Die Kräfte T und T_1 wirken auf die Rollen im entgegengesetzten Sinne wie auf den Zapfen und bewirken die gleichmässige Drehung der Rollen, haben also deren Zapfenreibung zu überwinden.

Die thatsächliche Ungleichheit von N und N_1 würde in derselben Weise sich geltend machen wie im vorigen Falle; sie hat auf das wirkliche Ergebnis keinen nennenswerthen Einfluss, soll daher der Einfachheit wegen vernachlässigt werden.

Die Drücke $N = N_1$ bilden (ebenfalls umgekehrt) die Zapfendrücke in den Lagern der Rollen, erzeugen dort die Reibungsmomente $N f \varrho$ und müssen durch die Momente der Umfangskräfte $T = T_1$ überwunden werden. Daher wird $TR = N f \varrho$, $T = N f \frac{\varrho}{R}$ und $\mathfrak{M} = 2\, N f \frac{\varrho}{R} r$. Am Zapfen liefert aber die Gleichung der lothrechten Kräfte wieder $D = 2\, N \sin \delta$, wenn δ der Winkel ist, den die Tangenten in A und B mit der lothrechten Mittellinie bilden; hiernach wird

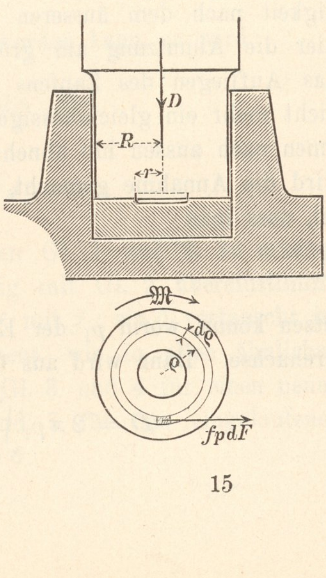
4) $$\mathfrak{M} = \frac{D f r}{\sin \delta} \frac{\varrho}{R}.$$

Damit dies kleiner werde als $D f r$, muss $\varrho : R < \sin \delta$ sein. $\sin \delta = 1/2$ und $\varrho : R = 1/6$ geben $\mathfrak{M} = \frac{1}{3} D f r$.

b) Reibungsmoment eines Stützzapfens.

Beim Stütz- oder Spurzapfen (Fig. 281) wirkt der Druck D in der Achsenrichtung desselben. Die Berührung mit der Spurplatte des Lagers erfolge (der Allgemeinheit wegen) in einer Ringfläche der Halbmesser r und R. Zeichnet man im Grundriss einen schmalen Ring vom Halbmesser ϱ und der Breite $d\varrho$, so kommt auf ein Theilchen dF desselben ein Druck $p\,dF$, wenn p der Druck für die Flächeneinheit. Dieser Druck liefert eine Reibung $f p\, dF$ und ein Reibungsmoment $d\mathfrak{M} = f p\, dF \varrho$. Da man annehmen darf, dass im ganzen Umkreise dieses Ringes p denselben Werth haben wird, so kann

Fig. 281.



man dF sogleich als die Ringfläche $2\varrho\pi d\varrho$ einführen und erhält als gesammtes Reibungsmoment

1) $$\mathfrak{M} = 2\pi f\int_r^R p\varrho^2 d\varrho.$$

Ausserdem muss, da der schmale Ring den Druck $p\,2\pi\varrho d\varrho$ aufnimmt,

2) $$D = 2\pi\int_r^R p\varrho\, d\varrho \quad \text{sein.}$$

Beim neuen Zapfen nimmt man den Druck p überall gleich an, daher $p = \dfrac{D}{(R^2 - r^2)\pi}$ und

3) $$\mathfrak{M} = \frac{2Df}{R^2 - r^2}\int_r^R \varrho^2 d\varrho = \frac{2}{3}Df\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}.$$

Ist die Berührungsfläche ein voller Kreis ($r = 0$), so wird

4) $$\mathfrak{M} = \frac{2}{3}DfR,$$

also kleiner als beim Tragzapfen. Es kommt dies daher, dass, während beim Tragzapfen die ganze Reibung Df an dem vollen Halbmesser als Hebelarm wirkt, hier die Hebelarme der Reibungswiderstände im Allgemeinen kleiner sind als der äussere Halbmesser.

Beim eingelaufenen Zapfen sind die Verhältnisse noch günstiger. Mit der gleitenden Bewegung des Zapfens ist nämlich eine Abnutzung, ein fortwährendes Abschleifen verbunden, und da die Gleitgeschwindigkeit nach dem äusseren Umfange hin zunimmt, so wird auch hier die Abnutzung am grössten ausfallen; in Folge dessen wird das Aufliegen des Zapfens auf der Spurplatte nach einiger Zeit nicht mehr ein gleichmässiges sein; es wird der Einheitsdruck von innen nach aussen hin abnehmen. Über die Veränderlichkeit von p wird die Annahme gemacht, dass p mit ϱ umgekehrt proportional sei, dass man

5) $$p = \frac{p_1}{\varrho}$$

setzen könne, worin p_1 der Einheitsdruck im Abstande Eins von der Drehachse. Dann wird aus Gl. 2:

$$D = 2\pi p_1\int_r^R d\varrho = 2\pi p_1(R - r),$$

aus Gl. 1 aber:

$$\mathfrak{M} = 2\pi f p_1 \int_r^R \varrho\, d\varrho = \pi f p_1 (R^2 - r^2).$$

Theilt man diese Gleichung durch die vorhergehende, so wird

$$\mathfrak{M} : D = {}^1\!/_2 f (R + r) \quad \text{also}$$

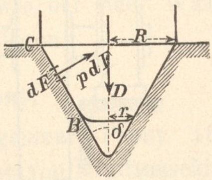
$$\mathfrak{M} = {}^1\!/_2 D f (R + r). \tag{6}$$

Es ist jetzt offenbar ${}^1\!/_2 (R + r)$ der mittlere Hebelarm der Reibung. Für volle Kreisfläche ($r = 0$) wird

$$\boldsymbol{M} = {}^1\!/_2 \boldsymbol{D f R}. \tag{7}$$

Beim kegelförmigen Stützzapfen (Fig. 282) möge die Berührungsfläche von C bis B sich erstrecken. Ist dF ein Flächentheilchen derselben mit dem Einheitsdrucke p, so wird $\mathfrak{M} = f \int p\, dF \varrho$. Da aber $p\, dF$ mit der Wagerechten den Winkel δ bildet, so ist

Fig. 282.



$$D = \sin\delta \int p\, dF.$$

Das Flächentheilchen dF bildet mit der wagerechten Grundrissebene den Winkel $90^0 - \delta$ nennt man dF' den Grundriss von dF, so wird $dF' = dF \cos (90^0 - \delta) = dF \sin \delta$. Hiernach wird

$$D = \int p\, dF' \quad \text{und}$$

$$\mathfrak{M} = \frac{f}{\sin\delta} \int p\, dF' \varrho.$$

Da nun dF' mit $2 \varrho \pi d\varrho$ eingeführt werden kann, so wird

$$\mathfrak{M} = \frac{2\pi f}{\sin\delta} \int_r^R p \varrho^2 d\varrho \quad \text{und}$$

$$D = 2\pi \int_r^R p\, \varrho\, d\varrho$$

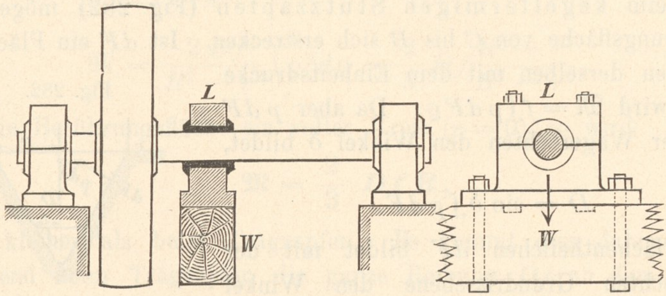
Vergleicht man diese Werthe mit den Gl. 1 und 2, so erkennt man, dass der Ausdruck für D völlig mit Gl. 2 übereinstimmt, während in dem Werthe für $\mathfrak{M}$ nur f mit $f : \sin\delta$ vertauscht ist als Folge des kegelförmigen Einpressens, wie in allen ähnlichen Fällen. Daher muss sowohl in den Gl. 3 und 4 für einen neuen Zapfen, sowie auch in den Gl. 6 und 7 für den eingelaufenen Zapfen f vertauscht werden mit $f : \sin\delta$.

Der kegelförmige Zapfen verursacht also mehr Reibung als der ebene Stützzapfen, gewährt aber auch, wie das Keillager, den Vortheil einer sicheren Führung, wogegen der Stützzapfen mit ebener Reibungsfläche eine solche nicht bietet, weil an der cylindrischen Seitenwand des Lagers sich Spielraum befindet oder bilden muss.

c) Hirn'sche Reibungswaage.

Die vom elsässischen Ingenieur Adolf Hirn im Jahre 1854 ersonnene Vorrichtung (Fig. 283 und 284) dient zur Ermittelung

Fig. 283.



der Reibungsziffer f eines Zapfenlagers durch Abwägen. Auf einer Welle, die von einer Maschine etwa mittels Riemscheiben in gleichmässige Drehung versetzt wird, befindet sich der zu untersuchende Lagerkörper L, der aber nicht etwa zur Stützung der Welle dient, sondern an der Welle hängt. Unten an dem Lagerkörper ist ein Waagebalken W befestigt, an dessen gleichen Armen Waagschalen hängen. Die Waagschalen werden mit Gewichten beschwert, so dass der für die Versuche gewünschte Zapfendruck D entsteht, welcher das Reibungsmoment Dfr erzeugt. Dieses Moment, welches vom Lager auf den Zapfen als ein der Drehung entgegen gerichtetes Moment ausgeübt wird, hat nach dem Gesetze der Wechselwirkung das Bestreben, den Lagerkörper bei der Drehung

Fig. 284.