lichen Massenpunkte m, ausgehen müsse. Die Erfahrung lehrt nun aber, dass dann m auf m, dieselbe Kraft K, nur in entgegengesetztem Sinne (mit entgegengesetztem Pfeile) ausübt. Dies Gesetz wurde schon von Galilei (! 1564 zu Pisa, † 1642 zu Arcetri) und Huyghens (! 1629 im Haag, † 1695 daselbst) angewandt, ist aber erst von Newton (! 1643 zu Woolstorpe, † 1726 zu Kensington) im Jahre 1687 bestimmt ausgesprochen worden.

Beispiel: Der auf S. 13 behandelte Eisenbahnzug erfuhr bei der sog. Anfahrt eine Beschleunigung $p = 0{,}14\ \frac{\text{m}}{\text{s.}^2}$. Wenn nun das Gewicht des ganzen Eisenbahnzuges 200 000 kg beträgt, wie gross ist dann die zur Beschleunigung erforderliche Kraft K? Die Masse des Zuges ist $m = 200\,000 : g$ Masseneinheiten, mithin ist $K = mp = 200\,000\ p : g$. Für solche Stellen der Erde, für welche $g = 9{,}81$ gesetzt werden kann, ist $1/g = 0{,}102$ mithin

$$K = 200\,000 \cdot 0{,}14 \cdot 0{,}102 = 2856\ \text{kg}.$$

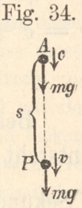
Setzt man annähernd $g = 10$, $1/g = 0{,}1$, was für überschlägliche Rechnungen zulässig, so wird $K = 2800$ kg.

Beispiel: Das auf S. 14 behandelte Geschoss erfuhr eine Beschleunigung $p = 100\,000$. Wie gross ist die Ausdehnungskraft der Pulvergase, wenn das Geschoss 20 g $= 0{,}02$ kg wiegt? Es ist $m = 0{,}02 : 9{,}81 = 2 : 981$, mithin $K = 2 \cdot 100\,000 : 981 = 204$ kg; für $g = 10$ wird $K = 200$.

5. Geradlinige Bewegung unter alleiniger Einwirkung der Schwere.

Hält man einen Punkt von der Masse m ruhend zwischen den Fingern, so wird die Schwerkraft durch die Muskelkraft der Finger aufgehoben, indem die Kraftwirkungen der Finger auf den Massenpunkt eine Gesammtkraft ausüben, welche dem Gewichte mg genau gleich und entgegengesetzt ist. Oeffnet man aber die Finger der Hand nach unten, so kommt die Schwere zur alleinigen Wirkung und ertheilt dem Massenpunkte die Beschleunigung g. Der Punkt hatte vorher keine Bewegung, d. h. die Geschwindigkeit $c = o$; es entsteht nun eine gleichförmig beschleunigte Bewegung in der Richtung der Schwere, also lothrecht abwärts. Nach t Sekunden ist die Geschwindigkeit im Punkte P (Fig. 34) nach Gl. 2, S. 11:

Fig. 34.



1) $$v = gt,$$

die zurückgelegte Wegeslänge

2) $$s = {}^1\!/_2\, g t^2 \text{ (nach Gl. 4, S. 12).}$$

Wenn man aus Gl. 1 $t = v : g$ entnimmt und in Gl. 2 einsetzt, so entsteht auch

$$3)\qquad s = \frac{g}{2}\,\frac{v^2}{g^2} = \frac{v^2}{2g} \quad\text{oder}\quad v = \sqrt{2gs}.$$

Die lothrechte Wegeslänge, welche ein Massenpunkt durchfallen muss, um ganz allein durch die Wirkung der Schwere die Geschwindigkeit v zu erreichen, d. h. den Werth $s = \frac{v^2}{2g}$ nennt man die der Geschwindigkeit v entsprechende **Geschwindigkeitshöhe.**

Für $g = 9{,}81$ wird

$$\frac{1}{2g} = 0{,}051 = \text{rund } 0{,}05 \text{ und } \sqrt{2g} = 4{,}429, = \text{rund } 4{,}4, \text{ mithin}$$

$$s = 0{,}05\, v^2; \quad v = 4{,}4\, \sqrt{s}.$$

Beispiel: Durchsinkt ein Massenpunkt in freiem Falle eine Höhe $s = 4^{\mathrm{m}}$, so erreicht er eine Fallgeschwindigkeit $v = 4{,}4\,\sqrt{4} = 8{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s.}}$. Die dazu erforderliche Zeit ist

$$t = 8{,}8 : 9{,}81 = 8{,}8 \cdot 0{,}1 = 0{,}88^{\mathrm{s.}}.$$

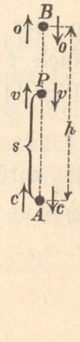
Bei der geradlinigen Bewegung stimmen die Richtungen der Geschwindigkeit und der Beschleunigung überein, bei der krummlinigen aber nicht; mithin kann eine geradlinige Bewegung nur entstehen, wenn die Richtungen der Anfangsgeschwindigkeit und der Beschleunigung übereinstimmen. Ertheilt man also einem Massenpunkte mit der Hand eine derartige Bewegung, dass er in dem Augenblicke, wo die Hand den Punkt freilässt, eine Geschwindigkeit c hat, so ist diese die Anfangsgeschwindigkeit für die unter alleiniger Wirkung der Schwere erfolgende Wurfbewegung, und letztere kann nur geradlinig werden, wenn die Anfangsgeschwindigkeit c lothrecht gerichtet ist.

Ist c lothrecht nach unten gerichtet, so entsteht wiederum eine beschleunigte Bewegung; es wird (Fig. 34) nach t Sekunden

$$v = c + gt; \quad s = ct + {}^1\!/_2\, gt^2 = \frac{(v + c)}{2}\, t = \frac{v^2 - c^2}{2g},$$

$$\text{also auch} \quad v = \sqrt{c^2 + 2gs}.$$

Fig. 35.



Bei aufwärts gerichtetem Wurfe aber (Fig. 35) entsteht eine gleichförmig verzögerte Bewegung. Nach t Sekunden ist $v = c - gt; \quad s = ct - {}^1\!/_2\, gt^2 = \frac{c^2 - v^2}{2g};$

$$v = \sqrt{c^2 - 2gs}.$$

Nach $t_1 = c/g$ Sekunden ist die Geschwindigkeit c durch die Verzögerung aufgezehrt; es ist $v = 0$ und damit die grösste mögliche Höhe, die Steighöhe $h = \frac{c^2}{2g}$ erreicht. Die Steighöhe ist hiernach gleich der Geschwindigkeitshöhe, welche der Anfangsgeschwindigkeit c entspricht. Ist der Massenpunkt an der höchsten Stelle B (Fig. 35) mit der Geschwindigkeit Null angelangt, so geht er nun sofort in eine Fallbewegung über; die Geschwindigkeit v_1, mit der der Massenpunkt die Anfangsstelle A wieder erreicht, ist $v_1 = \sqrt{2gh}$ und weil $h = \frac{c^2}{2g}$ war, $v_1 = c$, mithin gleich der aufwärts gerichteten Anfangsgeschwindigkeit, nur jetzt abwärts gerichtet. Auch die Zeit des Niederfallens $t_2 = c/g$ ist gleich der Dauer $t_1 = c/g$ des Steigens; überhaupt erfolgen Abwärts- und Aufwärtsbewegung ganz symmetrisch zu der Höchstlage, insofern jeder Punkt P die Bahnlinie beim Fallen mit derselben Geschwindigkeit v durchlaufen wird wie beim Steigen.

Beispiel: Ein Massenpunkt werde mit der Geschwindigkeit $c = 9 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$ aufwärts geworfen. Dann ist die Steighöhe $h = c^2 : 2g = 81 \cdot 0{,}05 = 4{,}05^{\text{m}}$; die Steigdauer $t_1 = c/g = 9 \cdot 0{,}1 = 0{,}9^{\text{s.}}$. Ebenso lange währt das Herabfallen; mit der Geschwindigkeit $c = 9 \frac{\text{m}}{\text{s.}}$ trifft der Punkt unten wieder ein. — Wurfgeschwindigkeiten, die man einem Massenpunkte ertheilt, lassen sich schwer unmittelbar abmessen oder beurtheilen. Dazu kann aber ein aufwärts gerichteter Wurf dienen, indem man die Dauer der Steig- und Fallbewegung zusammen beobachtet. Nennt man diese t_3, so ist $t_3 = 2\,c/g$, mithin $c = \frac{1}{2}\, g t_3$.

Ein Massenpunkt werde lothrecht aufwärts geworfen und lange nach $t_3 = 6$ Sek. unten wieder an. Dann war seine Anfangsgeschwindigkeit $c = \frac{1}{2}\, g \cdot 6 =$ rund 30, die erreichte Höhe $h = \frac{c^2}{2g} = \frac{1}{4}\,\frac{g^2 t_3^2}{2g} = \frac{1}{8}\, g t_3^2 = 45^{\text{m}}$.

Bei all diesen Betrachtungen war vorausgesetzt, dass auf den Massenpunkt nur die Schwere als Kraft wirkt. Bei Fall- und Wurfbewegungen in freier Luft tritt aber ein Luftwiderstand der Bewegung entgegen, der an dieser Stelle noch nicht berücksichtigt werden kann. Es sei nur bemerkt, dass dieser Widerstand unbedeutenden Einfluss hat bei Massenpunkten aus dichtem Stoffe und bei kleinen Geschwindigkeiten. Wirft man eine Blei- oder Eisenkugel mit der Hand, so kann der Luftwiderstand meist vernachlässigt werden, während lockere Massen einen grossen Luftwiderstand erfahren. Auch bei den grossen Geschwindigkeiten der Geschosse hat der (mit dem Quadrate der Geschwindigkeit wachsende) Luftwiderstand so bedeutenden Einfluss, dass vorstehende einfache Gleichungen für solche Fälle durchaus nicht mehr verwendbar sind.