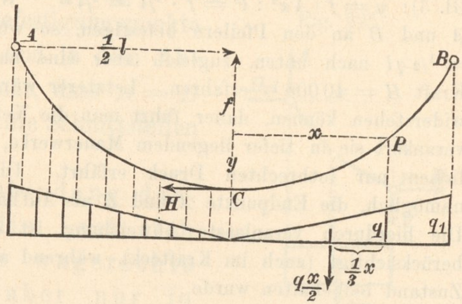
Kettenlinie für gleichförmig veränderte Belastung. Besteht der Belastungskörper aus zwei symmetrischen Keilen (Fig. 229), so ist die Belastung q der Längeneinheit veränderlich, nämlich

Fig. 229.



$$q = q_1 \frac{x}{{}^1\!/_2\, l},$$

wenn q_1 die Einheitsbelastung an den äusseren Enden ist. Zwischen C und P befindet sich dann eine Gesammtlast $^1/_2\, q\, x$ mit dem Hebelarm $^1/_3\, x$ in Bezug auf P. Daraus folgt die Momentengleichung

$$0 = Hy - \frac{q\,x}{2} \cdot \frac{x}{3}$$

6) $$y = \frac{q\,x^2}{6\,H} = \frac{q_1\,x^3}{3\,Hl}.$$

Wird wiederum $y = f$ für $x = {}^1/_2\, l$, so ergiebt sich auch leicht

7) $$y : f = 8\,x^3 : l^3.$$

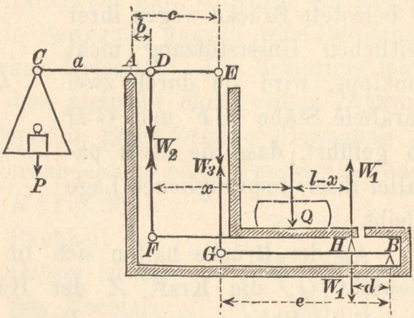
Die Kettenlinie bildet also von C bis B einen Zweig einer kubischen Parabel; CA ist dazu symmetrisch.

9. Brücken- und Tafelwaagen.

Bei den auf S. 152 behandelten Hebelwaagen wurde die Belastung einer Waagschale mittels Hängeketten auf einen bestimmten Punkt des Waagebalkens übertragen. Die dem Aufbringen der Last unter Umständen hinderlichen Ketten lassen sich entbehren, man kann für die Last eine freie Brücke oder Tafel schaffen und durch Anwendung geeigneter Stangenverbindungen erreichen, dass die Last an jede beliebige Stelle der Brücke oder Tafel gelegt werden darf, ohne das Ergebnis der Wägung zu beeinflussen.

Brückenwaage des Strassburger Mechanikers Quintenz (1821). (Fig. 230.) Das Ganze hat 2 feste Drehpunkte A und B. Die Stange EG, welche in der Figur den Brückenbalken FH schneidet, geht in Wirklichkeit ungehindert daran vorbei, weil FH im Grundrisse aus 2 Theilen besteht. Die Last Q wird mittels des Brückenbalkens FH von zwei Kräften W_1 und W_2 im Gleichgewichte gehalten, u. zw. ist $W_1 = Qx : l$; $W_2 = Q - Qx : l$, wenn l die Länge des Balkens ist. W_2 wird mittels der Zugstange FD auf den oberen Hebel CAE übertragen. W_1 drückt auf den untersten Hebel BG nach unten und wird durch die bei G angreifende Spannkraft $W_3 = W_1 \frac{d}{e} = \frac{Qx}{l} \frac{d}{e}$ im Gleichgewichte gehalten. Der oberste Hebel trägt bei C die Schale mit dem Gewichtsstücke P, welches den Spannkräften W_2 und W_3 das Gleichgewicht halten muss. Also

Fig. 230.



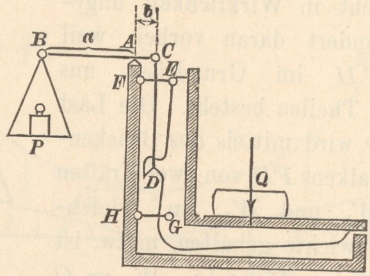
$$Pa = W_2 b + W_3 c = \left(Q - Q\frac{x}{l}\right) b + \frac{Qx}{l} \frac{d}{e} c,$$

oder
$$Pa = Qb - Q\frac{x}{l}\left(b - \frac{d}{e} c\right).$$

Damit nun die Lage der Last auf der Brücke gleichgültig sei, muss in der letzten Gleichung das mit x behaftete Glied verschwinden, es muss $b = \frac{d}{e} c$ oder $b : c = d : e$ sein; d. h. die rechte Seite ADE des obersten Hebels muss mit dem untersten Hebel BG in gleichem Verhältnisse getheilt sein. Dann ist $Pa = Qb$, d. h. die Anwendung der Stangen und Hebel bewirkt, dass es für den obersten Hebel so ist, als ob die Last Q unmittelbar bei D hinge. Macht man dann noch $a = 10\,b$, so hat man eine sog. Decimalwaage.

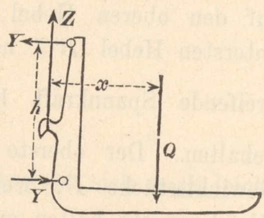
Brückenwaage von George (Paris), 1840. Die Brücke (Fig. 231) wird von einem ⌊-förmigen Rahmen getragen. Dieser hängt im Punkte D mittels einer Hängestange DC an dem oberen Hebel CAB. Damit die durch Q belastete Brücke wegen ihrer seitlichen Unterstützung nicht umkippe, wird sie durch zwei parallele Stäbe EF und GH so geführt, dass sie stets parallel ihrer ursprünglichen Lage bleibt.

Fig. 231.



An der Brücke halten sich im Gleichgewichte (Fig. 232) das Gewicht Q, die Kraft Z der Hängestange und die Kräfte Y und Y der Führungsstangen. Daher muss $Yh = Qx$ sein und, was die Hauptsache, $Z = Q$, d. h. die Zugstange CD überträgt auf den obersten Hebel einfach die Last Q. Eine Verschiebung der Last beeinflusst nur die Kraft in den Führungsstangen; es wird also wieder $Pa = Qb$.

Fig. 232.



Tafelwaage. Auf demselben Grundgedanken beruhen die Tafelwaagen, welche einfach auf jeden Tisch gestellt werden können und bei denen die Schalen oben frei liegen (Fig. 233). Auch hier kann die Last an jede Stelle der Schale gelegt werden. In der Linie CD fügt man zwei gleiche entgegengesetzte Kräfte Q hinzu, dann wirkt die abwärts gerichtete dieser beiden niederdrückend auf die parallelen Hebel CAC_1 und DBD_1, während das ausserdem wirkende Moment Qx von den in der Längenrichtung dieser Hebel auftretenden, von den festen Drehpunkten A und B aufzunehmenden Kräften Y aufgehoben wird. Die Waage wirkt also wie eine gleicharmige Balkenwaage. Wagerechter Stand bedingt Gleichheit zwischen Last Q und Gewichtstück P.

Fig. 233.