

somit erfordert ε ein Moment

$$\mathfrak{M} = \varepsilon \cdot J_1 = 0,0027 \text{ mkg},$$

also an einem Hebelarme von $0,004 \text{ m}$ eine Zugkraft $K = 0,7 \text{ kg}$.

Aus $\varphi_0 = 132$ folgt die Zeit einer Hin- und Herschwankung

$$t_1 = \frac{4,4}{132} = 0,033 \text{ s};$$

die Zeit eines Umlaufes der Kreiselachse $t_2 = 0,064 \cdot 132 = 8,4 \text{ s}$; die Zahl der Rippen eines Kegels $n = 0,015 \cdot 132^2 = 261,4$. Einer Schrägstellung der Kreiselachse um den Winkel $\vartheta_0 = 10^\circ$ mit $\sin \vartheta_0 = 0,17$ entspricht dann

$$\delta_1 = \frac{137 \cdot 0,17}{132^2} = 0,0014 = 5'.$$

Ist die Winkelgeschwindigkeit φ_0 nur halb so gross, wie vorstehend angenommen, so wird t_1 doppelt so gross, d. h. $0,066 \text{ s}$; t_2 halb so gross, d. h. $4,2 \text{ s}$; die Zahl n der Rippen vermindert sich auf ein Viertel, d. h. auf $65,4$; während δ_1 auf das Vierfache, nämlich auf $20'$ zunimmt.

9. Drehung eines starren Körpers um einen festen Punkt ohne Einwirkung bewegender Kräfte.

Der vorstehend behandelte Fall der Kreiselbewegung wurde dadurch verhältnismässig leicht lösbar, dass das Trägheits-Ellipsoid ein Umdrehungs-Ellipsoid war, dass ausserdem die Winkelgeschwindigkeit φ_0 sehr gross, die anderen beiden χ_0 und ψ_0 aber gleich Null vorausgesetzt wurden und dass die Achse des resultierenden Kräftepaares in eine Hauptachse fiel. Ohne diese vereinfachenden Annahmen wird die Aufgabe, die Drehbewegung eines Körpers um einen festen Punkt zu untersuchen, meist so schwierig, dass wir von deren allgemeiner Behandlung hier absehen.

Wirken auf den Körper ausser dem Widerstande des festen Punktes keine äusseren Kräfte, sind also die Drehmomente in Bezug auf alle durch den festen Punkt zu legende Achsen gleich Null, so nehmen die Euler'schen Drehgleichungen (S. 215/6) allerdings die etwas einfachere Gestalt

$$J_1 \cdot \frac{d\varphi}{dt} = (J_2 - J_3)\chi \cdot \psi, \quad J_2 \cdot \frac{d\chi}{dt} = (J_3 - J_1)\psi \cdot \varphi,$$

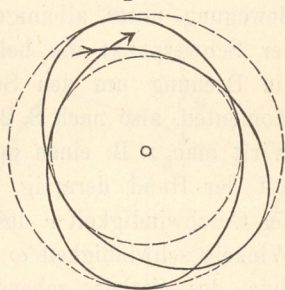
$$J_3 \cdot \frac{d\psi}{dt} = (J_1 - J_2)\varphi \cdot \chi \quad \text{an.}$$

Die Entwicklung dieser Gleichungen, welche Poinsoot im Jahre 1834 gezeigt hat, soll hier nur in ihren Ergebnissen beschrieben werden.

Die Drehbewegung des Körpers um den festen Punkt A ohne Einwirkung von Kraftmomenten geschieht hiernach in der Weise, dass das auf den festen Punkt bezügliche Trägheits-Ellipsoid des Körpers eine Rollbewegung auf einer Ebene ausführt, die eine unveränderliche Lage hat. Die Lage dieser sog. unveränderlichen Ebene hängt von den anfänglichen Winkelgeschwindigkeiten φ_0 , χ_0 und ψ_0 um die Hauptachsen ab. Der Fahrstrahl, von dem festen Punkt A nach dem Berührungspunkt O zwischen der Ebene und dem Ellipsoide gezogen, ist die augenblickliche Drehachse, und zugleich ist die Winkelgeschwindigkeit ω um diese Achse mit der Länge des Fahrstrahles AO verhältnissgleich. Geschieht die anfängliche Drehung mit der Winkelgeschwindigkeit ω um eine der Hauptachsen des Trägheits-Ellipsoides, so ist der Fahrstrahl AO rechtwinklig zu der unveränderlichen Ebene; der Berührungspunkt O hat in diesem Fall eine feste Lage im Körper und im Raume; die Drehung erfolgt daher mit gleichbleibender Geschwindigkeit dauernd um die Achse AO , als wäre diese eine feste Achse.

Die Drehung um den festen Punkt A kann nach S. 24 auch als das Rollen zweier Kegel auf einander betrachtet werden. In dem hier vorliegenden Falle, wo die Momente Null sind, schneidet der mit dem Körper verbunden gedachte Kegel das um den Punkt A gelegte Trägheits-Ellipsoid in einer Kurve, deren Gleichung Ähnlichkeit mit der Ellipsengleichung hat. Der andere, unbewegliche, Kegel ist transcendenten Natur; er hat eine etwa nach Fig. 175 geformte Leitlinie (vergl. Budde, Allgemeine Mechanik, S. 833).

Fig. 175.



Ist das Trägheits-Ellipsoid ein Umdrehungs-Ellipsoid, so werden die auf einander rollenden Kegel beide zu Kreis Kegeln.

Ist das Trägheits-Ellipsoid eine Kugel, so dass jede durch A gelegte Achse eine Hauptachse ist, so gehen die Kegel in eine einzige Gerade über; die Drehachse ändert dann ihre Richtung und ihre Winkelgeschwindigkeit ω gar nicht. Dieses letzte Ergebnis folgt auch schon aus 1. Theil, S. 290.