sei (Fig. 320) ein Punkt der mittleren Schraubenlinie vom Halbmesser  $r$ . Durch ein Bogentheilchen dieser Schraubenlinie legen wir eine Ebene  $E$ , welche den Cylinder vom Halbmesser  $r$  bei  $A$  berührt. Durch dasselbe Bogentheilchen legen wir eine Berührungsebene  $E_1$  an die gedrückte Schraubenfläche. Rechtwinklig zu ihr steht der Normaldruck  $dN$ ; die Reibung  $f dN$  ist tangential zur mittleren Schraubenlinie; der

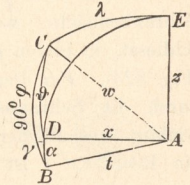
Fig. 320.



Gesamtwiderstand  $dW$  aus  $dN$  und  $f dN$  liegt in einer Ebene  $E_2$ , welche auf  $E_1$  rechtwinklig steht, weil sie durch  $dN$  geht und  $dN$  winkelrecht zu  $E$  ist. Eine durch  $A$  gelegte Parallele zur Schraubenachse werde mit  $z$  bezeichnet, die Richtung der Kraft  $f dN$  als Tangente an die Schraubenlinie mit  $t$ . Ferner legen wir durch  $A$  eine Gerade  $x$ , welche in der Ebene  $E$  liegt, u. zw. rechtwinklig zu  $z$ . Die Richtung von  $dW$  heisse  $w$ .

Dann bilden  $w$ ,  $x$  und  $t$  eine körperliche Ecke, und es entsteht, wenn man um  $A$  eine Kugelfläche beschreibt, das Kugeldreieck  $BCD$  (Fig. 321). Darin ist die Seite  $BC = 90^\circ - \varphi$ , weil  $dW$  von  $f dN$  um diesen Winkel abweicht, die Seite  $BD = a$ , dem Neigungswinkel der mittleren Schraubenlinie. Die Seite  $CD$  zwischen  $w$  und  $x$  werde  $\vartheta$ , der Winkel bei  $B$  an der Kante  $t$  aber  $\gamma$  genannt; dies ist der Winkel zwischen den Ebenen  $E$  und  $E_2$ . Für das Kugeldreieck gilt dann nach dem Cosinus-Satze, weil  $\vartheta$  und  $\gamma$  einander gegenüber liegen:

Fig. 321.



$$\cos \vartheta = \cos a \cos (90^\circ - \varphi) + \sin a \sin (90^\circ - \varphi) \cos \gamma$$

11) oder  $\cos \vartheta = \cos a \sin \varphi + \sin a \cos \varphi \cos \gamma$ .

Die Geraden  $z$ ,  $t$  und  $w$  bilden eine räumliche Ecke, der das Kugeldreieck  $BCE$  entspricht. Der Bogen  $BE$  fällt mit  $BD$  theilweise zusammen,

da  $t$ ,  $x$  und  $z$  in der Ebene  $E$  liegen. In  $BCE$  ist wieder  $BC = 90^\circ - \varphi$ ,  $BE = 90^\circ + \alpha$  (denn  $x$  und  $z$  bilden mit einander einen rechten Winkel,  $x$  und  $t$  den Winkel  $\alpha$ ). Die Seite  $CE$  zwischen  $w$  und  $z$  werde  $\lambda$  genannt. In  $BCE$  liegen sich  $\gamma$  und  $\lambda$  gegenüber, daher ist

$$\cos \lambda = \cos (90^\circ + \alpha) \cos (90^\circ - \varphi) + \sin (90^\circ + \alpha) \sin (90^\circ - \varphi) \cos \gamma$$

12) oder  $\cos \lambda = -\sin \alpha \sin \varphi + \cos \alpha \cos \varphi \cos \gamma$ .

Da  $dW$  mit  $x$  und  $z$  die Winkel  $\vartheta$  bzw.  $\lambda$  einschliesst, so wird, entsprechend den Gl. 2 und 3, S. 258:

$$Q = \cos \lambda \Sigma dW;$$

$$Kl = r \cos \vartheta \Sigma dW \quad \text{und}$$

$$Kl = Qr \frac{\cos \vartheta}{\cos \lambda} = Qr \cdot \frac{\cos \alpha \sin \varphi + \sin \alpha \cos \varphi \cos \gamma}{-\sin \alpha \sin \varphi + \cos \alpha \cos \varphi \cos \gamma},$$

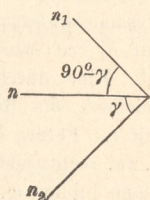
oder, wenn man Zähler und Nenner durch  $\cos \alpha \cos \varphi$  theilt:

$$13) \quad Kl = Qr \frac{f + \operatorname{tg} \alpha \cos \gamma}{-f \operatorname{tg} \alpha + \cos \gamma} = Qr \frac{\operatorname{tg} \alpha + f \sec \gamma}{1 - f \sec \gamma \operatorname{tg} \alpha}.$$

Es muss nun noch  $\sec \gamma$  ermittelt, bzw. gezeigt werden, dass  $\sec \gamma$  sehr annähernd  $= \sec \beta$  ist, wodurch Gl. 13 in Gl. 8 übergehen würde.

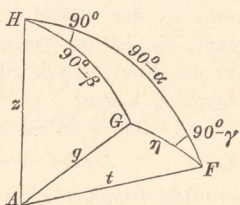
Die 3 Ebenen  $E$ ,  $E_1$  und  $E_2$  gehen sämmtlich durch  $t$ .  $E_2$  ist rechtwinklig zu  $E_1$ ; da nun der Winkel zwischen  $E$  und  $E_2$   $\gamma$  ist, so schliessen deren Normalen  $n$  und  $n_2$  ebenfalls diesen Winkel ein, und weil  $E_1$  und  $E_2$  zu einander winkelrecht, so sind es auch deren Normalen  $n_1$  und  $n_2$ . Da die 3 Ebenen durch die Tangente  $t$  gehen, so stehen die 3 Normalen  $n$ ,  $n_1$  und  $n_2$  (Fig. 322) sämmtlich rechtwinklig zur Tangente  $t$ , und zwischen den Normalen  $n$  und  $n_1$  findet sich der Winkel  $90^\circ - \gamma$ , so dass die Ebenen  $E$  und  $E_1$  ebenfalls den Winkel  $90^\circ - \gamma$  mit einander bilden.

Fig. 322.



Nennt man  $g$  die durch  $A$  gelegte Erzeugende der Schraubenfläche, welche mit  $z$  den Winkel  $90^\circ - \beta$  einschliesst, so bilden  $g$ ,  $t$  und  $z$  eine Ecke, entsprechend dem Kugeldreieck  $FGH$  (Fig. 323).  $FH$  liegt in der Ebene  $E$  durch  $z$  und  $t$ ,  $GH$  in einer Ebene durch die Schraubenachse, welche zu  $E$  rechtwinklig, weshalb der Winkel bei  $H$  (an der Kante  $z$ ) ein Rechter.  $t$  ist gegen  $z$  um  $\angle FH = 90^\circ - \alpha$ ,  $g$  gegen  $z$  wie oben schon gesagt, um  $\angle GH = 90^\circ - \beta$  geneigt; nennt man noch die Seite  $FG = \eta$ , so giebt der Sinus-Satz:

Fig. 323.



$$\frac{\sin (90^\circ - \gamma)}{\sin 90^\circ} = \frac{\sin (90^\circ - \beta)}{\sin \eta} \quad \text{oder}$$

$$14) \quad \cos \gamma = \frac{\cos \beta}{\sin \eta} \quad \text{und} \quad \sec \gamma = \frac{\sin \eta}{\cos \beta};$$

der Cosinus-Satz:

$$\cos \eta = \cos (90^\circ - \beta) \cos (90^\circ - \alpha) + \sin (90^\circ - \beta) \sin (90^\circ - \alpha) \cos 90^\circ$$

15)                                    oder     $\cos \eta = \sin \beta \sin \alpha$

und  $\sin \eta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta \sin^2 \alpha}$ , mithin wegen Gl. 14

$$\sec^2 \gamma = \frac{1 - \sin^2 \beta \sin^2 \alpha}{\cos^2 \beta} = \sec^2 \beta - \operatorname{tg}^2 \beta \sin^2 \alpha$$

$$= 1 + \operatorname{tg}^2 \beta - \operatorname{tg}^2 \beta \sin^2 \alpha = 1 + \operatorname{tg}^2 \beta \cos^2 \alpha$$

$$= \cos^2 \alpha (\sec^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta) = \cos^2 \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta).$$

Hiermit wird (Gl. 13)

16)                                     $Kl = Qr \frac{\operatorname{tg} \alpha + f \cos \alpha \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}{1 - f \sin \alpha \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}$

Bei den meist kleinen Anstiegswinkeln  $\alpha$  ist nun aber der Winkel  $\eta$  zwischen  $g$  und  $t$  (Fig. 323) nur wenig von einem Rechten verschieden, daher  $\sin \eta$  fast = 1 und deshalb (Gl. 14)  $\sec \gamma$  nur wenig kleiner als  $\sec \beta$ , oder, mit anderen Worten, es ist wegen der Kleinheit von  $\alpha$  annähernd  $\cos \alpha = 1$ ,  $\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha$  und

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta = 1 + \operatorname{tg}^2 \beta = \sec^2 \beta,$$

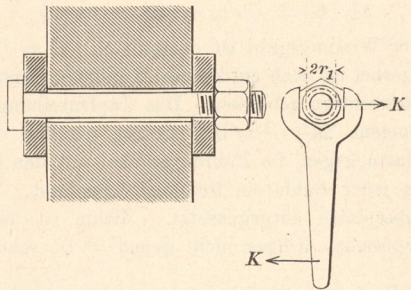
womit Gl. 16 in Gl. 8 übergeht.

Für das Beispiel auf S. 261 wird nach Gl. 16  $Kl = 0,00303 Q$  (gegen  $0,003046 Q$  nach Gl. 8). Der Unterschied ist daher sehr gering. Es ist hiernach durchaus zu empfehlen, bei kleinen Winkeln  $\alpha$  stets Gl. 8—10 anzuwenden.

Die Reibungswiderstände sind (nach S. 260) bei scharfgängigen Schrauben grösser als bei flachgängigen. Soll daher eine Schraube zur Bewegungsübertragung (als einfache Maschine) dienen, so wählt man gewöhnlich eine flachgänge Schraube, während die scharfgängige Schraube als Befestigungsmittel den Vorzug verdient, weil in diesem Falle die grossen Reibungswiderstände gerade die Sicherheit gegen unerwünschte Lösung der Befestigung bilden.

Soll durch Drehung der Schraubenmutter mittels des Schraubenschlüssels eine Platte mit einer Kraft  $Q$  gegen eine Wand gepresst werden, so ist ausser den Reibungswiderständen im Gewinde noch ein Reibungswiderstand zwischen Schraubenmutter und Platte zu überwinden (Fig. 324). Dieser

Fig. 324.



zu überwinden (Fig. 324). Dieser



möge an einem Kreise vom Halbmesser  $r_1$  angreifen, dann ist das ganze erforderliche Kraftmoment

$$Kl = Qr \frac{\operatorname{tg} \alpha + f \sec \beta}{1 - f \sec \beta \operatorname{tg} \alpha} + Qfr_1.$$

**Beispiel:** Es sei wiederum, wie S. 261,  $r = 0,015$  m;  $h = 0,003$  m;  $\operatorname{tg} \alpha = 0,032$ ;  $f = 0,15$   $\cos \beta = 0,887$ ;  $f \sec \beta = 0,17$ ;  $l = 0,4$  m;  $r_1 = 0,02$  m;  $Q = 1000$  kg; dann wird

$$Kl = 0,003 \cdot 1000 + 0,15 \cdot 0,02 \cdot 1000 = 3 + 3 = 6 \text{ mkg, mithin } K = 15 \text{ kg.}$$

Zum Lösen ist erforderlich  $-K_1 l = 0,002 \cdot 1000 + 0,003 \cdot 1000 = 5$  mkg,  $-K_1 = 12,5$  kg; ohne Reibung wäre  $K_0 = 0,015 \cdot 1000 \cdot 0,032 : 0,4 = 1,2$  kg, mithin ist  $K = 12,5 K_0$  in Folge der bedeutenden Reibung.

**Beispiel: Schraubenpresse** (Fig. 325). An den oberen Griffen wirkt das Kräftepaar  $Kl$  zur Hervorbringung des Druckes  $Q$  der flachgängigen Spindel gegen die Pressplatte. Dann entsteht an dem Zapfen, mittels dessen sich die Spindel auf die Pressplatte setzt, noch ein Reibungsmoment, welches wegen geringer Abrundung der Druckfläche (nach S. 227, Gl. 7) zu  $1/2 Qfr_1$  angenommen werden möge, wenn  $r_1$  der Zapfenhalbmesser. Daher wird

$$Kl = Q \left\{ r \operatorname{tg} (\alpha + \varphi) + 1/2 f r_1 \right\}.$$

Für  $l = 0,4$  m;  $r = 0,04$  m;  $\operatorname{tg} \alpha = 0,07$   $f = 0,15$ ;  $r_1 = 0,03$  m erhält man

$$\operatorname{tg} (\alpha + \varphi) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + f}{1 - f \operatorname{tg} \alpha} = 0,22 \text{ und}$$

$$K \cdot 0,4 = Q \left\{ 0,04 \cdot 0,22 + 1/2 \cdot 0,15 \cdot 0,03 \right\}$$

$$K \cdot 0,4 = 0,0111 Q; K = 0,028 Q.$$

Ohne Reibung wäre

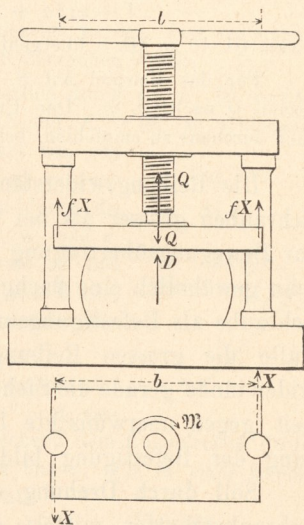
$$K_0 \cdot 0,4 = Qr \operatorname{tg} \alpha; K_0 = 0,007 Q.$$

Der Wirkungsgrad ist darnach  $K_0 : K = 1/4$ . Hierbei ist noch ein kleiner Widerstand unberücksichtigt geblieben. Das Zapfenreibungsmoment  $\mathfrak{M} = 1/2 f Q r_1$  drückt nämlich die Platte gegen die Führungssäulen mit den Kräften  $X = \mathfrak{M} : b$ ; daraus entsteht an jeder Säule ein Reibungswiderstand  $fX$ , der sich dem Abwärtsgleiten der Pressplatte entgensetzt. Mithin ist der Druck  $D$  der Platte auf den zu pressenden Körper nicht genau  $= Q$ , sondern

$$D = Q - 2fX = Q \left( 1 - 2f \cdot \frac{fr_1}{2b} \right) = Q \left( 1 - \frac{f^2 r_1}{b} \right) = Q (1 - 0,0017)$$

für  $b = 0,4$  m. Der Unterschied zwischen  $D$  und  $Q$  ist hiernach ohne Bedeutung.

Fig. 325.



Die Kraftverhältnisse der Schraube sind unabhängig von der Anzahl der Gewindgänge, längs deren Spindel und Schraubenmutter sich berühren. In der Anwendung freilich ist die Berührung längs mehrerer Schraubengänge nothwendig, weil sonst wegen des vorhandenen Spielraumes die Sicherheit des Eingriffes leidet, u. U. auch der Druck auf die Flächeneinheit zu gross werden würde.

**Schlussbemerkung über die Reibung.** Ist die Reibung bei Maschinen ein erhebliches Bewegungshindernis, dessen Überwindung viel Kosten verursacht, so ist ihr Nutzen doch im gewöhnlichen Leben und in der Technik ein sehr erheblicher. Welche Erleichterung ein grosser Reibungswiderstand beim Gehen bietet, erkennt man beim Schreiten auf glattem Eise; ein grosser Theil der Befestigungen im Bau- und Maschinenwesen (durch Nägel, Keile, Schrauben) beruht auf der Reibung; die Seilreibung wird beim Hinablassen schwerer Lasten und beim Riemenbetriebe verwerthet, mittels der Reibung der Triebräder auf den Schienen setzt die Lokomotive den Zug in Bewegung; mit Hilfe der Reibung bringen wir den Zug oder ein Strassenfuhrwerk wieder zum Stillstande.

Die mechanische Arbeit, welche zur Überwindung von Reibungswiderständen dient, mithin keine sichtbare Geschwindigkeitszunahme der bewegten Körper, d. h. keine Zunahme ihres äusseren Arbeitsvermögens hervorbringt, geht aber keineswegs spurlos verloren; vielmehr setzt sie sich nach den Lehren der Physik in inneres Arbeitsvermögen, in Wärme, um. Gleichwohl ist man berechtigt, von einem Arbeitsverluste durch Reibung zu sprechen, weil die beim Gleiten entstehende Wärme dem Zwecke einer Maschine gewöhnlich nicht förderlich ist, vielmehr häufig besondere Mittel zu ihrer Ableitung und Vertheilung nöthig macht.

---