macht sich auch geltend, wenn man die Uhr nach Fig. 201 aufhängt; stimmt die Schwingungsdauer der aufgehängten Uhr mit derjenigen der Unruhe überein, so kann die aufgehängte Uhr unter günstigen Umständen in Folge der Bewegung der Unruhe in deutlich sichtbare Schwingungen gerathen.

18. Wirkung des Pulvers in der Kanone.

In Folge der Ausdehnung der entwickelten Pulvergase wird dem Geschosse, welches zu Anfang, ebenso wie die Kanone, die Geschwindigkeit Null hatte, eine Geschwindigkeit v beim Verlassen des Rohres ertheilt. Da nun der Gasdruck des Pulvers für die aus Geschoss, Kanone und Lafette bestehende Massengruppe eine innere Kraft ist, so muss, wenn äussere Kräfte von bedeutender Grösse in wagerechter Richtung nicht auftreten, der Gesammtschwerpunkt an der ursprünglichen Stelle verbleiben, oder es muss die Bewegungsgrösse in der Richtung des als nahehezu wagerecht gedachten Rohres Null verbleiben (S. 173). Es werden daher Kanone und Lafette zu einem Rücklaufe mit der Geschwindigkeit v_1 veranlasst. Ist M die Masse, welche das Rohr mit der Geschwindigkeit v verlässt, M_1 die Masse der Kanone und Lafette, so muss

$$-M_1 v_1 + Mv = 0, \quad \text{also}$$

1) $$v_1 = \frac{M}{M_1} v \quad \text{sein.}$$

Die relative Geschwindigkeit des Geschosses in Bezug auf die zurücklaufende Kanone ist offenbar

$$w = v + v_1 = v\left(1 + \frac{M}{M_1}\right).$$

Da das Rohr vom Halbmesser r schraubenlinienförmige Züge vom Ansteigungswinkel α und der Ganghöhe oder dem Drall h besitzt, so entspricht der Verschiebungsgeschwindigkeit

$$w = v\left(1 + \frac{M}{M_1}\right)$$

noch eine Winkelgeschwindigkeit φ von der Grösse

2) $$\varphi = \frac{v}{r \cdot tg\,\alpha}\left(1 + \frac{M}{M_1}\right) = \frac{v \cdot 2\pi}{h}\left(1 + \frac{M}{M_1}\right).$$

Ist nun μ die auf die Längsachse und den Abstand r bezogene Masse des Geschosses, so ist das gesammte Arbeitsvermögen in dem Augenblicke, wo das Geschoss aus dem Rohre tritt, gleich der Ausdehnungsarbeit $\mathfrak{A}$ der Pulvergase im Rohre, d. h.

$$\mathfrak{A} = \frac{Mv^2}{2} + \frac{M_1 v_1{}^2}{2} + \frac{\mu \cdot r^2 \varphi^2}{2} \quad \text{oder}$$

$$3) \qquad \mathfrak{A} = \frac{Mv^2}{2}\left\{1 + \frac{M_1}{M} + \frac{\mu}{M}\frac{4\,r^2\pi^2}{h^2}\left(1 + \frac{M}{M_1}\right)^2\right\}.$$

Ist l die nutzbare Rohrlänge, so ergiebt sich die mittlere Triebkraft des Pulvers zu

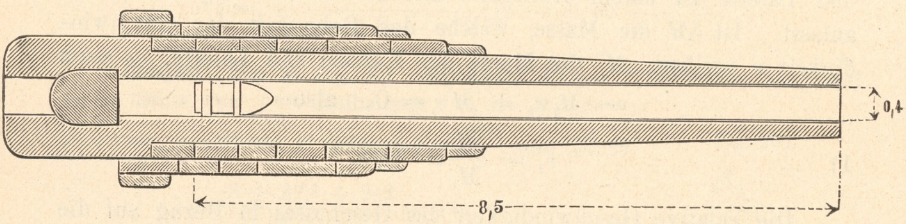
$$4) \qquad K = \frac{\mathfrak{A}}{l}$$

und der mittlere Gasdruck zu

$$5) \qquad p = \frac{\mathfrak{A}}{r^2\pi l} = \frac{K}{r^2\pi}.$$

Beispiel: Eine grosse Krupp'sche Kanone von 0,4 m lichter Weite und $l = 8{,}5$ m nutzbarer Rohrlänge (Fig. 202) ertheile mit 200 kg Pulverladung dem

Fig. 202.



Geschosse von 1 m Länge und 700 kg Gewicht eine Geschwindigkeit $v = 500$ m/s.. Das Rohr wiege 70 000 kg, die Lafette 40 000 kg. Der Drall der Züge betrage $h = 18$ m.

Die Pulvergase treten zwar nicht durchweg mit der Geschwindigkeit v aus dem Rohre, aber doch der vorderste Theil derselben; daher wird man bei der Berechnung der Bewegungsgrösse die Hälfte der Masse des Pulvers, bei derjenigen des Arbeitsvermögens ein Drittel dieser Masse mit zu M rechnen dürfen. Sonach ist die Geschwindigkeit des Rücklaufes

$$v_1 = 500 \cdot \frac{700 + 100}{70000 + 40000} = 3{,}6 \text{ m/s.}\,.$$

Wollte man den Rücklauf ganz verhindern, so müsste man eine Widerstandskraft $= K$ (Gl. 4) wirken lassen; diese steht aber gewöhnlich nicht zur Verfügung. Übrigens beträgt auch derjenige Theil des Rücklaufes, während dessen die volle Pulverkraft das Rohr zurücktreibt, nur

$$l \cdot \frac{M}{M + M_1} = \frac{8{,}5 \cdot 800}{110000 + 800} = 0{,}061 \text{ m}.$$

Das entstandene Arbeitsvermögen der Kanone nebst Lafette

$$\frac{M_1 v_1^2}{2} = 110000 \cdot \frac{3{,}6^2}{2\,g} = 72660^{\text{mkg}}$$

wird dann durch geeignete Bremsvorrichtungen aufgezehrt.

Die auf die Längsachse und den Abstand r bezogene Masse des Geschosses möge zu der Hälfte der Masse des Geschosses, also zu $\mu = \frac{350}{g}$ geschätzt werden. Dann ist die Arbeit der Pulvergase:

$$\mathfrak{A} = \left(700 + \frac{200}{3}\right) \frac{500^2}{2\,g} \left\{1 + \frac{800^2}{767 \cdot 110000} + \frac{350}{767} \cdot \frac{4 \cdot 0{,}2^2 \cdot \pi^2}{18^2} (1{,}0072)^2\right\},$$

$$\mathfrak{A} = 9\,768\,943\,(1 + 0{,}0076 + 0{,}0025) = 9\,768\,943 \cdot 1{,}0101\,,$$

$$\mathfrak{A} = 9\,867\,609^{\text{mkg}}\,,$$

die mittlere Triebkraft des Pulvers

$$K = \frac{9\,867\,609}{8{,}5} = 1\,161\,000^{\text{kg}},$$

der mittlere Druck (mit $20^2\pi = 1257$)

$$\frac{1\,161\,000}{1257} = 923^{\text{kg}}/_{\text{qcm}} = 923^{\text{at}}.$$

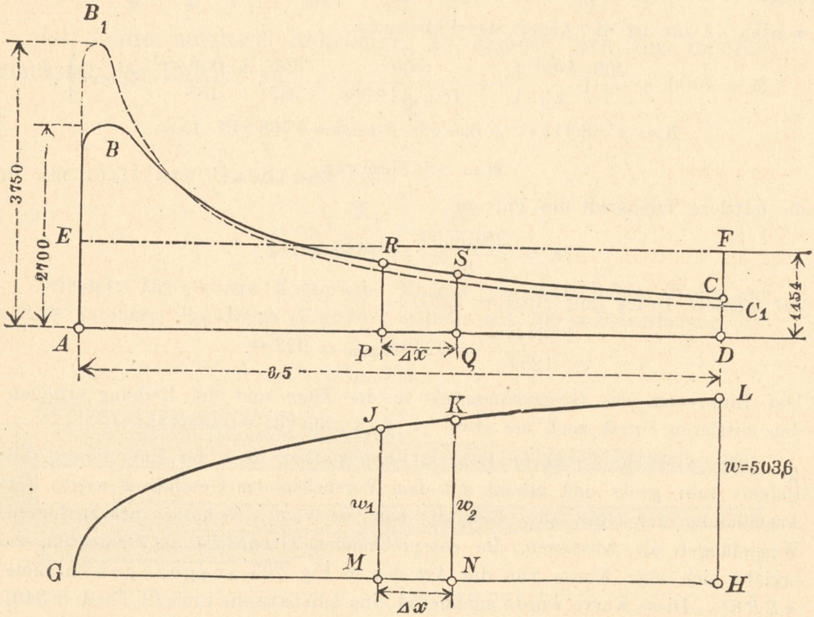
Das Einpressen des Geschossmantels in die Züge und die Reibung erhöhen den mittleren Druck noch um etwa $^1/_4$, d. h. um 231^{at}, auf 1154^{at}.

Der wirkliche Druck im Rohr ist unmittelbar nach der Entzündung des Pulvers sehr gross und nimmt mit dem Vorrücken des Geschosses wegen der Ausdehnung der Gase ab. Benutzt man die vom Geschosse zurückgelegten Wegeslängen als Abscissen, die entsprechenden Gasdrücke als Ordinaten, so ergiebt sich eine Kurve von der Art der in Fig. 203 ausgezogenen Linie $ABRSC$. Diese Kurve würde annähernd eine adiabatische Linie (2. Theil, S. 340) sein, wenn die ganze Pulvermenge sich gleichzeitig entzündete. Da aber stets ein gewisses Nachbrennen erfolgt, so wird dadurch die Kurve beeinflusst. Weil neuere Versuchsergebnisse bezüglich dieser Linie uns nicht zur Verfügung standen, haben wir den abfallenden Theil derselben als gleichseitige Hyperbel angenommen und so bemessen, dass die mit dem Flächeninhalte des Rohrquerschnittes multiplicirte Fläche $ABRSCD$ die Gesammtarbeit der Pulvergase darstellt, dass also die Fläche gleiche Grösse hat mit dem Rechteck $AEFD$, dessen Höhe dem mittleren Druck 1154^{at} entspricht. Der grösste Druck, den der hintere Theil des Rohres auszuhalten hat, beträgt etwa 2700^{at}. Ein schneller verbrennendes Pulver erzeugt eine Druckkurve von der Form der in Fig. 203 gestrichelten Linie AB_1C_1 mit einer grössten Druckordinate von etwa 3750^{at}, welche dann aber bald stark abfällt, da ihre Fläche unter Annahme derselben Austrittsgeschwindigkeit des Geschosses von $500^{\text{m}}/_{\text{s.}}$ den gleichen Werth haben muss wie die Fläche der ausgezogenen Druckkurve. Damit das Geschütz diese gewaltigen Drücke aushalten könne, ist der hintere Theil des eigentlichen Rohres durch mehrere Lagen warm aufgezogener Ringe (Fig. 202) verstärkt.

Es besteht eine bestimmte Beziehung zwischen der Druckkurve und der Art der Bewegung des Geschosses im Rohre.

Da wir den rechnungsmässig erforderlichen mittleren Druck mit Rücksicht auf die Widerstände um $^1/_4$ erhöht haben, so folgt umgekehrt, dass von der

Fig. 203.



Gesammtarbeit der Pulvergase nur 80 % auf die B e w e g u n g übertragen werden, so dass stattfinden muss, wenn die ausgezogene Druckkurve benutzt und ihre Fläche $ABRSCD = F$ gesetzt wird, $0{,}8\, r^2 \pi \cdot F = \mathfrak{A}$.

Schreibt man nun

$$\mathfrak{A} = \frac{Mv^2}{2} \alpha$$

(mit $\alpha = 1{,}0101$ in dem Zahlenbeispiele), so wird

$$v^2 = \frac{2\, r^2 \pi \cdot 0{,}8}{M \cdot \alpha} F.$$

Da die scheinbare (relative) Geschwindigkeit des Geschosses in Bezug auf das Rohr

$$w = v \left(1 + \frac{M}{M_1}\right) \quad \text{ist,}$$

so wird

$$w^2 = \frac{2\, r^2 \pi \cdot 0{,}8}{M \cdot \alpha} \left(1 + \frac{M}{M_1}\right)^2 F.$$

Entspricht nun einer Wegeslänge $x = \varDelta P$ (Fig. 203) die scheinbare Geschwindigkeit w_1, dem Werthe $x + \varDelta x$ die Geschwindigkeit w_2, so muss entsprechend vorstehender Gleichung auch gelten

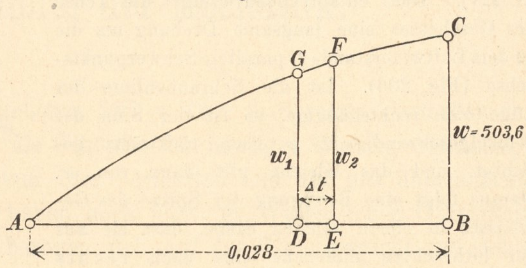
$$w_2^2 - w_1^2 = \frac{2\,r^2\pi \cdot 0{,}8}{M \cdot \alpha}\left(1 + \frac{M}{M_1}\right)^2 \varDelta F,$$

wenn $\varDelta F = PRSQ$ ist. Dies giebt für den vorliegenden Fall

$$w_2^2 - w_1^2 = \frac{2 \cdot g \cdot 1257 \cdot 0{,}8}{767 \cdot 1{,}0101}\, 1{,}0072^2 \cdot \varDelta F = 25{,}83\, \varDelta F.$$

Mittels dieser Gleichung lässt sich die Geschwindigkeit w_x an verschiedenen Stellen des Rohres berechnen und durch die Kurve $GJKL$ (Fig. 203, unten) darstellen.

Fig. 204.



In der Darstellung der Geschwindigkeit als Funktion der Zeit (Fig. 204) muss die dem Zeitraume $\varDelta t$ entsprechende Fläche

$$DEFG = \varDelta x,$$

daher annähernd

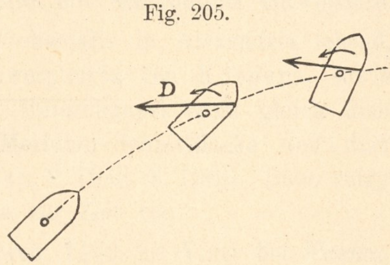
$$\varDelta t = \frac{\varDelta x}{\tfrac{1}{2}(w_1 + w_2)}$$

sein. Hiernach kann man die Zeittheile berechnen, die zu den einzelnen Geschwindigkeits-Zunahmen erforderlich sind, und erhält zugleich die Geschwindigkeitskurve $AGFC$ (Fig. 204) und die Gesammtzeit 0,028 s. für die Zurücklegung des 8,5 m langen Weges im Rohre. Die mittlere Geschwindigkeit im Rohr ist sonach 8,5 : 0,028 = 303,6 m/s..

Seitliche Ablenkung des Geschosses in Folge seiner Drehung und des Luftwiderstandes.

Hätte das Geschoss beim Verlassen des Rohres keine Winkelgeschwindigkeit, so würde es im luftleeren Raume stets seiner Anfangslage parallel bleiben, in der Atmosphäre aber durch den Widerstand D derselben, welcher bei der üblichen Geschossform oberhalb des Schwerpunktes vorbeigeht, eine derartige Drehung (linksherum in der Fig. 205) erfahren, dass es in eine höchst ungünstige Richtung zur Flugbahn des Schwerpunktes gelangen würde. Die bedeutende Winkelgeschwindigkeit nun, welche die schraubenlinien-förmigen Züge des Rohres dem

Fig. 205.



Geschoss ertheilen, verhindert das Überschlagen des Geschosses in ähnlicher Weise, wie die schnelle Drehung eines Kreisels dem Umfallen desselben entgegenwirkt. Überträgt man die Erscheinungen bei der Drehung des Kreisels um den unteren Endpunkt der Achse sinngemäss auf die Drehung des Geschosses um seinen Schwerpunkt, so ergiebt sich Folgendes: Sobald die Achse des mit grosser Geschwindigkeit φ in Drehung gesetzten Kreisels etwas schief gegen die Richtung der Schwere steht, so dass sein Gewicht nicht durch den Drehpunkt geht, beschreibt die Achse des Kreisels, statt umzufallen, einen fein gerippten Kegel, dessen Achse durch den Drehpunkt geht und parallel der Richtung des Gewichtes ist, mit einer Winkelgeschwindigkeit ω (S. 221). Dem entsprechend erfährt die Achse des Geschosses eine langsame Drehung um die zu dem Luftwiderstande D parallele Schwerpunktsachse (Fig. 206). Ist die Schraubenlinie der Züge eine rechtsgängige, so ist der Sinn der Winkelgeschwindigkeit φ nach rückwärts gerichtet, und das Gleiche gilt dann von ω. Daraus folgt eine Bewegung der Spitze des Geschosses in einem solchen Sinne, dass sie aus der lothrechten Zielebene eine nach rechts gerichtete Ablenkung erfährt. Hierdurch bekommt nun der Luftwiderstand auch im Grundriss eine schiefe Richtung gegen das Geschoss, so dass auch dessen Schwerpunkt nun nach rechts aus der Zielebene hinausgedrängt wird. Freilich ändert die Richtung des Luftwiderstandes D mit der Drehung des Geschosses fortwährend seine Richtung, und die Kreiselung wird in Folge dessen eine sehr unregelmässige. Daher werden auf die erste Ablenkung nach rechts bald solche nach unten, nach links und nach oben folgen. Weil aber das Geschoss bei der ersten Ablenkung noch die grösste Geschwindigkeit hat, so ist diese von überwiegendem Einfluss. Erfahrungsmässig zeigen dann auch alle Geschosse aus rechtsgängig gezogenen Rohren eine nach rechts gerichtete Abweichung aus der lothrechten Zielebene. (Vergl. die hiervon unabhängige Abweichung wegen der Drehung der Erde, S. 143.)

Fig. 206.