und weil arc sin $1 = {}^1/_2\, \pi$ ist,

$$t = \sqrt{\frac{l}{g}} \left\{ {}^1/_2\, \pi - \text{arc sin} \frac{\vartheta}{\alpha} \right\}.$$

Dies ist die Zeit zum Durchlaufen des Bogens AP.

Um zu ermessen, wie gross der Fehler der Annäherung ist, nehme man $\vartheta = 5^0$ an, dann ist $\cos \vartheta = \cos 5^0 = 0{,}996195$. Es ist aber $\vartheta = \text{arc } 5^0 = \frac{5 \cdot \pi}{180} = 0{,}087266$, daher $1 - {}^1/_2\, \vartheta^2 = 0{,}996192$; es kommt also erst in der 6ten Decimale eine Abweichung vor.

Die Dauer der Schwingung von A nach B ist offenbar doppelt so gross wie die von A nach C (für $\vartheta = 0$). mithin wird die Dauer t_1 einer einfachen Schwingung von A nach B

$$4) \qquad t_1 = 2 \sqrt{\frac{l}{g}} ({}^1/_2\, \pi) = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

was man auch erhält, wenn man zwischen den Grenzen $-\alpha$ und $+\alpha$ integrirt. Es ist für Meter und Sekunden und für $g = 9{,}81$: $\frac{\pi}{\sqrt{g}} = 1{,}003$, mithin

$$t_1 = 1{,}003 \sqrt{l} \quad \text{oder annähernd} \quad t_1 = \sqrt{l}.$$

Für $l = 1^{\text{m}}$ wird $t_1 = 1{,}003$ Sekunden, oder ein Pendel von 1^{m} Länge macht in der Stunde 3589 einfache Schwingungen. $t_1 = 1$ giebt $l = \frac{g}{\pi^2} = 0{,}994^{\text{m}}$ als Länge des Sekundenpendels.

Da die Länge des Sekundenpendels mit g verhältnisgleich ist, so muss diese Länge an der Oberfläche der Sonne bezw. des Mondes (nach S. 59) 30 bezw. ${}^1/_6$ Mal so lang sein.

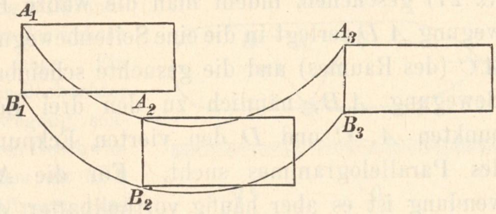
Man kann die Gleichung 4 auch schreiben $g = l \frac{\pi^2}{t^2}$, kann also mit Hülfe von Pendelschwingungen aus der gemessenen Pendellänge l und der beobachteten Dauer t einer Schwingung die Fallbeschleunigung an der betreffenden Stelle der Erde berechnen.

18. Scheinbare (relative) Bewegung eines Massenpunktes in Bezug auf einen fortschreitenden Raum.

Die Bewegung eines körperlichen Gebildes, eines Raumes heisst fortschreitend, wenn alle Theile desselben stets parallel ihrer

Anfangslage bleiben (Fig. 75); hiermit ist nothwendig verknüpft, dass dann alle Punkte des Körpers völlig übereinstimmende, nur parallel gegen einander verschobene Bahnlinien $A_1 A_2 A_3$ und $B_1 B_2 B_3$ beschreiben, daher in einem bestimmten Augenblicke völlig übereinstimmende Geschwindigkeiten haben.

Fig. 75.



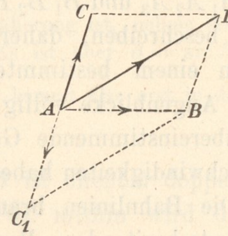
Die Bahnlinien brauchen dabei nicht geradlinig zu sein. Solche fortschreitenden Bewegungen werden auch **Verschiebungen** genannt, während man eine beliebige Bewegung, bei welcher der Körper der Anfangslage **nicht** parallel bleibt, als **Verrückung** bezeichnet.

Verschiebungen mit **geraden** Bahnlinien kommen sehr häufig vor; ein Eisenbahnwagen, ein Schiff führt solche auf geraden Strecken aus. Wenn aber der Wagen oder das Schiff einen krummlinigen Weg beschreibt, so erfährt der Eisenbahnwagen stets, das Schiff meistens eine Veränderung seiner Richtung, d. h. nicht mehr eine einfache Verschiebung. Eine **parallele** Verschiebung des Raumes wird im Folgenden angenommen.

Wenn nun ein Massenpunkt während der Zeit t eine Bahnlinie AB (Fig. 76) beschreibt, diese Bahnlinie aber einem sich verschiebenden Raume angehört und daher der Punkt A gleichzeitig in dem Zeitraume t die Strecke AC zurücklegt, so wird nach S. 17 die wahre Bewegung des Punktes gefunden, indem man aus AB und AC ein Parallelogramm zeichnet, dessen vierter Eckpunkt D dann der wahre Ort des Punktes ist. Die Bewegung AB in dem fortschreitenden Raume heisst die **scheinbare** Bewegung des Punktes, weil ein in dem Raume befindlicher Beobachter, der die Bewegung des Raumes mitmacht, nur diese Bewegung wahrnimmt, oder die **relative** Bewegung in Bezug auf den Raum. Alle Bewegungen, die die Fahrgäste eines fahrenden Eisenbahnwagens in demselben ausführen, sind solche scheinbaren Bewegungen. Die **wahre** oder **absolute** Bewegung AD ist die Resultirende aus beiden Seitenbewegungen.

Häufig liegt die Aufgabe vor, aus der wahren Bewegung AD und der Verschiebung des Raumes AC die scheinbare Bewegung AB zu bestimmen. Dies kann nach den früheren Regeln (S. 27) geschehen, indem man die wahre Bewegung AD zerlegt in die eine Seitenbewegung AC (des Raumes) und die gesuchte scheinbare Bewegung AB, nämlich zu den drei Eckpunkten A, C und D den vierten Eckpunkt des Parallelogrammes sucht. Für die Anwendung ist es aber häufig vortheilhafter, das Verfahren so einzurichten, dass die gesuchte Bewegung AB nicht als geometrische Differenz, sondern als geometrische Summe erscheint, d. h. das Parallelogramm so anzuordnen, dass B dem Punkte A diagonal gegenüber liegt. Dies geschieht, indem man die Verschiebung AC des Raumes in entgegengesetztem Sinne als AC_1 aufträgt und aus AD und AC_1 ein Parallelogramm zeichnet, in dem dann B der vierte Eckpunkt des Parallelogramms wird. Ob die Bewegungen AB, AC und AD geradlinig sind oder nicht, ist für das Verfahren der Zu-Zusammensetzung und Zerlegung (wie S. 26 gezeigt wurde) völlig gleichgültig. Bei den Bewegungen kommt es nur auf die Orte nach t Zeiteinheiten an, welche man für die Konstruktion durch Gerade verbinden kann. Dabei ist wieder nicht das ganze Parallelogramm erforderlich; vielmehr genügt es, der Strecke AD der wahren Bewegung die Strecke DB als Entgegengesetztes der Verschiebung des Raumes anzufügen, um in der Schlussstrecke AB die scheinbare Bewegung zu erhalten. Wie früher gezeigt, gelten für die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen dieselben Gesetze wie für die Bewegungen; daher haben wir die Sätze:

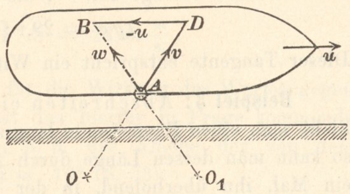
Fig. 76.



Die scheinbare Bewegung in einem fortschreitenden Raume ist die geometrische Summe aus der wahren Bewegung und dem Entgegengesetzten der Bewegung des Raumes. Die Geschwindigkeit bezw. Beschleunigung der scheinbaren Bewegung ist die geometrische Summe aus der wahren Geschwindigkeit bezw. Beschleunigung und dem Entgegengesetzten der Geschwindigkeit bezw. Beschleunigung des Raumes.

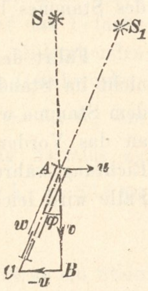
Beispiel 1: Ein Schiff bewege sich gleichförmig, geradlinig fortschreitend mit der Geschwindigkeit u nach rechts (Fig. 77). Vom Ufer aus werde ein Stein in der Richtung OA über das Verdeck hinweg geworfen. Von der Wurfbewegung wollen wir nur die geradlinige gleichförmige Seitenbewegung im Grundrisse berücksichtigen, die mit der wahren Geschwindigkeit v erfolgen möge. Ein auf dem Schiffe mitfahrender Beobachter erblickt nicht die wahre Bewegung, sondern nur die scheinbare, deren Geschwindigkeit w wir erhalten, indem wir in A die Strecke $v = AD$ auftragen und $DB = u$, aber nicht nach rechts, sondern mit entgegengesetztem Sinne, anfügen, dann ist AB die geometrische Summe von v und $-u$, d. h. die gesuchte scheinbare Geschwindigkeit w. In dieser Richtung AB wird der Stein über das Schiff hinwegstreichen, als ob der Wurf etwa von einem Ursprunge O_1 herrührte. Ist der Stein vielleicht ein Stück Kreide, so wird er die Bahnlinie AB selbstthätig aufzeichnen können. Als Probe der Richtigkeit dient die Betrachtung, dass die Geschwindigkeit w, verbunden mit der wirklichen Geschwindigkeit $BD = +u$ des Schiffes, als geometrische Summe wieder die wahre Geschwindigkeit $AD = v$ des Steines liefert. Ist das Verdeck vielleicht mit Tonnen, Ballen u. dergl. besetzt, so wird die Bewegung des Steines über dasselbe sich ungehindert nur dann entwickeln können, wenn längs AB zufällig eine Gasse frei geblieben ist. Diese Gasse ist dann gewissermafsen ein Kanal, eine Röhre, in welcher das fahrende Schiff den Stein so auffängt, dass er, ohne seitlich gestört zu werden, über das Verdeck hinweggleiten kann.

Fig. 77.



Beispiel 2: Nach dem Vorstehenden sind die Bedingungen zu beurtheilen, unter denen ein Fixstern in der Mitte des Gesichtsfeldes eines Fernrohres erscheinen kann. Es findet dies statt, wenn der von dem Sterne ausgehende Lichtstrahl sich in der Richtung der Mittellinie des Rohres fortpflanzt. Stände nun die Erde mit dem Fernrohre fest, so müsste das Rohr genau in die Richtung nach dem Sterne gestellt werden. Da aber die Erde mit dem Fernrohre eine Bewegung um die Sonne ausführt, so kommt die scheinbare Bewegung des Lichtes in Bezug auf die fortschreitende Erde in Frage. Ist (Fig. 78) u die Geschwindigkeit der fortschreitenden Erde und ist die Richtung nach dem zu betrachtenden Sterne rechtwinklig zu u, so hat man an die Geschwindigkeit des Lichts $v = AB$, das Entgegengesetzte BC der Geschwindigkeit u der Erde anzutragen, um in AC die scheinbare Geschwindigkeit w des Lichts gegen das Fernrohr zu erhalten. Diese Richtung AC muss das Rohr haben, damit der vom Sterne S ausgehende Strahl das Fernrohr ungehindert durchlaufen kann, damit also der Stern S in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheine. Da man nun ge-

Fig. 78.



wohnt ist, einen im Fernrohre erblickten Gegenstand als in der Richtung des Fernrohres befindlich anzunehmen, so vermuthet man S vielleicht an die Stelle S_1. Der Winkel φ, um den die scheinbare Richtung des Sternes von der wahren abweicht, heisst die Aberration des Lichtes. Die sekundl. Geschwindigkeit der Erde beträgt $29{,}7^{\text{km}}$, die des Lichtes $311\,400^{\text{km}}$, daher ist

$$tg\,\varphi = 29{,}7 : 311\,400 = 1 : 10485.$$

Dieser Tangente entspricht ein Winkel von etwa 20″.

Beispiel 3: Abschreiten eines vorüber fahrenden Baumstammes. Sieht man einen Baumstamm langsam und gleichmässig auf einer Strasse fahren, so kann man dessen Länge durch Abschreiten schätzen, indem man den Stamm ein Mal, ihn überholend, in der Fahrtrichtung abschreitet, ein zweites Mal gegen die Fahrtrichtung schreitet und für beide Fälle die Schritte zählt. Es empfiehlt sich hierbei, die Zeit eines Schrittes als Zeiteinheit zu wählen, dann ist die Schrittlänge zugleich die Geschwindigkeit v des Schreitenden. Mit u werde diejenige Strecke bezeichnet, welche der Stamm während eines Schrittes zurücklegt. Beim Überholen ist die scheinbare Geschwindigkeit des Schreitenden gegen den Stamm offenbar $v - u$. Ist nun t die Anzahl der Schritte beim Überholen, so muss die Länge l des Stammes betragen $l = (v - u)\,t$. Beim Entgegenschreiten wird die scheinbare Geschwindigkeit $v + u$, daher $l = (v + u)\,t_1$, wenn t_1 die entsprechende Schrittzahl. Aus diesen beiden Gleichungen können u und l ermittelt werden, nämlich zu

$$u = v\,\frac{t - t_1}{t + t_1}\,;\quad l = v\,\frac{t\,t_1}{1/2\,(t + t_1)}.$$

Der Schreitende mache in jeder Sekunde 2 Schritte von je $0{,}8^{\text{m}}$. Zum Überholen des Stammes gebrauche er $t = 100$ Schritte, zum Kreuzen nur $t_1 = 20$ Schritte, dann ist $\frac{u}{v} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$; während eines Schrittes von $0{,}8^{\text{m}}$ legt mithin der Baumstamm die Strecke $u = 0{,}8 \cdot \frac{2}{3} = 0{,}533^{\text{m}}$ zurück. Die Länge des Stammes beträgt $l = 0{,}8 \cdot \frac{100 \cdot 20}{60} = 26{,}67^{\text{m}}$.

Fährt der Stamm schneller, als der Wanderer schreitet, so ist letzterer nicht im Stande, den Stamm schreitend zu überholen, lässt sich vielmehr von dem Stamme während der Dauer von t Schritten überholen, kehrt dann laufend an das Vorderende des Stammes zurück und lässt ihn in entgegengesetzter Richtung während der Dauer von t_1 Schritten an sich vorbeifahren. In diesem Falle wird leicht gefunden:

$$\frac{u}{v} = \frac{t + t_1}{t - t_1}\,;\quad l = v\,\frac{t\,t_1}{1/2\,(t - t_1)}.$$

Es sei jetzt $v = 0{,}75^{\text{m}}$; $t = 300$, $t_1 = 20$; dann wird $\frac{u}{v} = \frac{320}{280} = \frac{8}{7}$, mithin

$$u = 0{,}857^{\text{m}}\,;\quad l = 0{,}75 \cdot \frac{300 \cdot 20}{140} = 32{,}14^{\text{m}}.$$

Beispiel 4: Ein Stein werde mit der geringen Geschwindigkeit $v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$ gegen einen mit $20 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$ fahrenden Eisenbahnzug geworfen; dann ist die scheinbare Geschwindigkeit des Steines gegen den Zug

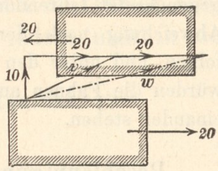
$$w = \sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5} = 22{,}361 \frac{\text{m}}{\text{s.}}.$$

Diese Geschwindigkeit ist mafsgebend für die Wirkung des Wurfes gegen einen etwa getroffenen Fahrgast, u. zw. ist das hierfür in Frage kommende Arbeitsvermögen $\frac{1}{2} m w^2 = \frac{1}{2} m \cdot 10^2 \cdot 5$, d. h. das 5fache der von dem Werfenden geleisteten Arbeit $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \cdot 10^2$ (S. 53).

In noch viel höherem Grade aber vervielfacht sich die Wirkung, wenn 2 Züge mit je $20 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$ an einander vorbeifahren und der Stein aus einem Zuge gegen den anderen geworfen wird. Dann ist die wahre Geschwindigkeit des Steines die geometrische Summe aus der Seitengeschwindigkeit $c = 10 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$, welche der eine Fahrgast dem Steine ertheilt hat, und der Geschw. $20 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$ des ersten Zuges, d. h. $v = \sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5} = 22{,}361 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$.

Diesem v ist nun noch, wenn der zweite Zug nach links fährt (Figur 79), dessen Geschwindigkeit $20 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$ nach rechts hinzuzufügen. Dann wird w offenbar die Hypotenuse eines Dreiecks, dessen eine Kathete 10, dessen andere aber $20 + 20 = 40$ beträgt, also

Fig. 79.



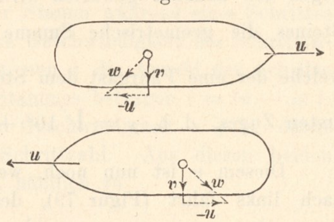
$$w = \sqrt{10^2 + 40^2} = 10\sqrt{1 + 16} = 10\sqrt{17} = 41{,}23.$$

Der in dem zweiten Zuge befindliche, etwa getroffene Fahrgast verspürt also eine Wurfwirkung von der Grösse $\frac{1}{2} m w^2 = \frac{1}{2} m\, 10^2 \cdot 17$, d. h. durch die Bewegung der beiden Eisenbahnzüge ist die Stosswirkung auf das 17fache gewachsen, gegenüber dem Falle, wo der Stein aus einem stillstehenden Zuge auf einen ebenfalls stillstehenden Zug geworfen würde. Die Geschwindigkeit von $10 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$ entspricht einer Fallhöhe von nur $100 \cdot 0{,}051 = 5{,}1^{\text{m}}$; ein Wurf mit solcher Geschwindigkeit ist daher als verhältnismässig harmlos zu bezeichnen. $41{,}23 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$ entsprechen aber einer Fallhöhe von $17 \cdot 5{,}1 = 86{,}7^{\text{m}}$, also einer Thurmhöhe.

Beispiel 5: Fällt von einer über die Eisenbahn führenden Brücke ein Stein lothrecht herab, so ist dessen wahre Bewegung eine lothrechte, gleichförmig beschleunigte mit der Anfangsgeschwindigkeit Null. In Bezug auf einen vorbeifahrenden Zug aber wird die scheinbare Bewegung eine parabolische Wurfbewegung, deren wagerechte Seitengeschwindigkeit das Entgegengesetzte der Geschwindigkeit des Eisenbahnzuges ist. Diese parabolische Bahnlinie wird ein im Zuge fahrender Beobachter wahrnehmen. Ähnlich ist es auch mit Regentropfen, die, lothrecht fallend, einen Zug treffen. Die Spuren derselben an den Fenstern und Wänden der Wagen werden von der Lothrechten abweichen. — Kann man, Kopf oder Hand aus einem Eisenbahnzuge hinaus haltend, keinen Luftzug wahrnehmen, so muss die umgebende Luft die gleiche Bewegung wie der Zug haben, es muss also ein in der Fahrrichtung wehender Sturm herrschen.

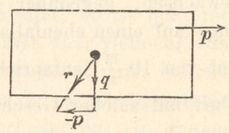
Beispiel 6: Stellung der Windfahne auf einem Schiffe. Eine leicht bewegliche Windfahne, deren Stange ruht, wird durch die Luftbewegung in die Richtung des Windes gestellt. Ist die Stange aber nicht in Ruhe, so kommt für die Stellung der Fahne die scheinbare oder relative Geschwindigkeit der Luft in Bezug auf die Fahnenstange in Frage. Bewegt sich ein Schiff mit $5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s.}}$ und weht rechtwinklig dazu ein Wind von gleicher Geschwindigkeit (Fig. 80), so ist die scheinbare Geschwindigkeit $w = 5\sqrt{2}$ und um 45^0 geneigt gegen die wahre Windrichtung. In der Richtung von w wird die Fahne sich einstellen. Man kann daher auf einem fahrenden Schiffe aus der Richtung der Windfahne nicht ohne Weiteres auf die Windrichtung schliessen. Bei einem entgegengesetzt fahrenden Schiffe würde die Abweichung nach der andern Seite erfolgen, und unter den bezüglich der Geschwindigkeiten gemachten Annahmen würden die Fahnen auf den beiden sich begegnenden Schiffen rechtwinklig zu einander stehen.

Fig. 80.



Beschleunigung der scheinbaren Bewegung. Ist q die wahre Beschleunigung eines Punktes (Fig. 81), so ergiebt sich die scheinbare Beschleunigung r als geometrische Summe von q und dem Entgegengesetzten der Beschleunigung p des betreffenden Raumes.

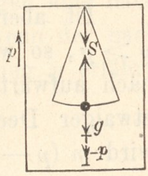
Fig. 81.



Die wahre Beschleunigung q ist die Wirkung einer wahren Kraft $K = mq$; die scheinbare Beschleunigung r kann als die Wirkung einer scheinbaren Kraft mr angesehen werden, die man offenbar erhält als geometrische Summe der wahren Kraft K und einer Kraft $(-mp)$, welche dem Entgegengesetzten der Beschleunigung des Raumes entspricht. Diese Kraft, welche man zu der wirklichen hinzufügen muss, um die scheinbare Kraft zu erhalten, nennt man Ergänzungskraft der scheinbaren Bewegung.

Bewegt sich der Massenpunkt unter Einwirkung der Schwere in einem Raume (Kasten), der selbst eine Beschleunigung p (Fig. 82) lothrecht aufwärts erfährt, so ist die wahre Beschleunigung g; zu dieser muss man p abwärts hinzufügen, um als Summe beider die scheinbare Beschleunigung $r = g + p$ zu erhalten. Die scheinbare Kraft ist $R = m\,(g + p)$. Soll aber der Punkt verhindert werden, in dem Raume zu fallen, etwa dadurch, dass man ihn an einem Faden aufhängt, so muss die Spannkraft S des Fadens die scheinbare Kraft R aufheben, muss also $S = m\,(g + p)$ sein. (Ebenso gross würde der Gegendruck des Bodens sein, wenn der Massenpunkt auf dem Boden des Kastens läge.) Ist die Beschleunigung p des Kastens Null, so ist S einfach gleich dem Gewichte des Punktes. Die Beschleunigung des Kastens hat auf die scheinbare Bewegung denselben Einfluss, als ob die Fallbeschleunigung von g auf $r = g + p$ erhöht wäre. Wird der an dem Faden hängende Punkt durch eine seitliche Bewegung aus der scheinbaren Ruhelage gebracht, so führt er Pendelschwingungen aus, und die Dauer einer kleinen einfachen Schwingung berechnet sich, indem man in der

Fig. 82.



Formel $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (S. 78) g mit $g + p$ vertauscht, zu

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g + p}}.$$

Die Schwingungen erfolgen also wegen der stärkeren Beschleunigung in kürzerer Zeit.

Ist die Beschleunigung p des Kastens nach unten gerichtet, so wird $r = g - p$; $R = m\,(g - p)$ und ein etwaiger Bodendruck oder eine etwaige Fadenkraft ebenfalls $m\,(g - p)$. Die Schwingungsdauer des Pendels wird jetzt

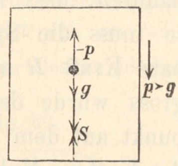
$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g - p}}.$$

Bewegt sich der Kasten mit der Fallbeschleunigung $p = g$, so wird $r = 0$; $R = 0$; der Punkt hat keine scheinbare Beschleunigung gegen den Kasten (da beide gleiche Beschleunigung g haben). Bodendruck oder Fadenkraft werden Null; der Punkt drückt nicht mehr auf den Boden. Ein in dem Kasten befindlicher

Mensch würde den Boden unter den Füssen verlieren. Da die Fadenkraft Null wird, ist auch ein Pendel nicht möglich; die Schwingungsdauer wird dann auch $t = \infty$, d. h. es kommt eine Schwingung nicht zu Stande.

Ist aber die abwärts gerichtete Beschleunigung des Kastens $p > g$, so wird (Fig. 83) die scheinbare Beschleunigung $r = p - g$ nach aufwärts gerichtet; der Massenpunkt fällt nach oben. Ein etwaiger Deckendruck bezw. eine Fadenkraft S wird $m\,(p - g)$, wobei der Faden an dem Boden befestigt sein muss. Bei einem seitlichen Anstosse entstehen Schwingungen um den unteren Befestigungpunkt, u. zw. von der Dauer

Fig. 83.

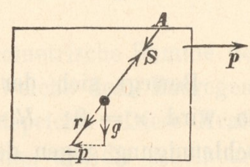


$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{p - g}}.$$

Das in diesen verschiedenen Fällen über die Spannkraft S des Fadens Gesagte gilt auch, wenn ein Kasten gar nicht vorhanden ist, wenn man vielmehr etwa mit der Hand das eine Ende des Fadens erfasst, während an dem anderen Ende ein Massenpunkt angeschlossen ist. Bewegt man die Hand nach irgend einer Richtung gleichförmig und geradlinig, so ist die Spannkraft des stets lothrechten Fadens gleich dem Gewichte des angehängten Massenpunktes. Bewegt man die Hand aber mit aufwärts gerichteter Beschleunigung, so vergrössert sich die Spannkraft, und es kann in Folge dieser Beschleunigung der Faden möglicherweise reissen. Will man in solchen Fällen das Reissen eines etwas schwachen Fadens oder Seiles vermeiden, so muss die Bewegung eine vorsichtige sein, d. h. eine solche ohne wesentliche Beschleunigung.

Ist der Kasten ein in wagerechtem Sinne beschleunigter Eisenbahnwagen mit der Beschleunigung p, so wird die scheinbare Beschleunigung $r = \sqrt{g^2 + p^2}$ schräg gerichtet; ebenso die scheinbare Kraft $R = m\,r$ (Fig. 84). Soll der Massenpunkt durch einen aufhängenden Faden in scheinbarer Ruhe in dem Wagen erhalten werden, so muss die Fadenspannkraft $S = m\sqrt{g^2 + p^2}$ in die Richtung von r fallen. Um diese scheinbare Gleichgewichtslage als Mitte würden bei einem Anstosse

Fig. 84.

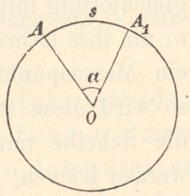


Pendelschwingungen von der Dauer $t = \pi \sqrt{\frac{l}{r}}$ entstehen. Die Richtung von r giebt zugleich die Stellung an, welche ein Fahrgast annehmen muss, um nicht umzufallen, wenn der Wagen eine nach rechts gerichtete beschleunigte Bewegung hat, oder wenn der nach links fahrende Wagen beim Anhalten eine Verzögerung p erfährt.

19. Ruhe in Bezug auf einen sich gleichmässig drehenden Raum.

Dreht sich ein Körper um eine feste Achse O (rechtwinklig zur Bildebene, Fig. 85), so ist die Bewegungsart schon durch die Bewegung eines einzigen Punktes oder auch eines beliebigen Drehungshalbmessers OA bestimmt. Der beliebige Punkt muss sich in einer Kreislinie bewegen und wenn $AA_1 = s$ die während der Zeit t zurückgelegte Wegeslänge ist, so wird $s = f(t)$ das Bewegungsgesetz sein, welches die Kreisbewegung des Punktes A im Abstande $OA = r$ von der Drehachse und damit auch die Drehbewegung des Körpers völlig bestimmt.

Fig. 85.



Es ist dann $v = ds : dt$ die Geschwindigkeit des Punktes A. Setzt man nun $s = AA_1 = r\alpha$, so wird $\alpha = {}^1/_r f(t)$ oder $\alpha = \varphi(t)$ das Gesetz der Drehbewegung des Halbmessers OA. Ebenso wie man $v = ds : dt$ die Geschwindigkeit des Punktes A nennt, heisst $\omega = d\alpha : dt = \varphi'(t)$ die Winkelgeschwindigkeit der Drehung, d. h. der auf die Zeiteinheit (Sekunde) bezogene Drehungswinkel oder die Umfangsgeschwindigkeit im Abstande Eins von der Drehachse. Wie $s = r\alpha$ ist auch $v = r\omega$ und $\omega = v : r$.

Beispiel: Dreht sich ein Körper in jeder Sekunde ein Mal gleichförmig um seine Achse, so beschreibt ein Punkt im Abstande r von der Achse den Weg $2 r \pi$ in jeder Sekunde, mithin ist $v = 2 r \pi$; ein Punkt im Abstande $r = 1$ also hat die Geschwindigkeit $\omega = v : r = 2\pi$; oder man kann auch sagen: Der Winkel 2π einer ganzen Umdrehung wird in jeder Sekunde zurückgelegt, daher ist $\omega = 2\pi$. Die Gradzahl eines Winkels ist nicht ein natürliches, sondern ein künstliches, willkürliches Maſs für die Grösse desselben. Die