

II. Schwingungen eines Schiffes.

Die lothrecht auf und nieder gehende Bewegung, das sog. Tauchen oder Steigen eines Schiffes wurde bereits S. 62/63 behandelt. Die Dauer einer einfachen Schwingung dieser Art ergab sich zu

$$1) \quad t_1 = \pi \sqrt{\frac{V}{F \cdot g}},$$

entsprechend der Schwingungsdauer eines einfachen Pendels von der Länge

$$2) \quad l = \frac{V}{F} = t_1^2 \frac{g}{\pi^2} = 0,994 t_1^2,$$

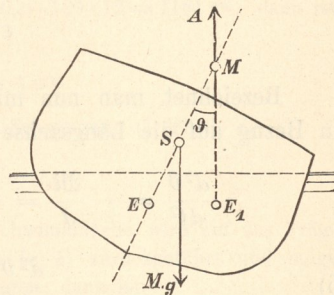
wenn V den Inhalt des eingetauchten Raumes im Gleichgewichtszustand, F den Inhalt der wagerechten Schwimmfläche bedeuten.

Von besonderer Wichtigkeit ist das Rollen des Schiffes, worunter man eine Drehung um die zum Kiele parallele Schwerpunktsachse (Längsachse) versteht.

Ein aufrecht (gerade) schwimmendes Schiff werde durch vorübergehende Einwirkung eines Kräftepaares derartig in eine schräge Lage gebracht, dass die Querschnitte in ihrer ursprünglichen Ebene verbleiben, und stehe dann wieder unter alleiniger Wirkung des Gewichtes Mg und des ebenso grossen Auftriebes $A = \gamma \cdot V = Mg$, worin γ das Gewicht einer Raumeinheit des Wassers. Das Schiff sei von solcher Gestalt, dass auch die Richtungslinie des Auftriebes sich nur in der durch den Schwerpunkt S des Schiffes gelegten Querschnittsebene verschoben hat. Dann fällt die durch den Schwerpunkt S gelegte Achse des wirkenden Kräftepaares (Mg und A) mit der Längsachse des Schiffes zusammen, welche annähernd als eine freie Achse angesehen werden möge.

Die Entfernung aus der Gleichgewichtslage werde als nur gering, der Neigungswinkel ϑ (Fig. 177) als klein vorausgesetzt, dann schneidet nach 2. Theil, S. 191, der Auftrieb des Schiffes die

Fig. 177.



Schwimmachse ES desselben in einem festen Punkte, dem Metacentrum M , welches vom Schwerpunkte S um die metacentrische Höhe SM entfernt ist. Liegt der Schwerpunkt E des eingetauchten Raumes oder der Verdrängung V bei aufrechter Lage des Schiffes um

$$ES = e$$

unterhalb des Schwerpunktes S des Schiffes, so ist (2. Theil, S. 191, Gl. 5 u. 6)

$$3) \quad SM = \frac{\mathfrak{S}}{V} - e$$

und das aufrichtende Moment

$$4) \quad \mathfrak{M} = \gamma \cdot V \left(\frac{\mathfrak{S}}{V} - e \right) \vartheta,$$

worin \mathfrak{S} das Trägheitsmoment der Schwimmfläche (Fig. 178), in Bezug auf ihre Längsachse OX bedeutet. Bei der Rückkehr in die Gleichungslage verkleinert sich der Winkel ϑ , es ist daher die Winkelgeschwindigkeit dieser Drehung

$$\omega = - \frac{d\vartheta}{dt},$$

die Winkelbeschleunigung

$$\varepsilon = - \frac{d^2\vartheta}{dt^2}.$$

Bezeichnet man nun mit J das Trägheitsmoment des Schiffes in Bezug auf die Längsachse S , so ist (1. Theil, S. 276)

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = - \frac{\mathfrak{M}}{J} = - \frac{\gamma \cdot V}{J} \left(\frac{\mathfrak{S}}{V} - e \right) \vartheta, \quad \text{oder}$$

$$5) \quad \frac{d^2\vartheta}{dt^2} = - k^2 \cdot \vartheta,$$

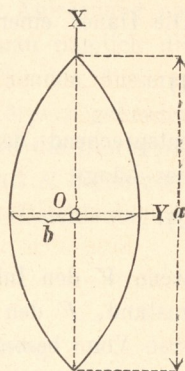
wenn man zur Abkürzung

$$6) \quad k^2 = \gamma \frac{\mathfrak{S} - e \cdot V}{J}$$

setzt. Nach S. 92/93 hat Gl. 5 die allgemeine Lösung

$$\vartheta = A \sin kt + B \cos kt.$$

Fig. 178.



Eine Zunahme von kt um 2π führt das Schiff in den vorhergehenden Zustand zurück, daher entspricht die Zeit $\frac{2\pi}{k}$ einer Doppelschwingung; die Dauer einer einfachen Schwingung ist also

$$7) \quad t_1 = \frac{\pi}{k} = \pi \sqrt{\frac{J}{\gamma(\mathfrak{S} - e \cdot V)}},$$

und dies entspricht einer Schwingungslänge, die sich analog Gl. 2 ergibt zu

$$8) \quad l_1 = \frac{J \cdot g}{\gamma(\mathfrak{S} - e \cdot V)} = \frac{J}{M \cdot \overline{SM}} = \frac{i^2}{\overline{SM}},$$

wenn i der Trägheitshalbmesser.

Eine Schwingung um die Querachse des Schiffes wird das Stampfen genannt. Für die Dauer desselben gilt

$$9) \quad t_2 = \pi \sqrt{\frac{J_2}{\gamma(\mathfrak{S}_2 - e \cdot V)}},$$

wenn J_2 das Trägheitsmoment des Schiffes in Bezug auf die Querachse, \mathfrak{S}_2 das Trägheitsmoment der Schwimmfläche in Bezug auf die Querachse bezeichnen.

Beispiel: Ein Schiff von $a = 120$ m Länge, $b = 12$ m Breite, $e = 8,5$ m Höhe wiege 5845 t, dann ist im Seewasser ($\gamma = 1025$ kg)

$$V = \frac{5845}{1,025} = 5702 \text{ cbm.}$$

Die Schwimmfläche betrage $F = 0,82 a \cdot b = 0,82 \cdot 120 \cdot 12 = 1181$ qm, dann ist die Schwingungslänge des Tauchens (Gl. 2)

$$l = \frac{V}{F} = \frac{5702}{1181} = 4,83 \text{ m}$$

und die entsprechende Dauer einer einfachen Schwingung (1. Theil, S. 78)

$$\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 1,003 \sqrt{l} = 2,2 \text{ s.}$$

Das geometrische Trägheitsmoment \mathfrak{S} der Schwimmfläche wird auf das Trägheitsmoment des umschliessenden Rechtecks ($a \cdot b$) zurückgeführt und möge wegen der Zuschärfung 60 % desselben betragen; dann ist

$$\mathfrak{S} = 0,68 \cdot \frac{a b^3}{12} = \frac{0,68 \cdot 120 \cdot 12^3}{12} = 11750 \text{ m}^4.$$

Die Höhe des Schiffsschwerpunktes S über dem Schwerpunkt E der Verdrängung betrage $e = 1,46$ m, dann wird die metacentrische Höhe

$$\overline{SM} = \frac{\mathfrak{S}}{V} - e = \frac{11750}{5702} - 1,46 = 0,6 \text{ m.}$$

Für das Trägheitsmoment J des beladenen Schiffes giebt es keine Annäherungsformeln; vielmehr muss man zu dessen unmittelbarer Bestimmung die

Masse eines jeden Theiles des Schiffes mit dem Quadrate seines Abstandes von der Schwerpunktsachse multipliciren und diese Produkte summiren. Gewöhnlich unterlässt man diese mühsame Rechnung, beobachtet vielmehr die Schwingungsdauer t_1 , berechnet daraus die Schwingungslänge l_1 und schliesslich nach Gl. 8 das Trägheitsmoment J .

Das vorliegende Schiff gebrauche zu einer einfachen Roll-Schwingung $t_1 = 8$ s.; dem entspricht eine Schwingungslänge

$$l_1 = \frac{t_1^2}{1,003^2} = \frac{64}{1,003^2} = 63,62 \text{ m.}$$

Hiermit wird nach Gl. 8

$$i^2 = l_1 \cdot \overline{SM} = 63,62 \cdot 0,6 = 38,17 \quad \text{und} \quad i = 6,18 \text{ m.} \quad \text{Schliesslich}$$

$$J = Mi^2 = \frac{5845 \cdot 1000}{g} \cdot 38,17 = 22\,743\,000.$$

12. Drehungspendel.

Ein elastischer, prismatischer Stab oder Draht sei an seinem oberen Ende fest eingespannt, auch gegen Drehung gesichert; an seinem unteren Ende sei ein Körper von solcher Massenvertheilung befestigt, dass die lothrechte Mittellinie des Stabes eine freie Achse des Körpers bilde (Fig. 179). Zu Anfang befinde sich das Ganze im Gleichgewichte. Wird nun der untere Körper um die lothrechte Achse gedreht, so entstehen in dem mitverdrehen Stabe Schubspannungen, die innerhalb der Elasticitätsgrenze mit dem Drehungswinkel verhältnissgleich sich ändern. Wird der Körper sodann losgelassen, so ertheilt das Spannungsmoment des Stabes dem Körper eine Winkelbeschleunigung, welche demnach verhältnissgleich ist der Winkelabweichung von der Gleichgewichtslage. Wird die Winkelabweichung für einen beliebigen Zeitpunkt mit ϑ bezeichnet, so ist, weil die Bewegung eine rückläufige, die Winkelgeschwindigkeit $\omega = -\frac{d\vartheta}{dt}$, die Winkelbeschleunigung

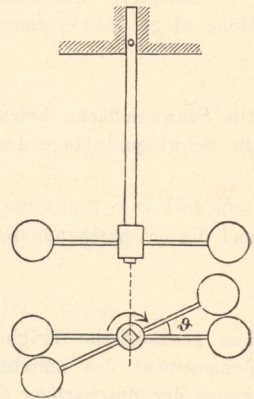


Fig. 179.

$$1) \quad \varepsilon = -\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \frac{M\vartheta}{J},$$