

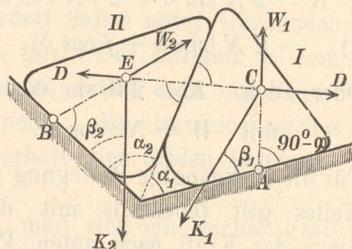
Bei der gewöhnlichen Anwendung des Keiles zum Spalten ist die Wirkung der Triebkraft eine unterbrochene. Wäre nun  $\delta > \varphi$ , so würde der Keil in den Pausen zwischen zwei Schlägen zurückspringen. Daher muss  $\delta < \varphi$  gemacht werden, der Keil muss sich gegen Zurückspringen festklemmen. Ein solcher Keil heisst selbstsperrend.

### h) Gleichförmige Bewegung zweier sich berührenden Keile.

Zwei Keile mit den Keilwinkeln  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  (Fig. 266) berühren einander und ausserdem zwei Seitenebenen. Auf die Keile wirken die Kräfte  $K_1$  und  $K_2$ , welche mit den festen Ebenen die Winkel  $\beta_1$  und  $\beta_2$  bilden. Es soll deren Verhältnis ermittelt werden, unter der Annahme, dass Keil I der vorrückende, II der zurückgetriebene sei.

Die rechtsseitige Ebene übt einen Gesamtdruck  $W_1$  aus, der von der Normalen zur Ebene um den Reibungswinkel  $\varphi$  nach rechts abweichen muss, wenn Keil I nach links vorrückt. Der Angriffspunkt von  $W_1$  ist unbestimmt, werde daher in  $A$  willkürlich angenommen.  $W_1$  bildet mit dem oberen Theile der rechtsseitigen Unterstützungsebene, an der er abwärts gleitet, den spitzen Winkel  $90^\circ - \varphi$  (mit dem unteren Theile den stumpfen Winkel  $90^\circ + \varphi$ ). Durch den Punkt  $C$ , in welchem  $W_1$  die Kraft  $K_1$  schneidet, muss nun auch der gegenseitige Druck  $D$  zwischen beiden Keilen hindurchgehen, weil drei sich im Gleichwichte haltende Kräfte einen gemeinsamen Schnittpunkt haben müssen.  $D$  muss die Berührungsebene beider Keile wieder so schneiden, dass der spitze Winkel  $90^\circ - \varphi$  im Keile I auf der oberen Seite erscheint. (Die Winkel  $90^\circ - \varphi$  sind in der Figur durch kleine Kreisbögen hervorgehoben.) Der gegenseitige Druck  $D$  schneidet  $K_2$  im Punkte  $E$ , durch welchen auch  $W_2$  hindurchgehen muss. Bei  $B$  aber, wo  $W_2$  die linksseitige feste Ebene trifft, muss der spitze Winkel  $90^\circ - \varphi$  an der unteren Seite erscheinen, da der Keil II nach oben gleitet. Hiermit stehen die Richtungen der Drücke an den Keilflächen fest; die Lagen ebenfalls, nachdem der Punkt  $A$  willkürlich angenommen

Fig. 266.



war. Trägt man nun die Kraft  $K_1$  nach einem beliebigen Maßstabe als  $GF$  im Kräfteck (Fig. 266a) auf, setzt daran die Richtungen von  $W_1$  und  $D$ , so schneiden sich beide in  $O$  und schliessen das Kräftedreieck  $GFO$ , welches der Gleichgewichtszustand fordert. Zieht man  $OJ \parallel W_2$ ,  $GJ \parallel K_2$ , so stehen nun auch die Kraftgrößen  $W_2$  und  $K_2$  fest. Der Linienzug  $ACEB$ , dessen Seiten die Richtungslinien der Drücke an den drei Keilflächen darstellen, heisst die Drucklinie der beiden Keile. Betrachtet man  $O$  als den Pol des Kräftecks, so sind die Seiten der Drucklinie den Polstrahlen  $OF$ ,  $OG$ ,  $OJ$  der Reihe nach parallel. Die Drucklinie bildet daher ein zu den Kräften  $K_1$  und  $K_2$  gezeichnetes Seilck. Die Lage des Poles  $O$  und die Grösse der Kraft  $K_2$  sind aber an die Bedingung gebunden, dass die Seiten des Seilckes, d. h. der Drucklinie, die Keilflächen in ganz bestimmter Weise unter den Winkeln  $90^\circ - \varphi$  schneiden müssen. Will man nun die Kräfte aus dem Kräfteck auch berechnen, so muss man die Winkel des Kräftecks bestimmen.

Der spitze Winkel zwischen  $K_1$  und  $W_1$  würde  $90^\circ - \beta_1$  betragen, wenn  $W_1$  ein Normaldruck wäre. Durch die Abweichung um  $\varphi$  wird jener Winkel noch um dieses Maß kleiner, d. h. es wird  $\sphericalangle OFG = 90^\circ - \beta_1 - \varphi = 90^\circ - (\beta_1 + \varphi)$ .  $D$  und  $W_1$  würden, wenn beide Normaldrücke wären, denselben Winkel  $\alpha_1$  mit einander bilden wie die entsprechenden Keilflächen; durch die Abweichung einer jeden um  $\varphi$  vergrössert sich dieser Winkel um  $2\varphi$ ; daher ist  $\sphericalangle FOG = \alpha_1 + 2\varphi$ . Entsprechend findet man  $\sphericalangle OJG = 90^\circ - (\beta_2 - \varphi)$ ,  $\sphericalangle JOG = \alpha_2 - 2\varphi$ . Sonach ergibt sich

$$K_1 : D = \sin(\alpha_1 + 2\varphi) : \cos(\beta_1 + \varphi);$$

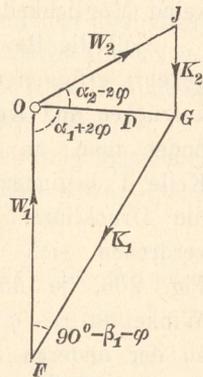
$$K_2 : D = \sin(\alpha_2 - 2\varphi) : \cos(\beta_2 - \varphi).$$

Durch Theilung beider Gleichungen entsteht dann

$$1) \quad \frac{K_1}{K_2} = \frac{\sin(\alpha_1 + 2\varphi) \cos(\beta_2 - \varphi)}{\sin(\alpha_2 - 2\varphi) \cos(\beta_1 + \varphi)}.$$

Für  $\alpha_2 = 2\varphi$  würde  $\sphericalangle JOG = 0$  und  $K_2 = 0$  oder  $K_1 : K_2 = \infty$ , in der Drucklinie würde  $BE$  mit  $CE$  zusammenfallen, d. h. der

Fig. 266 a.



Keil II würde zwischen Keil I und der linksseitigen Ebene sich festklemmen. Die vorausgesetzte Bewegung würde ferner unmöglich werden für  $\beta_1 = 90^\circ - \varphi$ , weil dann  $\sphericalangle OFG = 0$  werden würde. In diesem Falle würde  $K_1$  schon durch  $W_1$  allein aufgehoben und es entstände gar kein Druck  $D$  gegen den zweiten Keil, also auch keine Möglichkeit, die Kraft  $K_2$  an dem Keile II zu überwinden.

Soll die Bewegung der Keile umgekehrt erfolgen (Fig. 267), soll Keil II vorrücken und Keil I zurückweichen, so findet man, an einem Punkte  $A$  am Keile I beginnend, in gleicher Weise die Drucklinie; ihre einzelnen Seiten verdrehen sich aber, gegenüber der Fig. 266, je um  $2\varphi$ . Die spitzen Winkel  $90^\circ - \varphi$  liegen jetzt durchweg an der anderen Seite als in Fig. 266. Im Krafteck (Fig. 267a) wird, wenn  $K_1$

zu derselben Grösse angenommen wird wie vorher,  $K_2$  nun viel grösser als vorher. Das Verhältnis  $K_1 : K_2$  erhält man leicht, wenn man in Gl. 1 durchweg die Vorzeichen von  $\varphi$  umkehrt.

Sind endlich beide Keile in Ruhe, so liegt die Richtung des Widerstandes  $W_1$  irgendwo innerhalb des doppelten Reibungswinkels, und dasselbe gilt für die Richtungen der Drücke  $D$  und  $W_2$ . Bei gegebenem  $K_1$  hat nun der Pol  $O$  des Kraftecks keine bestimmte Lage mehr, weil  $W_1$  und  $D$  innerhalb des doppelten Reibungswinkel jede Richtung haben können; ebenso wird die Richtung von  $W_2$  unbestimmt und damit auch die Grösse  $K_2$ . Das Verhältnis  $K_1 : K_2$  ist jetzt nur durch die beiden Grenzen bestimmt, welche sich aus den beiden untersuchten Bewegungsfällen ergeben haben und welche man auch leicht rechnerisch findet, indem man Gl. 1 das eine Mal mit dem angegebenen Vorzeichen von  $\varphi$ , das andere Mal mit den entgegengesetzten dieser Zeichen ausrechnet.

Man erkennt hieraus, dass es für die beiden ruhenden Keile im Allgemeinen unendlich viele mögliche Drucklinien giebt. Jede derselben ist ein zu den Kräften  $K_2$  und  $K_1$  gezeichnetes Seileck,

Fig. 267.

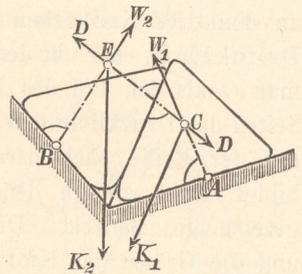
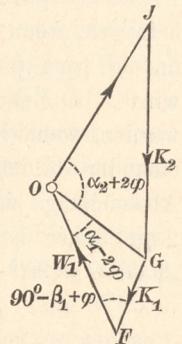


Fig. 267 a.



zu dessen Konstruktion der Pol  $O$  und der Anfangspunkt  $A$  der Drucklinie innerhalb gewisser Grenzen beliebig gewählt werden können. Da aber die Seiten der Drucklinie die Richtung und Lage der Drücke an Keilflächen darstellen, so müssen sie zwei einschränkenden Bedingungen genügen:

1. darf eine Seite der Drucklinie höchstens um den Reibungswinkel von der Normalen zu der entsprechenden Keilfläche abweichen;
2. muss eine Seite der Drucklinie die zugehörige Keilfläche innerhalb des Bereiches der Berührung (vgl. S. 166) schneiden.

Der Ruhezustand der beiden Keile unter Einwirkung gegebener Kräfte  $K_1$  und  $K_2$  ist nur möglich, wenn wenigstens eine, diesen Bedingungen entsprechende, Drucklinie nachweisbar ist.

**Beispiel:** Ein mit  $K_2$  belasteter Pfosten (Fig. 268) soll mittels des untergeschobenen Keiles, an dem eine wagerechte Kraft  $K_1$  wirkt, gleichmässig in die Höhe gekieilt werden. Die Drucklinie  $ACEB$  ergibt sich leicht unter Annahme eines willkürlichen Punktes  $A$ . (Die spitzen Winkel  $90^\circ - \varphi$  sind wieder durch kleine Bögen ohne Ziffern bezeichnet.) Der Druck  $D$  würde, wenn er ein Normaldruck wäre, mit der Lothrechten den Winkel  $\alpha_1$  bilden; wegen der Reibung wird dieser Winkel  $OGJ = \alpha_1 + \varphi$ . Das Verhältnis  $K_1 : K_2$  liesse sich leicht aus Gl. 1 berechnen, indem man dort die Sonderwerthe dieses Falles einsetzte. Wir ziehen aber eine unmittelbare Berechnung vor. Man erkennt leicht, dass  $W_1$  und  $W_2$  von den zu einander rechtwinkligen Gleitebenen nach derselben Seite um  $90^\circ - \varphi$  abweichen, also ebenfalls zu einander winkelrecht sein müssen. Das Viereck  $GFOJ$  ist darnach bei  $G$  und bei  $O$  rechtwinklig, ist also ein einem Kreise vom Durchmesser  $FJ$  eingeschriebenes. Der Winkel  $FOG = \alpha_1 + 2\varphi$  steht über dem Bogen  $\widehat{FG}$ ; demselben Bogen entspricht aber auch der Umfangswinkel  $FJG$ , der daher dieselbe Grösse  $\alpha_1 + 2\varphi$  hat. Daher ist

$$K_1 : K_2 = \operatorname{tg}(\alpha_1 + 2\varphi).$$

Für  $\alpha_1 + 2\varphi = 90^\circ$  oder  $\alpha_1 = 90^\circ - 2\varphi$  mithin  $\alpha_2 = 2\varphi$  wird  $K_1 : K_2 = \infty$ , oder das Hinaufkeilen unmöglich. Es fallen dann nämlich  $D$  und  $W_2$  zusammen und klemmen den als zweiten Keil geltenden Pfosten fest.

Für die entgegengesetzte Bewegung, d. h. für gleichmässiges Hinablassen des Pfostens, gilt selbstverständlich

$$K_1' : K_2 = \operatorname{tg}(\alpha_1 - 2\varphi).$$

Fig. 268.

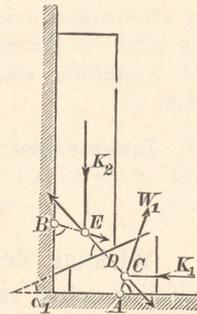
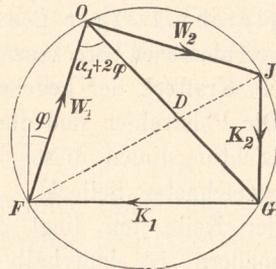
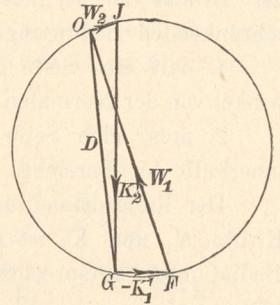


Fig. 268 a.



Für die meisten Fälle ist es wünschenswerth, dass der untere Keil selbstsperrend sei, d. h. dass für den Rückgang  $K_1' < 0$  werde. Mithin muss  $\alpha_1 < 2\varphi$  sein. Für diesen Fall gilt das Krafteck Fig. 268 b, in welchem die den unteren Keil zurückziehende Kraft  $-K_1' = GF$  ist. Der Druck  $D$  zwischen beiden Keilen bildet mit der Lothrechten den Winkel  $OGJ = \alpha_1 - \varphi$ . Würde dieser wegen  $\alpha_1 = \varphi$  zu Null, so ergäbe sich  $D$  lothrecht und  $OJ = W_2 = 0$ . Unter diesen Umständen und ebenso für  $\alpha_1 < \varphi$  würde sich der Pfosten beim Zurückziehen des unteren Keiles nicht mehr gegen die lothrechte Wand stützen; er würde vielmehr wegen des lothrechten  $D$ , welches dann  $= K_2$  ist, durch den unteren Keil von der Wand abgezogen werden, würde auf dem Keile nicht abwärts gleiten, also auch nicht sinken; es würde also der Zweck der Rückwärtsbewegung nicht erreicht werden. Für  $\alpha_1 < \varphi$  würde  $W_2$  sogar negativ werden, d. h. es müsste der Pfosten durch eine besondere Kraft gegen die Wand gedrückt werden, um sich nicht von ihr zu entfernen. Daraus folgt, dass der Keilwinkel  $\alpha_1$  zwischen den Werthen  $\varphi$  und  $2\varphi$  liegen muss, damit die Vorrichtung ihren Zweck erfülle.

Fig. 268 b.

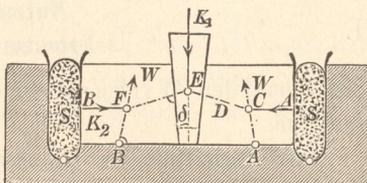


**Zahlenbeispiel:** Bei  $f = 0,2$  oder  $\varphi = 11^\circ$  und  $\alpha_1 = 17^\circ$  mit  $\text{tg } \alpha_1 = 0,3$  wird  $\text{tg } (\alpha_1 + 2\varphi) = \text{tg } 39^\circ = 0,8$ , mithin  $K_1 = 0,8$ ,  $K_2$  für Hinaufkeilen;  $\text{tg } (\alpha_1 - 2\varphi) = -\text{tg } (5^\circ) = -0,09$ , d. h.  $-K_1 = 0,09$ ,  $K_2$  für Hinunterlassen.

**Wirkung der Keilpresse.** Dieselben Grundgedanken wie bei 2 Keilen gelten auch, wenn die Zahl der Keile grösser ist. Gleiten die Keile, so tritt an jeder Keilfläche ein Druck auf, der von der Normalen zur Keilfläche um den Reibungswinkel abweicht. An jedem Keile halten sich die Flächendrücke mit einer dritten Kraft  $K$  im Gleichgewichte, schneiden sich daher in einem Punkte. Bei gleichmässiger Bewegung bilden die 3 Kräfte jedes Keiles einen geschlossenen Streckenzug. Das ganze Krafteck aber bildet wiederum ein Krafteck der gegebenen Kräfte  $K$  mit seitwärts liegendem Pole. Die Polstrahlen sind die Drücke der Keilflächen; die dazu parallelen Richtungslinien dieser Kräfte bilden daher ein zu den Kräften  $K$  gezeichnetes Seileck. Letzteres gilt auch für den Ruhezustand der Keile, nur liegt dann der Pol nicht mehr bestimmt fest, sondern ist innerhalb gewisser Grenzen unbestimmt. Für die Seilecksseiten gelten dann dieselben Beschränkungen wie auf S. 211 angegeben.

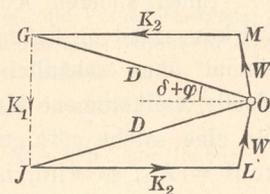
Bei einer Keilpresse etwa zum Auspressen von Öl aus zerstampften Ölsamen (Fig. 269) wirkt  $K_1$  als Triebkraft auf den mittleren Keil von Keilwinkel  $2\delta$ . Durch Niedertreiben dieses Keiles werden die Seitenkeile auf den wagerechten Gleitflächen auseinander getrieben und dadurch die Ölgutsäcke  $S, S$  gepresst, welche dabei die Gegendrücke  $K_2$  leisten.  $ACEFB$  ist die Drucklinie. Stellt man die Triebkraft  $K_1$  durch  $GJ$  im

Fig. 269.



Krafteck (Fig. 269 a) dar, so sind  $JO$  und  $GO$  die Gegendrücke  $D$  der beiden Seitenkeile, welche von der Wagerechten um  $\delta + \varphi$  abweichen. Dadurch ist der Pol  $O$  bestimmt. Die Widerstände  $W$  der wagerechten Gleitflächen bilden mit der Lothrechten die Winkel  $\varphi$  und legen dann mit den Wagerechten durch  $G$  und  $J$  die Punkte  $L$  und  $M$  fest, wodurch  $JL = GM = K_2$  bestimmt werden. Es ist dann im Dreieck  $OGJ$ :

Fig. 269 a.



$$K_1 : D = 2 \cdot \sin(\delta + \varphi),$$

im Dreieck  $OGM$  aber, weil  $\sphericalangle GOM = 90^\circ - (\delta + 2\varphi)$ :

$$K_2 : D = \cos(\delta + 2\varphi) : \cos \varphi,$$

mithin wird

$$1) \quad \frac{K_1}{K_2} = 2 \frac{\sin(\delta + \varphi) \cos \varphi}{\cos(\delta + 2\varphi)}.$$

Weil beim Keile gewöhnlich  $\operatorname{tg} \delta$  gegeben ist, kann man vorstehende Formel zur bequemeren Berechnung (ohne trigonometrische Tabellen) umformen, indem man die zusammengesetzten Funktionen auflöst und in Zähler und Nenner mit  $\cos \delta \cdot \cos^2 \varphi$  theilt:

$$2) \quad \frac{K_1}{K_2} = 2 \frac{\operatorname{tg} \delta + f}{1 - f^2 - 2f \operatorname{tg} \delta}.$$

Zur Beurtheilung der Güte einer Maschine dient die Vergleichung der Arbeiten, welche von der Maschine übertragen bzw. aufgenommen werden. Der Zweck der Keilpresse besteht in dem Zusammenpressen des Gutes bei  $S$ . Rückt nun jeder Seitenkeil

um  $\frac{1}{2}v$  nach aussen, während der Treibkeil sich um  $c$  abwärts bewegt, so verrichten die auf das Gut übertragenen Kräfte  $K_2$  zusammen eine Arbeit  $K_2v$ . Dies ist die Nutzarbeit;  $K_1c$  ist aber der Arbeitsaufwand. Das Verhältnis beider, nämlich

$$3) \quad \eta = \frac{\text{Nutzarbeit}}{\text{Arbeitsaufwand}} = \frac{K_2 v}{K_1 c},$$

nennt man den Wirkungsgrad oder das Güteverhältnis der Maschine.

Das Verhältnis der Geschwindigkeiten  $v$  und  $c$  findet man aus dem geometrischen Zusammenhange der Maschine (Fig. 270). Rückt der Treibkeil um  $c$  abwärts, so drängt er jeden Seitenkeil um  $\frac{1}{2}v$  zur Seite, wo  $\frac{1}{2}v = c \operatorname{tg} \delta$ . Daher ist hier

$$4) \quad \eta = \frac{2 K_2}{K_1} \operatorname{tg} \delta.$$

Einen anderen Ausdruck kann man noch für den Wirkungsgrad  $\eta$  finden, wenn man sich die Maschine einmal ohne schädliche Reibungswiderstände als eine ideelle, vollkommene Maschine vorstellt. Nennt man die für eine solche nöthige Betriebskraft die ideelle Triebkraft  $= K_0$ , so wird, indem man in Gl. 2  $f = 0$  setzt,

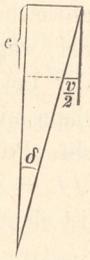
$$5) \quad \frac{K_0}{K_2} = 2 \operatorname{tg} \delta = \frac{v}{c}.$$

Führt man dies in Gl. 3 ein, so erhält man

$$6) \quad \eta = \frac{K_0}{K_1} = \frac{\text{ideelle Triebkraft}}{\text{wirkliche Triebkraft}}.$$

Nach Gl. 5 ist  $K_0 c = K_2 v$ , d. h. bei einer vollkommenen Maschine würden Arbeitsaufwand und Nutzarbeit einander gleich oder der Wirkungsgrad gleich Eins sein. Eine Maschine ist mechanisch um so vollkommener, je mehr sie sich diesem ideellen Zustande nähert. Die Bezeichnung  $K_0 c = K_2 v$  haben wir nur für diese besondere Maschine bewiesen; sie gilt aber allgemein. Bewegen sich nämlich alle Theile einer Maschine gleichförmig, so findet keine Zunahme des Arbeitsvermögens statt, also muss auch die gesammte Arbeit Null sein. Die inneren Spannkkräfte einer vollkommenen Maschine verrichten aber nach S. 144 keine Arbeit. Die Widerstände völlig glatter Flächen, mit denen die einzelnen Maschinentheile in einander

Fig. 270.



greifen und an einander gleiten, ebenso wenig. Die Nutzlast wirkt in Bezug auf die Maschine stets der Bewegung ihres Angriffspunktes entgegen, verrichtet daher eine negative Arbeit, die im absoluten Sinne der Arbeit der Triebkraft gleich sein muss. Also

$$7) \quad v : c = K_0 : K_2.$$

Dies ist der schon von Galilei ausgesprochene Satz: „Was an Kraft gewonnen wird, geht an Geschwindigkeit (oder an Weg) verloren.“ Man kann also den Wirkungsgrad nach Willkür auf Grund der Gl. 3 oder der Gl. 6 berechnen.

**Beispiel:** Die Reibungsflächen der Keilpresse seien gut geglättet und geschmiert, daher  $f = 0,1$ . Auch in diesem Falle ist es möglich, den Treibkeil selbstsperrend anzuordnen; dies ist erfüllt, wenn wir etwa  $\text{tg } \delta = 1/20$  annehmen. In Gl. 2 werden dann die Grössen  $f^2$  und  $2f \text{tg } \delta$  nur je  $1/100$  und können zur Vereinfachung gegen 1 vernachlässigt werden. Es ist nämlich zu bedenken, dass die Reibungsziffern in Wirklichkeit schwanken werden und selten mit grosser Genauigkeit zu schätzen sind. Daher ist in Gl. 2 der Zähler doch kaum auf 2% genau zu berechnen, so dass die Vernachlässigung im Nenner durchaus zulässig erscheint. Ähnliches gilt in allen Fällen, in denen Reibungswiderstände eine wichtige Rolle spielen. Dann wird

$$K_1 = 2 \cdot (0,05 + 0,1) K_2 = 0,3 K_2; \quad v = 2 c \cdot 0,05 = 0,1 \cdot c.$$

Der Wirkungsgrad  $\eta = \frac{K_2 v}{K_1 c} = \frac{0,1}{0,3} = 1/3$ . Es würde ohne Reibung

$$K_0 = 2 K_2 \text{tg } \delta = 0,1 K_2,$$

$$\text{also auch} \quad \eta = \frac{K_0}{K_1} = \frac{0,1 K_2}{0,3 K_2} = 1/3, \quad \text{wie vorstehend.}$$

Bei dieser Maschine wird also von der aufgewandten Arbeit nur ein Drittel nützlich verwerthet, während zwei Drittel durch Reibung aufgezehrt werden. Die Keilpresse ist daher eine wenig vollkommene Maschine; Wasserdruckpressen z. B. arbeiten erheblich vortheilhafter. Die soeben besprochene Maschine hat aber Einfachheit und Billigkeit als Vorzüge.

Der Wirkungsgrad dieser Maschine nach Gl. 6 lässt sich, wenn man in Gl. 2 die erwähnte Vereinfachung

$$K_1 = 2 K_2 (\text{tg } \delta + f)$$

einführt, auch schreiben, weil  $K_0 = 2 K_2 \text{tg } \delta$  ist,

$$8) \quad \eta = \frac{\text{tg } \delta}{\text{tg } \delta + f} = \frac{1}{1 + \frac{f}{\text{tg } \delta}}.$$

Vergössert man  $\text{tg } \delta$ , so verkleinert sich der Nenner, mithin wächst  $\eta$ . Macht man z. B.  $\text{tg } \delta = f$ , so würde schon  $\eta = 1/2$  werden. Die beabsichtigte Selbstsperrung des Triebkeiles hat also den geringen Wirkungsgrad herbeigeführt. Es lässt sich zeigen, dass bei jeder Maschine, die selbstsperrend

sein soll, der Wirkungsgrad unter 0,5 liegen muss. Man kann nämlich setzen:  $K_1 = K_0 + F$ , wenn  $F$  der durch die Reibungswiderstände aufgezehrte Theil der Betriebskraft ist. Nimmt man nun an, dass beim Beginne der rückgängigen Bewegung der Reibungswiderstand annähernd noch dieselbe Grösse  $F$  behält, so gilt für den Rückgang  $K_1' = K_0 - F$ . Soll nun die Maschine sich selbst sperren, so muss  $K_1' \leq 0$ , mithin  $F \geq K_0$  oder

$$K_1 \geq 2 K_0 \text{ sein, d. h. } \eta = \frac{K_0}{K_1} \leq \frac{1}{2}.$$

### i) Drucklinie eines Gewölbes.

Auf S. 210 wurde gezeigt, dass die Drucklinie einer ruhenden Gruppe von 2 Keilen statisch unbestimmt ist, dass sie ein Seileck zu den Lasten  $K$  der Keile sein muss und dass ihre Seiten an zwei beschränkende Bedingungen gebunden sind. Auf S. 212 wurde dann weiter erläutert, dass diese Sätze von der Zahl der Keile unabhängig sind, also auch bei beliebig vielen Keilen Gültigkeit behalten.

Die einzelnen Steine eines (ohne Mörtel gedachten) Gewölb Bogens sind nun auch keilförmige Körper. Soll ein Gewölb bogen in Ruhe sein können, so muss eine dem Ruhezustande entsprechende Drucklinie nachweisbar sein. Die Drucklinie ist ein zu den Gewichten der Gewölbtheile gezeichnetes Seileck. Die einzelnen Seiten desselben dürfen höchstens um den Reibungswinkel von der Normalen zu den Fugen abweichen und müssen die Fugen auch innerhalb des Bereiches der Berührung, d. h. innerhalb des Gewölb Bogens schneiden.

Das Gewölbe möge symmetrisch zu einer lothrechten Mittelebene sein (auch bezüglich seiner Belastung). Betrachten wir diese Ebene als eine Schnittebene, so wird in ihr eine wagerechte Druckkraft, der Seitenschub  $H$ , wirken. Denn ein schräg gerichteter Scheiteldruck würde an der einen Hälfte nach oben, an der anderen aber zufolge des Gesetzes der Wechselwirkung nach unten gerichtet sein, was jedoch der Symmetrie widerspricht. Theilt man nun den halben Bogen (Fig. 271) durch Fugen in eine beliebige Zahl von Theilen, deren Gewichte  $Q_1, Q_2, \dots$  durch die Schwerpunkte der Theile hindurchgehen, so ist das Kräfteck der Lasten  $Q$  leicht gezeichnet, indem man sie nach irgend einem Kräftearmsstab an einander reiht. Wäre nun der Seitenschub  $H$  bekannt, so würde man den Pol  $O$  in dem Abstände  $H$  dem oberen Endpunkte der Lasten gegenüber annehmen und hätte damit sämtliche Polstrahlen. Wäre ausserdem noch der Angriffspunkt  $C$  des Scheiteldruckes gegeben, so hätte man die Seilecksseiten nur den