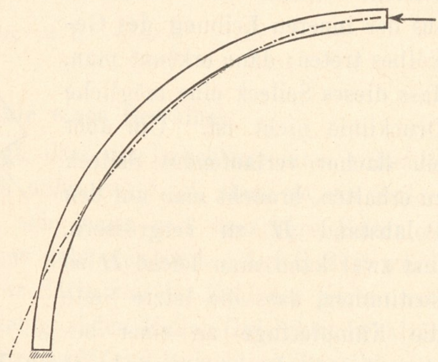
eingezeichnet, die den Bedingungen einer Drucklinie noch nicht entsprechen, aber durch Veränderung von H zu möglichen Drucklinien umzuwandeln sind. Schneidet ein Seileck (Fig. 273) erst die innere Wölblinie, kehrt dann durch dieselbe in das Gewölbe zurück und geht bei weiterem Verlaufe noch einmal durch die äussere Wölblinie, so ist Gleichgewicht unmöglich. Denn jede Änderung von H und C, die an der einen Stelle das Hinaustreten beseitigen könnte, müsste das Hinaustreten an der anderen Stelle noch verstärken; in solchem Falle kann nur eine Vergrösserung der Gewölbstärke oder eine Änderung der Gewölbform zum Ziele führen.

Fig. 273.



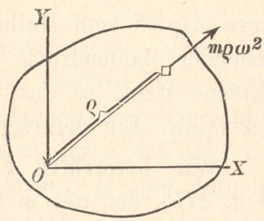
Auf diese Andeutungen über die Drucklinie in Gewölben müssen wir uns hier beschränken. Die wirkliche Lage des Scheitelschubes H und des Widerlagerdrucks W folgt aus dem elastischen Verhalten der Gewölbsteine und findet sich besprochen in Keck, Vorträge über Elasticitätslehre, S. 330 u. ff. Hat man aber die richtige Drucklinie gefunden, so geben die Polstrahlen des Kraftecks die Grösse der Druckkräfte in den einzelnen Fugen an.

II. Wirkung der Reibung bei gleichmässig sich drehenden Körpern.

Ein starrer Körper, der sich gleichförmig um eine feste Achse dreht, ist nicht im Gleichgewichte, weil die einzelnen Massentheilchen nicht geradlinige, sondern kreisförmige Bewegungen ausführen. Die Bedingungen für eine gleichförmige Drehbewegung lassen sich aber mit Hülfe des Satzes auf S. 141 aufstellen, wonach die Ergänzungskräfte den an dem Körper wirkenden äusseren Kräften das Gleichgewicht halten müssen.

Dreht sich der Körper mit der Winkelgeschwindigkeit ω um die Achse O rechtwinklig zur Bildebene (Fig. 274), so erfährt ein Massentheilchen m im Abstande ϱ von der Achse nach S. 88 die Centripetalbeschleunigung $\varrho\,\omega^2$; daher müssen sämmtliche Centrifugalkräfte $m\varrho\omega^2$ den äusseren Kräften gleichwerthig sein. Die äusseren Kräfte bestehen in bewegenden Kräften K, in den Normalwiderständen N der festen Achse O und in Reibungswiderständen der Lager der Drehachse. Da die Centrifugalkräfte sämmtlich durch O hindurchgehen, so haben sie in Bezug auf die Achse das Moment Null. Dieses muss also auch für die äusseren Kräfte gelten. Da nun die Normalwiderstände N ebenfalls durch O gehen, so ergiebt sich als wesentliche Bedingung der gleichförmigen Drehung, dass die Momentensumme der bewegenden Kräfte K und der Reibungswiderstände $f \cdot N$ in Bezug auf O zusammen Null betrage.

Fig. 274.



Die Normalwiderstände N der festen Drehachse sind im Allgemeinen von der Massenvertheilung des Körpers abhängig und werden erst weiter unten eingehend bestimmt werden. Jetzt wollen wir nur solche Fälle betrachten, bei denen die Masse derartig symmetrisch um die Achse vertheilt ist, dass jedem Massentheilchen im Abstande ϱ auf der einen Seite der Achse ein gleiches Massentheilchen in demselben Abstande auf der anderen Seite entspreche, so dass die Centrifugalkräfte dieser Massentheilchen sich gegenseitig aufheben, weshalb dann auch die sämmtlichen äusseren Kräfte sich vollständig aufheben, d. h. den Gleichgewichtsbedingungen genügen müssen. Aus diesem Grunde können die Fälle der gleichmässigen Drehung solcher Körper mit symmetrischer Massenvertheilung schon an dieser Stelle, d. h. in der Gleichgewichtslehre, behandelt werden

In den obigen Bedingungen wird nichts geändert, wenn zu der Drehung um die Achse O noch eine geradlinige und gleichmässige Verschiebung des Körpers mit seiner Achse kommt. Denn eine derartige Verschiebung bedingt keine Beschleunigung, also auch keine Ergänzungskräfte.

a) Reibungsmoment eines Tragzapfens.

Eine Achse sei rechtwinklig zu ihrer Mittellinie belastet und stütze sich mittels cylindrischer Zapfen auf cylindrische Lager, welche die Zapfen mit geringem Spielraum umschliessen. Auf einen Zapfen vom Halbmesser r komme ein durch die Zapfenmitte gehender Zapfendruck D, der rechtwinklig zur Längenachse des Zapfens steht, so dass die Cylinderfläche des Zapfens den Druck bekommt. Ein derartiger Zapfen heisst Tragzapfen.

Wir betrachten zuerst einen sog. eingelaufenen Zapfen (Fig. 275), der mit merklichem Spielraum im Lager liegt, und bei dem man annäherungsweise annehmen kann, die Berührung mit dem Lager finde nicht in einer grösseren Fläche, sondern in einer Seite des Cylinders (in der Figur durch einen Punkt dargestellt) statt. Im Ruhezustande würde A die Berührungsstelle sein. Dreht sich nun aber der Zapfen rechts herum, so gleitet bei A der Zapfen nach links; dem setzt sich der Widerstand fN nach rechts entgegen. Das Moment $fN \cdot r$ macht ein treibendes, die Reibung überwindendes Kräftepaar $\mathfrak{M}$ im Sinne der Drehung nöthig. Aber auch nach Anbringung desselben ist den Gleichgewichtsbedingungen noch nicht genügt, weil die Summe der wagerechten Kräfte nicht Null ist. Es kann daher im Zustande der Bewegung die Berührung nicht in A stattfinden; vielmehr verschiebt sich die Berührungsstelle nach rechts nach einem Punkte B (Fig. 276), der so liegt, dass dort die Mittelkraft W aus N und fN lothrecht gerichtet ist. Dies findet statt für $\measuredangle AOB = \varphi$. Es wird nun $W = D$, und beide bilden ein dem treibenden Momente $\mathfrak{M}$ widerstehendes Kräftepaar $Dr \sin \varphi = \mathfrak{M}$.

Fig. 275.

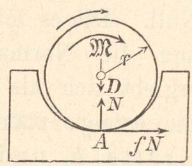
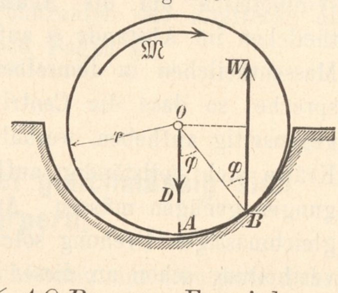


Fig. 276.

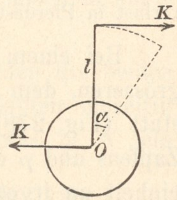


Nun ist $\operatorname{tg} \varphi = f$; weil aber bei geschmierten Drehzapfen, wie wir sie hier im Auge haben, fast stets $f \leq 0{,}1$ also $\varphi \leq 6^0$ und $\cos \varphi \geq 0{,}995$, so ist bei derartig kleinen Winkeln $\sin \varphi$ mit genügender Annäherung gleich $\operatorname{tg}\varphi = f$ zu setzen, so dass das für die gleichförmige Drehung erforderliche Kraftmoment, welches zugleich das Reibungsmoment bezeichnet, gesetzt werden darf

$$1)\qquad \mathfrak{M} = Dfr.$$

Es entspricht z. B. $f = 0{,}1$ dem Werthe $\sin\varphi = 0{,}0995$. Unmittelbar ergiebt sich Gl. 1 aus Fig. 275, wenn man daselbst, ohne Rücksicht auf den kleinen Verstoss gegen die Gleichung der wagerechten Kräfte, $N = D$ also $fN = fD$ einführt. Man denke sich also, um die Gl. 1 leicht zu merken, dass der Zapfendruck D eine Reibung fD und mit dem Hebelarm r ein Moment Dfr bedingt. Bringt man das Moment $\mathfrak{M}$ auf die Form Kl (Fig. 277), legt die eine Kraft durch O, die andere ans Ende eines Halbmessers l und lässt sich die Kräfte K bei der Drehung stets mitdrehen, so verrichtet die in O angreifende Kraft keine Arbeit; die am Endpunkte des Armes l aber während eines Drehungswinkels α die Arbeit $Kl\alpha = \mathfrak{M}\alpha$. Es ist also die Arbeit eines Kräftepaares gleich seinem Momente mal dem Drehungswinkel. Die Zapfenreibung erfordert hiernach einen sekundlichen Arbeitsaufwand $= \mathfrak{M}\omega \cdot = Dfr\omega$.

Fig. 277.



Als Arbeitseinheit dient das Meterkilogramm. Bei regelmässig umlaufenden Maschinen pflegt man aber die in jeder Sekunde geleistete Arbeit in $^{\text{mkg}}$ als Leistung, Arbeitsstärke oder Effekt $= E$ zu bezeichnen. Die Einheit der Leistung ist das Sekunden-Meterkilogramm $= 1\frac{\text{mkg}}{\text{s.}}$. Als grössere Einheit hat man die Pferdestärke $(PS) = 75\frac{\text{mkg}}{\text{s.}}$ eingeführt.

Ein lebendes Pferd leistet freilich eine sekundliche Arbeit von 75 $^{\text{mkg}}$ nur unter günstigen Umständen. Als aber James Watt i. J. 1782 Dampfmaschinen für Londoner Brauereien zu bauen hatte, kam es darauf an, diejenige Arbeit, die bisher von Pferden am Göpel verrichtet wurde, durch die Maschinen leisten zu lassen. Watt mafs daher die von den Pferden geleistete Arbeit, und eine Dampfmaschine, welche die Leistung von 10 Pferden ersetzte, wurde eine 10pferdige Maschine genannt. Die dort benutzten Pferde waren sehr kräftig; auch wird Watt der Sicherheit wegen, damit seine Dampfmaschine keinen Misserfolg erlitte, die Arbeit der Pferde eher zu hoch als zu niedrig geschätzt haben. Auf diese Weise hat sich als Maschinen-Pferdestärke die

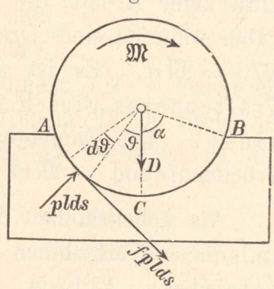
Leistung von $75 \frac{\text{mkg}}{\text{s.}}$ eingebürgert. Es wird dafür auch nicht selten Pferdekraft gesagt; doch ist diese Bezeichnung wenig passend, da man mit dem Ausdrucke doch nicht eine Kraft, sondern eine sekundliche Arbeit bezeichnen will.

Für die Anzahl der Pferdestärken wird das Zeichen N benutzt, während n die Zahl der Umdrehungen in einer Minute bedeutet.

Beispiel: Ein Wasserrad wiegt einschl. des darin befindlichen Wassers 10000^{kg}; seine Achse werde durch 2 Zapfen von $r = 0{,}1^{\text{m}}$ Halbmesser getragen und mache 10 Umdrehungen in der Minute. Nimmt man $f = 0{,}1$ an, so ist, da die Summe der Zapfendrücke an beiden Tragzapfen 10000^{kg} beträgt, das gesammte Reibungsmoment $\mathfrak{M} = 10000 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 100^{\text{mkg}}$. Bei $n = 10$ ist der Drehungswinkel in der Minute $20\,\pi$, in der Sekunde also $20\,\pi : 60 = {}^1/_3\,\pi = 1{,}047$, daher die sekundl. Reibungsarbeit $E = 104{,}7 \frac{\text{mkg}}{\text{s.}}$ und der Reibungsverlust in Pferdestärken $N = 104{,}7 : 75 = 1{,}396\ PS.$

Bei einem neuen Tragzapfen findet die Berührung längs einer grösseren, dem Mittelpunktswinkel $2\,\alpha$ entsprechenden Fläche ACB statt (Fig. 278). Ist l die Länge des Zapfens und p der Druck für die Flächeneinheit an irgend einer Stelle, so kommt auf ein Theilchen $l\,ds$ der Cylinderfläche der Druck $p\,l\,ds$ und die Reibung $f p\,l\,ds$. Das treibende Moment muss dann betragen

Fig. 278.



$$\mathfrak{M} = f l r \int p\,ds\,.$$

Macht man die Voraussetzung, dass der Zapfen überall gleich stark anliegt, so wird

$$\mathfrak{M} = f p l r \int ds = 2 f p l r^2 \alpha\,.$$

Nun muss aber $$D = p\,l \int \cos\vartheta\,ds$$

sein, oder, weil $ds \cos\vartheta = dx$

$$D = p\,l \int dx\,.$$

Darin ist $\int dx$ die Sehne $AB = 2\,r \sin\alpha$, mithin

$$D = 2\,p\,l\,r \sin\alpha\,.$$

Dann wird $\dfrac{\mathfrak{M}}{D} = f r \dfrac{\alpha}{\sin\alpha}$ oder

2) $$\mathfrak{M} = f D r \frac{\alpha}{\sin\alpha} = f D r \frac{\widehat{AB}}{\overline{AB}}\,.$$

Hiernach ist beim neuen Zapfen, weil wegen des theilweise keilförmigen Einpressens die Summe der Normaldrücke grösser ist als D, auch die Reibung grösser als beim eingelaufenen Zapfen, u. zw. im Verhältnisse des Bogens zur Sehne.

$$\alpha = 0 \text{ giebt wieder } \mathfrak{M} = D f r;$$

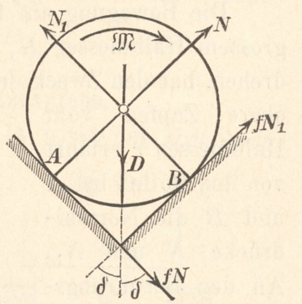
$$\alpha = {}^1\!/_2\, \pi \text{ aber } \mathfrak{M} = D f r\, {}^1\!/_2\, \pi = 1{,}57\, D f r.$$

Die Reibungswiderstände geben nach senkrechter oder wagerechter Richtung zerlegt, Seitenkräfte, die in senkrechter Richtung die Summe Null liefern, in wagerechter Richtung aber nicht. Daher besteht bei vorstehender Ableitung ein ähnlicher kleiner Verstoss gegen die Gleichung der wagerechten Kräfte wie bei Benutzung der Fig. 275 zur schnellen Entwickelung der Gl. 1.

Eine diesen Umstand berücksichtigende schärfere aber umständlichere Behandlung ergiebt wiederum, dass für f eigentlich $\sin\varphi$ gesetzt werden müsste.

Beim Zapfen im Keillager (Fig. 279) werden die beiden Reibungswiderstände fN und fN_1 wiederum die Zapfen einseitig nach rechts hinüber drücken, in Folge dessen N_1 etwas $> N$ sein muss. Nimmt man aber trotzdem annäherungsweise $N_1 = N$ an, so ergiebt sich in lothrechter Richtung

Fig. 279.



$$2\, N \sin\delta = D, \quad \text{also} \quad 2\, N = \frac{D}{\sin\delta},$$

$$3) \qquad \text{und} \quad \mathfrak{M} = 2\, f N r = \frac{D f r}{\sin\delta}.$$

Der Ersatz des eingelaufenen cylindrischen Lagers durch das Keillager bewirkt daher, dass wegen des keilförmigen Einpressens $\mathfrak{M}$ grösser wird als beim cylindrischen Lager, dass man aber, wie bei der Bewegung in Keilnuthen (S. 197), statt f einfach den grösseren Werth $f : \sin\delta$ zu setzen hat. $\delta = 30^0$ giebt $f : \sin\delta = 2\, f$, entsprechend einer Verdoppelung des Reibungsmoments.

Mit Rücksicht auf den Unterschied zwischen N und N_1 muss stattfinden

1. in wagerechter Richtung

$$0 = N \cos\delta + f N \sin\delta - N_1 \cos\delta + f N_1 \sin\delta;$$

2. in senkrechtem Sinne

$$D = N \sin\delta - f N \cos\delta + N_1 \sin\delta + f N_1 \cos\delta;$$

3. $\mathfrak{M} = f\,(N + N_1)\, r.$

Die ersten beiden Gleichungen lassen sich ordnen:

$$0 = -(N_1 - N) \cos \delta + (N + N_1) f \sin \delta$$

$$D = (N_1 - N) f \cos \delta + (N + N_1) \sin \delta .$$

Multiplicirt man die erstere dieser Gleichungen mit f, so entsteht durch Zusammenzählen

$$D = (N + N_1)(1 + f^2) \sin \delta \quad \text{und}$$

$$\mathfrak{M} = \frac{D f r}{\sin \delta (1 + f^2)} .$$

Darin ist $\dfrac{f}{1+f^2} = \dfrac{\operatorname{tg} \varphi}{\sec^2 \varphi} = \dfrac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \cos^2 \varphi = \sin \varphi \cos \varphi = \dfrac{\sin 2\varphi}{2}$

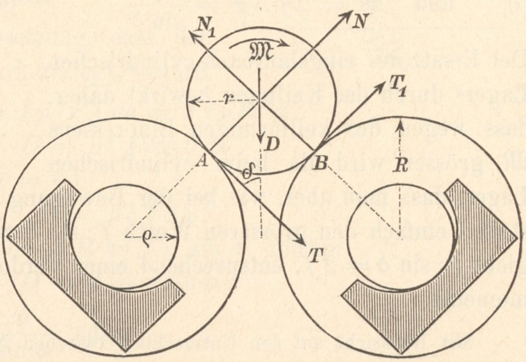
$$\text{also} \quad \mathfrak{M} = D r \frac{\sin 2\varphi}{2 \sin \delta} .$$

Bei $f = 0{,}1$ kann aber f^2 gegen 1 vernachlässigt oder $\sin 2\varphi = 2 \operatorname{tg} \varphi$ gesetzt werden, so dass dann wieder als Annäherung Gleichung 3 entsteht.

Dem Nachtheile der Vergrösserung der Reibung durch Benutzung des Keillagers steht der Vortheil gegenüber, dass der Zapfen im Keillager auch nach erfolgter Abnutzung immer noch eine sichere Führung findet, während er im eingelaufenen cylindrischen Lager um das Mafs des Spielraumes hin und her schleudern kann. Das Keillager wird deshalb besonders bei Mess-Instrumenten angewandt, bei denen es mehr auf sichere Lage als auf Kleinheit der Reibung ankommt.

Die Bewegung auf Reibungsrollen (Fig. 280) von möglichst grossem Halbmesser R, welche sich um Zapfen vom Halbmesser ϱ drehen, hat den Zweck der Verminderuug des Reibungsmoments. Der obere Zapfen vom Halbmesser r erfährt von den Rollen bei A und B die Normaldrücke N und N_1. An den Berührungsstellen A und B findet aber kein Gleiten statt, vielmehr haben die Rollen dort dieselbe Umfangsgeschwindigkeit wie die Zapfen; daher tritt an diesen Stellen nicht der Gleitwiderstand fN und fN_1 auf, sondern Reibungswiderstände T und T_1, die im Allgemeinen kleiner sind. Es wird

Fig. 280.



$$\mathfrak{M} = (T + T_1) r .$$

Die Kräfte T und T_1 wirken auf die Rollen im entgegengesetzten Sinne wie auf den Zapfen und bewirken die gleichmässige Drehung der Rollen, haben also deren Zapfenreibung zu überwinden.

Die thatsächliche Ungleichheit von N und N_1 würde in derselben Weise sich geltend machen wie im vorigen Falle; sie hat auf das wirkliche Ergebnis keinen nennenswerthen Einfluss, soll daher der Einfachheit wegen vernachlässigt werden.

Die Drücke $N = N_1$ bilden (ebenfalls umgekehrt) die Zapfendrücke in den Lagern der Rollen, erzeugen dort die Reibungsmomente $Nf\varrho$ und müssen durch die Momente der Umfangskräfte $T = T_1$ überwunden werden. Daher wird $TR = Nf\varrho$, $T = Nf\frac{\varrho}{R}$ und $\mathfrak{M} = 2\,Nf\frac{\varrho}{R}r$. Am Zapfen liefert aber die Gleichung der lothrechten Kräfte wieder $D = 2\,N \sin\delta$, wenn δ der Winkel ist, den die Tangenten in A und B mit der lothrechten Mittellinie bilden; hiernach wird

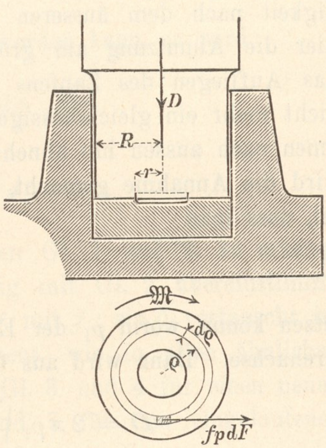
4) $$\mathfrak{M} = \frac{Dfr}{\sin\delta}\,\frac{\varrho}{R}.$$

Damit dies kleiner werde als Dfr, muss $\varrho : R < \sin\delta$ sein. $\sin\delta = 1/2$ und $\varrho : R = 1/6$ geben $\mathfrak{M} = \frac{1}{3}Dfr$.

b) Reibungsmoment eines Stützzapfens.

Beim Stütz- oder Spurzapfen (Fig. 281) wirkt der Druck D in der Achsenrichtung desselben. Die Berührung mit der Spurplatte des Lagers erfolge (der Allgemeinheit wegen) in einer Ringfläche der Halbmesser r und R. Zeichnet man im Grundriss einen schmalen Ring vom Halbmesser ϱ und der Breite $d\varrho$, so kommt auf ein Theilchen dF desselben ein Druck $p\,dF$, wenn p der Druck für die Flächeneinheit. Dieser Druck liefert eine Reibung $fp\,dF$ und ein Reibungsmoment $d\mathfrak{M} = fp\,dF\varrho$. Da man annehmen darf, dass im ganzen Umkreise dieses Ringes p denselben Werth haben wird, so kann

Fig. 281.



man dF sogleich als die Ringfläche $2\varrho\pi d\varrho$ einführen und erhält als gesammtes Reibungsmoment

1) $$\mathfrak{M} = 2\pi f \int_r^R p\varrho^2 d\varrho .$$

Ausserdem muss, da der schmale Ring den Druck $p\, 2\pi\varrho d\varrho$ aufnimmt,

2) $$D = 2\pi \int_r^R p\varrho\, d\varrho \quad \text{sein.}$$

Beim neuen Zapfen nimmt man den Druck p überall gleich an, daher $p = \dfrac{D}{(R^2 - r^2)\pi}$ und

3) $$\mathfrak{M} = \frac{2Df}{R^2 - r^2}\int_r^R \varrho^2 d\varrho = \frac{2}{3} Df \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}.$$

Ist die Berührungsfläche ein voller Kreis ($r = 0$), so wird

4) $$\mathfrak{M} = \frac{2}{3} DfR,$$

also kleiner als beim Tragzapfen. Es kommt dies daher, dass, während beim Tragzapfen die ganze Reibung Df an dem vollen Halbmesser als Hebelarm wirkt, hier die Hebelarme der Reibungswiderstände im Allgemeinen kleiner sind als der äussere Halbmesser.

Beim eingelaufenen Zapfen sind die Verhältnisse noch günstiger. Mit der gleitenden Bewegung des Zapfens ist nämlich eine Abnutzung, ein fortwährendes Abschleifen verbunden, und da die Gleitgeschwindigkeit nach dem äusseren Umfange hin zunimmt, so wird auch hier die Abnutzung am grössten ausfallen; in Folge dessen wird das Aufliegen des Zapfens auf der Spurplatte nach einiger Zeit nicht mehr ein gleichmässiges sein; es wird der Einheitsdruck von innen nach aussen hin abnehmen. Über die Veränderlichkeit von p wird die Annahme gemacht, dass p mit ϱ umgekehrt proportional sei, dass man

5) $$p = \frac{p_1}{\varrho}$$

setzen könne, worin p_1 der Einheitsdruck im Abstande Eins von der Drehachse. Dann wird aus Gl. 2:

$$D = 2\pi p_1 \int_r^R d\varrho = 2\pi p_1 (R - r),$$

aus Gl. 1 aber:

$$\mathfrak{M} = 2\pi f p_1 \int_r^R \varrho \, d\varrho = \pi f p_1 (R^2 - r^2).$$

Theilt man diese Gleichung durch die vorhergehende, so wird

$$\mathfrak{M} : D = \tfrac{1}{2} f (R + r) \quad \text{also}$$

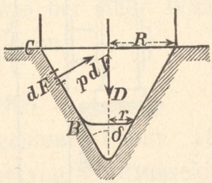
6) $$\mathfrak{M} = \tfrac{1}{2} D f (R + r).$$

Es ist jetzt offenbar $\tfrac{1}{2}(R + r)$ der mittlere Hebelarm der Reibung. Für volle Kreisfläche $(r = 0)$ wird

7) $$\boldsymbol{M = \tfrac{1}{2} D f R}.$$

Beim kegelförmigen Stützzapfen (Fig. 282) möge die Berührungsfläche von C bis B sich erstrecken. Ist dF ein Flächentheilchen derselben mit dem Einheitsdrucke p, so wird $\mathfrak{M} = f \int p \, dF \varrho$. Da aber $p \, dF$ mit der Wagerechten den Winkel δ bildet, so ist

Fig. 282.



$$D = \sin\delta \int p \, dF.$$

Das Flächentheilchen dF bildet mit der wagerechten Grundrissebene den Winkel $90^0 - \delta$ nennt man dF' den Grundriss von dF, so wird $dF' = dF \cos(90^0 - \delta) = dF \sin\delta$. Hiernach wird

$$D = \int p \, dF' \quad \text{und}$$

$$\mathfrak{M} = \frac{f}{\sin\delta} \int p \, dF' \varrho.$$

Da nun dF' mit $2\varrho\pi d\varrho$ eingeführt werden kann, so wird

$$\mathfrak{M} = \frac{2\pi f}{\sin\delta} \int_r^R p \varrho^2 d\varrho \quad \text{und}$$

$$D = 2\pi \int_r^R p \varrho \, d\varrho$$

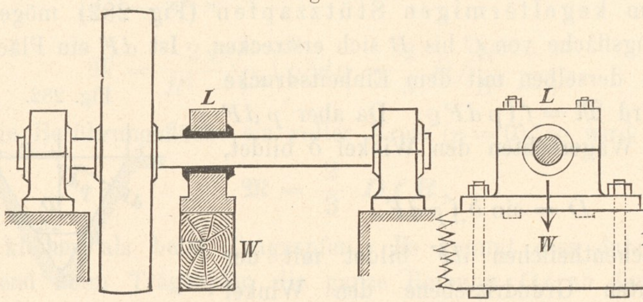
Vergleicht man diese Werthe mit den Gl. 1 und 2, so erkennt man, dass der Ausdruck für D völlig mit Gl. 2 übereinstimmt, während in dem Werthe für $\mathfrak{M}$ nur f mit $f : \sin\delta$ vertauscht ist als Folge des kegelförmigen Einpressens, wie in allen ähnlichen Fällen. Daher muss sowohl in den Gl. 3 und 4 für einen neuen Zapfen, sowie auch in den Gl. 6 und 7 für den eingelaufenen Zapfen f vertauscht werden mit $f : \sin\delta$.

Der kegelförmige Zapfen verursacht also mehr Reibung als der ebene Stützzapfen, gewährt aber auch, wie das Keillager, den Vortheil einer sicheren Führung, wogegen der Stützzapfen mit ebener Reibungsfläche eine solche nicht bietet, weil an der cylindrischen Seitenwand des Lagers sich Spielraum befindet oder bilden muss.

c) Hirn'sche Reibungswaage.

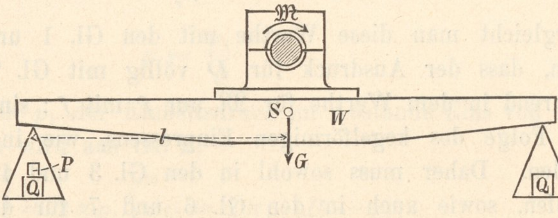
Die vom elsässischen Ingenieur Adolf Hirn im Jahre 1854 ersonnene Vorrichtung (Fig. 283 und 284) dient zur Ermittelung

Fig. 283.



der Reibungsziffer f eines Zapfenlagers durch Abwägen. Auf einer Welle, die von einer Maschine etwa mittels Riemscheiben in gleichmässige Drehung versetzt wird, befindet sich der zu untersuchende Lagerkörper L, der aber nicht etwa zur Stützung der Welle dient, sondern an der Welle hängt. Unten an dem Lagerkörper ist ein Waagebalken W befestigt, an dessen gleichen Armen Waagschalen hängen. Die Waagschalen werden mit Gewichten beschwert, so dass der für die Versuche gewünschte Zapfendruck D entsteht, welcher das Reibungsmoment Dfr erzeugt. Dieses Moment, welches vom Lager auf den Zapfen als ein der Drehung entgegen gerichtetes Moment ausgeübt wird, hat nach dem Gesetze der

Fig. 284.



Wechselwirkung das Bestreben, den Lagerkörper bei der Drehung mitzunehmen, den Waagebalken also schräg zu stellen. Diesem Bestreben wirkt man entgegen, indem man in der linksseitigen Waagschale ein Übergewicht P anbringt (Fig. 284) und dieses so regelt, dass der Balken wagerecht einspielt. Der Zapfendruck beträgt $D = 2Q + P + G$, wenn G das Eigengewicht des Lagers mit dem Balken. Das Reibungsmoment beträgt also $\mathfrak{M} = (2Q + P + G)fr$ und wird gemessen durch das Moment des Übergewichtes P, d. h. $\mathfrak{M} = Pl$. Das ergiebt

$$f = \frac{Pl}{(2Q + P + G)r}.$$

Beispiel: Bei $l = 1^{\text{m}}$, $r = 0{,}05^{\text{m}}$, $G = 100^{\text{kg}}$; $Q = 2000^{\text{kg}}$ sei das Übergewicht $P = 2{,}0^{\text{kg}}$; dann ist $f = \frac{2{,}0 \cdot 1}{(4000 + 102)\,0{,}05} = 0{,}0098$.

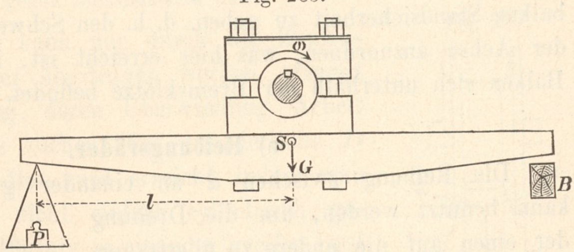
Damit der Balken gut einspiele, muss, wie bei einer Waage, der Schwerpunkt S unterhalb der Drehachse liegen.

d) Der Bremszaum von Prony.

Der Grundgedanke der vom franz. Ingenieur Prony 1821 ersonnenen Vorrichtung zum Messen der Leistung von Kraftmaschinen ist dem der Reibungswaage ähnlich.

Man hebt nämlich die Triebkraft der zu untersuchenden Maschine durch einen Reibungswiderstand auf und misst diesen mittels einer Waage. Da es in diesem Falle nur darauf ankommt, den ganzen Betrag der Reibung zu messen, es aber nicht nöthig ist, diese, wie bei der Reibungswaage, nachträglich in die Faktoren f und D zu zerlegen, so ist es auch nicht erforderlich, die Reibung durch eine Belastung zu erzeugen; vielmehr kann man sie einfacher durch Zusammenschrauben zweier Bremsklötze hervorbringen (Fig. 285), Auf der Welle der Kraftmaschine befestigt man eine Bremsscheibe und bringt auf dieser den Bremszaum an, dessen Schrauben vorläufig schwach angezogen werden. Dann setzt man die Kraftmaschine

Fig. 285.



etwa eine Dampfmaschine, allmählich in Gang und zieht die Schrauben stärker an; die an dem Umfange der Scheibe entstehende Reibung hat nun das Bestreben, den Zaum mitzunehmen, in Folge dessen sich der Waagebalken unten rechts auf eine als Hindernis dienende Schwelle B legt. Man bringt sodann die Dampfmaschine in den Zustand, in welchem sie beim regelrechten Betriebe arbeiten soll, zieht also die Bremsschrauben stärker an, wenn die Welle zu schnell läuft, und umgekehrt. Hat man auf diese Weise erreicht, dass die Welle die vorgeschriebene Zahl von n Umdrehungen in der Minute ausführt, so wird jetzt offenbar, weil ein regelmässiger Gang stattfindet, die ganze Arbeit der Maschine durch den Bremszaum in Reibung umgewandelt. Belastet man nun die linksseitige Waagschale mit einem Gewichte P (einschliesslich der Waagschale) in dem Maſse, dass der Balken sich rechts von der Schwelle abhebt und wagerecht einspielt, so ist Pl das Maſs des an der Scheibe wirkenden Reibungsmomentes $\mathfrak{M}$. Die sekundliche Arbeit desselben beträgt mithin $\mathfrak{M}\,\omega = Pl\,\omega$, oder, weil $\omega = \dfrac{2\,n\,\pi}{60}$ ist und $75\,\frac{\text{mkg}}{\text{s.}}$ eine Pferdestärke ausmachen, es ist die Anzahl N der Pferdestärken der Maschine

$$N = Pl\,\frac{n\,\pi}{30 \cdot 75}.$$

Beispiel: Ist $l = 2{,}5\,^{\text{m}}$; $P = 200\,^{\text{kg}}$; $n = 30$, so wird

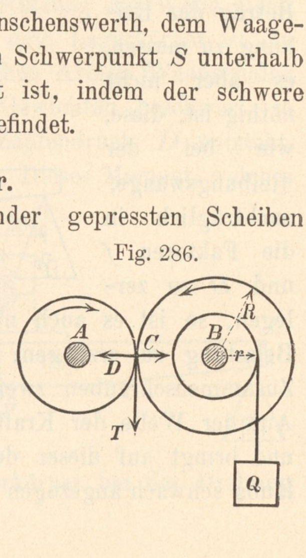
$$N = \frac{200 \cdot 2{,}5 \cdot 30 \cdot \pi}{30 \cdot 75} = 20{,}9\ PS.$$

Auch bei dieser Vorrichtung ist es wünschenswerth, dem Waagebalken Standsicherheit zu geben, d. h. den Schwerpunkt S unterhalb der Achse anzuordnen, was hier erreicht ist, indem der schwere Balken sich unterhalb der Bremsklötze befindet.

e) Reibungsräder.

Die Reibung zwischen 2 an einander gepressten Scheiben kann benutzt werden, um die Drehung der einen auf die andere zu übertragen. A (Fig. 286) sei die treibende, B die mitzunehmende Welle. Auf beiden bringt man Scheiben an, die sich bei C berühren. Liesse man die Scheiben mittels zahnartiger Vorsprünge in einander greifen, so würde dadurch eine Mitnahme der Welle B

Fig. 286.



erzwungen. Lässt man aber die Vorsprünge fort, so kann auch die Reibung die Wirkung der Zähne ersetzen.

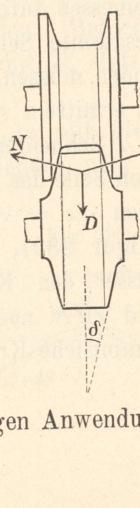
An der Welle B möge ein Widerstandsmoment $\mathfrak{M}$ der Drehung entgegenwirken; dieses kann man durch eine Last Q, welche an einer Trommel vom Halbmesser r emporgewunden wird, zur Darstellung bringen, indem dann $\mathfrak{M} = Qr$. Zur Überwindung des Momentes ist eine Umfangskraft T bei C erforderlich, für welche $TR = Qr$ also $T = Qr : R$ wird. Ist nun D der Druck zwischen den Scheiben, so würde demselben beim Gleiten die Reibung fD entsprechen. Hier soll aber kein Gleiten stattfinden, vielmehr sollen die Scheiben stets gleiche Umfangsgeschwindigkeit haben. Unter diesen Umständen ist dann die zur Wirkung kommende Reibung $T \leqq fD$, mithin

1) $$Q\frac{r}{R} \leqq fD \quad \text{oder} \quad D \geqq \frac{Q}{f}\frac{r}{R}.$$

Das Zeichen $=$ in Gl. 1 würde auch noch für ein Gleiten der Scheiben auf einander gelten; soll dies ausgeschlossen sein, also ein sicheres Mitnehmen der Welle B erfolgen, so muss für D das Zeichen $>$ angewendet werden.

Beispiel: Ist das Widerstandsmoment $\mathfrak{M} = 100 \cdot 0{,}2 = 20^{\text{mkg}}$, $R = 0{,}6^{\text{m}}$, $f = 0{,}1$ für Gusseisen auf Gusseisen, so wird $D > \frac{20}{0{,}1 \cdot 0{,}6} = 333^{\text{kg}}$. Bei $D = 333^{\text{kg}}$ würde leicht noch ein Gleiten eintreten können, so dass die Last Q abwärts gehen könnte; man muss D um ein gewisses Mafs $> 333^{\text{kg}}$ nehmen, damit man Sicherheit gegen Zufälligkeiten hat.

Fig. 287.



Der Druck D kann nur durch die Zapfenlager auf die Räder übertragen werden, erzeugt daher Zapfenreibung, deren Überwindung Arbeit kostet. Man muss suchen, das erforderliche D klein zu machen; dies wird erreicht, indem man die Reibungsräder nicht einfach cylindrisch gestaltet, sondern keilförmig in einander greifen lässt (Fig. 287), wodurch eine Vergrösserung der Reibung entsteht. Ist wieder der halbe Keilwinkel δ, so wird $D = 2N \sin\delta$, die mögliche Reibung

2) $$2fN = \frac{Df}{\sin\delta} > \frac{Qr}{R} \quad \text{oder} \quad D > Q\frac{\sin\delta}{f}\frac{r}{R},$$

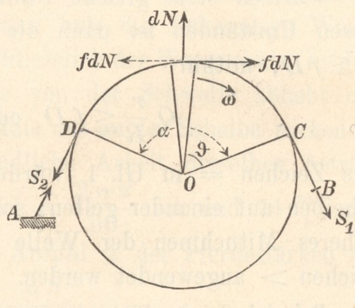
d. h. kleiner als nach Gl. 1. Dass man bei der jetzigen Anwendung der sog. Keilnuthenräder mehrere Keilnuthen neben einander anordnet, hat mit der Wirkung nichts zu thun.

Beispiel: Macht man $2\delta = 30^0$, so ist $\sin\delta = 0{,}26$, und es wird mit den sonstigen Zahlen des vorhergehenden Beispiels der untere Grenzwerth von D: $333 \cdot 0{,}26 = 87^{\text{kg}}$, also nur etwas mehr als $^1/_4$ des vorigen.

f) Seilreibung.

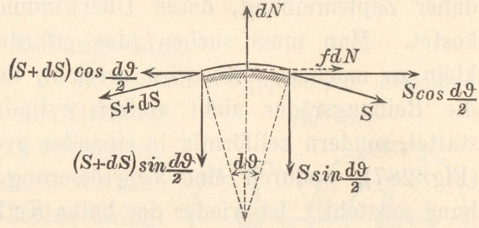
1. Über einen Cylinder vom Halbmesser r, der sich gleichförmig um eine Achse O dreht (Fig. 288), sei ein biegsames Seil, ein biegsamer Faden, Riemen oder dgl. gelegt, bei A befestigt und bei B am freien Ende mit einer Kraft S_1 gespannt, dann drückt das Seil gegen den Cylinderumfang; an einem Bogentheilchen $ds = r\,d\vartheta$ entsteht ein Normaldruck dN und ein Gleitwiderstand $f\,dN$, der auf den sich rechts drehenden Cylinder nach links, auf das Seil aber nach rechts wirkt, das Seil also mitzunehmen strebt. In dem bei A befestigten Seilstücke möge eine Spannkraft S_2 herrschen, dann befindet sich das Seil unter Einwirkung der an ihm auftretenden Kräfte S_1, S_2 Gruppe $[dN]$ und Gruppe $[f\,dN]$ im Gleichgewichte, so dass die Momentengleichung in Bezug auf O liefert (weil die dN-Kräfte durch O gehen): $S_1 r + rf\Sigma dN = S_2 r$, d. h. die gesammte Seilreibung $f\Sigma dN$ wird gemessen durch den Unterschied der Seilkräfte $S_2 - S_1$. Um also die gesammte Seilreibung zu finden, müssen wir $S_2 - S_1$ zu ermitteln suchen.

Fig. 288.



Schneiden wir aus dem Seile das Bogentheilchen $ds = r\,d\vartheta$ heraus (Figur 289), so wirken ausser den Kräften dN und $f\,dN$ noch die Spannkräfte S und $S + dS$. Zerlegt man sämmtliche Kräfte $\parallel$ und $\perp$ zu dN, so verlangt das Gleichgewicht

Fig. 289.



$$dN = (S + S + dS)\sin {}^1/_2\, d\vartheta$$
$$f\,dN = dS\cos {}^1/_2\, d\vartheta,$$

oder weil $\sin \frac{1}{2} d\vartheta = \frac{1}{2} d\vartheta$, $\cos \frac{1}{2} d\vartheta = 1$ und $dSd\vartheta$ unendlich klein zweiter Ordnung:

$$dN = Sd\vartheta$$

$$fdN = dS, \text{ mithin}$$

$$fd\vartheta = dS : S.$$

Durch Integration entsteht:

$$f\vartheta = l S + C.$$

$\vartheta = 0$ entspreche dem Punkte C (Fig. 288) und der Spannkraft S_1, $\vartheta = a$ dem Punkte D und der Spannkraft S_2, dann wird $fa = l S_2 + C$; $o = l S_1 + C$, mithin aus beiden:

$$2) \qquad fa = l\left(\frac{S_2}{S_1}\right) \text{ oder } \frac{S_2}{S_1} = e^{fa},$$

und die ganze Seilreibung

$$3) \qquad S_2 - S_1 = S_1 (e^{fa} - 1).$$

Dabei ist besonders bemerkenswerth, dass das Verhältnis der Kräfte unabhängig ist von r, nur abhängig von der Reibungsziffer und dem dem umspannten Bogen entsprechenden Mittelpunktswinkel a.

Wenn der Cylinder ruht, so wird die Summe aller zur Wirkung kommenden Reibungswiderstände $\int dT$ ebenfalls durch $S_2 - S_1$ gemessen; es ist dann aber

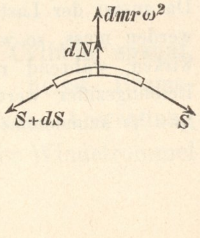
$$S_2 : S_1 < e^{fa} \text{ und auch}$$

$$S_2 - S_1 < S_1 (e^{fa} - 1).$$

Für $S_2 = S_1$ würde keine Reibung ausgeübt werden. Bei einem Unterschiede zwischen S_1 und S_2 bezeichnen wir mit S_2 stets die grössere der Kräfte.

2. Ist das Seil nicht in Ruhe, sondern wird es mit gleichbleibender Geschwindigkeit $v = r\omega$ über den ruhenden oder mit anderer Geschwindigkeit sich drehenden Cylinder fortgezogen, so heben sich an einem Bogentheilchen $rd\vartheta$ die normal gerichteten Kräfte nicht auf, sondern es geschieht dies erst, nachdem die Centrifugalkraft $dmr\omega^2$ hinzugefügt ist (Fig. 290). Es wird dann

Fig. 290.



$$dN = Sd\vartheta - dmr\omega^2.$$

Darin ist $dm = \frac{\gamma}{g} F r d\vartheta$, wenn F der Querschnitt, γ die Dichte des Fadens, Riemens oder Seiles. Die andere Gleichung $f dN = dS$ bleibt unverändert; weil nun

$$d\left(S - \frac{\gamma}{g} F r^2 \omega^2\right) = dS,$$

so wird

$$f d\vartheta = \frac{d\left(S - \frac{\gamma}{g} F r^2 \omega^2\right)}{S - \frac{\gamma}{g} F r^2 \omega^2},$$

also

$$f\vartheta = \mathrm{l}\left(S - \frac{\gamma}{g} F r^2 \omega^2\right) + C,$$

oder zwischen Grenzen genommen:

$$f a = \mathrm{l}\,\frac{S_2 - \frac{\gamma}{g} F r^2 \omega^2}{S_1 - \frac{\gamma}{g} F r^2 \omega^2}.$$

Daraus entsteht:

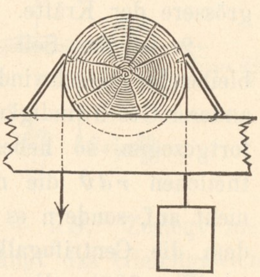
$$S_2 - \frac{\gamma}{g} F r^2 \omega^2 = \left(S_1 - \frac{\gamma}{g} F r^2 \omega^2\right) e^{f a}, \text{ oder}$$

4) $$S_2 - S_1 = \left(S_1 - \frac{\gamma}{g} F r^2 \omega^2\right)(e^{f a} - 1).$$

In den meisten Fällen ist der Einfluss des Gliedes $\frac{\gamma}{g} F r^2 \omega^2$ unbedeutend; nur bei grossen Geschwindigkeiten $r\omega$ verdient er Berücksichtigung (vergl. S. 238).

Beispiel: Ein runder Baum sei auf einer Schwelle festgelegt (Fig. 291) und ausserdem durch Zimmermannshaken gehalten. Ein Seil sei derartig hinübergeschlungen, dass $a = \pi$. An der rechten Seite hänge eine Last von 1000 kg. Es soll berechnet werden, mit welcher Kraft links gezogen werden muss, um die Last hinauf zu ziehen. Da ausser der Last noch die Reibung überwunden werden muss, so wird links die grössere Kraft S_2 wirken, während rechts $S_1 = 1000$ kg ist. Die Reibungsziffer werde für ein Hanfseil auf Holz $f = 1/3$ angenommen.

Fig. 291.

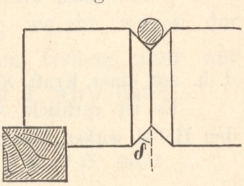


$$S_2 : S_1 = e^{1/3\,\pi}.$$

Nimmt man von beiden Seiten der Gleichung die Briggischen Logarithmen, so wird $\log\left(\frac{S_2}{S_1}\right) = \frac{1}{3}\,\pi \log e = 1{,}047 \cdot 0{,}434 = 0{,}4544$. Dazu gehört eine Zahl $2{,}85 = S_2 : S_1$. Mithin wird $S_2 = 2850$ kg; die Seilreibung beträgt 1850 kg, ist daher sehr gross. Diese Vorrichtung eignet sich daher nicht als Aufzugsmaschine, um so besser aber zum Hinablassen einer Last, wobei die Reibung günstig wirkt. Beim Hinablassen wirkt die kleinere Kraft S_1 auf der linken Seite, während die Last jetzt $S_2 = 1000$ kg wird. Wiederum ist $e^{f\alpha} = 2{,}85$, daher $S_1 = 1000 : 2{,}85 = 351$ kg. Jetzt kommt also die Seilreibung im Betrage von $1000 - 351 = 649$ kg der hinablassenden Kraft zu Hülfe. Die Zugkraft an der linken Seite darf zwischen den weiten Grenzen 351 und 2850 kg sich bewegen, ohne dass ein vorhandener Ruhezustand gestört werden würde. Da die Reibung das Bestreben hat, den Balken zu drehen, so muss er hiergegen sicher befestigt sein.

Zum Festhalten oder bequemen Hinablassen schwerer Lasten findet eine derartige Vorrichtung vielfache Anwendung. Die Reibung wird noch bedeutend vergrössert, wenn man den Winkel α des umspannten Bogens vergrössert. Man kann dadurch jedes beliebige Verhältnis $S_2 : S_1$ erreichen. Wir wollen berechnen, wie gross α werden muss, wenn $S_2 : S_1 = 1000$ sein soll, d. h. wenn man durch Anwendung von $S_1 = 1$ kg die Last von 1000 kg hinablassen will. Es muss $e^{1/3\,\alpha} = 1000$, d. h. in Logarithmen $1/3\,\alpha\, 0{,}434 = 3$, oder $\alpha = 9 : 0{,}434 = 20{,}7$ sein. Da nun 1 Umwickelung einem Winkel 2π entspricht, so muss die Zahl der Umwickelungen $n = 20{,}7 : 2\pi = 3{,}3$ betragen. Wenn man also das Seil 3 Mal und dann noch 1/3 oder vielleicht 1/2 Mal umlegt, so wird das Ziel erreicht sein. Bei öfterem Umschlagen genügt schliesslich das Gewicht des überhängenden Seilendes zum Festhalten der Last.

Fig. 292.



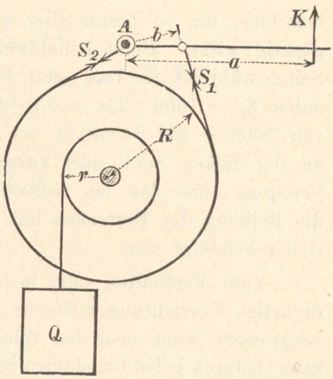
Es ist für die Wirkung gleichgültig, ob der umspannte Bogen α sich auf einem Cylinder befindet, oder ob das Seil nach einander um mehrere Cylinder geschlungen ist; in letzterem Falle ist α die Summe der umspannten Bögen. Auf diesem Grundgedanken beruhen die Rettungsvorrichtungen bei Feuersgefahr, mittels deren Menschen aus einem brennenden Hause hinabgelassen werden können.

Erheblich vergrössert wird die Seilreibung noch, wenn man das (runde) Seil in eine Keilrinne (Fig. 292) legt, weil dann $f : \sin\delta$ an Stelle von f zu setzen ist.

g) Bandbremse.

Ein dünnes Bandeisen, welches man um einen Cylinder spannt, um an diesem Reibungswiderstand zu erzeugen, heisst Bremsband und findet als Bandbremse bei Winden vielfache Anwendung zum gleichmässigen Hinablassen von Lasten. An einer Windetrommel vom Halbmesser r (Fig. 293) hänge das Gewicht Q. Mit der Trommel fest verbunden ist die Bremsscheibe vom Halbmesser R. Das umgelegte Bremsband sei mit dem einen Ende am Gestelle befestigt, z. B. an dem Drehpunkte A des Bremshebels, das andere Ende des Bandes sei mit dem Hebel verbunden. Am Ende des Hebels wirke aufwärts die Kraft K, welche in dem Bande eine Spannkraft S_1 auf der rechten Seite hervorruft. Bei der Drehung links herum entsteht an der Scheibe eine der Drehung entgegen wirkende Bandreibung $S_2 - S_1 = S_1\,(e^{f\alpha} - 1)$, welche, mit R multiplicirt, dem Momente Qr der Last gleich sein muss. Ist nun b der Hebelarm von S_1 (aber nicht als Länge am Hebel, sondern rechtwinklig zu S_1 gemessen), so wird $Ka = S_1 b$, mithin $K = \frac{Q}{e^{f\alpha} - 1}\,\frac{r}{R}\,\frac{b}{a}$.

Fig. 293.



Beispiel: Der Winkel des umspannten Bogens sei $\alpha = 0{,}7 \cdot 2\pi$, die Reibungsziffer für Bandeisen auf gusseiserner Scheibe $f = 0{,}18$, $r : R = 1/2$, $a : b = 10$; dann wird $e^{\alpha f} = 2{,}21$ und

$$K = \frac{Q}{2{,}21 - 1}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{10} = \frac{Q}{24{,}2},$$

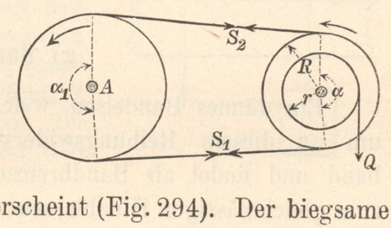
d. h. mit einer Kraft $K = 10$ kg kann man eine Last $Q = 242$ kg hinablassen.

Es ist räthlich, von den beiden Kräften des Bandes die kleinere S_1 auf den Hebel wirken, die grössere S_2 aber vom festen Gestell aufnehmen zu lassen.

h) Riemenscheiben.

Nützliche Anwendung findet die Seilreibung auch bei den Riemenscheiben, welche zur Übertragung der Bewegung von einer Welle auf eine ihr parallele Welle dienen, wenn die Entfernung der Wellen so gross ist, dass eine unmittelbare Übertragung mittels Reibungsräder oder Zahnräder nicht zweckmässig erscheint (Fig. 294). Der biegsame

Fig. 294.



Körper, der um die Umfänge der Scheiben gelegt wird, ist hier meist ein Lederriemen. Die Welle A drehe sich links herum; der Riemen sei genügend angespannt, so dass er auf den Scheiben nicht gleitet, dass vielmehr beide Scheibenumfänge und der Riemen die übereinstimmende Geschwindigkeit v haben müssen. Der Drehung der rechtsseitigen Welle setze sich ein Widerstandsmoment entgegen, welches wir wieder auf die Form $\mathfrak{M} = Q\,r$ bringen wollen (vergl. S. 231). Sind S_2 und S_1 die Spannkräfte der Riementheile, so wird die ganze Seilreibung an der rechtsseitigen Scheibe stets gemessen durch $S_2 - S_1$, und für gleichmässige Drehung der rechtsseitigen Welle ist erforderlich

1) $$S_2 - S_1 = Q\,r : R.$$

Da nun Riemen und Scheibe nicht auf einander gleiten, so ist

2) $$S_2 - S_1 = \leq S_1 \left(e^{f\,a} - 1\right),$$

oder durch Verbindung von Gl. 1 und 2:

$$S_1 = \geq Q \frac{r}{R} \frac{1}{e^{f\,a} - 1},$$ wofür wir schreiben wollen:

3) $$S_1 = Q \frac{r}{R} \frac{1}{e^{f\,a} - 1} + \Delta S;$$

darin ist ΔS der Überschuss an Spannkraft, welche wegen der Sicherheit gegen Gleiten nöthig ist, dessen Grösse aber nur durch Erfahrung bedingt wird. Aus Gl. 3 und 1 wird dann

$$S_2 = S_1 + \frac{Q\,r}{R} = \frac{Q\,r}{R}\left(\frac{1}{e^{f\,a} - 1} + 1\right) + \Delta S$$ oder

4) $$S_2 = \frac{Q\,r}{R} \frac{e^{f\,a}}{e^{f\,a} - 1} + \Delta S.$$

Die Grösse a des Winkels des umspannten Bogens wirkt in günstigem Sinne auf die Verhinderung des Gleitens. Da nun die gleichen Kräfte S_1 und S_2 an beiden Scheiben wirken, die Winkel a und a_1 aber bei beiden Scheiben im Allgemeinen ungleich sind, so muss von den beiden Winkeln a und a_1 stets der kleinere in Rechnung geführt werden.

Beispiel: Für Lederriemen auf Gusseisenscheiben setzt man $f = 0{,}28$, sind ferner die beiden Scheiben gleich und daher $\alpha = \pi$, so wird

$$e^{f\alpha} = e^{0{,}28\,\pi} = 2{,}41.$$

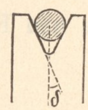
Ist nun $R = 0{,}6^{\,\mathrm{m}}$, $\mathfrak{M} = 100 \cdot 0{,}2 = 20^{\,\mathrm{mkg}}$, so wird

$$S_1 = \frac{20}{0{,}6}\,\frac{1}{1{,}41} + \varDelta S = 23{,}64^{\,\mathrm{kg}} + \varDelta S.$$

$$S_2 = 23{,}64 \cdot 2{,}41 + \varDelta S = 56{,}97^{\,\mathrm{kg}} + \varDelta S.$$

Wie bei den Reibungsrädern der Druck D, so verursachen hier die Spannkräfte S_1 und S_2 Zapfenreibungswiderstände in den Lagern. In ähnlicher Weise wie dort D, können hier S_1 und S_2 vermindert werden, wenn man den Riemen durch eine runde Schnur ersetzt und die Scheibe mit einer keilförmigen Rinne versieht (Fig. 295), so dass in Folge der Keilwirkung wiederum f mit $f : \sin\delta$ zu vertauschen ist. Man wähle δ so gross, dass das Seil sich in der Rinne nicht festklemmt, mache also $\delta > \varphi$, damit das Seil beim Ablaufen sich ohne erheblichen Widerstand aus der Rinne entfernt, nicht aber gewaltsam herausgezerrt werden muss.

Fig. 295.



Ist für Hanfseile in gusseisernen Rinnen $f = 1/3$, $\varphi = 18^{\,0}$, so ist $\delta = 30^{\,0}$ zulässig.

In den vorstehenden Rechnungen ist der Einfluss der Geschwindigkeit des Riemens auf Verminderung der Reibung nicht berücksichtigt. Für schnelllaufende Riemen ist an Stelle der Gl. 2 auf S. 233 zu setzen (nach Gl. 4, S. 234)

$$\left(S_1 - \frac{\gamma}{g} F r^2 \omega^2\right)\left(e^{f\alpha} - 1\right) \geqq S_2 - S_1 = Q\,\frac{r}{R}.$$

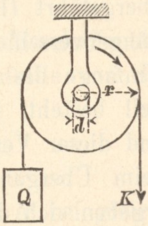
Dadurch kommt dann zu den Werthen S_1 und S_2 nach Gl. 3 und 4, S. 237 noch der Summand $\frac{\gamma}{g} F r^2 \omega^2$ hinzu.

Hat z. B. ein Riemen von $0{,}5 \times 6^{\,\mathrm{cm}} = 3^{\,\mathrm{qcm}} = 0{,}0003^{\,\mathrm{qm}}$ Querschnitt eine Dichte von 900, so ist $\gamma F = 0{,}27$. Bei $15^{\,\mathrm{m}}$ sekundl. Umfangsgeschwindigkeit wird dann $\frac{\gamma}{g} F r^2 \omega^2 = \frac{0{,}27 \cdot 15^2}{9{,}81} = 6{,}2^{\,\mathrm{kg}}$. Aus den Zahlen des vorstehenden Beispiels wird dann $S_1 = 23{,}64 + 6{,}2 + \varDelta S$ und $S_2 = 57{,}37 + 6{,}2 + \varDelta S$.

i) Seilrollen und Flaschenzüge.

Ist über eine Rolle (Fig. 296) ein völlig biegsamer Faden gelegt, der die Last Q trägt, so würde, wenn sich der Drehung der Rolle kein Widerstand entgegensetzte, zur gleichmässigen Drehung kein Moment, also auch keine Seilreibung erforderlich sein, es würde dann $K = Q$ hinreichen zum Hinaufziehen der Last. Nun findet aber ein Zapfendruck $D = Q + K$ statt, also ein Reibungsmoment $\mathfrak{M} = D f \frac{d}{2}$, wenn d der Zapfendurchmesser, zu dessen Überwindung eine am Umfange der Rolle angreifende Kraft $\frac{\mathfrak{M}}{r} = D f \frac{d}{2\,r} = \frac{Q + K}{2\,r} f\,d$ nöthig ist. Dies ist die auf den Rollenumfang bezogene Zapfenreibung Z. Diese Kraft kann von dem Seile nur durch die Seilreibung auf die Rolle übertragen werden, oder es ist $K - Q = \frac{K + Q}{2\,r} f d$. Daraus entsteht

Fig. 296.



$$\frac{K}{Q} = \frac{1 + \frac{f d}{2\,r}}{1 - f \frac{d}{2\,r}}.$$

Zur Vereinfachung multipliciren wir in Zähler und Nenner mit dem Zähler, erhalten

$$\frac{K}{Q} = \frac{1 + f \frac{d}{r} + \left(\frac{f d}{2\,r}\right)^2}{1 - \left(\frac{f d}{2\,r}\right)^2}$$

und vernachlässigen nun den kleinen Werth $\left(\frac{f d}{2\,r}\right)^2$ gegen die Einheit, so dass genau genug

1) $$\frac{K}{Q} = 1 + f \frac{d}{r} \quad \text{wird.}$$

Man kann auch schreiben $K = Q + Z$, wo

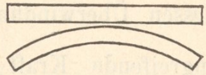
2) $$Z = Q f \frac{d}{r}$$

die auf den Rollenumfang bezogene Zapfenreibung, d. h. man kann (nach A. Ritter, Lehrbuch der technischen Mechanik, 2. Aufl., S. 365) die Sache so ansehen, als ob zu der Kraft $K_0 = Q$, die bei einer ideellen Rolle hinreichen würde, noch der Betrag Z hinzutreten muss.

Ausser der Zapfenreibung muss aber auch noch der Seilbiegungswiderstand berücksichtigt werden. Wir haben bisher ein Seil angenommen, dessen Richtung stets mit der Richtung seiner

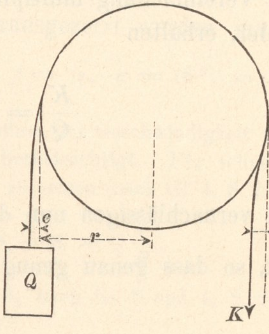
Spannkraft übereinstimmt, welches daher zu beiden Seiten der Rolle sich völlig tangential an diese legt. Wird aber ein wirkliches Seil aus der geraden Form in eine Krümmung übergeführt (Fig. 297), so müssen wegen der Längenverschiedenheit am inneren und äusseren Umfange die einzelnen Fasern, aus denen das Seil besteht, sich gegen einander verschieben, und dieser Verschiebung setzt sich ein Widerstand entgegen. Auch beim Übergange aus dem gekrümmten Zustande in den geraden ergeben sich die gleichen Widerstände.

Fig. 297.



Soll nun an der linken Seite der Rolle die Last Q aufgewunden werden, so geht das Seil nicht plötzlich aus der geraden Tangente in die Krümmung $1 : r$ über, sondern es vertheilt diese Krümmungsänderung auf eine gewisse Länge, und die Folge davon ist, dass die Mittellinie des unteren Theils des Seiles um eine gewisse Grösse e von der Tangente nach aussen abweicht (Fig. 298). Auf der Ablaufseite erfolgt der Übergang aus der Krümmung $1 : r$ in die Krümmung Null ebenfalls allmählich mittels einer Gegenkrümmung, und es folgt daraus eine Abweichung der Kraft K von der Tangente um die Grösse e_1 nach innen. Die Biegungswiderstände haben dann dieselbe Einwirkung auf die Drehung der Rolle, als ob die Last Q an dem grösseren Hebelarm $r + e$, die treibende Kraft K aber an dem kleineren Hebelarm $r - e_1$ angreift, wobei man die Abstände e und e_1 gleich annehmen darf, daher wird

Fig. 298.



$$K(r - e) = Q(r + e) \quad \text{oder}$$

$$\frac{K}{Q} = \frac{r + e}{r - e} = \frac{1 + \frac{e}{r}}{1 - \frac{e}{r}},$$

wofür man, weil $e : r$ wieder ein kleiner Werth ist, schreiben kann (vergl. S. 239)

$$\frac{K}{Q} = 1 + \frac{2e}{r}.$$

Nennt man $Q \cdot 2e : r = B$ den auf den Rollenumfang bezogenen Biegungswiderstand, so kann man den Einfluss dieses Umstandes wieder so auffassen, als ob zu $K_0 = Q$ wegen der unvollkommenen Biegsamkeit noch der Betrag B hinzutreten muss.

Die Grösse e in Metern ist von der Dicke und Beschaffenheit des Seiles abhängig. Nach Versuchen ist für Hanfseile von der Dicke δ (in Metern)

$$3)\qquad e = 6{,}5\,\delta^2, \text{ oder } B = Q\frac{13\,\delta^2}{r}.$$

Werden nun durch die Wirkung der Zugkraft K bei gleichförmiger Drehung der Rolle Zapfenreibung und Biegungswiderstand zugleich überwunden, so kann man

$$4)\qquad K = Q + Z + B = Q\left(1 + f\frac{d}{r} + \frac{13\,\delta^2}{r}\right) \text{ setzen, oder}$$

$$5)\qquad K = Qw,$$

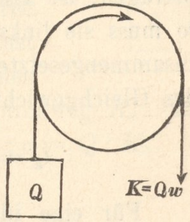
wenn $w = 1 + f\frac{d}{r} + \frac{13\,\delta^2}{r}$ ist; w heisst dann die Widerstandsziffer für Seilrollen.

Ist die Seildicke $\delta = 0{,}02$ m, der Rollenhalbmesser $r = 0{,}09$ m, der Zapfendurchmesser $d = 0{,}03$ m, $f = 0{,}12$, so wird

$$w = 1 + \frac{0{,}12 \cdot 0{,}03}{0{,}09} + \frac{13 \cdot 0{,}0004}{0{,}09} = 1 + 0{,}04 + 0{,}06 = 1{,}10.$$

Die Zapfenreibung vergrössert also die erforderliche Zugkraft um 4 %, der Biegungswiderstand um 6 %; der Abstand der Seilmitte von der Tangente beträgt $e = 6{,}5 \cdot 0{,}0004 = 0{,}0026$ m $= 2{,}6$ mm.

Fig. 299.



Um eine Last von 100 kg mittels einer solchen Rolle und eines solchen Seiles gleichmässig emporzuziehen, ist eine Kraft $K = 110$ kg erforderlich (Fig. 299). Beim Hinablassen der Last vertauschen Q und K ihre Rollen; das Verhältnis beider bleibt aber w, daher wird dann

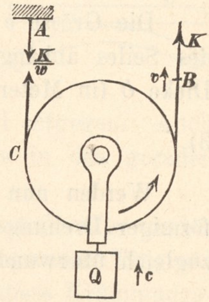
$$K = Q : w = 100 : 1{,}1 = 90{,}9 \text{ kg}.$$

Bei einem über eine Rolle geführten Seil ist die Spannkraft in dem sich abwickelnden Seilstücke die grössere; das Verhältnis beider Spannkräfte beträgt stets w.

Streng genommen muss für jede gegebene Rolle mit Seil der Ausdruck w besonders berechnet werden. Da die Verhältnisse zwischen d, r und δ aber meist nicht sehr schwanken, wollen wir für fernere Beispiele mit Seilrollen $w = 1{,}1$ wählen.

Lose Rolle. Bei der sog. losen Rolle ist die Drehachse nicht fest gelagert; vielmehr ist das eine Ende des Seiles bei A (Fig. 300) befestigt; an dem anderen wird bei B gezogen, und die Last hängt an der Achse der Rolle. Beim gleichmässigen Aufwärtsziehen erfährt die Rolle eine aufwärts gerichtete Verschiebung mit der Geschwindigkeit c, welche sich mit der Umfangsgeschwindigkeit $r\omega$ im Punkte C derartig vereinigt, dass dort die Geschwindigkeit Null entsteht. Denn das Seil AC ruht, und da es auf der Rolle nicht gleitet, so muss auch der Punkt C der Rolle die Geschwindigkeit Null haben. Mithin ist $c = r\omega$. An der rechten Seite der Rolle addiren sich c und $r\omega$ zu der Geschwindigkeit $v = c + r\omega = 2\,c$, mit welcher der Punkt B des Seiles sich aufwärts bewegen muss. Die lose Rolle wälzt sich an dem Seile AC empor; die Bewegung ist eine Rollbewegung, bei der die einzelnen Punkte der Rolle Cykloiden beschreiben.

Fig. 300.



Das Verhältnis der Spannkräfte des Seiles muss wieder w betragen; ist also rechts im ablaufenden Stücke die Spannkraft K, so muss sie links $K : w$ sein. Nach S. 219 müssen auch bei dieser zusammengesetzten Bewegung die Kräfte K und $K : w$ der Last Q das Gleichgewicht halten. Mithin wird

$$Q = K\left(1 + \frac{1}{w}\right) = K(1 + 0{,}91) = 1{,}91\,K.$$

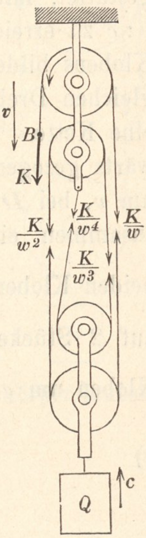
Für eine ideelle Rolle ohne Widerstände ist $w = 1$, mithin $Q = 2\,K_0$. Der Wirkungsgrad ist, weil $v = 2\,c$:

$$\eta = \frac{Qc}{Kv} = \frac{Q}{2\,K} = \frac{2\,K_0}{2\,K} = \frac{K_0}{K} = \frac{1{,}91}{2} = 0{,}955.$$

Flaschenzug. Ein Achsgestell mit einer oder mehreren Rollen heisst Klobenzeug oder kurzweg Kloben — auch eine Flasche (weil früher die Form der Kloben mit einer Flasche einige Ähnlichkeit hatte). Aus einer durch ein umgeschlungenes Seil oder Kette hergestellten Verbindung von festen und losen Kloben besteht der Flaschenzug. Sind mehrere Rollen in einem Kloben angeordnet, so bringt man diese jetzt meistens auf dieselbe Achse. In der Fig. 301 sind aber der Deutlichkeit wegen die Rollen u n t e r einander gezeichnet.

Die in Wirklichkeit gleichen Rollen zeigen hier etwas verschiedene Grösse. Die Zahl der Rollen in jedem Kloben beträgt in der Zeichnung 2, allgemein sei sie n. Der obere Kloben ist in den Deckbalken befestigt, an dem unteren Kloben hängt die Last Q.

Fig. 301.



Beim Aufwinden drehen sich (Fig. 301) sämmtliche Rollen links herum. Die bei B angreifende Kraft sei K, dann ist die Spannkraft in dem rechtsseitigen Seilstücke $K:w$, sie vermindert sich nach dem Übergange über die Rollen schrittweise auf $K:w^2$, $K:w^3$ und $K:w^4$. Das Verhältnis $v:c$ ist offenbar gleich der Zahl der Seilstücke, an denen der untere Kloben hängt, also 4 oder allgemein $2n$. Die Seile werden als sämmtlich lothrecht angenommen, da die geringen Abweichungen keine Bedeutung haben. Rückt die Last um c aufwärts, so verkürzen sich die Seilstücke je um c, zusammen also um $4c$ bezw. $2nc$. Die gleiche Länge $v = 4c$ bezw. $v = 2nc$ muss daher bei B abwärts gezogen sein. Macht man durch einen Schnitt zwischen beiden Kloben den unteren frei, so verlangt dessen Gleichgewicht, dass die Last Q gleich der Summe der Kräfte der durchschnittenen Seile. Ohne Widerstände wären die Seilkräfte durchweg K_0, daher $Q = 4K_0$ bezw. $= 2nK_0$, mithin ist wieder $v:c = Q:K_0$.

In Wirklichkeit ist

$$Q = K\left(\frac{1}{w} + \frac{1}{w^2} + \frac{1}{w^3} + \frac{1}{w^4}\right) = \frac{K}{w^4}(w^3 + w^2 + w + 1)$$

6) $$= \frac{K}{w^4}\,\frac{w^4 - 1}{w - 1} \quad \text{und ebenso allgemein}$$

7) $$Q = \frac{K}{w^{2n}}\,\frac{w^{2n} - 1}{w - 1}; \quad \text{mithin}$$

8) $$\eta = \frac{Qc}{Kv} = \frac{w^{2n} - 1}{2n \cdot w^{2n}(w - 1)}.$$

Beispiel: Es sei wieder $w = 1{,}1$, dann wird

für $n = 2 : Q = 3{,}16\,K$, $\eta = 0{,}79$,

für $n = 4 : Q = 5{,}34\,K$, $\eta = 0{,}67$.

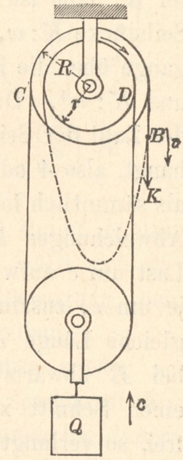
Im ersten Falle werden 79 % der aufgewendeten Arbeit nützlich verwerthet, im zweiten nur 67 %, während 21 bezw. 33 % verloren gehen. Mit wachsender

Rollenzahl nimmt also der Wirkungsgrad ab. Es ist daher besser, eine schwere Last an 2 Flaschenzügen zu je 4 Rollen aufzuwinden, als an 1 Flaschenzuge mit 8 Rollen.

Für das Hinablassen der Last ist durchweg w mit $1 : w$ zu vertauschen.

Differenz-Flaschenzug. Der Differenz-Flaschenzug (Fig. 302) gestattet, mit nur 3 Rollen ein bedeutendes Übersetzungsverhältnis $v : c$ zu erreichen. Die beiden Rollen des oberen Klobens bilden zusammen ein Stück, haben daher gleichen Drehungswinkel. Statt eines Seiles dient eine Kette. Wird bei B eine Kettenlänge v abwärts gezogen, so findet bei C ein Aufwärtswinden um v, bei D ein Abwärtswinden um $vr : R$, also zusammen eine Verkürzung der Kette zwischen beiden Kloben um $v\left(1 - \frac{r}{R}\right)$ statt; da sich diese auf 2 Stücke vertheilt, so hebt sich der untere Kloben um $c = \frac{v}{2}\left(1 - \frac{r}{R}\right)$, mithin ist

Fig. 302.



$$9) \qquad v : c = \frac{2}{1 - \frac{r}{R}}.$$

Der Name des Flaschenzuges erklärt sich daraus, dass das Heben in Folge der Differenz zwischen Aufwinden und Abwinden zu Stande kommt.

Ohne Widerstände würde in jedem Kettenstücke des unteren Klobens eine Kraft $\frac{1}{2} Q$ herrschen; dann ergiebt (wenn K_0 die ideelle Triebkraft) die Momentengleichung des oberen Klobens $0 = K_0 R + \frac{1}{2} Q r - \frac{1}{2} Q R$ oder $K_0 R = \frac{1}{2} Q (R - r)$, d. h.

$$10) \qquad Q : K_0 = 2 : (1 - r : R) = v : c.$$

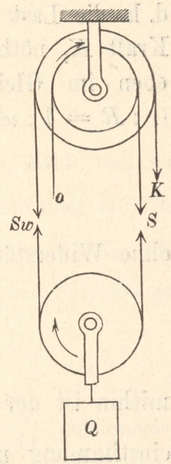
Macht man z. B. $r : R = 14 : 15$, so wird $Q : K_0 = v : c = 30$.

An der linken Seite der kleineren Rolle des oberen Klobens ist die Kette ohne Spannkraft, während auf der rechten Seite eine Spannkraft $= \frac{1}{2} Q$ herrscht; ebenso ist der Unterschied der Spannkräfte der grossen Rolle ein so erheblicher, dass die Seilreibung nicht genügen würde, um ein Gleiten zu verhindern. Aus diesem Grunde hat man statt des Seiles eine Kette gewählt, die zwischen zahnartige seitliche Vorsprünge der oberen Rollenkörper (Fig. 303) eingreift und

Fig. 303.

dadurch ein Gleiten unmöglich macht. Eine solche Kette hat nur geringe Steifigkeit, weshalb man die Widerstandsziffer der Kettenrolle zu $w = 1{,}05$ annehmen kann.

Fig. 304.



Betrachtet man die Verhältnisse annäherungsweise so, als ob der Widerstand ganz allein von der Zapfenreibung gebildet würde, so wäre nach Gleichung 4, S. 241

11) $$w = 1 + f\frac{d}{R},$$

An der unteren Rolle wirken Kettenkräfte S und Sw (Fig. 304), und es ist

$$Q = S(1 + w).$$

An der oberen Rolle tritt ein Zapfendruck auf, der annähernd gleich Q, da K nur ziemlich klein ist. Dadurch entsteht ein Zapfenreibungsmoment $\frac{1}{2}Qfd$. Die Momentengleichung für den oberen Rollenkörper lautet:

$$0 = KR + Sr - SwR - \tfrac{1}{2}Qfd.$$

Daraus wird $$K = S\left(w - \frac{r}{R}\right) + Qf\frac{d}{2R}$$

$$= \frac{Q}{1+w}\left(w - \frac{r}{R}\right) + Qf\frac{d}{2R} \quad \text{oder,}$$

12) weil $f\frac{d}{R} = w - 1$ (Gl. 11),

$$K = \frac{Q}{1+w}\left(w - \frac{r}{R} + \frac{w^2 - 1}{2}\right).$$

Es ist aber $w + \frac{w^2-1}{2} = w^2 - \frac{w^2 - 2w + 1}{2} = w^2 - \frac{(w-1)^2}{2}$.

Da nun $w^2 = 1{,}05^2 = 1{,}1$, $(w-1)^2$ aber nur $= 0{,}0025$, so ist $\frac{(w-1)^2}{2}$ gegen w^2 zu vernachlässigen, daher annähernd

13) $$K = \frac{Q}{1+w}\left(w^2 - \frac{r}{R}\right) \text{ zu schreiben.}$$

Für gleichmässiges Hinablassen ist w durch $1 : w$ zu ersetzen; es wird dann an Stelle von K die Kraft K_1 nöthig mit

14) $$K_1 = \frac{Q}{1 + \frac{1}{w}}\left(\frac{1}{w^2} - \frac{r}{R}\right).$$

Da nun $1 : w^2$ ein echter Bruch und $r : R$ ebenfalls, so könnte man $r : R$ beispielsweise $= 1 : w^2$ wählen. Dann wird $K_1 = 0$, d. h. die Last geht gleichmässig abwärts, ohne dass eine hemmende Kraft K_1 nöthig ist, oder die Last Q wird durch die Widerstände eben im Gleichgewichte gehalten. Unter diesen Verhältnissen ($r : R = 1 : w^2$) wird für Aufwinden

$$K = Q \frac{\left(w^2 - \frac{1}{w^2}\right)}{1 + w} = \frac{0{,}2}{2{,}05} Q,$$

ohne Widerstände aber

$$K_0 = Q \frac{\left(1 - \frac{1}{w^2}\right)}{2} = \frac{0{,}1}{2} Q,$$

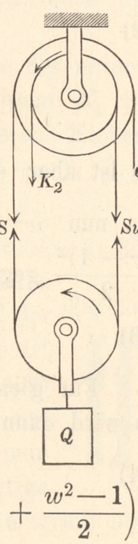
mithin ist der Wirkungsgrad $\eta = \frac{0{,}1 \cdot 2{,}05}{2 \quad 0{,}2} = 0{,}51$, also (in Übereinstimmung mit S. 216) nahezu gleich $1/2$.

Soll der Flaschenzug sich aber mit Sicherheit bremsen, so muss rechnungsmässig $K_1 < 0$, d. h. $1 : w^2 < r : R$, oder

15) $$r : R > 1 : w^2 \text{ sein.}$$

Diese Eigenschaft der Selbstsperrung wird bei dem Differenz-Flaschenzuge gewünscht. Weil nun ein negativer Zug K_1 an der Kette nicht ausgeübt werden kann, so muss die Drehung linksherum durch einen Zug K_2 an dem bisher nicht benutzten Kettenstücke bewirkt werden (Fig. 305). Da der Zapfendruck am oberen Zapfen wieder annähernd Q beträgt, das Reibungsmoment daher $Qf\,{}^1/_2\,d$, so lautet die Momentengleichung der oberen Rolle

Fig. 305.



$$K_2 r + SR = Swr + Qf\,{}^1/_2\,d.$$

Wegen des geringen Unterschiedes zwischen r und R kann aber $fd = (w - 1) R$ (Gl. 12) annähernd auch $= (w - 1) r$ gesetzt werden, so dass

$$K_2 = S\left(w - \frac{R}{r}\right) + Q\frac{(w-1)}{2} \text{ wird,}$$

oder, weil wieder $Q = S(1 + w)$

$$K_2 = \frac{Q}{1+w}\left(w - \frac{R}{r}\right) + \frac{Q}{2}(w-1) = \frac{Q}{1+w}\left(w - \frac{R}{r} + \frac{w^2-1}{2}\right).$$

Es ist aber wieder $w + \frac{w^2 - 1}{2} = w^2 - \frac{(w-1)^2}{2}$ oder annähernd $= w^2$, mithin

$$K_2 = \frac{Q}{1+w}\left(w^2 - \frac{R}{r}\right), \tag{16}$$

was für $w^2 > R : r$ (Gl. 15) positiv wird.

Beispiel: Für $w = 1{,}05$ ist $w^2 = 1{,}1$, $1 : w^2 = 0{,}909$. Wählt man nun $r : R = 14 : 15$, so ist $\frac{14}{15} = 0{,}93 > 0{,}909$, d. h. die Bedingung (15) der Selbstsperrung erfüllt. Es ist ferner (nach Gl. 10) $v : c = 30 = Q : K_0$. Für das Aufwinden wird (nach Gl. 13) $K = \frac{Q}{2{,}05}\left(1{,}1 - \frac{14}{15}\right) = \frac{Q}{12{,}1}$. Da nun $K_0 = \frac{Q}{30}$, so ist

$$\eta = \frac{12{,}1}{30} = 0{,}40.$$

Zum Hinabwinden ist die Kraft $K_2 = \frac{Q}{2{,}05}\left(1{,}1 - \frac{15}{14}\right) = \frac{Q}{71}$ aufzuwenden. Also mit Aufwand von $K = 10$ kg kann man $Q = 121$ kg heben, während zum Hinabwinden $K_2 = 1{,}7$ kg hinreicht.

Der Differenz-Flaschenzug ist offenbar keine vortheilhafte Aufzugsmaschine, da sein Wirkungsgrad nur 0,4 beträgt. Angenehm sind aber seine Einfachheit und die Bequemlichkeit der Handhabung. Beim Einspannen einer schweren Achse in eine Drehbank oder beim Versetzen eines schweren Steines ist die Selbstsperrung sehr werthvoll. Der ihn handhabende Arbeiter braucht ihn nicht vorsichtig festzuhalten, sondern kann seine volle Aufmerksamkeit auf die genaue Einstellung der Last richten, indem er durch Ziehen an der einen oder anderen Kette die Last bald hebt, bald senkt, wie es erwünscht ist.

12. Rollwiderstand der Walzen und Räder. Gleichmässige Bewegung der Fuhrwerke.

Wird eine starre cylindrische Walze auf eine starre wagerechte Ebene gelegt, so findet die Berührung längs einer Cylinderseite statt (Fig. 306). Das Gewicht Q der Walze wird von dem Widerstande N der Ebene aufgehoben, und versetzt man die Walze in eine Rollbewegung, wobei die Geschwindigkeit c des Mittelpunktes O gleich der Umfangsgeschwindigkeit $r\omega$ der Drehbewegung ist, so ist an der Berührungsstelle A die Gesammtgeschwindigkeit $v = c - r\omega =$ Null, d. h. es findet kein Gleiten statt, und da die sonstigen Kräfte Q und N sich aufheben, so kommt keine Reibung

Fig. 306.