

Länge = 1 rechtwinklig zur Zeichenebene ist dann in Bezug auf die Kante  $A$  das Standsicherheitsmoment  $\mathfrak{M}_a$ :

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_a &= \gamma h \left\{ b \left( \frac{1}{2} b + nh \right) + \frac{1}{2} nh \cdot \frac{2}{3} nh \right\} \\ &= \gamma h \left\{ \frac{1}{2} b^2 + b nh + \frac{1}{3} n^2 h^2 \right\}.\end{aligned}$$

In Bezug auf die Kante  $B$ :

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_b &= \gamma h \left\{ \frac{1}{2} b^2 + \frac{1}{2} nh (b + \frac{1}{3} nh) \right\} \\ &= \gamma h \left\{ \frac{1}{2} b^2 + \frac{1}{2} b nh + \frac{1}{6} n^2 h^2 \right\},\end{aligned}$$

mithin  $\mathfrak{M}_a > \mathfrak{M}_b$ , weil der Gesamtschwerpunkt näher an  $B$  als an  $A$  liegt. Würde man das Trapez mit einem flächengleichen Rechtecke von der Höhe  $h$  und der Breite  $b + \frac{1}{2} nh$  vertauschen, so betrüge das Standsicherheitsmoment nur

$$\begin{aligned}\mathfrak{M} &= \gamma h \frac{1}{2} (b + \frac{1}{2} nh)^2 \\ &= \gamma h \left\{ \frac{1}{2} b^2 + \frac{1}{2} b nh + \frac{1}{8} n^2 h^2 \right\},\end{aligned}$$

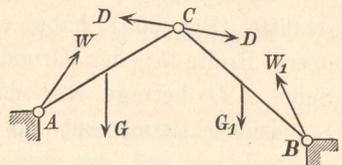
also wiederum weniger als  $\mathfrak{M}_b$ .

## 7. Gleichgewicht einer Verbindung von Gelenkstangen.

Unter einer Gelenkstange verstehen wir einen starren Körper, der an zwei Stellen mit sog. Augen versehen ist, in welchen cylindrische, einander parallele Bolzen angebracht sind. Mittels dieser Bolzen sind die Körper mit einander bzw. mit festen, unbeweglichen Widerlagern derartig verbunden, dass in den Gelenken nur Kräfte auftreten können, welche durch die Achsen der Gelenkbolzen hindurch gehen und zu diesen rechtwinklig stehen. Die Form der Körper ist im Übrigen gleichgültig, dieselben können die Gestalt von geraden oder einfach gekrümmten Stäben haben; der Einfachheit wegen mögen sie geradlinig gezeichnet werden. Die Reibung an den Bolzen wird vernachlässigt.

**Verbindung zweier Gelenkstäbe.** In  $A$  und  $B$  (Fig. 206) seien die Stäbe mit Widerlagergelenken verbunden, bei  $C$  greifen sie gelenkartig in einander.  $G$  und  $G_1$  seien die Gesamtlasten der linken bzw. rechten Stange mit den wagerechten Abständen  $c$  und  $c_1$  von  $A$  bzw.  $B$ . Es seien  $b$  und  $b_1$  die wagerechten,  $h$  und  $h_1$  die senkrechten Projektionen der Stangen. Den Widerstand  $W$

Fig. 206.



des Widerlagergelenks  $A$  zerlegen wir in  $A$  (senkrecht) und  $X$  (wagrecht); den Widerstand  $W_1$  des Gelenks  $B$  in  $B$  bzw.  $X_1$ , während die gegenseitige Kraft  $D$ , welche die Gelenkstangen bei  $C$  auf einander ausüben, in  $V$  (senkrecht) und  $H$  (wagrecht) zerfallen möge.

Soll die Verbindung im Gleichgewichte sein, so muss jede Stange für sich den Gleichgewichtsbedingungen genügen. Da nun für Kräfte in einer Ebene 3 Gleichgewichtsbedingungen aufzustellen sind, so stehen im Ganzen 6 Gleichungen zur Verfügung, mittels deren die Unbekannten  $A$ ,  $X$ ,  $B$ ,  $X_1$ ,  $H$  und  $V$  bestimmt werden können.

Zuerst sollen die gegenseitigen Kräfte im Gelenke  $C$  berechnet werden. Dass an der linksseitigen Stange  $H$  nach links wirken muss, erkennt man leicht; der Sinn von  $V$  ist vorläufig unbestimmt; wir nehmen ihn nach oben an. Bei der Momentengleichung in Bezug auf  $A$  (Fig. 207) fallen  $A$  und  $X$  aus, und man erhält einfach:  $0 = -Hh - Vb + Gc$ . An der rechtsseitigen Stange (Fig. 208) müssen  $H$  und  $V$  entgegengesetzt angebracht werden, und man erhält:  $0 = Hh_1 - Vb_1 - G_1c_1$ .

Aus beiden Gleichungen folgt:

1)  $H = \frac{Gc b_1 + G_1c_1 b}{b h_1 + b_1 h}$

2)  $V = \frac{Gc h_1 - G_1c_1 h}{b h_1 + b_1 h}$ .

Wird hierbei  $V$  negativ, so ist es in Fig. 207 abwärts, in Fig. 208 aufwärts gerichtet.

Weiter folgt dann leicht an der linken Stange:

3)  $A = G - V$ ;  $X = H$ ;

an der rechten:

4)  $B = G_1 + V$ ;  $X_1 = H$ .

Wirken aber an jeder Stange zwei

Lasten  $P$  und  $Q$  bzw.  $P_1$  und  $Q_1$  (Fig. 209), so kann man  $P$  und  $Q$  durch ihre Mittelkraft  $G$ ,  $P_1$  und  $Q_1$  durch ihre Mittelkraft  $G_1$  ersetzen, u. zw. ist dann einfach

$Gc = Pd + Qe$ ;  $G_1c_1 = P_1d_1 + Q_1e_1$ .

Fig. 207.

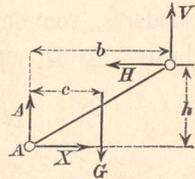


Fig. 208.

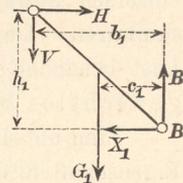
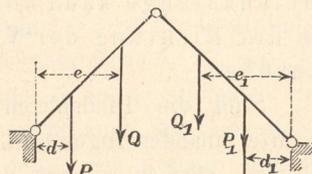


Fig. 209.



Führt man dies in die Gl. 1 und 2 ein, so entsteht:

$$5) \quad H = \frac{P d b_1 + Q e b_1 + P_1 d_1 b + Q_1 e_1 b}{b h_1 + b_1 h} \quad \text{und}$$

$$6) \quad V = \frac{P d h_1 + Q e h_1 - P_1 d_1 h - Q_1 e_1 h}{b h_1 + b_1 h}.$$

In diesen Gleichungen ist jede der 4 Lasten durch ein besonderes, von den anderen unabhängiges Glied vertreten; fallen die Lasten  $Q$ ,  $Q_1$  und  $P_1$  fort, bleibt also nur  $P$ , so wird

$$H = \frac{P d b_1}{b h_1 + b_1 h}; \quad V = \frac{P d h_1}{b h_1 + b_1 h}.$$

Jede der Lasten liefert hiernach zu den Kräften  $H$  und  $V$  ihren bestimmten, unabhängigen Beitrag; man kann daher beim gleichzeitigen Vorhandensein beliebig vieler Lasten den Einfluss jeder einzelnen Last auf  $H$  und  $V$  besonders ermitteln und braucht die einzelnen Beträge dann nur mit Rücksicht auf ihre Vorzeichen zu summieren. Das eigene Gewicht der Stangen wird ebenso wie jede Last behandelt; man kann daher die Stangen als an und für sich gewichtlos betrachten.

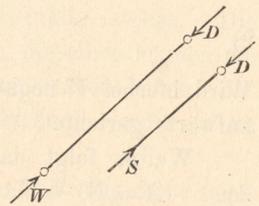
Eine unbelastete und gewichtlos gedachte Gelenkstange hat aber Eigenschaften, die für die Berechnung der Stangenverbindungen sehr wichtig sind (A. Ritter, Technische Mechanik).

An einer solchen Stange müssen die Gelenkdrücke  $W$  und  $D$  sich allein im Gleichgewichte halten, also gleich und entgegengesetzt sein und in dieselbe Gerade fallen (Fig. 210), d. h. in die gerade Verbindungslinie beider Gelenke. Oder es gilt der Satz:

Eine gewichtlose unbelastete Gelenkstange kann nur Widerstände in der Richtung der Verbindungsgeraden ihrer Gelenke ausüben.

Sind die Pfeilspitzen der an beiden Gelenken auftretenden Kräfte einander zugewandt, wie in Fig. 210, so erfährt die Stange Druck. Denken wir uns die Stange an irgend einer Stelle zwischen den Gelenken durchschnitten, so haben wir an der Schnittstelle eine innere Spannkraft  $S$  anzubringen, welche die Wirkung des

Fig. 210.



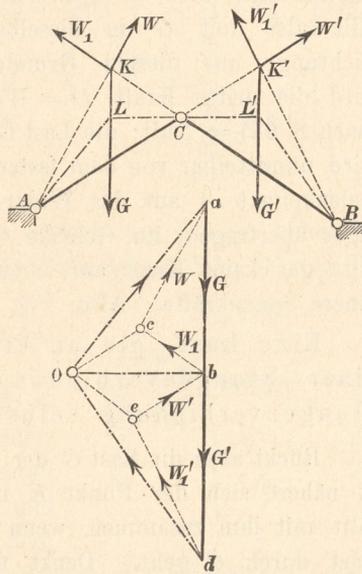
abgeschnittenen Stückes ersetzt; diese Spannkraft ist ebenfalls  $= D$  und ihr entgegengesetzt, oder:

Die Spannkraft einer unbelasteten Stange fällt in die Verbindungsgerade der beiden Gelenkpunkte.

Ist nun (Fig. 211) die linke der beiden Stangen mit  $G$  belastet, die rechte einstweilen unbelastet, so übt letztere einen Gegendruck  $D = W_1$  in der Richtung  $BC$ , welche sich mit  $G$  im Punkte  $K$  schneidet; durch  $K$  muss dann auch der Widerstand  $W$  des Gelenkes  $A$  hindurchgehen, weil an der Stange  $AC$  die drei Kräfte:  $W_1$ ,  $G$  und  $W$  sich im Gleichgewichte halten müssen. Nachdem hierdurch die Richtungen von  $W$  und  $W_1$  gefunden sind, lässt sich leicht ein Kräfteck  $abc$  dieser 3 Kräfte zeichnen, aus welchen dann die Grössen  $W$  und  $D = W_1$  abgegriffen werden können.

Für eine Belastung der rechten Stange mit  $G'$  findet man in entsprechender Weise die zugehörigen Widerstände  $W'$  und  $W_1'$  im Kräfteck  $bde$ . Sind nun die Lasten  $G$  und  $G'$  gleichzeitig vorhanden, so treten auch die entsprechenden Widerstände gleichzeitig auf. Der Gesamtwiderstand im Punkte  $A$  ist dann die Mittelkraft aus  $W$  und  $W'$ . Diese ist aber leicht zu finden, wenn man aus  $bc$  und  $eb$  ein Parallelogramm  $Ocbe$  zeichnet; dann finden sich  $Oc = W'$  und  $ca = W$  an einander gereiht, und ihre geometrische Summe  $Oa$  ist der Gesamtdruck  $W_a$  in  $A$ . Ebenso ist  $dO$  der Gesamtdruck  $W_b$  in  $B$ . Bringt man diese Gesamtkräfte in  $A$  und  $B$  an, so schneiden sie  $G$  und  $G'$  in Punkten  $L$  und  $L'$ , durch welche auch der Gesamtdruck des Gelenkes  $C$  hindurch gehen muss, die deshalb mit  $C$  in einer Geraden liegen müssen, und zwar muss diese Gerade  $LCL' \parallel Ob$  sein, weil  $Ob$  den Gesamtdruck des Gelenkes  $C$  nach Richtung und Grösse darstellt.

Fig. 211.



Rückt die Last  $G$  (Fig. 212) dem Widerlagergelenke  $A$  näher und näher, so verschiebt sich der Schnittpunkt  $K$  der drei Kräfte auf der Verlängerung von  $BC$  mehr und mehr nach oben, und die Richtung von  $W$  nähert sich mehr und mehr der Lothrechten. Im Grenzfalle, wo  $G$  mit  $A$  zusammenfällt, wird  $W$  lothrecht, fällt also mit  $G$  in dieselbe Richtung; aus diesem Grunde wird die dritte Kraft  $D = W_1$  (nach S. 63) = Null; die Last  $G$  wird unmittelbar von dem festen Gelenkpunkt  $A$  auf das Widerlager übertragen; im Gelenke  $C$  tritt gar keine Kraft auf, und die Stangenverbindung bleibt ohne innere Spannkraft. Also:

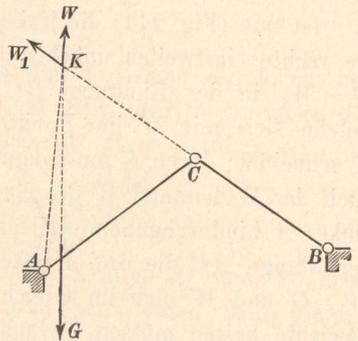


Fig. 212.

Eine Last, die an einem Widerlagergelenkpunkt einer Stangenverbindung angreift, bringt in der Stangenverbindung selbst keine Spannkraft hervor.

Rückt aber die Last  $G$  der linken Stange nach  $C$  hin (Fig. 213), so nähert sich der Punkt  $K$  mehr und mehr dem Punkte  $C$  und fällt mit ihm zusammen, wenn die Last durch  $C$  geht. Denkt man sich nun die Stangen durchschnitten, so müssen ihre Spannkraften beide in die Richtungen  $AC$  und  $BC$  fallen. Oder:

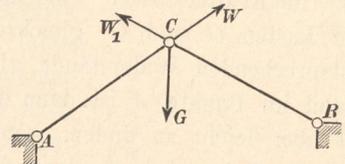


Fig. 213.

Greifen die Lasten nur in dem gemeinsamen Gelenkpunkte einer Stangenverbindung an, so fallen die Spannkraften der Stangen in die Verbindungsgeraden der Gelenkpunkte (die Stangenrichtungen).

Die beiden vorstehenden Sätze gelten, wie man leicht erkennt, auch für eine Verbindung von beliebig vielen Stangen.

Die Bestimmung der Widerstände der festen Gelenke geschieht in derselben Weise, wie auf S. 173 beschrieben, wenn auch die

einzig vorhandene Last  $K$  an der Verlängerung einer Gelenkstange angreift und etwa von der lothrechten Richtung abweicht (Fig. 214).

In Fig. 215 ergeben sich leicht die Spannkraften  $S$  und  $S_1$  der beiden Gelenkstangen, und zwar wirkt die Spannkraft  $S$  auf Zug,  $S_1$  auf Druck.

Ist bei einem Bogenträger mit drei Gelenken (Fig. 216) nur die linke Hälfte durch eine Einzellast  $G$  belastet, so kann, ohne Rücksicht auf die

Form, die rechte Hälfte wie eine gewichtlose Stange behandelt werden, so dass die Richtungen der Widerlagerdrücke  $W$  und  $W_1$  in einfacher Weise bestimmt sind und daher die Zeichnung des Kräftecks aus  $G$ ,  $W$  und  $W_1$  ermöglicht ist.

Liegt das gemeinsame Gelenk  $C$  oberhalb der Geraden  $AB$ , so erfordert eine Last  $G$  (Fig. 213, S. 174) schräg aufwärts gerichtete Widerstände  $W$  und  $W_1$ ; diese Kräfte haben nach dem Gesetze der Wechselwirkung das Bestreben, die Widerlager schräg nach unten und aus einander zu drängen; die Stangen erfahren Druckkräfte. Liegt aber  $C$  unterhalb  $AB$  (Fig. 217), so verkehren sich alle Verhältnisse ins Entgegengesetzte: die Stangen werden gezogen und suchen die Widerlager nach innen zu ziehen.

Solche innere Zugkräfte, deren Richtung mit der Verbindungsgeraden zweier Gelenke zusammenfällt, können auch durch ein Seil aufgenommen werden. An Stelle der Gelenke hat man sich dann Seilknoten zu denken.

**Verbindung von mehr als zwei Stangen.** Eine Verbindung von zwei Gelenkstangen wie Fig. 217 bildet eine bestimmte Figur,

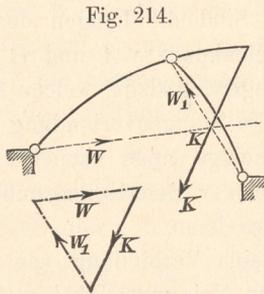


Fig. 214.

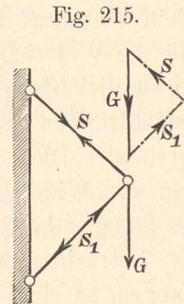


Fig. 215.

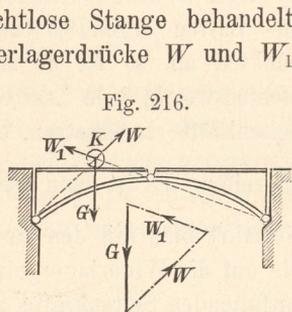


Fig. 216.

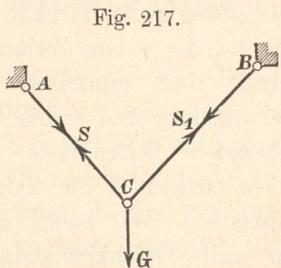
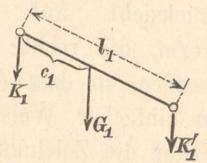


Fig. 217.

nämlich ein durch drei Seiten bestimmtes Dreieck, weil die festen Punkte  $A$  und  $B$  die Seite  $AB$  festlegen. Eine Verbindung von mehr als zwei Stangen bildet aber eine verschiebliche Figur, weil ein Vieleck von mehr als drei Seiten nicht mehr durch die Seiten allein bestimmt ist. Sind die Längen der Stangen, deren Lasten, und die Widerlagergelenkpunkte  $A$  und  $B$  gegeben, so giebt es nur eine gesicherte Gleichgewichtslage, welche sich allmählich von selbst einstellt, wenn man die Stangenverbindung der Wirkung der Lasten überlässt. Diese Ruhelage muss zunächst ermittelt werden, bevor man die Widerstände der Befestigungspunkte und die Spannkkräfte der Stangen bestimmen kann.

Betrachten wir eine Verbindung von drei Stangen, so sind deren Neigungswinkel  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  in der Gleichgewichtslage unbekannt. Greifen die Lasten irgendwo zwischen den Gelenkpunkten an, so ist es zur Vereinfachung empfehlenswerth, jede Last  $G$  durch zwei parallele Seitenkräfte zu ersetzen, die je in einem Gelenk

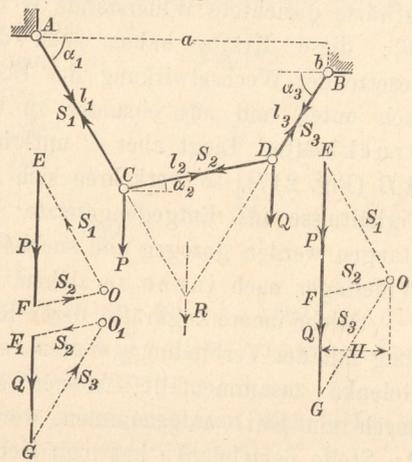
Fig. 218.



angreifen. Es ist dann (Fig. 218)  $K_1 = G_1 \left(1 - \frac{c_1}{l_1}\right)$ ;  $K_1' = G_1 \frac{c_1}{l_1}$ .

Verfährt man mit den Lasten der anderen Stangen ebenso, so werden die auf die Widerlagergelenke entfallenden Seitenkräfte, z. B.  $K_1$ , unmittelbar von diesen aufgenommen und kommen für das Gleichgewicht der Stangenverbindung weiter nicht in Betracht. An jedem Zwischen-

Fig. 219.



gelenk aber summiren sich die von links und rechts her-rührenden Seitenkräfte und geben zusammen die Gelenkpunktlast. Wir haben dann nur mit Gelenkpunktlasten  $P$  und  $Q$  zu thun (Fig. 219), und die Spannkkräfte der Stäbe

können nach dieser Änderung mit Rücksicht auf den Satz S. 174 als in die Stabrichtungen fallend angesehen werden.

An dem Gelenkbolzen  $C$  hängt die Last  $P$ ; die anschliessenden Stäbe üben auf ihn die Kräfte  $S_1$  und  $S_2$  aus, und diese 3 Kräfte müssen sich das Gleichgewicht halten, weil der Bolzen in Ruhe sein soll. Es müssen daher diese Kräfte ein geschlossenes Krafteck  $OEF$  bilden. Da nun  $S_1$  mit der Wagerechten den Winkel  $\alpha_1$  bildet, ist  $90^\circ - \alpha_1$  der Winkel zwischen  $S_1$  und  $P$ ; der Winkel bei  $O$  im Krafteck beträgt aber für die angenommenen Neigungen  $\alpha_1 + \alpha_2$ , derjenige bei  $F$  ist  $90^\circ - \alpha_2$ . Mithin wird nach dem Sinus-Satze:

$$P : S_2 = \sin(\alpha_1 + \alpha_2) : \cos \alpha_1.$$

Ebenso müssen die in  $D$  angreifenden Kräfte  $S_2$ ,  $Q$  und  $S_3$  ein geschlossenes Dreieck  $O_1F_1G$  bilden, für welches die Gleichung gilt:

$$Q : S_2 = \sin(\alpha_3 - \alpha_2) : \cos \alpha_3.$$

Durch Division ergeben diese beiden Gleichungen:

$$1) \quad \frac{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin(\alpha_3 - \alpha_2)} \frac{\cos \alpha_3}{\cos \alpha_1} = \frac{P}{Q}.$$

Dies ist die einzige Beziehung, welche zwischen den gegebenen Lasten und den Gleichgewichts-Neigungen  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  und  $\alpha_3$  aufgestellt werden kann. Haben aber die Punkte  $A$  und  $B$  einen gegebenen wagerechten Abstand  $a$ , einen Höhenunterschied  $b$ , so müssen diese Werthe gleich sein der algebraischen Summe der wagerechten bezw. senkrechten Projektionen der Stangen, oder

$$2) \quad l_1 \cos \alpha_1 + l_2 \cos \alpha_2 + l_3 \cos \alpha_3 = a;$$

$$3) \quad l_1 \sin \alpha_1 - l_2 \sin \alpha_2 - l_3 \sin \alpha_3 = b.$$

Die Gleichungen 1 bis 3 enthalten die Bedingungen für die 3 Unbekannten  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  und  $\alpha_3$ , sind aber nach diesen Grössen nur durch mühsames Probiren aufzulösen.

In anderer Gestalt lässt sich die Bedingung für die Gleichgewichtsform der Stangenverbindung aussprechen, wenn man die beiden Kraftecke so zusammenschiebt, dass  $O_1F_1$  mit  $OF$  zusammenfällt. In der so entstehenden Figur (Fig. 219, rechts) bildet  $EFG$  den Streckenzug der gegebenen parallelen Lasten,  $O$  den Pol,  $OE$ ,  $OF$ ,  $OG$  die Polstrahlen, und wenn man nun bedenkt, dass  $OE \parallel AC$ ,  $OF \parallel CD$  und  $OG \parallel DB$  gezeichnet waren, so ist nach S. 118 der Linienzug  $ACDB$  ein zu den Lasten  $P$  und  $Q$  gezeichnetes Seileck. Die Polstrahlen des Kraftecks geben Grösse und Richtung der Stab-Spannkkräfte.

Nach der Bedeutung der Seileckseiten (S. 118) bedeutet  $DB$  die Richtungslinie einer Kraft  $S_3$  mit dem Sinne von  $B$  nach  $D$ , welche die Mittelkraft von  $S_1$  (aufwärts),  $P$  und  $Q$  darstellt. Nach den Lehren über die Zusammensetzung und das Gleichgewicht der Kräfte am starren Körper würden daher die an einem starren Körper wirkenden Kräfte  $S_1$ ,  $P$  und  $Q$  mittels eines Seilecks zu einer Mittelkraft  $S_3$  vereinigt werden können; und eine entgegengesetzt gerichtete Kraft  $S_3$  (mit dem Sinne von  $D$  nach  $B$ ) würde den Kräften  $S_1$ ,  $P$  und  $Q$  das Gleichgewicht halten. Bei der Stangenverbindung haben wir nun gezeigt, dass sie unter Einwirkung der Stabkräfte  $S_1$  und  $S_3$  und den Gelenkpunktlasten  $P$  und  $Q$  im Gleichgewichte sei. Da sich dieselben Kräfte auch am starren Körper im Gleichgewichte halten, so folgt daraus, dass, wenn eine Gelenkverbindung im Gleichgewichte ist, in dem Gleichgewichts- und Kräftezustande nichts geändert wird, wenn man den Gelenken die Beweglichkeit nimmt, also z. B. sie zu einem starren Körper zusammengeschweisst denkt.

Nach der Eigenschaft des Seilecks (S. 119) schneiden sich die Richtungen von  $S_1$  und  $S_3$  auf der Mittelkraft  $R$  der Lasten  $P$  und  $Q$ . Die Spannkkräfte  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  haben im Krafteck übereinstimmende wagerechte Projektion, d. h. übereinstimmende wagerechte Seitenkraft  $H$ , gemessen durch den rechtwinkligen Abstand des Poles  $O$  von der Lastlinie  $EFG$ .

Man erkennt leicht, dass das vorstehend für drei Stangen entwickelte im Wesentlichen auch für beliebig viele, nur in den Gelenkpunkten belastete Stangen gilt; wir fassen dies unter Annahme reibungsloser Gelenke zu folgenden Sätzen zusammen:

1. Die Spannkraft einer jeden Stange fällt mit ihrer Richtung, d. h. mit der Verbindungsgeraden ihrer Gelenke zusammen.
2. An jedem Gelenkpunkte halten die Spannkkräfte der beiden benachbarten Stangen der Last des Gelenkpunktes das Gleichgewicht.
3. Die Gleichgewichtsform der Stangenverbindung ist ein zu den Lasten gezeichnetes Seileck.
4. Die Spannkkräfte irgend zweier Stangen halten den an den zwischenliegenden Gelenkpunkten angreifenden Lasten das Gleichgewicht (d. h. genügen den Bedingungen für das Gleichgewicht starrer Körper). Die Mittelkraft dieser Lasten geht durch den Schnittpunkt der beiden Spannkkräfte.

Die vorstehenden Sätze gelten auch, wenn die Gelenkpunktlasten nicht lothrecht, sondern beliebig gerichtet sind. Werden die Lasten aber ausschliesslich durch lothrechte Kräfte gebildet, so ist noch

5. die wagerechte Seitenkraft aller Spannkkräfte von der gleichen Grösse  $H$ .

Sind nun  $n$  Stangen der Längen  $l_1, l_2, \dots, n - 1$  Gelenklasten gegeben, so kann man damit unendlich viele Gleichgewichtsformen herstellen. Bei drei Stangen liess sich aus den Gleichgewichtsbedingungen nur eine Gleichung (Gl. 1, S. 177) mit den drei Unbekannten  $a_1, a_2, a_3$  entwickeln; die beiden anderen Gleichungen waren geometrische Bedingungen. Ähnlich ist es auch bei  $n$  Stangen: Sind die Abstände  $a$  und  $b$  der Befestigungspunkte in wagerechtem und lothrechtem Sinne gegeben, so lassen sich ausser den geometrischen Bedingungen nach Art der Gl. 2 u. 3, S. 177, in derselben Weise wie bei drei Stangen noch  $n - 2$  Gleichgewichtsbedingungen herleiten. Die Auflösung der Gleichungen nach den unbekanntem Winkeln  $a_1, a_2, \dots$  ist aber nur durch umständliches Probiren möglich. Viel leichter wird die Aufgabe, wenn statt der gegenseitigen Lage der Befestigungspunkte zwei andere Stücke gegeben sind. Die Neigungswinkel  $\alpha$  sind sofort bestimmt, wenn im Krafteck (Fig. 219, rechts, S. 176) die Lage des Poles gegen den Streckenzug der Lasten gegeben ist. Sind also von irgend einer Spannkraft, z. B. von  $S_1$ , wagerechte und senkrechte Seitenkraft gegeben, so steht  $S_1$  nach Grösse und Richtung fest und bestimmt damit den Pol  $O$ . Auch die Neigungen zweier Stäbe (d. h. ihrer Spannkkräfte) legen den Schnittpunkt der beiden Polstrahlen, d. h. den Pol fest.

In Fig. 219 können die Spannkkräfte  $S_1, S_2, S_3$  der Gelenkstangen ebenso gut durch Seilstücke aufgenommen werden. Ein Seil kann wegen seiner Biegsamkeit nur eine in seine Längenrichtung fallende Zugkraft aufnehmen (vergl. S. 64). Das zwischen zwei Knoten befindliche Stück eines gewichtlosen Seiles hat daher dieselbe Grundeigenschaft wie eine gewichtlose und unbelastete Gelenkstange, jedoch mit der noch hinzutretenden Beschränkung, dass im Seile nur Zugkräfte möglich sind. Das Viereck  $ACDB$  ist also die Gleichgewichtsform einer in den Knoten  $C$  und  $D$  belasteten Seilverbindung. Hiermit erklärt sich die S. 118 (nach dem Vorschlage von G. Lang) eingeführte Bezeichnung Seileck.

Würde im Krafteck (Fig. 219, rechts) der Pol  $O$  nach der linken Seite von  $EG$  symmetrisch verlegt, so erhielten  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  dieselben Grössen wie bisher,  $S_1$  würde dann aber im Seileck von  $A$  aus nach rechts ansteigen mit dem Anstiegswinkel  $\alpha_1$  gegen die Wagerechte. Das in solcher Weise zu den Lasten  $P$  und  $Q$  erhaltene Seileck würde eine Figur sein, in welcher die Knickpunkte  $C$  und  $D$  oberhalb  $AB$  liegen;  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  würden wie in Fig. 213 (S. 174) Druckkräfte werden. Diese Figur ist als Gleichgewichtsform eines Seiles nicht möglich, gleichwohl hat man den Namen Seileck auch für solche Fälle beibehalten, während man eigentlich richtiger Gelenkviereck sagen würde. Ein solches Gelenkviereck aus mehr als zwei Gelenkstangen mit hochliegenden Zwischenjunkten (nach oben gekehrten Knien), in welchen durch abwärts gerichtete Lasten Druckkräfte entstehen, ist nur in unsicherem Gleichgewichte, kann nur künstlich gehalten werden und geräth bei der geringsten Veränderung in beschleunigte Abwärtsbewegung; in Bezug auf die Ermittlung der Gleichgewichtsform und der entsprechenden Kräfte ist sonst kein Unterschied zwischen der unsicheren und der sicheren Gleichgewichtsform, ebensowenig wie zwischen Fig. 213 und 217.

**Beispiel:** Sechs Stangen mögen die Längen:  $l_1 = 0,98$  m;  $l_2 = 0,87$  m;  $l_3 = 0,84$  m;  $l_4 = 0,69$  m;  $l_5 = 1,01$  m;  $l_6 = 0,86$  m haben; die Lasten seien  $P_1 = 62$  kg;  $P_2 = 54$  kg;  $P_3 = 44$  kg;  $P_4 = 60$  kg;  $P_5 = 62$  kg. Die äussersten Seiten des Seilecks mögen je unter  $45^\circ$  gegen die Wagerechte geneigt sein. Trägt man die Lasten zu einem Streckenzuge zusammen (im Mafsstabe  $1 \text{ mm} = 10 \text{ kg}$ ) (Fig. 220), so wird die Gesamtlast  $282$  kg, und weil die äussersten Strahlen davon je um  $45^\circ$  abweichen, so ist der Polabstand  $H = \frac{1}{2} \Sigma P = 141$  kg die wagerechte Kraft, die durch die ganze Verbindung hindurchgeht. Die Stäbe sind der Reihe nach parallel den Polstrahlen in den gegebenen Längen (im Mafsstab  $1 : 100$ ) aufzutragen. Die Längen der Polstrahlen geben die Grösse der Spannkkräfte der parallelen Stäbe.

Fig. 220.

